DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit

Stabile Verteilungen im Portfoliomanagement
Ein Überblick

Verfasser

Clemens Zehentner

Angestrebter akademischer Grad

Magister der Sozial- und Wirtschaftswissenschaften
(Mag. rer. soc. oec.)

Wien, im November 2008

Studienkennzahl lt. Studienblatt:	157
Studienrichtung lt. Studienblatt:	Internationale Betriebswirtschaft
Betreuer/Betreuerin:	Univ.-Prof. Dr. Engelbert Dockner

Danksagungen

Die Entstehung dieser Arbeit wäre ohne die ständige und bedingungslose Unterstützung durch meine Familie und ganz besonders meine Eltern nicht möglich gewesen. Den akademischen Titel, den ich mit dieser Arbeit anstrebe, möchte ich daher meiner Mutter und meinem Vater widmen.

Besonderer Dank gebührt auch der Familie Nagy, die mir, in den Monaten in denen diese Arbeit entstanden ist, ein zweites Zuhause geboten hat. Köszönöm

Speziell hervorzuheben ist auch Anthony Nagy. Ohne die Diskussionen mit ihm und die Atmosphäre in seinem Wohnzimmer wäre diese Arbeit nie zu dem geworden was sie heute ist.

Inhaltsverzeichnis:

1 Einleitung 3

2 Empirische Eigenschaften von Renditezeitreihen 10

3 Stabile Verteilungen 16

3.1 Die Parameter einer stabilen Verteilung 17

3.2 Evaluierung der stabilen Verteilung 26

3.3 Parametrisierung der stabilen Verteilung 39

4 Portfoliotheorie mit stabil verteilten Renditen 41

4.1 Risikomessung 41

4.1.1 Risikomessung bei normal verteilten Renditen: Ein kurzer Rückblick 43

4.1.2 Risikomessung von stabil verteilten Renditen 48

4.2 Performancemessung von stabil verteilter Rendite 52

4.2.1 Performancemaßzahlen 53

4.2.2 Performancemessung und die Beobachtung von „fat-tails“: Notwendige Veränderungen und neue Entwicklungen 54

4.3 Optimierung von stabil verteilten Portfolios und Effizienz 59

5 Konklusion 64

6 Appendix 67

7 Literaturverzeichnis 69

8 Abstract 73

9 Lebenslauf 75

1 Einleitung

Die Rendite ist der wohl wichtigste Begriff in der Finanzwirtschaft.[1] Auf allen Ebenen in denen „Wirtschaft“ (in welcher Definition auch immer) eine Rolle spielt, ist es das Bestreben aller Akteure, ihr eingesetztes Kapital (materieller oder immaterieller Natur) zu vermehren. Rendite ist die Maßzahl um diesen Kapitalzuwachs zu quantifizieren. In der Finanzwirtschaft ist das eingesetzte Kapital ein Geldbetrag, der investiert wird, um diesen Geldbetrag im Laufe der Zeit zu vermehren. Die Rendite des Geldbetrags bzw. die Quantifizierung der Vermehrung dieses Geldbetrags kann, wie z.B. im Falle einer festverzinslichen Veranlagung, bekannt oder, wie z.B. im Falle der meisten anderen Wertpapiere, unbekannt sein.

Die Unsicherheit der Rendite von verschiedenen Veranlagungen macht es notwendig, vor der Investition eines Geldbetrages zumindest Vorstellungen und Erwartungen bezüglich der Höhe der Rendite zu haben, um informiert Entscheidungen zwischen zwei oder mehreren Veranlagungsalternativen treffen zu können.

Es stellt sich nun die Frage, wie dieser Entscheidungsprozess durch die systematische Bildung von Erwartungen unterstützt werden kann. Dies geschieht im Allgemeinen durch Modellbildung. Durch die Beobachtung der Vergangenheit und durch die Anwendung von Theorien wird ein Modell entworfen, das, je nach Qualität dieses Modells bzw. dessen Fähigkeit die Realität zu beschreiben, ermöglicht, die Erwartungsformulierung zu systematisieren und konsistente Entscheidungen zu treffen. Modelle basieren allerdings auf Annahmen, die a priori getroffen werden und durch Theorie und Empirie gestützt werden müssen.

Im Falle der Rendite basieren de facto alle Modelle auf der Beobachtung von Zeitreihen von realisierten Preisen und dementsprechend Renditen. Der primäre Untersuchungsgegenstand in der Finanzwirtschaft sind daher

[1] Vgl. Spremann K (2006)., Portfoliomanagement, 3. Auflage, München, S. 61

die Renditezeitreihen von Geldanlagen, welche Form auch immer diese annehmen.
Die wichtigste Frage, die sich nun stellt, ist, in welcher Form aus den Zeitreihen vergangener Renditen Kenntnisse gewonnen werden können, welche die Entscheidungsfindung unterstützen.
Es lassen sich in diesem Zusammenhang grob zwei Weltanschauungen[2] unterscheiden. Auf der einen Seite stehen die sogenannten „Technischen Analysten", während auf der anderen Seite die Verfechter der Theorie der effizienten Märkte stehen.
Technische Analysten gehen davon aus, dass die historischen Preis - bzw. Renditezeitreihen Informationsgehalt im Hinblick auf die zukünftige Entwicklung dieser Zeitreihen besitzen. Die Methoden, um diese Informationen nutzbar zu machen, sind überwiegend grafischer Natur, um die „Muster", die sich in den Zeitreihen realisiert haben, zu visualisieren. Da sich diese Muster immer wieder wiederholen, so die Behauptung, kann durch das Verständnis der Muster eine Aussage über die zukünftige Entwicklung der Preise getätigt werden. Da bis auf weiteres keine überzeugenden empirischen Belege für die Gültigkeit dieser Annahmen vorliegen, soll die technische Analyse im weiteren Verlauf dieser Arbeit unbeachtet bleiben.[3]
Verfechter der Theorie der effizienten Märkte hingegen gehen davon aus, dass die Zeitreihen der realisierten Preise keine Aussage über die

---

[2] Eine dritte „Weltanschauung" setzt sich mit der Annahme auseinander, dass Experten, die einen „Informationsvorsprung" gegenüber anderen Investoren besitzen, zukünftige Renditen besser vorhersagen können. Diese Ansicht wurde bereits in den Vierziger- und Fünfzigerjahren des 20. Jahrhundert von Alfred Cowles bezweifelt und widerlegt. (Alfred Cowles (1944); Stock Market Forecasting) Weiters existieren einige aktuellere Studien, welche die Ansicht von Cowles (1944) teilen und bestätigen können. Ein Beispiel hierfür ist: John Graham und Campbell Harvey (1996), Market Timing Ability and Implied Volatility, in Investment Newsletters' Asset Allocation Recommendations.

[3] Es existieren durchaus einige Arbeiten, die der Technischen Analyse die Fähigkeit zur Generierung von überdurchschnittlicher Rendite attestieren. Ein Großteil davon wurde aber in weitere Folge von anderen Autoren widerlegt. Beispiele dafür sind: Robert Levy(1966); An Evaluation of Selected Applications of Stock Market Timing Techniques, Trading Tactics and Trend Analysis , Robert Levy(1967); Random Walks: Reality or Myth und Robert Levy (1967); Relative Strength as Criterion for Investment Selection , bzw. die jeweiligen Kritiken und Widerlegungen: Michael Jensen (1967); Random Walks Reality or Myth – Comment und Michael Jensen and George Benington; Random Walks and Technical Theories: Some Additional Evidence.

zukünftige Entwicklung dieser Zeitreihen zulassen, sondern vielmehr genauso unvorhersehbar, wie eine Serie von Zufallszahlen ist. Dies bedeutet, dass Preisveränderungen beziehungsweise Renditen unabhängig und gleich verteilte Zufallsvariablen sind. [4] Dementsprechend müssen Annahmen über die Eigenschaften der Verteilung, aus der die Zufallszahlen gezogen werden, getroffen werden. Diese Eigenschaften können anschließend anhand von historischen Renditezeitreihen validiert werden.

Im Rahmen dieser Arbeit soll nun anhand der vorhandenen Literatur die Debatte über die Natur der Verteilung dieser Zufallsvariablen dargestellt werden. Weiters soll untersucht werden, welche Implikationen die Widerlegung der Hypothese der Normalverteilung dieser Verteilungen in den verschiedenen Bereichen der Finanzwirtschaft mit sich bringen würden. Als kurzer Vorgriff sei erwähnt, dass speziell die Bereiche Risikomessung, Performancemessung und die Portfoliotheorie (bzw. die Optimierung von Portfolios) betroffen sind.

Wie bereits eingangs erwähnt, ist in der Literatur zum Thema der Eigenschaften von Renditezeitreihen klargestellt, dass Renditen Zufallsvariablen sind, die bestimmte Eigenschaften aufweisen. Diese Eigenschaften müssen bekannt sein, bzw. vernünftige Annahmen über diese Eigenschaften müssen möglich sein und getroffen werden, um die Analyse der Zeitreihen mittels statistischer Methoden durchführen zu können.

Da Renditezeitreihen aus einer Abfolge von Zufallszahlen bestehen, liegt es nahe, zu versuchen einen stochastischen Prozess zu identifizieren, der hinter der Realisierung der Zufallszahlen steht. Dieser stochastische Prozess muss die empirischen Eigenschaften der Zeitreihen abbilden können. Im Rahmen der Effizienzmarkthypothese bzw. deren schwächeren Form, der „Random Walk“ Theorie[5] stehen zwei

---

[4] Vgl. Eugene Fama (1965), The Behavior of Stock Market Prices, in The Journal of Business, Vol. 38 No.1 (Jan. 1965) S. 35

[5] Vgl. Clive Granger (1992), Forecasting stock market prices: Lessons for forecasters, in International Journal of Forecasting 8 (1992) S. 3

Grundhypothesen im Vordergrund[6]: Die Unabhängigkeit von zwei aufeinander folgenden Preisänderungen bzw. Renditen (Independence) und die verschiedenen Renditen sind Realisierungen von Zufallszahlen, die aus der gleichen Verteilung gezogen werden. (Identical Distribution). Man spricht daher in diesem Zusammenhang von i.i.d. Zufallszahlen (independently identically distributed). Unabhängigkeit generell bedeutet:

$$PR(X,Y) = PR(X) * PR(Y)$$

Bei Renditezeitreihen wirkt sich Unabhängigkeit dahin aus, dass keine Autokorrelation besteht. Das heißt:

$$PR\left(x_t = x \middle| x_{t-1}, x_{t-2}, \ldots.\right) = PR\left(x_t = x\right)$$

Der Term auf der linken Seite stellt die bedingte Wahrscheinlichkeit für eine Rendite von x dar, abhängig von den bekannten Renditen mit den Werten x_{t-1} etc. Der Term auf der rechten Seite stellt demgegenüber die unbedingte Wahrscheinlichkeit für eine Rendite von x dar. Bei vorhandener Autokorrelation wäre die Gleichheit von bedingter und unbedingter Wahrscheinlichkeit nicht gegeben.

Die Rechtfertigung für die Annahme der Unabhängigkeit muss natürlich anhand empirischer Untersuchung erfolgen. Im Hinblick auf Erklärungen für die Unabhängigkeit sei prinzipiell auf Fama (1965) verwiesen. Die primäre Erklärung der Unabhängigkeit ist gemäß Fama (1965) die Existenz von so genannten „sophisticated traders“. Diese erkennen Über- und Unterbewertungen von Wertpapieren sofort, nützen diese durch entsprechende Transaktionen aus und bringen dadurch den Preis auf das intrinsische, dem Wert der Unternehmung entsprechende Niveau. Damit werden Abhängigkeiten in der Preisstruktur sofort eliminiert. Ebenso werden Änderungen im intrinsischen Wert einer Unternehmung sofort erkannt, die Wertpapiere des Unternehmens entsprechend gekauft bzw. verkauft, worauf der Preis des Wertpapiers auf das „korrekte“ Niveau gebracht wird.

Fama (1965) befasst sich weiters mit der empirischen Untersuchung der Unabhängigkeit. Diese Untersuchung geschieht in einem ersten Schritt mit

[6] Vgl. Fama (1965) S. 35

einem Standardwerkzeug der Statistik zur Evaluierung von Abhängigkeiten – der Autokorrelation. Die Untersuchung der Unabhängigkeit mittels Autokorrelation erfordert allerdings bereits Annahmen über die Verteilung, aus der die Zufallszahlen gezogen werden. Aus diesem Grund werde ich mich zuerst mit der Frage der Natur und empirischen Eigenschaften der zugrunde liegenden Verteilungen beschäftigen und auf die Unabhängigkeit und deren Untersuchung später zurückkommen.

Im Hinblick auf die gleiche Verteilung der verschiedenen Zufallszahlen ist es hilfreich, eine erste Untersuchung der Renditezeitreihen grafisch durchzuführen. In Anlehnung an Fama (1965) habe ich für 5 Aktienindizes (Dow Jones Industrial Index, S&P 500, € Stoxx 50, Topix und den Russian RTS) die stetigen Tagesrenditen seit 1.1.1975 (bzw. seit Verfügbarkeit für den € Stoxx ab 1.1. 1987, für den RTS seit 1.9. 1995)[7] in Häufigkeitsverteilungen grafisch dargestellt. Zu diesem Zweck werden die Tagesrenditen in Klassen von - 5 bis 5 mal der Standardabweichung vom Mittelwert kategorisiert und anschließend die Anzahl von Datenpunkten in den jeweiligen Klassen gezählt. In weiterer Folge wird die prozentuelle Verteilung auf die einzelnen Klassen berechnet. In den folgenden Grafiken ist auch jeweils die theoretische prozentuelle Verteilung der Normalverteilung auf die einzelnen Klassen dargestellt. Auf der x-Achse sind die Klassen dargestellt, während auf der y-Achse dargestellt wird, welcher prozentuelle Anteil der Renditen in der jeweiligen Klasse zu finden ist. Im Gegensatz zu Fama (1965) wird hier aber nicht nur die beidseitige Abweichung aggregiert, sondern separat dargestellt. Auf diese Art und Weise kann auch die Symmetrie der Renditeverteilungen (zumindest grafisch) untersucht werden.

[7] Durch unterschiedliche Börsenfeiertage und die nicht ausreichende Datenverfügbarkeit wurden für den Dow Jones Industrial Average 9668, für den S&P 500 9684, für den DJ EURO Stoxx 5528, für den TOPIX 9493 und für den Russian RTS Index 3167 Datenpunkte betrachtet.

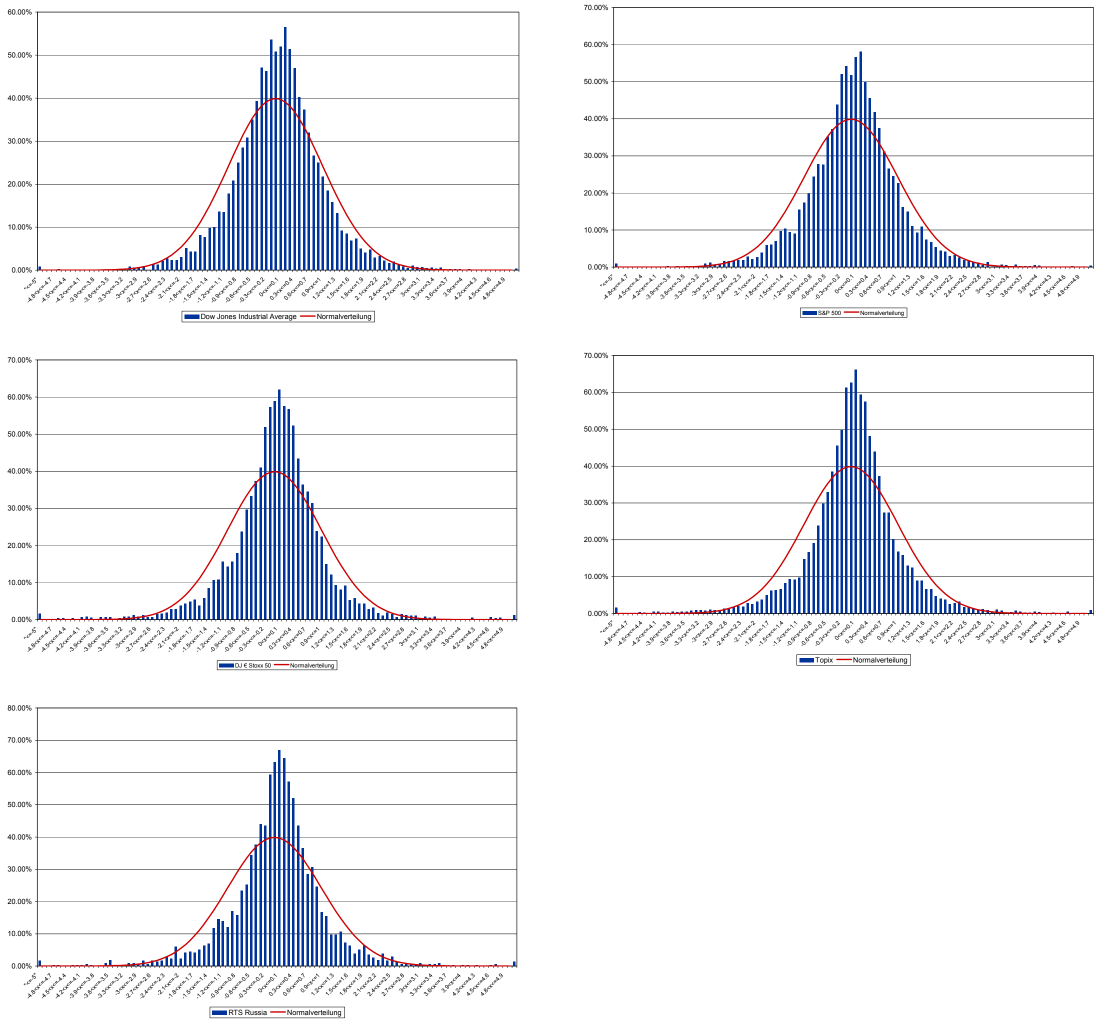


Abbildung 1: Häufigkeitsverteilung des Dow Jones Industrial, S&P 500, € Stoxx 50, Topix und Russian RTS im Vergleich zu Normalverteilung, tägliche Daten seit 1.1.1975 bzw. 1.1.1987 für den € Stoxx 50 bzw. 1.1.1995 für den RTS Russian Index

Wie aus den Grafiken erkennbar ist, scheint die Normalverteilung (die einfachste Verteilung für stetige Zufallsvariablen) nicht geeignet zu sein, die Verteilung von stetigen Tagesrenditen zu erklären. Natürlich kann die rein grafische Untersuchung den wissenschaftlichen Ansprüchen der Finanzwirtschaft nicht genügen. Die Ergebnisse sind allerdings im Einklang mit den Erkenntnissen von Fama (1965). In seiner Arbeit wird auch nachgewiesen, dass die Hypothese der Normalverteilung von Renditen, speziell in den extremen Rändern der Verteilung, mit äußerst hoher Wahrscheinlichkeit verworfen werden kann. Eine triviale Überprüfung dieser Aussage für die vorhandenen Daten wurde für die eben erwähnten stetigen Tagesrenditen mit einem, in Eviews 5 umgesetzten, Jarque-Bera Test durchgeführt. Für alle Zeitreihen wird die Nullhypothese der Normalverteilung überaus überzeugend verworfen. Die jeweiligen Statistiken sind auf den Grafiken im Appendix zu finden.

Da in diesem Fall mit Tagesrenditen agiert wurde, stellt sich die Frage, ob ein anderer Betrachtungszeitraum zumindest in statistischer Hinsicht nicht sinnvoller wäre. Für die praktische Anwendung im Rahmen des Assetmanagements, bei dem tägliche Rechenwerte zu stellen sind, bzw. im Rahmen des Risikomanagements, bei dem nach Basel II 1-Tages und 10-Tages Horizonte zu betrachten sind, muss man sich gezwungenermaßen an Tagesrenditen orientieren.

Die Betrachtung von anderen Zeiträumen wird auch durch einige andere Untersuchungen, wie z.B. Scholes und Williams (1977)[8], gefordert, die den asynchronen Handel von Wertpapieren als Ursache für gravierende Probleme bei der Schätzung von Parametern aus täglichen Preisen, identifizieren. Eine weitere Untersuchung dieser Problematik stammt von Dimson (1979).[9]

Im Rahmen meiner Arbeit werden daher auch die Monatsrenditen der oben erwähnten Indizes seit 30. November 1995 auf Normalität in der Verteilung überprüft. Das Ergebnis dieser Untersuchung ist in Tabelle 1 ersichtlich. Ganz offensichtlich tendieren die Monatsrenditen eher dazu, normalverteilt zu sein. (erkennbar durch die wesentlich geringere Schiefe und Kurtosis). Auch hier muss die Nullhypothese einigermaßen vehement verworfen werden. Ausnahme ist der Topix, bei dem die Nullhypothese mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht verworfen werden kann. Zusätzlich wird den monatlichen Zeitreihen der Credit Suisse Tremont Hedge Fund Index als Repräsentant für Alternative Investments hinzugefügt. Da dieser Index nur monatlich veröffentlicht wird, ist eine Untersuchung nur im monatlichen Intervall möglich. Alternative Investments haben durch Ihren „Total-Return“ Ansatz den Ruf, besonders schiefe, leptokurtische und nicht-normale

[8] Myron Scholes und Joseph Williams (1977), Estimating betas from nonsynchronous data, in Journal of Financial Economics 5, 1977, S. 309-328

[9] Elroy Dimson (1979), Risk measurement when shares are subject to infrequent trading, in Journal of Financial Economics 7, 1979, S. 197-226

Renditeverteilungen zu produzieren. Sie sind daher im Rahmen dieser Untersuchung ebenfalls von Interesse.

	€ Stoxx 50	Dow Jones	Russia RTS	S&P 500	Topix	Tremont
Mean	0.00654	0.006473	0.023243	0.00582	-1.41E-05	0.009153
Median	0.014502	0.009275	0.044725	0.010099	0.003653	0.008786
Maximum	0.133407	0.100792	0.444563	0.092324	0.12347	0.081837
Minimum	-0.206236	-0.164073	-0.824571	-0.157586	-0.131537	-0.078493
Std. Dev.	0.056627	0.042664	0.156781	0.042154	0.048063	0.021162
Skewness	-0.786775	-0.654244	-1.283963	-0.680639	-0.082844	-0.064852
Kurtosis	4.461548	4.584783	8.603534	3.967099	2.681308	5.905032
Jarque-Bera	29.01832	26.57398	239.0446	17.54343	0.811735	53.20256
Probability	0	0.000002	0	0.000155	0.666399	0
Sum	0.987574	0.977436	3.509766	0.878888	-0.002128	1.382061
Sum Sq. Dev.	0.480991	0.273036	3.68704	0.266543	0.346514	0.067174
Observations	151	151	151	151	151	151

Tabelle 1: Deskriptive Statistiken und Jarque-Bera Tests für stetige monatliche Indexzeitreihen von 30.11. 1995 bis 30.5.2008

Nachdem die einfachste zur Verfügung stehende Verteilung als nicht passend identifiziert wurde, scheint es nötig, gedanklich einen Schritt rückwärts zu machen. Die empirischen Eigenschaften von Renditezeitreihen sind nochmals zu identifizieren, um anschließend die passende Verteilung bestimmen zu können.

2 Empirische Eigenschaften von Renditezeitreihen

Eine überaus konzise Zusammenfassung dieser Eigenschaften bietet Cont (2001)[10], der sich nicht nur mit den Eigenschaften von Aktienrenditen (wie z.B. Fama (1965)) oder Baumwollfutures (wie z.B. Mandelbrot (1963)[11]), sondern mit „stilisierten“ d.h. vergleichsweise allgemeingültigen Fakten auseinandersetzt.

In Anlehnung an Cont (2001) sind diese stilisierten Fakten wie folgt:

- Nichtexistenz von Autokorrelation

[10] Rama Cont (2001), Empirical properties of asset returns: Stylized facts and statistical issues, in Quantitative Finance Vol. 1 (2001), S. 223-236

[11] Benoit Mandelbrot (1963), The variation of certain speculative prices, in The Journal of Business, Vol. 36, No. 4, (Oct 1963) S. 394-419

- Überproportional große Wahrscheinlichkeitsmasse in den extremen Enden der Renditeverteilung („fat-tails“). Cont schließt hier stabile Verteilungen (und auch Normalverteilungen) explizit aus.
- Asymmetrie zwischen Auf- und Abwärtsbewegungen der Preise
- Renditeverteilungen für Wertpapiere unterscheiden sich je nach Betrachtungsperiode. Je größer die Betrachtungsperiode wird, desto „normaler“ wird die Renditeverteilung im Allgemeinen.
- Verschiedene Volatilitätsmaße weisen signifikant positive Werte für Autokorrelation über mehrere Tage auf („Volatility Clustering“)
- "fat-tails" bleiben auch nach der Korrektur für Volatility Clustering bestehen, sind aber weniger ausgeprägt
- Die meisten Volatilitätsmaße sind negativ mit den Renditen des betrachteten Wertpapiers korreliert.
- Handelsvolumen ist positiv mit den meisten Volatilitätsmaßen korreliert.
- Hinweise auf Abhängigkeit von Renditen über lange Zeithorizonte existieren
- Volatiliätsmaße, die längere Zeiträume betrachten, zeigen bessere Prognosefähigkeiten für Volatilitätsmaße, die kleinere Zeiträume betrachten, als umgekehrt

Weiters kommen als statistische „Notwendigkeiten“ Stationarität und Ergodizität der Zeitreihen hinzu.

Stationarität bezieht sich auf die Stabilität von statistischen Eigenschaften im Zeitverlauf. Dies ist klarerweise notwendig, um jedwede Form von statistischer Zeitreihenanalyse durchführen zu können. Im finanzwirtschaftlichen Kontext bezieht sich Stationarität auf die Stabilität der Renditeverteilung im Zeitverlauf. Das heißt, dass die gemeinsame Verteilung der Renditen $r(t_1,T),......r(r_n,T)$ der Verteilung der Renditen $r(t_1+k,T+k),......r(r_n+k,T+k)$ entspricht. Aufgrund von Jahreszeit- und Wochenendeffekten etc. kann diese Eigenschaft manchmal auf Aktienrenditezeitreihen nicht zutreffen. Da diese Anomalien aber durch einen ökonomischen oder realen Kontext erklärt werden können, werden diese meist aus den betrachteten Zeitreihen eliminiert bzw. für deren Einfluss korrigiert.

Die Stationarität ist auch der Grund, warum in der Finanzwirtschaft nicht Preise, sondern Renditen betrachtet werden. Preiszeitreihen sind nicht stationär, da sie meist einen Trend aufweisen, während Renditezeitreihen stationär um den Mittelwert der Renditen sind. Dies wird klar, wenn man folgende Grafiken betrachtet.

Abbildung 2: Tägliche Rendite des Dow Jones Industrial Average seit 1.1.1970 bis 24.6.2008 mit linearer Regression als Trendlinie

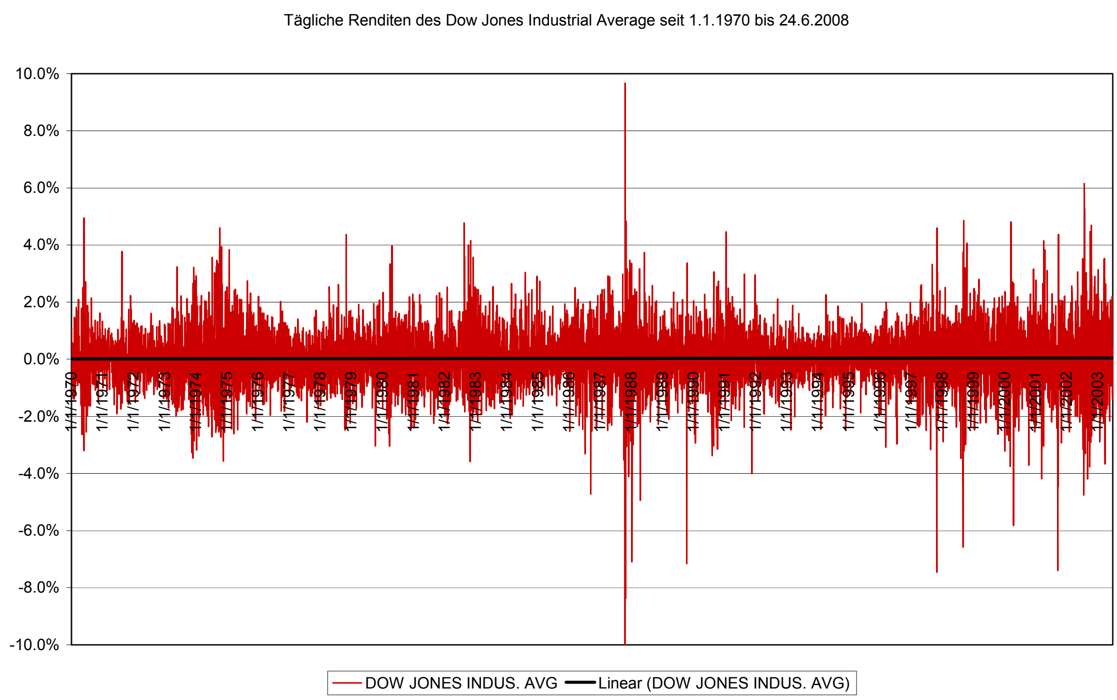
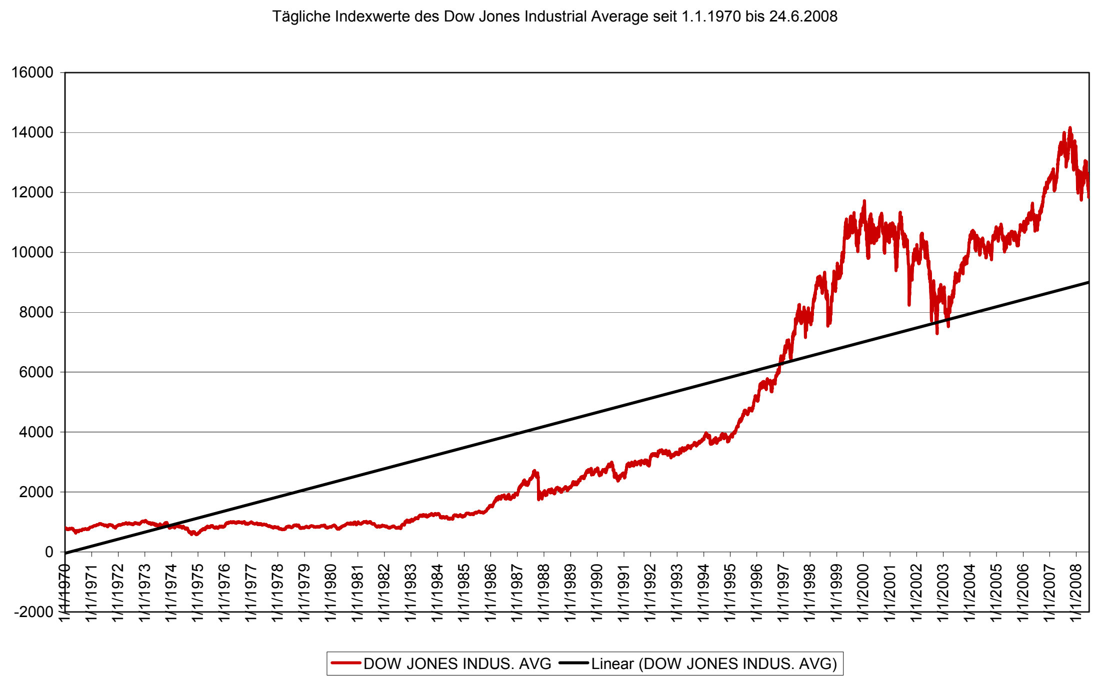


Abbildung 3 Tägliche Indexwerte des Dow Jones Industrial Average seit 1.1.1970 bis 24.6.2008 mit linearer Regression als Trendlinie



Wie klar zu erkennen ist, sind die Renditezeitreitreihen stationär, da kein Trend vorhanden ist. Die Indexwerte bzw. Preise weisen dagegen einen klar positiven Trend auf. Zur Berechnung der Trendlinie, wurde eine Standardlinearregression in Microsoft Excel über die gesamte vorhandene Zeitreihe der Preise bzw. Renditen berechnet und in der Grafik dargestellt.

Ergodizität ist eine rein formale Eigenschaft, die sicherstellt, dass die empirisch bestimmten Durchschnitte tatsächlich in Richtung der Größe konvergieren, die sie darstellen sollen. Für i.i.d Zufallsvariablen ist diese Eigenschaft sichergestellt. Sollte allerdings bei der Untersuchung der Daten festgestellt werden, dass Zweifel an der Gültigkeit dieser Eigenschaft bestehen, so muss dies in die Analyse der Daten (so die Analyse dann mit den üblichen statistischen Methoden möglich ist) miteinbezogen werden.

Von den oben erwähnten „stilisierten“ Fakten stellt sicherlich die Beobachtung von „fat tails“ eine der wichtigsten dar, da die Normalverteilung von Renditen für einige der wichtigsten Entwicklungen in der Finanzwirtschaft in den letzten fünfzig bis sechzig Jahren eine wichtige und notwendige Annahme darstellt. Auch die Durchführung von einfachen

und grundlegenden statistischen Hypothesentests für Renditezeitreihen ist bei einer Nichtnormalität der Verteilung nicht ohne weiteres verlässlich.
Es stellt sich nun die Frage, welche Verteilung in der Lage ist, die oben beschriebenen empirischen Eigenschaften von Renditeverteilungen am besten darzustellen. In der Literatur existiert eine Fülle von Untersuchungen, die sich die Identifizierung der „besten“ Verteilung als Ziel gesetzt haben. Als verschiedene Alternativen wurden zum Beispiel vorgeschlagen: Stabile Verteilungen[12], Student t-Verteilungen[13], hyperbolische Verteilungen[14], normal inverse Gauß’sche Verteilungen[15] und exponentiell gerundete stabile Verteilungen[16], um nur einige zu nennen. Alle hier erwähnten Verteilungen bringen den entsprechenden Adaptierungsbedarf in vielen Bereichen der Finanzwirtschaft mit sich.
In den letzten Jahren hat sich, vor allem durch die Weiterentwicklung der nötigen Theorie durch Mandelbrot (1963), die Verwendung von stabilen und exponentiell gerundeten stabilen Verteilungen als Forschungsschwerpunkt durchgesetzt. Wissenschaftler, die sich besonders intensiv mit stabilen Verteilungen auseinandergesetzt haben sind: Svetlovar Rachev, Stefan Mittnik und Eduardo Schwartz. Anzumerken ist allerdings, dass sich die Familie der stabilen Verteilungen, aufgrund ihrer problematischen statistischen Eigenschaften, in der Praxis kaum bis gar nicht durchgesetzt hat. Die statistischen Eigenschaften der stabilen Verteilungen werden im nächsten Kapitel noch Thema sein. Bevor ich mich genauer mit stabilen Verteilungen auseinandersetze, möchte ich einige Punkte der Normalverteilung, die im Vergleich zur stabilen Verteilung wichtig sind, rekapitulieren.

---

[12] Vgl. Fama (1965), Mandelbrot (1963) und Eugene Fama (1963), Mandelbrot and the Stable Paretian Hypothesis, in Journal of Business Vol. 36, 1963 S. 420-429
[13] Vgl. Robert Blattberg und Nicholas Gonedes (1974), A Comparison of the Stable and Student Distributions as Statistical Models for Stock Prices, in The Journal of Business vol. 47, No.2 (1974) S. 244-280 oder Stanley Kon (1984), Models of Stock Returns – A Comparison, in The Journal of Finance, Vol. 39, No 1. (1984) S. 147-165
[14] Vgl. Ernst Eberlein, Ulrich Keller und Karsten Prause (1998), New insights into smile, mispricing and value at risk: The hyperbolic model, in The Journal of Business, Vol. 71, 1998 s. 371-405
[15] Ole Barndorff-Nielsen (1997), Normal Inverse Gaussian Distributions and Stochastic Volatility Modeling, in Scandinavian Journal of Statistics, Vol. 24, No.1, 1997, S.1-13
[16] Rama Cont, Marc Potters und Jean-Phillipe Bouchard (1997), Scaling in Stock Market data: Stable Laws and Beyond, abrufbar unter http://ssrn.com/abstract=40555

Die Normalverteilung ist als eine der einfachsten stetigen Verteilungen von Zufallszahlen in der Wissenschaft überaus weit verbreitet. Die Bedeutung der Normalverteilung resultiert auch aus dem zentralen Grenzwertsatz. Der zentrale Grenzwertsatz belegt, dass die Verteilungsfunktion einer Folge von i.i.d. Zufallszahlen bei einer wachsenden Anzahl von Zufallszahlen gegen die Verteilungsfunktion der Normalverteilung konvergiert. Die Normalverteilung ist eine stetige, symmetrische Verteilung, die durch ihren Lageparameter und ihren Skalenparameter bereits vollständig beschrieben wird. Der Lageparameter einer Verteilung gibt das Maximum der Verteilungsfunktion an und entspricht bei der Normalverteilung dem Erwartungswert einer aus dieser Normalverteilung gezogenen Zufallszahl. Der Erwartungswert wird aus dem gewichteten Durchschnitt aller möglichen Realisierungen einer Zufallszahl bestimmt. Als Gewichte fungieren die entsprechenden Eintrittswahrscheinlichkeiten der Realisierungen. Die Bezeichnung für den Lageparameter ist der Buchstabe μ. Der Lageparameter ist gleichzeitig auch das erste Moment der Normalverteilung.

Der Skalenparameter bestimmt die Streuung der Zufallszahlen um den Lageparameter und ist bei einer Normalverteilung ident mit der Varianz einer normalverteilten Zufallszahl. Die Bezeichnung für den Skalenparameter ist der Buchstabe σ, wobei die Varianz korrekterweise als σ^2 bezeichnet wird und das zweite Moment der Normalverteilung darstellt. Die Wendepunkte der Verteilungsfunktion liegen bei μ +/- σ. Die Bestimmung der Varianz erfolgt aus der Bildung eines gewichteten Durchschnitts der Abstände der einzelnen Realisierungen vom Erwartungswert. Als Gewichtung werden wiederum die Eintrittswahrscheinlichkeiten der einzelnen Realisierungen herangezogen.

Das dritte und vierte Moment einer Verteilung werden als Schiefe und Kurtosis bezeichnet. Sobald Lage und Skala bekannt sind, können diese beiden und alle höheren Momente aus ihnen bestimmt werden.

Die Schiefe ist ein Maß für die Symmetrie der Verteilung und nimmt Werte zwischen -1 und 1 an, wobei symmetrische Verteilungen einen Schiefewert von 0 aufweisen. Die Kurtosis ist ein Maß für die „Schwere“

der Verteilungsenden, d.h. wie viel Wahrscheinlichkeitsmasse in den extremen Enden der Verteilung angesammelt ist.

3 Stabile Verteilungen

Was sind nun die Eigenschaften der Familie der stabilen Verteilungen, die diese für finanzwirtschaftliche Anwendungen speziell interessant machen. Zuallererst ist die Möglichkeit zur Modellierung von „fat tails“ zu nennen, die, wie bereits weiter oben erwähnt, bei den meisten empirischen Renditeverteilungen auftreten.[17] Hinzu kommt die Invarianz bzw. Stabilität der Verteilung bei der Addition von mehreren stabil verteilten Zufallszahlen. Dies ist insofern für die Anwendung von Interesse, da durch diese Eigenschaft die Summe von stabil verteilten Tagesrenditen, die außerdem i.i.d sein müssen, ebenfalls stabil verteilt mit denselben Stabilitäts- und Schiefeparametern ist.[18] Eine kognitiv schwierig nachzuvollziehende, aber nichtsdestotrotz wichtige Eigenschaft von stabilen Verteilungen ist die unendliche Varianz der Verteilung und damit auch der aus ihr gezogenen Zufallszahlen. Diese Tatsache ist insofern von Belang, da sehr viele Verfahren der Inferenzstatistik (z.B. Ordinary Least Squares Regression) auf der Finitheit der Varianz aufbauen. Sollte die Hypothese von stabil verteilten Renditen tatsächlich nicht verworfen werden können, müsste die Anwendung von vielen Verfahren überdacht und adaptiert werden.

Die Eigenschaft von Stabilität bei Addition führt zu einer weiteren angenehmen Eigenschaft von stabilen Verteilungen. In Weiterführung des Zentralen Grenzwertsatzes existiert der Generelle Zentrale Grenzwertsatz. Während der Zentrale Grenzwertsatz feststellt, dass die Verteilung einer Summe von i.i.d. Zufallszahlen gegen die Normalverteilung konvergiert, stellt der Generelle Zentrale Grenzwertsatz fest, dass die Verteilung einer Summe von i.i.d Zufallszahlen mit steigender Anzahl der Summanden in

[17] Vgl. John P. Nolan (2007) Stable Distributions – Models for Heavy Tailed Data, Birkhäuser (2007), Boston, Buch in Arbeit Kapitel 1 online auf http://academic2.american.edu/~jpnolan

[18] Vgl. Fama (1963), S. 424

Richtung einer Grenzverteilung konvergiert. Diese Grenzverteilung ist eine stabile Verteilung mit 0<α<2 (dazu mehr im nächsten Kapitel).[19]

Durch diese Ähnlichkeit zur Normalverteilung lassen sich verschiedene bewährte Konzepte aus der Finanzwirtschaft, die durch die Annahme von normal verteilten Renditen funktionieren, auch unter der Annahme von stabil verteilten Renditen verwenden.

3.1 Die Parameter einer stabilen Verteilung

Normalverteilungen und ihre Momente werden durch die Parameter μ und σ vollständig beschrieben, da sich alle höheren Momente aus den ersten beiden (μ und σ) ergeben. Ebenso existieren geschlossene Formen für Dichte- und Verteilungsfunktion, die ebenfalls durch die ersten beiden Momente vollständig beschrieben werden können.

Stabile Verteilungen haben im Gegensatz dazu keine geschlossenen Formen für Dichte- und Verteilungsfunktionen, da die charakteristische Funktion nicht differenziert werden kann. Sie werden daher nur durch charakteristische Funktionen beschrieben. Der Logarithmus der charakteristischen Funktion der stabilen Verteilung lautet:[20]

$$\log f(t) = \log \int_{-\infty}^{\infty} \exp(iuz) d \Pr(U < u) =$$

$$i\delta z - \gamma |z|^{\alpha} \left[1 + i\beta(z/|z|) \tan(\alpha\pi/2)\right]$$

Relevant aus diesem zugegebenermaßen komplexen Ausdruck sind die vier Parameter α, β, γ und δ, deren Rolle durchaus mit den vier „klassischen" Momenten einer Verteilung nach Karl Pearson verglichen werden kann.[21] Dies ist allerdings nicht wörtlich zu verstehen, da das zweite Moment von stabilen Verteilungen mit α < 2 infinit ist. Weiters ist bei einem α < 1 auch das erste Moment infinit, was dazu führt, dass alle jeweils höheren Momente existieren.

α entspricht in etwa der Kurtosis, da α ein Maß für die „Höhe" der Verteilungsenden bzw. die Wahrscheinlichkeit in den extremen Enden der

[19] Vgl. Fama (1963), S. 425
[20] Mandelbrot (1963), S.397
[21] Vgl. Mandelbrot(1963) S.397

Verteilung ist. α wird als Index der Stabilität bezeichnet und kann Werte zwischen 0 und 2 annehmen (obwohl Loretan und Philips (1994)[22] Werte zwischen 2 und 4 finden), wobei ein α von 2 der Normalverteilung entspricht. Bei der Analyse von Preiszeitreihen kann α einen ersten Hinweis auf die Gültigkeit der Normalverteilung liefern. Je kleiner α wird, desto schwerer bzw. dicker werden die extremen Enden der Verteilung, bzw. desto leptokurtischer wird die Verteilung. α wird als Index für die Stabilität bezeichnet, da bei der Addition von Zufallszahlen, die mit identischem α verteilt sind, wiederum eine stabile Verteilung mit α das Ergebnis ist. Hinzuzufügen ist, dass das α einer stabilen Verteilung durchaus verwandt, aber keineswegs identisch mit Paretos Exponent ist.[23]

Der zweite Parameter β entspricht in etwa der Schiefe und gibt daher die Symmetrie der betrachteten Verteilung an. β kann Werte zwischen -1 und 1 annehmen, wobei ein Wert von 0 einer symmetrischen Verteilung entspricht. Wenn β Werte von > 0 annimmt, so ist die Verteilung rechtsschief, bzw. hat ein langes rechtes Ende. Ebenso gilt das Gegenteil für Verteilungen, die β Werte von < 0 aufweisen.

Der dritte Parameter γ entspricht in etwa der Standardabweichung, ist daher ein Maß für die Schwankungsbreite der Verteilung und stellt die Generalisierung der Standardabweichung dar. Dies ist allerdings nicht allzu wörtlich zu verstehen, da im stabilen Fall die Varianz infinit ist. Im Rahmen der stabilen Verteilungen wird γ als Skalenparameter bezeichnet. γ teilt weiters die Additivitätseigenschaft der Varianz bzw. Standardabweichung.

Als vierter Parameter bleibt δ. δ entspricht dem Mittelwert einer Verteilung und ist daher der Lageparameter einer Stabilen Verteilung. Zu beachten ist allerdings, dass δ nur definiert ist, wenn $\alpha<1$ ist. Bei der Modellierung von Finanzdaten wird daher im Allgemeinen angenommen, dass α im Bereich zwischen 1 und 2 liegt.[24]

---

[22] Mico Loretan und Peter Phillips (1994), Testing the covariance stationarity of heavy tailed time series, in Journal of Empirical Finance 1, Issue 2, 1994, S. 211-248

[23] Benoit Mandelbrot(1967), The Variation of some other speculative Prices, in The Journal of Business, vol. 40, No.4 (Oct. 1967 S. 398

[24] Vgl. Mandelbrot (1963) S. 398

Die Normalverteilung ist ein spezieller Fall der stabilen Verteilungen und ist dementsprechend die einzige stabile Verteilung, deren zweites Moment finit ist. Der Logarithmus der charakteristischen Funktion der Normalverteilung lautet:

$$\log f(t) = i\mu t - \frac{\sigma^2}{2} t^2$$

Offensichtlich gelten die Parameter $\alpha = 2$, $\beta = 0$, $\gamma = \sigma^2/2$ und $\delta = \mu$ für die Normalverteilung als Spezialfall der Familie der stabilen Verteilungen.

Im Rahmen von finanzwirtschaftlichen Anwendungen sind natürlich auch die Eigenschaften von multivariaten Verteilungen von Interesse. Im Gegensatz zur Normalverteilung ist der Übergang zum multivariaten Fall durchaus nicht trivial. An Parametern vom univariaten Fall bleiben α und δ erhalten, wobei δ zum Vektor der Lageparameter der einzelnen Variablen wird. β und γ fallen in einen Parameter Γ zusammen.

Weiters sind im multivariaten Fall die Abhängigkeiten zwischen den einzelnen Variablen von Interesse. Durch die Infinitheit des zweiten Moments für alle stabilen Verteilungen mit $\alpha < 2$, ist die Kovarianz, ebenso wie die Varianz, nicht definiert. Tokat et al.(2003)[25] präsentieren allerdings einen Ansatz zur Modellierung dieser Abhängigkeiten, der es ermöglicht, eine „gerundete“ Kovarianzmatrix zu generieren, die sehr weit außen liegende Extrema ignoriert. Einen interessanteren Ansatz bieten Bradley und Taqqu(2003)[26]. In diesem Artikel werden explizit die Abhängigkeiten der einzelnen Variablen voneinander in den Extrembereichen der jeweiligen multivariaten Verteilung berücksichtigt. Dies ist insofern sinnvoll, da speziell in sogenannten „Crash-Phasen Hinweise für den temporären Zusammenbruch der Korrelations- und Kovarianzstruktur existieren.[27]

Im Hinblick auf die Schätzung der einzelnen Parameter existieren verschiedene Methoden. Die ersten Versuche in dieser Richtung stammen

---

[25] Tokat et. al. (2003) S. 10

[26] Brendan Bradley und Murad Taqqu(2003), Financial Risk and Heavy Tails, in Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance, Elsevier, Amsterdam, Kapitel 2, S. 35-103

[27] Vgl. Pierre Cizeau, Marc Potters, Jean Pierre Bouchard (2001), Correlation structure of extreme stock returns, in Quantitative Finance 1 , S 217-222

von Fama und Roll (1968)[28] und Fama und Roll (1971)[29]. In diesen beiden Studien werden speziell symmetrische stabile Verteilungen untersucht und der Versuch unternommen, empirische kumulative Dichtefunktionen (cdf) und entsprechende Wahrscheinlichkeitstabellen zu erstellen. Aus diesen cdf's entwickeln die Autoren relativ einfache Schätzer für die drei im symmetrischen Fall relevanten Parameter (α, γ und δ). Neuere Arbeiten beispielsweise von Rachev und Mittnik (2001) oder Nolan (2007)[30] wählen einen anderen Zugang. Nolan (2007) beispielsweise entwickelt den Maximum Likelihood Ansatz von Nolan (1999)[31] weiter, der in Form einer Stand alone Software und als Bibliothek für R, matlab, Mathematica und ähnliche Programme zur Verfügung steht.

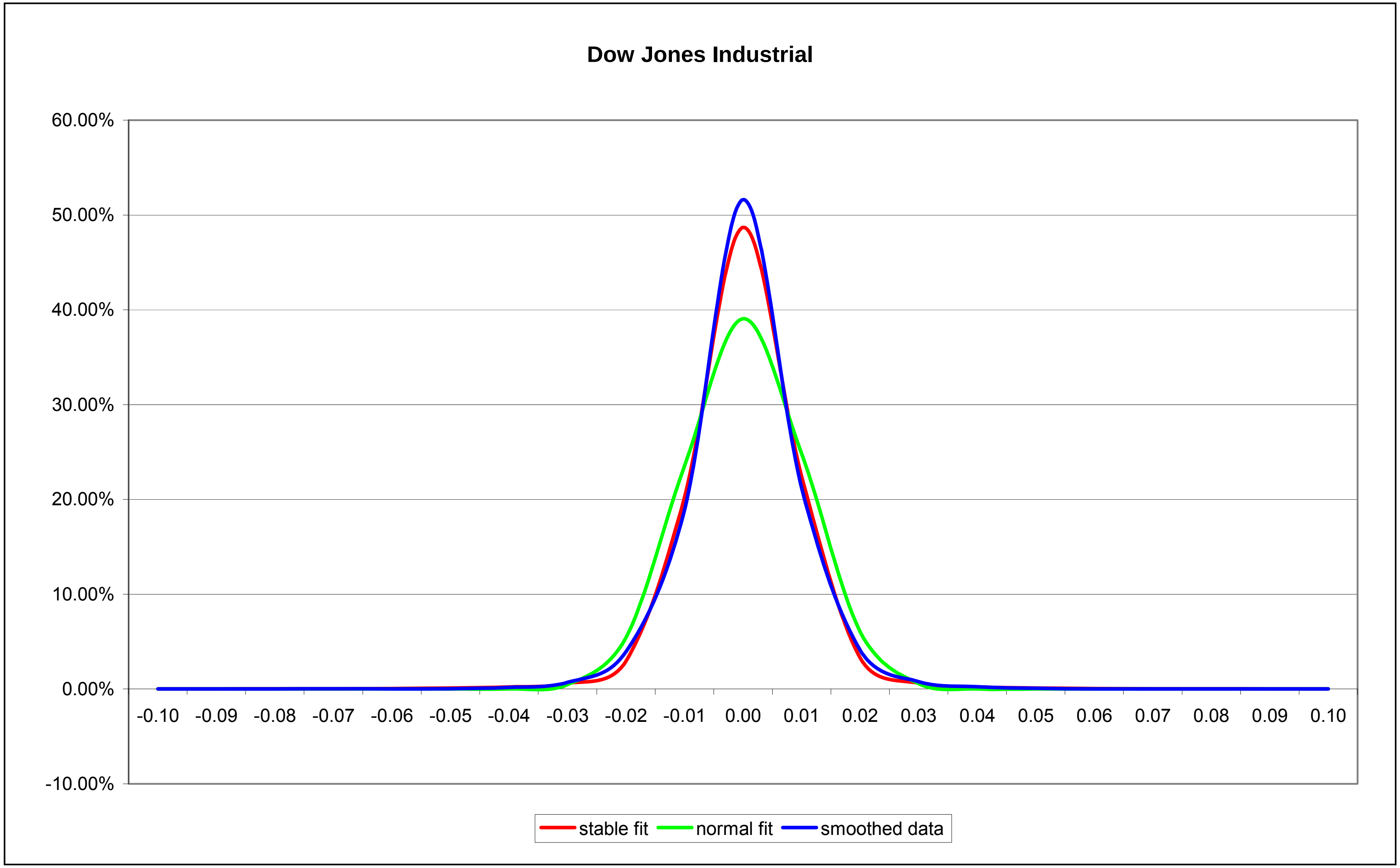
Unter Verwendung dieser Software möchte ich als Einstieg für die Diskussion der Begründungen für den Einsatz der stabilen Verteilungen einige Grafiken präsentieren. Als Basis dienen die gleichen Daten, die für die Erstellung der Häufigkeitsverteilungen am Beginn dieser Arbeit eingesetzt wurden. (Stetige Tagesrenditen von 5 Aktienindizes seit 1.1.1975, bzw. seit Verfügbarkeit, für den € Stoxx ab 1.1. 1987, für den RTS seit 1.9.1995). Aus den Tagesrenditen wurden mittels Nolans Software empirische Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen (pdf) unter Annahme von stabil verteilten Renditen geschätzt. Zu Vergleichszwecken wurde die gleiche Analyse unter der Annahme von Normalverteilung durchgeführt (d.h. α wurde fix mit einem Wert von 2 angenommen, während β fix mit einem Wert von 0 angenommen wurde)

[28] Eugene Fama und Richard Roll (1968), Some Properties of Symmetric Stable Distributions, in The Journal of the American Statistical Association, Vol.63, Nr. 323, 1968 S.817-836

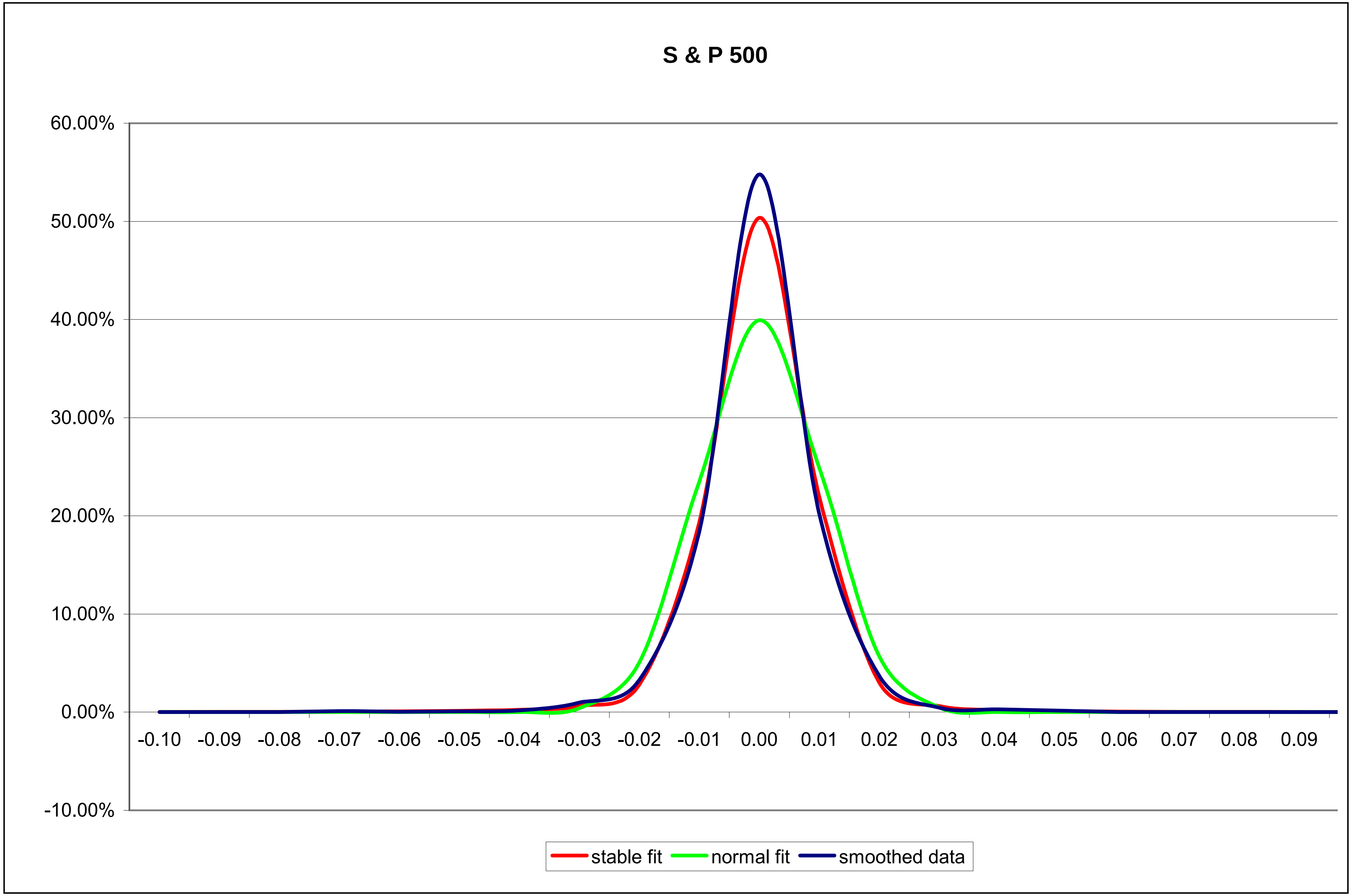
[29] Eugene Fama und Richard Roll (1971), Parameter Estimates for Symmetric Stable Distributions, in The Journal of the American Statistical Association, vol. 66, No 334, 1971, S.331-338

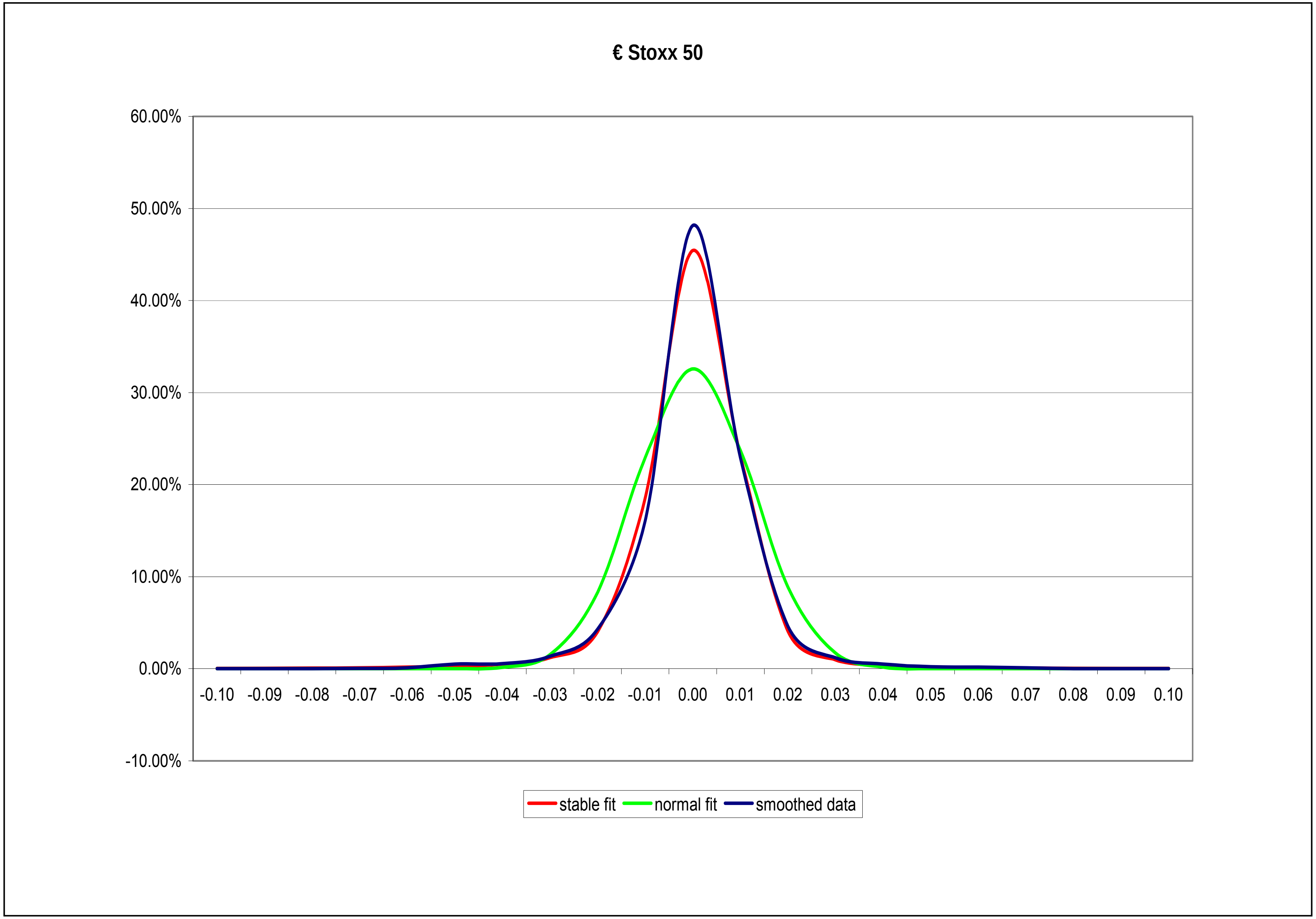
[30] Vgl. John P. Nolan (2007)

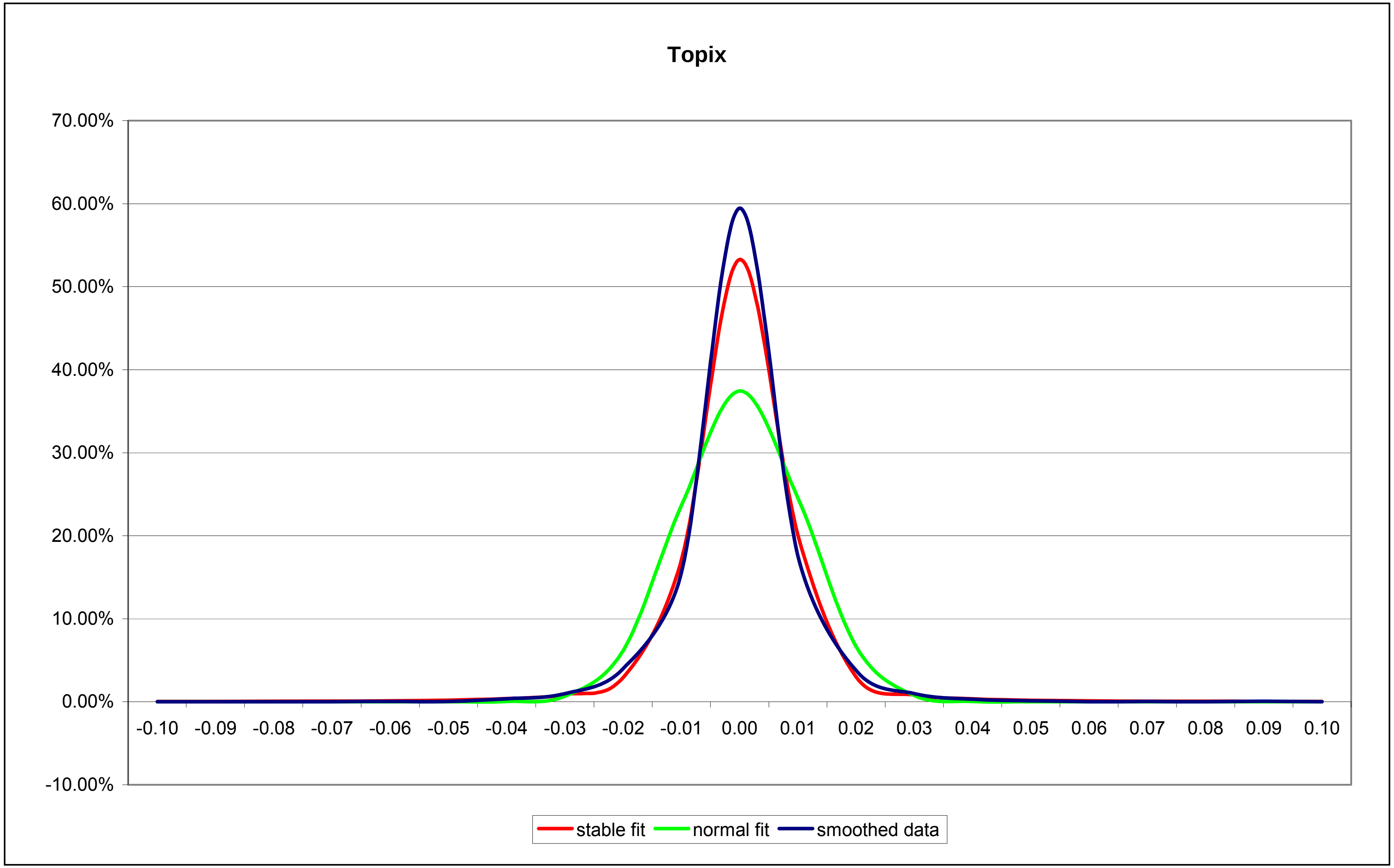
[31] John P. Nolan (1999), Maximum likelihood estimation and diagnostics for stable distributions, Manuskript unter http://academic2.american.edu/~jpnolan/stable/stable.html abrufbar

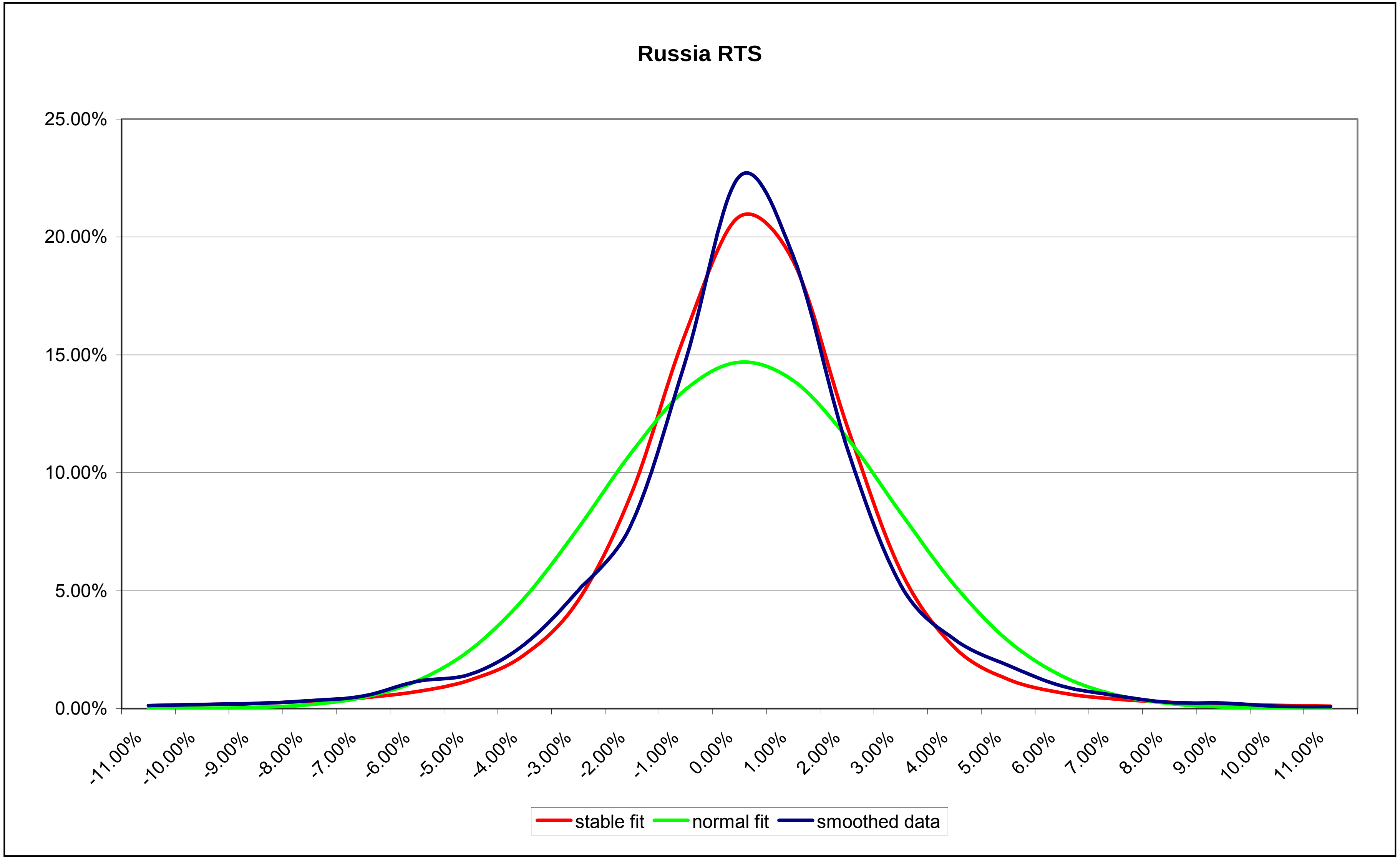


Dow Jones Industrial
60.00%
50.00%
40.00%
30.00%
20.00%
10.00%
0.00%
-10.00%
-0.10 -0.09 -0.08 -0.07 -0.06 -0.05 -0.04 -0.03 -0.02 -0.01 0.00 0.01 0.02 0.03 0.04 0.05 0.06 0.07 0.08 0.09 0.10
stable fit
normal fit
smoothed data


S & P 500
60.00%
50.00%
40.00%
30.00%
20.00%
10.00%
0.00%
-10.00%
-0.10
-0.09
-0.08
-0.07
-0.06
-0.05
-0.04
-0.03
-0.02
-0.01
0.00
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
0.06
0.07
0.08
0.09
stable fit
normal fit
smoothed data


€ Stoxx 50
60.00%
50.00%
40.00%
30.00%
20.00%
10.00%
0.00%
-10.00%
-0.10 -0.09 -0.08 -0.07 -0.06 -0.05 -0.04 -0.03 -0.02 -0.01 0.00 0.01 0.02 0.03 0.04 0.05 0.06 0.07 0.08 0.09 0.10
stable fit
normal fit
smoothed data


Topix
70.00%
60.00%
50.00%
40.00%
30.00%
20.00%
10.00%
0.00%
-10.00%
-0.10 -0.09 -0.08 -0.07 -0.06 -0.05 -0.04 -0.03 -0.02 -0.01 0.00 0.01 0.02 0.03 0.04 0.05 0.06 0.07 0.08 0.09 0.10
stable fit
normal fit
smoothed data



Russia RTS
25.00%
20.00%
15.00%
10.00%
5.00%
0.00%
-11.00%
-10.00%
-9.00%
-8.00%
-7.00%
-6.00%
-5.00%
-4.00%
-3.00%
-2.00%
-1.00%
0.00%
1.00%
2.00%
3.00%
4.00%
5.00%
6.00%
7.00%
8.00%
9.00%
10.00%
11.00%
stable fit
normal fit
smoothed data

Wie aus den Grafiken ersichtlich ist, sind stabile Verteilungen um einiges besser in der Lage, die empirische Verteilung von Renditezeitreihen zu beschreiben, als es die Normalverteilung ist. Klarerweise reicht die grafische Untersuchung des „goodness of fit“ nicht aus, um die Anwendung der stabilen Verteilungen ausreichend zu rechtfertigen.

3.2 Evaluierung der stabilen Verteilung

Seit Mandelbrot (1963) erstmals die stabile Verteilung als Modell für die Beschreibung der Verteilung von Renditen vorschlug, wurde die Eignung der stabilen Verteilung von verschiedenen Autoren unterstützt und von anderen angezweifelt. Als ernstzunehmende Alternative wurde in der Literatur vor allem die t-Verteilung immer wieder vorgeschlagen und untersucht.

Die ursprüngliche Argumentation von Mandelbrot (1963) zur stabilen Verteilung von Renditen stützt sich primär auf das Scheitern der Normalverteilung bei der Zuordnung von korrekten Wahrscheinlichkeiten zu größeren Preisbewegungen. Aus dieser Grundbeobachtung analysiert Mandelbrot (1963) das Verhalten der extremen Enden der Verteilung und kommt zu der Schlussfolgerung, dass diese dem exponentiellen Gesetz von Pareto gehorchen. Die Familie der stabilen Verteilungen vereint die Beschreibung der Enden der Verteilung gemäß dem Gesetz von Pareto, mit der Aufrechterhaltung einer, dem Anwender entgegenkommenden, Eigenschaft der Normalverteilung, der Stabilität unter Addition. Hinzu kommt, dass die untersuchte empirische Verteilung nicht exakt der spezifizierten theoretischen Verteilung entsprechen muss. Es reicht aus, dass sich die empirische Verteilung im Anziehungsbereich der theoretischen Verteilung befindet, um verlässliche Ergebnisse zu erhalten.[32] Mandelbrot (1963) unterstützt seine theoretischen Erkenntnisse mit der empirischen Anwendung auf die Preise von Baumwollfutures. Diese werden unterstützt durch die Untersuchung von weiteren Rohstofffutures und Aktien von Eisenbahngesellschaften in einer

[32] Vgl. Yessim Tokat und Svetlovar Rachev (2003), Asset Liability Management: A review and some new results in the presence of heavy tails, in Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance, Herausgeber S. Rachev, Elsevier/North Holland, Amsterdam

späteren Studie.[33] Außerdem zeigt Mandelbrot (1963) auch, dass stabile Verteilungen besser als die Normalverteilung geeignet sind, die diskrete Natur der Preisbewegungen an Wertpapierbörsen zu erfassen. Beispiel ist die New York Stock Exchange, an der die kleinste Preisbewegung ein 1/8 US-Dollar ist. In der Finanzwirtschaft wird allerdings unterstellt, dass Preise stetige Zahlen sind und daher in unendliche Intervalle unterteilt werden können. Die Problematik der Unterschiede zwischen Theorie und Praxis wurde auch später von Gottlieb und Kalay (1985)[34] untersucht. Gottlieb und Kalay (1985) stellen in diesem Zusammenhang auch fest, dass die Schätzer für Varianz und alle weiteren höheren Momente durch die diskrete Natur der Preisbewegungen verzerrt werden. Leider wird in dieser Untersuchung die von Mandelbrot (1963) angesprochene Eignung der stabilen Verteilung für solche Fälle nicht nochmals untersucht.

Mandelbrot (1963) wird von Fama (1965) unterstützt, der die Methoden von Mandelbrot (1963) auf die 30 Aktien des Dow Jones Industrial Average anwendet und zum gleichen Schluss wie Mandelbrot (1963) kommt. Zusätzlich kann Fama (1965) zeigen, dass die beiden wichtigsten Grundlagen für die Gültigkeit der Random-Walk Hypothese generell, aber auch speziell für stabil verteilte Renditen gültig sind. Hinzu kommt der Test von alternativen Erklärungen für die „fat-tails“ von Renditezeitreihen. Alternative Ansätze werden von ihm anhand empirischer Belege verworfen. Einer dieser alternativen Ansätze ist die die Hypothese, dass Renditeverteilungen in Wirklichkeit die Kombination von mehreren Normalverteilungen mit unterschiedlichen Varianzen sind. Diese Überlegung stammt aus der Beobachtung des Wochenendeffektes.[35] Eine andere verworfene Hypothese ist, dass ein kausaler Zusammenhang zwischen Nichtstationarität des Mittelwerts der Rendite im Zeitverlauf und

---

[33] Benoit Mandelbrot(1967), The Variation of some other speculative Prices, in The Journal of Business, vol. 30, No.4 (Oct. 1967), S. 393-413

[34] Gary Gottlieb und Avner Kalay, Implications of the Discreteness of Observed Stock Prices, in The Journal of Finance, Vol. 40, No. 1 (1985), S.135-153

[35] Der Wochenendeffekt beschreibt die Beobachtung, dass die Tagesrenditen von Montagen systematisch negativ sind, während die Renditen der restlichen Wochentage systematisch positiv sind. Dieser Effekt ist in der Literatur überaus gründlich dokumentiert, wie beispielsweise in Fama (1965) für Aktien im Dow Jones Industrial Average und in Walter Krämer und Ralf Runde (1996), Stochastic Properties of German Stock Returns, in Empirical Economics 21 für die Aktien des DAX.

„fat-tails“ besteht. In zwei weiteren Arbeiten gemeinsam mit Richard Roll (Fama und Roll (1968) und Fama und Roll (1971)) werden weitere empirische Untersuchungen der Hypothese von stabil verteilten Renditen durchgeführt. Speziell von Interesse sind Abschnitt 4 und 5 in Fama und Roll (1971), da hier ein erster „Goodness of Fit“ Test für stabile Verteilungen und ein Test für die Stabilität von Zeitreihen vorgestellt und durchgeführt werden. Wichtig ist in dieser Arbeit, dass auch hier die alternative Erklärung von „fat-tails“ durch eine Mischung von Normalverteilungen evaluiert und zu Gunsten der Stabilverteilungshypothese verworfen wurde.

Blattberg und Gonedes (1974)[36] sind die ersten Autoren, die als Antwort auf die Verwerfung der Normalverteilungshypothese nicht mit der stabilen Verteilung antworten, sondern stattdessen die Student t-Verteilung vorschlagen. Dies hat im Vergleich zur stabilen Hypothese mehrere Konsequenzen. Einerseits existieren für die t-Verteilung alle Momente, die kleiner als der Freiheitsgrad der zugrunde liegenden Verteilung sind. In den meisten Arbeiten, die sich mit der Untersuchung der t-Verteilung beschäftigen, wird ein Freiheitsgrad von > 2 gefunden. Ein Beispiel dafür ist Rogalski und Vinso (1978)[37], die Währungswechselkurse untersuchen und Freiheitsgrade im Bereich von 3,91 und 3,93 finden. Blattberg und Gonedes (1974) selbst finden Werte für den Freiheitsgrad, bei 30 amerikanischen Aktien zwischen 3 und 13 (je nach untersuchtem Titel). Dementsprechend kann davon ausgegangen werden, dass für den Großteil der betrachteten Zeitreihen die Varianz endlich ist. Weiters gilt für die t-Verteilung der Zentrale Grenzwertsatz im ursprünglichen Sinne, dass die Summe von t-verteilten Zufallszahlen bei einer größeren Anzahl von Summanden gegen die Normalverteilung konvergiert. Dies steht im Gegensatz zur stabilen Verteilung, deren Eigenschaft von Stabilität ja geradezu die Nichtkonvergenz der Verteilung in irgendeine Richtung bei der Summierung von stabil verteilten Zufallszahlen bewirkt.

[36] Robert Blattberg und Nicholas Gonedes (1974), A Comparison of the Stable and Student Distributions as Statistical Models for Stock Prices, in The Journal of Business vol. 47, No.2 (1974) S. 244-280

[37] Richard Rogalski und Joseph Vindo (1978), Empirical Properties of Foreign Exchange Rates, in The Journal of International Business Studies, Vol. 9, No. 2, (1978), S. 69-79

Ein Großteil der Veränderungen, die in der gesamten Finanzwirtschaft durch die Gültigkeit der Stabilitätshypothese nötig werden, ist bei einer t-Verteilung der Renditen nicht notwendig. Zusätzlich weist die t-Verteilung gut definierte Dichtefunktionen für sämtliche Freiheitsgrade auf und ermöglicht daher eine problemlose Anwendung in Theorie und Praxis.

Die oben angesprochene Konvergenz der t-Verteilung gegen die Normalverteilung, im Gegensatz zur Stabilität unter Addition der stabilen Verteilung, ist auch der Angelpunkt der Untersuchung von Blattberg und Gonedes (1974). Sie entwickeln eine Methode zum Vergleich der beiden Modelle auf Basis einer Maximum Likelihood Funktion. Nach ausführlicher Kalibrierung der Methode an simulierten t-verteilten und stabil verteilten Daten kommen die Autoren zum Schluss, dass die t-Verteilung eine bessere Beschreibungsfähigkeit als die stabile Verteilung besitzt. Zu beachten ist hier allerdings, dass die Autoren einerseits symmetrisch stabile Verteilungen untersuchen und andererseits die Schätzer für die stabilen Parameter von Fama und Roll (1971) zur Untersuchung heranziehen. In der Zwischenzeit stehen weitaus verlässlichere Methoden zur Schätzung der Parameter zur Verfügung (vgl. Nolan (2001)) deren „Goodness of Fit" weitaus besser ist als die Ergebnisse von Fama und Roll (1971) und die Ergebnisse von Blattberg und Gonedes (1974). Bereits Hsu et al. (1974)[38] thematisiert, dass die Verwerfung der Hypothese von stabil verteilten Renditen auf Basis der Schätzer von Fama und Roll (1971) nicht korrekt sein könnte, da die Schätzer von Fama und Roll (1971) keine verlässlichen Ergebnisse liefern. „Because of the ineffeciency of the Fama-Roll estimators (…) a goodness of fit test based on these estimators could be misleading. "[39]

Unterstützung bzw. Grundlage für die Ergebnisse von Blattberg und Gonedes (1974) ist die Arbeit von Praetz (1972).[40] Interessant ist hier, dass Praetz den Vergleich der beiden Modelle durch andere Methoden

[38] Der-Ann Hsu, Robert Miller und Dean Wichern(1974), On the stable Paretian Behavior of Stock Market Prices, in The Journal of the American Statistical Association, Vol. 69, No 345 (1974), S.108-113
[39] Hsu et al. (1974), S. 109
[40] Peter Praetz (1972), The Distribution of Share Price Changes, in The Journal of Business Vol. 45, No. 1 (1972), S. 49-55

vornimmt (Minimierung der χ^2 Statistik im Hinblick auf beide Modelle) und zu denselben Ergebnissen wie Blattberg und Gonedes (1974) kommt, während die Methoden von Praetz in Blattberg und Gonedes (1974) heftig kritisiert werden. Im Mittelpunkt der Kritik steht hier die Verwendung der χ^2 Statistik. Praetz (1972) versucht α durch die Minimierung der χ^2 Statistik im Hinblick auf α zu minimieren. Da die χ^2 Statistik für die Normalverteilung allerdings ein α von 2 annimmt (bzw. ergibt sich dies aus der charakteristischen Funktion der stabilen Verteilung), kann die χ^2 Statistik für die Normalverteilung nie kleiner als die der stabilen Verteilung sein. Dementsprechend stellt die χ^2 Statistik keinen verlässlichen Test zur Evaluierung des „Goodness of Fit" von Normalverteilung und stabiler Verteilung dar.

Die stabile Hypothese wird, wiederum auf anderer Grundlage, ebenfalls von Hsu et al. (1974) verworfen. Die Begründung für die Ablehnung der stabilen Hypothese und gleichzeitig die Erklärung für die „fat-tails" von Renditeverteilungen wird vielmehr in der Nichtstationarität der Renditezeitreihen vermutet. Die Autoren argumentieren, dass es nicht zielführend sein kann, zu lange Perioden bei der Analyse von Zeitreihen zu betrachten. Durch ständig auftretende, schockartige Veränderungen (technologische, politische Innovationen etc.) entsteht eine Vielzahl von in sich homogenen Perioden, die allerdings untereinander nicht verglichen werden können. Werden diese jedoch verglichen, so ist die Beobachtung von infiniter Varianz zwar verständlich, die daraus gezogene Inferenz ist allerdings nicht gültig. Als Alternative wird vorgeschlagen, Subperioden unter der Voraussetzung von homogener Aktivität zu identifizieren und jede Subperiode separat zu untersuchen. Nach Meinung der Autoren reicht zur Untersuchung der einzelnen Perioden die Normalverteilung bzw. eine Mischung von mehreren Normalverteilungen durchaus aus. Daraus folgern die Autoren, dass speziell auf der monatlichen Betrachtungsebene die stabile Hypothese verworfen werden muss. Aufbauend auf der Arbeit von Hsu et al. führt Perry (1983)[41] eine Untersuchung von 37 Aktienrenditen im Hinblick auf die Finitheit bzw. Infinitheit der Varianz durch. Speziell von Interesse ist seine Untersuchung insofern, als die Nichtstationarität der Varianz im Zeitablauf kontrolliert wird, um zu vermeiden, dass durch diesen Umstand falsche Schlüsse gezogen werden. Die verwendete Testmethode ist verblüffend einfach. Die Stichprobenvarianz wird für immer längere Betrachtungszeiträume geschätzt und anschließend wird ein Trend der verschiedenen Varianzschätzer untersucht. Wenn nun der Steigungskoeffizient signifikant positiv ist, so kann die Nullhypothese von finiter Varianz verworfen werden. Nach umfangreichen Tests der Methode im Hinblick auf Robustheit, Typ I und Typ II Fehler, wird die Untersuchung der Daten durchgeführt. Das Ergebnis der Untersuchungen ist, ebenso wie bei Hsu et al., der Nachweis von nicht stationärer Varianz im Zeitverlauf, wobei gleichzeitig die Nullhypothese von finiter Varianz nicht verworfen werden kann.

Kon (1984)[42] führt die Untersuchungen von Praetz (1972) und Blattberg und Gonedes (1974) fort, vertritt allerdings im Gegenzug die These, dass eine Mischung von 1-5 Normalverteilungen mit unterschiedlichen Parametern das am besten geeignete Modell zur Beschreibung von Renditen darstellt. Die ökonomischen Begründungen für die Mischung von verschiedenen Normalverteilungen sind einerseits strukturelle Marktveränderungen, die sich aus Aktiensplits und anderen exogenen Marktereignissen ergeben und andererseits zyklische Marktveränderungen, die sich aus Wochentagseffekten oder saisonalen Gewinnankündigungen ergeben. Um seine These zu untermauern, vergleicht Kon (1984) den „Fit“ von verschiedenen Mischungen von Normalverteilungen mit der t-Verteilung in der Spezifikation von Blattberg und Gonedes (1974). Als Ausgangspunkt für den Vergleich der beiden Hypothesen zerlegt Kon (1984) die Renditezeitreihen der betrachteten

[41] Philip Perry (1983), More Evidence on the Nature of the Distribution of Security Returns, in The Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 18, No 2 (1983), S. 211-221

[42] Stanley J. Kon (1984), Models of Stock Returns – A Comparison, in The Journal of Finance, Vol. 39, No 1 (1984), S. 147-165

Titel in Subperioden bzw. Subzeitreihen, die dann jeweils separat auf Normalität der Verteilung getestet werden. In Anlehnung an den bereits von Fama (1965) beobachteten Wochentagseffekt unterteilt Kon (1984) die Renditezeitreihen nach Wochentag und Kalenderjahr, um sowohl zyklische, als auch strukturelle Marktveränderungen zu berücksichtigen. Obwohl die genauen Zahlen nicht veröffentlicht wurden, beobachtet Kon (1984) durch diese doppelte Unterteilung in Wochentage und Jahre ein Abnehmen von Kurtosis und Schiefe bei einer gleichzeitig ebenfalls abnehmenden Zahl von Stichproben, in denen die Nullhypothese der Normalverteilung nicht verworfen werden kann. Auf Basis dieser Erkenntnisse entwickelt Kon (1984) ein generelles Modell für Mischungen von Normalverteilungen und stellt gleichzeitig vor, wie mittels einer Likelihood Funktion zwei verschiedene Verteilungen miteinander verglichen werden können. Die Anwendung dieser Likelihood Funktion auf die t-Verteilung und auf die Mischung von Normalverteilungen mit empirischen Daten deutet relativ eindeutig auf die Überlegenheit der Mischung von Normalverteilungen hin.

Der Fülle von Autoren, die die stabile Hypothese zugunsten der t-Verteilung oder einer Mischung von Verteilungen ablehnen, steht natürlich auch eine Fülle von Autoren gegenüber, die die stabile Hypothese präferieren und damit auch die Grundlage für die heutige intensive Beschäftigung mit dem Komplex der stabilen Verteilungen geschaffen haben. Die oben bereits erwähnten Arbeiten von Mandelbrot (1963), Mandelbrot (1967), Fama (1965), Fama und Roll (1968) und Fama und Roll (1971) stellen gewissermaßen den Grundstock an Erkenntnissen über stabile Verteilungen dar. Um die Theorie mit ausreichend Empirie zu unterstützen und als Antwort auf die oben genannten Kritiker der stabilen Hypothese entstanden die Arbeiten von Fielitz (1976)[43], Fielitz und

[43] Bruce Fielitz (1976), Further Results on Asymmetric Stable Distributions of Stock Price Changes, in The Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 11, No.1 (1976) S. 39-55

Rozelle (1983)[44], Fielitz und Smith (1972)[45], Teichmoeller(1971)[46], Paloella (2001)[47] und Mittnik et al. (2000)[48].

Teichmoeller (1971) repliziert den Test von Fama und Roll (1971) für die ersten 30 Aktien der New York Stock Exchange. Im Rahmen dieses Tests wird zu allererst ein Wert für α geschätzt (als Schätzer wird die relativ grobe Methode von Fama und Roll (1971) verwendet). Anschließend wird die Stichprobe in 2 oder mehr sich nicht überlappende Sub-Stichproben geteilt. Die Sub-Stichproben werden addiert und anschließend wird erneut der charakteristische Exponent α geschätzt. Wenn die zugrunde liegende Verteilung stabil ist, dann sollte α konstant bei einer steigenden Anzahl von Sub-Stichproben bleiben. Steigt α monoton an und konvergiert gegen 2, so liegt die Vermutung nahe, dass die Verteilung, die den Renditen zugrunde liegt, normal bzw. eine Mischung aus mehreren Normalverteilungen ist. Teichmoeller (1971) findet nur für drei der untersuchten 30 Titel einen monotonen Anstieg von α bei einer steigenden Anzahl von Sub-Stichproben. Dies ist für Teichmoeller (1971) ausreichend, um die Normalverteilungs- bzw. die Mischungshypothese zu verwerfen. Obwohl die verwendete Methode überaus trivial ist und außerdem keinen statistischen Test für Signifikanz zulässt, stellt die kurze Arbeit von Teichmoeller (1971) eine empirische Anwendung der von Fama und Roll (1971) vorgestellten Schätzer für α dar, die die Erkenntnisse von Fama und Roll (1971) unterstützt. Leider klammert Teichmoeller (1971) in seiner Untersuchung Renditen, die über Wochenenden und Feiertage hinweg entstehen, aus. Dies ist insofern bedenklich, da gerade Kon (1984) die abnormal hohen Renditen, die an Wochenenden entstehen, unter anderem für die Beobachtung von „fat-tails" verantwortlich macht.

---

[44] Bruce Fielitz und James Rozelle (1983), Stable Distributions and the Mixtures of Distributions Hypothesis for Common Stock Returns, in The Journal of the American Statistical Association, Vol. 78, No 381, (1983), S. 28-36

[45] Bruce Fielitz und Earnest Smith (1972), Asymmetric Stable Distributions of Stock Price Changes, in The Journal of the American Statistical Association, Vol.67, No. 340 (1972), S. 813-814

[46] John Teichmoeller (1971), A Note on the Distribution of Stock Price Changes, in The Journal of the American Statistical Association, Vol. 66, No. 334, (1971), S.282-284

[47] Marc Paloella (2001), Testing the Stable Paretian Assumption, in Mathematical and Computer Modeling 34 (2001) S.1095-1112

[48] Stefan Mittnik, Marc Paloella und Svetlovar Rachev (2000), Diagnosing and treating fat tails in financial returns data, in The Journal of Empirical Finance 7 (2000), S. 389-416

Fielitz und Smith (1972) führen eine noch einfachere Untersuchung mit 200 Aktien, die an der New York Stock Exchange notieren, durch. Die Methode von Fielitz und Smith (1972) unterscheidet sich nicht gravierend von jener, die in Kapitel 1.1. meiner Arbeit angewendet wurde, mit dem minimalen Unterschied, dass Fielitz und Smith (1972) eine tabellarische Auswertung durchführen. Aufgrund der empirisch festgestellten Verteilungen schließen die Autoren, dass die stabile Verteilung eine viel versprechende Möglichkeit für die Beschreibung von empirischen Renditeverteilungen darstellt.
Einen ähnlichen empirischen Test wie Teichmoeller (1971) führen Fielitz und Rozelle (1983) durch. Als Daten verwenden die Autoren die stetigen Renditen der 50 umsatzstärksten Aktientitel aus 200, zufällig aus 1400 Titeln der Wells Fargo San Francisco Aktienzeitreihendatenbank gezogenen Aktien. Im Gegensatz zu Teichmoeller (1971) verwenden Fielitz und Rozelle (1983) die Schätzer von Press (1972)[49], die auch explizit die Schätzung eines Schiefeparameters zulassen. Dies ist wichtig, da speziell Fama (1965), Fama und Roll (1968) und Fama und Roll (1971) von symmetrisch stabil verteilten Renditen ausgehen und die Schätzer für die restlichen 3 Parameter dadurch natürlich betroffen sind. Die Unterschiede, die sich aus den unterschiedlichen Schätzmethoden für α und γ ergeben, werden von Fielitz und Rozelle (1983) untersucht. Die Unterschiede liegen für α im zweiten Dezimalbereich, für γ im dritten Dezimalbereich. Dies mag auf den ersten Blick zwar nach wenig aussehen, da α allerdings auf den Bereich zwischen 1 und 2 beschränkt ist, fallen hier auch schon derartig kleine Änderungen ins Gewicht. Da die meisten Aktienzeitreihen zumindest leichte Autokorrelation aufweisen, führen Fielitz und Rozelle (1983) die Untersuchungen im Hinblick auf Stabilität unter Addition sowohl mit den „rohen“ als auch mit randomisierten Zeitreihen durch. Im Zuge dieser Untersuchungen berichten die Autoren, dass die Stabilität unter Addition bei randomisierten Zeitreihen nicht stark ausgeprägt ist. Eine mögliche Erklärung für diese Beobachtung könnte sein, dass ein Teil der beobachteten Leptokurtosis

[49] S. Press (1972), Applied Multivariate Analysis, New York; Holt Rinehard und Winston

von Renditezeitreihen durch die vorhandene leichte Autokorrelation verursacht wird. Darüber hinaus finden Fielitz und Rozelle (1983) eher Hinweise, dass die Renditezeitreihen unter Addition nicht die nötige Stabilität aufweisen, um die stabile Hypothese zu unterstützen. Fielitz und Rozelle (1983) geben sich im Gegensatz zu Teichmoeller (1971) nicht nur mit der Analyse der tabellierten Ergebnisse zufrieden, sondern versuchen durch die Simulation von verschiedenen Mischungen von Verteilungen (normale und stabile) Erkenntnisse über die Stabilität dieser Verteilungen unter Addition zu gewinnen. Die Ergebnisse der zuerst durchgeführten Untersuchung (unter der Verwendung von simulierten Mischungen aus Normalverteilungen) scheinen relativ gut auf die realen Daten zu passen. Die Autoren führen allerdings noch zusätzlich Simulationen von Mischungen von stabilen Verteilungen durch. Da die in diesem Fall beobachteten Ergebnisse ebenfalls relativ gut zu den realen Daten passen, schließen die Autoren, dass Renditezeitreihen Zufallszahlen sind, die von einer Mischung von Verteilungen generiert werden. Dabei unklar ist, ob diese Verteilungen normal oder stabil sind. Durch die gleichzeitig beobachtete Schiefe ergibt sich allerdings eine leichte Präferenz für die Klasse der stabilen Verteilungen, da diese auch asymmetrische Verteilungen umfasst.

In Fielitz (1976) wird eine Untersuchung durchgeführt, die auf Teichmoeller (1971) und Fielietz und Smith (1972) beruht. In Fielitz (1976) wird allerdings speziell auf die Korrelation der untersuchten Wertpapiere eingegangen. Die Renditezeitreihen werden zuerst gemäß dem „Marktmodell“ in Fama et al. (1969)[50] einer Regression unterzogen und die dabei entstehenden Residuen werden anschließend weiter untersucht. Durch die Regression des Marktmodells wurde der gemeinsame Faktor der verschiedenen Wertpapiere, d.h. deren Sensitivität gegenüber Marktveränderungen aus der Betrachtung eliminiert. Die Residuen werden anschließend auf Schiefe, Kurtosis und „Goodness of Fit“ mit verschiedenen Verteilungen untersucht. Unglücklicherweise wird der

[50] Eugene Fama et al. (1969), The Adjustment of Stock Prices to New Information, in The International Economic Review, Vol. 10 (1969), S.1-21

„Goodness of Fit" mittels eines χ^2 Tests durchgeführt, der, wie weiter oben beschrieben, nicht die beste Methode darstellt, um eine Aussage über den Fit einer Verteilung zu treffen. Trotzdem existieren gemäß Fielitz (1976) Hinweise auf eine nicht normale, stabile Verteilung der Marktmodellresiduen.

Mittnik et al. (2000) setzen sich umfassend mit den bisher vorgebrachten Tests von Stabilität auseinander und gehen auch explizit auf die in realen Daten beobachteten „Volatility-Clustering" Effekte ein. Hauptkritikpunkt von Mittnik et al. (2000) an den vorangegangen Tests sind die verwendeten Schätzer für α und andere Parameter der stabilen Verteilung. Die meisten dieser Schätzer beruhen entweder auf den relativ simplen Schätzern, die von Fama und Roll (1971) entwickelt wurden, oder auf Schätzern, die sich speziell mit der Beschaffenheit der Enden der Verteilung befassen. Der am meisten verwendete Schätzer in diesem Zusammenhang stammt von Hill (1975)[51]. Der „Hill-Schätzer" im Besonderen scheint allerdings auch bei großen Stichproben nicht besonders verlässlich zu sein. Besonders dann, wenn in den Daten serielle Korrelation vorhanden ist, bzw. für Daten die durch GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)[52] Prozesse beschrieben werden können. Paloella (2001) geht äußerst breit auf diese Problematik ein.

Ein nicht zu unterschätzendes Problem bei der Verwendung von stabilen Verteilungen zur Beschreibung von Renditezeitreihen stellt die Tatsache dar, dass „Volatility Clustering" von i.i.d stabilen Verteilungen nicht beschrieben werden kann. Die Hinweise auf „Volatility Clustering" sind allerdings in der Zwischenzeit so stark, dass einige Autoren dies als Anlass nahmen, die stabile Verteilung von Daten wiederum anzuzweifeln. (z.B. Loretan und Phillips (1994)). Loretan und Phillips (1994) finden darüber hinaus, wie bereits erwähnt, Werte für α > 2 und verwerfen auf dieser Basis die stabile Hypothese. Davon abgesehen, sind für Loretan

[51] B.M. Hill (1975), A simple general approach to inference about the tail of a distribution, in The Annals of Statistics 3 (5), S.1163-1174
[52] Vgl. T. Bollerslev (1986), Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity, in The Journal of Econometrics, Vol. 31, No 3, S. 307-327

und Phillips (1994) die GARCH Hypothese und die stabile Hypothese nicht miteinander vereinbar. Dies ist insofern problematisch, da GARCH-Prozesse die am besten geeignete Methode zur Beschreibung von Volatility Clustering darstellen, aber gleichzeitig „fat tails“ nicht erklären können, während stabile Verteilungen (aber auch t-Verteilungen oder Mischungen von Normalverteilungen) Volatility Clustering nicht erklären können.

Mittnik et al. (2000) stellen allerdings, aufbauend auf der Methode von Fielitz (1976), eine Methode für ein stabiles GARCH Modell vor, das die beiden sich widersprechenden Modelle miteinander vereint. Der Verknüpfungspunkt zwischen den beiden und gleichzeitig das stärkste Argument für die stabile Hypothese ist der Fluss von neuer Information, der in Form von Residuen in statistische Modelle eingeht. Im Fall von GARCH Modellen (bzw. in den meisten statistischen Modellen) wird angenommen, dass diese Residuen aus der Summe von nicht beobachtbaren i.i.d. Zufallsvariablen bestehen. Aus dem generellen zentralen Grenzwertsatz folgt, dass die Grenzverteilung für diese Zufallsvariablen die Familie der stabilen Verteilungen ist. Aus dieser Schlussfolgerung heraus und in Anlehnung an Fielitz (1972), der auch die Residuen aus einem Modell einem Test im Hinblick auf Stabilität unterzieht, testen Mittnik et al. (2000) die Residuen aus einem GARCH Prozess auf Stabilität. Der Test selbst wiederum konzentriert sich auf die Eigenschaft der Stabilität unter Addition. Mittnik et al. (2000) entwickeln in weiterer Folge ein stabiles GARCH Modell, das anschließend mit Daten von südostasiatischen Währungen getestet wird, wobei für praktisch alle untersuchten Zeitreihen die Hypothese einer Normalverteilung der Residuen zugunsten der stabilen Verteilung verworfen werden kann.

Durch die Kombination von GARCH Prozessen mit stabilen Verteilungen wurde ein Rahmenwerk geschaffen, das in der Lage ist, sowohl „fat-tails“ als auch Volatility Clustering umfassend zu erklären und darzustellen. Der derzeitige Stand der Literatur legt nahe, dass GARCH-Prozesse, die von stabil verteilten Residuen „angetrieben“ werden, die am besten geeigneten

Modelle zur Beschreibung von stochastischen Prozessen in der Finanzwirtschaft darstellen.

Zusätzlich liefert Nolan (1999) noch theoretische Begründungen für den Einsatz von stabilen Verteilungen. Nolan (1999) führt außerdem das Argument von Paloella (2001) an, dass die bisher verwendeten Schätzer für die einzelnen Parameter der stabilen Verteilung (im speziellen der Hill-Schätzer) nicht robust genug sind, um die stabile Hypothese mit ausreichendem Konfidenzintervall zu verwerfen. Die überzeugendste theoretische Begründung für die Gültigkeit der stabilen Hypothese ist der schon eingangs erwähnte Generelle Zentrale Grenzwertsatz. Dieser hält fest, dass die einzig mögliche Grenzverteilung für die Summe von i.i.d. verteilten Zufallszahlen eine stabile Verteilung ist. Dies ist auch weitestgehend im Einklang mit der Argumentation, die in der Literatur zur theoretischen Rechtfertigung der Normalverteilung angewendet wird. Die Übereinstimmung ist allerdings nicht weiter verwunderlich, wenn man sich nochmals vor Augen führt, dass die Normalverteilung ein spezieller Fall einer stabilen Verteilung darstellt. Nolan (1999) vertritt darüber hinaus einen überaus pragmatischen Standpunkt:

„In some cases there are solid theoretical reasons for believing that a stable model is appropriate; in other cases we will be pragmatic: if a stable distribution describes the data accurately and parsimoniously with four parameters, then we accept it as model for the observed data.“[53] In diesem Zusammenhang ist allerdings anzumerken, dass diese pragmatische Einstellung erst durch die Entwicklung von verlässlichen “Goodness of Fit” Tests für stabile Verteilung Mitte der 90er Jahre von Nolan (1999) und anderen möglich wurde. Mit einigen Details der Parametrisierung der stabilen Verteilung wollen wir uns im folgenden Abschnitt beschäftigen.

[53] John P. Nolan (1999), Maximum likelihood estimation and diagnostics for stable distributions, Manuskript unter http://academic2.american.edu/~jpnolan/stable/stable.html abrufbar

3.3 Parametrisierung der stabilen Verteilung

Wie aus dem vorigen Kapitel klar hervorgeht, ist die Entscheidung, welche Methode zur Schätzung der Parameter einer stabilen Verteilung und zur Beurteilung des „Goodness of Fit“ herangezogen wird, in der Literatur nicht endgültig geklärt (obwohl, wie bereits erwähnt, verhältnismäßig verlässliche Methoden existieren). Dies könnte auch erklären, warum in der Literatur keine einheitliche Meinung bezüglich Gültigkeit der stabilen Hypothese besteht.

Gemäß dem Überblick in Nolan (1999) möchte ich ebenfalls kurz die in der Literatur angewandten Schätzer für stabile Parameter ansprechen. Spezielle Beachtung findet hierbei die Schätzung des Parameters α, da dieser, die Dicke der Enden der Verteilung charakterisiert. Einen ersten Ansatz für die Schätzung von α wurde bereits von Mandelbrot (1963) auf grafische Art und Weise präsentiert. Dabei wird die empirische Verteilungsfunktion der Daten auf Doppellog Papier dargestellt. Durch das asymptotische Verhalten der Verteilungsenden sollte der Graph der Daten auf Doppellog Papier zu einer Geraden konvergieren, deren Steigung exakt $-\alpha$ entspricht. Da diese Methode in keinerlei Hinsicht statistisch testbar ist, kann ihr nur die Intuitivität zu Gute gehalten werden. Eine weitere Methode zur Schätzung des Parameters stammt von Hill (1975). Dieser Schätzer ist allerdings, wie von Paloella (2001) nachgewiesen wurde, auf übermäßig große Stichproben angewiesen, um verlässliche Ergebnisse zu erzielen. Erschwerend kommt hinzu, dass zur Schätzung von α vom Anwender bestimmt werden muss, welche Beobachtungen noch im Extrembereich der Verteilung liegen und welche zum Zentralbereich der Verteilung gehören. Es muss daher arbiträr bestimmt werden, wo der Extrembereich der Verteilung beginnt. Die Genauigkeit der Schätzung von α wird allerdings massiv von dieser Bestimmung beeinflusst. Um eine sinnvolle Aussage zur Höhe von α treffen zu können, ist es daher von Vorteil, die zugrunde liegende Verteilung a priori zu kennen. Dies ist insofern problematisch, da man eigentlich durch die Ermittlung von α eine Aussage über die Natur der Verteilung treffen will.

Eine Alternative zur Bestimmung von α mittels des Hill Schätzers stellt die Schätzung von allen Parametern der stabilen Verteilung auf der Basis der Quantile einer stabilen Verteilung dar. Dies wurde erstmals von Fama und Roll (1971) vorgestellt. Die von Fama und Roll (1971) vorgeschlagenen Schätzer für symmetrische, stabile Verteilungen beruhen auf der Beobachtung von Mustern in den tabellierten Quantilen von symmetrischen stabilen Verteilungen. Von McCulloch (1986)[54] stammen ähnliche Beobachtungen für nicht symmetrische stabile Verteilungen.
Laut Nolan (1999), der sowohl die Schätzer von McCulloch (1986) als auch Fama und Roll (1971) mittels Simulation auf Robustheit überprüft, liefern sowohl die Schätzer von McCulloch (1986) als auch von Fama und Roll (1971) bei Anwendung auf tatsächlich stabile Verteilungen und einer ausreichend großen Stichprobe durchaus verlässliche Werte. Problematisch bei all den bisher erwähnten Schätzern ist allerdings die Absenz von verlässlichen statistischen Tests über den assoziierten Schätzfehler.
Aus diesem Grund hat sich im Laufe der Zeit und mit der Weiterentwicklung von Computersystemen, die numerische Lösungen vereinfachen, die Schätzung der Parameter mittels Maximum Likelihood Schätzung (MLE) etabliert. Die Methode von Nolan (1999) basiert dementsprechend auch auf einer MLE Schätzung. Vorteil der MLE Methode ist es auch, dass bei ihrem Einsatz auch Konfidenzintervalle für die Schätzer der einzelnen Parameter bestimmt werden können. Paloella (2001) liefert auch einige Hinweise, dass die MLE Methode auch bei kleinen Stichproben überaus verlässliche Schätzer liefert, vor allem im Vergleich zu dem Schätzer von Hill(1975).

[54] John H. McCulloch (1986), Simple, Consistent Estimators of stable distribution parameters, in Communications in Statistics - Simulation and Computation, Volume 15, Issue 4 1986 , S. 1109 - 1136

4 Portfoliotheorie mit stabil verteilten Renditen

Die Annahme, dass Renditen normalverteilt sind, zieht sich seit der grundlegenden Arbeit von Markowitz (1952)[55] durch sämtliche Arbeiten und Forschungen, die im weitesten Sinn mit empirischen Eigenschaften von Renditen befasst sind. Ein prominentes Beispiel ist die Arbeit von Black und Scholes (1973)[56], deren Optionspreismodell in seiner Einfachheit nicht unwesentlich von der Normalverteilungsannahme profitiert.

Sollte die Hypothese von stabil verteilten Renditen tatsächlich gültig sein, bzw. zumindest die Normalverteilungshypothese widerlegt werden, so müssen eben diese Arbeiten adaptiert werden. Betroffene Bereiche sind „Asset Pricing“, Risikomessung, Performancemessung und als Konsequenz aus Risikomessung und Performancemessung die Portfoliotheorie (bzw. Allokationstheorie). Im Rahmen dieser Arbeit muss der Bereich des „Asset Pricing“ ohne weitere Beachtung bleiben, da eine Behandlung eines „stabilen“ Optionspreismodells den Rahmen dieser Arbeit bei weitem sprengen würde. Auch die Behandlung der übrigen Bereiche in aller Tiefe kann in dieser Arbeit nicht durchgeführt werden. Trotzdem soll ein Überblick über den Entwicklungsstand und die praktische Anwendbarkeit einer stabilen Portfoliotheorie, Risikomessung und Performancemessung geboten werden, wobei Risikomessung die Basis für Performancemessung und die Performancemessung (die aggregierte Betrachtung von Rendite und Risiko) die Basis für die Portfoliotheorie liefert.

4.1 Risikomessung

Da Risiko von jedem Individuum subjektiv und situationsbezogen unterschiedlich interpretiert wird, ist es in der Finanzwirtschaft nötig, Risiko

[55] Harry Markowitz, (1952), Portfolio Selection, in Journal of Finance, Vol. 7, 1952, S. 77-91

[56] Fisher Black und Myron Sholes (1973), Pricing of Options and Corporate Liabilities, in The Journal of Political Economy, Vol. 81, S. 637-654

eindeutig zu definieren und anschließend als Risikomaßzahl zu quantifizieren.
In der Finanzwirtschaft existieren 2 verschiedene Definitionen von Risiko. Die erste Definition charakterisiert Schwankungen um den Mittelwert bzw. Erwartungswert einer Renditeverteilung als (unerwünschtes) Risiko.
Zur Messung der Schwankungsbreite bietet sich, speziell aus statistischer Sicht und bei Gültigkeit der Normalverteilungshypothese, die Messung der quadratischen Abweichungen vom Mittelwert bzw. Erwartungswert der Renditen an. Dementsprechend ist das Risikomaß Varianz bzw. die Quadratwurzel der Varianz, die Standardabweichung bzw. Volatilität, das am meisten verwendete Risikomaß für die Schwankungsbreite. Da stabil verteilte Renditen kein zweites Moment aufweisen und die Varianz dementsprechend unendlich groß ist, kann diese Risikodefinition nicht ohne weiteres für stabil verteilte Renditen aufrechterhalten werden.
Um zu berücksichtigen, dass nur negative Abweichungen von den erwarteten bzw. realisierten Renditen als Risiko verstanden werden, hat sich auch die Ausfallswahrscheinlichkeit, bzw. Shortfall Risk als Risikomaß etabliert.[57]. Hier wird argumentiert, dass nur Renditen oder Vermögensveränderungen, die während des Betrachtungszeitraums unter eine gewisse deterministisch festgelegte Grenze fallen, für die Investoren von Bedeutung sind und dementsprechend realisiertes oder erwartetes Risiko darstellen. Um auch diesen Risikobegriff abdecken zu können, existiert die zweite Gruppe von Risikomaßzahlen, die Ausfallsrisiken berücksichtigen.
Da bei Gültigkeit der stabilen Hypothese die Enden der Verteilung wesentlich mehr „Wahrscheinlichkeitsmasse“ enthalten als bei Gültigkeit der normalen Hypothese, ist die Betrachtung der Enden einer Verteilung, wie dies bei Ausfallsrisikomaßzahlen der Fall ist, wesentlich wichtiger als die Betrachtung der Mitte der Verteilung. Im Falle von stabil verteilten Renditen existieren auch Schwankungsbreitenmaßzahlen, diese lassen aber die Intuitivität der Volatilität und auch ihre vorteilhaften statistischen

[57] Vgl. Roy A.D. (1952), Safety First and the holding of assets, in Econometria 20, S.431-449 und Spremann K (2006), Portfoliomanagement, 3. Auflage, München,

Eigenschaften vermissen. Die Bedeutung von Schwankungsbreitenmaßzahlen ist daher im Fall von stabil verteilten Renditen nicht übermäßig groß.

Die Unterscheidung von verschiedenen Risikobegriffen hat klarerweise auch Konsequenzen für die optimale Allokation eines Investors.

Die zu optimierende Zielfunktion ist in beiden Fällen unterschiedlich, daher ist die resultierende optimale Allokation in beiden Fällen eine andere.

4.1.1 Risikomessung bei normal verteilten Renditen: Ein kurzer Rückblick

Die weite Verbreitung von Schwankungsbreitenmaßzahlen in der modernen Finanzwirtschaft ist auch auf den theoretischen Hintergrund der Arbeit von Markowitz zurückzuführen. Da bei normalverteilten Renditen Mittelwert und Standardabweichung ausreichen, um die gesamte Verteilung zu beschreiben, sind diese beiden Parameter auch die einzig relevanten Entscheidungskriterien.

Es stellt sich nun die Frage, wie sinnvoll die Varianz als Risikomaßzahl bei Gültigkeit der Hypothese von stabil verteilten Renditen ist. Da stabile Verteilungen einen α-Parameter von < 2 aufweisen, existiert das zweite Moment (eben die Varianz) der Verteilung nicht bzw. ist unendlich groß. Bei einer endlichen Stichprobe kann die Varianz natürlich immer noch geschätzt werden, die Aussagekraft dieser Schätzung ist klarerweise nicht allzu groß. Als Ersatz bietet sich der Parameter γ an, der die Schwankungsbreite der stabilen Verteilung misst. Im Gegensatz zur Volatilität kann γ allerdings nicht ohne weiteres berechnet werden, sondern muss im Rahmen der oben erwähnten Methoden geschätzt werden. Die Praxistauglichkeit ist dadurch erheblich eingeschränkt. Da es sich bei γ auch nicht um das zweite Moment der stabilen Verteilung handelt, kann γ auch nicht ohne weiteres in einem Markowitz Rahmenwerk als Risikomaßzahl verwendet werden. Die überaus elegante und einfache Optimierung von Allokationen muss bei Hinweisen auf stabile Verteilung von Renditen genau überprüft und gegebenenfalls adaptiert werden. In einem der folgenden Kapitel möchte ich mich etwas näher mit dem Anpassungsbedarf in der modernen Portfoliotheorie bei

Gültigkeit der Hypothese von stabil verteilten Renditen auseinandersetzen.

Nicht nur die Volatilität selbst ist als Risikomaßzahl für stabil verteilte Renditen zu hinterfragen, es treten außerdem Probleme bei Risikomaßzahlen auf, welche die Volatilität als Input benützen, wie beispielsweise die parametrische Berechnung des Value at Risk (VaR).

Durch die spektakulären Ausfälle von Asset Management Firmen (Long Term Capital Management, Amaranth etc.) und auch durch die Erfordernisse, die durch das Basel II Rahmenwerk an Banken gestellt werden, sind vermehrt Zielverfehlungsrisikomaßzahlen im Fokus der Forschung. Die Frage, die sich in diesem Zusammenhang stellt, ist, wie viel liquide Reserven von Banken oder Versicherungen gehalten werden müssen, um im Falle des Eintritts eines außergewöhnlich großen Verlustes handlungsfähig, liquide und solvent zu bleiben. Dies entspricht auch der Definition eines Risikomaßes von Artzner et al. (1999)[58], die ein Risikomaß als minimal nötiges zusätzliches Kapital, das, risikolos investiert, einer riskanten Position bzw. einem riskanten Portfolio hinzugefügt werden muss, um das Risiko der Position soweit zu reduzieren, um regulatorischen Anforderungen zu genügen (im Falle von Investoren, die einer solchen Aufsicht unterliegen) bzw. die Position risikolos werden zu lassen. Bei der genaueren Spezifizierung eines Risikomaßes ist zu klären, wie weit die Position völlig risikolos zu machen ist bzw. welche Eintrittswahrscheinlichkeit als klein genug angesehen wird, um sie vernachlässigen zu können. In der Praxis wird vom Basel II Komitee ein 99% Konfidenzintervall (d.h. eine Eintrittswahrscheinlichkeit von 1%) über einen Horizont von 10 Tagen verwendet, während RiskMetrics ein Konfidenzintervall von 95% (eine Eintrittswahrscheinlichkeit von 5%) über einen Horizont von einem Tag verwendet.

Bei Zielverfehlungsmaßzahlen existieren zwei Herangehensweisen. Einerseits kann eine Risikomaßzahl messen, mit welcher

---

[58] Philippe Artzner, Freddy Dalbaen, Jean-Marc Eber and David Heath (1999), Coherent measures of risk, in Mathematical Finance 9,.S. 203-228

Wahrscheinlichkeit ein Verlust bzw. das Nichterreichen einer Zielgröße in einer vorab definierten Höhe eintreten wird. Andererseits kann gemessen werden, wie hoch ein Verlust mit einer vorab definierten Wahrscheinlichkeit ausfallen wird. Für beide Herangehensweisen existieren die entsprechenden Risikomaßzahlen.

Im ersten Fall handelt es sich um die Shortfall Probability, die, im Fall von normalverteilten Renditen, trivial durch die Standardisierung von erwarteter Rendite und Standardabweichung und anschließendem Nachschlagen in der tabellierten Standardnormalverteilung ermittelt werden kann.

Im zweiten Fall ist der Value at Risk (VaR) die am meisten verwendete Maßzahl. Der VaR stellt den Verlust dar (meist als Geldbetrag ausgedrückt), der mit einer vorab festgelegten Wahrscheinlichkeit im Betrachtungszeitraum nicht überschritten wird. Für den Fall von normal verteilten Renditen existieren 3 Berechnungsmethoden:

Diese sind der parametrische Ansatz (JPMorgan RiskMetrics), die historische Simulation und die stochastische Simulation (Monte Carlo Simulation).[59]

Als kurzen Überblick über die Methoden seien die grundlegenden Berechnungen erwähnt.

Der parametrische Ansatz identifiziert in einem ersten Schritt die einzelnen relevanten Risikofaktoren (einzelne Aktien, Laufzeitensegmente auf der Zinskurve etc.). Als nächster Schritt werden die Abhängigkeiten zwischen den einzelnen Risikofaktoren mittels Schätzung einer Kovarianzmatrix ermittelt. Anschließend werden die einzelnen Risikofaktoren gewichtet (nach Anteil der Wertpapiere am Risikofaktor und nach der Empfindlichkeit der Wertpapiere gegenüber Veränderungen des Risikofaktors). Das so berechnete Risiko wird durch Verwendung der Quantile der Standardnormalverteilung als VaR dargestellt.

[59] vgl. Bernd Fischer (2001), Performanceanalyse in der Praxis, 2. Auflage, R. Oldenbourg Verlag, München und Wien

Bei der historischen Simulation wird die gesamte Verteilung der historischen Renditen eines Vermögens erfasst und dann das Quantil bestimmt, das von Interesse ist.

Bei der Monte Carlo Simulation wird die zukünftige Kursentwicklung des Portfolios mehrmals (je nach praktikablem Rechenaufwand von 100 bis 100000 - mal) simuliert und aus der Vielzahl an Ergebnissen der verschiedenen Pfade wiederum das relevante Quantil bestimmt.

Auf eine detaillierte Diskussion dieser Methoden wird an dieser Stelle verzichtet und auf das diesbezüglich führende Lehrbuch von Phillipe Jorion [60] verwiesen.

VaR als Risikomaßzahl ist in der Praxis sehr weit verbreitet, da das Konzept simpel und die Interpretation des Ergebnisses relativ einfach möglich ist. Dementsprechend kann das Risiko eines Portfolios, eines Fonds oder eines Wertpapiers auch Laien illustriert werden. VaR kommt allerdings sowohl in der Literatur als auch in der Praxis zunehmend in die Kritik. Die Kritik kommt in diesem Fall von 2 Seiten. Einerseits beruhen die Standardmethoden zur Berechnung des VaR (abgesehen von der historischen Simulation) stark auf der Normalverteilungshypothese (die Monte Carlo Simulation ist zwar flexibel, was die Verteilung der Zufallszahlen angeht, die Definition von stabilen Zufallsprozessen wird allerdings nicht flächendeckend angewandt) und sind daher für Zufallszahlen, deren Verteilungen schwere Enden aufweisen (d.h. für Renditezeitreihen) nicht geeignet, da die Höhe des eintretenden Verlustes systematisch unterschätzt wird.

Darüber hinaus erfüllt VaR eine wichtige Anforderung nicht. Es handelt sich hier um Subadditivität, die auch von Artzner et al. (1999) an ein kohärentes Risikomaß gestellt wird. Die Subadditivität ist die Eigenschaft eines Risikomaßes, den Diversifikationseffekt korrekt wiedergeben zu können. Dies bedeutet, dass das Risiko eines Portfolios, das sich aus Wertpapier X1 und X2 zusammensetzt, durch den Diversifikationseffekt kleiner ist, als die Summe der isoliert betrachteten Risiken von Wertpapier X1 und Wertpapier X2. Das heißt:

---

[60] Phillipe Jorion(2000) Value at Risk, 2nd Edition, Mc Graw Hill, New York

$$R(X_1 + X_2) \leq R(X_1) + R(X_2)$$

Dies ist insbesondere bei Optimierungsproblemen relevant, da für eine effiziente Allokation die korrekte Erfassung des Diversifikationseffektes essentiell ist.

Als Lösung für sowohl das erste, als auch das zweite Problem wurde der VaR zum Conditional Value at Risk (auch Expected Shortfall genannt) erweitert. Beim Conditional Value at Risk (CVaR) wird explizit der Rand der Verteilung jenseits der Schwelle betrachtet, die beim VaR verwendet wird. Durch die Betrachtung des Randes der Verteilung wird eine zusätzliche Möglichkeit geschaffen, die „fat tails“ von Verteilungen zu betrachten.

Weiters besitzt CVaR, im Gegensatz zum VaR, die Eigenschaft der Subadditivität und gibt daher Diversifikationseffekte korrekt wieder.

Wie bereits im ersten Abschnitt über empirische Eigenschaften von Renditezeitreihen erwähnt, ist die Volatilität der Rendite im Zeitablauf nicht konstant. Die einfache Schätzung der Volatilität aus der Stichprobe (bzw. aus der gesamten historischen Zeitreihe) ist daher nicht besonders realitätsnah. Um die Messung der Volatilität exakter zu machen, existieren mehrere Methoden mit unterschiedlichem Komplexitätsgrad. Die einfachste Methode ist die Berechnung der Volatilität mittels eines gleitenden Durchschnitts. Der nächste Schritt ist die Berechnung mittels eines exponentiell gewichteten gleitenden Durchschnitts (Exponentially Weighted Moving Average, EWMA) bei dem die aktuellste Beobachtung immer mit dem größten Gewicht in die Berechnung mit einfließt. Die weiter zurückliegenden Beobachtungen fließen mit exponentiell abnehmendem Gewicht ein. Die Berechnung der Volatilität mittels EWMA genießt in der Praxis einen überaus hohen Bekanntheitsgrad und wird auch dementsprechend häufig angewandt. Ein weiterer Vorteil an der Berechnung der Volatilität mittels EWMA ist, dass Volatility Clustering korrekt dargestellt wird.

Der nächste Schritt in der Berechnung der Volatilität ist die korrekte Erfassung der Heteroskedastizität (Nichtstationarität der Varianz). Dies erfolgt meist durch GARCH Modelle.

4.1.2 Risikomessung von stabil verteilten Renditen

Wie bereits im ersten Abschnitt dieses Kapitels erwähnt, ist es nötig, die meisten etablierten Risikomaße zu adaptieren, um ihre Eignung auch unter der Hypothese von stabil verteilten Renditen zu erhalten. Ein erster Schritt wurde bereits durch die Verwendung des Parameters γ an Stelle der Volatilität angesprochen. Zu beachten ist in diesem Zusammenhang allerdings, dass γ kein zweites Verteilungsmoment wie die Varianz darstellt und dementsprechend auch nicht ohne weiteres wie die Varianz in Optimierungen eingesetzt werden kann. Da γ kein zweites Verteilungsmoment darstellt, ist die Bedeutung eher in der Ähnlichkeit zum Risikomaß der Absoluten Abweichung zu suchen.[61]

In diesem Zusammenhang stellt sich auch die Frage, wie Risikomaße, die sich im Gegensatz zur Absoluten Abweichung nicht mit der Messung der Schwankungsbreite, sondern mit der Zielverfehlung auseinandersetzen, adaptiert werden können. Die relativ simple Bestimmung von Ausfallswahrscheinlichkeiten im Falle der Gültigkeit der Normalverteilungshypothese, kann bei Gültigkeit der Stabilverteilungshypothese nicht aufrechterhalten werden. Der Grund hierfür liegt in der Nichtexistenz von Verteilungs- und Dichtefunktionen von stabilen Verteilungen. Dementsprechend können die Wahrscheinlichkeiten und Quantile auch nicht allgemeingültig tabelliert werden. Daher muss für jede einzelne Zeitreihe die jeweils passende Kumulative Verteilungsfunktion bestimmt werden.[62] Aus dieser kumulativen Verteilungsfunktion können dann die jeweiligen Quantile und die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten abgelesen werden.

In der Literatur liegt einer der Hauptschwerpunkte auf der Adaptierung der in der Praxis besonders beliebten Risikomaße, die Risiko als zusätzlich notwendiges Kapital interpretieren. Dies sind im speziellen der Value at

---

[61] Sergio Ortobelli, Isabella Huber und Svetlovar Rachev (2003), Portfolio Choice Theory with non- Gaussian Distributed Returns, in Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance, Elsevier Amsterdam, Kapitel 14, S. 547 -592

[62] Vgl. John P. Nolan (2007) Stable Distributions – Models for Heavy Tailed Data, Birkhäuser (2007), Boston, Buch in Arbeit Kapitel 1 online auf http://academic2.american.edu/~jpnolan, S.17

Risk (VaR) und der Conditional Value at Risk (CVaR). Von Interesse ist in diesem Zusammenhang vor allem die Prognosefähigkeit dieser beiden Risikomaße, da beide mit der flächendeckenden Einführung von Basel II sowohl in der Banken- als auch in der Versicherungsindustrie einen enormen Stellenwert besitzen.

Die ex-post Berechnung von beiden stellt sich bei stabil verteilten Renditen als vergleichsweise trivial dar, da durch eine historische Simulation mit vollständiger Bewertung ohnehin sowohl Abhängigkeitsstruktur, als auch die Charakteristika der Renditeverteilungen erfasst werden können. Die historische Simulation ist allerdings in vielen Fällen aufgrund von mangelhafter Prognosefähigkeit für ex-ante Berechnungen nicht zu empfehlen.

Die ex-ante Berechnung von VaR und CVaR stellt auch mit normal verteilten Renditen eine gewisse Herausforderung dar, da die einfache Schätzung der Volatilität aus der Stichprobe einige wichtige Charakteristika der Volatilität nicht erfasst. Dies ist insofern von Bedeutung, da die Volatilität bei der Berechnung des VaR sowohl bei der parametrischen Methode als auch bei der stochastischen Simulation eine wesentliche Rolle spielt. Die ex-ante Berechnung des VaR (und auch des CVaR) kann allerdings durch stochastische Simulation explizit Renditeverteilungen mit „fat-tails“ berücksichtigen.[63] Weiters können sowohl Zeiteffekte, wie z.B. das bereits erwähnte Volatility Clustering, als auch strukturelle Brüche in der Korrelationsstruktur der einzelnen Wertpapiere in den stochastischen Prozess integriert und damit berücksichtigt werden.

Von Lamantia et al. (2001) [64] stammt eine Methode, die eine Überleitung der parametrischen Berechnung von VaR und CVaR mit normal verteilten Renditen zur Berechnung der beiden Risikomaßzahlen mit stabil verteilten Renditen erlaubt. Im Hinblick auf die praktische Anwendung schlagen

[63] Vgl. Jorion (2000), S. 224 ff.

[64] Vgl. Fabio Lamantia, Sergio Ortobelli und Svetlovar Rachev (2001), VaR CvaR and Time Rules with Elliptical and Asymmetric Stable Distributed Returns, Working Paper, S. 14 ff.

Rachev et al. (2001)[65] vor, mit geeigneten Methoden die jeweilige stabile Verteilung zu schätzen und anschließend das korrekte Quantil bzw. den VaR und CVaR zu bestimmen. Rachev et al. (2001) verwenden zur Schätzung der stabilen Parameter 3 verschiedene Methoden. Zum ersten die schon erwähnte MLE Schätzung, die in Nolan (2007) erweitert und als Algorithmus zur Verfügung gestellt wird, die Fourier Transformation und eine Fourier Tail Transformation. In einer empirischen „in-sample" Überprüfung werden für folgende Zeitreihen 95% und 99% VaR's, die sowohl auf Basis einer Normalverteilung als auch auf Basis einer stabilen Verteilung berechnet werden, miteinander verglichen: JPY/GBP Kurs, GBP/USD Kurs, DM/GBP Kurs, S&P 500, DAX 30, CAC40, Nikkei 225, Dow Jones Commodity Price Index.

Die „in-sample" Untersuchung von Rachev et al. (2001) lieferte als Erkenntnis, dass der stabile 99% VaR konservative und genaue Ergebnisse liefert, während normale 99% VaR's eher zu optimistische Ergebnisse liefern. Bei der Verwendung des 95% VaR liefert auch die normale Berechnung konservativ akzeptable Ergebnisse, die stabile Berechnung ist allerdings systematisch näher am empirischen Wert und daher zu bevorzugen.

Eine „out-of-sample" Untersuchung bestätigte die Erkenntnisse aus der „in-sample" Bestimmung. Aus den Ergebnissen dieser Studie lässt sich daher die Schlussfolgerung ziehen, dass die Verwendung einer stabilen VaR Berechung ausreichend konservative Schätzungen liefert, um einen ausreichenden Sicherheitspolster für den Eintritt von extremen Verlusten halten zu können. Gleichzeitig ist eine exakte Schätzung (d.h. nicht zu hoch und daher unnötig kapitalintensiv, nicht zu niedrig und daher im Falle des Eintritts eines extremen Verlustes potentiell tödlich) möglich, was positive Effekte auf die Kapitalproduktivität von Banken und Finanzunternehmen haben sollte.

Zu beachten ist allerdings, dass die parametrische Bestimmung des VaR, wie von Rachev et al. (2001) vorgeschlagen, eine wichtige Eigenschaft

[65] Svetlovar Rachev, Eduardo Schwartz und Irina Khindanova (2003), Stable Modeling of Market and Credit Value at Risk, in Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance, Elsevier Amsterdam, Kapitel 7, S. 266

von Renditezeitreihen, das Volatility Clustering, nicht beschreiben kann. In Abschnitt 3.2 wurde bereits diskutiert, dass GARCH Prozesse, zwar keine asymmetrischen Renditeverteilungen darstellen können, gleichzeitig aber „state of the art" sind, was die Modellierung von Autokorrelation in Volatilitätszeitreihen betrifft. Auch in Abschnitt 3.2 wurde bereits diskutiert, dass in Rachev et al. (2000) eine Verknüpfung der beiden scheinbar widersprüchlichen Modelle vorgestellt wurde. Die Autoren entwickeln einen GARCH Prozess, der von stabil verteilten Zufallszahlen (bzw. Innovationen) „angetrieben" wird. Die Modellierung von verschiedenen Renditezeitreihen auf Basis dieses Prozesses liefert äußerst viel versprechende Ergebnisse und liefert die Basis für die Entwicklung von Prozeduren, um auch die Methodik der Monte Carlo Simulation für die Simulation von stabil verteilten Renditen nutzbar zu machen Diese Möglichkeit verbessert die parametrische Bestimmung des VaR in zweierlei Hinsicht. Einerseits kann die Autokorrelation von Volatilitätszeitreihen explizit modelliert werden und dadurch in die Bestimmung des VaR miteinbezogen werden, andererseits wird dadurch auch die Prognosefähigkeit des VaR verbessert. Mittnik und Paloella (2003)[66] evaluieren diese Prognosefähigkeit speziell im Vergleich mit GARCH Modellen, die von normalverteilten oder t-verteilten Zufallszahlen „angetrieben" werden. Während normale GARCH Prozesse in empirischen Anwendungen keine überzeugenden Ergebnisse liefern, bzw. in der praktischen Anwendung meist mit großzügigen zusätzlichen Kapitalanforderungen versehen werden (vgl. Risk Metrics Dokument: 3-facher VaR als Kapitalreserve) und t-verteilte GARCH Prozesse nur symmetrische Verteilungen darstellen können, zeigen stabile GARCH Prozesse überaus überzeugende Ergebnisse bei der Prognose und Simulation von Renditezeitreihen und der damit verbundenen Bestimmung von VaR. Es ist wichtig zu erwähnen, dass t-verteilte GARCH Prozesse ebenfalls gute bis sehr gute Ergebnisse erzielen, allerdings aufgrund der Beschränkung auf symmetrische Verteilungen für viele Zeitreihen (speziell

[66] Stefan Mittnik und Marc Paloella (2003), Prediction of Financial Downside Risk with Heavy-Tailed Conditional Distributions, in Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance, Elsevier Amsterdam, Kapitel 9 S. 385-403

Hedgefonds, aber auch Währungen) nicht die erste Wahl darstellen. Einen ausgezeichneten Überblick über die Probleme (speziell Schiefe der Renditeverteilung), die bei der Bestimmung von Hedge Fonds Risiken zu beachten sind, bietet Amenc et al. (2005)[67]

4.2 Performancemessung von stabil verteilter Rendite

Prinzipiell ist zu beachten, dass gerade in der Praxis die Begriffe Rendite und Performance austauschbar verwendet werden. In der angelsächsischen Literatur gibt es offensichtlich keinen Bedarf, „rate of return“ und „performance“ voneinander abzugrenzen, da klar ist, dass „rate of return“ sich auf den Anlageerfolg im Sinne der Vermehrung oder Verringerung des eingesetzten Kapitals bezieht, während Performance ganz klar zumindest eine zweite Dimension (meist Risiko) mit einbezieht. Als Beispiel für die Notwendigkeit einer exakten Definition in der deutschen Literatur sei Rehkugler[68] genannt. In dieser Arbeit wird eindimensionale Performancemessung als Messung und Vergleich der Rendite definiert, während mehrdimensionale Performancemessung neben der Rendite auch die Erreichung anderer Anlageziele (wie z.B. Risiko) misst.

Performancemessung wird in meiner Arbeit immer zumindest als die zweidimensionale Messung der Erreichung von Anlagezielen interpretiert. In allen in der Finanzwirtschaft relevanten Fällen wird die Rendite die erste Dimension darstellen. Die Wahl der zweiten (oder auch dritten Dimension) hängt von den Informationen ab, die der Betrachter gewinnen will. Im Regelfall wird allerdings Risiko in einer der oben genannten Ausprägungen die zweite Dimension darstellen. Dementsprechend existieren zu fast allen Risikomaßen auch die entsprechenden

[67] Noël Amenc, Phillipe Malaise und Mathieu Vaissié (2005), EDHEC Funds of Hedge Funds Reportings Survey, A Return-Based Approach to Funds of Hedge Funds Reporting, EDHEC Risk and Asset Management Research Centre Publication, January 2005

[68] Vgl. Heinz Rehkugler (2002) Grundlagen des Portfoliomanagements , in : Kleeberg J.M. / Rehkugler H. (Hrsg.), Handbuch Portfolio Management 2. Auflage, Bad Soden, S. 32

Performancemaße, die ich im Weiteren als risikoadjustierte Performancemaße bezeichnen werde.

4.2.1 Performancemaßzahlen

Ein allgemeines risikoadjustiertes Performancemaß wird die realisierte Rendite bzw. die erwartete Rendite mit dem gewählten Risikomaß in ein Verhältnis zueinander setzen. Dies geschieht meist durch die Formulierung in folgender Form:

$$\mathrm{P}_i = \frac{E(R_i) - r_{rf}}{\sigma_i} \text{ bzw. } \rho_i = \frac{r_i - r_{rf}}{s_i}$$

wobei:

$E(R_i)$ Erwartete Rendite von Wertpapier i in der nächsten Periode

r_i Realisierte Rendite von Wertpapier i im Betrachtungszeitraum

r_{rf} Risikolose Rendite in der nächsten Periode bzw. im Betrachtungszeitraum

σ_i geschätztes Risikomaß von Wertpapier i

s_i realisiertes Risikomaß von Wertpapier i

P_i geschätztes risikoadjustiertes Performancemaß von Wertpapier i

ρ_i realisiertes risikoadjustiertes Performancemaß von Wertpapier i

Zu beachten ist, dass hier nicht die Rendite des jeweilig in Frage kommenden Wertpapiers allein betrachtet wird, sondern tatsächlich die Rendite, die durch das Eingehen von Risiken erzielt wurde. Deshalb wird von der erwarteten oder realisierten Rendite der jeweils für die Betrachtungsperiode relevante risikolose Zinssatz abgezogen.

Das bekannteste risikoadjustierte Performancemaß nach dem oben dargestellten Muster ist die Sharpe Ratio.[69] Bei der Sharpe Ratio wird als relevantes Risikomaß die Volatilität bzw. Standardabweichung verwendet.

[69] William Sharpe (1966), Mutual Fund Performance, in The Journal of Business, Vol.39, No.1, Part 2: Supplement on Security Prices (Jan., 1966), S. 122

4.2.2 Performancemessung und die Beobachtung von „fat-tails“: Notwendige Veränderungen und neue Entwicklungen

Auf Basis der Sharpe Ratio entstand in den letzen Jahrzehnten eine riesige Anzahl von vergleichbaren Performancemaßen, die größtenteils nach dem oben erwähnten Muster funktionieren. Der einzige Unterschied zwischen den einzelnen Performancemaßen liegt dabei oft nur im verwendeten Risikomaß. Beispiele für all diese Risikokennzahlen sind die Treynor Ratio, die Sortino Ratio, die Information Ratio und die MAD Ratio, wobei respektive das CAPM β, die Semivolatilität, der Tracking Error und die Mean Absolute Deviation das jeweilige Risikomaß darstellen. All diese Risikomaßzahlen beruhen mehr oder minder stark auf der Normalverteilungshypothese und können daher bei Gültigkeit der Stabilverteilungshypothese nicht ohne weiteres als verlässliche Maßzahlen verwendet werden. Dementsprechend ist hier Anpassungsbedarf gegeben.

Fraglich ist nun, in welcher Form diese Anpassungen erfolgen können. Ist es ausreichend, das Risikomaß in der allgemeinen Definition eines Performancemaßes zu ersetzen oder müssen angesichts der stabilen Verteilung von Renditezeitreihen neue Methoden zur Performancemessung entwickelt werden.

Die Beantwortung dieser Frage wird stark von der Motivation zur Performancemessung getragen. Wittrock (2002) [70] unterscheidet in diesem Zusammenhang zwischen externer und interner Performancemessung. Externe Performancemessung wird aus dem Blickwinkel von Investoren durchgeführt, während interne Performancemessung vor allem für die Kapitalanlagegesellschaft, Fondsgesellschaft oder den Vermögensverwalter von Interesse ist.

Externe Performancemessung hat den Zweck, die Qualität des Fondsmanagers und den Anlageerfolg zu beurteilen bzw. auch die mit

[70] Vgl. Carsten Wittrock (2002) Grundlagen und Status Quo der Performancemessung , in : Kleeberg J.M. / Rehkugler H. (Hrsg.), Handbuch Portfolio Management 2. Auflage, Bad Soden, S. 956 f.

dem Fondsmanagement verbundenen Gebühren in Relation zur Performance zu beurteilen.
Im Gegensatz dazu ist die interne Performancemessung ein wichtiges Instrument für die Kapitalanlagegesellschaft (Geschäftsführung und die Fondsmanager selbst), die Qualität der verwendeten Modelle und die Fähigkeiten der Fondsmanager zu beurteilen. Von Interesse ist dabei auch die Zuordnung von verschiedenen Faktoren (Market Timing, Off-Benchmark Wetten etc.) zur erzielten Performance.
Dementsprechend spielt die Performancemessung auch eine wichtige Rolle im Portfolioselektionsprozess, da üblicherweise unter Einhaltung diverser Nebenbedingungen die jeweils relevante Performancemaßzahl optimiert werden soll.
Bei Verwendung zur externen Performancemessung stehen demnach die einfache Möglichkeit zur Interpretation, die Verständlichkeit der Methode und die leichte Kommunizierbarkeit gegenüber der Öffentlichkeit im Vordergrund. Als Beispiel sei auf die Sharpe Ratio verwiesen, die als Umrechnungsfaktor von eingegangenem Risiko in daraus erzielter Rendite interpretierbar ist. Bei einer Sharpe Ratio von 1 wird daher pro Prozentpunkt Standardabweichung bzw. Volatilität genau ein Prozentpunkt Überrendite über die risikolose Veranlagung erzielt.
Für die interne Performancemessung ist vor allem die Einsetzbarkeit der Performancemaßzahl in einem Portfolioselektions- oder Optimierungsmodell von Bedeutung.
Aus dieser Unterscheidung heraus ist auch der Anpassungsbedarf für stabile Risikomaßzahlen erkennbar. Während es ausreichend sein kann, die externe Performancemessung zu Reportingzwecken mit einer Risikokennzahl durchzuführen, die auf die stabile Verteilung der Renditen Rücksicht nimmt, wie z.B. die Stable Ratio, die in Ortobelli et al. (2004)[71] eingeführt wird, so muss für die Entwicklung von risikoadjustierten Performancemaßzahlen für die interne Performancemessung und damit auch für den Einsatz in der Asset Allocation, ein fundierter theoretischer

[71] Sergio Ortobelli, Almira Biglova, Stoyan Stoyanov, Svetlovar Rachev, Frank Fabozzi (2004), A Comparison among Performance Measures in Portfolio Theory, Working Paper

Hintergrund vorhanden sein. Die Behandlung dieser Thematik wird im nächsten Kapitel vorgenommen.

Im Zuge der Beschäftigung in der Literatur mit der Stabilverteilungshypothese wurde auch klar, dass die schon von Markowitz (1952) angesprochene Problematik, dass bei Messung des Risikos mittels Standardabweichung, sowohl positive als negative Abweichungen vom Mittelwert als Risiko definiert werden, im Fall von stabil verteilten Renditen stärker ins Gewicht fallen würde. Dies hat einerseits mit der Schiefe von vielen Renditezeitreihen und anderseits natürlich auch mit der Kurtosis derselben zu tun. Markowitz (1952) schlug bereits die Verwendung der Semistandardabweichung anstelle der Volatilität vor. Dies geht in die Richtung eines Konzepts, das im selben Jahr von Roy (1952) entwickelt wurde. Roy (1952) definiert Risiko nur als das Unterschreiten einer Mindestrendite. Dies geht vom heutigen Standpunkt des Risikomanagements in die richtige Richtung, da aber weiterhin eine Normalverteilung von Renditen unterstellt und nicht explizit die Ränder einer Verteilung betrachtet werden, muss dieses Konzept bei der Gültigkeit von stabil verteilten Renditen überarbeitet werden. Die Risikomaße VaR und CVaR setzen sich explizit mit der Beschaffenheit der Verteilungsränder auseinander und sind daher prädestiniert für eine Verwendung im modernen Risiko- und Assetmanagement. Dementsprechend wurde im Rahmen der Entwicklung einer Risikomessung für stabil verteilte Renditen ein entsprechender Fokus auf die Adaptierung dieser beiden Risikomaße an die Stabilverteilungshypothese gelegt. Die verschiedenen Ansätze und Entwicklungen wurden bereits in einem vorigen Abschnitt behandelt, in diesem Abschnitt soll die Verwendung von VaR und CVaR in der Performancemessung kurz beleuchtet werden. In einem ersten Schritt wurde im Sinne des weiter oben vorgestellten allgemeinen Performancemaßes sowohl VaR als auch CVaR als Risikomaß in die Gleichung eingesetzt. Die Verwendung des 99% VaR in dieser Form wurde von Favre und Galeano (2002)[72] vorgeschlagen. Um dieses Performancemaß auch an die Spezifika von Hedge Fonds Renditen anzupassen (Schiefe und Kurtosis), erweitern die Autoren die parametrische Berechnung des VaR um eine Cornish-Fischer Expansion um auch die höheren Momente mit einzubeziehen. Der so bestimmte 99% VaR kann anschließend als Teil eines Performancemaßes für ein Portfolio von Wertpapieren numerisch optimiert werden. Durch die fehlende Eigenschaft der Subadditivität des VaR führt diese Optimierung nicht notwendigerweise zu effizienten Portfolios. Um diese Problematik zu beheben und um die Struktur der Verteilungsenden besser in den Optimierungsprozess einzubauen, schlagen Rachev et al. (2003)[73] die Verwendung eines 99% CVaR vor. Das so entstehende Performancemaß wird von den Autoren als „STARR“ Ratio bezeichnet und liefert im Hinblick auf Effizienz bessere Ergebnisse als der 99% VaR. Wann welches Performancemaß angebracht ist, ist von der Risikoaversion und von der Zielfunktion des jeweiligen Betrachters bzw. Investors abhängig.

Im Gegensatz zur allgemeinen Form eines Performancemaßes, das die Performance als Rendite/Risiko Quotient misst, existiert auch die Möglichkeit, Performance in Form eines Gewinn/Verlustverhältnisses zu messen.[74]

Maßzahlen, die Performance in diesem Sinne messen, wurden in etwa gleichzeitig von Farinelli und Tibletti (2003)[75], Keating und Shadwick (2002)[76] und von Biglova et al. (2004)[77] entwickelt und vorgestellt.

Farinelli und Tibletti (2003) setzen ein beliebig wählbares Upper Partial Moment in Verhältnis zu einem beliebig wählbaren Lower Partial

---

[72] Laurent Favre und Jose Antonio Galeano (2002), Mean-Modified Value-at-Risk Optimization with Hedge Funds, in The Journal of Alternative Investments, Fall 2002, Vol. 5 Nr. 2 S.21-25

[73] S. Rachev, D. Martin, F. Siboulet (2003), Phi-alpha optimal portfolios and Extreme Risk Management, in Willmott Magazine of Finance, November 2003, S. 70-83

[74] vgl. Manfred Steiner und Christoph Bruns (2007) Wertpapiermanagement, 9.Auflage Schäffer-Poeschel Verlag Stuttgart, S. 606

[75] S. Farinelli und L. Tibletti (2003), Sharpe Thinking with asymmetrical preferences, Technical Report, Universität Turin

[76] C. Keating und W.F. Shadwick (2002), A Universal Performance Measure, in The Finance Development Centre Limited, S. 1-42

[77] A.Biglova, S. Ortobelli, S. Rachev und S. Stoyanov (2004) Different approaches to risk estimation in portfolio theory, in The Journal of Portfolio Management 31, S. 103-112

Moment.[78] Durch die Wahl des Partial Moments kann dieses Performancemaß exakt an die Risikoaversion des Investors angepasst werden. Durch die Wahl von unterschiedlichen Lower und Upper Partial Moments können auch asymmetrische Aversionen dargestellt werden. Als zusätzlicher Vorteil können die einzelnen Momente so gewählt werden, dass auch die leptokurtische Eigenschaft von vielen Renditezeitreihen berücksichtigt wird[79]. Fraglich ist allerdings, wie verlässlich die Schätzung von Momenten > 2 ist, da diese im stabilen Fall nicht existieren.

Die von Keating und Shadwick (2002) vorgestellte Omega Funktion umgeht das Problem der Schätzung von Momenten bzw. a-priori Annahmen über die Natur der Renditeverteilung, indem die gesamte empirische Verteilung in die Betrachtung miteinbezogen wird. Im nächsten Schritt wird die Wahrscheinlichkeitsfläche „über" einer Mindestrendite der Wahrscheinlichkeitsfläche „unter" dieser Mindestrendite gegenüber gestellt. Die so bestimmte Omega Ratio ist unabhängig von Verteilungsannahmen und kann auch in einer linearen Optimierung verwendet werden. Die Ergebnisse einer solchen Optimierung wurden in Favre-Bulle und Pache (2003)[80] beeindruckend dargelegt. Unglücklicherweise testen die Autoren die Ergebnisse dieser Optimierung nur ex-post und nicht ex-ante. Ein ex-ante Test wäre insofern speziell von Interesse, als Omega unter denselben Schwierigkeiten leidet, wie die historische Berechnungsmethode des VaR, nämlich die mangelnde Prognosefähigkeit der historischen Verteilung. Trotzdem liefert Omega gerade für die externe Performancemessung von Wertpapieren, die stabil verteilte Renditen aufweisen, definitiv genauere Ergebnisse als „traditionelle" Performancemaße (bei Verwendung des risikolosen Zinssatzes als Mindestrendite) und ist darüber hinaus auch in der Lage,

[78]Als Partial Moments werden Verteilungsmomente bezeichnet, die nur eine Seite der Wahrscheinlichkeitsverteilung betrachten. Das zweite Lower Partial Moment ist beispielsweise die Standardabweichung des Teils der Wahrscheinlichkeitsverteilung, der unter dem Mittelwert liegt.

[79] vgl. Biglova et al. (2004) S. 110

[80] Alexandre Favre-Bulle und Sébastien Pache (2003), The Omega Measure: Hedge Fund Portfolio Optimization, MBF Master's Thesis, Universität Lausanne, Ecole des HEC Februar 2003

sowohl individuelle Rendite und Risikopräferenzen von Investoren festzuhalten.

Biglova et al. (2004) stellen zwei vergleichbare Performancemaße vor, die sich nur minimal von einander unterscheiden.

Im Gegensatz zu den beiden vorangegangenen Studien betrachten die Autoren nur die Enden der Verteilung und setzen den CVaR des Gegenteils der Überschussrendite ins Verhältnis zum CVaR der Überschussrendite. Das heißt, dass die beiden extremen Enden der Verteilung miteinander verglichen werden bzw. die Frequenz von extremen Verlusten mit der Frequenz von extremen Gewinnen. Dies wird von den Autoren als Rachev Ratio bezeichnet und kann mittels der weiter oben erwähnten Methoden relativ leicht für stabil verteilte Renditen durchgeführt werden.

Als zweite Performancemaßzahl wird die Generalized Rachev Ratio entwickelt, die anstelle des CVaR den Power CVaR verwendet. Der Power CVaR berücksichtigt, dass ein minimales Überschreiten der Verlustgrenze weniger Anlass zur Besorgnis ist, als ein Verlust, der weitaus höher ist als die Verlustgrenze. Indem für den Power CVaR des Gegenteils der Überschussrendite andere Gewichtungen für das Überschreiten der Schwelle gewählt werden als für den Power CVaR der Überschussrendite, können auch asymmetrische Risikopräferenzen gewählt werden. Diese Vorgehensweise weist Ähnlichkeiten mit Farinelli und Tibletti (2003) auf.

Ortobelli et al. (2004) unterziehen das Performancemaß von Farinelli und Tibletti (2003), die beiden Rachev Ratios, die Sharpe Ratio und noch einige andere Performancemaße sowohl einer ex-post als auch einer ex-ante Analyse für simulierte stabil verteilte Renditen. Dabei kommen die Autoren zu dem Schluss, dass die Rachev Ratio sowohl effizientere Portfolios als auch bessere und genauere Performancemessung von stabil verteilten Renditen liefert.

4.3 Optimierung von stabil verteilten Portfolios und Effizienz

Die Moderne Portfoliotheorie wurde von Markowitz (1952) begründet. Der „Mean-Variance“ Ansatz, der von Markowitz (1952) wurde, beruht auf 2 relativ einfachen Prinzipien. Das Ziel ist, entweder aus allen möglichen Portfolios jene zu identifizieren, die bei einem gegebenen maximal erlaubten Risiko von σ die maximale erwartete Rendite μ aufweisen, oder aus allen möglichen Portfolios, die bei einem gegebenen minimalen Wert von μ das minimale Risiko σ aufweisen. Diesen beiden Prinzipien entsprechen die beiden folgenden Optimierungsprobleme: max $w^T Er$ bzw. min $w^T \Sigma w$.

Die Lösung dieser beiden Optimierungsprobleme (bzw. von einem der beiden) führt nach dem Einsetzen von verschiedenen Mindestrenditen, bzw. Maximalrisiken zur Effizienzgrenze in der bekannten Form. Als alternative Möglichkeit bietet sich noch folgendes Optimierungsproblem an: max $w^T Er - \lambda w^T \Sigma w$. Hier wird über den Parameter λ die Risikoaversion des Investors dargestellt. Diese drei Optimierungen führen zum selben Ergebnis. [81] Um nun aus den effizienten Portfolios das mit dem besten Risiko-Rendite Verhältnis auszuwählen, wird die bereits erwähnte klassische Form des Performance Maßes, die Sharpe Ratio, maximiert.

Soweit nun der klassische Ansatz im Sinne der Modernen Portfoliotheorie. In einer Umgebung mit stabil verteilten Renditen führt nun diese zweistufige Optimierung nicht mehr zu korrekten Ergebnissen.

Da Investoren, die nach dem „Mean-Variance“ Prinzip entscheiden, eine konvexe Nutzenfunktion aufweisen, muss ein Ersatz für die Varianz ebenfalls die konvexe Nutzenfunktion berücksichtigen. Dies wird sichergestellt, indem gefordert wird, dass die verwendete Risikomaßzahl ebenfalls ein konvexes Funktional ist.

Die Begründung für die Forderung der Konvexität der Risikokennzahl liegt in der Tatsache, dass der Bruch μ/σ als Inverse der konvexen Funktion σ/μ eine konkave Funktion ist (solange alle möglichen Portfolios aus einem konvexen Set stammen), was wiederum als Forderung an die Effizienzgrenze in der MPT gestellt wird, um die Nutzenfunktion von

[81] vgl. Stoyan Stoyanov, Svetlovar Rachev und Frank Fabozzi (2002), Optimal Financial Portfolios, Working Paper Februar 2002 S. 4

Markowitz (1952) zu erhalten.[82] σ ist hier nicht als die Standardabweichung, sondern als eine allgemeine Risikokennzahl zu lesen.

Durch diese Betrachtungsweise wird es möglich, die Erkenntnisse von Markowitz (1952) zu verallgemeinern und die strikten Annahmen, die ausschließlich die Standardabweichung als Risikokennzahl zulassen, aufzuweichen. Stoyanov et al. (2005) fordern zusätzlich die Kohärenz der verwendeten Risikokennzahl. Kohärenz wurde, wie bereits erwähnt, von Artzner et al. (1999) definiert. Artzner et al. (1999) postulieren 4 Axiome, die ein Risikomaß erfüllen muss. Diese Axiome stellen sicher, dass ein Risikomaß auf einer soliden theoretischen Basis steht und haben sich auch in der Praxis des Risikomanagements bewährt. Durch die Forderung von Kohärenz wird sichergestellt, dass die verwendeten Risikomaße sowohl in der Praxis gut aufgenommen werden, als auch Eigenschaften aufweisen, die im Rahmen der zugrunde liegenden Theorie vorteilhaft sind.

In Stoyanov et al. (2005)[83] wird in einem ersten Schritt bewiesen, dass die allgemeine Form eines Performancemaßes, gemäß der Definition im vorigen Abschnitt, als Generalisierung der Sharpe Ratio zumindest die Anforderung einer konkaven Funktion erfüllt. Die Forderung von Kohärenz kann klarerweise erst mit einem konkreten Risikomaß überprüft werden. Es existiert in der Literatur eine Fülle von Arbeiten, die sich mit der Kohärenz bzw. Nicht-Kohärenz von unterschiedlichen Risikokennzahlen auseinander setzen. Als Beispiel sei auf Acerbi und Tasche (2002)[84] verwiesen.

Ein wichtiges zusätzliches Ergebnis der Arbeit von Stoyanov et al. (2005) ist die Erkenntnis, dass auch die Optimierung eines Portfolios unter der Verwendung eines allgemeinen Performancemaßes mittels quadratischer Programmierung durchgeführt werden kann. Quadratische Programmierung kann in den meisten Fällen algebraisch gelöst werden,

---

[82] vgl. Stoyanov et al. (2005) S. 7
[83] vgl. Stoyanov et al.. S.9 ff.
[84] Carlo Acerbi und Dirk Tasche (2002), On the coherence of expected shortfall, in The Journal of Banking and Finance 26, 2002, S. 1487-1503

die Möglichkeit zur numerischen Lösung besteht natürlich heutzutage nebenher ebenso.

Nach dem allgemeinen Beweis führen Stoyanov et al. (2005) die Optimierung mit der STARR Ratio durch, die sowohl ein kohärentes Risikomaß enthält, als auch der allgemeinen Form eines Performancemaßes entspricht. Die STARR Ratio kann, da sie als Risikomaß den CVaR einsetzt, auch im Fall von stabil verteilten Renditen implementiert werden. Das bedeutet, dass die bereits bekannte Optimierung eines Portfolios mittels Maximierung der Sharpe Ratio nur leicht modifiziert werden muss, um auch im Fall von stabil verteilten Renditen einsetzbar zu sein.

Die im vorigen Abschnitt dargestellte alternative Form einer Performancemaßzahl stellt nun im Rahmen der Optimierung ein Problem dar, da sowohl die Bestimmung des Gewinns als auch die des Verlustes mittels eines Risikomaßes d.h. eines konvexen Funktionals erfolgt. Die so entstehende Funktion ist daher nicht konkav. Aus diesem Grund sind die eingangs erwähnten Optimierungen nicht mehr beschränkt und können nicht gelöst werden, da alle Lösungsvariablen bis ins unendliche anwachsen.[85] Als Lösungsansatz wird von Stoyanov et al. (2005) die Linearisierung und anschließende Lösung mittels mixed-integer Linearer Programmierung vorgeschlagen. Dies ist speziell dann praktikabel, wenn unterschiedliche Szenarien für die Renditeentwicklung überprüft werden müssen. Der rechnerische Aufwand dieser Methode wird glücklicherweise nicht von der Anzahl der Portfoliobestandteile bestimmt, sondern vielmehr von der Anzahl an Szenarien und ist daher auch für große Portfolios möglich. Die Ergebnisse dieser Untersuchung gelten für die unterschiedlichen Ausprägungen von alternativen Performancemaßzahlen, wie die Farinelli-Tibletti Ratio, die Rachev Ratio und die Generalized Rachev Ratio.

Dementsprechend existiert auch für den stabilen Bereich ein grundlegendes Instrumentarium, um die Erkenntnisse über die nicht-normale Verteilung von Aktienrenditen auch bei der Optimierung von

[85] Für die Beweise sei wieder auf Stoyanov et al (2005) S. 20 verwiesen

Portfolios anwenden zu können. Gleichzeitig kann als Spezifikum der alternativen Performancemaße eine Optimierung des Portfolios unter Berücksichtigung von assymetrischen Risikopräferenzen durchgeführt werden. Anzumerken ist, dass die hier angesprochenen Methoden unter den nicht-normalen Hypothesen im allgemeinen die stabile Verteilung (im Gegensatz zur t-Verteilungshypothese) favorisieren und dementsprechend die Lösungsansätze bei stärkeren Hinweisen auf die t-Verteilungshypothese erneut überprüft werden müssen.
Die Arbeit von Stoyanov et al. (2005) liefert zwar wichtige Erkenntnisse über die Optimierung von Portfolios bei Gültigkeit der stabilen Hypothese, klammert allerdings eine Problematik völlig aus. Die Normalverteilungshypothese geht nicht nur von einer Normalverteilung der einzelnen Wertapiere aus, sondern unterstellt auch eine gemeinsame multivariate Normalverteilung aller Wertpapiere, deren Abhängigkeiten voneinander durch die Kovarianz und dementsprechend durch die Korrelation beschrieben werden. Die Kovarianz stellt allerdings das gemeinsame zweite Moment der gemeinsamen Normalverteilung dar und ist bei der Unterstellung von gemeinsam multivariat stabil verteilten Renditen ebenso unendlich wie es die Varianz im univariaten Fall ist.
Die Lösung für den stabilen Fall ist unglücklicherweise nicht besonders intuitiv, da hier mit Copulas gearbeitet werden muss. Copulas ermöglichen die separate Betrachtung der Verteilungen der einzelnen Komponenten der multivariaten Verteilung und der Abhängigkeitsstruktur, die mittels einer Copula dargestellt werden kann. Die Verwendbarkeit von Copulas bei stabil verteilten Renditen wird durch das Faktum erleichtert, dass Copulas bei der Verwendung von elliptischen Verteilungen (die Familie der stabilen Verteilungen und damit auch die Normalverteilung sind elliptische Verteilungen) Eigenschaften aufweisen, die eine analytische Lösung vereinfachen.[86]

[86] vgl. Bradley und Taqqu (2003) S. 77

5 Konklusion

Die moderne Finanzwirtschaft beruht auf der Erkenntnis, dass Renditezeitreihen Zufallsvariablen sind, die einem stochastischen Prozess gehorchen. Die Eigenschaften dieses stochastischen Prozesses sind daher von besonderem Interesse. Vor allem die Beobachtungen über die Natur der Verteilung, der diese stochastischen Prozesse gehorchen, sind kritisch für die Betrachtung von Themen wie Portfolio Selektion, Bewertung von Finanzinstrumenten und Risikomanagement. Die klassische Annahme, dass die zugrunde liegende Verteilung normal ist, gerät unter zunehmende Kritik. Bereits Mandelbrot (1963) beobachtet bei der Untersuchung von Baumwollfutures, dass große Preisveränderungen öfter auftreten, als diese nach der Normalverteilung sollten. Um diese „fat-tails" modellieren zu können, werden in der Literatur verschiedene Alternativen diskutiert. Den meisten Anteil in diesen Diskussionen nehmen die t-Verteilung und die Familie der stabilen Verteilungen ein. In jüngerer Zeit scheinen sich die stabilen Verteilungen durchgesetzt zu haben, da mit stabilen Verteilungen auch weitere stilisierte Fakten modelliert werden können (Volatility Clustering etc.). Außerdem kann bei Gültigkeit der stabilen Hypothese auch der generalisierte Zentrale Grenzwertsatz angewendet werden. Dadurch kann mit einigem Aufwand das Instrumentarium, das bei Gültigkeit der Normalverteilungshypothese angewendet wird, auf den Fall der Gültigkeit der Stabilverteilungshypothese übertragen werden.

Das Thema meine Arbeit war eine zusammenfassende Auseinandersetzung mit den empirischen Eigenschaften von Renditezeitreihen, eine Auseinandersetzung mit Literatur, die sich mit Alternativen zur Normalverteilung beschäftigt und ein zusammenfassender Überblick über die Aspekte einer stabilen Portfoliotheorie. Zusammenfassend ist festzuhalten, dass die Empirie nahe legt, Modelle die auf der Normalverteilung basieren, in der Praxis mit Vorsicht einzusetzen, da speziell im Hinblick auf sinnvolles und ausreichend vorsichtiges Risikomanagement die „fat-tails" von Renditeverteilungen beachtet und berücksichtigt werden müssen. Ebenso sind „fat-tails" in der

Asset Allokation zu berücksichtigen, da eine Optimierung, die dieses Phänomen nicht berücksichtigt, möglicherweise Portfolios liefert, die nicht effizient sind. Die optimale Zusammenführung von Risikoaversion des Investors und Risiko des Portfolios kann ebenso wenig gewährleistet werden.

Die Erwähnung der Beobachtung von „fat-tails“ in vielen Lehrbüchern zeigt, dass die Problematik von nicht normalverteilten Renditen bekannt ist. Modelle, welche „fat-tails“ berücksichtigen, werden allerdings kaum vorgestellt.

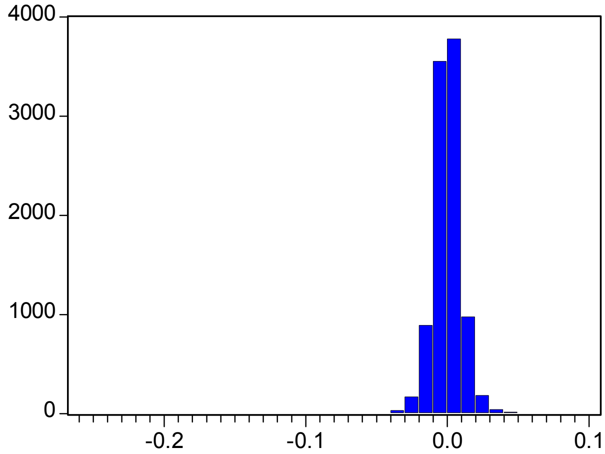
Die Gründe dafür sind sicherlich in der hohen Komplexität der gesamten Thematik zu suchen. Durch das Fehlen von geschlossenen Formen von Dichte- und Verteilungsfunktion, die Nichtexistenz von Momenten > α und die Schwierigkeiten bei der Darstellung von Abhängigkeiten zwischen den einzelnen Wertpapieren stellen stabile Verteilungen enorme Ansprüche an die statistische Ausbildung des Anwenders.

Die weite Verbreitung der stabilen Verteilung wird außerdem durch die Flexibilität der t-Verteilung erschwert. Eine t-Verteilung kann „fat-tails“ ebenfalls modellieren und weist darüber hinaus vollständig definierte Dichte- und Verteilungsfunktionen auf. Da die t-Verteilung endliche Varianz besitzt und außerdem bei einer steigenden Anzahl von Summanden gegen die Normalverteilung konvergiert, wird wohl oft der t-Verteilung gegenüber der stabilen Verteilung der Vorzug gegeben, obwohl eine t-Verteilung mit einem Freiheitsgrad von > 3 symmetrisch ist und daher schiefe Daten nicht modellieren kann.

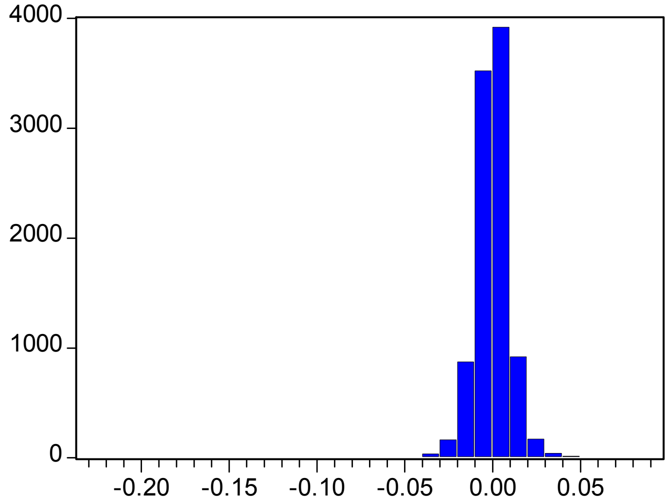
Die Forderung von Nolan (1999) nach einem pragmatischen Standpunkt beim Treffen von Verteilungsannahmen würde meiner Ansicht nach wohl eher die t-Verteilung favorisieren. So überzeugend die theoretischen Argumente für die Hypothese von stabil verteilten Renditen auch sind, die t-Verteilung ist sicherlich der praktikablere und intuitivere Ansatz um „fat-tails“ zu modellieren. Im Rückblick auf die rege Diskussion in der Literatur der siebziger und achtziger Jahres des 20. Jahrhunderts, ist auch zu bemerken, dass die Hypothese von t-verteilten Renditen bis heute nicht auf der Basis von empirischen Untersuchungen verworfen werden konnte.

Als Forschungsgebiet bleiben stabile Verteilungen trotzdem überaus viel versprechend, da im Hinblick auf Methoden zur einfacheren Anwendbarkeit der Theorie noch viel Aufholungsbedarf besteht.

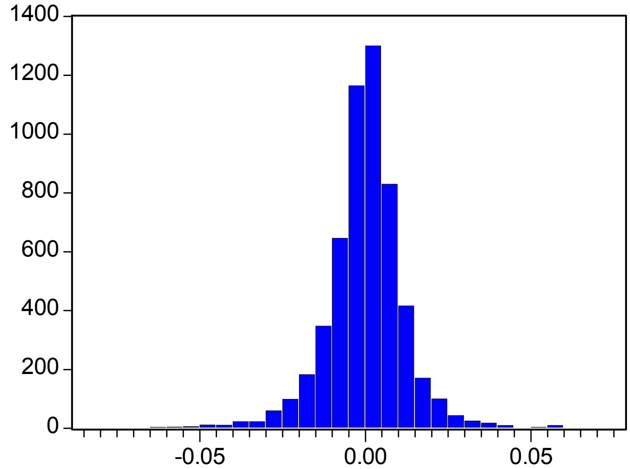
6 Appendix



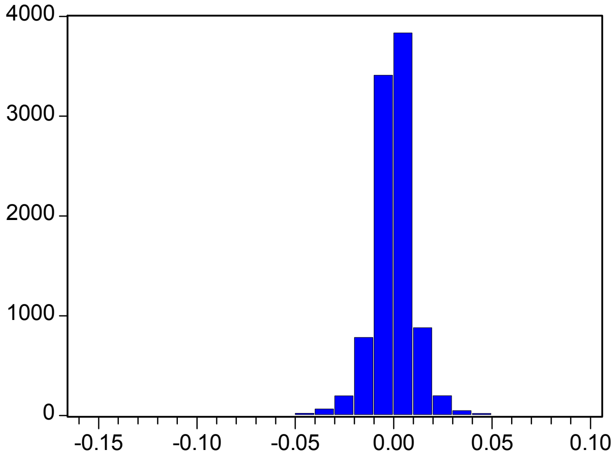
Series: DOW_JONES_INDUS__AVG	
Sample 1 9668	
Observations 9668	
Mean	0.000279
Median	0.000389
Maximum	0.096686
Minimum	-0.256320
Std. Dev.	0.010211
Skewness	-1.689463
Kurtosis	48.25875
Jarque-Bera	829744.6
Probability	0.000000



Series: S_P_500_INDEX	
Sample 1 9684	
Observations 9684	
Mean	0.000275
Median	0.000411
Maximum	0.087089
Minimum	-0.228997
Std. Dev.	0.009988
Skewness	-1.311079
Kurtosis	35.53949
Jarque-Bera	430007.5
Probability	0.000000

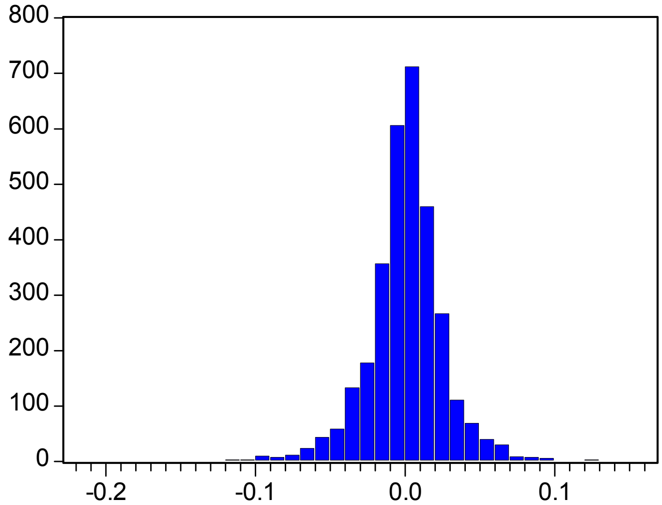


Series: DJ_EURO_STOXX_50	
Sample 1 5528	
Observations 5528	
Mean	0.000241
Median	0.000652
Maximum	0.070783
Minimum	-0.082618
Std. Dev.	0.012248
Skewness	-0.284301
Kurtosis	8.440789
Jarque-Bera	6892.837
Probability	0.000000



Series: TOPIX_INDEX__TOKYO_
Sample 1 9493
Observations 9493

Mean	0.000213
Median	0.000419
Maximum	0.091158
Minimum	-0.158102
Std. Dev.	0.010659
Skewness	-0.485825
Kurtosis	13.69555
Jarque-Bera	45621.32
Probability	0.000000



Series: RUSSIAN_RTS_INDEX_$
Sample 1 3167
Observations 3167

Mean	0.000991
Median	0.002043
Maximum	0.155569
Minimum	-0.211025
Std. Dev.	0.027141
Skewness	-0.402723
Kurtosis	9.226227
Jarque-Bera	5201.091
Probability	0.000000

7 Literaturverzeichnis

Acerbi C. und Tasche D. (2002), On the coherence of expected shortfall, in The Journal of Banking and Finance 26

Amenc N., Malaise P. und Vaissié M. (2005), EDHEC Funds of Hedge Funds Reportings Survey, A return-based approach to Funds of Hedge Funds Reporting, EDHEC Risk and Asset Management Research Centre Publication, Jänner 2005

Artzner P., Dalbaen F., Eber J. und Heath D. (1999), Coherent measures of risk, in Mathematical Finance 9

Barndorff-Nielsen O. (1997), Normal Inverse Gaussian Distributions and Stochastic Volatility Modeling, in The Scandinavian Journal of Statistics, Vol. 24, No.1

Biglova A., Ortobelli S., Rachev S. und Stoyanov S. (2004), Different approaches to risk estimation in portfolio theory, in The Journal of portfolio management 31

Black F. und Scholes M. (1973), Pricing of options and Corporate Liabilities, in The Journal of Political Economy, Vol.81,

Blattberg R. und Gonedes N. (1974), A Comparison of the Stable and Student Distributions as statistical models for stock prices, in The Journal of Business, Vol. 47, No. 2

Bollerslev T. (1986), Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity, in The Journal of Econometrics, Vol. 31, No. 3

Bradley B. und Taqqu M. (2003), Financial Risk and Heavy Tails, in Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance, Elsevier, Amsterdam

Cesari R. und Cremonini D. (2003), Benchmarking, portfolio insurance and technical analysis: a Monte-Carlo comparison of dynamic strategies of asset allocation; in The Journal of Economic Dynamics & Control 27

Cizeau P., Potters M. und Bouchard J. (2001), Correlation structure of extreme stock returns, in Quantitative Finance 1

Cont R. (2001), Empirical properties of asset returns: Stylized Facts and statistical issues, in Quantitative Finance, Vol. 1

Cont R., Potters M., und Bouchard J. (1997), Scaling in stock market data: Stable Laws and Beyond, abrufbar unter http://ssrn.com/abstract=40555

Dimson E. (1979), Risk measurement when shares are subject to infrequent trading, in The Journal of Financial Economics 7,

Eberlein E., Keller U. und Prause K. (1998), New insights into smile mispricing and Value at Risk: The hyperbolic model, in The Journal of Business, Vol. 71

Fama E. (1965), The Behavior of Stock Market Prices, in The Journal of Business, Vol. 38 No.1

Fama E. (1969), The Adjustment of stock prices to new information, in The International Economic Review, Vol. 10

Fama E. und Roll R. (1968), Some Properties of symmetric Stable Distributions, in The Journal of the American Statistical Association, Vol. 63, Nr. 323

Fama E. und Roll R. (1971), Parameter estimates for symmetric Stable Distributions, in The Journal of the American Statistical Association, vol. 66, No. 334

Fame E. (1963), Mandelbrot and the Stable Paretian Hypothesis, in The Journal of Business, Vol.36,

Farinelli S. und Tibletti L. (2003), Sharpe thinking with asymmetrical preferences, Technical report Universität Turin

Favre L. und Galeano J. (2002), Mean-Modified Value-at Risk optimization with Hedge Funds, in The Journal of Alternative Investments, Vol.5 Nr. 2

Favre-Bulle a. und Pache S. (2003), The Omega Measure: Hedge Fund Portfolio optimization, MBF Master's Thesis, Universität Lausanne, Ecole des HEC

Fielitz B. (1976), Further results on asymmetric Stable Distributions of stock price changes, in The Financial and Quantitative Analysis, Vol.11, No.1

Fielitz B. und Rozelle J. (1983), Stable Distributions of and the mixtures distributions hypothesis for common stock returns, in The Journal of the American Statistical Association, Vol. 78, No, 381

Fielitz B. und Smith E. (1972), Asymmetric stable distributions of stock price changes, in The Journal of the American Statistical Association, Vol. 67, No. 340

Fischer B. (2001) Performanceanalyse in der Praxis, 2. Auflage, R. Oldenbourg Verlag, München und Wien

Gottlieb G. und Kalay A. (1985), Implications of the discreetness of observed stock prices, in The Journal of Finance, Vol. 40, No.1

Granger C. (1992), Forecasting stock market prices: Lessons for forecaster, In International Journal of Forecasters 8

Hill B. (1975), A simple general approach to inference about the tail of a distribution, in The Annals of Statistics 3(5)

Hsu D., Miller R. und Wichern D. (1974), On the stable Paretian Behavior of stock market prices, in The Journal of the American Statistical Association, Vol. 69, No. 345

Jorion P. (2000), Value at Risk, zweite Auflage, Mc Graw Hill, New York

Keating C. und Shadwick W.F. (2002), A universal performance measure, in The Finance Development Centre Limited

Kon S. (1984), Models of stock returns – A comparison, in The Journal of Finance, Vol. 39, No.1

Lamantia F., Ortobelli S. und Rachev S. (2001), VaR, CvaR and time rules with elliptical and asymmetric stable distributed returns, Working Paper

Loretan M. und Phillips P. (1994), Testing the covariance stationarity of heavy tailed time series, in The Journal of Empirical Finance 1, Issue 2

Mandelbrot B. (1963), The variation of certain speculative prices, in The Journal of Business, Vol. 36, No. 4 (Oct. 1963)

Mandelbrot B. (1967), The Variation of some other speculative prices, in The Journal of Business, Vol. 40, No.4

Markowitz H. (1952), Portfolios Selection, in The Journal of Finance, Vol.7

Mittnik S. und Paloella M. (2003) Prediction of Financial Downside Risk with heavy-tailed conditional distributions, in Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance, Elsevier, Amsterdam, Kapitel 9

Mittnik S., Paloella M. und Rachev S. (2000), Diagnosing and treating fat tails in financial returns data, in The Journal of Empirical Finance 7

Nolan J. (1999), Maximum likelihood estimation and diagnostics for Stable Distributions, Manuskript unter http://academic2.american.edu/~jpnolan/stable/stable.html abrufbar

Nolan J. (1999), Maximum likelihood estimation and diagnostics for stable distributions, Manuskript unter http://academic2.american.edu/~jpnolan/stable/stable.html abrufbar

Nolan J. (2007) Stable Distributions – Models for heavy tailed data, Birkhäuser, Boston, Buch in Arbeit, Kapitel 1 online auf http://academic2.american.edu/~jpnolan

Ortobelli S., Biglova A., Stoyanov S., Rachev S. und Fabozzi F. (2004) A Comparison among performance measures in portfolio theory, Working Paper

Ortobelli S., Huber I, und Rachev S. (2003), Portfolio Choice Theory with no-Gaussian distributed returns, in Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance, Elsevier Amsterdam, Kapitel 14

Paloella M. (2001), Testing the Stable Paretian Assumption, in Mathematical an Computer Modeling 34

Perry P. (1983), More Evidence on the nature of the distribution of security returns, in The Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 18, No.2

Praetz P. (1972), The Distribution of share price changes, in The Journal of Business, Vol. 45, No.1

Press S. (1972), Applied Multivariate Analysis, New York; Rinehard and Winston

Rachev S. Schwartz E. und Khindanova I. (2003), Stable modeling of market and credit Value at Risk, in Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance, Elsevier Amsterdam, Kapitel 7

Rachev S., Martin D., Siboulet F. (2003), Phi-alpha optimal portfolios and extreme Risk Management, in Willmott Magazine of Finance,

Rehkugler H. (2002), Grundlagen des Portfoliomanagements, in Handbuch Portfolio Management 2. Auflage, Bad Soden

Rogalski R. und Vindo J. (1978), Empirical Properties of Foreign Exchange Rates, in The Journal of International Business Studies, vol. 9, No.2

Roy A.D., Safety First and the holding of assets, in Econometria 20

Scholes M. und Williams J. (1977), Estimating betas form nonsynchronous data, in The Journal of Financial Economics 5,

Sharpe W. (1966), Mutual funds performance, in The Journal of Business, vol. 39, No.1 Part 2: Supplement on security prices

Spreemann K. (2006), Portfoliomanagement, 3. Auflage, München

Steiner M. und Bruns C. (2007), Wertpapiermanagement 9. Auflage, Schäffer- Poeschel Verlag, Stuttgart

Stoyanov S., Rachev S. und Fabozzi f. (2002), Optimal financial portfolios, Working Paper

Teichmoeller J. (1971), A note on the distribution of stock price changes, in The Journal of the American Statistical Association, Vol. 66, No. 334

Tokat Y. und Rachev S. (2003), Asset Liability Management: A review and some new results in the presence of heavy tails, in Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance, Elsevier/North Holland, Amsterdam

Wittrock C. (2002), Grundlagen und Status Quo der Performancemessung, in Handbuch Portfolio Management 2.Auflage, Bad Soden

8 Abstract

Die Beobachtung, dass die Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Renditzeitreihen mehr Wahrscheinlichkeitsmasse in den Enden der Verteilung aufweisen, als dies bei Unterstellung einer Normalverteilung von Renditen angenommen werden kann, ist überaus bekannt. Diese Eigenschaft wird als „Fat Tails“ beschrieben. Die Verwendung von Normalverteilungen in finanzwirtschaftlichen Modellen könnte daher nicht zu den richtigen Schlüssen führen. Es stellt sich die Frage welche Alternativen der Finanzwirtschaft zur Verfügung stehen.

Stabile Verteilungen sind als Alternative zur Normalverteilung seit der bahnbrechenden Arbeit von Mandelbrot (1963) Gegenstand der finanzwirtschaftlichen Forschung. In der vorliegenden Arbeit soll einen Einstieg in den Themenkomplex der stabilen Verteilungen bieten. Dabei wird ein nicht technischer Zugang gewählt, der bewusst nicht an die überaus technische Literatur anschließt. Dadurch wird eine Lücke in der bestehenden Literatur geschlossen.

In weiterer Folge wird anhand der vorhandenen Literatur dargestellt, wie die Portfoliotheorie angepasst werden muss, um mit stabilen Verteilungen zu funktionieren.

The observation, that the probability distributions of return time series exhibit fat tails is well known. Hence using models that are based on the assumption of normally distributed returns might be fundamentally flawed. The question of alternatives remains.

The family of stable distributions was introduced as such an alternative in the ground breaking work of Mandelbrot (1963). Since the publication of his work, stable distributions are frequently subject of financial research. This thesis aims to provide a non technical introduction for readers who are interested in the family of stable distributions as an alternative to the normal distribution. By actively choosing a non-technical approach this piece of work fills a gap in the existing literature. The field of portfolio

theory is used to illustrate the adaptations, that become necessary if stable distributions are used in financial models instead of normal distributions.

9 Lebenslauf

Persönliche Daten:	
Anschrift:	Forsthausgasse 16-20/19/9 1200 Wien
Telefon:	0650/2141155 od. 0664/2141155
email:	zehentner.c@gmx.at
Geburtstag und -ort:	Geboren am 17.Mai 1984 in Oberndorf/Sbg.
Berufliche Laufbahn:	
Seit September 2007 **Private Banker in Ausbildung** Bank Gutmann AG Schwarzenbergplatz 16 1010 Wien	Assistent von 2 Senior Client Relationship Managern im Domestic Private Banking Konzeption und Umsetzung von Anlagevorschlägen für die Anlageberatung und Erstellung von Anlagevorschlägen für die Vermögensverwaltung
Juni-Juli 2007 **Teilzeitpraktikum** Bank Gutmann AG Schwarzenbergplatz 16 1010 Wien	Assistenz des Vorstand für den Bereich International Private Banking Koordination eines Projektes zur Marktbearbeitung in Südamerika (Koordination der involvierten internen Abteilungen und externen Experten)
Mai 2007-Mai 2008 **Portfoliomanager** Portfoliomanagementprogramm der Universität Wien Coburgbastei 4 1010 Wien	Teilnahme am PMP der Universität Wien Weiterverfolgung der als Analyst entwickelten Anlagekonzepte. Neukonzeption und ständige Strategieanpassung eines Depots von 333.333,33€ in einem 8 Personen Team
Oktober 2006- Mai 2007 **Analyst** Portfoliomanagementprogramm ISK Wien Coburgbastei 4 1010 Wien	Teilnahme am PMP des ISK Wien wöchentliche Präsentationen zu makroökonomischen und investmenttheoretischen Themen Verwaltung eines bestehenden Depots von 333.333,33 € in einem 4 Personen Team

Juli und September 2006 **Praktikant** Innovest AG Kärntnerstraße 28 1010 Wien	Mitarbeit im Asset Allocation Team Selbstständige Bearbeitung eines Projektes zur Entwicklung eines makroökonomischen Scoringmodelles der entwickelten Finanzmärkte.
August 2006 **Praktikant** Oberbank AG Geschäftstelle Salzburg-Alpenstrasse Alpenstraße 98 5020 Salzburg	Mitarbeit in der Abteilung Private- und Investmentservices Depotführung und Ordereingabe in GEOS Diverse unterstützende Tätigkeiten
Juli – August in den Jahren 2002 -2005 **Publikumsdienst** Salzburger Festspiele Hofstallgasse 1 5020 Salzburg	Publikumsservice vor Beginn und während der Vorstellungen Sicherstellung des ungestörten Ablaufes von Proben am Domplatz und anderen Spielstätten
Oktober 2002- September 2003 **Zivildiener** Lebenshilfe Salzburg GesmbH Werkstätte Seekirchen Seebadstraße 19 5201 Seekirchen	Assistenz bei der Betreuung und Pflege von geistig und mehrfach behinderten Menschen Erledigung administrativer Aufgaben für die hauptamtlichen Mitarbeiter
Ausbildung	
Seit Oktober 2003 **Universität Wien** Betriebswirtschaftszentrum Brünnerstraße 72 1210 Wien	**Internationale BWL** Spezialisierungen: • Investmentanalyse • Banking
September 1998- Juni 2002 **BORG Neumarkt/Wallersee** Moserkellergasse 15 5202 Neumarkt/Wallersee	**Matura mit ausgezeichnetem Erfolg** Fachbereichsarbeit aus Geschichte/Sozialkunde

Sonstige Tätigkeiten	
Mai 2006 – September 2007 **Stv. Vorsitzender der Fakultätsvertretung WiWi**	Verantwortlicher der ÖH für die Karrieremesse „**Bwz Success 2006**“ (Organisation von Workshops etc.) Mitglied in der Studienkonferenz, Arbeitsgruppe Lehre XXI und diversen Habilitationskommissionen
November 2005- Oktober 2006 **Bewohnersprecher** Österreichische Jungarbeiter-bewegung Mittelgasse 16 1062 Wien	Gewählter Vertreter aller 2000 Bewohner der ÖJAB Studentenwohnheime Sitz und Stimme im Vorstand der ÖJAB Mitglied der Statutenreformkommission (Anpassung der Vereinsstatuten an das VerG 2002) Organisation und Sitzungsleitung von Heimsprechertreffen