



universität
wien

DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit

Mehrdimensionale VERA-Analysen

Verfasserin

Anna Holzmann

angestrebter akademischer Grad

Magistra der Naturwissenschaften (Mag. rer. nat.)

Wien, 2012

Studienkennzahl lt. Studienblatt:

A 415

Studienrichtung lt. Studienblatt:

Meteorologie

Betreuer:

O. Univ.-Prof. Dr. Reinhold Steinacker

Zusammenfassung

Vor einigen Dekaden erfolgte in der Meteorologie sukzessive der Umstieg von subjektiven auf objektive Analyseverfahren zur Interpolation von Messungen atmosphärischer Variablen. Mit unterschiedlichen Methoden auf Basis mathematisch-physikalischer und statistischer Hintergründe wurde versucht, der Herausforderungen der räumlich und zeitlich variablen Datendichte sowie der mesoskaligen, vom zugrunde liegenden Beobachtungsnetz meist nicht auflösbaren Phänomene Herr zu werden. Das modellunabhängige, am Institut für Meteorologie und Geophysik der Universität Wien entwickelte Analyseverfahren VERA (Vienna Enhanced Resolution Analysis) lässt sich in die Kategorie der Variationsanalysen einordnen. Für die stündlich produzierten Analysen zahlreicher meteorologischer Parameter ging man von einer Verbesserung der Analysequalität in Folge der Hinzunahme der Zeit als dritte Dimension aus. Durch die zeitliche Verknüpfung sollten gelegentlich auftretende Stationsausfälle überbrückbar werden.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden auf Grund des Vorteils der an jedem Punkt gegebenen Überprüfbarkeit zu einem Großteil analytische Felder eingesetzt. Es zeigte sich eine starke Abhängigkeit der Ergebnisse von der zugrunde liegenden Stationsverteilung, insbesondere hinsichtlich der Lage der markantesten Muster des Feldes sowie der Lage der Analysedomäne. Außerdem nahmen Konfigurationseinstellungen wie beispielsweise die Gewichtungen der Glattheitsbedingung einen wesentlichen Einfluss. Eine allgemeine Aussage zum Erfolg der Kompensation von Stationsausfällen durch die zeitliche Verknüpfung mehrerer Analysen lässt sich damit nicht treffen, obwohl das Potenzial dafür grundsätzlich bestätigt werden konnte. Durchgeführte Extrapolationen meteorologischer Felder zeigten die Notwendigkeit, ein Konzept für transiente Strukturen zu überlegen, da die implementierten Glattheitsbedingungen rasch zu einem Abschwächen und Abbremsen gradientstarker Systeme wie beispielsweise Fronten führen.

Eine Erweiterung der Fallbeispiele auf die vier Dimensionen x , y , z und t erforderte zusätzliche Daten in der vertikalen Komponente, was durch Einbindung von Messungen aus Flugzeugaufstiegen bewerkstelligt wurde. Deren zeitliche und räumliche Dichte ermöglichte zwar eine Verbesserung gegenüber dem rein zweidimensionalen Beobachtungsnetz, reichte aber für eine hochauflösende 4D-Analyse nicht aus. Mitverantwortlich für dieses Ergebnis sind auch die in der aktuellen Version von VERA nicht dimensionspezifisch einstellbaren Gitterdistanzen. In den vierdimensionalen Fallbeispielen dieser Arbeit resultierten vertikale Gitterdistanzen von 1000 Metern, was für ein aussagekräftiges Vertikalprofil in der Praxis nicht fein genug ist.

Abstract

Several decades ago subjective meteorological analysis was gradually replaced by objective methods for the interpolation of measurements of atmospheric parameters. Considering mathematical, physical and statistical background, different ways to tackle the issues of temporally and spatially varying coverage of data and of mesoscale phenomena beyond the resolvable scale have evolved. At the Department of Meteorology and Geophysics in Vienna the model-independent variational concept of VERA (Vienna Enhanced Resolution Analysis) has been developed. Including time as third dimension promised to compensate for partial failure or lack of measurements.

Profiting from exactly verifiable analytic fields at every gridpoint, investigations primarily focussed on them. Case studies have revealed a strong dependence of the results on the distribution of the stations with respect to the characteristic structures of the specified fields and the analysis domain. Furthermore, the choice of weights for the smoothing function strongly influenced the analyses. Although a general assessment of the success concerning failure of measurements could not be achieved, the tendency for improvement was confirmed. Since the smoothing function tends to weaken and moderate meteorological structures with a strong gradient such as fronts, extrapolation was not convincing. A concept for tackling transient structures would have to be implemented.

Expanding the analysis to the four dimensions of x , y , z and t , additional data in the vertical direction had to be embedded. The approach in this work consisted of adding aircraft data. Compared to the two-dimensional observational network improvement was found. However, the temporal and spatial resolution of the data was not sufficient to achieve a high-resolution analysis. In addition, the version of VERA used does not allow for dimension-specific mesh sizes of the grids so that the vertical resolution was limited to 1000 meters, which in practice is clearly too coarse.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Vorschau	1
1.1	Überblick über die historische Entwicklung objektiver Analyseverfahren	1
1.2	Inhalt und Ziele der Arbeit	2
I	Grundlagen	4
2	Kinematische Größen des horizontalen Strömungsfeldes	5
2.1	Translation	7
2.2	Deformation	7
2.3	Divergenz	8
2.4	Vorticity	10
3	Zwei wichtige Parameter einer objektiven Analyse	12
3.1	Die potentielle Temperatur	12
3.2	Der reduzierte Bodendruck	13
4	VERA - Vienna Enhanced Resolution Analysis	15
4.1	Das Analyseverfahren	15
4.2	Konfigurationseinstellungen	20

II	Mehrdimensionale Tests	23
5	3D-Tests mit analytischen Feldern	24
5.1	Einleitung	24
5.1.1	Testcharakteristiken	24
5.1.2	Der relative RMSE	27
5.2	Erkenntnisse aus Fallbeispiel 1	28
5.2.1	Hexagonale Stationsverteilung	28
5.2.2	Quadratische Stationsverteilung	39
5.2.3	Zufällige Stationsverteilung	44
5.2.4	Reale Stationsverteilung	47
5.3	Erkenntnisse aus Fallbeispiel 2	50
5.3.1	Hexagonale Stationsverteilung	50
5.3.2	Quadratische Stationsverteilung	54
5.3.3	Zufällige Stationsverteilung	57
5.3.4	Reale Stationsverteilung	60
5.4	Fazit und Unterschiede zu realen Beobachtungsdaten	63
5.5	Empfehlungen für die Praxis	68
6	Überblick über 4D-Tests	69
6.1	Erkenntnisse aus analytischen und von realen Daten gestützten Tests	69
6.2	Fazit	71
III	Anhang	72

Kapitel 1

Einleitung und Vorschau

1.1 Überblick über die historische Entwicklung objektiver Analyseverfahren

Ob für diagnostische Betrachtungen, Modellverifikationen oder als Anfangszustand für ein numerisches Vorhersagemodell – eine möglichst hochaufgelöste, objektive Analyse meteorologischer Beobachtungsdaten ist aus dem Arbeitsalltag eines Meteorologen bzw. Synoptikers nicht mehr wegzudenken. Ließ früher der Synoptiker seine subjektive Erfahrung in die Interpolation von Messungen atmosphärischer Variablen wie beispielsweise reduzierten Bodendrucks, Temperatur und Windes einfließen, so kommen heute längst Analyseverfahren zur Anwendung, die mittels statistischer, mathematischer und / oder physikalischer Methoden dem Objektivitätsanspruch gerecht werden. Mit der zunehmenden Auflösung numerischer Wettervorhersagemodelle bis in die Mesoskala (z. B. 16 km am ECMWF, 2010 [6]) wächst auch das Bedürfnis nach hochaufgelösten Analysen, erschwert durch zeitlich und räumlich variable Datendichte. Für mesoskalige, meteorologische Analysen wurden im Laufe der Jahre verschiedene Ansätze entwickelt, welche unregelmäßig verteilte Beobachtungsdaten auf ein regelmäßiges Gitter interpolieren. (Cf. Steinacker et al., 2000 [17]; Le Dimet und Talagrand, 1986 [12])

Eine der ersten Methoden postulierte Panofsky (Panofsky, 1949 [14]), der eine Polynominterpolation dritten Grades bei minimierten Fehlerquadraten wählte. In weiterer Folge befassten sich beispielsweise Gilchrist und Cressman (Gilchrist und Cressman, 1954 [8]) sowie Cressman (Cressman, 1959 [5]) mit einem Polynomansatz unter Einbindung minimal geglätteter, qualitätskontrollierter Beobachtungsdaten und *a priori* ermittelter, empirischer Gewichtungsfaktoren. Letzterer korrigierte mittels der Beobachtungen iterativ ein sogenanntes, zum Teil auch aus numerischen Vorhersagen generiertes „First-Guess-Field“, also eine erste Annahme über die Verteilung eines meteorologischen Feldes. Barnes (Barnes, 1964 [1]) lieferte zur Erfassung feinerer Strukturen

mit Hilfe harmonischer Funktionen einen weiteren Beitrag zur Verbesserung objektiver Analysen. Mit der von Gandin (Gandin, 1965 [7]) entwickelten Optimalen Interpolation, kurz OI, bei der Beobachtungen und Hintergrundinformationen abhängig von ihrem (geschätzten) Fehler so gewichtet werden, dass die Analyse einen minimalen Fehler aufweist, hielten statistische Algorithmen Einzug in dieses Gebiet. Ein nennenswerter Nachteil gegenüber dem Vorteil der internen Konsistenz dieses Verfahrens besteht in der Abhängigkeit von einer nicht exakt gegebenen Fehlerverteilung (Le Dimet und Talagrand, 1986 [12]; Steinacker et al., 2000 [17]). Bereits 1958 erwähnte Sasaki (Sasaki, 1958 [15]; Sasaki, 1970 [16]) potentielle Vorzüge variationeller Methoden, wovon die Spline-Interpolation einen Sonderfall darstellt (Steinacker et al., 2006 [19]). Diese erlauben mittels Penaltyfunktion die Einbindung physikalischer und / oder mathematischer Nebenbedingungen, beispielsweise Glattheitsbedingungen, in die Analyse, während über die Kostenfunktion die quadrierten Differenzen zwischen beobachteten und auf ein regelmäßiges Gitter interpolierten Werten minimiert werden. (Cf. Steinacker et al., 2000 [17]; Steinacker et al., 2006 [19]; Le Dimet und Talagrand, 1986 [12]; Bica, 2007 [3])

VERA – Vienna Enhanced Resolution Analysis –, auf deren Funktionsweise in Kapitel 4 näher eingegangen wird, fällt mit ihren *Fingerprints* in die letztgenannte Kategorie der Variationsanalysen.

1.2 Inhalt und Ziele der Arbeit

Einem meteorologischen Streifzug durch die kinematischen Größen des horizontalen Strömungsfeldes in Kapitel 2, die potentielle Temperatur in Abschnitt 3.1 und den reduzierten Bodendruck in Kapitel 3.2 als zwei wichtige meteorologische Analyse-Parameter folgt eine Einführung in das an der Universität Wien konzipierte und entwickelte variationelle Analyseverfahren VERA. Zu einem wesentlichen Teil besteht die Arbeit in der Erläuterung der Aus- und Wechselwirkungen unterschiedlicher Konfigurationseinstellungen dieses Programms, welchen daher ein eigener Unterabschnitt der Nummer 4.2 gewidmet ist.

Erklärtes Ziel bestand in dem ausführlichen Testen des Analysealgorithmus unter Hinzunahme der Zeit als dritte Dimension. Von der Verknüpfung mehrerer Zeitpunkte erhoffte man sich zeitlich glattere Verläufe in den meteorologischen Feldern und eine verbesserte Kompensation von Stationsausfällen. Außerdem wurde eine kurze Extrapolation in der Größenordnung von einer Stunde als vielversprechend eingestuft. Kapitel 5 befasst sich mit den Ergebnissen aus einer Reihe von Tests mit analytischen Feldern und unterschiedlichen Stationsanordnungen. In Kombination mit den Konfigurations-

einstellungen wird deren Rolle für die Qualität der Analyse ergründet. Im Gegensatz zu realen lässt sich bei analytischen Eingangsdaten jederzeit die Abweichung der VERA-Analyse von der „Wahrheit“ berechnen, was mit einem neu definierten Fehlermaß, dem relativen RMSE (s. Abschnitt 5.1.2), bewerkstelligt wird. In weiterer Folge ermöglichen diese Tests vorsichtige Schlüsse auf eine reale meteorologische Situation, welche von einem Fallbeispiel einer Frontextrapolation im Ostalpenraum in Abschnitt 5.4 abgerundet werden.

Das letzte Kapitel (6) beschreibt vierdimensionale analytische Tests und ein reales Fallbeispiel unter Einbeziehung von aus Linienflügen gewonnenen Daten. Mit dem Abwägen von Mehraufwand und Gewinn und einem Vorschlag zur Lösung aufgetretener Probleme, welche aus der Konzipierung des Analysealgorithmus resultieren, schließt die Arbeit in Abschnitt 6.2.

Teil I

Grundlagen

Kapitel 2

Kinematische Größen des horizontalen Strömungsfeldes

Kinematik befasst sich mit der Bewegung, ohne auf deren Ursachen Bezug zu nehmen, welche hingegen bei der Dynamik im Vordergrund stehen (Holton, 2004 [10]). In erster Näherung kann das horizontale Strömungsfeld mit Hilfe von vier Parametern beschrieben werden, wobei darauf zurückgreifende Gleichungen die theoretische Basis der modernen Synoptik darstellen. Aus einer Taylorreihenentwicklung des in Komponenten u und v aufgespaltenen horizontalen Windvektors mit dem Ursprung des kartesischen Koordinatensystems als Entwicklungspunkt lassen sich in weiterer Folge die vier kinematischen Größen gewinnen (Kurz, 1998 [11]). Divergenz und Vorticity repräsentieren dabei die bedeutendsten Parameter in der Kinematik, während Translation und Deformation, wobei zwischen Scherungs- und Dehnungsdeformation unterschieden wird, eher eine untergeordnete Rolle spielen.

$$\begin{aligned} u(x, y) &= u(0, 0) + \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x,y=0} x + \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{x,y=0} y + \dots \\ v(x, y) &= v(0, 0) + \left. \frac{\partial v}{\partial x} \right|_{x,y=0} x + \left. \frac{\partial v}{\partial y} \right|_{x,y=0} y + \dots \end{aligned} \tag{2.1}$$

(Kurz, 1998 [11])

Die Auslassungspunkte deuten Terme höherer Ordnung an, welche die Approximation exakter machen würden. Betrachtet man lediglich die linearen Terme und addiert zu beiden Näherungen in geschickter Gruppierung die Summe 0, erhält man

$$\begin{aligned}
u(x, y) &= u(0, 0) - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \Big|_{x,y=0} y + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \Big|_{x,y=0} x \\
&\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) \Big|_{x,y=0} x + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \Big|_{x,y=0} y \\
v(x, y) &= v(0, 0) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \Big|_{x,y=0} x + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \Big|_{x,y=0} y \\
&\quad - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) \Big|_{x,y=0} y + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \Big|_{x,y=0} x
\end{aligned} \tag{2.2}$$

(Kurz, 1998 [11])

Diese erweiterte Form enthält die kinematischen Größen des horizontalen Strömungsfeldes wie folgt (Kurz, 1998 [11]):

$$\begin{aligned}
\text{Translation :} & \quad u(0, 0) = u_0; \quad v(0, 0) = v_0 \\
\text{Dehnungsdeformation :} & \quad E = \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\
\text{Scherungsdeformation :} & \quad F = \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\
\text{Divergenz :} & \quad D = \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \vec{\nabla}_h \cdot \vec{v} \\
\text{Vorticity :} & \quad \zeta = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \vec{k} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{v}
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Damit lassen sich die linearen Approximationen für die Horizontalkomponenten des Strömungsfeldes auf folgende Form bringen:

$$\begin{aligned}
u(x, y) &= u_0 - \frac{1}{2} \zeta_0 y + \frac{1}{2} D_0 x + \frac{1}{2} E_0 x + \frac{1}{2} F_0 y \\
v(x, y) &= v_0 + \frac{1}{2} \zeta_0 x + \frac{1}{2} D_0 y - \frac{1}{2} E_0 y + \frac{1}{2} F_0 x
\end{aligned} \tag{2.4}$$

(Kurz, 1998 [11])

Stromlinien als Momentanbild des Geschwindigkeitsfeldes ermöglichen Schlüsse auf die Art der Verlagerung eines davon beeinflussten Luftpakets. Aus der Eigenschaft folgernd, dass Stromlinien die Tangenten an jeden Punkt des Geschwindigkeitsfeldes zu einem festen Zeitpunkt darstellen, also jeweils parallel dazu liegen, ergibt sich der

kompakte Zusammenhang (Kurz, 1998 [11]):

$$\vec{v} \times d\vec{x} = 0 \quad (2.5)$$

Für den rein zweidimensionalen Fall reduziert sich das Kreuzprodukt auf:

$$u \, dy - v \, dz = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{dy}{dx} = \frac{v}{u} \quad (2.6)$$

(Cf. Kurz, 1998 [11])

2.1 Translation

Da bei reiner Translation alle übrigen kinematischen Größen gleich Null sind, reduziert sich Gleichung (2.6) auf $\frac{dy}{dx} = \frac{v}{u} = \frac{v_0}{u_0}$. Durch Integration gewinnt man Geradengleichungen für die Beschreibung der Stromlinien in der Form $y = \frac{v_0}{u_0} x + C$, wobei C die Integrationskonstante symbolisiert und unterschiedliche Werte annimmt. Davon werden parallele Stromlinien gleichen Abstandes zueinander beschrieben, sodass ein darin befindliches Luftpaket eine form-, orientierungs- und flächentreue, gleichförmige Verlagerung erfährt. Als typisches Beispiel einer Translation ist das Westwindregime in mittleren Breiten zu nennen. (Kurz, 1998 [11])

2.2 Deformation

Dehnungs- und Scherungsdeformation führen jeweils zu einer flächentreuen Formveränderung des vom zugehörigen Strömungsfeld beeinflussten Luftpakets.

Bezugnehmend auf Gleichungssystem (2.4) folgt mittels allgemeiner Gleichung für Stromlinien (2.6) unter der Annahme reiner Dehnungsdeformation (d.h. $u_0 = v_0 = F = D = \zeta = 0$):

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v}{u} = \frac{-\frac{1}{2} E_0 y}{\frac{1}{2} E_0 x} = -\frac{y}{x} \quad (2.7)$$

Variablentrennung bringt als Ergebnis der Integration $xy = Ck$ mit Integrationskonstante C, was ein hyperbolisches Strömungsfeld aufspannt, dessen Asymptoten die x- und die y-Achse sind. Aus $E > 0$ folgt $\frac{\partial u}{\partial x} > \frac{\partial v}{\partial y}$, wodurch die x-Achse als Dilatations- und die y-Achse als Kontraktionsachse fungieren. Eine negative Dehnungsdeformation bewirkt demnach das Gegenteil. Dilatation und Kontraktion gleichen einander dahingehend aus, dass die Fläche des betroffenen Luftpakets – im Gegensatz zur Divergenz – erhalten bleibt. Anschaulich gesprochen würde ein quadratisches Luftpaket durch Strecken entlang einer Achse und Kontraktion entlang der anderen zu einem flächengleichen

Rechteck deformiert. (Kurz, 1998 [11])

Liegt reine Scherungsdeformation vor, beläuft sich die Differentialgleichung für die Stromlinien auf

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v}{u} = \frac{\frac{1}{2} F_0 x}{\frac{1}{2} F_0 y} = \frac{x}{y} \quad (2.8)$$

Wiederum lässt sich deren Lösung als Schar von Hyperbeln darstellen, welche der Gleichung $x^2 - y^2 = C$ mit C als Integrationskonstante gehorchen. Im Unterschied zur reinen Dehnungsdeformation weisen die hyperbolischen Stromlinien die 1. und 2. Mediane des kartesischen Koordinatensystems als Asymptoten auf. Es genügt eine Drehung um 45° , um aus dem Scherungsfeld ein Dehnungsfeld zu erhalten, weshalb diese beiden kinematischen Größen gerne zusammengefasst werden. (Kurz, 1998 [11])

Typischerweise bewegen sich Deformationen in der Größenordnung von 10^{-5} s^{-1} , gelegentlich auch darüber. Für Aussagen über Herkunft und Entwicklung starker horizontaler Temperaturgradienten, beispielsweise bei Frontogenese oder Frontolyse, spielt die Deformation eine bedeutende Rolle. (Kurz, 1998 [11])

2.3 Divergenz

Um die Stromlinien einer rein divergenten Strömung zu erhalten, muss die Differentialgleichung

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v}{u} = \frac{\frac{1}{2} D_0 y}{\frac{1}{2} D_0 x} = \frac{y}{x} \quad (2.9)$$

gelöst werden, wodurch man die Gleichung $y = Cx$ mit C als Integrationskonstante erhält. Damit werden im divergenten Fall ($D > 0$) dem Koordinatenursprung ($\hat{=}$ punktförmige Quelle) entspringende Geraden, im konvergenten Fall ($D < 0$) darin mündende ($\hat{=}$ punktförmige Senke) Geraden jeweils unterschiedlicher, durch C definierter Steigungen beschrieben. Der Betrag der Geschwindigkeit muss nach außen hin zunehmen, was unmittelbar aus der Definition der Divergenz (Gleichungssammlung (2.3)) folgt. (Kurz, 1998 [11])

Da die Divergenz einer formtreuen Flächenänderung entspricht, lässt sie sich mittels A als Bezeichnung für die Querschnittsfläche des Luftpakets wie folgt ausdrücken:

$$\vec{\nabla}_h \cdot \vec{v} = \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} \quad (2.10)$$

Stromlinien reiner Divergenz lassen sich nicht als Isobaren oder Isohypsen verstehen, da jenen kein gemeinsamer Ursprung zugrunde liegen kann. Deshalb tritt Divergenz lediglich als zusätzliche Komponente zu einer Strömung auf. (Kurz, 1998 [11])

In natürlichen Horizontalkoordinaten weist per definitionem eine Koordinate (s) in

Bewegungsrichtung und die andere (n) nach links senkrecht darauf, sodass sich der Geschwindigkeitsvektor als $\vec{V} = V\vec{t}$ (Holton, 2004 [10]; Reuter, Hantel und Steinacker, 2001 [9]), nämlich als Produkt seines Betrages mit dem zeitlich veränderlichen (!) Bahneinheitsvektor \vec{t} , darstellen lässt. Mit β als dem Winkel, um den sich die Bewegungsrichtung ändert, erhält man für die horizontale Divergenz den Ausdruck

$$\vec{\nabla}_h \cdot \vec{v} = \frac{\partial V}{\partial s} + V \frac{\partial \beta}{\partial n} \quad (2.11)$$

Der Vorteil dieser Darstellung liegt in der unmittelbaren Verständlichkeit der Divergenz als aus zwei Komponenten zusammengesetzte kinematische Größe. Dabei repräsentiert der Term $\frac{\partial V}{\partial s}$ die Geschwindigkeitsdivergenz, während die Richtungsdivergenz durch den Ausdruck $V \frac{\partial \beta}{\partial n}$ definiert wird. Eine positive Geschwindigkeitsdivergenz resultiert aus niedrigerer Geschwindigkeit stromaufwärts, eine negative ($\hat{=}$ Konvergenz) aus umgekehrten Bedingungen. Richtungsdivergenz wird von auseinander- (positiv) bzw. zusammenlaufenden (negativ) Stromlinien verursacht. (Kurz, 1998 [11])

In einem Feld reiner Divergenz beeinflussen sowohl Geschwindigkeits- als auch Richtungsdivergenz die darin befindlichen Luftpakete. Diesen Zustand kann die Natur jedoch nur selten oder kurz aufrechterhalten, da es sich dabei wie bereits erwähnt um ein Ungleichgewicht handelt – Isobaren oder Isohypsen nehmen diese Form nicht an –, welches sofort kompensiert würde. In der Praxis weisen die beiden Komponenten der Divergenz unterschiedliche Vorzeichen auf, neigen also zur gegenseitigen Kompensation. Wie man sich leicht überzeugen kann, würden konvergierende Stromlinien zu einer Geschwindigkeitserhöhung führen u. u. Welcher Term letztlich die Überhand behält und für das Vorzeichen der Divergenz sorgt, kann nicht einfach aus divergierenden oder konvergierenden Isobaren oder Isohypsen geschlossen werden. (Kurz, 1998 [11])

Obwohl beide Divergenzanteile in derselben Größenordnung von 10^{-5}s^{-1} anzusiedeln sind, reduziert die Neigung zur gegenseitigen Kompensation die Dimension der Divergenz in der synoptischen Skala auf 10^{-6}s^{-1} . (Der geostrophische Wind ist im Übrigen divergenzfrei, sodass der ageostrophische Wind den alleinigen Anteil an der horizontalen Divergenz stellt.) In der Region synoptischer Entwicklungen gilt hingegen wieder die ursprüngliche Abschätzung. (Kurz, 1998 [11])

Der großen Verlockung, die Divergenz direkt aus Windfeldmessungen zu berechnen, sollte aufgrund der Messungenauigkeit gepaart mit der kleinen Größenordnung der Divergenz tunlichst widerstanden werden. Indirekte Methoden, beispielsweise über die Vorticitygleichung, eignen sich besser, um die für das Verständnis synoptischer Prozesse so essentielle kinematische Größe der Divergenz zu bestimmen. (Kurz, 1998 [11])

2.4 Vorticity

Der Anteil der Rotation am horizontalen Strömungsfeld wird von der Vorticity beschrieben. Dabei unterscheidet man zwischen relativer (ζ) und absoluter Vorticity (η). Relative Vorticity kennzeichnet die Rotation um eine vertikale Achse relativ zur Erde und wird durch die vertikale Komponente der Rotation des dreidimensionalen Windvektors definiert:

$$\zeta = \vec{k} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{v}) = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.12)$$

Die absolute Vorticity setzt sich aus relativer und planetarer Vorticity, welche von der Rotation der Erde herrührt (auch Erdvorticity genannt), zusammen. Mit $f = 2\Omega \sin \varphi$ gilt $\eta = \zeta + f$.

Stromlinien reiner Rotation gehorchen der Differentialgleichung

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v}{u} = \frac{\frac{1}{2} \zeta_0 x}{-\frac{1}{2} \zeta_0 y} = -\frac{x}{y}. \quad (2.13)$$

Nach Variablentrennung liefert die Integration mit Integrationskonstante C konzentrische Kreise der Form $x^2 + y^2 = C$ mit dem Koordinatenursprung als Mittelpunkt und C als unterschiedliche quadrierte Radien. Gemäß Definitionsgleichung (2.12) nimmt die Geschwindigkeit nach außen hin zu. Positive Vorticity entspricht einer Drehung gegen den Uhrzeigersinn (zyklonal auf der Nordhalbkugel), negative einer im Uhrzeigersinn (antizyklonal auf der Nordhalbkugel). Im Gegensatz zur Divergenz, dafür analog zu Translation und Deformation, können Stromlinien reiner Rotation als Isobaren oder Isohypsen verstanden und – geltend auf der Nordhalbkugel – für $\zeta > 0$ ein Tief, für $\zeta < 0$ ein Hoch markieren. (Kurz, 1998 [11])

Im natürlichen Koordinatensystem (cf. Abschnitt 2.3) ergibt sich die relative Vorticity zu

$$\zeta = V \frac{\partial \beta}{\partial s} - \frac{\partial V}{\partial n} = V K_s - \frac{\partial V}{\partial n} \quad (2.14)$$

mit der Krümmung der Stromlinie K_s , die im zyklonalen Fall positiv, im antizyklonalen Fall negativ ist. Aus dieser Darstellung werden die beiden Komponenten Krümmungs- und Scherungsvorticity ersichtlich. Krümmungsvorticity $V K_s$ verhält sich nicht nur zur Geschwindigkeit, sondern auch zur Krümmung der Stromlinie direkt proportional und nimmt daher deren Vorzeichen an, woraus wiederum Zyklonalität oder Antizyklonalität der Stromlinien folgen. Die Geschwindigkeitsscherung normal zur Fortbewegungsrichtung beschreibt der zweite Summand ($-\frac{\partial V}{\partial n}$) in Gleichung (2.14). Unter

Berücksichtigung der Definition des natürlichen Koordinatensystems entspricht eine Zunahme (Abnahme) des Windes linkerhand (i.e. in positiver n -Richtung) einer anti-zyklonalen (zyklonalen) Scherungsvorticity. (Kurz, 1998 [11])

Liegen gekrümmte Stromlinien vor, können Krümmungs- und Scherungsvorticity einander kompensieren oder verstärken. An einem lokalen Maximum der Windstärke, das sich in der Abnahme des Windes sowohl links als auch rechts zur Windrichtung äußert, findet man zur Linken zyklonale Scherungsvorticity, zur Rechten antizyklonale vor. Eine zusätzliche zyklonale Krümmung der Stromlinien wie um einen Trog oder ein Tief wirkt auf den linken, hier zyklonalen Bereich verstärkend, auf den rechten, hier antizyklonalen Bereich abschwächend oder gar (über-)kompensierend. Umgekehrt steuern antizyklonal gekrümmte Stromlinien wie um einen Keil oder ein Hoch der zyklonalen Scherungsvorticity im linken Bereich entgegen, während sie im rechten Bereich die Antizyklonalität intensivieren. (Kurz, 1998 [11])

Da die Skalenanalyse für alle kinematischen Größen nach der Abschätzung $\frac{U}{L}$ erfolgt, bewegt sich auch die synoptisch-skalige relative Vorticity ζ in der Größenordnung von 10^{-5}s^{-1} , erreicht aber gelegentlich, beispielsweise im Jetstream (Kurz, 1998 [11]), die 10-fachen Werte davon. Hauptbestimmend für die Größenordnung der absoluten Vorticity als Summe der relativen und planetaren Vorticity ist zweitere, da sie erstere üblicherweise um den Faktor 10 übertrifft. Die Vorticity übernimmt in der Meteorologie eine tragende Rolle. Sowohl für diagnostische, speziell bei der Beschreibung orographisch angeregter Rossby-Wellen, als auch für prognostische Zwecke in der quasi-geostrophischen Theorie stellt sie eine zentrale Größe dar. Zur Vertiefung sei auf die zahlreichen Lehrbücher der Meteorologie, beispielsweise Holton (Holton, 2004 [10]), Kurz (Kurz, 1998 [11]) und Reuter, Hantel und Steinacker (Reuter, Hantel und Steinacker, 2001 [9]), verwiesen.

Meist treten die kinematischen Größen nicht isoliert, sondern in Wechselwirkung miteinander auf. In der mittleren und oberen Troposphäre kombinieren sich charakteristischerweise Translation und Vorticity derart, dass wellenförmige Stromlinien mit Trögen und Keilen resultieren. Bei schwacher Translation zumeist in der unteren Troposphäre können abgeschlossene, als Hoch und Tief interpretierbare Stromlinien eingebettet sein. Eine Scherungszone ergibt sich aus der Überlagerung von Vorticity und Deformation gleicher Größe, während sich im Falle dominierender Rotation elliptische Stromlinien formen. Spiralförmige Stromlinien bilden sich aus einer Kombination von Rotation und Divergenz. (Kurz, 1998 [11])

Kapitel 3

Zwei wichtige Parameter einer objektiven Analyse

3.1 Die potentielle Temperatur

Die Definition der potentiellen Temperatur lautet

$$\theta = T \left(\frac{p_0}{p} \right)^\kappa. \quad (3.1)$$

Dabei wird κ mit R/c_p gleichgesetzt, wobei R die Gaskonstante für trockene Luft mit 287,04 J/kg/K und c_p die spezifische Wärme bei konstantem Druck mit 1005 J/kg/K repräsentieren. Als Referenzdruck p_0 wird international 1000 hPa verwendet. Die Definitionsgleichung (3.1) lässt sich anschaulich interpretieren: Wird ein trockenes Luftpaket der Temperatur T und des Druckes p isentrop auf den Druck p_0 gebracht, hat es dort die Temperatur θ . Adiabatisch reversible (= isentrope) Kompression führt zu Erwärmung, Expansion zu Abkühlung des Luftpakets **ohne Wärmeaustausch** mit der Umgebung. (Kurz, 1998 [11]; Reuter, Hantel und Steinacker, 2001 [9])

Die meteorologisch fundamentale Bedeutung der potentiellen Temperatur stützt sich auf den Zusammenhang mit der Entropie s , der durch die Gibbs'sche Form für das ideale Gas derart gegeben ist (Reuter, Hantel und Steinacker, 2001 [9]):

$$ds = c_p \frac{d\theta}{\theta} \quad (3.2)$$

Bei isentropen Zustandsänderungen ($ds = 0$) bleibt auch die potentielle Temperatur erhalten. Als nichtisentrop gelten in der Atmosphäre praktisch nur zwei Prozesse: Absorption bzw. Emission von Strahlungsenergie und Umwandlung von latenter Wärme durch Kondensation bzw. Verdunstung (Reuter, Hantel und Steinacker, 2001 [9]).

Ein weiterer Vorteil liegt in der Höhenunabhängigkeit der potentiellen Temperatur, wodurch Luftmassenvergleiche hinsichtlich der Wärme auch über gebirgigen Regionen sinnvoll möglich sind. Des Weiteren lassen sich aus dem Vertikalprofil der potentiellen Temperatur Aussagen über die Stabilität der Atmosphäre gewinnen (Holton, 2004 [10]).

Bei feuchtisentropen Zustandsänderungen ist die äquivalentpotentielle Temperatur $\theta_e = \theta \exp\left(\frac{Lq}{c_p T}\right)$ eine Erhaltungsgröße. Der Zuschlag zur potentiellen Temperatur rührt vom im Luftpaket enthaltenen Wasserdampf her. Kondensiert dieser beispielsweise bei isentroper Hebung, wird dem Luftpaket die dadurch frei werdende latente Wärme zugeführt. Die äquivalentpotentielle Temperatur charakterisiert Luftmassen hinsichtlich ihres Energiegehalts (Wärme und Feuchte), weshalb sie bei der Frontenanalyse, wo Luftmassengrenzen ausfindig gemacht werden wollen, breite Verwendung findet. (Reuter, Hantel und Steinacker, 2001 [9])

3.2 Der reduzierte Bodendruck

Ähnlich wie die potentielle Temperatur einen Vergleich unterschiedlich hoch gelegener Stationen hinsichtlich der Wärme der Luft ermöglicht, dient die einheitliche Reduktion der von Stationen gemeldeten, stark höhenabhängigen Druckwerte auf Meeresniveau dem Zweck der Vergleichbarkeit. Dabei kommt die barometrische Höhenformel unter Annahme der Standardatmosphäre zum Einsatz. Meist wird vorab ein Schwellwert definiert, der darüber liegende Stationen von der Druckreduktion auf Meeresniveau ausschließt, um zu große Fehler zu vermeiden. Abhängig von den Anforderungen an die Genauigkeit kann mit einer konstanten Temperatur, einer linearen Temperaturabnahme gemäß dem vertikalen Temperaturgradienten der Standardatmosphäre und auch mit Berücksichtigung des Feuchtegehalts der Atmosphäre die Druckreduktion vorgenommen werden.

In der in Kapitel 4 beschriebenen VERA erfolgt die Druckreduktion unter Miteinbeziehung der vorherrschenden Lufttemperatur und der Feuchte in Form der Taupunkttemperatur sowie der Schwerebeschleunigung an der Station. Standardmäßig werden über 750 Meter über Meeresniveau gelegene Stationen wegen möglicher Reduktionsfehler nicht berücksichtigt.

Der auf Meeresniveau reduzierte Bodendruck p_0 errechnet sich wie folgt:

$$p_0 = p \cdot \exp\left[\frac{g_0 \cdot Z}{R \cdot (T_v + 273,15 + \frac{\Gamma}{2}h)}\right]. \quad (3.3)$$

Dabei bezeichnen $g_0 = 9,80665 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ die Normalschwerebeschleunigung auf Meeresniveau, $R = 287,04 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$ die individuelle Gaskonstante für trockene Luft, T_v die virtuelle

Temperatur in °C, $\Gamma \sim 0,0065 \frac{\text{K}}{\text{m}}$ den vertikalen Temperaturgradienten, h die Stationshöhe und $Z = \frac{g \cdot h}{g_0}$ die standard-geopotentielle Höhe der Station. Die virtuelle Temperatur berechnet sich aus $T_v = T \cdot (1 + 0,6078 \cdot s)$ mit T als Temperatur in Kelvin und s als spezifische Feuchte, welche wiederum aus der Taupunkttemperatur gewonnen wird. Die in die geopotentielle Höhe einfließende Normalschwerebeschleunigung an der Station wird gemäß einer Formel der WELMEC (European Cooperation in Legal Meteorology) [20] berechnet.

Kapitel 4

VERA - Vienna Enhanced Resolution Analysis

4.1 Das Analyseverfahren

Die am Institut für Meteorologie und Geophysik Wien entwickelte, den variationellen Analyseverfahren zuzuordnende VERA greift bei der Interpolation von unregelmäßig verteilten Beobachtungsdaten auf ein regelmäßiges Gitter auf die sogenannte Fingerprint-Technik zurück. Damit können modellunabhängig hochauflösende Analysen erzeugt werden.

Allgemein sucht die Variationsrechnung nach einem Funktional, das für eine passend gewählte Argumentfunktion zu einem Extremum wird (Baur et al., 1953 [2]). Das Funktional J kann aus einer Kostenfunktion J_K und einer Penalty-Funktion J_P zusammengesetzt sein. In ihrer Anwendung auf meteorologische Felder werden an das Funktional die Anforderungen gestellt, die Beobachtungen möglichst gut zu approximieren und dabei auch einen möglichst glatten Verlauf aufzuweisen (Steinacker et al., 2006 [19]). Ersteres wird über die Minimierung der Kostenfunktion verwirklicht, welche im eindimensionalen Fall formal folgende Gestalt annimmt:

$$J_K(f, \tilde{f}) = \sum_{k=1}^K w_k \left(f(x_k) - \tilde{f}(x_k) \right)^2 \quad (4.1)$$

Dabei werden die Beobachtungen \tilde{f} an den mit dem Index k versehenen Messpunkten mit den Werten der zu ermittelnden Argumentfunktion f verglichen und anschließend mit einem beliebigen Gewichtungsfaktor w_k versehen (Steinacker et al., 2006 [19]; Le Dimet und Talagrand, 1986 [12]; Bica, 2007 [3]).

Über die Minimierung der Penaltyfunktion wird zunächst die Nebenbedingung der

Glattheit eingeführt:

$$J_P(f) = \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{\partial^n f(x)}{\partial x^n} \right)^2 dx \quad (4.2)$$

Wählt man für den Grad der Ableitung n den Wert 1, entspricht eine Minimierung von J_P einer Minimierung der Steigung. Die Krümmung des interpolierten Feldes f wird über die 2. Ableitung ($n = 2$) ausgedrückt, mittels derer die Penaltyfunktion einem sogenannten kubischen Spline äquivalent ist (Steinacker et al., 2006 [19]). Diese beiden Arten von Nebenbedingungen lassen sich beliebig gewichtet durch Summation kombinieren (s. a. Gleichung (4.4)). Felder mit minimaler Steigung und / oder minimaler Krümmung werden häufig von der Natur angestrebt, wodurch dieser mathematischen Nebenbedingung unmittelbar ein physikalischer Hintergrund zuteil wird. VERA stellt an die interpolierende Funktion den Anspruch, die Beobachtungen nicht nur bestmöglich zu approximieren, sondern exakt wiederzugeben. Dadurch verschwindet die Differenz in Gleichung (4.1) und das zu minimierende Funktional reduziert sich auf eine Summe von Penaltyfunktionen mit unterschiedlichem n als Bezeichnung für den Grad der Ableitung (cf. Gleichung (4.4) mit 1. und 2. Ableitung). Folglich müssen im Vorfeld eine sorgfältige Qualitätskontrolle und Korrektur fehlerhafter Beobachtungen durchgeführt werden (VERA-QC: cf. Steinacker et al., 2011 [18]).

Speziell in komplexer Topographie wie beispielsweise dem alpinen Gebiet treten meteorologische Phänomene auf derart kleinen Skalen auf, dass sie vom vorhandenen Stationsnetz nicht aufgelöst werden können. Dennoch kann das Einbeziehen von Zusatzwissen in die Analyse in Form einer Nebenbedingung („constraint“) das gewünschte Downscaling ermöglichen. In VERA geschieht dies mit Hilfe eines thermischen und eines dynamischen Fingerprints, in denen feinskalige, topographisch induzierte Effekte auf Temperatur, Druck und Wind berücksichtigt werden. Diese werden im Vorfeld (*a priori*) für ideale Verhältnisse berechnet (Ψ_F) und gehen mit einem während der Analyse zu ermittelnden Gewichtungsfaktor (c) ein. Dieser ist räumlichen und zeitlichen Schwankungen unterworfen, da die physikalischen Prozesse abhängig von den meteorologischen Rahmenbedingungen nicht immer gleich stark ausgeprägt sind. Gemeinsam mit dem synoptischen Anteil Ψ_S liefern die $N(F)$ Fingerprintanteile gemäß Gleichung (4.3) die beobachtete bzw. berechnete meteorologische Größe. (Bica et al., 2007 [4]; Steinacker et al., 2006 [19])

$$\Psi(x) = \Psi_S(x) + \sum_{f=1}^{N(F)} c_f(x) \Psi_{F,f}(x) \quad (4.3)$$

Da an die Fingerprintfelder eben keine Glättungsbedingungen gestellt werden – ganz

im Gegenteil, hier ist die interpretierbare Rauigkeit sogar erwünscht – fließt in die Penaltyfunktion (4.2), welche nun als Argumentfunktion die skalare Größe Ψ erhält, der aus Gleichung (4.3) umgeformte Ausdruck für Ψ_S ein (Steinacker et al., 2006 [19]):

$$J_P(\Psi, c) = \int_{x_1}^{x_2} \left(\sum_{n=1}^2 \lambda_n \frac{\partial^n}{\partial x^n} \left(\Psi(x) - \sum_{f=1}^{N(F)} c_f \Psi_{F,f}(x) \right) \right)^2 dx \quad (4.4)$$

Lösbar wird Gleichung (4.4) für Ψ erst nach einer Diskretisierung, bei der das Integral durch eine Summe über alle Gitterpunkte und die partiellen Ableitungen durch finite Differenzen approximiert werden. Die erste Ableitung wird in VERA mit Hilfe der Vorwärtsdifferenzen diskretisiert, für die zweite Ableitung kommen zentrierte Differenzen zur Anwendung (Mayer, 2007 [13]; Steinacker et al., 2006 [19]):

$$\left. \frac{\Delta \Psi}{\Delta x} \right|_i = \frac{\Psi_{i+1} - \Psi_i}{\Delta x}, \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (4.5)$$

$$\left. \frac{\Delta^2 \Psi}{\Delta x^2} \right|_i = \frac{\Psi_{i+1} - 2\Psi_i + \Psi_{i-1}}{(\Delta x)^2}, \quad i = 2, \dots, n-1 \quad (4.6)$$

Die unterschiedliche Indizierung ergibt sich aus den Definitionen der Diskretisierungen, welche das Auslassen eines / der Randpunkte(s) erfordern. Damit schreibt sich Gleichung (4.4):

$$J_P(\Psi, c) = \lambda_1 \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{\Psi_{i+1} - \Psi_i - \left[\sum_{f=1}^{N(F)} c_f (\Psi_{F,f,i+1} - \Psi_{F,f,i}) \right]}{\Delta x} \right)^2 + \lambda_2 \sum_{i=2}^{n-2} \left(\frac{\Psi_{i+1} - 2\Psi_i + \Psi_{i-1} - \left[\sum_{f=1}^{N(F)} c_f (\Psi_{F,f,i+1} - 2\Psi_{F,f,i} + \Psi_{F,f,i-1}) \right]}{(\Delta x)^2} \right)^2 \quad (4.7)$$

Indem man diese diskretisierte Penaltyfunktion nach allen unbekanntem Gitterpunktwerten Ψ_i und nach den Fingerprintgewichten c_f ableitet und nullsetzt, verwirklicht man die Minimierungsbedingung. Daraus resultiert ein zumeist wohldefiniertes Gleichungssystem, das durch Matrixinversion gelöst werden kann und als Ergebnis die interpolierten Gitterpunktwerte und die Fingerprintgewichte liefert (Steinacker et al., 2006 [19]; Mayer, 2007 [13]). Als vertiefende Literatur zur Fingerprint-Technik in VERA kann auch (Bica et al., 2007 [4]) herangezogen werden.

Im mehrdimensionalen Fall wird die Penaltyfunktion um die Einträge der gemischten zweiten Ableitungen erweitert, wobei die Gitterabstände unter der Annahme ihrer

Gleichheit jeweils herausgekürzt werden, was für manche Anwendungen eine restriktive Prämisse darstellt (s. Kapitel 6 dieser Arbeit).

Um diese Analyseverfahren transparenter darzustellen, empfiehlt sich eine Taylorreihenentwicklung der betrachteten meteorologischen Größe Ψ mit einem Restglied 3. Ordnung, da für die Penaltyfunktion nur die 1. und 2. Ableitungen benötigt werden (Steinacker et al., 2000 [17]).

$$\Psi(x, y) = \Psi_0 + \left. \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right|_0 x + \left. \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right|_0 y + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \right|_0 x^2 + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \right|_0 y^2 + \left. \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial y} \right|_0 xy + \mathcal{O}((xy)^3) \quad (4.8)$$

Eine Erweiterung und zielgerichtete Umordnung der Terme von Gleichung (4.8) führt zu:

$$\begin{aligned} \Psi(x, y) = & \Psi_0 + \left. \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right|_0 x + \left. \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right|_0 y + \\ & + \frac{1}{4} \left(\left. \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \right|_0 (x^2 + y^2) + \right. \\ & + \frac{1}{4} \left(\left. \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \right|_0 (x^2 - y^2) + \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{2} \left(\left. \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial y} \right|_0 xy + \mathcal{O}((xy)^3) \right) \right) \end{aligned} \quad (4.9)$$

(Steinacker et al., 2000 [17])

Die kinematischen Größen aus Kapitel 2 betrachtend erschließt sich der Nutzen dieser Darstellung. Interpretiert man Ψ nämlich wie für jede skalare Größe zulässig als Geschwindigkeitspotential ($u = \frac{\partial \Psi}{\partial x}$, $v = \frac{\partial \Psi}{\partial y}$), repräsentieren die beiden ersten Ableitungen die Translation in x- und y-Richtung (mit G und H bezeichnet), die Summe aus den reinen zweiten Ableitungen die Divergenz D, die Differenz die Dehnungsdeformation E und die Summe aus den gemischten zweiten Ableitungen die Scherungsdeformation F (Steinacker et al., 2000 [17]). Damit lässt sich ein für Meteorologen anschaulicher, gut interpretierbarer Zugang zur Penaltyfunktion herstellen. Gemäß diesen Substitutionen schreibt sich Gleichung (4.9):

$$\Psi(x, y) = \Psi_0 + Gx + Hy + \frac{D}{4}(x^2 + y^2) + \frac{E}{4}(x^2 - y^2) + \frac{F}{2}xy \quad (4.10)$$

Von der Möglichkeit, die ersten und zweiten sowie die gemischten zweiten Ableitungen in der Penaltyfunktion unterschiedlich zu gewichten, wird in den analytischen Fall-

studien in Teil II ausführlich Gebrauch gemacht. Wenn in Folge von einer Minimierung der n -ten Ableitung gesprochen wird, betrifft dies immer die zugehörigen quadrierten Terme in der Penaltyfunktion.

Jene Koeffizientenmatrix des linearen Gleichungssystems, das aus dem Ableiten der Penaltyfunktion nach allen Variablen und anschließendem Nullsetzen resultiert, wird in VERA LaMa (für Large Matrix) genannt. Wie bereits erläutert, führt dieses Konzept zur Glättung (Minimierung der Steigung und / oder Krümmung) des interpolierenden Feldes und verknüpft die Gitterpunkte untereinander. Um die Stationswerte auf die benachbarten Gitterpunkte linear zu interpolieren, wird eine zusätzliche Kostenfunktion aufgestellt und minimiert (Mayer, 2007 [13]). Man könnte sie als zweite Penaltyfunktion interpretieren, da damit eine weitere Nebenbedingung mit zwei Forderungen gestellt wird: Der Einfluss einer Station auf einen Gitterpunktwert soll umso größer sein, je näher sich die Station bei diesem befindet. Zweitens sollen die Differenzen zwischen den Gradienten des Feldes zwischen der Station und den angrenzenden Gitterpunkten möglichst wenig vom Gradienten des Feldes zwischen den beiden Gitterpunkten abweichen. Für eine Station A und ein Feld Ψ an den benachbarten Gitterpunkten i und $i + 1$ (Abstände $\delta_{i,A}$ und $\delta_{i+1,A}$ zur Station in Summe auf 1 normiert) sollen daher die Proportionen $\Psi_A - \Psi_i : \Psi_{i+1} - \Psi_i \approx \delta_{i,A} : 1$ sowie $\Psi_{i+1} - \Psi_A : \Psi_{i+1} - \Psi_i \approx \delta_{i+1,A} : 1$ bestmöglich erfüllt sein. (Mayer, 2007 [13]) Im hier skizzierten eindimensionalen Fall mit einer Station zwischen zwei benachbarten Gitterpunkten münden diese Bedingungen in folgende mathematische Formulierung mit J als Penaltyfunktion:

$$J = \frac{1}{\delta_{i,A}\delta_{i+1,A}} (\delta_{i+1,A}\Psi_i + \delta_{i,A}\Psi_{i+1} - \Psi_A)^2 \quad (4.11)$$

Den mathematischen Ausdruck für die lineare Interpolation beherbergen die runden Klammern, während der vorangestellte Gewichtungsfaktor sicherstellt, dass eine nahe zu einem Gitterpunkt gelegene Station dessen Wert stärker beeinflusst. Über Ableiten nach den unbekanntem Gitterpunktwerten und Nullsetzen wird die Minimierung verwirklicht. Die Koeffizientenmatrix des daraus resultierenden linearen Gleichungssystems wird in VERA mit StaMa (für Stations-Matrix) bezeichnet. Eine Erweiterung dieser Penaltyfunktion auf mehrere Dimensionen und mehrere Stationen findet sich in der internen wissenschaftlichen Dokumentation zum Programm VERA (Mayer, 2007 [13]).

Obwohl am Anfang dieses Kapitels die Forderung gestellt wurde, dass die Kostenfunktion bei VERA verschwindet, da die interpolierende Funktion die Beobachtungen exakt treffen soll, kann sie in der Lösung gelegentlich nicht erfüllt sein. Dies fällt auf die Diskretisierung der Penaltyfunktion zurück, da die Lösung nur an den Gitterpunkten bekannt sein soll, die Stationen aber lediglich in Ausnahmefällen exakt auf Gitterpunkten liegen. Daher müssen die Stationen erst auf die Gitterpunkte interpoliert werden,

wobei sie gleich mehrere Gitterpunkte beeinflussen können. Gleichung (4.11) birgt eine Singularität für mit Gitterpunkten zusammenfallende Stationen ($\delta_{i,A}$ oder $\delta_{i+1,A} = 0$). In diesem Fall erhält der Gitterpunkt direkt den Stationswert. Auf mehrdimensionale Analysen ausgedehnt besteht jedoch auch die weitaus wahrscheinlichere Möglichkeit, dass Stationen auf Gitterlinien zu liegen kommen. Um diese Singularität zu vermeiden, werden die betroffenen Stationen um einen Bruchteil der kleinsten Gitterdistanz verschoben und erst danach der Interpolation unterworfen. Der Rechnerkapazität halber wird für auf Gitterpunkte fallende Stationen keine Unterscheidung gemacht, obwohl dann die Gitterpunkte unumwunden die zuvor einer Qualitätskontrolle unterzogenen Stationswerte erhalten müssten. Die extreme Seltenheit eines solchen Ereignisses rechtfertigt dennoch diese praktikablere Vorgehensweise.

Erst nach Addition der StaMa zur LaMa wird das Gleichungssystem gelöst. Je stärker die LaMa im Vergleich zur StaMa gewichtet wird, desto glatter verläuft die Lösung und desto weniger Einfluss nehmen die Stationswerte darauf. Im Moment werden die sogenannten LaMa-Gewichte für die Quadrate der 1., der 2. reinen und der 2. gemischten Ableitungen (s. a. Gleichung (4.4)) in Summe auf 1 normiert, sodass StaMa und LaMa zueinander gleich gewichtet sind. Den auf die Gitterpunkte linear interpolierten Stationswerten kommt also auf die Analyse der gleiche Einfluss wie der Glattheitsbedingung zwischen den Gitterpunkten zu. Neben weiteren variablen Einstellungen, denen der folgende Abschnitt gewidmet ist, dürfen die LaMa-Gewichte selbst sehr wohl unterschiedlich gesetzt werden.

4.2 Konfigurationseinstellungen

Dem Analyseprogramm VERA werden über eine Konfigurationsdatei verschiedene Parameter übergeben. Den bezüglich der durchgeführten mehrdimensionalen Tests bedeutsamsten wendet sich dieser Abschnitt zu, wobei die nicht operationalisierte Version VERA-4D eingesetzt wird.

Gemeinsam mit den jeweiligen halben Ausdehnungen der kleinsten Domäne in den Einheiten [km,km,m,h] lässt sich jede gewünschte Kombination der 4 Dimensionen [x,y,z,t] einstellen. Die eingetragenen Werte erstrecken sich für jede Dimension beidseits eines Nullpunkts in den positiven und negativen Wertebereich. Daher nimmt die Domäne schließlich betragsmäßig die doppelten der gewählten Ausdehnungen an. Weiters muss für jede zu analysierende Dimension ein Anisotropiefaktor angegeben werden, mit dem die ungleichen Einheiten mittels der jeweiligen Domänenausdehnungen auf die Einheit der 1. Dimension, hier km , umgerechnet werden. Aus diesem Grund liegt der Anisotropiefaktor in den Einheiten $[1,1, \frac{m}{km}, \frac{h}{km}]$ vor. Da ihm ursprünglich eine andere

Funktion zukommen sollte, wird die Umrechnung momentan noch nicht automatisch im Programm vollzogen, sondern transparent in der Konfigurationsdatei gefordert. Bei der Abstimmung der zeitlichen Domänenausdehnung zur horizontalen räumlichen sollte darauf geachtet werden, dass in der feinsten Auflösung, welche als Potenz von 2 km eingestellt wird (entspricht der Gitterweite Δx), möglichst ganzzahlige Teiler von 60 Minuten erzielt werden. Über den Anisotropiefaktor erhält man das zu Δx äquivalente Δt . Dadurch werden die multidimensionalen Analysen mit reinen zweidimensionalen Analysen zu den vollen Stunden vergleichbar. Gekoppelt mit der benötigten Rechenzeit erwies sich für die folgenden Tests eine Auflösung von 4 km als am sinnvollsten.

Oben erwähnter Nullpunkt wird für $[x,y]$ in geographischer Länge und Breite an das Programm übergeben. Damit repräsentiert er den horizontalen Mittelpunkt der Domäne. Zeitlich liegt der Nullpunkt ebenfalls in der Mitte, während nach einer Änderung im Programm der vertikale Nullpunkt nicht bei 0m liegt, sondern auf halbem Weg von dort zur gewählten Ausdehnung. Für diese Dimension wird also nicht die halbe, sondern die ganze Ausdehnung der Domäne gefordert, was in der Konfigurationsdatei klar vermerkt wurde. Durch den horizontalen Nullpunkt wird eine Tangentialebene an die Erde gelegt, auf welcher die Domäne aufgespannt und die Analyse berechnet wird. Dies erfordert die Transformation von geographischen in kartesische Koordinaten. Obwohl die zugrunde liegende stereographische Projektion an sich nur im Projektionsmittelpunkt, dem horizontalen Nullpunkt, längentreu ist, bleiben die Verzerrungen bei derart kleinen Domänenausdehnungen relativ gering.

Außerdem besteht die Möglichkeit, die Domäne ganz oder stückweise durch das Verschieben überlappender Subdomänen zu lösen. Operationell und in den folgenden Tests werden Subdomänen mit 5 Gitterpunkten pro Dimension verwendet, da der verfügbare Arbeitsspeicher ab drei Dimensionen keine andere Option zulässt. Ebenfalls starke Kapazitäten beansprucht eine Analyse ohne sogenanntes Nesting, bei der direkt von der größten Auflösung, welche als Potenz von 2 km zu wählen ist, auf die feinste Auflösung gesprungen wird. Wieder greifen sowohl die operationelle Version als auch die Tests auf Nesting zurück, sodass die Auflösung Δx schrittweise um Potenzen von 2 Kilometern erniedrigt wird.

Wie zu Ende des vorigen Abschnitts erklärt, werden auf dem Gitter liegende Stationen um einen Bruchteil der kleinsten Gitterdistanz in Richtung Gitterzellenmitte verschoben. Die zugehörige Konfigurationseinstellung wird ϵ genannt und für jede Dimension eigens gewählt. Ebenfalls bereits erwähnt wurde die Möglichkeit, unterschiedliche LaMa-Gewichte zu verwenden. Diese gewichten die 1., reinen 2. und gemischten 2. Ableitungen der Penaltyfunktion relativ zueinander und können ohne Weiteres Null gesetzt werden, um höchstens zwei der drei Arten von vorkommenden Ableitungen

auszuschalten.

Der Vollständigkeit halber sei angeführt, dass die zu analysierenden Parameter einzeln ausgewählt werden können. Üblicherweise wird die Analyse für Niederschlag, zonale und meridionale Windgeschwindigkeit (i.e. horizontaler Windvektor in Komponenten aufgespalten), potentielle und äquivalentpotentielle Temperatur, reduzierten Bodendruck und Drucktendenz (i.e. Druckveränderung der letzten 3 Stunden) durchgeführt.

Zusätzlich zu den Konfigurationseinstellungen kommen in den analytischen Tests auch verschiedene Stationsanordnungen zur Anwendung (s. Abschnitt [5.1.1](#) ff.).

Teil II

Mehrdimensionale Tests

Kapitel 5

3D-Tests mit analytischen Feldern

5.1 Einleitung

5.1.1 Testcharakteristiken

Zusätzlich zu den Dimensionen x und y wird bei diesen Tests die Zeit miteinbezogen, da diese Dreidimensionalität in der Praxis aufgrund der besseren Datendichte eine Erweiterung um die vertikale Dimension in den Schatten stellt. Tests mit analytischen Feldern bestechen durch ihre exakte Reproduzierbarkeit und Überprüfbarkeit an jedem beliebigen Gitterpunkt. Dadurch werden zuverlässige Vergleiche von Analysen unter abgeänderten Konfigurationseinstellungen möglich. Dynamische und thermische Fingerprints fließen klarerweise nicht ein, da die analytischen Felder völlig entkoppelt von jeglicher Topographie erstellt werden.

Die analytischen Tests lassen sich in zwei Fallbeispiele einteilen, welchen jeweils ein Abschnitt (5.2, 5.3) gewidmet ist:

1. Anstelle der operationell analysierten meteorologischen Parameter (außer Niederschlag) tritt ein **Mix aus analytischen Funktionen**:

- Zonaler und meridionaler Wind stellen ein konstantes Feld dar mit stündlich höheren (+10% der Ausgangswerte), aber räumlich überall gleichen Werten:

$$u[\text{m/s}] = v = 3 \cdot (1 + 0,1 t) \quad (5.1)$$

- Potentielle und äquivalentpotentielle Temperatur folgen einer ortsfesten, amplifizierenden (stündlich +10% der Ausgangswerte) Sinus-Cosinus-Funktion.

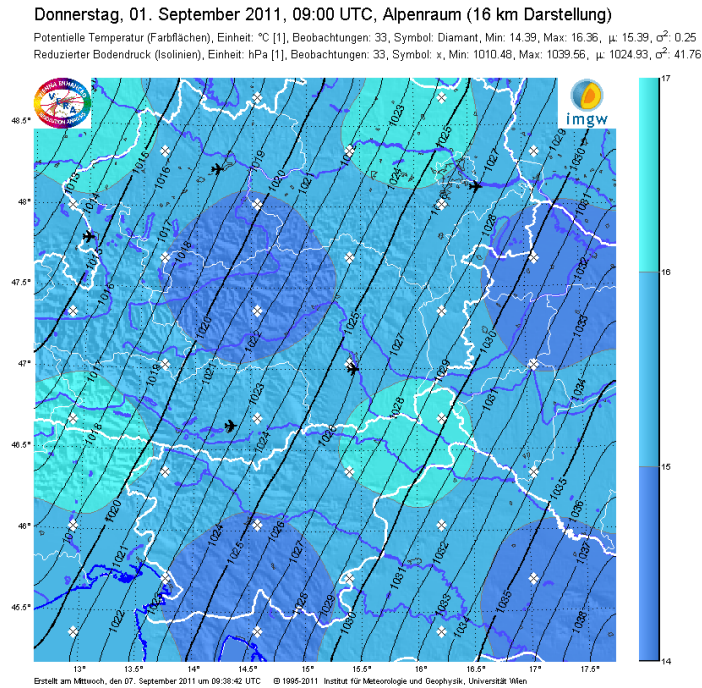


Abbildung 5.1: Ad Fallbeispiel 1: Potentielle Temperatur und reduzierter Bodendruck um 09:00 UTC mit hexagonaler Stationsverteilung ($a = 73,24 \text{ km}$)

(Salopp: Eierschachtel-Muster, zu sehen in [Abbildung 5.1](#))

$$\theta[^\circ\text{C}] = \left(14 + \cos\left(\frac{x}{70}\right) \cdot \sin\left(\frac{x}{70}\right) - \cos\left(\frac{y}{70}\right) \cdot \sin\left(\frac{y}{70}\right) \right) (1 + 0,1t) \quad (5.2)$$

$$\theta_e[^\circ\text{C}] = \theta + 22 \quad (5.3)$$

- Die Isobaren sind mittels linearer Funktion als wandernde (-5 hPa/h) parallele, geneigte Geraden definiert (s. [Abbildung 5.1](#)).

$$p_{\text{msl}}[\text{hPa}] = 1030 + \frac{x}{20} - \frac{y}{40} - 5t \quad (5.4)$$

2. Eine von West nach Ost bzw. von Süd nach Nord durch die betrachtete Domäne wandernde **Gauß-Funktion** in einer Komponente (quasi eine meteorologische Front, erster Fall zu sehen in [Abbildung 5.2](#))

$$\theta[^\circ\text{C}] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(x - \mu)^2}{\sigma}\right), \quad \mu = 130 \text{ km} + 70(t - 1), \quad \sigma = 50 \text{ km} \quad (5.5)$$

Die analytischen Funktionen werden auf jener Tangentialebene mit den kartesischen Koordinaten x und y definiert, auf welcher die Analyse erfolgt, und dort von endlich vielen Stützstellen, den Stationen, repräsentiert. Die zeitliche Veränderung der Felder wird

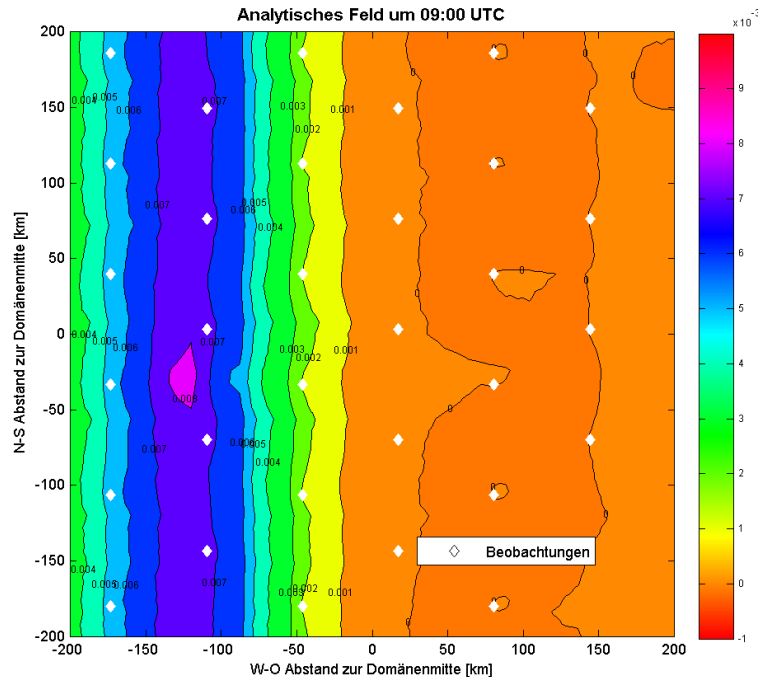


Abbildung 5.2: Ad Fallbeispiel 2: Als Gauß-Funktion in der x-Komponente definierte meteorologische Front um 09:00 UTC mit hexagonaler Stationsverteilung ($a = 73,24$ km)

über $t = 1, \dots, 5$ h beschrieben, wobei t auch nicht ganzzahlig gewählt werden kann und entsprechend die Feldverteilungen zwischen den stündlichen Terminen resultieren. Die eingesetzten Anordnungen der Stützstellen können mit den Attributen „hexagonal“, „quadratisch“, „zufällig“ und „real“ beschrieben werden. Ein jeweils gleicher Abstand zu allen direkt benachbarten Stationen zeichnet die **hexagonale** Stationsanordnung aus, während die **quadratische** Verteilung selbsterklärend nur in x- und y-Richtung, nicht aber in der Diagonale, den gleichen Abstand aufweist. Der Matlab-Befehl `rand` erzeugt **zufällig** verteilte Stationen, wobei auf eine ähnliche Anzahl verglichen mit den regelmäßig angeordneten Stationen Wert gelegt wird. Die Koordinaten der sogenannten **realen** Stationsverteilung werden aus zeitlich aufeinanderfolgenden Eingabe-Dateien des operationellen VERA-Betriebes extrahiert, sodass die Stationsdichte stündlich variiert.

Aufgrund der limitierten Rechnerkapazitäten ergibt sich eine Domäne, für die eine Auflösung von 4 km bzw. 2,4 min (s. unten) unter Einsatz von Nesting und der Verschiebung von Subdomänen in der Größe von 5 Gitterpunkten pro Dimension in vertretbarer Zeit gerechnet werden kann, von $400 \times 400 \text{ km}^2 \times 4 \text{ h}$. Im Gegensatz dazu beträgt die für zweidimensionale Analysen operationelle Ausdehnung für den Alpenraum $1280 \times 864 \text{ km}^2$ mit ebenfalls 4 km Auflösung.

Lediglich bei den regelmäßigen, also hexagonalen und quadratischen Verteilungen wird der Stationsabstand für einige Tests abgewandelt. Allen Tests gemein ist die unterschiedliche Wahl des zeitlichen Epsilon als Bruchteil der kleinsten Gitterdistanz sowie der LaMa-Gewichte für die Minimierung der 1., 2. reinen und 2. gemischten Ableitungen. Räumlich wird das operationell verwendete Epsilon von $\frac{1}{100}$ beibehalten.

In den in den Kapiteln 5.2 und 5.3 dokumentierten Fallbeispielen werden zu vier aufeinanderfolgenden stündlichen Terminen (9:00 – 12:00 UTC) Stationsmeldungen als Stützstellen der zeitlich veränderlichen analytischen Felder vorgegeben. Die zeitliche Domäne der Analyse wird um eine Stunde darüber hinaus ausgedehnt, um eine Extrapolation zu erhalten. Ein großer Vorteil der Hinzunahme der Zeit als dritte Dimension besteht darin, dass man Interpolationen zwischen den stündlichen, stationsgestützten Terminen erhält. Auch kann man mit dieser Methode beispielsweise Stationsausfälle besser kompensieren als mit einer rein zweidimensionalen Analyse, die von ihrer „Vergangenheit“ völlig entkoppelt ist. Die zeitliche Gitterdistanz in der höchsten Auflösung lässt sich einfach aus der räumlichen Gitterdistanz und den gewählten Ausdehnungen der kleinsten Domäne errechnen. Zieht man die zuvor erwähnten Konfigurationen in Betracht, ergibt sich aus der Domänenausdehnung, dass 4 Stunden 400 Kilometern entsprechen und sich damit der Umrechnungsfaktor auf $\frac{1}{100}$ h/km beläuft. In der höchsten Auflösung beträgt die räumliche Gitterdistanz 4 km, was auf ein zeitliches Maß umgelegt $\frac{1}{25}$ h oder 2,4 min ergibt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit und des Speicherplatzes wird von einer derart feinen Darstellung Abstand genommen und ein Intervall von 12 Minuten als deren größtes ganzzahliges Vielfaches für die Graphik-Erzeugung herangezogen, wodurch 5 Abbildungen pro Stunde entstehen.

5.1.2 Der relative RMSE

Um die Abweichung der Analyse vom analytischen Feld zu jedem Zeitpunkt zu quantifizieren, wird ein neues Fehlermaß definiert - der relative RMSE. Dieser setzt den bekannten **RMSE**, in diesem Fall also die Summe über alle Gitterpunkte über die quadratische Abweichung der Analyse zum analytischen Feld, mit der **Standardabweichung** des analytischen Feldes, also dessen quadratischer Abweichung vom Mittelwert, in Relation.

$$\text{Relativer RMSE} = \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\text{Analyse}(i) - \text{Analytisch}(i))^2}}{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\text{Analytisch}(i) - \overline{\text{Analytisch}})^2}} \quad (5.6)$$

Dabei steht n für die Anzahl der Gitterpunkte und $\overline{\text{Analytisch}}$ für das arithmetische Mittel über alle Gitterpunkte des analytischen Feldes. Dieses Fehlermaß wird für jeden

graphisch aufbereiteten Zeitpunkt berechnet und im Zeitverlauf dargestellt. Anhand dieser Formel wird auch unmittelbar klar, warum es im Hinblick auf Vergleichbarkeit notwendig ist, dass die analytischen Funktionen auf derselben auf λ_0 und φ_0 aufgesetzten Tangentialebene wie die VERA-Analyse definiert werden. Nur auf ein und derselben Tangentialebene ist es möglich, die analytischen Funktionen an den von VERA verwendeten Gitterpunkten abzugreifen. Andernfalls kommt eine Verzerrung wegen der uneinheitlichen kartesischen Koordinatensysteme zustande, was den direkten Vergleich unzulässig macht.

Bei konstanten analytischen Feldern ist der relative RMSE nicht anwendbar, da die Standardabweichung im Nenner identisch verschwindet. In diesem Fall sollte der reine RMSE als Fehlermaß herangezogen werden. Es sei bemerkt, dass das in beiden Komponenten konstante Windfeld in weiterer Folge nicht näher betrachtet wird. Zweidimensional glänzt die VERA-Analyse, da ein konstantes Feld von sich aus minimale, nämlich keine, Krümmungen und Steigungen aufweist. Dreidimensional fließt jedoch stündlich ein gleichmäßiges Anwachsen der Windkomponenten ein, wodurch zumindest Steigungen erzeugt werden. Vorangegangene Tests haben gezeigt, dass der Versuch von VERA, diese zeitlichen Veränderungen zu glätten, für die räumlichen Dimensionen nicht ohne Folgen bleibt. Genau dadurch entstehen räumlich erst Gradienten, obwohl vom konstanten analytischen Feld überhaupt keine vorgegeben werden. Dennoch bleiben die Abweichungen der Analyse vom analytischen Feld im Bereich von 1 – 5 %, was den RMSE, nicht aber den relativen RMSE, entsprechend klein hält.

5.2 Wesentliche Erkenntnisse aus Fallbeispiel 1: Zelluläres Temperaturfeld und geneigte Isobaren

5.2.1 Hexagonale Stationsverteilung

5.2.1.1 Abänderungen im zeitlichen ϵ

Da die stündlichen Stationsmeldungen stets mit einer zeitlichen Gitterlinie zusammenfallen, wird jede dieser Stationen um den Faktor $\epsilon \times \text{kleinste Gitterdistanz}$ von dieser Gitterlinie wegverschoben. Eine Variation des ϵ von $\frac{1}{100}$ ($\hat{=}$ 1,4 Sekunden) bis $\frac{1}{2}$ ($\hat{=}$ 1,2 Minuten) hat zum Teil enorme Unterschiede in der Qualität der Analyse, gemessen am relativen RMSE, zur Folge. Besonders eklatant tritt dies bei einer hexagonalen Stationsverteilung mit einem Stationsabstand von $a = 73,24$ km hervor (s. a. Abbildung 5.3). Diese willkürlich anmutende Distanz entspricht einem Bruchteil der Differenz der nördlichsten und südlichsten Stationskoordinaten in einem zufällig gewählten operationellen input-file. Die hexagonale Stationsanordnung führt zu unterschiedlich großen

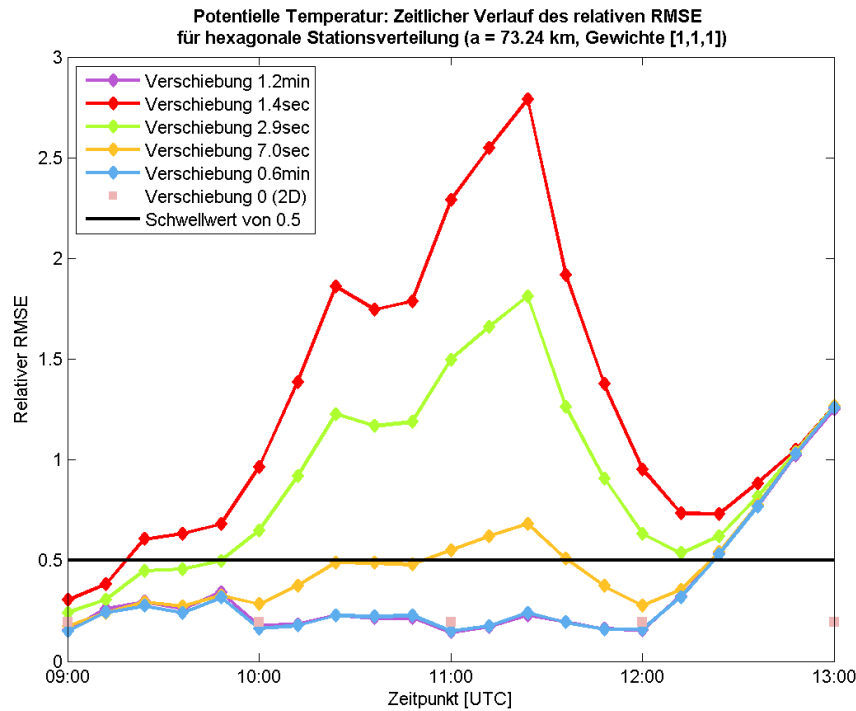


Abbildung 5.3: Relativer RMSE für die potentielle Temperatur bei hexagonaler Stationsverteilung unter variablem zeitlichen Epsilon

Stationsabständen entlang der Koordinatenrichtungen x und y (s. Abb. 5.8). In der gewählten Konfiguration beträgt die Entfernung zwischen zwei Stationen in y -Richtung genau a , in x -Richtung hingegen $a \cdot \sqrt{3} = 126,85$ km. Welche Einschränkungen dies im Zusammenhang mit der aus der Wellenlänge des zellulären Musters resultierenden Nyquist-Frequenz bewirkt, wird in Abschnitt 5.2.1.4 erläutert.

In Abbildung 5.3 sind die Werte des in Gleichung 5.6 definierten relativen RMSE in 12-minütigen Intervallen für das Feld der potentiellen Temperatur, also das ortsfest amplifizierende, zelluläre Sinus-Cosinus-Muster („Eierschachtel“), aufgetragen. Die aus 5 Werten bestehende Datenreihe gibt rein zweidimensionale Analysen zum jeweiligen Zeitpunkt wieder, welche auf dieselben Stützstellen zurückgreifen. Augenscheinlich wirkt sich ein betragsmäßig größeres Wegverschieben von der zeitlichen Gitterlinie positiv auf die Analyse aus. Insbesondere sticht die Reihe mit 1,4 Sekunden Verschiebung hervor, in der ein starkes Überschwingen am östlichen Rand mit Maximum um 11:24 UTC (s. Abbildung 5.5) produziert wird, das sogar zu den stationsgestützten, stündlichen Terminen auftritt und in den Abschnitten 5.2.1.3 sowie 5.2.1.4 einer näheren Überprüfung unterzogen wird. Die starke Ausprägung dieses auf den östlichen Rand beschränkten Überschwingens geht gemäß der Definitionsgleichung (5.6) quadratisch in den relativen RMSE ein. Allgemein erlaubt die alleinige Betrachtung dieses Fehler-

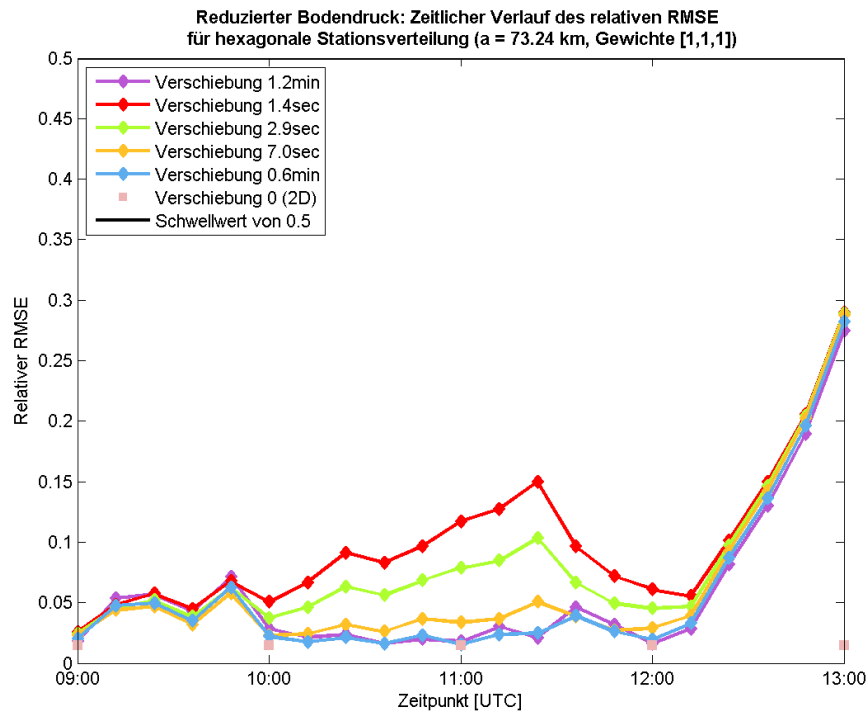


Abbildung 5.4: Relativer RMSE für den reduzierten Bodendruck bei hexagonaler Stationsverteilung unter variablem zeitlichen Epsilon

Donnerstag, 01. September 2011, 11:24 UTC, Alpenraum (16 km Darstellung)

Potentielle Temperatur (Farbfächer), Einheit: °C [1], Beobachtungen: 0, Symbol: Diamant, Min: 15.09, Max: 25.93, μ : 19.12, σ^2 : 2.92
 Reduzierter Bodendruck (Isolinien), Einheit: hPa [1], Beobachtungen: 0, Symbol: x, Min: 998.63, Max: 1030.71, μ : 1013.33, σ^2 : 46.77

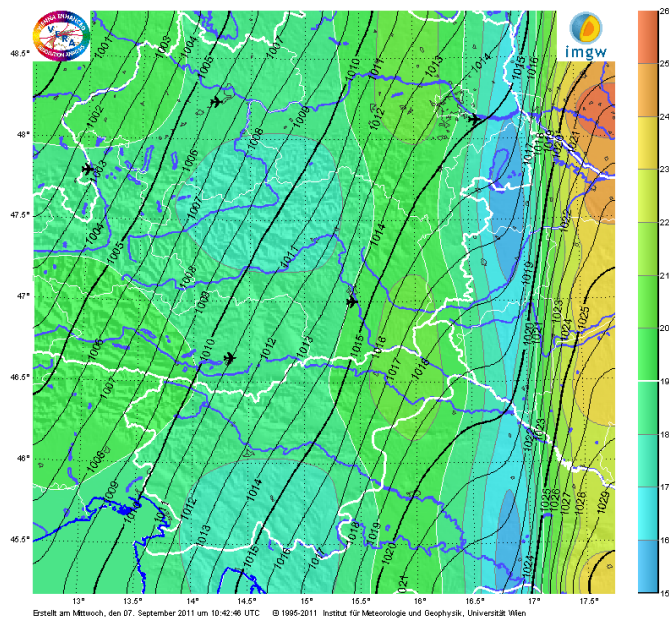


Abbildung 5.5: Starkes Überschwingen in potentieller Temperatur und Bodendruck für 1,4 Sekunden zeitlicher Verschiebung um 11:24 UTC

maßes keine Rückschlüsse auf die lokale Analysequalität, die in diesem Fall westlich des Überschwingens durchwegs als gut eingestuft werden kann. Bezogen auf den relativen RMSE kann eine Extrapolation lediglich für die Reihen mit 0,6 bzw. 1,2 Minuten Verschiebung, jedoch nur bis 12:12 UTC, als sinnvoll erachtet werden. Danach übersteigt der relative RMSE den höchsten während der Interpolation aufgetretenen Wert. Großzügiger bemessen ist der Schwellwert von 0,5, der einen RMSE bis zu 50 % der Standardabweichung des analytischen Feldes toleriert.

Aufgrund der Gleichheit der analytischen Funktion für die äquivalentpotentielle Temperatur mit jener der potentiellen Temperatur in Amplitude und Phase ergeben sich in beiden Parametern exakt dieselben Werte für den relativen RMSE, weshalb in dieser Arbeit stets stellvertretend die potentielle Temperatur dargestellt wird.

Für den reduzierten Bodendruck, der als wandernde parallele, geneigte Isobaren definiert ist, zeigt Abbildung 5.4 den zeitlichen Verlauf des relativen RMSE. Das in Bild 5.3 hervorstechende Maximum um 11:24 UTC tritt in stark abgeschwächter Form ebenfalls zu Tage. Für die Versuche mit größerer Zeitverschiebung lässt sich eine Extrapolation bis 12:24 UTC als brauchbar erachten, ehe die während der Interpolation aufgetretene Spitze im relativen RMSE überschritten wird. Im Vergleich mit der zweidimensionalen Analyse schneiden diese Reihen wie beim zellulären Muster am besten ab. Da es sich beim Feld des Bodendrucks um eine geneigte Fläche handelt, müsste man es streng genommen zuerst von diesem Trend bereinigen, um den relativen RMSE mit anderen Feldern vergleichbar zu machen. Damit kann jedoch das allgemein niedrigere Niveau des relativen RMSE für den Bodendruck qualitativ erklärt werden.

5.2.1.2 Abänderungen in den LaMa-Gewichten

Um den Effekt veränderter LaMa-Gewichte besser verstehen zu können, werden Analysen mit deren möglichen Kombinationen produziert, wobei die 2. gemischten Ableitungen alleine kein lösbares Gleichungssystem zulassen und daher in den folgenden Graphiken fehlen. Als ϵ für die zeitliche Dimension wird gemäß den Tests in Abschnitt 5.2.1.1 $\frac{1}{2}$ ($\hat{=}$ 1,2 Minuten) gewählt. In den Legendeneinträgen der Abbildungen stehen die Ableitungsgewichte jeweils in der Abfolge [1. Ableitungen, reine 2. Ableitungen, gemischte 2. Ableitungen].

Um bei gleichbleibender Wellenlänge die Steigungen zwischen den Extremstellen des Sinus-Cosinus-Feldes gering zu halten, werden die Extrema betragsmäßig verkleinert. Eine stark minimierte 1. Ableitung dieses Musters führt folglich zu einer Reduktion der Amplitude und geringen Ausprägung der einzelnen Zellen. Damit bewegt man sich weit von der Realität weg, was sich im relativen RMSE (s. Abbildung 5.6) zu Buche schlägt. Die gemischten 2. Ableitungen unterbinden dieses Verhalten etwas weniger

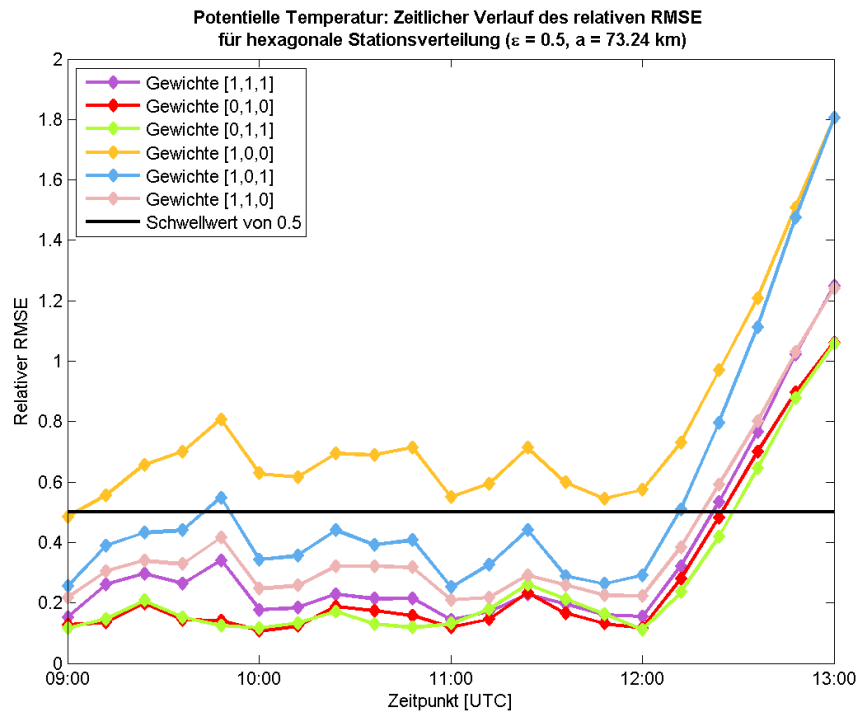


Abbildung 5.6: Relativer RMSE für die potentielle Temperatur bei hexagonaler Stationsverteilung unter variablen LaMa-Gewichten

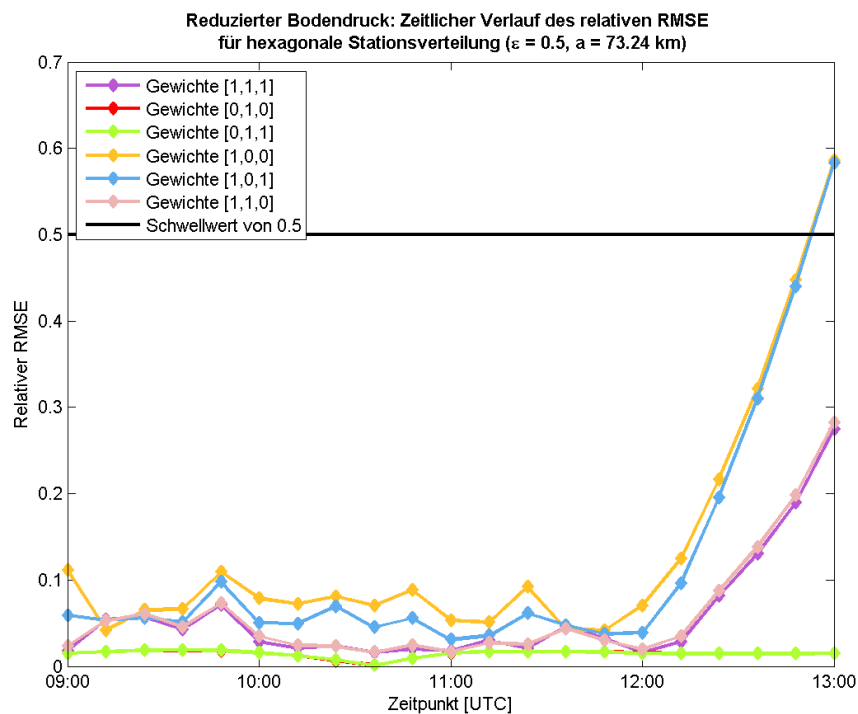


Abbildung 5.7: Relativer RMSE für den reduzierten Bodendruck bei hexagonaler Stationsverteilung unter variablen LaMa-Gewichten

als die reinen 2. Ableitungen. Am besten schneiden Versuche mit ausgeschalteter 1. Ableitung ab, wobei die gemischten Ableitungen dann keinen großen Unterschied mehr bewirken. Wenngleich von jeweils anderen Niveaus gestartet wird, ist die Extrapolation für jeden Testlauf maximal bis 12:12 UTC als „gut“ einzustufen.

Frappant anders verhält sich die Extrapolation des reduzierten Bodendruckes, erkennbar in Abbildung 5.7. Da das zugrunde liegende analytische Feld von sich aus keine Krümmung aufweist, ist die reine Minimierung der Krümmung ein Leichtes. Schaltet man die 1. Ableitungen aus, lässt sich daher mit bestechender Qualität extrapolieren. Eine davon abweichende Einstellung der LaMa-Gewichte ermöglicht eine tolerierbare Extrapolation bis maximal 12:24 UTC. Augenscheinlich haben die gemischten 2. Ableitungen beim analytischen Feld des Bodendruckes einen geringeren Effekt als bei jenem der potentiellen Temperatur.

5.2.1.3 Abänderungen in der Stationslage

Das Phänomen des Überschwingens bei einer gewählten zeitlichen Verschiebung von 1,4 Sekunden (s. Abschnitt 5.2.1.1) wird in weiterer Folge von räumlicher Seite untersucht, da die Vermutung besteht, dass der in alle Richtungen gleiche Stationsabstand könnte bei der Matrixinversion ein Problem verursachen. Im Allgemeinen wird die hexagonale Stationsanordnung wie in Abbildung 5.8 dargestellt umgesetzt. Dabei entsprechen die Abstände von einer Station zur nächsten in y-Richtung genau dem definierten Stationsabstand a (rot), in x-Richtung hingegen folgt eine Station der nächsten erst nach $a \cdot \sqrt{3} = 126,85$ km (grün, entspricht der zweifachen Höhe des gleichseitigen Dreiecks mit Seitenlänge a). Daraus ergibt sich eine Richtungsabhängigkeit und die Vermutung, dass ein um 90° gedrehtes Muster statt wie bisher am östlichen Rand dann am nördlichen oder südlichen ein Überschwingen zeigen würde.

Folgende Varianten der Stationslage werden umgesetzt:

- Die Stationskoordinaten werden in der Größenordnung von $\frac{1}{100}$ bzw. $\frac{1}{10}$ des Stationsabstandes in zufälliger Manier (Addition einer Zufallszahl, erzeugt mit *rand* in Matlab) verrauscht, um von den exakt gleichen Abständen abzukommen.
- Die Stationsverteilung wird um 90° gedreht.
- Der Stationsabstand wird halbiert.
- Die Stationen werden um 35 Kilometer nach Osten verschoben, um den östlichen Rand besser zu repräsentieren.

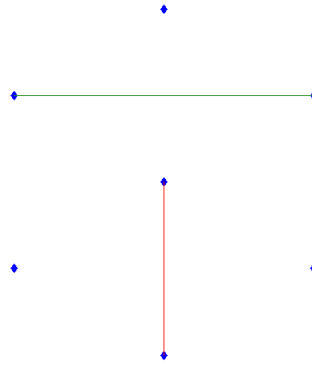


Abbildung 5.8: Abstände in einem regelmäßigen Hexagon

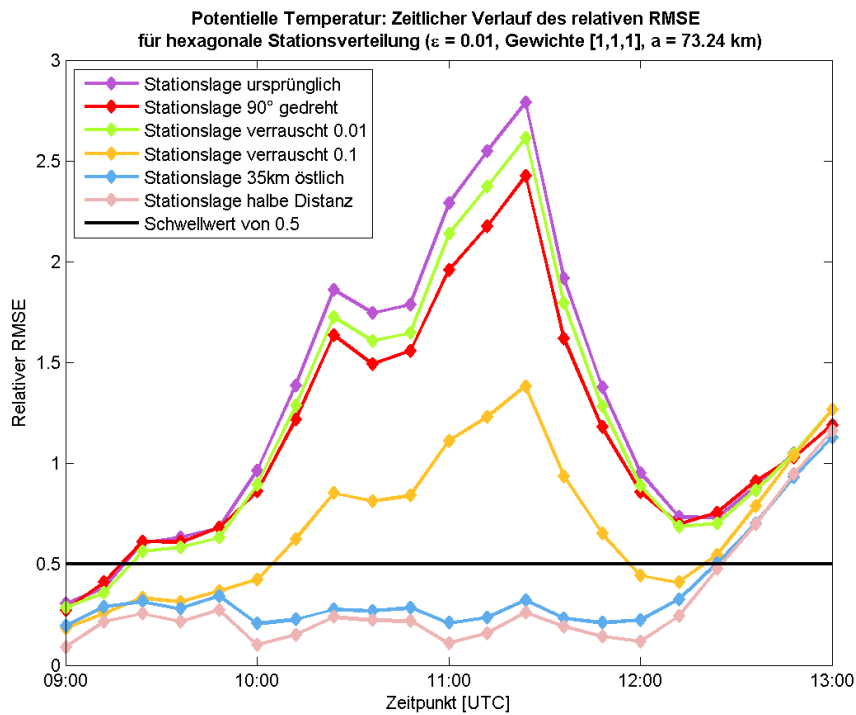


Abbildung 5.9: Relativer RMSE für die potentielle Temperatur bei hexagonaler Stationsverteilung variabler Lage

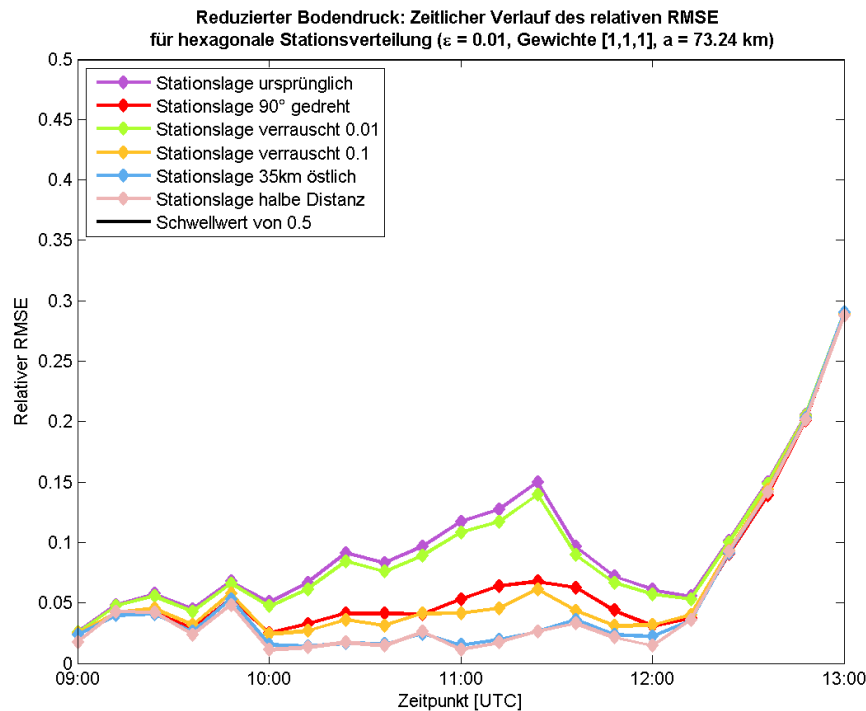


Abbildung 5.10: Relativer RMSE für den reduzierten Bodendruck bei hexagonaler Stationsverteilung variabler Lage

Abbildung 5.9 offenbart das Ausmaß der Verbesserung für jede einzelne Methode. Ein Verrauschen der Stationskoordinaten wirkt umso stärker, je stärker die resultierende Verschiebung, vermag jedoch keine gravierende Abschwächung des Überschwingens. Hervorzuheben ist dabei die durch Aufschlagen der Zufallszahlen auf die x- und y-Koordinaten tendenzielle Verschiebung der Stationen nach Nordost, was eine etwas bessere Abdeckung des östlichen Randes hervorruft. Auch eine Drehung der Stationen um 90° verlagert das Problem nur nach Norden, wo nun die Stationen einen sehr großen Abstand zum nördlichen Rand der Domäne aufweisen. In der Lage, das Maximum im relativen RMSE um 11:24 UTC zu beseitigen, sind lediglich die Varianten mit halbem Stationsabstand und mit einer deutlichen Verschiebung der Stationen nach Osten. Bis 12:12 UTC können deren Extrapolationen als brauchbar angesehen werden. Nun scheint also wesentlich zu sein, wie weit die äußersten Stationen vom äußersten Rand der Domäne entfernt sind.

Beim reduzierten Bodendruck wirken die Methoden ganz ähnlich. Als grundlegender Unterschied lässt sich aus Abbildung 5.10 herauslesen, dass eine Drehung der Stationen um 90° relativ gesehen mehr bewirkt als bei der potentiellen Temperatur. Am ehesten ist die Ursache wohl im Wandern des Druckfeldes zu suchen, dem ein ortsfest amplifizierendes Temperaturfeld gegenübersteht. Das ortsfeste Feld wird zu jedem Zeit-

punkt an denselben Phasen von Stützstellen abgetastet, wodurch einmal auftretende Repräsentationsfehler erhalten bleiben, während das wandernde Feld sensibel auf die veränderte Lage oder Ausrichtung zu seinen Stützstellen reagiert. In der Extrapolation gleichen die Methoden, gemessen am relativen RMSE, einander sehr rasch.

5.2.1.4 Abänderungen im Stationsabstand

Da Abschnitt 5.2.1.3 ein Vermeiden des Überschwingens bei halbem Stationsabstand gezeigt hat, wird in diesem Abschnitt der Frage nachgegangen, wie groß der Abstand werden darf, um dennoch eine Analyse von annehmbarer Qualität ohne das markante Maximum im relativen RMSE zu erhalten. Erste Überlegungen beruhen auf Abbildung 5.8. Da der Abstand in x-Richtung von der ursprünglichen Verteilung mit $a = 73,24$ km ausgehend $a \cdot \sqrt{3} = 126,85$ km (entspricht der doppelten Höhe des gleichseitigen Dreiecks mit Seitenlänge a) beträgt, liegt es nahe, die Wellenlänge des „Eierschachtel“-Musters zu berechnen. Mithilfe der Identität $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \sin(2x)$ und der Definition des Wellenmusters (5.3) folgt für die Wellenlänge in x- oder y-Richtung $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\frac{70}{a}} = 219,9$ km. Um sogenanntes Aliasing bei der Repräsentation von Wellen durch eine endliche Anzahl von Stützstellen (N) zu vermeiden, müssen pro Periode mehr als 2 Stützstellen vorliegen. Wellen, die die Nyquist-Frequenz $k = N/2$ überschreiten, können nicht aufgelöst werden. Im gegenwärtigen Fall erlaubt die Nyquist-Frequenz einen maximalen Stationsabstand von $a_{\max} = 63,48$ km, was aus dem Gleichsetzen des maximalen Stationsabstandes in x-Richtung mit der halben Wellenlänge des zellulären Musters $a_{\max} \cdot \sqrt{3} = \frac{\lambda}{2}$ resultiert.

Mit dem Vorwissen über den maximalen Stationsabstand ruft Abbildung 5.11 allerdings Verwunderung hervor, da offensichtlich deutlich größere Stationsabstände ebenfalls zu einer guten Repräsentierung des zugrunde liegenden analytischen Feldes führen. Beim reduzierten Bodendruck (s. Abbildung 5.12) weisen die neu eingesetzten Stationsabstände eine noch größere Ähnlichkeit im relativen RMSE auf. Beide Parameter lassen abgesehen von der sogenannten ursprünglichen Stationsverteilung eine sinnvolle Extrapolation bis 12:12 UTC zu.

Betrachtet man die Stationslage dieser einzelnen Reihen im Detail, findet man rasch eine Erklärung für dieses unorthodoxe Verhalten. Vergleicht man Abbildung 5.1 (Stationsabstand von 73,24 km) mit 5.13 (70 bzw. 80 km), sticht sofort die ungleiche Abdeckung des rechten (i.e. östlichen) Randes mit Stationen ins Auge. Im ersten, ursprünglichen Fall liegen die äußersten Stationen am weitesten vom Rand entfernt. Obwohl die Stationsanzahl mit 33 im Fall eines 70 km großen Abstandes (cf. Abbildung 5.13(a)) gleich ist, sind diese ein wenig günstiger zum rechten Rand platziert. Der linke Rand ist dennoch ausreichend repräsentiert. Mit einem auf 80 km vergrößerten Stations-

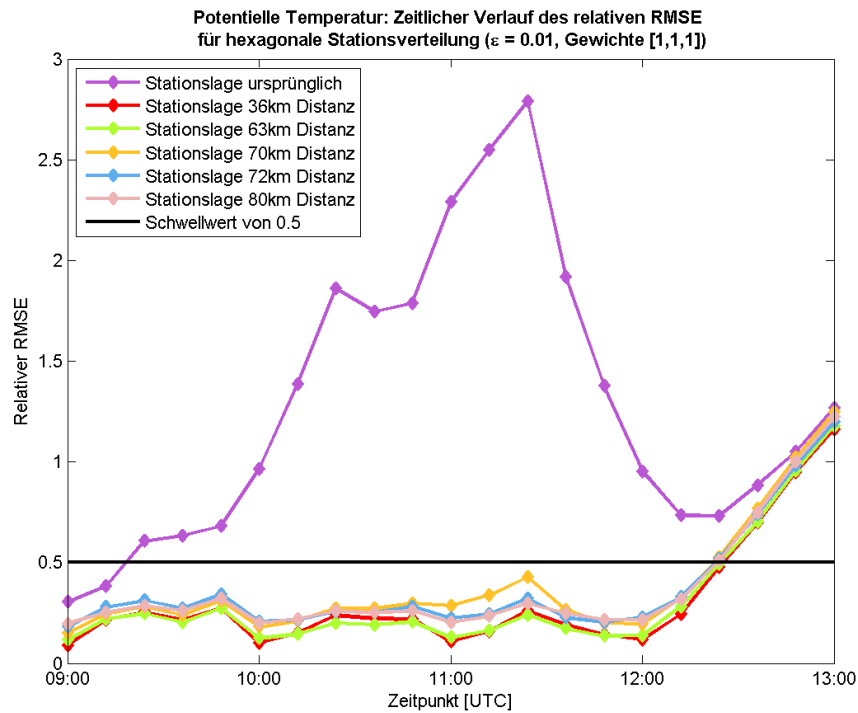


Abbildung 5.11: Relativer RMSE für die potentielle Temperatur bei hexagonaler Stationsverteilung variablen Abstandes

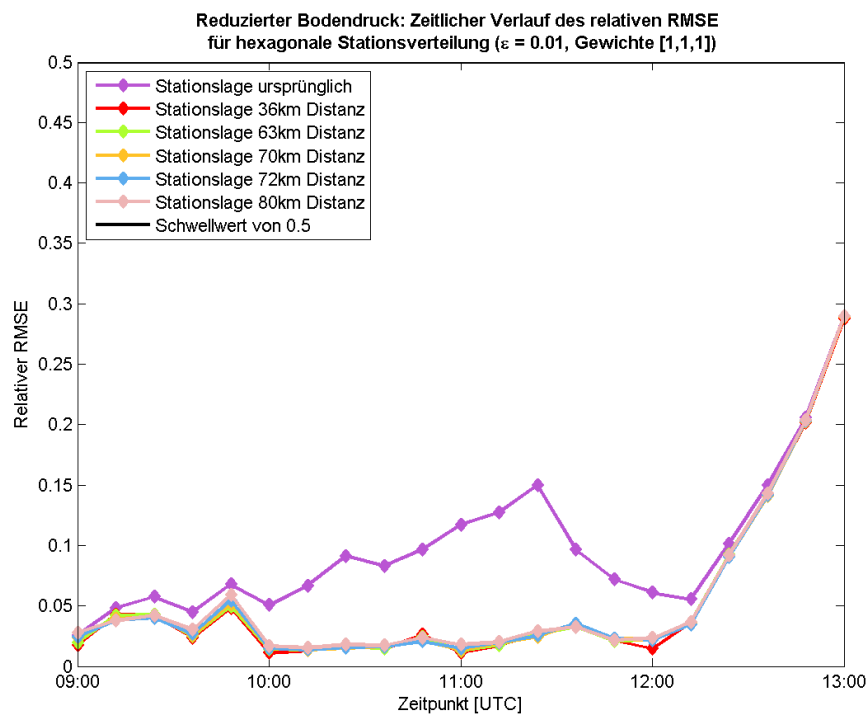


Abbildung 5.12: Relativer RMSE für den reduzierten Bodendruck bei hexagonaler Stationsverteilung variablen Abstandes

abstand reduziert sich zwar die Stationsanzahl in der Domäne auf 30, doch die Ränder sind besser gestützt als in den vorigen Fällen. Aus einer deutlich erhöhten Stationsanzahl – bei den auf der Nyquist-Frequenz ruhenden 63 Kilometern befinden sich 42 Stationen innerhalb der Domäne, bei 36 Kilometern bereits 143 – folgt verständlicherweise eine noch bessere Analyse (s. Abbildung 5.11). Offensichtlich zieht die Wahl der ursprünglichen Stationsdistanz von 73,24 Kilometern ($\hat{=}$ ziemlich genau einem Drittel der Wellenlänge des zellulären Sinus-Cosinus-Musters) eine denkbar ungünstige Stationsverteilung nach sich, weil das östliche Minimum des „Eierschachtel“-Musters (s. a. Abb. 5.5) von den östlichsten Stationen in der Domäne nicht mehr erfasst wird. Die nächsten Stationen befinden sich 7 km vom östlichen Rand entfernt und gehen daher gerade nicht mehr in die feinste Auflösung ein. Folglich behalten die äußeren Gitterpunkte die Werte aus früheren Nesting-Schritten, die aufgrund ihrer schlechten Auflösung und der Methode des Verschiebens von Subdomänen keine gute Wiedergabe des analytischen Feldes erzielen. So kommt es zu einem Überschwingen, welches bis in das Innere der Domäne ausstrahlt und gemäß Gleichung 5.6 quadratisch bestraft wird. Um diesen Randeffekt nicht in den relativen RMSE einfließen zu lassen, wurde die Domäne nachträglich sukzessive von allen Rändern her verkleinert. Eine Reduktion von 200 auf 140 Kilometer (weil die östlichsten Stationen bei 144 km liegen) in alle Richtungen konnte das Maximum im relativen RMSE von rund 2,8 nur auf 1,5 drücken. Nicht einmal eine Halbierung der seitlichen Ausdehnungen der Domäne bügelte dieses Extremum gänzlich aus, setzte es jedoch immerhin auf einen Wert von 0,6 herab. Kaum profitabler ist es, den Ausschnitt auf jeweils 40 km ausgehend von der Domänenmitte zu begrenzen, weil das Überschwingen tatsächlich bis in die Domänenmitte ausstrahlt und dort immer noch zu einer Deformation des analytischen Feldes führt. Bei einer Verschiebung von 1,2 Minuten treten diese Randeffekte von Anfang an nicht auf, weshalb sich durch ein Verkleinern des Ausschnitts auch keine weiteren Verbesserungen erzielen lassen. Ein detaillierter Blick in die gröberen Auflösungen des Nestings zeigte, dass das Überschwingen nach dem ersten Nesting-Schritt auftritt, in dem zum ersten Mal Subdomänen verschoben werden. Dadurch bleibt dieses Phänomen bis in die feinste Auflösung erhalten. Zog man für den Fall mit 1,4 Sekunden Verschiebung nur die reinen und gemischten zweiten Ableitungen heran, verbesserte sich die Analyse des krümmungsfreien Bodendruckfeldes drastisch, während das Überschwingen im zellulären Muster dadurch nicht beseitigt werden konnte.

Abschließend bleibt zu bemerken, dass selbst mit einer in sich äquidistanten, hexagonalen Verteilung sehr schlechte Analysen produziert werden können, wenn man Wesentliches missachtet. Dazu zählen die Wahl eines ausreichend kleinen Stationsabstandes im Verhältnis zur Wellenlänge des analytischen Feldes (Nyquist-Frequenz) und

noch bedeutender die Entfernung der Stationen vom äußersten Rand der Domäne im Vergleich mit dem Abstand der Stationen untereinander. Des Weiteren ist es ungünstig, wenn viele Stationen mit Gitterpunkten oder -linien zusammenfallen und dann nur um einen kleinen Bruchteil von diesen wegverschoben werden, was das Gleichungssystem schlecht konditioniert. Es handelt sich also um einen Trugschluss, dass eine hexagonale Stationsverteilung eine robuste Grundlage für eine Analyse darstellt. Die Anisotropie der Stationsabstände und die Lage der Stationen zum Rand müssen unbedingt berücksichtigt werden, um schließlich eine gute Analyse-Qualität erzielen zu können.

5.2.2 Quadratische Stationsverteilung

5.2.2.1 Abänderungen im zeitlichen ϵ

Analog zu Abschnitt 5.2.1.1 betrachtet man zunächst die Auswirkung unterschiedlich großer ϵ als Ausdruck der zeitlichen Verschiebung bei Verwendung einer quadratischen Stationsverteilung, deren x- und y-Koordinaten jeweils immer denselben Abstand von 73,24 km aufweisen und darum keinen Konflikt mit der Nyquist-Frequenz hervorrufen. Im Gegensatz zur hexagonalen Verteilung sticht sofort der durchwegs ähnliche Verlauf aller verwendeten zeitlichen Verschiebungen im relativen RMSE in Abbildung 5.14 hervor. Der in Abbildung 5.3 gesehene, markante Ausreißer um 11:24 UTC existiert nicht mehr. Abgesehen von diesem erzielt eine Analyse mit hexagonaler Stationsverteilung jedoch bessere Ergebnisse. Mit einer quadratischen Stationsverteilung verfehlt man augenscheinlich zu den vollen Stunden die Güte der zweidimensionalen Analyse, während eine hexagonale Verteilung sogar zu einer Verbesserung führt.

Für das wandernde Feld des Bodendruckes lässt sich wiederum abseits der deutlich besseren Kurve für 1,4 Sekunden zeitlicher Verschiebung eine breite Übereinstimmung im Verlauf und in der Amplitude des relativen RMSE für quadratische (Abbildung 5.15) und hexagonale (Abbildung 5.4) Stationsverteilung feststellen. Die als Richtwert eingetragene, rein zweidimensionale Analyse wird zu den vollen Stunden bis 12:00 UTC immer gut getroffen.

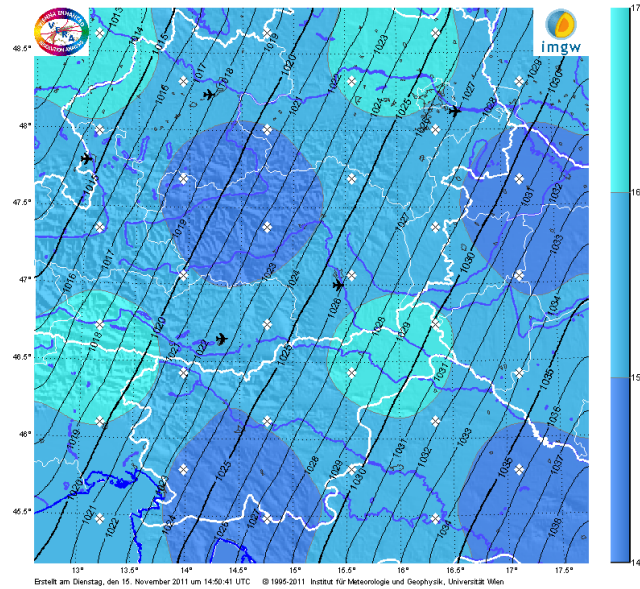
5.2.2.2 Abänderungen in den LaMa-Gewichten

Analog zu Abschnitt 5.2.1.2 wurde als ϵ für die zeitliche Dimension $\frac{1}{2}$ ($\hat{=}$ 1,2 Minuten) gewählt. Eine Gegenüberprüfung verdeutlichte, dass ein anderes ϵ auf die in Folge getätigten qualitativen Aussagen überhaupt keine Auswirkung hat. Selbst die quantitativen Unterschiede im relativen RMSE bleiben gering. Daher kann der Einfluss unterschiedlicher zeitlicher Epsilons auf die Lama-Gewichte vernachlässigt werden.

Abbildung 5.16 zeigt einen ähnlichen Verlauf wie Abbildung 5.6, mit dem Unter-

Donnerstag, 01. September 2011, 09:00 UTC, Alpenraum (16 km Darstellung)

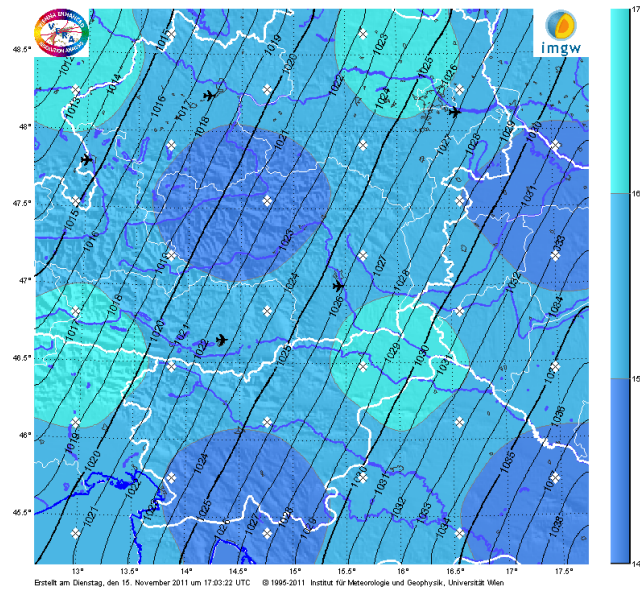
Potentielle Temperatur (Farbfächer), Einheit: °C [1], Beobachtungen: 33, Symbol: Diamant, Min: 14.42, Max: 16.4, μ : 15.4, σ^2 : 0.26
 Reduzierter Bodendruck (Isolinien), Einheit: hPa [1], Beobachtungen: 33, Symbol: x, Min: 1010.32, Max: 1039.5, μ : 1024.87, σ^2 : 41.8



(a) Stationsdistanz von 70 km

Donnerstag, 01. September 2011, 09:00 UTC, Alpenraum (16 km Darstellung)

Potentielle Temperatur (Farbfächer), Einheit: °C [1], Beobachtungen: 30, Symbol: Diamant, Min: 14.46, Max: 16.46, μ : 15.42, σ^2 : 0.25
 Reduzierter Bodendruck (Isolinien), Einheit: hPa [1], Beobachtungen: 30, Symbol: x, Min: 1010.3, Max: 1039.45, μ : 1024.84, σ^2 : 41.77



(b) Stationsdistanz von 80 km

Abbildung 5.13: Vergleich der Stationslagen mit zwei unterschiedlichen Stationsabständen

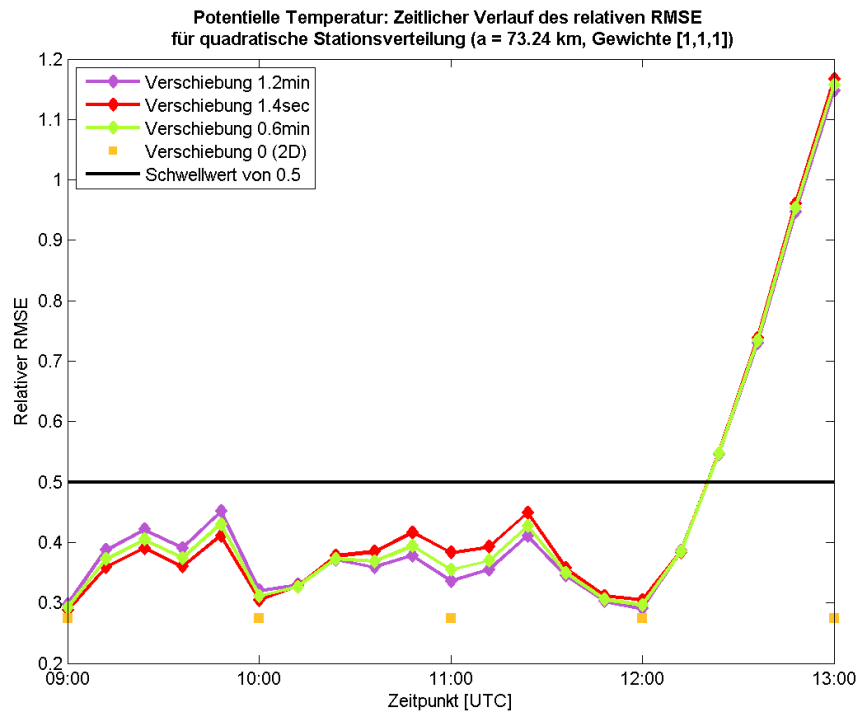


Abbildung 5.14: Relativer RMSE für die potentielle Temperatur bei quadratischer Stationsverteilung unter variablem zeitlichen Epsilon

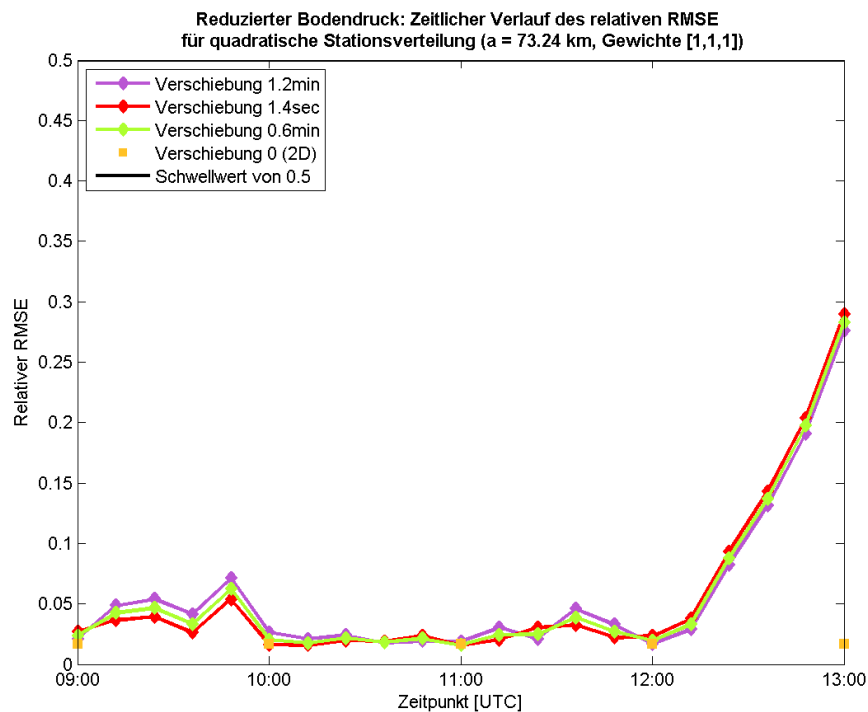


Abbildung 5.15: Relativer RMSE für den reduzierten Bodendruck bei quadratischer Stationsverteilung unter variablem zeitlichen Epsilon

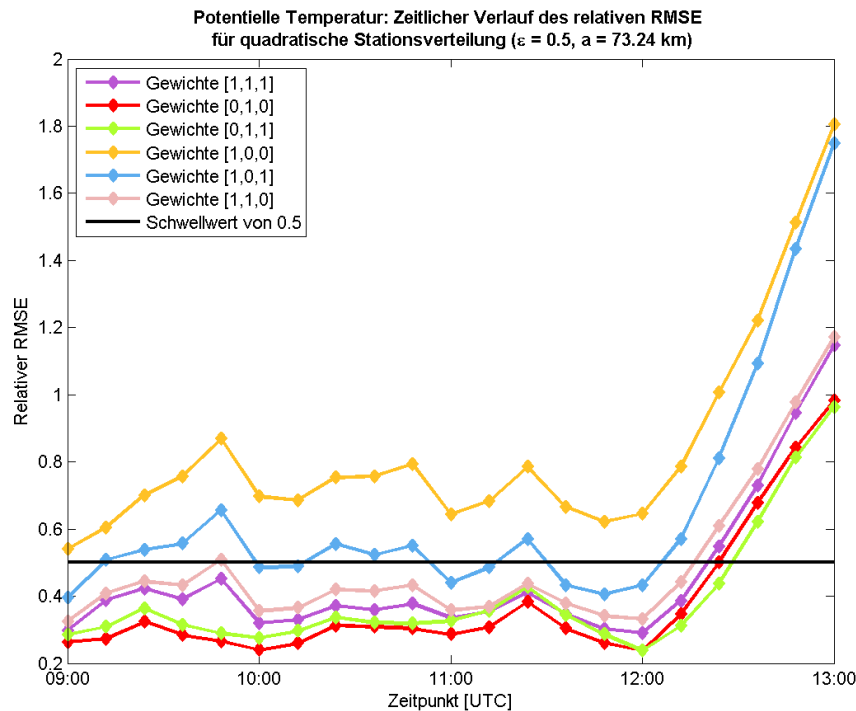


Abbildung 5.16: Relativer RMSE für die potentielle Temperatur bei quadratischer Stationsverteilung unter variablen LaMa-Gewichten

schied, dass die quadratische Stationsverteilung allgemein höhere Werte im relativen RMSE bewirkt. Einzig in der Extrapolation erreicht die hexagonale Stationsverteilung ähnliche Niveaus. Unverändert bleibt die Aussage, dass eine minimierte 1. Ableitung die Analyse verschlechtert, weil sie die Extremstellen der analytischen Funktion („Eierschachtel“) zu sehr glättet. Wie bei der hexagonalen Stationsverteilung (cf. Abschnitt 5.2.1.2) erzielt eine Analyse ohne die 1. Ableitung die besten Ergebnisse.

Nahezu keinen Unterschied zur hexagonalen Verteilung kann man anhand des reduzierten Bodendrucks in Abbildung 5.17 ausmachen. Deshalb sei an dieser Stelle auf die Abhandlung zu Abbildung 5.7 verwiesen.

5.2.2.3 Abänderungen in der Stationslage

Da Abschnitt 5.2.1.3 eine erstaunliche Sensitivität der Analyse auf die Lage der Stationen zum analytischen Feld enthüllte, werden die Auswirkungen anhand der quadratischen Stationsverteilung ebenfalls überprüft. Mangels des markanten Überschwingens bei $\epsilon = \frac{1}{100}$ beschränkt man die Variation der Stationslage auf eine zonale und meridionale Verschiebung um eine halbe Stationsdistanz, i. e. 37 km.

Die Ergebnisse entnehme man den Abbildungen 5.18 sowie 5.19. Logischerweise

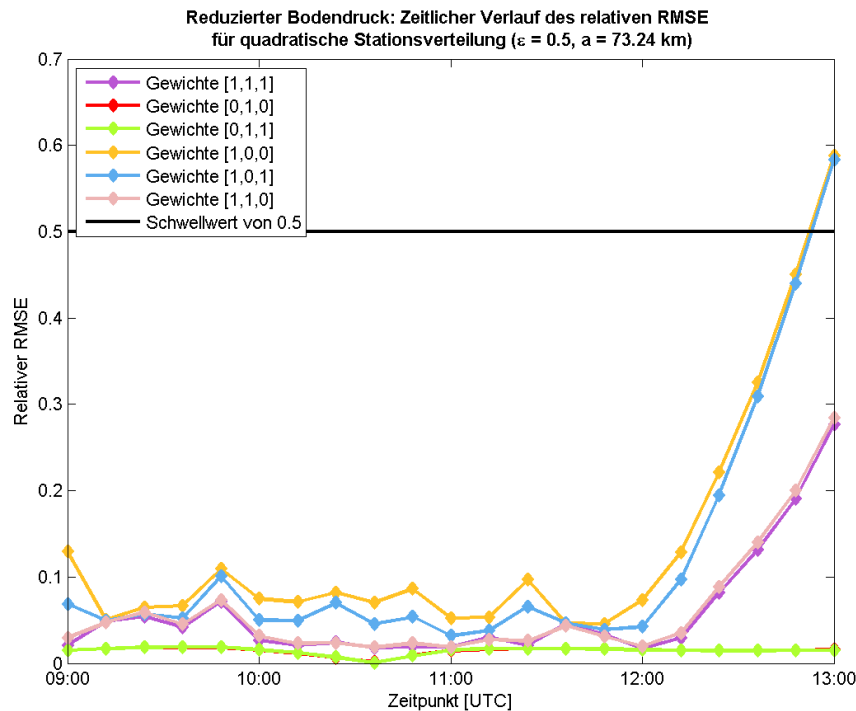


Abbildung 5.17: Relativer RMSE für den reduzierten Bodendruck bei quadratischer Stationsverteilung unter variablen LaMa-Gewichten

macht es bei einer quadratischen, also in x - und y -Richtung äquidistanten Verteilung, keinen Unterschied, Stationen entlang einer Raumrichtung um denselben Betrag „auf“ oder „abwärts“ zu verschieben. Daher gleichen einander jeweils die Betrachtungen einer nördlichen und südlichen sowie einer östlichen und westlichen Verschiebung völlig. Überhaupt erweist sich diese Maßnahme weder als signifikant verschlechternd noch verbessernd, wobei die Unterschiede im reduzierten Bodendruck noch geringer ausfallen als in der potentiellen Temperatur.

Bei näherer Betrachtung der Stationslage zum rechten Rand muss ein beeinflussender Faktor großer Auswirkung erwähnt werden. Die östlichsten Stationen der quadratischen Verteilung liegen 15 km, jene der hexagonalen 56 km vom entsprechenden Rand der Domäne entfernt. Daraus resultiert eine im ersten Fall deutlich bessere Repräsentierung des analytischen Feldes. Verschiebt man nun die quadratischen Stationen zonal um den Differenzbetrag in Richtung Domänenmitte, tritt zunächst aus unerklärlichen Gründen kein Überschwingen am östlichen Rand auf und das bis 12:00 UTC etwa dreimal erreichte Maximum im relativen RMSE beläuft sich auf annehmbare 0,4. Obwohl die östlichste „Stationslinie“ nun für beide Stationsverteilungen angeglichen wurde, scheint die quadratische Verteilung deutlich besser zu sein. Spekulativ dient als einzig mögliche Erklärung dafür, dass im quadratischen Fall das Muster zonal sowie

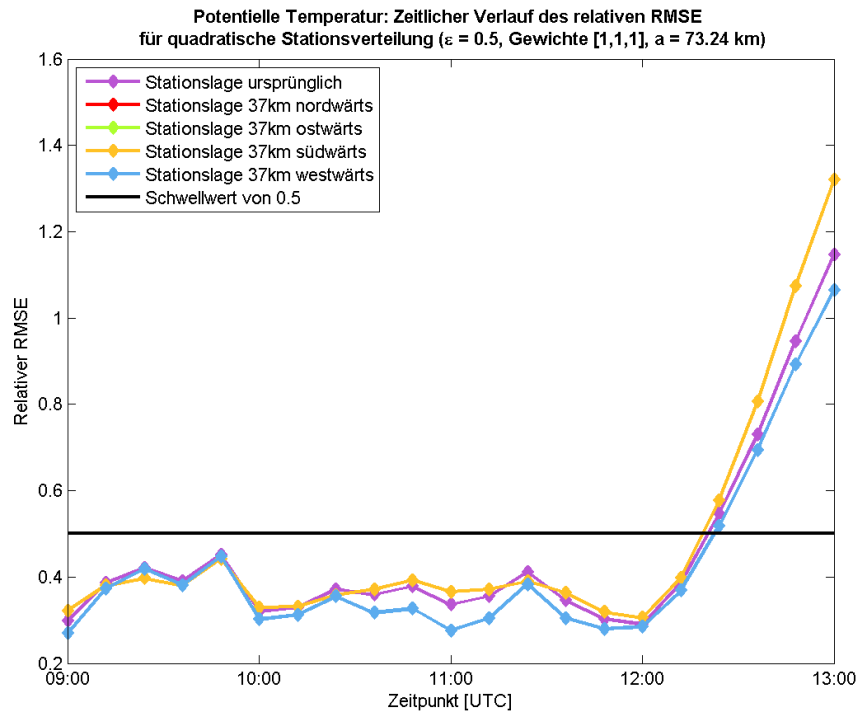


Abbildung 5.18: Relativer RMSE für die potentielle Temperatur bei quadratischer Stationsverteilung variabler Lage

meridional aufgrund der isotropen Anordnung der Stationen in der gleichen Phase abgetastet wird. Hexagonal ist das nicht der Fall. Hier sind die Stationslinien meridional gegeneinander verschoben, wodurch das zelluläre Muster in den beiden Raumrichtungen nicht gleichartig gestützt wird. Erst bei einer Reduktion des Abstandes der quadratisch angeordneten Stationen auf 63 km produziert VERA ein Überschwingen am nördlichen Rand, was definitiv auf die daraus resultierende mangelnde Abdeckung desselben mit Stationen zurückzuführen ist. Erneut wird damit die starke Sensitivität der Analyse auf den Stationsabstand und die -lage relativ zu den markanten Mustern des analytischen Feldes sowie zu den Rändern der Domäne unterstrichen.

5.2.3 Zufällige Stationsverteilung

5.2.3.1 Abänderungen im zeitlichen ϵ

Wie in Abschnitt 5.1 bereits gestreift, handelt es sich bei einer zufälligen um eine durch den Matlab-Befehl *rand* erzeugte Stationsverteilung. Dabei befinden sich annähernd gleich viele Stationen innerhalb der Domäne wie bei einer hexagonalen oder quadratischen Anordnung. Ebenso bleiben die Lage und Anzahl der Stationen von Zeitpunkt zu Zeitpunkt unverändert. Naturgemäß lässt sich nun keine Aussage über den Abstand

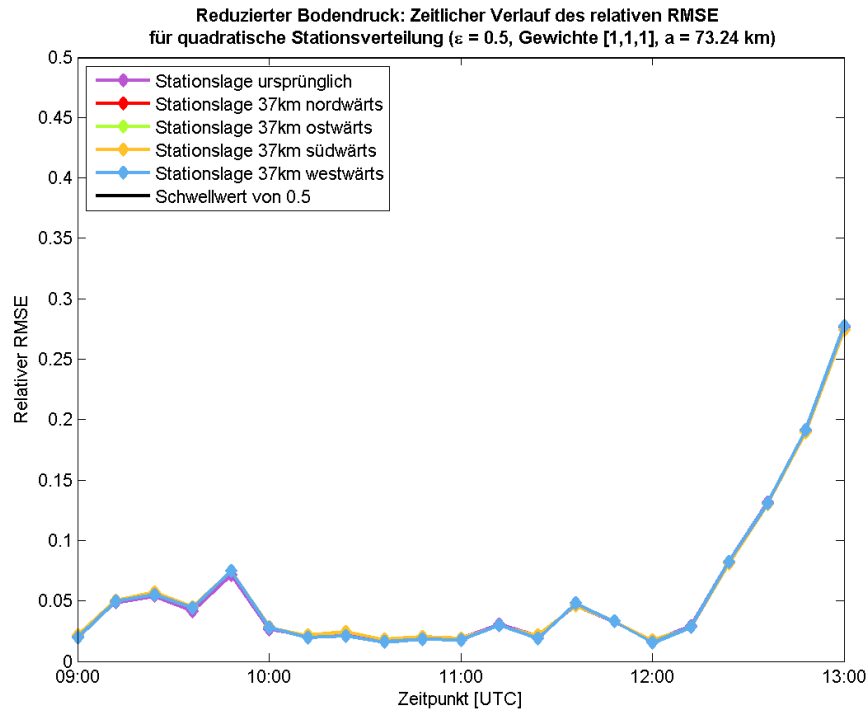


Abbildung 5.19: Relativer RMSE für den reduzierten Bodendruck bei quadratischer Stationsverteilung variabler Lage

der Stationen vom Rand oder deren Abstand untereinander treffen. Welche Bereiche des analytischen Feldes gut und welche weniger gut repräsentiert werden, entscheidet der Zufall.

Die räumlich unregelmäßige Stationsverteilung erschwert auch eine zweidimensionale Analyse, was deren relativen RMSE in Abbildung 5.20 auf einen konstanten Wert von rund 0,4 erhöht. Bei einer regelmäßigen, quadratischen Verteilung lag dieser bei unter 0,3, bei einer hexagonalen sogar unter 0,2 (cf. Abbildungen 5.3, 5.14). Dafür unterliegt die dreidimensionale Analyse nicht so großen Schwankungen wie bei den regelmäßigen Stationsverteilungen der Fall und schafft großteils einen besseren relativen RMSE als die zweidimensionale. Durch die verhältnismäßig gute Interpolation steht jedoch die Extrapolation viel schneller schlecht da und muss schon nach 12:12 UTC verworfen werden.

Für eine Diskussion des Ergebnisses des reduzierten Bodendrucks darf aufgrund der überwiegenden Ähnlichkeit auf die Abschnitte 5.2.1.1 und 5.2.2.1 verwiesen werden.

5.2.3.2 Abänderungen in den LaMa-Gewichten

Wiederum liegt hier die gleiche Vorgehensweise wie in den Abschnitten 5.2.1.2 und 5.2.2.2 zugrunde. Deshalb verwundert es nicht weiter, dass die aus den Abbildungen 5.22

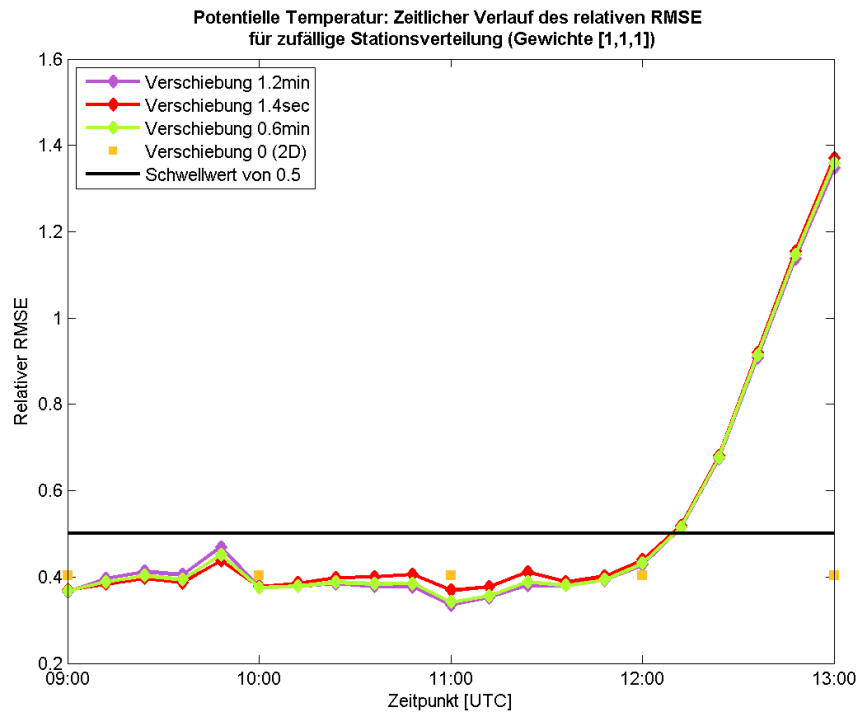


Abbildung 5.20: Relativer RMSE für die potentielle Temperatur bei zufälliger Stationsverteilung unter variablem zeitlichen Epsilon

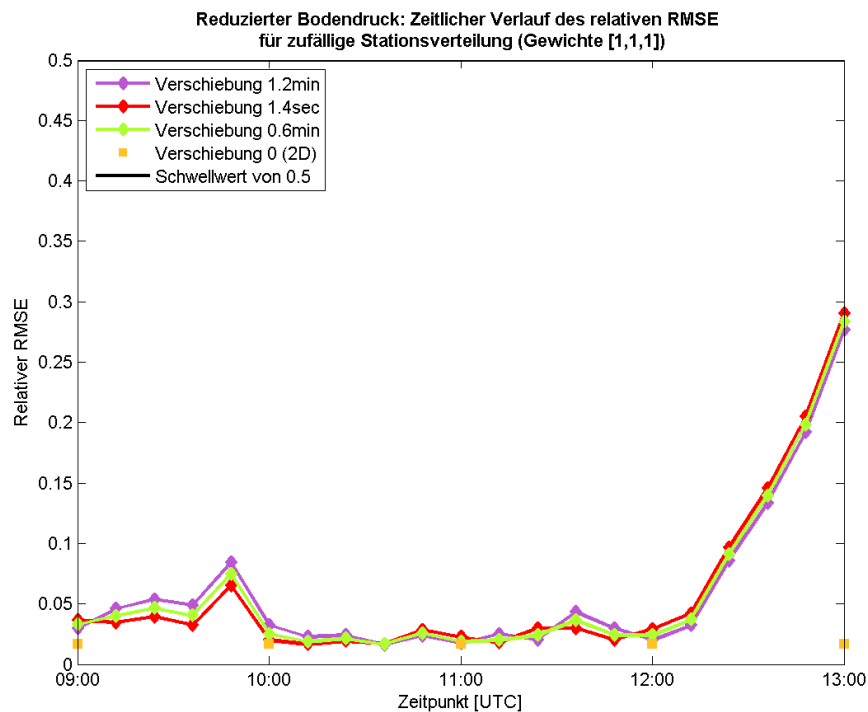


Abbildung 5.21: Relativer RMSE für den reduzierten Bodendruck bei zufälliger Stationsverteilung unter variablem zeitlichen Epsilon

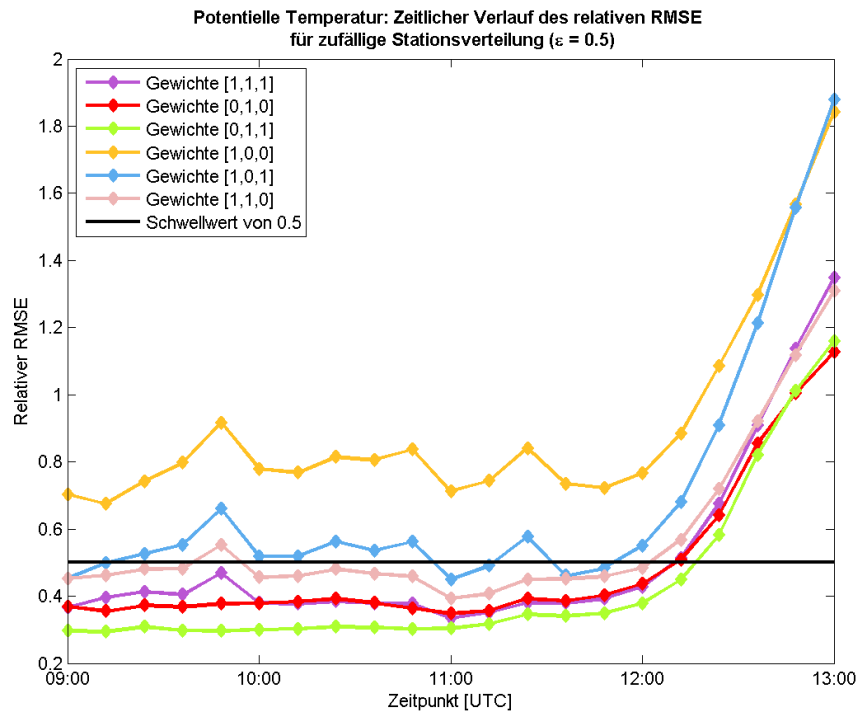


Abbildung 5.22: Relativer RMSE für die potentielle Temperatur bei zufälliger Stationsverteilung unter variablen LaMa-Gewichten

und 5.23 ersichtlichen Ergebnisse große Ähnlichkeiten zu den Bildern mit hexagonaler (s. Abb. 5.6, 5.7) und quadratischer (s. Abb. 5.16, 5.17) Stationsverteilung aufweisen. Allgemein führt die zufällige Stationsanordnung jedoch zu etwas höheren Werten im relativen RMSE.

5.2.4 Reale Stationsverteilung

5.2.4.1 Abänderungen im zeitlichen ϵ

Der wichtigste Unterschied einer realen Stationsverteilung verglichen mit den zuvor behandelten hexagonalen, quadratischen und zufälligen besteht in der stündlich variablen Stationsdichte, was nachhaltig die Qualität der zweidimensionalen Analyse beeinflusst. Den Beweis hierfür liefert unmittelbar Abbildung 5.24, in der der relative RMSE der zweidimensionalen Analysen starken Schwankungen unterworfen ist. Während um 10:00 UTC in diesem Fall nur 55 Stationen innerhalb der Domäne als Stützstellen fungieren, steigt diese Zahl um 11:00 UTC auf 149 und um 12:00 UTC sogar auf 174. Dass trotzdem die Analyse um 11:00 UTC besser bilanziert, liegt an der günstigeren Verteilung der Stationen bezogen auf den Rand. Um 12:00 UTC erfährt in erster Linie das Innerste der Domäne eine Verdichtung an Beobachtungen, während die Ränder schwach

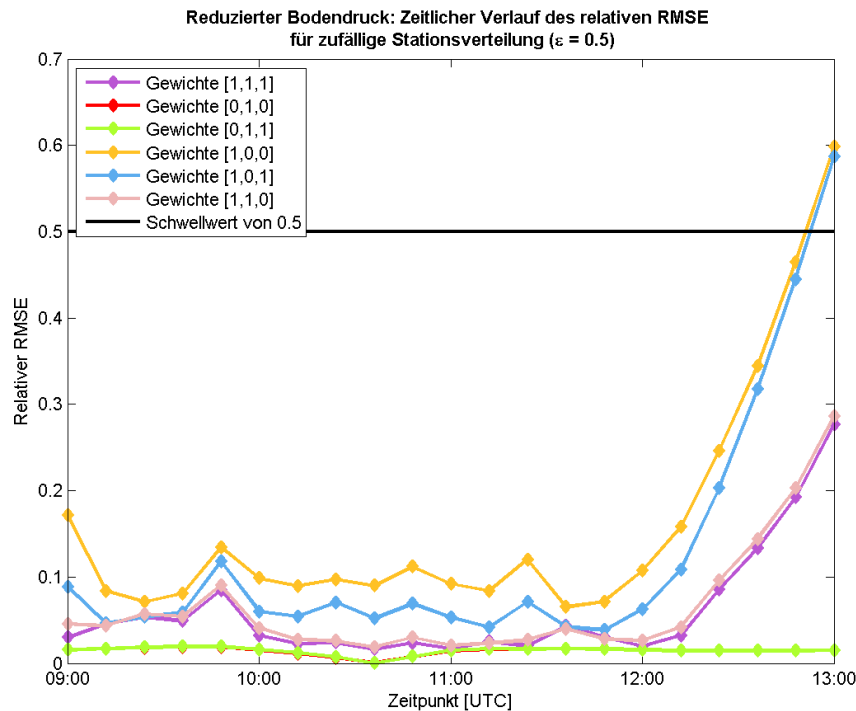


Abbildung 5.23: Relativer RMSE für den reduzierten Bodendruck bei zufälliger Stationsverteilung unter variablen LaMa-Gewichten

repräsentiert bleiben. Dass dies keine vorteilhafte Konstellation darstellt, wurde bereits in den Abschnitten 5.2.1.3 sowie 5.2.1.4 ausführlich erläutert. Die Art der in diesem Abschnitt durchgeführten Versuche deckt sich mit jenen aus Abschnitt 5.2.1.1.

Abbildung 5.24 offenbart ein Dilemma im Zusammenhang mit wechselnder Stationsdichte und unterschiedlicher zeitlicher Verschiebung ϵ . Rückt man mit den zeitlichen Gitterlinien zusammenfallende Stationen weiter davon weg, nähert man sich eher der Qualität einer zweidimensionalen Analyse. Im Gegensatz dazu vermag eine geringfügige Verschiebung bessere Analysen zu stationsarmen Zeitpunkten, versagt aber andererseits stärker zu stationsreichen. Die Gesamtvariabilität des relativen RMSE nimmt mit geringerem ϵ ab. Um 11:00 UTC ist die gute zweidimensionale Analyse von allen hier versuchten dreidimensionalen Varianten unerreicht. All diese Aussagen gelten jedoch lediglich für dieses ortsfest amplifizierende, zelluläre analytische Feld mit dieser Stationsverteilung.

Betrachtet man in weiterer Folge Abbildung 5.25, fällt das gesamte vorige Argumentationsgerüst in sich zusammen. So scheint die Wahl des zeitlichen Epsilon unbedeutend und auch findet man keine besonderen Unterschiede zwischen einer zwei- und einer dreidimensionalen Analyse. Der relative RMSE der zweidimensionalen Analyse schwankt gar nur im Tausendstel-Bereich. Offenkundig erleichtert ein durch die

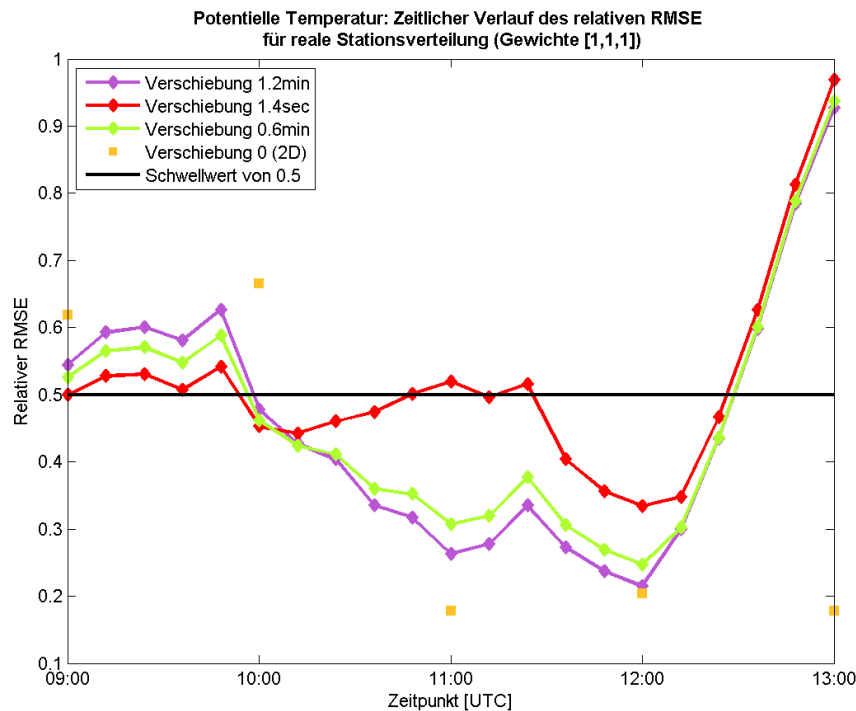


Abbildung 5.24: Relativer RMSE für die potentielle Temperatur bei realer Stationsverteilung unter variablem zeitlichen Epsilon

Domäne wanderndes analytisches Feld mit linearem Gradienten selbst bei schwankender Stationsdichte die Analyse, da ein derart beschaffenes Feld im Gegensatz zu einem ortsfest amplifizierenden vergleichsweise unabhängig von der Stationsdichte analysiert werden kann. Abschnitt 5.3.4 liefert dazu weiteren Aufschluss.

5.2.4.2 Abänderungen in den LaMa-Gewichten

Analog zu den anderen Stationsverteilungen werden die LaMa-Gewichtung variiert (cf. Abschnitte 5.2.1.2, 5.2.2.2, 5.2.3.2). In Abbildung 5.26 spiegelt sich die stündlich veränderliche Stationsdichte derart wider, dass zu Beginn generell schlechtere Ergebnisse im relativen RMSE erzielt werden. Um 11:00 UTC nähern sich alle Testvarianten um einiges mehr einander an als bei den anderen Stationsverteilungen der Fall. Die allgemein recht gute Analyse um 12:00 UTC bewirkt auch eine bessere Extrapolation. Erstaunlicherweise erzielt die Gleichgewichtung aller Ableitungen ab 12:12 UTC die besten Resultate.

Wie zu erwarten fällt der relative RMSE im reduzierten Bodendruck (s. Abbildung 5.27) nicht wie in der potentiellen Temperatur von 9:00 UTC bis 11:00 UTC ab, was bereits in Abschnitt 5.2.4.1 mit der Unabhängigkeit von der Stationsdichte begründet

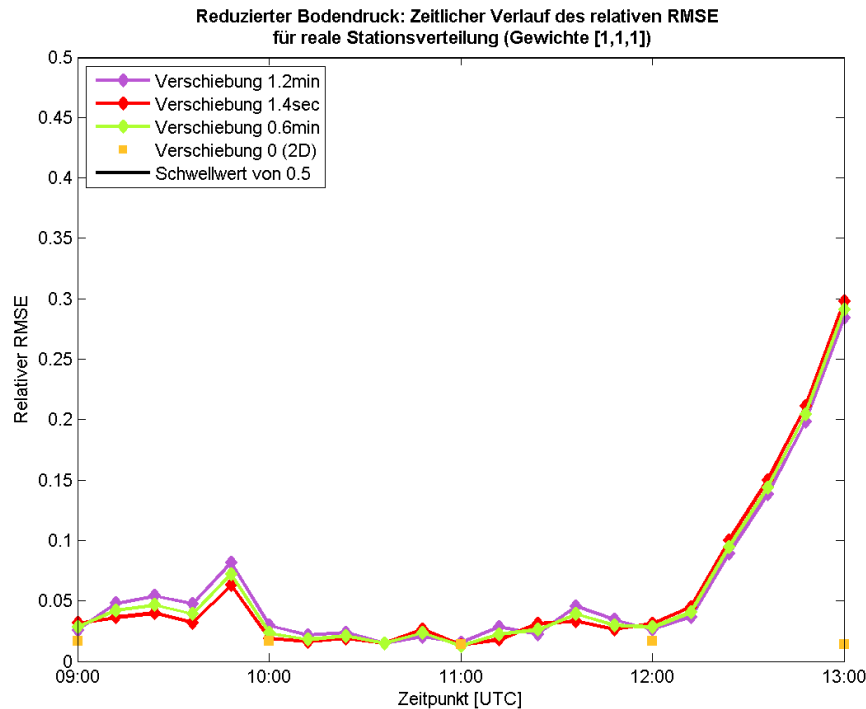


Abbildung 5.25: Relativer RMSE für den reduzierten Bodendruck bei realer Stationsverteilung unter variablem zeitlichen Epsilon

wurde. Überhaupt folgt hier der relative RMSE ziemlich übereinstimmend dem Verlauf der anderen Stationsverteilungen, weshalb an dieser Stelle auf die Abhandlung in Abschnitt 5.2.1.2 verwiesen wird.

5.3 Wesentliche Erkenntnisse aus Fallbeispiel 2: Wandernde Gauß-Funktion in einer Komponente

5.3.1 Hexagonale Stationsverteilung

5.3.1.1 Abänderungen im zeitlichen ϵ

Dieses Kapitel befasst sich mit dem einparametrischen analytischen Feld, das von einer Gauß-Funktion in *einer* Komponente erzeugt wird. Mit einer konstanten Geschwindigkeit von 70 km/h und einer konstanten Standardabweichung von 50 km bewegt sich diese *meteorologische Front* durch die Domäne. Das Wandern der in der x-Komponente definierten, meridional (!) erstreckenden Gauß-Welle (cf. Abbildung 5.2) erfolgt von West nach Ost. Das Wandern der in der y-Komponente definierten, zonal (!) erstreckenden Störung erfolgt hingegen von Süd nach Nord durch die betrachtete Domäne mit $400 \times 400 \text{ km}^2 \times 4 \text{ h}$ -Ausdehnung. Startend mit $\mu = -130 \text{ km}$ relativ zur Domänenmitte

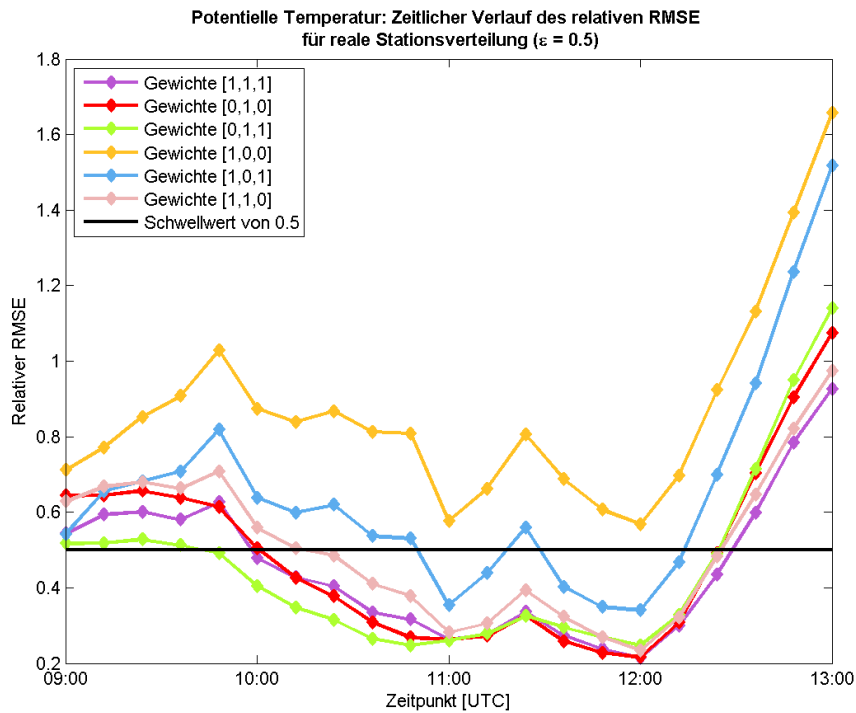


Abbildung 5.26: Relativer RMSE für die potentielle Temperatur bei realer Stationsverteilung unter variablen LaMa-Gewichten

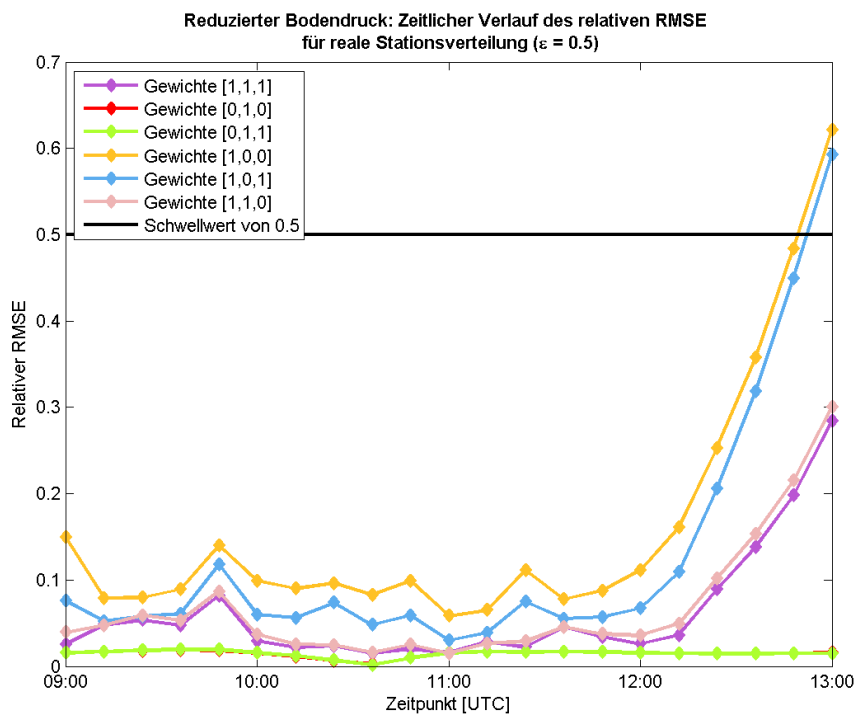


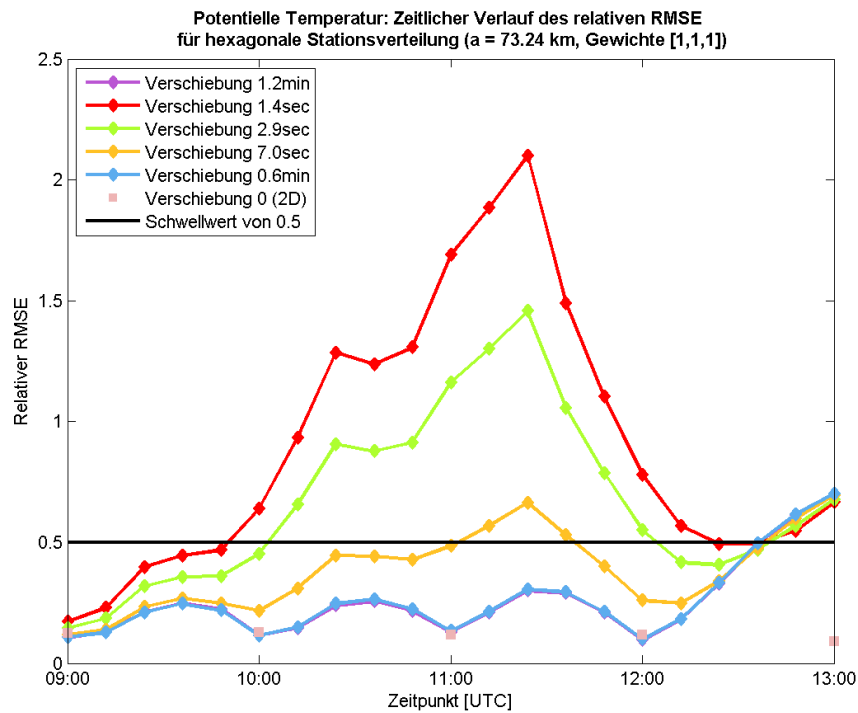
Abbildung 5.27: Relativer RMSE für den reduzierten Bodendruck bei realer Stationsverteilung unter variablen LaMa-Gewichten

sollte die Front folglich bis zum Ende der Extrapolation 280 km zurücklegen und schließlich bei $\mu = +150$ km landen, wobei dies je nach Fallunterscheidung als x- oder y-Koordinate zu verstehen ist.

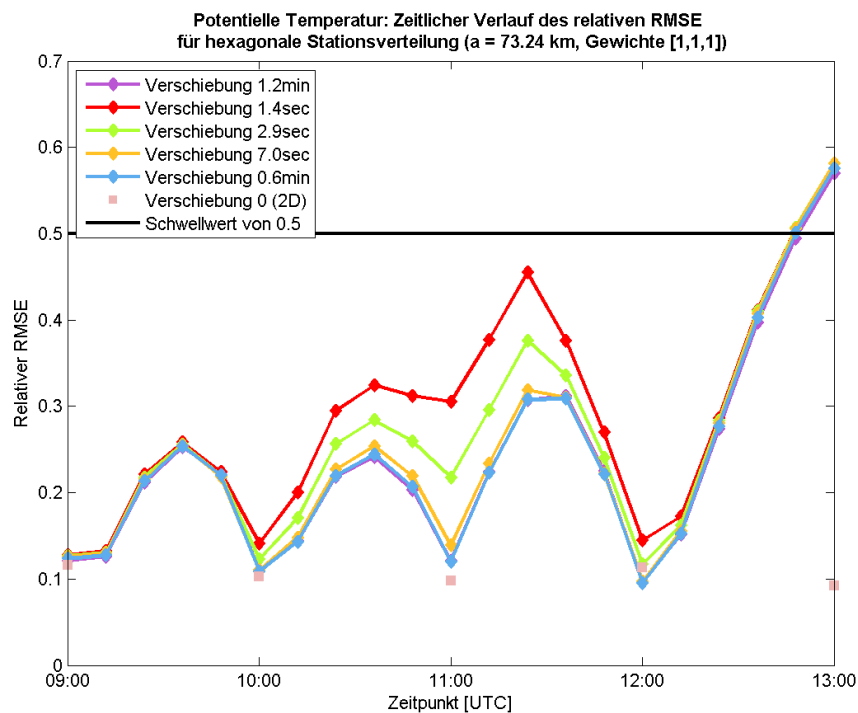
Wie in Kapitel 5.2 wird für die hexagonale Stationsverteilung ein Stationsabstand von 73,24 km gewählt (cf. 5.2.1.1) und das ϵ für die zeitliche Verschiebung als Bruchteil der kleinsten Gitterdistanz variiert. Das Ergebnis illustriert Abbildung 5.28 für beide Definitionsvarianten der Gauß-Funktion. Erstere führt offensichtlich zu einem ähnlichen Verhalten wie das „Eierschachtel“-Muster für eine hexagonale Stationsverteilung desselben Abstandes (cf. Abb. 5.3), wenngleich nunmehr das Maximum der rot gezeichneten Datenreihe ($\epsilon = \frac{1}{100}$) um etwa ein Viertel niedriger ausfällt. Die von Süd nach Nord wandernde Front entspricht in etwa einer um 90° gedrehten Stationsanordnung und schneidet deutlich besser ab – auch in der zweidimensionalen Analyse –, was von der geringeren Entfernung der Stationen zu jenem Rand, zu dem die Front wandert, herrührt. Eine Verschiebung größer gleich 0,6 Minuten führt nur mehr zu marginalen Unterschieden. Für die nordwärts wandernde Gauß-Funktion ist eine Extrapolation zumindest bis 12:24 UTC sinnvoll. Interessanterweise tritt im Gegensatz zu Fallbeispiel 1 (cf. Kapitel 5.2) hier ein regelmäßigeres Auf- und Abschwingen im relativen RMSE während der Interpolation, also zwischen stündlichen, stationsgestützten Terminen auf. Das illustriert die Charakteristik von VERA, wann immer möglich starke Gradienten und Krümmungen zu glätten. Klarerweise besteht diese Freiheit am stärksten, je weiter Stationsmeldungen (hier: zeitlich) entfernt liegen. Deshalb ergeben sich die Maxima jeweils um die halben Stunden bzw. in der Extrapolation ansteigend, je länger der letzte Beobachtungstermin vergangen ist.

5.3.1.2 Abänderungen in den LaMa-Gewichten

Diese Wellenbewegung im relativen RMSE zeigt sich auch bei den variierten LaMa-Gewichten. Obwohl die Art der Durchführung und die Stationsanordnung dieselben sind wie in Abschnitt 5.2.1.2 nachzulesen, bleiben alle Testläufe während der Interpolation unterhalb des Schwellwertes von 0,5. Beim „Eierschachtel“-Muster befindet sich der Lauf mit alleiniger Gewichtung der 1. Ableitung von Anfang an darüber. Zusätzlich weisen dort die meisten Varianten stets einen größeren relativen RMSE auf als bei der Gauß-Funktion. Mit Sicherheit bedingen die unterschiedlichen Attribute der zugrunde liegenden analytischen Felder diese Eigenarten. Als Hauptursache kommt die Anzahl der lokalen Extremstellen der Funktionen in Frage. So kennzeichnet sich das zelluläre Sinus-Cosinus-Muster durch 8 zählbare Extrema innerhalb der Domäne, während die Gauß-Funktion nur ein eindimensionales Maximum in Form einer Linie birgt. Bei zweiterer eröffnen sich VERA demnach nicht so viele Möglichkeiten für eine Glättung,



(a) In x-Komponente definierte, von West nach Ost wandernde Gauß-Funktion



(b) In y-Komponente definierte, von Süd nach Nord wandernde Gauß-Funktion

Abbildung 5.28: Relativer RMSE für die potentielle Temperatur bei hexagonaler Stationsverteilung unter variablem zeitlichen Epsilon

wodurch einige Fehlerquellen ausgeschaltet werden.

Aus Abbildung 5.29 geht dies deutlich hervor, wobei die ostwärts und nordwärts wandernden Gauß-Wellen untereinander ein recht ähnliches Verhalten zeigen. Des Weiteren springt im Vergleich mit Abbildung 5.6 die homogenere Extrapolation ins Auge, die zudem um 13:00 UTC noch nicht so drastisch vom analytischen Feld abweicht.

5.3.1.3 Abänderungen in der Stationslage

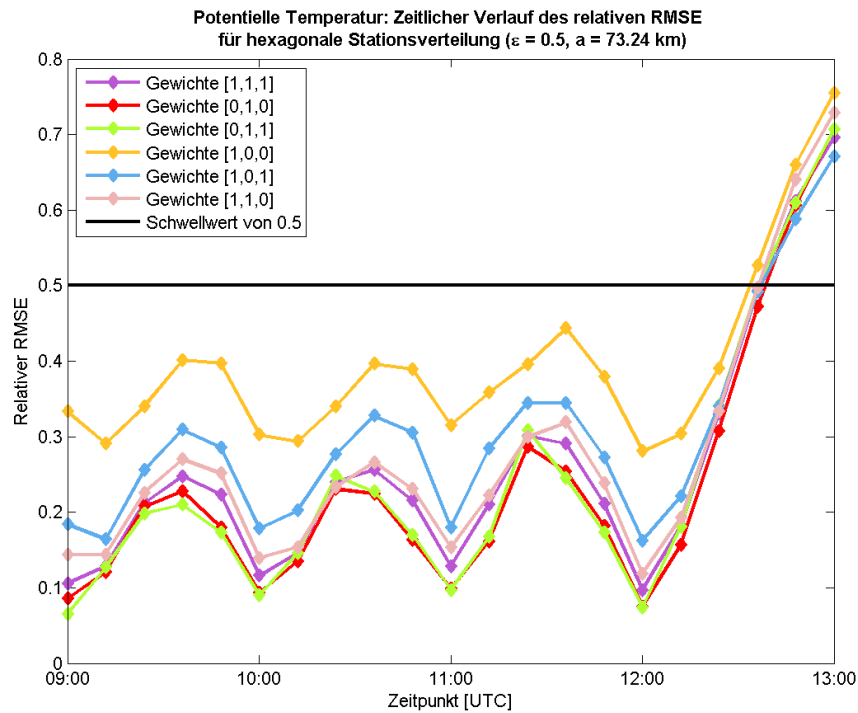
Analog zu Abschnitt 5.2.1.3 wurde versucht, durch variantenreiche räumliche Änderung der hexagonalen Stationsanordnung das Überschwingen bei Verwendung einer zeitlichen Verschiebung von 1,4 Sekunden für die ostwärts wandernde Gauß-Funktion einzudämmen.

Abbildung 5.30 offenbart wenig überraschend die größten Verbesserungen für den halbierten Stationsabstand bzw. für eine Verschiebung der Stationen um 35 km nach Osten, um diesen Rand besser abzudecken. Dennoch besteht ein markanter Unterschied zu dem analogen Beispiel mit dem „Eierschachtel“-Muster. So führt bei der Gauß-Funktion ein Kippen der Stationsanordnung um 90° zu einer enormen Verbesserung der Analyse, während diese Maßnahme beim zellulären Muster (cf. Abb. 5.9) so gut wie überhaupt nicht fruchtet, da damit das Überschwingen vom östlichen auf den nördlichen Rand verlagert und dabei nur marginal abgeschwächt wird. Betrachtet man jedoch Abbildung 5.10 als Referenz, wird der Zusammenhang schlagartig klar. Das Bodendruckfeld des Fallbeispiels 1 besteht nämlich aus wandernden, parallelen Isobaren, die der ebenfalls wandernden Gauß-Funktion weitaus ähnlicher sind als ein zelluläres, ortsfestes Muster und stark von der verbesserten Repräsentierung des östlichen Randes profitieren. Hingegen benötigt diese Richtung des Durchwanderns (ostwärts) keinen hervorragend stationsgestützten nördlichen Rand, obwohl dieser Nachteil durchaus eine Auswirkung hat, wie Abbildung 5.31 verdeutlicht. Trotz der Einbuchtung am nördlichen Rand der sogenannten Front verringert sich der relative RMSE, weil ja der Rest der Front im Gegensatz zur Analyse ohne Kippen der Stationsverteilung, als der gesamte östliche Rand der Front schlecht gestützt war, ausreichend mit Stationen abgedeckt ist.

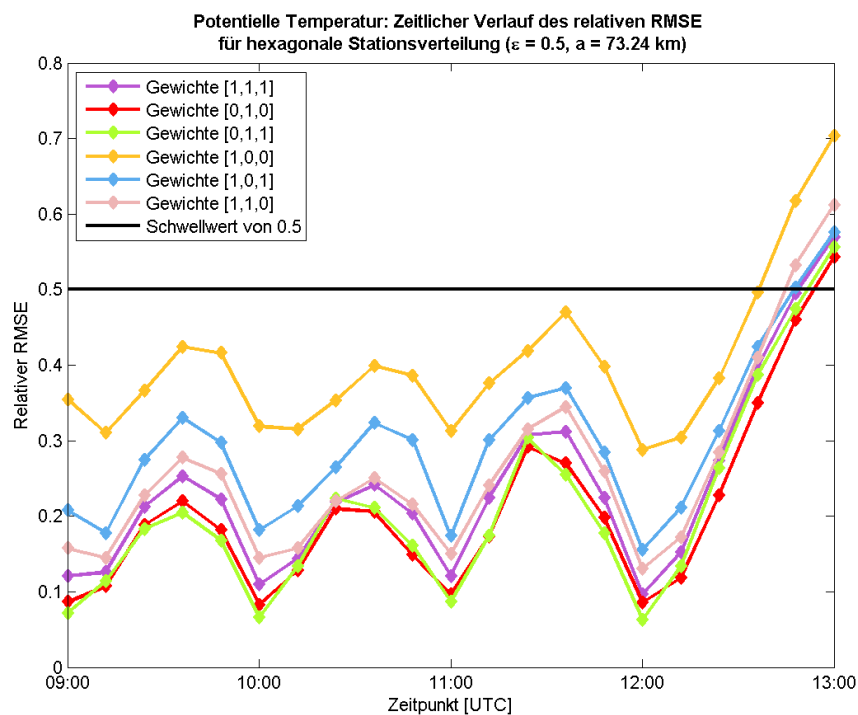
5.3.2 Quadratische Stationsverteilung

5.3.2.1 Abänderungen im zeitlichen ϵ

Bei der quadratischen Stationsverteilung gilt es zu beachten, dass im Gegensatz zur hexagonalen alle Ränder gut mit Stationen versorgt sind. Dadurch werden jegliche Randeffekte vermieden, was Abbildung 5.32 hervorragend widerspiegelt. Sowohl für die ostwärts als auch für die nordwärts wandernde Front ist die Wahl der zeitlichen Ver-



(a) In x-Komponente definierte, von West nach Ost wandernde Gauß-Funktion



(b) In y-Komponente definierte, von Süd nach Nord wandernde Gauß-Funktion

Abbildung 5.29: Relativer RMSE für die potentielle Temperatur bei hexagonaler Stationsverteilung unter variablen LaMa-Gewichten

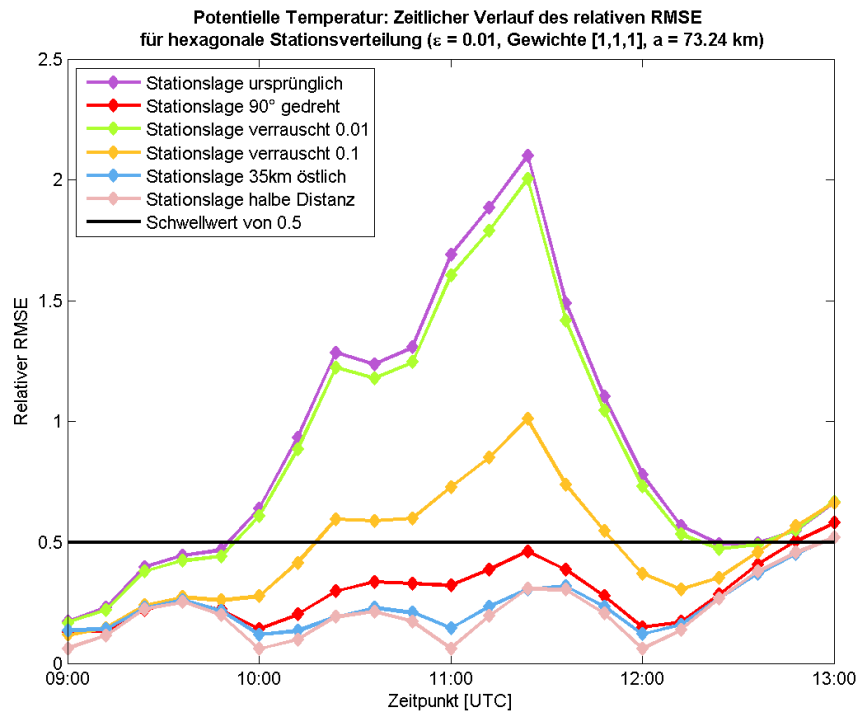


Abbildung 5.30: Relativer RMSE für die in der x-Komponente definierte potentielle Temperatur bei hexagonaler Stationsverteilung variabler Lage

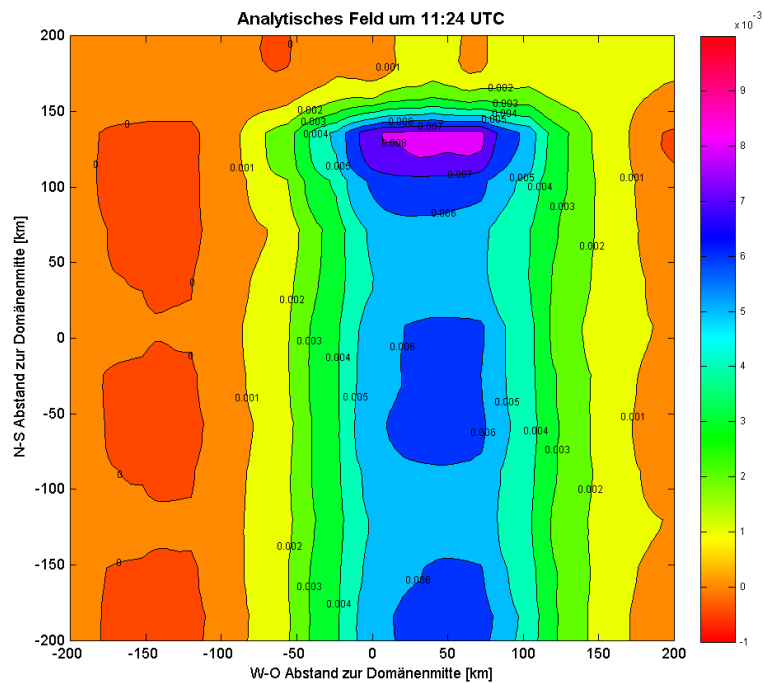


Abbildung 5.31: Überschwingen in potentieller Temperatur für gedrehte Stationsverteilung mit 1,4 Sekunden zeitlicher Verschiebung um 11:24 UTC

schiebung nahezu unerheblich. In beiden Fällen erzielt man außerdem weder eine signifikante Verbesserung noch eine Verschlechterung gegenüber einer zweidimensionalen Analyse. Mangels eines Überschwingens, welches sich bei der hexagonalen Stationsanordnung im relativen RMSE quadratisch äußerte, ist die y-Achse dieser Graphik nun gestreckt, sodass sich die Variabilität in der Qualität der zweidimensionalen Analyse leichter erkennen lässt. Als Begründung dafür reicht die Propagation des Musters, wodurch eine zeitabhängige Sensitivität auf die Stationsverteilung ins Spiel kommt. Weiters folgt aus der bezüglich der Ränder homogenen Stationsverteilung, dass die Analyse kaum noch von der Richtung des Durchwanderns abhängt, sodass beide Teilabbildungen nahezu gleiche Werte des relativen RMSE dokumentieren. Dennoch schneidet die quadratische Stationsverteilung allgemein, doch speziell bei der zweidimensionalen Analyse, etwas schlechter ab, wenn man die Fälle, wo ein Überschwingen auftritt, außer Acht lässt. Zumindest bis 12:24 UTC gilt eine Extrapolation für diese Testfälle als brauchbar.

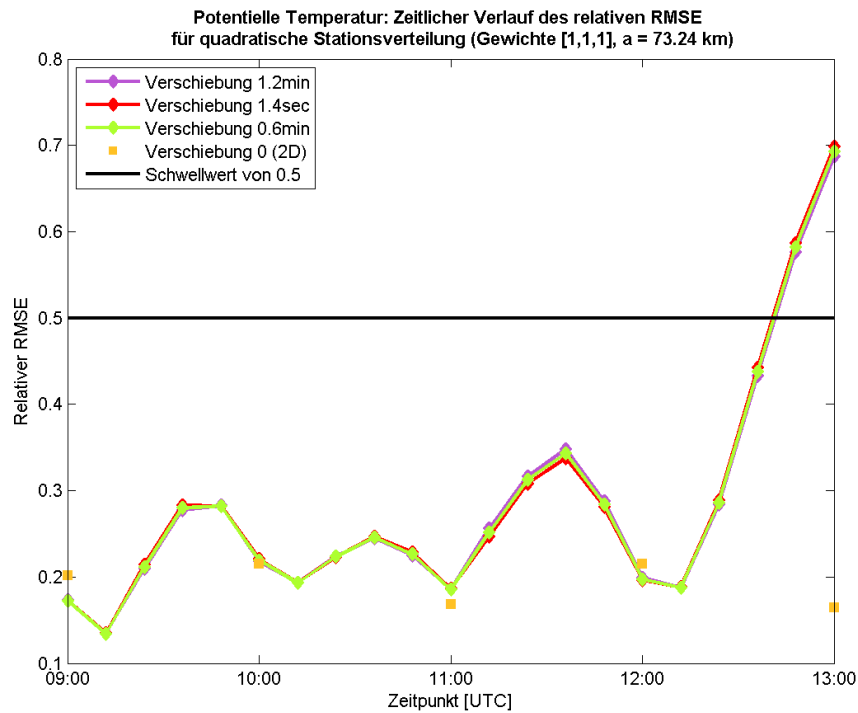
5.3.2.2 Abänderungen in den LaMa-Gewichten

Abgesehen von allgemein etwas höheren Werten im relativen RMSE der quadratischen Stationsverteilung (Abbildung 5.33), lassen sich diese Tests sehr gut mit der hexagonalen Verteilung vergleichen (cf. Abschnitt 5.3.1.2). Wiederum führt die 1. Ableitung zu unerwünschtem Abflachen des eindimensionalen Maximums in der Gauß-Funktion, weshalb die zugehörigen Werte im relativen RMSE entsprechend höheres Niveau aufweisen.

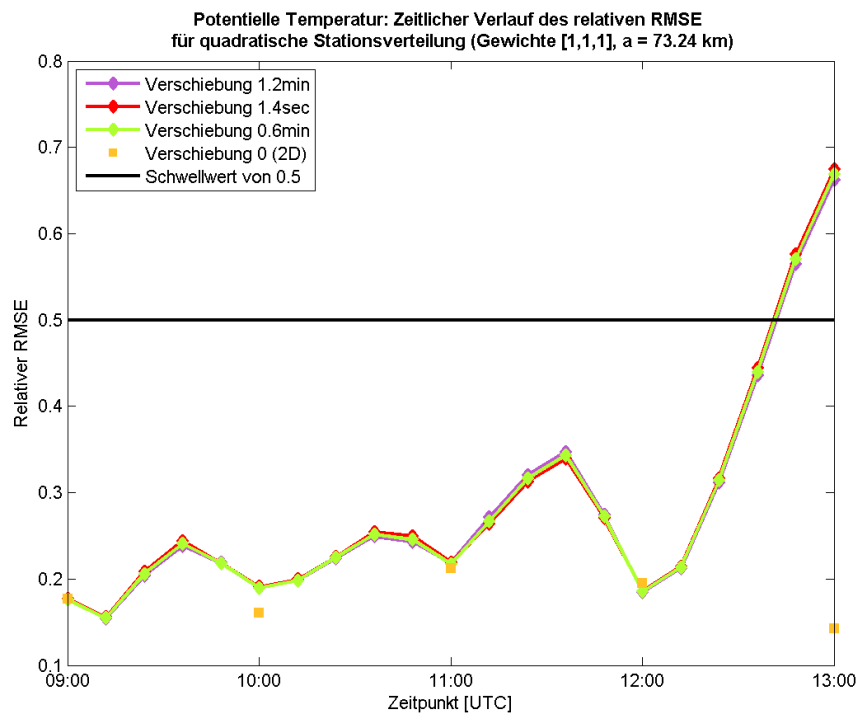
5.3.3 Zufällige Stationsverteilung

5.3.3.1 Abänderungen im zeitlichen ϵ

In diesem Unterkapitel kommen dieselben Stationskoordinaten zur Anwendung wie beim Fallbeispiel 1 im Abschnitt 5.2.3). Es stehen zwar zu jedem Beobachtungstermin dieselben Stationen zur Verfügung, allerdings erzeugt die wandernde Gauß-Funktion Unregelmäßigkeiten in der Qualität der zweidimensionalen Analyse. So gestattet Abbildung 5.34 die Vermutung, dass die Lage der Front um 10:00 UTC besser durch die vorhandenen Stützstellen repräsentiert wird als davor und danach. Außerdem scheint die nordwärts wandernde Front um 11:00 UTC deutlich schlechter abgedeckt als die ostwärts wandernde u. u. um 13:00 UTC, obwohl in beiden Fällen das gleiche Stationsnetz zugrunde liegt. Eine dreidimensionale Analyse ermöglicht zu jenem Zeitpunkt eine mehr oder weniger deutliche Verbesserung im relativen RMSE. Obwohl um 12:00 UTC vom gleichen Level ausgegangen wird, erfährt die in der y-Komponente defi-

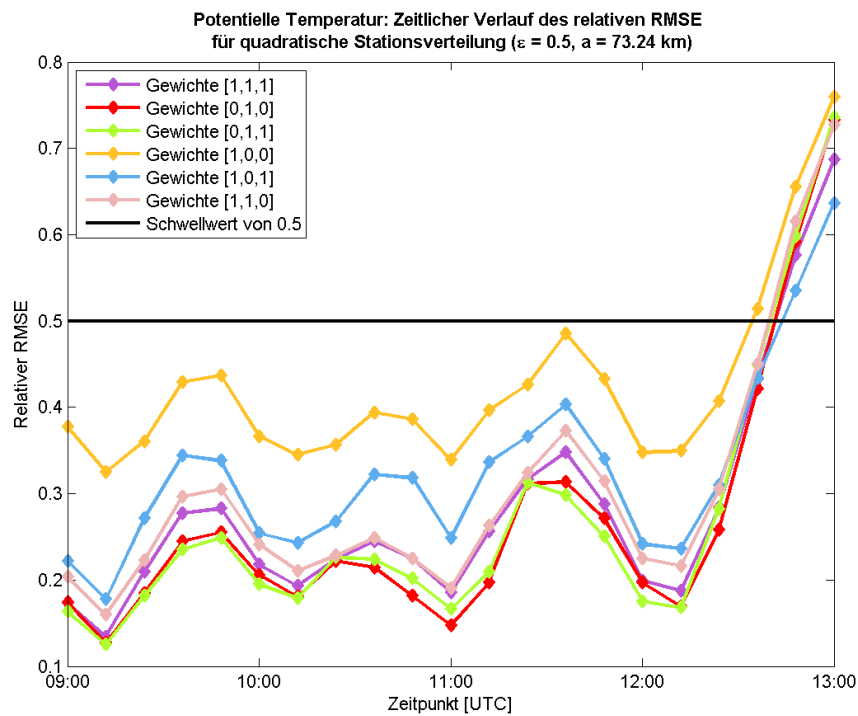


(a) In x-Komponente definierte, von West nach Ost wandernde Gauß-Funktion

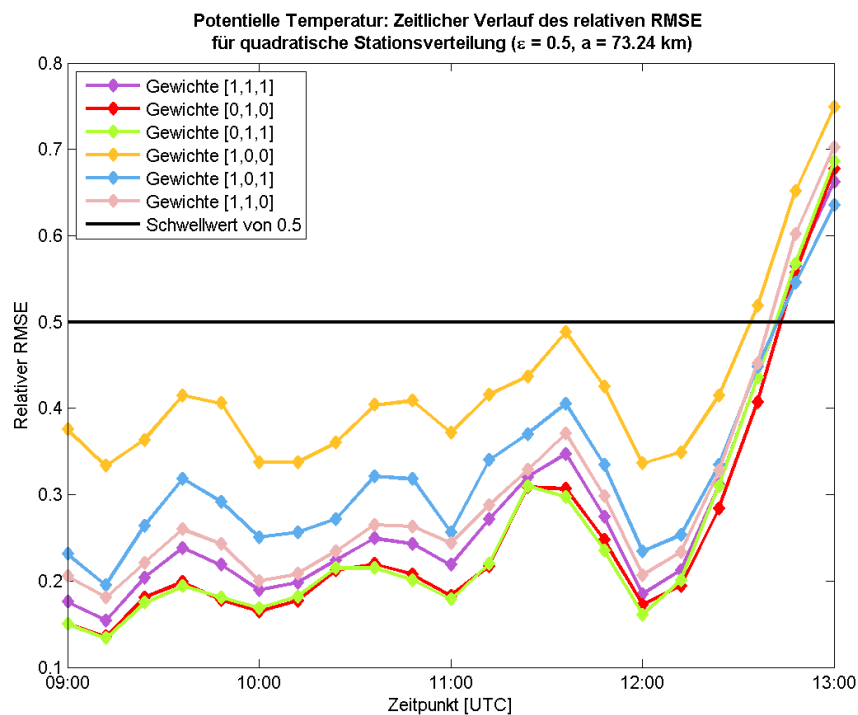


(b) In y-Komponente definierte, von Süd nach Nord wandernde Gauß-Funktion

Abbildung 5.32: Relativer RMSE für die potentielle Temperatur bei quadratischer Stationsverteilung unter variablem zeitlichen Epsilon



(a) In x-Komponente definierte, von West nach Ost wandernde Gauß-Funktion



(b) In y-Komponente definierte, von West nach Ost wandernde Gauß-Funktion

Abbildung 5.33: Relativer RMSE für die potentielle Temperatur bei quadratischer Stationsverteilung unter variablen LaMa-Gewichten

nierte Gauß-Funktion in der Extrapolation einen erdrückend großen Nachteil durch die Aufteilung der Beobachtungen innerhalb der Domäne und vor allem durch die schlechte Repräsentierung um 11:00 UTC. Einmal mehr zeigt dieser Vergleich die starke Abhängigkeit der Qualität der Analyse von der Lage der Stationen relativ zu den markanten Mustern des analytischen Feldes. Bei unregelmäßigen Stationsverteilungen ergibt sich zudem noch eine Abhängigkeit von der Richtung des Durchwanderns dieser Systeme.

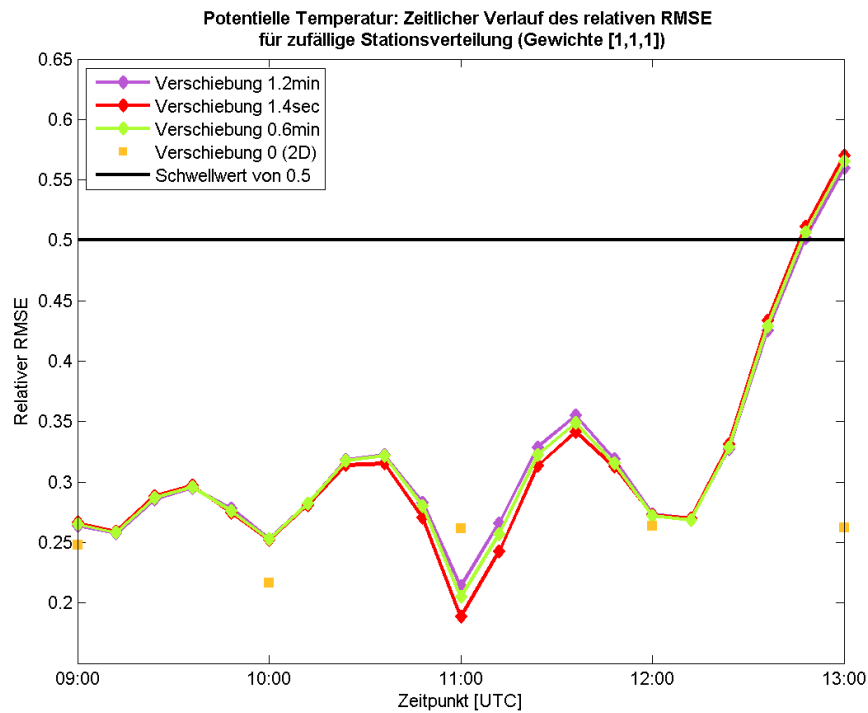
5.3.3.2 Abänderungen in den LaMa-Gewichten

Was im Vergleich mit dem quadratischen Fall (cf. Abb. 5.33) auffällt, ist eine weitere Erhöhung des relativen RMSE für alle Testvarianten. Dafür entfernt sich bei der ostwärts wandernden Front die Extrapolation nicht so schnell vom analytischen Feld. Das Minimum bei 11:00 UTC in Abbildung 5.35(a), anstelle dessen in Abbildung 5.35(b) ein Maximum tritt, erklärt sich von selbst aus Abbildung 5.34 und wurde im zugehörigen Abschnitt 5.3.3.1 bereits auf die ungleiche Abdeckung der Front mit Stationen zurückgeführt.

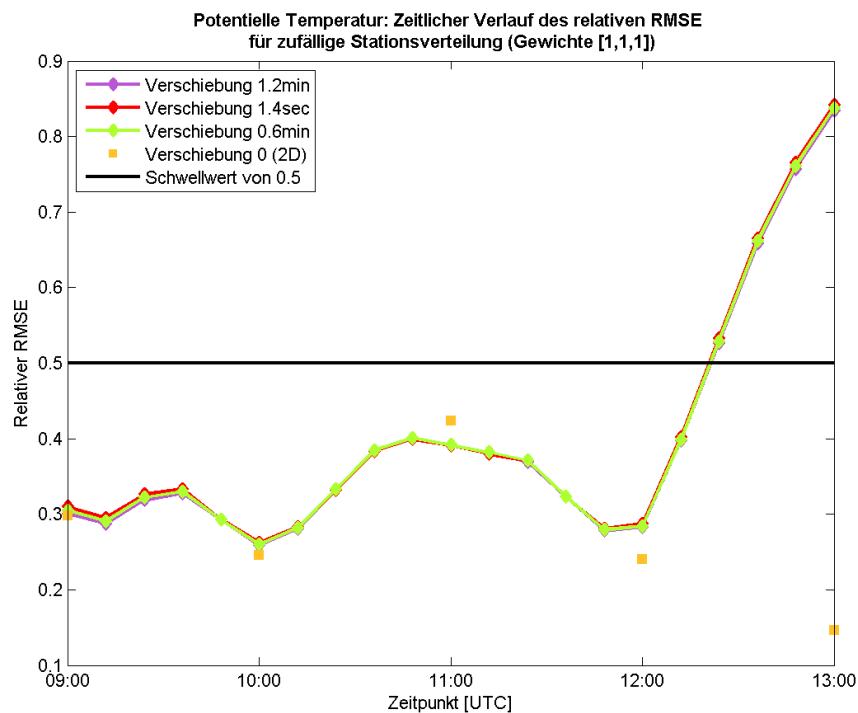
5.3.4 Reale Stationsverteilung

5.3.4.1 Abänderungen im zeitlichen ϵ

Zu dem Effekt, dass die Front durch die Domäne wandert und selbst bei gleichbleibender Stationsverteilung eine unterschiedliche Repräsentierung durch eben diese erfährt, kommt nun der Einfluss der veränderlichen Stationsdichte hinzu. Die Rechnung dafür bekommt man sofort in Abbildung 5.36 präsentiert, welche eine drastische Verbesserung der Analyse von 10:00 auf 11:00 UTC offenlegt, wovon die dreidimensionale Analyse ebenso beeinflusst wird. Für die ostwärts wandernden Front könnte man erstmals eine Extrapolation bis 12:36 UTC als zufriedenstellend erachten, weil in der Interpolation zuvor größere Werte erreicht wurden. Speziell zu Beginn der Analyse scheint eine reale Stationsverteilung meridionale Strukturen besser zu erfassen als zonale (Abb. 5.36(a) vs. 5.36(b)). Als Grund hierfür kann man anführen, dass die nordwärts wandernde Front im Süden startet, wo in dieser speziellen Domäne die bekanntermaßen stationsarme Gegend der Adria, Sloweniens und Kroatiens hineinfällt. Um 10:00 UTC wird diese Front am westlichen Rand von keiner Station gestützt, was die Analyse weiter verschlechtert. Dennoch erzielt die reale verglichen mit den anderen Stationsverteilungen durchwegs gleich gute, teilweise auch bessere Ergebnisse. Vor allem ist die Analyse recht stabil und eigentlich nicht auf einen bestimmten ϵ -Wert der zeitlichen Verschiebung angewiesen, wenngleich 0,6 Minuten als bester Kompromiss erscheinen. Allerdings schafft man in

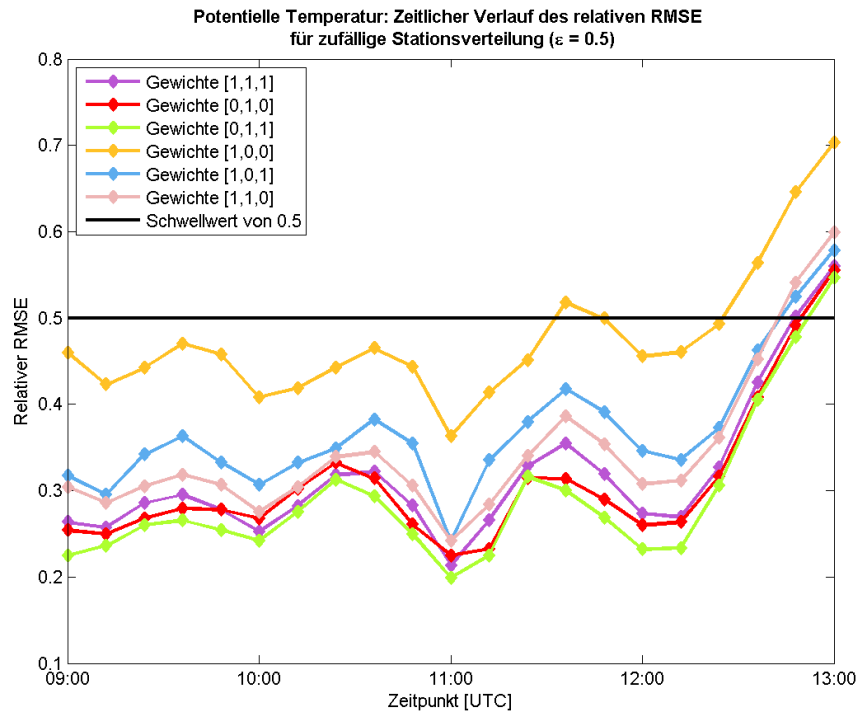


(a) In x-Komponente definierte, von West nach Ost wandernde Gauß-Funktion

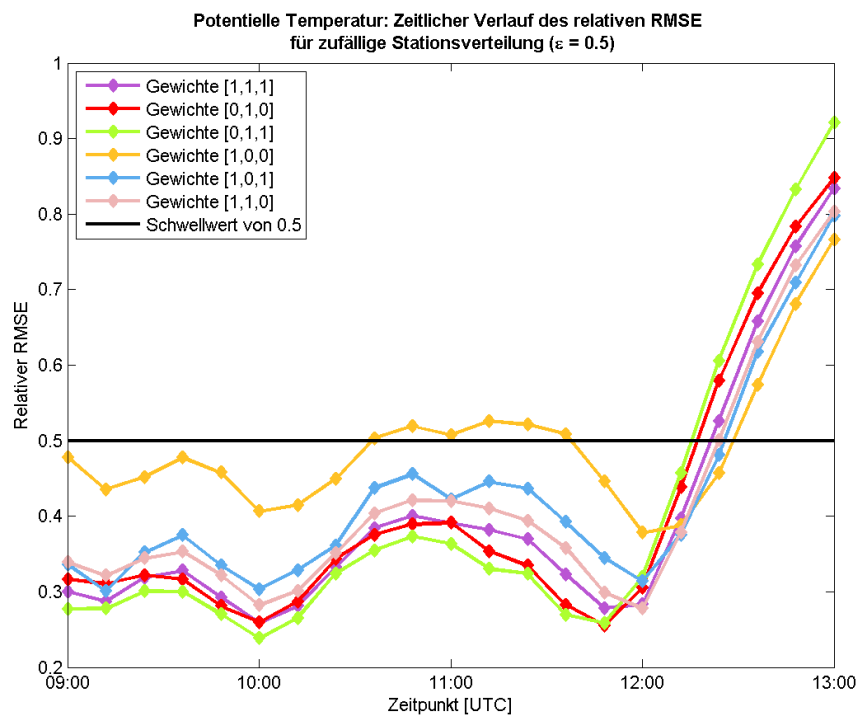


(b) In y-Komponente definierte, von Süd nach Nord wandernde Gauß-Funktion

Abbildung 5.34: Relativer RMSE für die potentielle Temperatur bei zufälliger Stationsverteilung unter variablem zeitlichen Epsilon



(a) In x-Komponente definierte, von West nach Ost wandernde Gauß-Funktion



(b) In y-Komponente definierte, von Süd nach Nord wandernde Gauß-Funktion

Abbildung 5.35: Relativer RMSE für die potentielle Temperatur bei zufälliger Stationsverteilung unter variablen LaMa-Gewichten

diesem Beispiel keine Verbesserung gegenüber der zweidimensionalen Variante.

5.3.4.2 Abänderungen in den LaMa-Gewichten

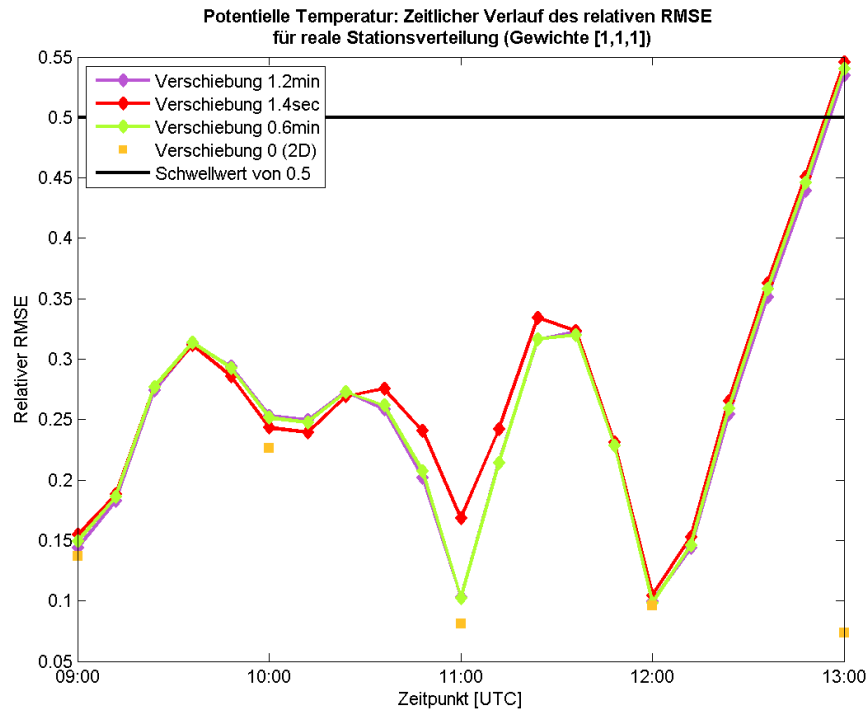
Das in Abbildung 5.36 erkennbare Muster im relativen RMSE pflanzt sich auch in die unterschiedlichen Gewichtungen in Abbildung 5.37 fort. Wie zu erwarten führt die alleinige Minimierung der 1. Ableitung wegen ihrer Tendenz, das eindimensionale Maximum der Funktion abzuschwächen, zur größten Abweichung vom analytischen Feld. Im Allgemeinen bringt die reale Stationsverteilung bessere Ergebnisse als die zufällige. Dies rührt von der schwankenden Stationsdichte im realen Fall her, wodurch an manchen Terminen bis zu 6-mal so viele Stationen innerhalb der Domäne liegen als im zufälligen Fall mit konstanter Stationsdichte.

5.4 Fazit und Unterschiede zu realen Beobachtungsdaten

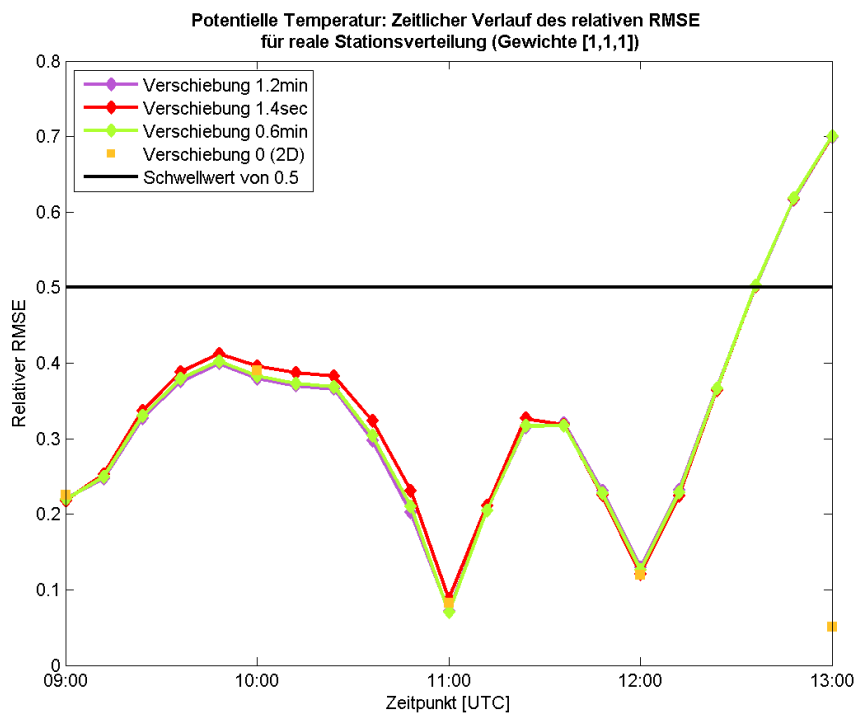
Die Erkenntnisse des vergangenen Kapitels unterliegen gewissen Einschränkungen.

Erstens gelten die Aussagen nur für das jeweilige analytische Feld mit der jeweiligen Stationsanordnung. Die markante Abhängigkeit der Analyse von der Lage der Beobachtungen relativ zu den charakteristischsten Merkmalen des analytischen Feldes konnte in mannigfaltiger Weise durch die zitierten Testläufe gezeigt werden. Dadurch lassen sich keine allgemeingültigen Aussagen über reale, meteorologische Felder treffen, wohl aber spezielle Fallbeispiele aus realen Beobachtungen leichter erklären.

Zweitens birgt der relative RMSE als Verifikationsmaß so manche Tücken. Da jede Abweichung vom analytischen Feld quadratisch eingeht und über alle Gitterpunkte summiert wird, lässt sich nicht zurückverfolgen, an welchen Stellen die Analyse verhältnismäßig schlecht ist. So kann eine in der Amplitude extreme Abweichung von der analytischen Vorgabe an einem einzigen Punkt vom relativen RMSE gleich bewertet werden wie eine an allen Gitterpunkten auftretende geringe Abweichung. Subjektiv wird man je nach eigenen Vorstellungen die eine Analyse jedoch deutlich besser oder schlechter einstufen als die andere. Diese Eigenschaft ist freilich so gut wie allen Verifikationsmaßen gemein, da ja meist das Ziel ist, mit möglichst einer Zahl die Qualität der Prognose oder in diesem Fall der Analyse über eine Domäne gemittelt zu beschreiben. Unbestritten besteht die Nützlichkeit dieser Informationsverdichtung in ihrer Übersichtlichkeit und der Möglichkeit, rasch Schlüsse zu ziehen. Wo immer der relative RMSE rätselhaftes Verhalten an den Tag legt, lohnt es sich, ins Detail zu gehen und jeden Zeitpunkt als VERA-Graphik einzeln zu betrachten. Einige davon wurden in dieser Arbeit behandelt (s. Abbildungen 5.1, 5.2, 5.5, 5.13, 5.31) oder zumindest in Worten beschrieben.

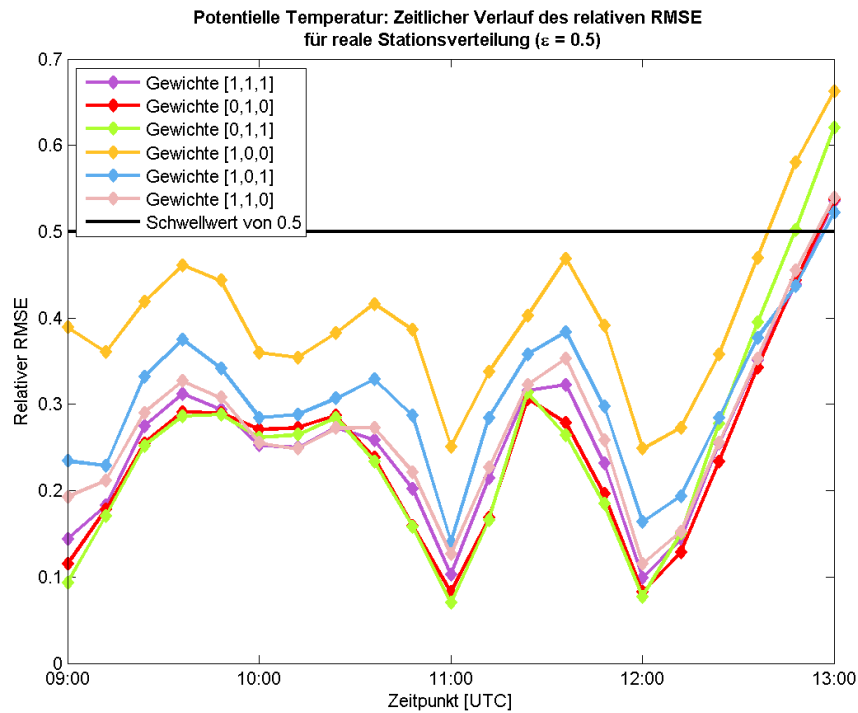


(a) In x-Komponente definierte, von West nach Ost wandernde Gauß-Funktion

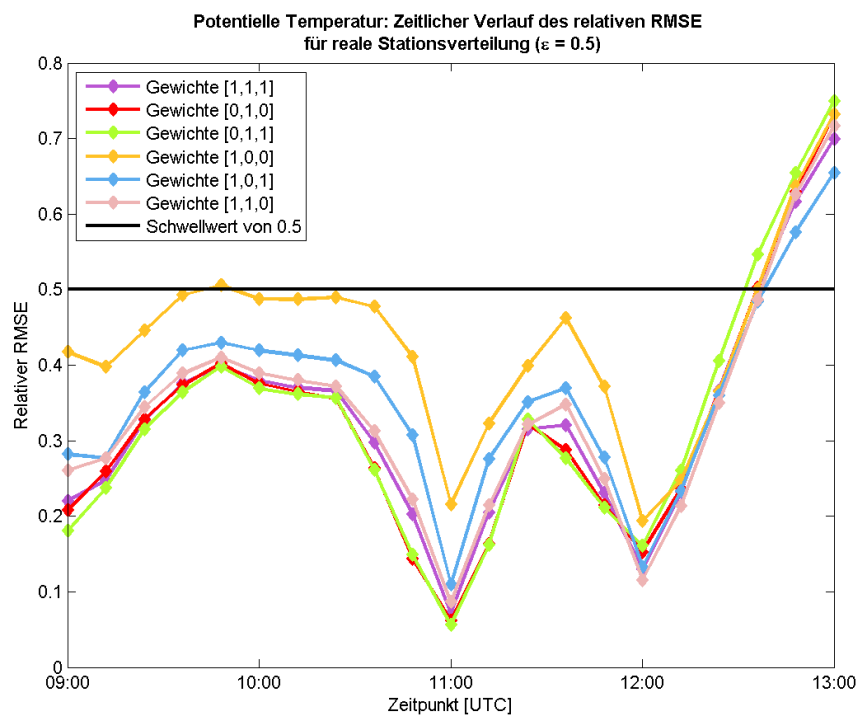


(b) In y-Komponente definierte, von Süd nach Nord wandernde Gauß-Funktion

Abbildung 5.36: Relativer RMSE für die potentielle Temperatur bei realer Stationsverteilung unter variablem zeitlichen Epsilon



(a) In x-Komponente definierte, von West nach Ost wandernde Gauß-Funktion



(b) In y-Komponente definierte, von Süd nach Nord wandernde Gauß-Funktion

Abbildung 5.37: Relativer RMSE für die potentielle Temperatur bei realer Stationsverteilung unter variablen LaMa-Gewichten

Mit diesen Einschränkungen im Hinterkopf lässt sich trotzdem eine fundierte Zusammenfassung der aus diesen speziellen analytischen Tests gewonnenen Erkenntnisse formulieren. Im Allgemeinen ermöglicht eine Koppelung mit der Zeit die Betrachtung von Zwischenterminen und in den meisten getesteten Fällen eine annehmbare Extrapolation im Bereich von 5 bis 10 Zeitschritten, was mit der gewählten Konfiguration 10 bis 20 Minuten entspricht. Danach nimmt die in VERA verwirklichte Glättung überhand und bringt scharfe Gradienten zum Verschwinden. Abhilfe schaffen könnte die Mitberücksichtigung transienter Strukturen in Form eines Fingerprints, während die Forderung nach Glattheit nur an das übrige Feld gestellt wird. Der Rechenaufwand dieses Konzepts könnte allerdings beträchtliche Ausmaße annehmen.

Die Wahl eines zellulären, ortsfest amplifizierenden Feldes erwies sich als weit ungünstiger als der Realität näher kommende, wandernde Strukturen. Speziell im Zusammenhang mit einer hexagonalen Stationsverteilung eröffneten sich ungeahnte Schwierigkeiten, in die nun doch etwas Licht gebracht werden konnte. Wenngleich eine regelmäßige Stationsanordnung erstrebenswert scheint, ist mit entsprechend erhöhter Stationsdichte eine reale oder zufällige Verteilung oft besser geeignet, Artefakte in der Analyse zu vermeiden. Bei einer hexagonalen Stationsverteilung spielt die Anisotropie der Stationsabstände in den Koordinatenrichtungen eine tragende Rolle. Überhaupt kann die Stationsdichte, speziell an den Rändern einer Domäne, als eines der wichtigsten Kriterien für die Qualität einer Analyse angesehen werden. Anhand der abgehandelten Testfälle stellte sich eine zeitliche Verschiebung von $\epsilon = \frac{1}{4}$, was hier 0,6 Minuten entspricht, als ratsam heraus. Meistens führte dies zu keinen signifikanten Unterschieden verglichen mit $\epsilon = \frac{1}{100}$ und schon gar nicht mit $\epsilon = \frac{1}{2}$, jedoch erwies es sich in manchen Fällen als deutlich stabiler als $\frac{1}{100}$, birgt also weniger Risiko und erhöht auch bei stationsarmen Rändern die Qualität der Analyse. Für den Ausschnitt *Alpenraum* mit 640 km zonaler Ausdehnung von der Domänenmitte würde dies bei 2 Stunden und 4 km Auflösung lediglich 11,25 Sekunden Verschiebung bedeuten. Die Gleichgewichtung aller Ableitungen in der Penaltyfunktion stellt außer bei transienten Strukturen einen vernünftigen, realitätsnahen Ansatz dar.

Unbestritten spielen viele Faktoren für die Qualität der Analyse eine Rolle. Zum Teil sind die Effekte untrennbar miteinander verbunden, was es undenkbar macht, eine schlechte Analyse auf einen Parameter zurückzuführen. Bei der hexagonalen Stationsverteilung trat eindrucksvoll zu Tage, dass der Abdeckung des Randes eine große Bedeutung zukommt. Andererseits hat die allgemeine Anordnung relativ zu den markantesten Mustern einen bedeutenden Einfluss. Sicher besteht für in Frage kommende analytische Funktionen in Form der Nyquist-Frequenz, die besonders bei regelmäßigen Stationsverteilungen ins Gewicht fällt, eine weitere Limitierung. Die Aufgabe der ope-

rationellen VERA-Qualitätskontrolle besteht unter anderem darin, Wellen mit einer Wellenlänge in der Größenordnung des Stationsabstandes zu dämpfen. Damit wird in der Praxis ein Überschwingen, das von subskaligen Wellen zustande käme, vermieden.

Während analytische Felder eine direkte Verifikation der Analyse mit den vorgegebenen Funktionen gestatten, bleibt in der Realität der tatsächliche Zustand der Atmosphäre immer unbekannt. Die Implementierung einer Kreuzvalidierung für mehr als 2 Dimensionen würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen, deshalb werden nur kurz ein paar wesentliche Erkenntnisse aus einem Fallbeispiel einer von Nordwesten über den Ostalpenraum ziehenden Kaltfront geschildert. Trotz gleichbleibender Stationsanzahl innerhalb der betrachteten quadratischen Domäne variierte deren Lage beträchtlich, sodass zu Nebenterminen beispielsweise keine Beobachtungen in Slowenien gemeldet wurden. Gemeinsam mit einer zeitlichen Verschiebung von 1,4 Sekunden, bei welcher bereits mit den analytischen Feldern Probleme aufgetreten waren, führte dies zu einem unrealistischen „Kältehoch“ in dieser Region. Eine stark gewichtete 1. Ableitung war in der Lage, dieses Überschwingen abzuschwächen, ließ aber in der Extrapolation die Frontalzone stark auffächern. Eine Minimierung der Krümmung führte zu einer noch stärkeren Ausprägung dieser Zelle, weil lokale Minima und Maxima in der 1. Ableitung, also betragsmäßig hohe Steigungen, die Krümmung zum Verschwinden bringen. Dadurch erhielt die Front während der zeitlichen Inter- und Extrapolation, wo die Freiheit zur Glättung wegen der Loslösung von Stationsmeldungen vorhanden war, eine wellenartige Struktur. Aus Gründen der Rechnerkapazität konnte die verwendete Domäne leider nicht auf die operationell eingesetzte Ausdehnung für den Alpenraum vergrößert werden. Vermutlich hätte diese Maßnahme allerdings einen stabilisierenden Effekt, da zahlreiche Stationen vom Festland Italiens und des Balkans miteinbezogen würden. Dass dann in anderen Regionen zelluläre Artefakte auftreten, kann aber a priori nicht ausgeschlossen werden.

Das Überschwingen in Slowenien gänzlich auslöschen konnte eine Erhöhung des zeitlichen ϵ auf $\frac{1}{2}$, wodurch der Abstand einer Station zur Gitterlinie deutlich erhöht und damit die Konditionierung des Gleichungssystems verbessert werden konnte. Allen Konfigurationseinstellungen ist jedoch gemein, dass die Front in der Extrapolation stehen blieb und zum Teil sogar retrograd wurde. Die mehrfach erwähnten Glattheitsbedingungen in VERA können dafür verantwortlich gemacht werden. Da die analytischen Felder auf der Tangentialebene der Analyse definiert werden mussten (cf. Abschnitt 5.1), konnte die Domänenmitte $[\lambda_0, \varphi_0]$ nicht willkürlich geändert werden. Für reale Felder existiert diese Einschränkung jedoch nicht. Beim Verschieben der Domäne zeigte sich eine starke Abhängigkeit der Analysequalität von der Lage der Domäne respektive ihrer Subdomänen. Dadurch konnte oben erwähntes Überschwingen in Slowenien selbst

mit $\epsilon = \frac{1}{100}$ gänzlich vermieden werden, während sich in der Gegend von Osttirol eine derartige Zelle etablierte. Dieses aus der Realität gegriffene Fallbeispiel unterstrich zwei Konsequenzen der Glattheitsbedingung in der Penaltyfunktion von VERA: Eine Extrapolation gradientstarker, wandernder Strukturen ist mit der vorliegenden Methodik nicht zielführend und das Ergebnis wird maßgeblich von einem Zusammenspiel mehrerer, schwer voneinander trennbarer Parameter beeinflusst, was in den analytischen Tests dieses Kapitels näher untersucht wurde.

5.5 Empfehlungen für die Praxis

Folgende Empfehlungen für die Praxis lassen sich zusammenfassen:

Der Abdeckung der Ränder der innersten Domäne mit Stationen kommt eine große Bedeutung zu. In Kombination mit einem zu großen Stationsabstand hinsichtlich der Nyquist-Frequenz, die bei regelmäßigen Stationsanordnungen besonderes Gewicht hat, können durch das Verschieben von Subdomänen bereits in der zweitgrößten Auflösung Artefakte in der Analyse erzeugt werden, die bis in die feinste Auflösung mitgetragen werden. Vorüberlegungen zur Wellenlänge des zugrunde liegenden Feldes und der Verteilung der Stützstellen bzw. Stationen innerhalb der Domäne lohnen sich.

In VERA nimmt die Qualitätskontrolle unter anderem eine wichtige Rolle beim Dämpfen subskaliger Wellen ein. Stationen, die der Analyse ein derart kurzwelliges Muster aufprägen würden, werden sorgfältig korrigiert. Bei den analytischen Tests wurde dieses Modul jedoch nicht verwendet. Deshalb besteht Grund zur Annahme, dass in der Praxis durch eine mehrdimensionale Qualitätskontrolle einige Fälle von Überschwingen vermieden werden könnten.

Obwohl die Extrapolation mit dem vorliegenden Ansatz nicht allzu befriedigende Ergebnisse brachte, drängten sich Ideen für eine künftige Methodik auf. Zum einen könnte sie, wie oben bereits erwähnt, darin bestehen, Fingerprints für transiente Strukturen zu definieren und lediglich den unerklärten Teil der Analyse glatt zu halten. Zum anderen könnte eine Transformation auf Lagrange-Koordinaten eine Extrapolation mit der Phasengeschwindigkeit der Welle erlauben, was schließlich nur noch eine Rücktransformation in die Euler'sche Betrachtungsweise erfordern würde. Inwieweit der Rechenaufwand durch die Implementierung eines dieser Konzepte steigen würde, müsste zuvor sorgfältig abgeschätzt und getestet werden. Vielversprechendes Potential für sinnvolle Extrapolationen darf beiden Varianten attestiert werden.

Kapitel 6

Überblick über 4D-Tests

6.1 Erkenntnisse aus analytischen und von realen Daten gestützten Tests

Da der Analysealgorithmus von VERA auf 4 Dimensionen ausgelegt ist, folgt in diesem Abschnitt ein kurzer Überblick über die diesbezüglich durchgeführten Tests. Durch die Hinzunahme der vertikalen Dimension potenzieren sich Rechenaufwand und Speicherbedarf erneut, sodass die räumlichen Domänenausdehnungen auf von der Domänenmitte ausgehend jeweils 20 km verkleinert werden mussten.

Anfängliche analytische Tests mit einer trigonometrischen Funktion in den 4 Variablen x , y , z und t basierten auf drei verschiedenen Stationsanordnungen. Im ersten Fall wurden räumlich dreidimensional zufällig verteilte Stationen angebracht, welche stündlich „meldeten“. Eine zweite fiktive Konstruktion griff auf zufällig in der x - y -Ebene liegende Stationen zurück, von denen drei alle 2 Stunden zusätzlich ein Vertikalprofil des analytischen Feldes wiedergaben („Radiosonden“). Gleichmäßig verteilt lagen die Stationen im dritten Fall vor, als alle 10 km bzw. alle 500 m vertikal stündlich Stützstellen („Nadelstiche“) eingesetzt wurden. Angesichts der Ergebnisse aus den dreidimensionalen Testbeispielen wenig überraschend wurde die Qualität der Analyse von der Anzahl und Anordnung der Stationen innerhalb der Domäne bestimmt. Mit Abstand am dichtesten mit Stützstellen abgedeckt überzeugte das dritte Beispiel am meisten, wobei die dafür benötigte Rechenzeit von etwas mehr als einer Stunde die Praktikabilität deutlich schmälert. In den drei Raumrichtungen zufällig verteilte Stationen können bereits in 50-mal kleinerer Zahl mit einer solchen Analyse mithalten.

Abschließend wurde ein vierdimensionales Fallbeispiel bearbeitet, in dem ausschließlich tatsächlich gemeldete Daten über einen Kaltfrontdurchgang verwendet wurden. Zusätzlich zu den in VERA üblicherweise verarbeiteten Bodendaten kamen Flugzeugdaten zum Einsatz. Dabei handelt es sich um während der Steig-, Sink- bzw. Reise-

flugphasen gewonnene Beobachtungen, sogenannte AMDAR (Aircraft Meteorological Data Relay)-Daten, welche von eigens mit Messgeräten ausgestatteten Linienflügen eingeholt werden. Standardmäßig beinhaltet ein solcher Datensatz die genaue Orts (λ, φ, z)- und Zeitangabe, Messungen der Windgeschwindigkeit und -richtung sowie der Temperatur. Die Höhe in der Ortsangabe entspricht jener Höhe, die die Standardatmosphäre auf diesem Druckniveau hätte. Zwar lässt sich daraus der Druck berechnen, jedoch ist er redundant zur angegebenen Höhe z . Da üblicherweise keine Geräte für die Messung der aktuellen Luftfeuchte mitgeführt werden, beschränkt sich eine Analyse basierend auf einem derartigen Datensatz auf den zonalen und meridionalen Wind sowie die potentielle Temperatur. Während der Reiseflugphase gewonnene Daten stellen für den Zweck der Vertikalsondierung der Atmosphäre keine aufschlussreiche Quelle dar, weshalb der Datensatz zunächst sowohl zeitlich als auch räumlich dahingehend eingegrenzt werden musste, dass in einem kleinräumigen Gebiet möglichst viele Daten in möglichst unterschiedlichen Höhen respektive Druckniveaus vorlagen. Die ursprüngliche Forderung, dort das Zeitfenster des Frontdurchgangs vorzufinden, konnte auf Basis dieser restriktiven Bedingungen in diesem Fall nicht mehr erfüllt werden. Die vertikale Domänenausdehnung wurde auf 10 km gesetzt, wobei die Domänenmitte auf 5000 Meter Höhe gehoben wurde, da eine Analyse in die negative vertikale Richtung nicht zweckmäßig ist. Mit einer Auflösung von 4 km und einer horizontalen Erstreckung der Domäne über $40 \times 40 \text{ km}^2$ ergibt sich eine vertikale Gitterdistanz von 1000 Metern. Damit wird der wesentliche Nachteil der durch Kürzen durch die Gitterabstände vereinfachten Penaltyfunktion sichtbar: die vertikale Auflösung lässt sich nicht unabhängig von der horizontalen einstellen. In der Praxis weisen meteorologische Strukturen vertikal jedoch eine starke Anisotropie auf, welche von einem derart weitmaschigen Gitter nicht ausreichend erfasst und wiedergegeben werden kann. Außerdem erfordert dies vertikal eine hohe Datendichte, welche von einem rasch aufsteigenden Flugzeug nicht geliefert wird. Durch eine zu geringe Anzahl von Daten sowohl im Inneren als auch außerhalb der betrachteten Domäne steigt die Gefahr eines Überschwingens. Es kann leicht passieren, dass Gitterpunkte in einem Nestingschritt ihren Wert aus einem früheren Nestingschritt mit gröberer Auflösung behalten, weil in der aktuellen Auflösung keine Beobachtung in der Nähe vorliegt, durch welche der Gitterpunkt einen repräsentativeren Wert bekommen könnte. Werden dabei einmal große Gradienten zwischen benachbarten Gitterpunkten erzeugt, strahlen diese bis in die höchste Auflösung aus und führen zu dem aus Kapitel 5 bekannten Überschwingen. Bei diesem Fallbeispiel unter Einbeziehung der AMDAR-Daten trat dieses Phänomen ebenfalls auf, sodass die potentielle Temperatur zum Teil deutliche Abweichungen nach oben und unten zeigte. Dennoch bewirken bereits einige zusätzliche Beobachtungsdaten eine Verbesserung gegenüber einer vierdi-

mensionalen Analyse ohne jegliche Information über das Vertikalprofil der Atmosphäre. Die erforderliche flächendeckende Datendichte für eine zielführende mehrdimensionale Analyse ist jedoch speziell in der Vertikalen in der Praxis nicht ausreichend gegeben. Außerdem genügt eine vertikale Auflösung von 1000 Metern nicht dem hochauflösenden Anspruch von VERA.

6.2 Fazit

In Summe lässt sich festhalten, dass drei- und vierdimensionale VERA-Analysen unter erhöhtem Rechenaufwand und Speicherbedarf funktionieren. Durch die Verknüpfung mehrerer Dimension in der Penaltyfunktion können bei ungünstiger Stationsverteilung entstehende, unrealistische Gradienten und Krümmungen in eine andere Dimension ausstrahlen und die Analyse beeinträchtigen. Im Allgemeinen vermag aber eine Erhöhung des zeitlichen ϵ auf $\frac{1}{4}$ der kleinsten Gitterdistanz dieses Problem in den Griff zu bekommen. Während sich bereits bei der Hinzunahme der Zeit als dritte Dimension gezeigt hat, dass die Glattheitsbedingungen in VERA natürlich vorkommende gradientstarke transiente Strukturen wie beispielsweise Fronten tendenziell abschwächen, tritt in z ein ähnlicher Konflikt auf. Die Atmosphäre folgt bekanntermaßen vertikal näherungsweise einer polytropen Schichtung, welche zahlreiche Bruchstellen im vertikalen Temperaturgradienten $\frac{\partial T}{\partial z}$ aufweist, an denen die Ableitung analytisch nicht definiert ist. Obwohl mittels Diskretisierung dieses Problem umgangen werden kann, treten dann hohe Steigungen und Krümmungen auf. Die polytrope Atmosphäre stellt einen erheblichen Kontrast zu den Glattheitsbedingungen in VERA und anderen Modellen dar. Um die aus dem Analysealgorithmus resultierenden Glättungen, welche unter Umständen auch zu einem Überschwingen in anderen Dimensionen führen können, zu vermeiden, könnte man vergleichbar mit den transienten Strukturen in gewissen Höhen diese Knicke in Form von Fingerprints zulassen und nur das übrige Feld glatt halten. Der Rechenaufwand dieses Konzepts würde allerdings beträchtliche Ausmaße annehmen.

In den vierdimensionalen Tests zeigte sich einmal mehr die ausschlaggebende Abhängigkeit der Analysequalität von der Stationsverteilung und -dichte innerhalb der betrachteten Domäne. Aufgrund der nicht unabhängig wählbaren Gitterdistanzen in Kombination mit der in der Praxis wenig vorhandenen Stationsmeldungen in vertikaler Richtung sollte von einer modellunabhängigen vierdimensionalen VERA-Analyse mit der vorliegenden Methodik Abstand genommen werden, da sich der Mehraufwand im Verhältnis zum gewonnenen Nutzen nicht rechnet. Einbinden von Zusatzinformation beispielsweise aus Modellen oder mittels Fingerprints würde schließlich eine sinnvolle Analyse ermöglichen.

Teil III

Anhang

Abbildungsverzeichnis

5.1	Potentielle Temperatur und Bodendruck aus Fallbeispiel 1	25
5.2	Potentielle Temperatur aus Fallbeispiel 2	26
5.3	Fallbeispiel 1: Pot. Temp., hexagonale Stationsverteilung, variiertes Epsilon	29
5.4	Fallbeispiel 1: Bodendruck, hexagonale Stationsverteilung, variiertes Epsilon	30
5.5	Fallbeispiel 1: Überschwingen	30
5.6	Fallbeispiel 1: Pot. Temp., hexagonale Stationsverteilung, variierte Gewichte	32
5.7	Fallbeispiel 1: Bodendruck, hexagonale Stationsverteilung, variierte Gewichte	32
5.8	Hexagonale Stationsanordnung	34
5.9	Fallbeispiel 1: Pot. Temp., hexagonale Stationsverteilung, variierte Lage	34
5.10	Fallbeispiel 1: Bodendruck, hexagonale Stationsverteilung, variierte Lage	35
5.11	Fallbeispiel 1: Pot. Temp., hexagonale Stationsverteilung, variiertes Abstand	37
5.12	Fallbeispiel 1: Bodendruck, hexagonale Stationsverteilung, variiertes Abstand	37
5.13	Fallbeispiel 1: Vergleich unterschiedlicher Stationsabstände	40
5.14	Fallbeispiel 1: Pot. Temp., quadratische Stationsverteilung, variiertes Epsilon	41
5.15	Fallbeispiel 1: Bodendruck, quadratische Stationsverteilung, variiertes Epsilon	41
5.16	Fallbeispiel 1: Pot. Temp., quadratische Stationsverteilung, variierte Gewichte	42
5.17	Fallbeispiel 1: Bodendruck, quadratische Stationsverteilung, variierte Gewichte	43
5.18	Fallbeispiel 1: Pot. Temp., quadratische Stationsverteilung, variierte Lage	44
5.19	Fallbeispiel 1: Bodendruck, quadratische Stationsverteilung, variierte Lage	45

5.20	Fallbeispiel 1: Pot. Temp., zufällige Stationsverteilung, variiertes Epsilon	46
5.21	Fallbeispiel 1: Bodendruck, zufällige Stationsverteilung, variiertes Epsilon	46
5.22	Fallbeispiel 1: Pot. Temp., zufällige Stationsverteilung, variierte Gewichte	47
5.23	Fallbeispiel 1: Bodendruck, zufällige Stationsverteilung, variierte Gewichte	48
5.24	Fallbeispiel 1: Pot. Temp., reale Stationsverteilung, variiertes Epsilon .	49
5.25	Fallbeispiel 1: Bodendruck, reale Stationsverteilung, variiertes Epsilon .	50
5.26	Fallbeispiel 1: Pot. Temp., reale Stationsverteilung, variierte Gewichte .	51
5.27	Fallbeispiel 1: Bodendruck, reale Stationsverteilung, variierte Gewichte	51
5.28	Fallbeispiel 2: Hexagonale Stationsverteilung, variiertes Epsilon	53
5.29	Fallbeispiel 2: Hexagonale Stationsverteilung, variierte Gewichte	55
5.30	Fallbeispiel 2: Hexagonale Stationsverteilung, variierte Lage	56
5.31	Fallbeispiel 2: Überschwingen	56
5.32	Fallbeispiel 2: Quadratische Stationsverteilung, variiertes Epsilon	58
5.33	Fallbeispiel 2: Quadratische Stationsverteilung, variierte Gewichte	59
5.34	Fallbeispiel 2: Zufällige Stationsverteilung, variiertes Epsilon	61
5.35	Fallbeispiel 2: Zufällige Stationsverteilung, variierte Gewichte	62
5.36	Fallbeispiel 2: Reale Stationsverteilung, variiertes Epsilon	64
5.37	Fallbeispiel 2: Reale Stationsverteilung, variierte Gewichte	65

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name: Anna Maria Holzmann
Geburtsdatum: 26.02.1989
Geburtsort: Melk / NÖ
Wohnsitz: 3910 Zwettl, Dr. Fr. Weismannstraße 20

Ausbildung

09/1999 – 06/2007 Bundesgymnasium Zwettl
seit 10/2007 Studium der Meteorologie, Wien

Berufserfahrung

08/2005 Ferialarbeit, Landesklinikum Zwettl
08/2006 Ferialarbeit, Trafik Dr. Josst, Zwettl
01/07 – 30/09/2007 Rezeption Hotel Atlas, 1070 Wien
16/08 – 30/09/2008 Rezeption Hotel Atlas, 1070 Wien
16/08 – 30/09/2009 Rezeption Hotel Atlas, 1070 Wien
03/2011 – 07/2011 Tutorium Wetterbesprechung II, Universität Wien
16/08/2010 – 31/01/2012 Wissenschaftliche Projektmitarbeiterin, Universität Wien
03/2012 – 07/2012 Tutorium Wetterbesprechung II, Universität Wien
12/03/2012 – 11/07/2012 Wissenschaftliche Projektmitarbeiterin, Universität Wien

Weitere Kenntnisse und Fähigkeiten

Fremdsprachen: Englisch fließend in Wort und Schrift, Russisch Grundkenntnisse in Wort und Schrift; Latein, Altgriechisch
EDV-Kenntnisse: Windows, Linux, MS Office, Matlab, LaTeX
Hobbies: Laufen, Musizieren, Skifahren, Wandern

Danksagung

Großer Dank gebührt meinem Betreuer O. Univ.-Prof. Dr. Reinhold Steinacker für seine kompetente Beratung, zahlreiche Anregungen und kritische Fragen sowie das Ermöglichen einer Anstellung im Rahmen des von ihm geleiteten Projekts MANNO. Für die Unterstützung in technischen, programmierbezogenen Angelegenheiten sowie für rasche detaillierte Auskünfte über den Analysealgorithmus bedanke ich mich besonders bei Mag. DI Dr. Dieter Mayer. Für die Einrichtung der Programmkomponenten und weitere technische Ratschläge war mir Michael Glanznig, BSc. stets ein wertvoller Ansprechpartner.

Weitreichenden Dank möchte ich an dieser Stelle meinen Eltern aussprechen, die mir mit viel Geduld, einem offenen Ohr und finanzieller Unterstützung dieses Studium erst ermöglicht und so manche Schwierigkeit abgenommen haben.

Erklärung

Ich erkläre hiermit, dass ich diese Arbeit selbst verfasst, alle verwendeten Quellen zitiert und mich keiner unerlaubten Hilfsmittel bedient habe.

Ort, Datum

Unterschrift

Literaturverzeichnis

- [1] Stanley L. Barnes. A technique for maximizing details in numerical weather map analysis. *Journal of Applied Meteorology*, 3:396–409, 1964.
- [2] F. Baur, H. Israëel, H. Landsberg, F. Möller, T. Olschewsky, P. Raethjen, K. Rawer, L. Sauer, and W. Zimmerschmied. *Linkes Meteorologisches Taschenbuch*. Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K.G., 1953.
- [3] B. Bica. *Aspekte der hochaufgelösten Niederschlagsanalyse in Gebirgsregionen mit Hilfe eines Variationsansatzes*. PhD thesis, Universität Wien, 2007.
- [4] B. Bica, T. Knabl, R. Steinacker, M. Ratheiser, M. Dorninger, C. Lotteraner, S. Schneider, B. Chimani, W. Gepp, and S. Tschanett. Thermally and dynamically induced pressure features over complex terrain from high-resolution analyses. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, 46:50–65, 2007.
- [5] George P. Cressman. An operational objective analysis system. *Monthly Weather Review*, 87:367–374, 1959.
- [6] Website ECMWF. <http://www.ecmwf.int/about/forecasts.html>, März 2012.
- [7] Lev S. Gandin. Objective analysis of meteorological fields. *Israeli Program for Scientific Translation*, page 242 pp., 1965.
- [8] B. Gilchrist and G. P. Cressman. An experiment in objective analysis. *Tellus*, 6:309–318, 1954.
- [9] M. Hantel H. Reuter and R. Steinacker. *Lehrbuch der Experimental Physik Band 7 - Erde und Planeten, Kapitel 3: Meteorologie*. Walter de Gruyter, 2001.
- [10] James R. Holton. *An introduction to dynamic meteorology*. Elsevier Academic Press, 2004.
- [11] Manfred Kurz. *Synoptic Meteorology*. Deutscher Wetterdienst, 1998.
- [12] Francois-Xavier Le Dimet and Olivier Talagrand. Variational algorithms for analysis and assimilation of meteorological observations: Theoretical aspects. *Tellus*, 38A, 1986.

- [13] D. Mayer. Wissenschaftliche Dokumentation VeraXX 2.0. 2007.
- [14] H. A. Panofsky. Objective weather map analysis. *Journal of Meteorology*, 6:386–392, 1949.
- [15] Y. Sasaki. An objective analysis based on the variational method. *Journal of the Meteorological Society of Japan*, 36:77–88, 1958.
- [16] Y. Sasaki. Some basic formalisms in numerical variational analysis. *Monthly Weather Review*, 98:875–883, 1970.
- [17] R. Steinacker, C. Häberli, and W. Pöttschacher. A transparent method for the analysis and quality evaluation of irregularly distributed and noisy observational data. *Monthly Weather Review*, 128:2303–2316, 2000.
- [18] R. Steinacker, D. Mayer, and A. Steiner. Data quality control based on self-consistency. *Monthly Weather Review*, 139:3974–3991, 2011.
- [19] R. Steinacker, M. Ratheiser, B. Bica, B. Chimani, M. Dorninger, W. Gepp, C. Lotteraner, S. Schneider, and S. Tschanett. A mesoscale data analysis and downscaling method over complex terrain. *Monthly Weather Review*, 134:2758–2771, 2006.
- [20] Website WELMEC. Directive 90/384/eec: Common application non-automatic weighing instruments. <http://www.welmec.org/latest/guides/2.html>, 2009.