



universität
wien

DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit

Meine Fehler – meine Lernchance?!
Umgang mit Fehlern im Mathematikunterricht

Verfasserin

Katrin Schöberl

angestrebter akademischer Grad

Magistra der Naturwissenschaften (Mag.rer.nat.)

Wien, 2013

Studienkennzahl lt. Studienblatt: A 190 406 362

Studienrichtung lt. Studienblatt: Lehramtsstudium UF Mathematik und UF Russisch

Betreuerin / Betreuer: Dr. Andreas Ulovec

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich die Gelegenheit nutzen, um mich bei allen zu bedanken, die mich beim Erstellen meiner Diplomarbeit unterstützt und mich während meiner Studienzzeit begleitet haben.

Mein größter Dank gilt meinen Eltern, die mein Studium ermöglichten und mich während der gesamten Studienzzeit maßgeblich unterstützt haben. Danke Mama und Papa, dass ihr meine Launen gerade in letzter Zeit immer geduldig ertragen habt und ich stets emotionalen Rückhalt erhalten habe. Im Schoß der Familie konnte und kann ich immer Geborgenheit, Halt und Sicherheit finden.

Außerdem möchte ich mich bei meinen Geschwistern, meinen Großeltern und bei all meinen Freunden für die moralische Unterstützung in lustigen und schweren Stunden bedanken. Danke, dass ihr immer ein offenes Ohr für mich hattet.

Nicht zuletzt gilt ein besonderer Dank meinem Diplomarbeitsbetreuer Dr. Andreas Ulovec, der mir jederzeit als Ansprechpartner unkompliziert und kompetent mit Rat und Tat zur Seite stand.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	7
2. Begriffsbestimmung	9
2.1. Was ist ein „Fehler“? Was bedeutet „falsch“?.....	9
2.2. Fehlerklassifikationen	11
2.3. Weitere wichtige Begriffe in der Fehlerforschung.....	18
2.3.1. Fehleranalyse	18
2.3.2. Fehlerphänomen, Fehlermuster, Fehlerursache	20
2.3.3. systematischer Fehler vs. Flüchtigkeitsfehler.....	22
3. Historischer Exkurs zur mathematischen Fehlerforschung	24
4. Warum machen Schüler Fehler?	26
4.1. situativ kognitive Fehlerursachen	27
4.1.1. Flüchtigkeitsfehler	27
4.1.2. Luchinseffekt	30
4.2. habituelle kognitive Fehlerursachen	30
4.2.1. Bereitschaft zum Fehlverhalten.....	30
4.2.2. Geringe Anstrengungsbereitschaft.....	31
4.2.3. Fehleinschätzen der Schwierigkeit	32
4.3. kontrollierte kognitive Fehlerursachen	32
4.3.1. Absichtliche Verfälschung	32
4.4. Nicht kontrollierte kognitive Fehlerursachen.....	33
4.4.1. Kognitive Fehlerursachen bei der Informationsaufnahme.....	33
4.4.2. Kognitive Fehlerursachen bei der Informationsverarbeitung	34

5. Umgang mit Fehlern im Mathematikunterricht im Lauf der Zeit	36
6. Fehlersituationen – eine pädagogische Herausforderung für die Lehrperson	39
6.1. Klassifikation von Fehlersituationen im Unterricht.....	39
6.2. Die Wichtigkeit der didaktischen Kompetenz der Lehrperson in Fehlersituationen	41
6.3. Grundhaltungen der Lehrperson zum Umgang mit Fehlern im Unterricht	42
6.4. Schemata des Umgangs mit Fehlern im Unterricht	44
6.4.1. Bermuda-Dreieck	44
6.4.2. Vorwegnehmen von Fehlern.....	46
6.4.3. Publikmachen von Fehlern	46
6.5. Fehlervermeidungsdidaktik contra Fehleraufsuchdidaktik.....	47
6.6. Lehrerreaktionen auf einen Fehler.....	49
6.6.1. Drei Arten der Fehlermitteilung nach Morawietz.....	49
6.6.2. Regeln für motivierende Rückmeldungen in Fehlersituationen	51
6.7. Nonverbale Kommunikation der Lehrperson in Fehlersituationen	51
6.7.1. Blickkontakt.....	53
6.7.2. Haltung der Arme und Hände	53
6.7.3. Nähe bzw. Distanz	54
6.7.4. Förderndes und hinderndes nonverbales Verhalten in einer Fehlersituation	54
6.8. Emotionen in Fehlersituationen	55
7. Die Nützlichkeit der Fehler für den Aufbau von Wissen im Unterricht.....	56
7.1. Fehler als Orientierungshilfen für die Lehrperson	56
7.2. Überwundene Fehler als motivierende Faktoren.....	56
7.3. Fehler als Lerngelegenheiten	57

7.3.1. Theorie des negativen Wissens	58
7.3.2. Vierschrittiges Idealmodell zum Lernen aus Fehlern	61
8. Fehlerkultur im Mathematikunterricht.....	63
8.1. Charakteristika einer positiven Fehlerkultur	64
8.1.1. Fehlermachen ist erlaubt.....	64
8.1.2. Individualisierung.....	65
8.1.3. Selbstaktivität der Schüler im Umgang mit Fehlern	65
8.1.4. Im Umgang mit Fehlern sind mehrere Wege zugelassen.	66
8.1.5. Fehler werden als Lernchance wahrgenommen, nicht als Barriere im Lernprozess gesehen.....	67
8.1.6. Prinzipielle Gesprächsbereitschaft der Lehrperson ist gegeben und es liegt eine gute Lehrer-Schüler-Kommunikation vor.....	67
8.1.7. Anknüpfen an das Vorwissen der Schüler	68
8.1.8. Positive Grundhaltung von Lehrperson und Schülern gegenüber Fehlern	69
8.1.9. Sinnvolle Erklärungen und Hilfestellungen im Umgang mit Fehlern	69
8.1.10. Abwechslung von kollektiven Lernphasen und Frontalunterricht	70
8.1.11. Im Unterricht ist Platz für viele Phasen des Übens, Anwendens und Verarbeitens.....	70
8.2. Fehlermachen beim Lernen erlaubt bzw. erwünscht – in Leistungssituationen verboten?.....	71
8.3. Messen von Fehlerkultur im Unterricht.....	74
9. Produktiver Umgang mit Fehlern im Mathematikunterricht – unterrichtliche Möglichkeiten	78
9.1. fachdidaktische Forschung als Lehrperson nützen	78
9.2. Fehler-Knowhow lehren.....	79
9.4. Fehlerhelferblatt	81
9.5. Zusammenarbeit in Fehlergruppen	82

9.6. Fehlersuche in vorgegebenen Aufgabenlösungen.....	82
9.7. Möglichkeiten der Selbstkontrolle für Schüler	84
9.8. Lerntagebücher.....	85
9.9. Expertenrunde	86
9.10. Fehlerwettbewerb	86
9.11. Gemeinsam Lösungswege suchen	87
10. Resümee.....	88
11. Zusammenfassung.....	91
12. Literaturverzeichnis.....	93

1. Einleitung

Schon bei den Römern hieß es: „Errare humanum est!“. Irrtümer und Fehler gehören zum Leben und vor allem auch zum Lernen dazu. Wo Menschen lernen, tauchen Fehler auf.

Sprichwörter, wie „Aus Fehlern lernt man.“ oder „Es ist noch kein Meister vom Himmel gefallen.“ sind wohl jedem bekannt. Eigentlich hat das Fehlermachen also eine durchwegs positive Seite. Gerade in der Schule werden Fehler jedoch häufig negativ assoziiert.

Insbesondere im Fach Mathematik ist die Vorstellung von Fehlern als etwas Störendes, etwas zu Verhinderndes äußerst gängig. Vielfach wird der Terminus Fehler mit Begriffen, wie Niederlage oder Versagen gleichgesetzt und es herrscht häufig die Meinung, dass Fehler ausgemerzt oder gar vermieden werden müssen. Viele Schüler¹ empfinden daher Scham und sind ängstlich, wenn sie Fehler begehen und versuchen diese geheim zu halten beziehungsweise zu vertuschen. Schüler bemerken bald, dass Fehlleistungen in der Schule der Auslöser für schlechte Noten sind. Dadurch werden sie von ihnen vermehrt als rein negativ angesehen.

Die positive Seite am Fehlermachen - dass Fehlersituationen in Lernsituationen umgewandelt werden können, dass Fehler oft eine Gelegenheit zur Weiterentwicklung darstellen oder dass es nicht selten notwendig ist, Fehler zu begehen, um eine richtige Lösung zu finden – diese Ansichten werden insbesondere im Schulunterricht meist völlig außer Acht gelassen.

Der Umgang mit Fehlern im Unterricht ist aus diesem Grund meines Erachtens äußerst wichtig – es sollte besonders im Mathematikunterricht ein Umdenken bezüglich der Sichtweise auf Fehler stattfinden. Dazu möchte ich ein sehr passendes Zitat des Mathematikers de Morgan anführen „Die Erwachsenen müssten dieselbe Nachsicht und dieselbe Bewunderung, mit der sie Sprachentwicklung von Kindern gewöhnlich begleiten, auch für die Entwicklung des mathematischen Denkens aufbringen. [...] Die ersten unbeholfenen Versuche des Kleinkindes, „Papa“ und „Mama“ auszusprechen, werden jubelnd begrüßt, als wenn sich darin eine vielversprechende Rednerbegabung

¹ Aufgrund der leichteren Lesbarkeit wird auf die geschlechtsneutrale Form verzichtet, die männliche Schreibform schließt in dieser Arbeit immer auch die weibliche Form mit ein.

ausdrückte. Die ersten Versuche des kleinen Zahlenrechners dagegen, der überlegt, ob „6 plus 5“ das Ergebnis 13, 8, 7 oder 10 haben könnte und nicht zielgerichtet auf 11 zusteuert, wecken bei Erwachsenen oft ganz und gar nicht die Vision auf einen späteren Nobelpreisträger und werden keineswegs mit Sympathie verfolgt. Im Gegenteil, das Kind erntet mehr oder weniger leisen Tadel, weil es angeblich unaufmerksam ist oder sich dumm anstellt.“ (Morgan 1833, zitiert nach Wittmann/Müller 1994, S.25-26)

Fehlleistungen sollten meiner Meinung nach weniger als Hindernisse im Prozess des Lernens, sondern vielmehr als Chancen erkannt werden. Sinnvoll wäre es, sich im Schulunterricht mit den Fehlleistungen auseinanderzusetzen. Die Schüler sollten bereit sein, ihre Fehler zu erkennen, damit sie im besten Falle einen Vorteil daraus ziehen können.

2. Begriffsbestimmung

2.1. Was ist ein „Fehler“? Was bedeutet „falsch“?

Wenn man sich mit der Literatur zur Fehlerforschung auseinandersetzt, merkt man schnell, dass nur vereinzelt eine genaue Definition des Begriffs „Fehler“ angegeben wird. Um Fehler zu beschreiben, wird oft eine Vielzahl von Benennungen gebraucht, wonach aus meiner Sicht deutlich wird, dass die Frage „Was ist ein Fehler?“ zwar vorerst leicht zu beantworten scheinen mag - wenn man sich jedoch näher damit auseinandersetzt wird die Schwierigkeit dieses Terminus ersichtlich.

Über 250 Synonyme unterteilt in 26 Synonymklassen zeigt das Online Synonym-Wörterbuch für den Begriff Fehler auf - dabei wird, denke ich, das sehr weit gefasste Begriffsfeld ersichtlich.

Allgemein wird in der Literatur der Fehler als eine Abweichung vom Richtigen beziehungsweise als die „Abweichung von einer – wie auch immer – als richtig gesetzten Norm“ definiert. (Hartinger 1997, S.29)

Seemann, der für die mathematische Fehlerforschung als sehr bedeutsam gilt, definiert den Fehler „als eine psychische Fehlleistung, die in passiven Bewusstseinsanlagen bei angenähert mechanisierten Verlauf durch die Wirksamkeit falscher aber leichter ausführbarer Tendenzen verursacht wird“. (Weingardt 2004, S. 110, zitiert nach Seemann 1949, S.8)

Keller (1980) versteht unter dem Terminus Fehler „Frustration und Erwartungen“ und Gloy (1987) bezeichnet Fehler als „Abweichung von individuellen Absichten“.

Oser und Hascher definieren den Begriff Fehler wie folgt: „Ein „Fehler“ ist ein von einer Norm abweichender Sachverhalt oder Prozess, der es überhaupt ermöglicht, den diesem Sachverhalt oder Prozess entgegengesetzten richtigen normbezogenen Sachverhalt in seinen Abgrenzungen zu erkennen.“ (Oser/Hascher 1996, S. 4, zitiert nach Rollett 1999, S.72)

Für Hendrik Radatz sind die Fehler von Schülern „Bilder individueller Schwierigkeiten; sie zeigen, dass der Schüler bestimmte mathematische Begriffe, Techniken oder Zusammenhänge nicht ‚wissenschaftlich‘ oder ‚erwachsenengemäß‘ verstanden hat.

Eigene Lösungen bzw. Fehlstrategien werden entwickelt, da in Mathematik zu einer Aufgabe immer etwas ‚herauskommt‘ “. (Weingardt 2004, S. 114, zitiert nach Radatz/Schipper 1983, S. 211)

Brigitte Rollet charakterisiert Fehler in ihrem Artikel „Auf dem Weg zu einer Fehlerkultur. Anmerkungen zur Fehlertheorie von Fritz Oser“ als „die notwendige Voraussetzung für jede erfolgreiche Adaption und damit für komplexe Lernprozesse allgemein“. (Rollett 1999, S.71)

Anstatt von Fehlern ist in der Literatur auch oft von Nichtrichtigem, Fehlleistung, Irrtum oder Falschem die Rede. Weimer, der als „Urvater der Fehlerpsychologie“ gilt, nimmt jedoch eine prinzipielle Unterscheidung zwischen *Fehler* und *Irrtum* vor. Laut ihm ist der Irrtum „ein seelischer Zustand, Fürwahrhalten des Falschen, das bedingt ist durch die Unkenntnis oder mangelhafte Kenntnis gewisser Tatsachen, die für die richtige Erkenntnis von wesentlicher Bedeutung sind“. (Weimer 1929, S.5)

Unter dem Begriff Fehler versteht Weimer „eine Abweichung vom Richtigen, die nicht sein soll und nicht zu sein braucht und die darum auch nicht immer und bei allen in gleicher Weise eintritt“. In weiterer Folge schreibt Weimer, dass „der Fehler aus dem Versagen der drei wichtigsten Leistungsfunktionen der Aufmerksamkeit, des Gedächtnisses und des Denkens hervorgeht. Erst dieses Versagen macht den Fehler möglich“. (Weimer 1929, zitiert nach Glück 1999, S.171)

Ein Irrtum besteht also dann, wenn ein Fehlen von Informationen vorliegt. Im Gegensatz dazu ist beim Fehlermachen diese Information vorhanden, das heißt wenn ein Mensch einen Fehler macht, liegt das Wissen prinzipiell vor, jedoch wird es falsch angewendet. (vgl. Oser/Hascher/Spychiger 1999, S.13)

2.2. Fehlerklassifikationen

Nicht nur beim Begriff Fehler ergeben sich mannigfaltige Definitionen und Erklärungen in der Literatur, sondern auch bei den Fehlerarten findet man bei verschiedenen Autoren unterschiedliche und zahlreiche Fehlerklassifikationen. Bei der Wahl der Fehlerklassen driften die verschiedenen Autoren zum Teil weit auseinander. Viele Autoren der Mathematikdidaktik entscheiden sich bei der Einteilung von Fehlern für die kognitionspsychologische Richtung.

Es wird vor allen Dingen differenziert zwischen konzeptuellen Fehlern, das heißt Fehler aufgrund mangelhafter mathematischer Kenntnisse, und Fehlern, die durch Versprechen, mangelnde Konzentration, fehlende Aufmerksamkeit und Ähnliche entstehen – sogenannte Leichtsinn- bzw. Flüchtigkeitsfehler. (vgl. Schoy-Lutz 2005, S.35)

Ich werde in meiner Arbeit bei Weitem nicht alle, sondern nur einige Fehlerklassifikationen anführen, die mir persönlich als wichtig erscheinen. Dabei werde ich vor allen Dingen auf die sogenannten allgemeinen Fehlertypisierungen eingehen, das heißt auf Fehlerklassifikationen, die sich nicht nur auf ein bestimmtes mathematisches Themengebiet beziehen.

Der Begründer der Fehlerforschung im deutschsprachigen Raum Hermann Weimer, dessen Ziel es war, ein Fehlerschema für alle Unterrichtsfächer zur Erläuterung individueller Leistungsschwächen zu entwickeln, unterschied zwischen folgenden Fehlerarten:

- *Geläufigkeitsfehler*, bei denen mehrfache und gewohnheitsmäßige Vorstellungen am einfachsten wieder ins Bewusstsein gelangen.
- *Perseverationsfehler*, dabei setzt sich ein Inhalt, der sich im Bewusstsein befindet, gegenüber neuen hartnäckig durch.
- *Ähnlichkeitsfehler* beruhen auf der Gleichartigkeit von bestimmten Elementen.
- *Mischfehler*, wobei Vorstellungen im Bewusstsein aufeinander stoßen, die aufgrund von Ähnlichkeit oder Bedeutungsverwandtschaft gegenseitig in Verbindung stehen.

- *Gefühls- oder willensbedingte Fehler*: Dabei sind die Freudschen Fehlleistungen von besonderer Bedeutung, also die suggerierten Fehler und die Fehler, denen Verdrängung als Ursache zugrunde liegt.

(vgl. Radatz 1980, S.18-19)

Seemann, der im Jahre 1929 psychologische Untersuchungen von Rechenfehlern veröffentlichte, betonte, dass „Rechenfehler keine Zufallserscheinungen sondern gesetzmäßig bedingte Gebilde [sind], die durch das falsche Zusammenwirken der determinierenden Tendenzen und der Reproduktionstendenzen oder durch das teilweise Versagen derselben entstehen“. (Radatz 1980, S.19)

Er nahm folgende Unterscheidung vor:

- *Mechanische Fehler* treten durch Verlesen/Verhören bei der Erläuterung der mathematischen Aufgabe bzw. durch Versprechen/Verschreiben bei der Wiedergabe des Resultats auf.
- *Assoziative Fehler* werden durch Ähnlichkeit, Überlagerung oder Verwechslung verursacht. Zu dieser Gruppe zählen auch die perseverativen Fehler, die durch das Nachwirken vorausgegangener Zahlen verursacht werden.

Seemann zählt auch die Ranschburg'schen Hemmungen zu dieser Fehlergruppe. (mehr zu den Perseverationfehlern und den Ranschburg'schen Hemmungen siehe weiter unten bei der Fehlerklassifikation nach Schaffrath)

- *Funktionale Fehler* werden von Seemann in 4 Gruppen unterteilt:
 - Operationsfehler: sie treten auf, wenn eine Operationstendenz falsch wirkt; zum Beispiel bei $2 + 3 = 6$ wird die additive Tendenz von der multiplikativen Tendenz verdrängt
 - Die logischen Fehler: treten nur in Verbindung mit den Operatoren 0 und 1 auf (zum Beispiel: $a - 0 = 0$, $a : 1 = 1$)
 - Lokalisierungsfehler, welche aufgrund falscher Richtungstendenzen entstehen
 - Regelfehler: durch das Wissen ähnlicher Regeln kommt es zu Schwankungen und Unsicherheiten

(vgl. Seemann 1929, S.84-96)

Eine Kategorisierung der Fehler nach Fehlerphänomenen nimmt Schassmann (1992) vor. Er unterscheidet zwischen „Schnittstellenfehlern (beim Umgang mit Symbolen), Verständnisfehlern (beim Vernetzen von Wissen), Automatisierungsfehlern (bei der Kombination von Symbolen) und Umsetzungsfehlern (beim Transfer in neue Aufgabenbereiche“. (Oser/Hascher/Spychiger 1999, S.11)

Geering, der ausdrücklich betont, dass auch „Nichtwissen“ zu Fehlern dazugehört, unterscheidet 3 verschiedene Kategorien von Fehlern (vgl. Geering 1995, S.63):

- *Fertigkeitsfehler* beruhen auf dem Fehlen einer Fertigkeit.
- *Wissensfehler* entstehen durch Mangel oder Nichtanwenden des Wissens.
- *Strategiefehler* liegen vor, wenn man eine unbrauchbare Lösungsstrategie verwendet.

Eine Einteilung von Fehlern, die mich persönlich am meisten überzeugt und auf die ich auch näher eingehen werde, ist die Fehlerkategorisierung von Johannes Friedrich Schaffrath (1957), da sie meiner Meinung nach aufgrund der Angabe von Beispielen und möglichen Ursachen sehr praxisorientiert ist.

Schaffrath unterscheidet folgende 11 Typen von Fehlern:

(1) Rechenfehler durch falsche Auffassung (vgl. Schaffrath 1957, S.6)

Man spricht von Fehlern durch Fehlauffassung, wenn Ziffern, die ähnlich geschrieben werden (z.B. 6 und 0 und 9), vertauscht werden. Fehler, die aufgrund von falschem Hören verursacht werden (z.B. zweiundachtzig – zweihundertachtzig, dreiunddreißig und zwei – zweiunddreißig und drei, ein Sechstel – ein x-tel und Ähnliche), zählen ebenso zu dieser Kategorie.

Auch die sogenannten Ranschburg'schen Hemmungen werden von Schaffrath als Fehler durch falsche Auffassung charakterisiert. Ranschburg stellte fest, dass Zahlen, die gleich oder ähnlich sind und nebeneinander stehen, mehr Fehler verursachen als Zahlen, die voneinander völlig verschieden sind. Grund dafür ist, dass es bei gleichen oder ähnlichen Ziffern möglicherweise zu solchen Hemmungen kommt, dass eine Verschmelzung dieser Ziffern die Folge ist, was bedeutet, dass entweder eine der Ziffern wegfällt oder durch eine andere ausgetauscht wird. Ranschburg'sche Hemmungen kommen vor allem in der Grundschule vor, aber auch bei der

Potenzrechnung treten solche Fehler häufig auf. Zum Beispiel wurde bei der Aufgabe $(4a)^3$ häufig als Ergebnis für die Multiplikation $16 \cdot 4$ (aus $4 \cdot 4 \cdot 4$) falsch 56 statt 64 angegeben, da die Zahl 4 mehrfach auftritt und dadurch die Zahl 6 in 16 mit der Ziffer 4 verschmilzt. Durch die Ranschburg'schen Hemmungen kann man auch Fehlleistungen in Aufgaben wie $6 \cdot 6 = 66$ und $4 \cdot 4 = 24$ erklären. Solche Verschmelzungsfehler sind oftmals sehr ähnlich zu Perseverationsfehlern. (siehe Punkt (3))

(2) Rechenfehler durch falsche Assoziationen (vgl. Schaffrath 1957, S.7)

Verbindungen der Gedächtnisinhalte untereinander nennt man Assoziationen. Falsche Assoziationen können daher als falsche Verbindungen der Inhalte des Bewusstseins aufgefasst werden. Wenn in einer Aufgabe bei mehreren Zahlen unterschiedliche Reproduktionstendenzen auftreten, ist es möglich, dass es zu einer gegenseitigen Störung dieser Tendenzen kommt, dass also falsche Assoziationen entstehen. Umgekehrt kann es bei mehreren Zahlen mit den gleichen Tendenzen zur Reproduktion zu einer Verstärkung führen. Fehler, wie $24 : 4 = 8$ oder $24 : 6 = 3$ können dadurch zustande kommen, weil 2, 3, 4, 6, 8 die Divisoren von 24 sind.

Bei Fehlern durch falsche Assoziationen handelt es sich am häufigsten um Fehler mit den Zahlen 42, 48, 54, 56 und 63.

In der Bruchrechnung entstehen oft beim Kürzen Fehler durch falsche Assoziationen. Es kommt häufig vor, dass der Bruch $\frac{24}{18}$ zu $\frac{4}{6}$ gekürzt wird, da die Zahl 6 sowohl in 24 als auch in 18 vorkommt und sich dadurch im Nenner so durchsetzt, dass es zu einer Verdrängung der Zahl 3 kommt.

Schaffrath führt in seinem Artikel ein Unterrichtsbeispiel an, bei dem es oft zu Fehlern aufgrund falscher Assoziationen kommt. Die Aufgabe lautet: „Eine Uhr schlägt fünf. Sie braucht für die 5 Schläge 4 Sekunden. Wie lange dauert es, wenn die Uhr zehn schlägt?“ Dabei kommt es oft bei Schüler zum Auftreten der falschen Assoziation, dass durch die Verdopplung der Stunden auch die Zeit der Schläge verdoppelt wird, dass also angenommen wird, dass es sich um ein gerades Verhältnis handelt und das Ergebnis acht Sekunden lautet. Eine große Überraschung setzt somit meistens ein, sobald als richtiges Resultat der Aufgabe 9 Sekunden angeführt wird.

(3) Rechenfehler durch Perseveration (vgl. Schaffrath, S. 7-9)

Fehler durch Perseveration, die vor allem bei starker Ermüdung auftreten, entstehen, wie auch bei der Fehlereinteilung von Seemann schon kurz erwähnt, wenn sich ein schon im Bewusstsein verankerter Inhalt beziehungsweise ein bereits dominantes Element gegenüber einem neu auftretendem durchsetzt. Vor allem die häufig auftretenden Fehler beim Einmaleins, wie zum Beispiel $6 \cdot 9 = 56$, $7 \cdot 6 = 46$, $2 \cdot 9 = 19$, bei denen es jeweils zu einer Perseveration einer Ziffer kommt, bei denen also je eine schon vorher benutzte Zahl nachwirkt, gehören in diese Kategorie.

Weitere Beispiele für Perseverationsfehler sind: $9 \cdot 90 = 990$ oder $330 : 3 = 130$.

Warum entstehen Perseverationsfehler?

„Ein Antrieb zur Perseverationstendenz kann in einer besonderen sachlichen Interessiertheit eines Schülers liegen, der einen Bewusstseinsinhalt immer wieder auftauchen lässt; er kann in einem unterdrückten Triebanspruch liegen, der sich wiederholt in gleicher Weise äußert; er kann im Lustgefühl liegen, das eine bestimmte Lieblingsmethode zum Lösen bestimmter Rechenaufgaben schafft, was bei Mädchen nicht selten auftritt und den Blick auf eine weit einfachere Lösungsmöglichkeit trüb. Ein Perseverat kann aber auch lediglich einen Ersatz oder „Lückenbüßer“ für einen nicht gerade verfügbaren und willentlich reproduzierbaren Inhalt darstellen.“ (Schaffrath 1957, S.9)

(4) Rechenfehler durch die Enge des Bewusstseins (vgl. Schaffrath 1957, S. 9-10)

Die Enge des Bewusstseins bedeutet, dass uns in einem bestimmten Moment nur wenige Inhalte beziehungsweise Vorstellungen klar zugänglich sind. Wundt nimmt hierbei eine Differenzierung zwischen Blickpunkt und Blickfeld des Bewusstseins vor: „Was im Blickfelde steht, ist unklar, undeutlich, verschwommen. Erst gesteigerte Aufmerksamkeit rückt es in den Blickpunkt des Bewusstseins und macht es dadurch einer sachgerechten Beobachtung zugänglich.“ (Schaffrath 1957, S. 9)

Wenn nun im Mathematikunterricht eine Aufgabe sehr komplex, lange und umfangreich ist und mehrere Rechenarten anzuwenden sind, dann kommt es durch die Enge des Bewusstseins dazu, dass man den Blick nur auf ein Bruchstück und

nicht auf das Ganze der Aufgabe richtet. Auswirkungen dieser Enge des Bewusstseins sind dann beispielsweise Benennungsfehler oder Verwechslungen von Maßen.

Aus diesem Grund sollte die Lehrperson Wert auf das Rücküberlegen der Gesamtaufgabe legen und Nachprüfen, Proben und Kontrollen als wichtig empfinden.

(5) Psychophysisch bedingte Rechenfehler (vgl. Schaffrath 1957, S.10-11)

Schülerfehler können auch durch physische Bedingungen, wie Müdigkeit oder beginnende Infektionserkrankungen, verursacht werden. Diese werden jedoch häufig nicht früh genug bemerkt.

Rechenfehler können jedoch auch dadurch entstehen, wenn zum Beispiel zu lange Hausaufgaben gegeben werden, wenn also die physische Leistungsfähigkeit der Schüler von der Lehrperson nicht beachtet wird.

(6) Emotional bedingte Rechenfehler (vgl. Schaffrath 1957, S. 11-13)

Gefühle spielen eine wichtige Rolle und können viele Fehler verursachen. Vielfach sind die Angst (vor Eltern, vor einer schlechten Note, vor der Lehrperson), die Aufregung, Verstimmtheiten, Gefühle der Verlegenheit, Unsicherheitsgefühle die Auslöser für Fehler, die ansonsten nicht passieren würden.

(7) Rechenfehler durch Aufmerksamkeitsmängel (vgl. Schaffrath 1957, S.13-15)

„Unter Aufmerksamkeit ist psychologisch die Einengung oder Konzentration des Bewusstseins zu verstehen, wobei gewisse Bewusstseinsinhalte in den Blickpunkt rücken, während für andere eine Hemmung eintritt.“ (Schaffrath 1957, S.13)

Eine große Anzahl der Fehler im Mathematikunterricht sind durch Aufmerksamkeitsmängel zu begründen. Es sollte daher in jeder Unterrichtseinheit das Ziel der Lehrperson sein, dass die Aufmerksamkeit der Schüler geweckt wird und aufrechterhalten bleibt. Die Anstrengungsbereitschaft der Schüler sollte sich im Unterricht „nicht nur aus fremden Zwangsausflüssen, sondern auch aus eigenen inneren Antrieben“ entwickeln. (Schaffrath 1957, S.15)

(8) Noetisch bedingte Rechenfehler (vgl. Schaffrath 1957, S.15-18)

Noetisch bedingte Fehler werden in der Schule überwiegend als Denkfehler bezeichnet. In diese Kategorie zählen beispielsweise Fehler, deren Ursachen in fehlender Abstraktionsfähigkeit liegen. Es handelt sich dabei um Klammerfehler, Potenz- sowie Wurzelrechnungsfehler oder auch Fehler mit der Ziffer Null.

Zu den noetisch bedingten Rechenfehlern zählen auch Fehler, die aufgrund von mangelnder Folgerichtigkeit und Ordnung entstehen (zum Beispiel: $x^3 = 3x$ oder falsches Kürzen von $\frac{5a^2}{5a^2}$ zu 0)

(9) Durch Überforderung bedingte Rechenfehler (vgl. Schaffrath 1957, S.18-19)

Wenn die natürliche Leistungsfähigkeit der Schüler überschritten wird, so spricht man von Fehlern, bedingt durch Überforderung. Dabei spielt die didaktische Kompetenz der Lehrperson eine große Rolle. Kann eine Lehrperson ihre Schüler für ihr Fach begeistern und ihr Interesse dafür wecken, so kann diese an ihre Schüler hohe Erwartungen stellen oder von ihnen gewinnen. Bei einer anderen Lehrperson könnten diese schon eine Überforderung für die Schüler darstellen.

Fehler aufgrund von Überforderung scheinen auf den ersten Blick wie Fehler aufgrund von Aufmerksamkeitsmängeln. Charakteristisch für Fehler aus Überforderung sind jedoch „ungesteuerte und zerfahrene Fehlhandlungen“ und „auffallende Schwankungen der Leistungskurve“. (Schaffrath 1957, S.19)

(10) Durch die Lehrerpersönlichkeit verursachte Fehler

(vgl. Schaffrath 1957, S.19-20)

Dass die Suche nach Fehlerursachen nicht ausschließlich bei den Schülern stattfinden soll, betonte neben Schaffrath auch Radatz: „Bei der Analyse der Fehlerursachen gibt es einige Ansätze der Beschreibung auf der Ebene der Schülerfaktoren, es fehlt aber an Untersuchungen möglicher Ursachen im komplexen Lehr-Lern-Prozess, etwa zu curricular bedingten Fehlerursachen (z.B. welche didaktisch-curricularen Modelle, welche didaktischen Prinzipien u.a. erzeugen besondere Lernschwierigkeiten und Fehler?), Untersuchungen zum Lehrerverhalten

im Unterricht (z.B. die Rolle der Lehrersprache oder der Unterrichtsform im Zusammenhang mit Schülerfehlern).“ (Radatz 1980a, S.225)

Die gewählte Form der Unterrichtsmethode, der Ausdruck der Lehrperson, sowie die sprachliche Gestaltung des Unterrichts sind oft der Auslöser für Fehler.

Dazu möchte ich ein im Artikel von Schaffrath angeführtes Beispiel angeben, wo im Unterricht Gleichungen durchgenommen wurden und eine Schülerin fragte, „wieso denn 10 und 10 gleich 10 sei. Auf die erstaunte Gegenfrage, wer das behauptet hätte, kam die Antwort „Ja, Sie haben gesagt, Gleiches zu Gleichem addiert, ergibt Gleiches.“ Hier war also wohl schlecht erklärt, dass, wenn $a = b$, auch $a + c = b + c$ sein muss“. (Schaffrath 1957, S.20)

(11) Sonstige Rechenfehler

In diese Kategorie werden vom Verfasser vor allen Dingen jene Fehlerarten eingegliedert, die aufgrund des Lehrstoffes entstehen.

2.3. Weitere wichtige Begriffe in der Fehlerforschung

2.3.1. Fehleranalyse

Die Fehleranalyse ist ein wichtiges Forschungsgebiet der Mathematik, „indem Aufschluss über Vermittlungsprozesse zwischen dem Curriculum und den Lehrerhandlungen einerseits und den Schülerlösungen andererseits gesucht werden“. (Lorenz/Radatz 1993, S.59)

Fehleranalysen sind hilfreich für das Beschreiben von Denkvorgängen der Schüler und werden „auch für interaktionsanalytische Studien verwendet, als ein Verfahren, um Interaktionsprozesse aufzudecken und zu beschreiben“. (Wittmann 2007, S.177)

Beim Planen, Durchführen und Auswerten des Unterrichts sollte die Fehleranalyse eine große Rolle spielen. Für die Unterrichtspraxis gibt es verschiedene Methoden, Schülerfehler zu analysieren (vgl. Lorenz/Radatz 1993, S.60-61):

Eine Methode wäre das Analysieren von Fehlern aus schriftlichen Lösungen von Aufgaben (Schularbeiten, Hausaufgaben, Tests,...). Hierbei ist jedoch zu beachten, dass

sich durch dieses Verfahren nicht alle Schülerfehler analysieren lassen, da einem Fehler sehr unterschiedliche Fehlertechniken zugrunde liegen können.

Eine weitere Möglichkeit zur Fehleranalyse im Unterricht wäre das „laute Denken“ der Schüler während sie an einer Aufgabe arbeiten. Dabei sollte die Lehrperson beachten, dass Schüler beim lauten Denken Probleme haben könnten, „weil die Fähigkeiten der Introspektion über das eigene Denken noch nicht ausreichend entwickelt sind, weil die Sprachgewandtheit für das Verbalisieren der eigenen Gedankengänge nicht ausreicht oder weil manche Schüler nicht gleichzeitig rechnen (bzw. denken und sprechen) können“. (Lorenz/Radatz 1993, S.61)

Ein diagnostisches Gespräch zwischen Schüler und Lehrperson kann sich ergänzend zur Fehleranalyse aus schriftlichen Arbeiten als sehr hilfreich erweisen. Aufgrund des Fragenstellens der Lehrperson an den Schüler wird auch die Analyse von Schülerfehlern in mündlichen Situationen möglich. Allerdings sollte die Lehrperson bei dieser Methode der Fehleranalyse berücksichtigen, dass die Schüler durch ihr Nachfragen möglicherweise in eine Richtung gelenkt werden und somit zu Erklärungen für ihre Fehler kommen, die sie selbst womöglich nicht gegeben hätten. (vgl. Lorenz/Radatz 1993, S.61)

Eine weitere methodische Möglichkeit zur Analyse von Schülerfehlern im Unterricht bieten diagnostische Aufgabensätze bzw. Tests, die in erster Linie für die Fehleranalyse in einigen Bereichen des Mathematikunterrichts erstellt wurden. Als Beispiel dafür sind die diagnostischen Aufgabensätze von Gerster (1982) zu nennen, die für die vier schriftlichen Rechenoperationen entwickelt worden sind. „Die Aufgaben sind dabei so ausgewählt bzw. konstruiert, dass die möglichen Schwierigkeiten eines Rechenverfahrens berücksichtigt werden.“ (Lorenz/Radatz 1993, S.61)

Die Einarbeitung der Fehleranalyse in den Mathematikunterricht ist oft sehr sinnvoll, um die Denkvorgänge der Schüler besser verstehen und daran arbeiten zu können. Nichtsdestotrotz gibt es auch **Grenzen der Fehleranalyse**, denn man sollte sich darüber im Klaren sein, dass „das Schülerverhalten beim mathematischen Problemlösen von einer besonderen Komplexität ist und weder durch ein einfaches Modell noch durch curricular-mathematische Aspekte beschreibbar ist“. (Radatz 1985, S. 23) Auch muss man sich bewusst sein, dass nicht jeder Fehler analysierbar ist.

„Trotz derartiger Einschränkungen kann man die Fehleranalyse als eine besonders hilfreiche Möglichkeit ansehen, um Lernschwierigkeiten eines Schülers in einem speziellen Lernbereich zu erkennen, in inhaltlich qualifizierter Weise zu beschreiben und aus dem erkannten Fehlermuster curriculare Hinweise für Fördermaßnahmen zu gewinnen.“ (Lorenz/Radatz 1993, S.62)

2.3.2. Fehlerphänomen, Fehlermuster, Fehlerursache

Wenn Fehler im Unterricht auftreten, sind zunächst auf Antrieb **Fehlerphänomene**, die als „sichtbare Produkte eines Wahrnehmungs- und Denkprozesses“ beschrieben werden können, zugänglich. (Prediger/Wittmann 2009, S.4)

Im täglichen Unterrichtsgeschehen werden sie sowohl in der mündlichen Interaktion, als auch im schriftlichen Bearbeiten von Aufgaben sichtbar.

„Zum Fehlerphänomen zählen die während und nach der Aufgabenbearbeitung anfallenden Notizen, Zeichnungen und mündlichen Mitteilungen des Schülers, ferner die nicht ausgesprochenen, grundsätzlich aber mitteilbaren Überlegungen zum Fehlverhalten.“ (Reitberger 1989, S. 111)

Wenn Fehlerphänomene häufiger vorkommen oder wenn sich hinter ihnen eine einheitliche Strategie, eine gewisse Systematik bzw. eine bestimmte innere Logik erkennen lässt, dann spricht man von sogenannten **Fehlermustern**. (vgl. Abb. 2.1.)

Dieser Begriff tritt in der Literatur sehr häufig auf, jedoch findet man nur selten eine klare Definition dafür. Radatz charakterisiert den Begriff wie folgt:

„Schülerfehler im Mathematikunterricht entstehen nur selten zufällig oder durch flüchtiges Verrechnen, ihnen liegt (fast) immer eine bestimmte Lösungsstrategie bzw. Regelstruktur zugrunde, die nachvollziehbar, begründbar und für die Schüler selbst sinnvoll ist. Diese Fehlermuster wenden die Schüler in Aufgabenklassen oft systematisch und konsequent an.“ (Radatz 1985, S.18)

Nach Wellenreuther sind Fehlermuster oft sehr schwer erkennbar, das heißt es kommt häufig vor, dass die Lehrperson Fehlermuster nicht bemerkt, obwohl der Schüler eine konsequente Strategie in seinen Fehlern verfolgt. (vgl. Wellenreuther 1986, S. 271)

Für jedes Fehlermuster, das im Unterricht auftritt, rentiert sich die Ermittlung von **Fehlerursachen**, auch wenn ein Fehlerphänomen beziehungsweise ein Fehlermuster auf ganz verschiedene Ursachen beruhen kann. Fehlerursachen zeigen uns, *warum* Schüler Fehler begehen. (vgl. Prediger/Wittmann 2009, S.4)

Beispiele	Wie heißt die Fehllösung?
$\begin{array}{r} \text{A 1:} \quad 618 \quad 563 \\ \quad + 782 \quad + 545 \\ \hline \quad 1112 \quad 118 \end{array}$	$\begin{array}{r} 612 \\ + 395 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} \text{A 2:} \quad 854 \quad 336 \\ \quad + 432 \quad + 845 \\ \hline \quad 286 \quad 181 \end{array}$	$\begin{array}{r} 609 \\ + 892 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} \text{A 3:} \quad 854 \quad 308 \\ \quad + 432 \quad + 291 \\ \hline \quad 422 \quad 17 \end{array}$	$\begin{array}{r} 598 \\ + 209 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} \text{A 4:} \quad 308 \quad 184 \\ \quad + 291 \quad + 750 \\ \hline \quad 509 \quad 930 \end{array}$	$\begin{array}{r} 7045 \\ + 2938 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} \text{A 5:} \quad 618 \quad 563 \\ \quad + 782 \quad + 545 \\ \hline \quad 1390 \quad 1008 \end{array}$	$\begin{array}{r} 662 \\ + 789 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} \text{A 6:} \quad 476 \quad 205 \\ \quad + 17 \quad + 86 \\ \hline \quad 583 \quad 381 \end{array}$	$\begin{array}{r} 758 \\ + 129 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} \text{A 7:} \quad 746 \quad 746 \\ \quad + 563 \quad + 953 \\ \hline \quad 2119 \quad 6199 \end{array}$	$\begin{array}{r} 628 \\ + 690 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} \text{A 8:} \quad 563 \quad 222 \\ \quad + 645 \quad + 888 \\ \hline \quad 11108 \quad 101010 \end{array}$	$\begin{array}{r} 675 \\ + 494 \\ \hline \end{array}$

Abb. 2.1: Beispiele zum Erkennen von Fehlermustern (aus Radatz 1980, S.76)

2.3.3. systematischer Fehler vs. Flüchtigkeitsfehler

Systematischer Fehler und Flüchtigkeitsfehler sind zwei Begriffe, die in der Literatur sehr häufig vorkommen, daher möchte ich diese etwas näher beschreiben.

Ein **systematischer Fehler** liegt vor, wenn bei einem einzelnen Schüler bei annähernd gleichen Aufgaben dasselbe Fehlermuster mehrfach sichtbar wird. Dabei sind systematische Fehler grundsätzlich von typischen Fehlern zu unterscheiden, die bei Aufgaben desselben Typs bei mehreren Schülern gehäuft vorkommen. (vgl. Käser 2011, S.170)

Systematischen Fehlern „liegt im Zuge einer inneren Regelbildung eine kognitive Struktur zugrunde, gemäß derer die jeweilige Schülerin bzw. der jeweilige Schüler von der Richtigkeit des eigenen Vorgehens überzeugt ist, obschon sie für den Aufgabentyp nicht adäquat ist, so dass immer wieder die gleichen Fehler bei einer bestimmten Art von Aufgabe unterlaufen“. (Käser 2011, S.170)

Der größte Teil der Schülerfehler bei schriftlichen mathematischen Aufgaben sind systematische Fehler. Die meisten Fehler beruhen also nicht auf Zufall, im Gegenteil – ihnen unterliegt eine bestimmte Regelmäßigkeit bzw. Regelstruktur, die immer wiederkehrt. (vgl. Radatz 1980, S. 55)

Als **Flüchtigkeitsfehler** wird ein Fehler bezeichnet, der sofort vom Schüler richtiggestellt werden kann, wenn er darauf aufmerksam gemacht wird. (vgl. Prediger/Wittmann 2009, S.4)

Flüchtigkeitsfehler werden im Unterricht häufig als unwesentliche Fehler eingestuft und auch in der Wissenschaft und Literatur sind sie nur selten von Interesse, da der Anteil dieser Art von Fehlern sehr gering ist. Nach Schätzungen von Reitberger beläuft sich dieser auf weniger als 10 Prozent. (vgl. Reitberger 1989, S.114)

Nach Seemann gibt es 4 verschiedene Arten von Flüchtigkeitsfehlern:

- **Ähnlichkeitsfehler:** Ein Fehler dieser Art tritt auf, wenn sich bei ähnlichen Vorstellungsverknüpfungen die vertrautere falsche Assoziation gegenüber der richtigen durchsetzt.

- **Angleichungsfehler** sind Fehler, bei denen eine falsche Operation verwendet wird, die der eigentlich beabsichtigten richtigen ähnlich ist, z.B. wenn $- 13 + 6$ anstatt $13 - 6$ gerechnet wird.
- **Perseverations- bzw. Einstellungsfehler** entstehen dadurch, wenn eine bereits vorhandene Assoziation leichter verfügbar ist, als die beabsichtigte Assoziation.
- **Auslassungsfehler** beruhen auf die Auslassung eines Teilschritts einer komplizierten Operation.

(vgl. Reitberger 1989, S.112)

In den meisten Fällen entstehen Flüchtigkeitsfehler aufgrund eines Mangels an Konzentration oder Aufmerksamkeit. Näher werden die Ursachen von Fehlern, mitunter auch von Flüchtigkeitsfehlern, in Kapitel 4 beschrieben.

3. Historischer Exkurs zur mathematischen Fehlerforschung

Erste Ansätze, Publikationen und Untersuchungen zum Thema Fehler im Mathematikunterricht von deutschsprachigen Wissenschaftlern begannen Anfang des 20. Jahrhunderts. Einen ersten Höhepunkt und Schwerpunkt erlebte die deutschsprachige mathematische Fehlerforschung zwischen 1916 und 1932. (vgl. Radatz 1980, S.16) Grund für die intensivere Phase in dieser Zeit war die wachsende Relevanz der empirisch-wissenschaftlichen Pädagogik. Man legte das Hauptaugenmerk auf das Erklären von Fehlerursachen und Fehlerbedingungen aus psychologischer Sicht.

Geprägt wurde die didaktische Forschung zu dieser Zeit maßgeblich von der Theorie von Diltheys, in der das Verstehen im Zentrum steht, sowie von den Arbeiten Kerschensteiners', in denen das Individuum im Prozess des Erziehens in den Vordergrund rückt. (vgl. Radatz 1980, S.17)

Die erste mathematische Fehleranalyse wurde 1929 von Seemann veröffentlicht. Er vertrat die Ansicht, „dass Rechenfehler nicht zufällig entstehen, sondern durch ein sich fast gesetzmäßig wiederholendes, falsches Zusammenwirken oder Versagen von Determinanten des Reproduzierens und Denkens“. (Weingardt 2004, S.109)

Im Gegensatz zum deutschsprachigen Raum, wo sich die Fehlerforschung also vor allen Dingen auf Fehlerursachenerklärungen konzentrierte, legte die amerikanische Fehlerforschung das Hauptaugenmerk auf die Differenzierung und das Beschreiben der beobachtbaren Elemente beim Fehlermachen in den vier Rechenoperationen. (vgl. Weingardt 2004, S.110)

In den 70er Jahren des 20. Jahrhunderts kam es im angloamerikanischen Raum zu einer verstärkten Phase der mathematischen Fehlerforschung. Die Untersuchungen konzentrierten sich besonders auf Fehlerarten in den schriftlichen Rechenverfahren.

Hendrik Radatz, der als ein Experte der mathematischen Fehlerforschung gilt, fasste 1980 alle Ergebnisse der Publikationen, die in diesem Bereich veröffentlicht wurden, zusammen und gewann daraus wichtige Einsichten zum allgemeinen Verständnis von Fehlern (vgl. Radatz 1980, S.27ff, S.71ff):

- Die meisten Schülerfehler sind „nicht zufälliger Natur“. Häufig entstehen sie nicht durch Unwissenheit, sondern aufgrund von früheren hinderlichen Erfahrungen (im Lernprozess).
- Die Ansammlung verschiedener Fehlerkategorien und Fehlertypen ist von unglaublicher Größe: „Kaum ein Lehrer wäre in der Lage, die derzeit bekannten dreihundert bis vierhundert verschiedenen systematischen Fehler allein bei den vier schriftlichen Rechenverfahren der Menge der natürlichen Zahlen zu ‚erlernen‘ und dann zu diagnostizieren.“ (Radatz 1980, S.27)
- Nach Ginsburg (1977) deuten Schülerfehler auf individuelle Lösungsstrategien hin, die jedoch anders ablaufen, als sich das die Erwachsenen erhoffen.
- Die Forschung zu Fehlern im Mathematikunterricht setzte sich hauptsächlich mit Fehlleistungen in den Bereichen der Algebra und Arithmetik auseinander. Inhaltlich befasste man sich primär mit den Fehlertechniken und -ursachen dieser Gebiete.
- Die individuellen Fehlermuster sind oft für lange Zeit wirksam und verfestigen sich bei den Schülern, wenn die Lehrperson nicht zur rechten Zeit angebracht reagiert.
- Es ist beinahe unmöglich, die „sehr komplexen und diffizilen Erklärungsversuche bzw. Theorien aus der grundlagenwissenschaftlichen Forschung zur Erklärung von Lernschwierigkeiten in der Unterrichtspraxis anzuwenden“. (Radatz 1980)

Die Ansicht, dass Fehler möglichst immer zu vermeiden sind, hat sich erst in den 80er Jahren des 20. Jahrhunderts geändert. Ab diesem Zeitpunkt hat sich ein Denken in Richtung Fehleroffenheit entwickelt, auch im Mathematikunterricht. Zu dieser Öffnung des Fehlerumgangs werde ich in Kapitel 5 noch näher eingehen.

4. Warum machen Schüler Fehler?

Oft erscheinen die falschen Ergebnisse einer mathematischen Aufgabe für die Lehrperson als nicht sinnvoll und zufällig, jedoch unterliegen die meisten Schülerfehler, wie bereits erwähnt, keinem Zufall, sondern es stecken vielfach bestimmte Regeln und Techniken dahinter. Aufgrund dessen erscheint mir für einen produktiven Umgang mit Fehlern im Unterricht eine Suche nach Fehlerursachen sinnvoll und empfehlenswert.

Eine exakte Ursache für den entsprechenden Fehler festzustellen, ist jedoch für die Lehrperson sehr kompliziert und schwierig, da diese keinen Einblick in die beim Fehlermachen ablaufenden Gedanken der Schüler hat.

Meiner Meinung nach ist es trotzdem äußerst wichtig, dass man als Lehrperson auf die Frage WARUM Schüler Fehler machen eingeht und nach Erklärungen sucht. Aus diesem Grund möchte ich, obwohl auch bei der Fehlerklassifikation von Schaffrath (siehe Kapitel 2.2.) schon einige Fehlerursachen aufgezeigt wurden, in diesem Kapitel etwas näher auf mögliche Bedingungen eingehen, die zu Schülerfehler führen können.

In diesem Zusammenhang möchte ich mich an eine sehr übersichtliche, von Reitberger (1989) stammende Einteilung möglicher kognitiver Fehlerursachen halten, die sich in die zwei große Kategorien „Nicht-gegenstandsbezogene kognitive Fehlerursachen“ und „Gegenstandsbezogene kognitive Fehlerursachen“ gliedert.

Bei den nicht-gegenstandsbezogenen kognitiven Fehlerursachen unterscheidet Reitberger weiter zwischen den „situativen kognitiven Fehlerursachen“ und den „habituellen kognitiven Fehlerursachen“.

Die gegenstandsbezogenen kognitiven Fehlerursachen werden von Reitberger in die „kontrollierten kognitiven Fehlerursachen“ und die „nicht kontrollierten kognitiven Fehlerursachen“ unterteilt.

4.1. situativ kognitive Fehlerursachen

4.1.1. Flüchtigkeitsfehler

Flüchtigkeit kann laut Reitberger (1989) als mangelnde Aufmerksamkeit definiert werden und ist vor allen Dingen als eine psychische Fehlerursache zu verstehen.

Wann treten Flüchtigkeitsfehler auf und was sind ihre Ursachen?

Flüchtigkeitsfehler bei der Spracherzeugung

Nach der kognitiv-motorischen Theorie, die Levelt bezüglich des Sprechens entwickelt hat, können Ursachen von Fehlern dieser Art erklärt werden. Wenn wir etwas sagen wollen, erfassen wir diesen Inhalt zunächst in unseren Gedanken - man spricht vom sogenannten präverbalen Inhalt - innerhalb kürzester Zeit findet eine Übersetzung dieses Inhalts mittels Formulator und Artikulator in einen sprachlichen Inhalt statt. Dabei erfolgt durch den Formulator die phonologische und grammatikalische Kodierung, wodurch nun der Gedanke in innerer Sprache vorhanden ist und abschließend vom Artikulator in gesprochene Sprache übertragen wird. (vgl. Reitberger 1989, S.112)

Im Mathematikunterricht können laut Levelts Modell Perseverationsfehler, die aufgrund von Flüchtigkeit entstehen, eine fehlerhafte grammatikalische Kodierung als Ursache aufweisen. Ranschburg'sche Hemmungen lassen sich nach der Theorie von Levelt als Fehler bei der phonologischen Kodierung auffassen. (vgl. Reitberger 1989, S.112-113)

Ähnlichkeits-, Angleichungs-, Einstellungs- und Auslassungsfehler lassen sich nicht auf diese Theorie der Spracherzeugung zurückführen, sie basieren auf Störungen bei der kategorialen Wahrnehmung oder beim Erinnern kurzfristig gespeicherter episodischer Information. Dabei ist die Aufmerksamkeit von großer Bedeutung.

Flüchtigkeitsfehler bei der kategorialen Wahrnehmung

Wenn die aktive Aufmerksamkeit (Denkvorgänge finden bewusst statt) reduziert ist, kommt es zu Flüchtigkeitsfehlern bei der Informationsaufnahme. Dabei können nun Ähnlichkeits- oder Einstellungsfehler auftreten.

Ein Beispiel für einen Wahrnehmungsfehler, der aufgrund von Flüchtigkeit und beim Lesen einer mathematischen Aufgabe entsteht, wäre das folgende:

- $6 : 2 = 4$

In diesem Fall liegt ein Ähnlichkeitsfehler vor. Im Gebiet der aktiven Aufmerksamkeit ist das Divisionszeichen nicht vorhanden. Die Ursache, dass die Division durch die Subtraktion ersetzt wurde, liegt vermutlich darin, dass die Subtraktion als inverse Rechenoperation zur Division dieser ähnlich ist. Außerdem ist die Aktivierung der geläufigeren Rechenoperation Subtraktion leichter. (vgl. Reitberger S. 113)

Flüchtigkeitsfehler beim Erinnern kurzfristig gespeicherter episodischer Information

Hierbei handelt es sich um Flüchtigkeitsfehler im Lösungsprozess, die meist durch Gedächtnisschwächen hervorgerufen werden, das bedeutet, dass dem Schüler wichtige Zwischenschritte zum Lösen der Aufgabe verloren gehen. In diesem Zusammenhang spielt das Kurzzeitgedächtnis, das beim Aufgabenlösen die Funktion eines Arbeitsspeichers übernimmt, eine große Rolle. (vgl. Radatz 1980, S.49-50)

Hendrik Radatz führt in seinem Buch „Fehleranalysen im Mathematikunterricht“ das folgende sehr anschauliche Beispiel von einem möglichen Fehler durch Vergessen der vorher erwähnten Zwischeninformationen an:

Aufgabenstellung: $92 - 48 = \underline{\quad}$

Schüler: „Ich ziehe zwei Einer ab und dann noch 6 sind 84. (-Nach einer Rekapitulation der an der Tafel schriftlich fixierten Aufgabe-) Dann muss ich noch abziehen von...?“ (Radatz 1980, S.49)

Nichtabschließen der Aufgabenbearbeitung

Oft kommen Schüler nicht zu einer Lösung, weil sie bei Textaufgaben und Rechenverfahren den letzten Lösungsschritt nicht mehr ausführen, ihn also einfach weglassen.

Fehler dieser Art sind sehr schwierig einzuordnen, da die Ursache verschieden sein kann. In manchen Fällen handelt es sich um einen Flüchtigkeitsfehler, der zufällig und situationsspezifisch auftritt, doch auch ein systematisches Fehlverhalten ist bei Fehlern dieser Art zum Teil nicht auszuschließen. (vgl. Radatz 1980, S.49)

Unterrichtliche Maßnahmen zur Verringerung von Flüchtigkeitsfehlern:

Die Lehrperson sollte den Unterricht so gestalten, dass es zu möglichst wenigen Flüchtigkeitsfehlern, die in die Literatur meist als „unwesentlich“ und „unproduktiv“ bezeichnet werden, kommt.

Eine wichtige Maßnahme zur Reduktion von Flüchtigkeitsfehlern, die infolge von mangelnder Konzentration entstehen, ist die Aufmerksamkeit. Ziel der Lehrperson sollte es sein, die Aufmerksamkeit in der Unterrichtseinheit zu gewinnen und beizubehalten. Es gilt das Interesse zu fördern und so gut es geht eine Überforderung oder Ermüdung der Schüler - beispielsweise aufgrund von Zeitdruck - zu vermeiden.

Um Flüchtigkeitsfehler zu reduzieren, spielt außerdem eine angemessene Dauer der Übungsphase eine wichtige Rolle.

Bezüglich Flüchtigkeitsfehler in der kategorialen Wahrnehmung sollte „erkannte oder erinnerte Information vor dem Anwenden dieser Information auf Unterschiede bzw. Gleiches untersucht werden, um so den Informationsgehalt zu reduzieren“. (Pesch 1996, S.61) Bevor die Aufgabe bearbeitet wird, sollte eine Auswertung dieser Information stattfinden. Sinnvoll wäre es, wenn die Lehrperson Fragen zum Text der Aufgabenstellungen stellt oder diesen von den Schülern noch einmal mit eigenen Worten beschreiben lässt. Somit würde es auch weniger zum Überlesen von wichtigen Inhalten kommen.

Eine weitere Möglichkeit Flüchtigkeitsfehler in der kategorialen Wahrnehmung zu vermindern ist die psychokritische Methode, durch die die Schüler steigende Kritikfähigkeit gegenüber ihren eigenen Aufgabenbearbeitungen bekommen sollen. Die Schüler sollten zuerst „anhand scheinbar nicht schwieriger Aufgaben die Fehlerhaftigkeit ihrer Wahrnehmung erkennen und dann mit Unterstützung die objektiven und subjektiven Fehlerquellen analysieren“. (Pesch 1996, S.61)

Während dem Erinnern kurzfristig gespeicherter episodischer Information, also während eine Aufgabe bearbeitet wird, sind für die Reduktion von Flüchtigkeitsfehlern, Strategien zum Steuern und Kontrollieren des Lösungsprozesses (zum Beispiel Strategien zur Planung eines Lösungswegs, zum Benützen von Hilfsmitteln, usw.) von Bedeutung, die den Schülern nebenbei gelehrt werden sollten. Reitberger (1989, S.15) erachtet es als wichtig, „diese Verfahren im Rahmen von Einführungen, Wiederholungen

und anderen Anlässen regelmäßig anzuwenden, um den Schüler zur Imitation der Verfahren anzuregen“.

4.1.2. Luchinseffekt

Der Psychologe Luchins befasste sich mit dem Phänomen der Einstellungsfixierung - dem nach ihm benannten Luchinseffekt.

Eigentlich stellt die Erfahrung beim Problemlösen eine Hilfe für uns da, jedoch zeigen die Ergebnisse vieler empirischer Untersuchungen, dass „Erfahrungen auch die Beweglichkeit des Denkens vermindern und den Zugang zu bestimmten neuen Problemlösemethoden verringern können“. (Pesch 1996, S.63)

Wenn man Dinge ständig in Gebrauch hat, bestimmt man dafür einen Verwendungszweck und zieht es nicht mehr in Erwägung, diese Dinge in einer anderen Art zu nutzen. Wird also eine Lösungsmethode durch ständiges Üben festgesetzt, so wird man diese auch benützen, selbst wenn diese nicht geeignet ist oder eine andere Vorgehensweise einfacher und sinnvoller wäre.

Beispielsweise wenden viele Schüler, sobald sie ein rechtwinkeliges Dreieck vor sich haben, den Pythagoras an, wenn dieser Lehrsatz über viele Jahre angeeignet und geübt wurde. Vielen dieser Schüler kommt es gar nicht in den Sinn, nach der Einführung der trigonometrischen Formeln, auch diese für die Berechnung eines rechtwinkeligen Dreiecks zu verwenden, selbst wenn man durch diese oft leichter und schneller zu einer Lösung gelangt. (vgl. Müller 1998, S.33)

4.2. habituelle kognitive Fehlerursachen

4.2.1. Bereitschaft zum Fehlverhalten

Jeder Schüler kennt das Problem, dass man bei mathematischen Aufgaben häufig zu keiner richtigen Lösung kommt, jedoch einzelne Zwischenergebnisse durchaus korrekt sein können. Viele Lehrpersonen achten daher nicht nur darauf, ob das Endergebnis richtig oder falsch ist, sondern vergeben auch Punkte für richtige Ansätze und Zwischenlösungen. Dies kommt vor allen Dingen schwächeren Schülern oder Schülern, die eine gewisse Neigung zu Rechenfehlern haben, zu Gute.

Sie erhalten somit eine Chance, Punkte zu ergattern, was wiederum die Motivation der Schüler fördert, sodass sie wenigstens versuchen zu einer Lösung zu gelangen. Auf der anderen Seite muss die Lehrperson bei der Benotung von Teillösungen damit rechnen, dass die Schüler unter Umständen bei einer komplexen Aufgabe einfach irgendetwas hinschreiben, mit dem Gedanken spielend, dass sie dadurch Punkte erlangen, weil sie eben merken, dass der Lehrer Fehlverhalten unter Umständen ignoriert und auch nur teilweise Richtiges anerkennt. In diesem Fall spricht man von einer Bereitschaft zum Fehlverhalten, die in erster Linie durch die Ignoranz von Fehlern und das Anerkennen von richtigen Zwischenergebnissen begünstigt wird. Dieses Verhalten kann auch infolge des beschämenden Gefühls, bei einer Aufgabe nichts hinzuschreiben, also ein leeres Blatt abzugeben, auftreten. (vgl. Pesch 1996, S.69-70)

4.2.2. Geringe Anstrengungsbereitschaft

Fehler von Schülern lassen sich oft auch durch eine niedrige Anstrengung erklären. Als Auslöser für eine geringe Anstrengungsbereitschaft sei primär die negative Einstellung gegenüber Mathematik zu nennen. Diese negative Einstellung kann zum Beispiel zustande kommen, wenn im Unterricht die Bedeutung der Mathematik für die Gesellschaft nicht erwähnt und besprochen wird. Des Weiteren können Schüler eine negative Haltung zur Mathematik haben, weil sie diese von ihren Eltern übernommen haben. Oftmalige Misserfolge führen zu einem Verlust der Motivation, zu Angst und auch zu einer negativen Einstellung.

Anstrengungsvermeidung kann aber auch als Protest gegenüber dem Lehrer, der Eltern und der Leistungsgesellschaft aufgefasst werden. Ein weiterer Grund für eine geringe Anstrengungsbereitschaft, der vor allem auf Mädchen zutrifft, ist das Rollenbild. Oft sehen Mädchen in der Schule das Fach Mathematik als nicht wichtig für ihre Zukunft und trauen sich in diesem Gegenstand auch keine Erfolge zu.

Eine niedrige Anstrengungsbereitschaft tritt häufig auch als Schutzmechanismus aufgrund von Angst vor Misserfolgen auf. Weil Schüler Angst haben zu versagen, strengen sie sich oft nicht an, um die schlechte Leistung somit erklären zu können. Vermeidet ein Schüler jegliche Anstrengung, kann es auch daran liegen, dass er eine Identitätszuweisung wie „schlechter Schüler“ oder „schwieriger Schüler“ zu spüren bekommt. (vgl. Pesch 1996, S.70-81)

4.2.3. Fehleinschätzen der Schwierigkeit

Des Öfteren kommt es dazu, dass ein sonst sehr guter Schüler auf einmal schlechtere Leistungen erzielt. Dies liegt häufig an einer falschen Einschätzung der Aufgaben. Schüler, die schon vielfache Erfolge in Mathematik erreicht haben, erkennen oft den Schwierigkeitsgrad nicht richtig, schätzen somit oftmals eine Aufgabe als zu leicht ein und bearbeiten diese mit zu niedriger Aufmerksamkeit und Konzentration. Aufgrund dessen kommt es natürlich zu Fehlern. Diese sollten jedoch nicht falsch in die Kategorie der Flüchtighkeitsfehler eingeordnet werden, da die Ursache von Fehlern aufgrund falschen Einschätzens der Schwierigkeit eindeutig auf der Einstellung der Schüler zur Aufgabe beruht. (vgl. Pesch 1996, S.83-84)

4.3. kontrollierte kognitive Fehlerursachen

4.3.1. Absichtliche Verfälschung

Von absichtlicher Verfälschung spricht man, wenn ein Schüler beispielsweise aufgrund der Komplexität einer Aufgabe einige Einzelheiten weglässt oder die Aufgabe vereinfacht, das bedeutet es kommt zu einer Reduzierung des Schwierigkeitsgrades. Die absichtliche Verfälschung steht in engen Zusammenhang mit der Motivation der Schüler. Für Schüler muss das Ziel, also das richtige Ergebnis der mathematischen Aufgabe, erreichbar sein, ansonsten sehen sie keinen Sinn sich anzustrengen. (vgl. Pesch 1996, S.101-104)

Ein typisches Beispiel für eine Fälschungsabsicht ist, wenn Schüler bei einer Trigonometrieaufgabe Probleme mit der Zuordnung von Tiefenwinkel haben und sie diese somit einfach direkt ins Dreieck einzeichnen und dadurch die Skizze vereinfachen. (vgl. Müller 1998, S.38)

4.4. Nicht kontrollierte kognitive Fehlerursachen

4.4.1. Kognitive Fehlerursachen bei der Informationsaufnahme

Wahrnehmungsgebundenheit

„Allgemein kann gesagt werden, dass die Fehler bei der Wahrnehmungsgebundenheit daraus resultieren, dass das wahrgenommene Objekt während der Bearbeitung von Aufgaben nur in einer Form in der Vorstellung existieren kann.“ (Pesch 1996, S.108)
Soll dieses wahrgenommene Objekt in verschiedenen Arten der Vorstellung vorhanden sein, so kommt es oftmals zu einer Überforderung der Schüler.

Beispielsweise haben viele Schüler Schwierigkeiten bei der Erfassung des Durchschnitts zweier Mengen A und B. Sie können den Durchschnitt nur als Teil von A oder als Teil von B gedanklich wahrnehmen, nicht aber als Teil von A und B. (vgl. Pesch 1996, S.108)

Fehlende Vorstellung verbalisierter Sachverhalte

Vor allen Dingen bei Textaufgaben benötigt man eine genaue Vorstellung des Sachverhaltes, um die wesentlichen Aussagen der Aufgabe zu erkennen und diese dann in numerische Form umwandeln zu können. Vielen Schülern fehlt diese genaue Vorstellung beim Lesen eines Textes oft. Mangelnde Fähigkeit oder Bereitschaft des Schülers, sowie externe Faktoren der Aufgabendarbietung (z.B. ein zu komplizierter Aufgabentext) sind dafür als Ursachen zu nennen. (vgl. Reitberger 1990, S.309)

In diesem Zusammenhang sind die sogenannten Umsetzungsfehler zu erwähnen, die dadurch entstehen, wenn ein Schüler zwar die mathematischen Kenntnisse besitzt, um zu einer richtigen Lösung zu kommen, jedoch Probleme beim Verständnis des Textes hat und somit an der Aufgabe scheitert.

Bei Textverständnisschwierigkeiten kann unterschieden werden, ob der Schüler den Sinn des Textes oder bestimmte Textstellen nicht versteht oder ob es sich um Vokabelfehler handelt, das heißt es werden mathematische Fachausdrücke, wie zum Beispiel Multiplikation und Division verwechselt. (vgl. Pesch 1996, S.112)

Konnotation mangels kontextuellen Wissens

Bei der Konnotation mangels kontextuellen Wissens „wird ein Begriff, dessen Bedeutung in der mathematischen Aufgabenstellung verbindlich ist, mit Bezug auf einen anderen Kontext interpretiert“. (Pesch 1996, S.117)

Im Mathematikunterricht wird oft davon ausgegangen, dass Schülern gewisse Grundkenntnisse und Techniken bekannt sind und dass die Schüler unter gewissen Umständen das Gleiche verstehen wie die Lehrperson. Wenn es nun einem Schüler an diesem kontextuellen Wissen fehlt, so macht er von seinen eigenen Interpretationen Gebrauch. (vgl. Pesch 1996, S.117)

Konnotation infolge semantischer Unbestimmtheit

Bei der Konnotation infolge semantischer Unbestimmtheit wird die Aufgabenstellung vom Schüler zwar beachtet, jedoch nicht in der Weise, wie es von der Lehrperson beabsichtigt war. Schüler haben oft keine Schwierigkeiten mit den auszuführenden Operationen, sie kommen jedoch aufgrund unzureichenden Begriffsverständnisses zu falschen Lösungen. (vgl. Pesch 1996, S.122)

Konnotation durch Regress auf Erfahrung

Man spricht von der Fehlerursache Konnotation durch Regress auf Erfahrung, wenn ein Schüler bei einer Aufgabenstellung an der genauen Aussage zweifelt und somit die für ihn fehlende Konnotation ergänzen muss, indem er auf Vorerfahrungen zurückgreift. (vgl. Pesch 1996, S.130)

4.4.2. Kognitive Fehlerursachen bei der Informationsverarbeitung

Gebrauch einer falschen Prozedur

Im Mathematikunterricht werden bestimmte Prozeduren bzw. Lösungsverfahren bei der Bearbeitung einer Aufgabe von der Lehrperson eingeführt. Unter Umständen kommt es zu einer Auffassung einer falschen Prozedur, die sich bei häufigem Verwenden fest einprägt. (vgl. Pesch 1996, S.131)

Als Beispiel dafür sei ein Fehler genannt, der sich häufig beim Umwandeln von Größen wiederfindet: $0,97 \text{ kg} = 97 \text{ g}$

Dabei wird die Zahl nach dem Komma als Maß für die kleinere Einheit aufgefasst.

Nichterkennen von Bedingungen

Wird im Unterricht ein neues Verfahren eingeführt, so wird dieses durch Übung anhand vieler Beispiele gefestigt. Bei verschiedenen Aufgaben muss der Schüler die Bedingungen für die Anwendung eines korrekten Verfahrens erkennen und bestimmen und er muss wissen, welche Technik anwendbar ist. Oftmals werden Bedingungen von den Schülern nicht beachtet, was eine Übergeneralisierung des Verfahrens zur Folge hat. (vgl. Pesch 1996, S.144)

5. Umgang mit Fehlern im Mathematikunterricht im Lauf der Zeit

Der Umgang mit Fehlern wird in der Mathematikdidaktik leider nur sehr selten behandelt. Lange Zeit wurde die Ansicht vertreten, dass Fehler im schulischen Lernen verboten sind und vermieden werden müssen. Seit den späten Achtzigerjahren kam es zu einem Umdenken bezüglich Fehler, auch bezüglich des Mathematikunterrichts. Dazu möchte ich eine Mathematiklehrerin erwähnen, die ihren Unterricht nach Wagenscheins Grundsatz „sich mit dem Denken der Kinder zu verbünden“ abhält und zu folgender Erkenntnis gelangte: „Fehler sind absolut notwendige Schritte auf dem Wege des selbstständigen Denkens und nicht nur in dem Sinne, dass man aus Fehlern lernen soll. Kinder, die ihren eigenen Erfahrungen, ihrem Wissen und ihrer Logik folgen, kommen zu anderen Erkenntnissen als wir Erwachsenen, aber diese Erkenntnisse sind wirklich verwurzelt.“ (Glänzel/Schütte 1994, S.13)

Durch Fritz Oser und seine Mitarbeiter wird seit dem Ende der Neunzigerjahre vermehrt von einer sogenannten *Fehlerkultur* in der Schule gesprochen. Ziel der neuen positiven Fehlerkultur in der Schule ist es, wegzugehen von Perfektion und der Ansicht, nur das Richtige zuzulassen. „Es sollte um einen offenen Umgang, Verantwortung und Strategien zur Vermeidung gewichtiger Fehler gehen: um Fehlerkompetenz.“ (Bogensberger/Nigischer 2009, S.31) Im Kapitel 8 wird das Thema der positiven Fehlerkultur im Unterricht näher erläutert.

Beschäftigt man sich mit den wenigen Publikationen, die es in der Mathematikdidaktik zum Thema Umgang mit Fehlern gibt, so wird schnell ersichtlich, dass im Unterricht im Allgemeinen oft keine Heranführung an eine positive Fehlerkultur vorgenommen wird. Die meisten im Unterricht vorkommenden Fehler werden von der Lehrperson oft fälschlicherweise in die Kategorie der Flüchtigkeitsfehler eingeordnet und somit wird ihnen keine weitere Beachtung geschenkt. Wie bereits in Kapitel 3 erwähnt, machen Flüchtigkeitsfehler jedoch nur einen kleinen Teil, etwa 10 – 30 % der Schülerfehler aus. Durch den oft sehr lehrerzentrierten Unterricht und der hohen Schüleranzahl einer Klasse, ist der Lehrperson die Beschäftigung mit den individuellen Fehlerursachen der Schüler oft nicht möglich. Wahrscheinlich ist die hohe Zahl an vermeintlichen, in der

Praxis vorkommenden Flüchtigkeitsfehlern auf die eher oberflächliche Sichtweise, die Lehrpersonen auf Schülerfehler werfen, zurückzuführen. (vgl. Schoy-Lutz 2005, S.46)

Auch Reinhard Kahl plädiert für eine Änderung des Mathematikunterrichts und vor allem für einen veränderten Umgang mit Fehlern. Kahl setzt sich für ein „Lob des Fehlers“ ein, das wie er meint für Lehrpersonen nach „Teufelsbeitrag“ klingen muss. „Schließlich sitzen uns Fehlerangst und Fehlervermeidung tief in den Knochen. (...) Noch immer ist die Suche nach dem Fehler in vielen Schulen die bevorzugte Inquisition.“ (Kahl 1995, S.14)

Besonders das „Entweder-Oder-Denken“, das eine Unterdrückung des Fehlers hervorruft, erachtet Kahl im Mathematikunterricht als äußerst problematisch, da dadurch das Denken zu neuen Wegen und Lösungen verdrängt wird. Kahl betont: „Die Fehleraustreibung ist in Schulen längst noch nicht abgeblasen. Der Fehler ist der Feind. Lehrer sind Fehlerjäger. Zwar geben sie neuerdings häufiger zu, dass Schüler auch aus Fehlern lernen sollten, weil die Begegnung mit ihnen ja läutert. Dann aber ist Schluss. Richtig sollen wir es machen. Wie denn sonst?“ (Kahl 1995, S.14)

Schon Baruk (1989) beschäftigte sich mit der Bedeutung von Fehlern für den Mathematikunterricht und kritisiert, wie auch Kahl, den Mathematikunterricht, in dem Schüler zu „Automathen² mit begrenzter Leistung, bedroht durch jegliche Form und jegliche Formulierung, die nicht genau passt“ werden. (Baruk 1989, S.343)

Gerade im Mathematikunterricht ist es oft so, dass von der Lehrperson ein „Rezept“ vorgegeben wird und Schüler die Aufgaben häufig nur „antwortorientiert“ und nicht „verstehensorientiert“ lösen. (vgl. Holt 1964)

Dies wird in den sogenannten „Kapitänsaufgaben“ besonders deutlich ersichtlich. Die Mathematikerin Baruk erzählt in ihrem Buch von einer Lehrperson, die ihren Schülern folgende Aufgabe zu lösen gab: „Auf einem Schiff befinden sich 26 Schafe und 10 Ziegen. Wie alt ist der Kapitän?“ (Baruk 1989, S.30) 76 von 97 Erst- und Zweitklässlern errechneten bei dieser Aufgabe eine „Lösung“. Je älter die Schüler, also je höher die Klassenstufe, umso mehr Schüler kamen zu einer „Lösung“ mit den Zahlen, die in der Aufgabenstellung vorkommen.

² Das Kunstwort *Automath*, eine Verschmelzung der Wörter Automat und Mathematik, wurde von Stella Baruk (1989) eingeführt.

Wird dieselbe Aufgabe jedoch außerhalb des Unterrichts gestellt, so wird viel mehr anstatt einfach loszurechnen, herausgefunden, dass es nicht möglich ist, diese Aufgabe zu lösen. Es wirft sich die Frage auf, warum Schüler im Mathematikunterricht häufig sofort zu rechnen beginnen, sobald sie eine Aufgabe vor sich haben. Eine Schülerin begründete ihre errechnete Lösung der „Kapitänsaufgabe“ folgendermaßen: „Eigentlich kann das nicht stimmen. Aber sonst kann man ja nichts rechnen.“ (Selter, Spiegel 2003, S.10) Ein anderer Schüler merkte an: „In der Schule hat doch jede Aufgabe eine Lösung.“ (Reusser 1999, S. 211) Diesem „Fehler“ des „Lösens“ einer offensichtlich absurden, unlösbaren Aufgabe, liegt also eine überraschende Strategie zugrunde, die durch den Unterricht unabsichtlich entsteht. (vgl. Lutz-Westphal 2005, S.3)

Auch Radatz (1983) und Stern (1992) heben hervor, dass im Mathematikunterricht Aufgaben oft nur rein mechanisch gelöst werden, der Inhalt der Aufgabe dabei häufig gar nicht verstanden wird. Dass Schüler ihre Lösungen oft nicht überdenken und überprüfen, wird auch in Antworten, wie „Man benötigt 3 ½ LKWs“ ersichtlich.

„Die Berechnung eines Ergebnisses spielt sich im Mathematikunterricht ab, daher wird der Lösung keinerlei praktischer Wert zugemessen.“ (Lutz-Westphal 2005, S.4)

Es ist äußerst wichtig, dass Lehrpersonen mit Fehlern im Unterricht richtig umgehen können und dass sie sich „vom Bild einer Schule lösen, der es vor allem um die Vermittlung statischer Auffassungen von falsch und richtig, Lösung und Fehler geht“. (Weingardt 2012, S.7)

6. Fehlersituationen – eine pädagogische Herausforderung für die Lehrperson

6.1. Klassifikation von Fehlersituationen im Unterricht

Zu einer groben Klassifikation von Fehlersituationen im Unterricht beschreiben Spychiger, Oser, Hascher & Mahler (1999) diese auf 2 Achsen (Lernorientierung und Lernklima). Daraus ergeben sich 4 Fehlersituationstypen, die in Bezug auf die Art und Weise des Umgangs mit Fehlern klar voneinander abweichen.

Situationstyp 1: lernorientiert / klima-positiv

- In der Situation ist Zeit für die Korrektur der Fehler.
- Die Fehlersituation ist für den Schüler nicht mit Angst verbunden. Der Schüler wird nicht blamiert oder entmutigt, es liegt also keine lernhemmende Situation vor.

Typ 1 erfüllt die Ansprüche an eine positive Fehlerkultur, also an einen produktiven Umgang mit Fehlern.

Situationstyp 2: lernorientiert / klima-negativ

- Mangel in der Klimadimension liegt vor.
- Durch das negative Klima besteht die Gefahr, dass der Lernprozess nicht wirksam ist bzw. dass der Lerneffekt zerstört wird. Außerdem ist das Risiko vorhanden, dass Schüler in einer solchen Fehlersituation den Mut zum Fehlermachen verlieren.

Typ 1 erfüllt die Ansprüche an einen lernförderlichen, guten Umgang mit Fehlern nicht.

Situationstyp 3: nicht (oder wenig) lernorientiert / klima-positiv

- Der Fehler wird nicht geklärt oder behandelt, es besteht jedoch ein gutes Lernklima.
- Die Lehrperson korrigiert den Fehler beispielsweise nicht, weil sie kein Lernpotenzial in ihm sieht, weil sie den Unterrichtsfluss nicht stören möchte oder aber da sie die Eifrigkeit des Schülers nicht hemmen möchte.

Typ 3 erfüllt die Ansprüche an einen produktiven Umgang mit Fehlern nicht.

Situationstyp 4: nicht (oder wenig) lernorientiert / klima-negativ

- Der Fehler bleibt ungeklärt.
- Der Schüler geht entmutigt und bloßgestellt aus der Situation hervor.
- Es ist kein Fortschritt im Lernprozess möglich.

Typ 4 ist eindeutig der schlechteste Typ, der absolut keinen lernförderlichen Umgang mit Fehlern darstellt.

Bei dieser Klassifikation von verschiedenen Fehlersituationstypen wird ersichtlich, dass das Lernklima eine wichtige Rolle spielt. Man kann also von keinem produktiven Umgang mit Schülerfehlern sprechen, wenn die Lehrperson zwar eine Fehlerkorrektur vornimmt, den Schüler dabei aber bloßstellt oder entmutigt.

Neben den Achsen der Lernorientierung und der Klimadimension, sind für Fehlersituationen auch noch zwei weitere Achsen von Bedeutung: die Form der Interaktion und der Ort im Lernprozess. (vgl. Spychiger et al. 1999, S. 53) Diese können allerdings in die oben angeführte Klassifikation nicht eingebunden werden, da sie „jeweils pro Situation eine moderierende Rolle spielen“. (Spychiger et al. 1999, S. 53)

Spychiger und ihre Kollegen konnten durch Unterrichtsbeobachtungen feststellen, dass die Interaktionsform von großer Bedeutung für den erfolgreichen Umgang mit Fehlern ist. Im Frontalunterricht findet man meist keinen produktiven Fehlerumgang vor, da in dieser Unterrichtsform die Lehrperson oft aufgrund von Zeitmangel nicht intensiv auf einen Fehler eingeht.

Morawietz (1997, S.241) ist der Meinung, dass Interaktionsformen wie der Offene Unterricht, bei dem die Schüler ein Mitspracherecht in der Auswahl von Lerninhalten und Methoden haben, für einen produktiven Umgang mit Fehlern besonders gut geeignet sind.

6.2. Die Wichtigkeit der didaktischen Kompetenz der Lehrperson in Fehlersituationen

Lehrpersonen sind im Unterricht tagtäglich mit Schülerfehlern konfrontiert, auf die eine Reaktion folgen soll bzw. muss. Dabei ist die didaktische Kompetenz der Lehrperson gefragt, sodass sie plötzlich im Unterricht auftretende Fehler erkennen und für den Lernprozess förderlich damit umgehen kann.

Wie bereits erwähnt, werden Fehler oft einfachheitshalber als Flüchtigkeitsfehler abgetan, obwohl der Anteil dieser im Hinblick auf die gesamten Schülerfehler äußerst gering ist und „auch den scheinbar wirrsten Fehlleistungen vielfach eine verkehrte mathematische Systematik zugrunde liegt“. (Schoy-Lutz 2005, S.62) Dies zeigten Fehleranalysen und Forschungsergebnisse der Mathematikdidaktik in den letzten Jahrzehnten.

Dadurch wird deutlich, welche lehrreiche, kreative Gedankengänge in den Lösungswegen der Schüler liegen, sodass es als Lehrperson eine äußerst schwierige Aufgabe ist, sich in die Denkprozesse der Schüler hineinzusetzen und sie zu verstehen.

Leider hinterfragen Lehrpersonen oft falsche Ergebnisse oder fehlerhafte Meldungen ihrer Schüler nicht. Für sie ist die Lösung der Aufgabe wichtig. Der Prozess, wie das Problem gelöst wurde, ist für viele Lehrpersonen nicht von Bedeutung. Für einen lernförderlichen Umgang mit Fehlern sind jedoch das Hineinversetzen in die Schüler und das Anknüpfen an deren Denkvorgänge unumgänglich, denn die „Fehlleistungen der Schüler im Mathematikunterricht geben Auskunft über Defizite des aufgabenrelevanten Vorwissens und die damit verknüpften Prozesse der Informationsaufnahme und Informationsverarbeitung bzw. die individuellen Strategien der Problemlösung.“ (Radatz 1980a, S.140)

Die Lehrperson sollte im Unterricht Fehlersituationen einen Platz einräumen und diese nicht grundsätzlich vermeiden zu versuchen. Schüler müssen im Mathematikunterricht in Übungs- und Erarbeitungsphasen Gelegenheiten zum Fehlermachen erhalten, damit ein Lernen aus Fehlern überhaupt erst möglich wird.

Wird sichtbar, dass Fehler für den Lernprozess der Schüler förderlich sind, so soll die Lehrperson die Schüler zum Fehlermachen sogar ermutigen.

Es wird deutlich, dass für einen produktiven, lernförderlichen Fehlerumgang eine hohe didaktische Lehrerkompetenz Voraussetzung ist. Neben dem hohen didaktischen Wissen der Lehrperson, sind auch noch ein hohes Wissen über das Fach, sowie ein gutes Wissen über die Schüler erforderlich – ein produktiver Umgang mit Fehlern fordert von der Lehrperson also „fach-, lernprozess- und personbezogenes Wissen“, das sie in konkreten Fehlersituationen einsetzen kann. (Spychiger/Oser/Hascher/Mahler 1999, S.48)

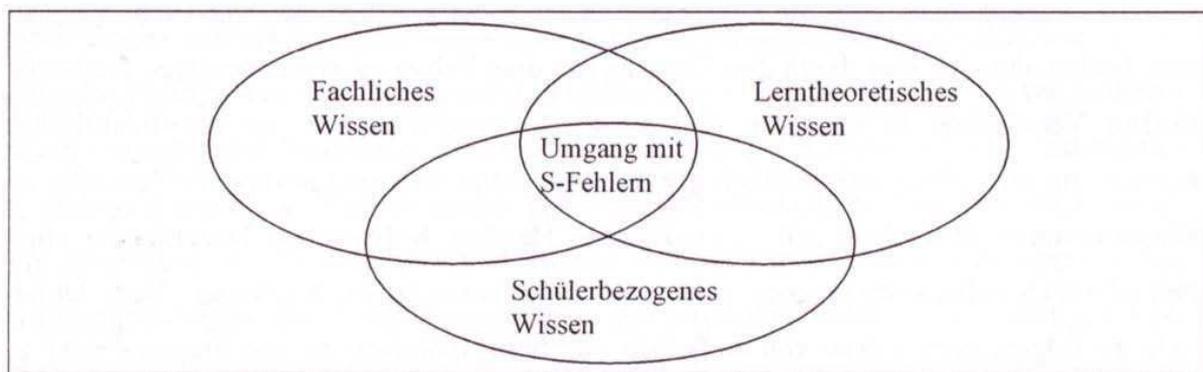


Abb. 6.1: Wissens Ebenen der Lehrperson im Umgang mit Fehlersituationen (aus Schoy-Lutz 2005, S.64)

6.3. Grundhaltungen der Lehrperson zum Umgang mit Fehlern im Unterricht

Grundsätzlich können zwei verschiedene Sichtweisen auf Fehler unterschieden werden: Fehler als Makel (behavioristisch geprägte Sichtweise) und Fehler als Lernchance (konstruktivistisch geprägte Sichtweise). (vgl. Schoy-Lutz 2005, S.51)

Gerade zu Beginn der Fehlerforschung wurden Fehler als eine Abweichung vom Richtigen gesehen - als Defizit, als Makel. Hat eine Lehrperson diese Sichtweise auf Fehler, so ist die Ausmerzung von Fehlern im Unterricht das Ziel. Der Unterricht beruht in diesem Fall hauptsächlich auf Fehlervermeidung, was zur Folge hat, dass die Schüler auf diejenige Lösung hinarbeiten, die von der Lehrperson als „richtig“ erachtet wird. (vgl. Weingardt 2004, S.122f.) Es scheint, als wäre eine solche Einstellung in der Schule fest verankert.

Vielfach bemerkt man im Unterricht die Auffassung, dass Fehler den Lernprozess hindern, von der Norm abweichen und dass Fehler etwas Negatives sind. (vgl. Schoy-Lutz 2005, S.51)

Dies hat zur Folge, dass aus Fehlern zwar gelernt wird, „sie künftig zu vermeiden oder zu vertuschen, nicht aber, wie nach begangenen Fehlern Denk- und Lösungsprozesse verändert und verbessert werden können“. (Wuttke/ Seifried/Mindnich 2008, S.91)

Die gegenteilige Sichtweise – Fehler als Lernchance – kann man in der früheren Literatur kaum finden. Eine Ausnahme bildet Weimer (1926, 1939), der darauf hinwies, dass in Fehlern möglicherweise Lernpotenzial stecken könnte, „da Lernende dadurch ‚besser verstehen‘, eigene Leistungen einschätzen können und selbstkritisches Handeln gefördert werde“. (Wuttke/Seifried/Mindnich 2008, S.91) Wird die Auffassung von Fehlern als Lernquelle vertreten, so fühlt sich die Lehrperson aufgefordert, einen Blick nach innen zu werfen und die Denkstrategien der Schüler zu hinterfragen.

Viele Leute verbinden Mathematik in der Schule mit schlechten Erfahrungen und Erinnerungen, „nicht zuletzt wohl auch deshalb, weil Fehler, die sie als Lernende notwendigerweise gemacht haben, eine negative Wertung zurückließen. So haben sie – was allzu viele Schülerinnen und Schüler noch immer tun – sich Strategien der vordergründigen Fehlervermeidung angewöhnt: Lieber nichts tun als etwas Falsches!“ (Jundt 1998, S.12-13)

In den letzten Jahrzehnten wird glücklicherweise immer mehr angezweifelt, dass die Negativbewertung der Fehler und die absolute Fehlervermeidung für den Lernprozess sinnvoll sind. Es ist also auch in der Schule bemerkbar, dass immer mehr Lehrpersonen Fehler als notwendige Bestandteile und Etappen im Lernprozess ansehen, die wichtige Lernchancen eröffnen können.

Eine positive Sichtweise auf Fehler allein reicht allerdings für einen produktiven Umgang mit Fehlern im Unterricht nicht aus. Oft scheitert es daran, dass Lehrpersonen nicht richtig auf Fehler reagieren und mit ihnen arbeiten können.

6.4. Schemata des Umgangs mit Fehlern im Unterricht

Der Umgang mit Fehlleistungen von Schülern wird von verschiedenen Lehrkräften unterschiedlich gehandhabt. Es gibt jedoch gewisse typische Strukturen unterrichtlichen Umgangs mit Fehlern, die man im Unterricht immer wieder beobachten kann. Einige davon möchte ich im Folgenden näher erklären. (vgl. Oser/Hascher/Spychiger 1999, S.25ff)

6.4.1. Bermuda-Dreieck

Mathematikstunde, in der es um die Berechnung des Umfangs von geometrischen Figuren geht (aus Oser/Spychiger 2005, S.162):

Lehrerin: „Wie kann man den Umfang eines Rechtecks berechnen?“

Einige Schüler zeigen auf und melden sich.

Lehrerin: „Ja, du, Moritz“

Moritz: „Länge mal Breite“

Nach einem kurzen Moment voll Schweigen:

Lehrerin: „Ich hab ‚Umfang‘ gesagt“

In diesem Moment ruft die junge Lehrerin eine andere Schülerin auf, die sich ebenfalls meldete.

Susanna: „Seite plus Seite mal 2“ Anhand Susannas Vorschlag (richtig für den Umfang des Quadrats) erklärt die Lehrerin schließlich die richtige Lösung „Länge plus Breite mal 2“

Als die Lehrerin abschließend die Formel an die Tafel schreiben möchte und die Schülerin nun fragt „Wie heißt nun die richtige Formel?“ antwortet ein Schüler „Länge mal Breite.“

(Oser/Spychiger 2005, S.162)

Kennen wir nicht alle solche Unterrichts- bzw. Fehlersituationen? Solche Gespräche sind im Unterricht sehr häufig aufzufinden. Fritz Oser und seine Forschungsgruppe gebrauchen für derartige Situationen den Begriff „Bermuda-Dreieck der Fehlerkorrektur“, welches vor allem im Frontalunterricht vermehrt auftritt.

Die Lehrkraft wirft dabei also eine Frage oder ein Problem in den Raum und ruft einen Schüler auf. Beantwortet dieser die Frage nicht richtig, enthält der Lösungsvorschlag des aufgerufenen Schülers Lücken oder sagt dieser etwas Unerwünschtes, so nimmt die

Lehrperson einen anderen Schüler dran, von dem die richtige Antwort erwartet wird und hofft dabei, dass sich die Schüler gegenseitig korrigieren. Diese Situation ist oft verbunden mit einem Kommentar der Lehrkraft, wie „Nicht ganz korrekt.“ oder „Wer kann ihm helfen?“. Dem ersten aufgerufenen Schüler wird somit die Möglichkeit genommen, seinen Fehler selbst auszubessern. Dieser Schüler wird sich somit links liegen gelassen fühlen und eventuell seine Anstrengung vermindern und nicht mehr aktiv am Unterricht teilnehmen. (vgl. Oser/Spychiger 2005, S.162)

Damit der erste Schüler keine falschen Vorstellungen beziehungsweise Konzepte verfestigt, sollte die Lehrperson, im Gegensatz zum Aufrufen eines anderen Schülers, versuchen, dem Schüler Hinweise für den richtigen Lösungsweg zu geben und ihn wieder positiv ins Gespräch einzubinden.

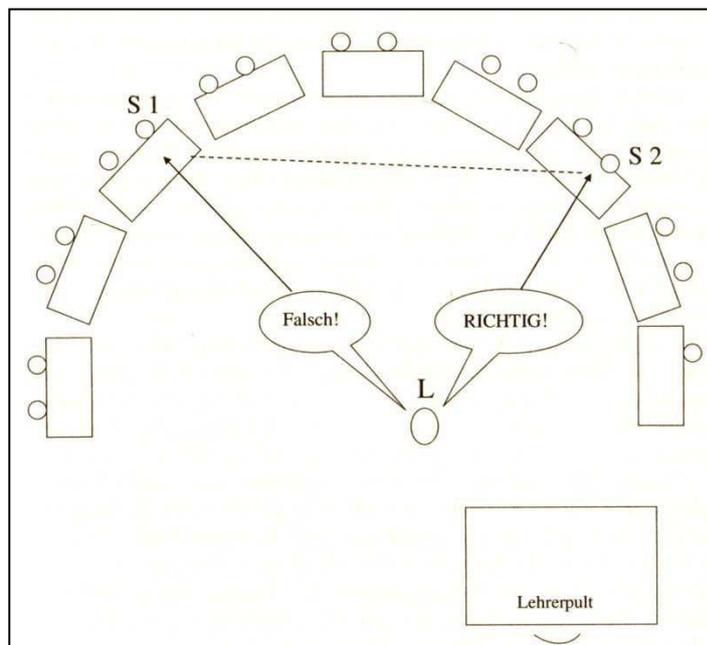


Abb. 6.2: Bermudadreieck der Fehlerkorrektur (aus Oser/Spychiger 2005, S.163)

Die Problematik am Bermuda-Dreieck der Fehlerkorrektur ist, dass dabei niemand etwas lernt. Da alles so schnell erfolgt, kann die richtige Lösung von den Schülern kaum aufgefasst werden und durch das Übergehen des vom ersten Schüler begangenen Fehlers werden oft Lerngelegenheiten übersehen und verschenkt.

„Der Inhalt des Lernens steht nicht mehr im Zentrum, sondern das Ergebnis einer Leistung bzw. das Versagen in einer Leistungssituation. Der Lerninhalt bzw. das

Lernpotential dieser Situation ‚verschwindet‘ wie ein Flugzeug im Bermuda-Dreieck.“ (Oser/Hascher/Spychiger 1999, S.27)

Dieser Umgang mit Fehlern im Unterricht wird von Lehrpersonen meist damit begründet, dass sie das Klima aufrecht erhalten möchten bzw. damit es zu keiner Unterbrechung des Unterrichtsflusses kommt. Außerdem wollen sie den Schüler, der einen Fehler gemacht hat, nicht weiter belästigen.

6.4.2. Vorwegnehmen von Fehlern

Wenn eine Lehrperson einen neuen Lernstoff einführt und erklärt und dabei sofort auf „fehleranfällige“ Stellen hinweist, so spricht man von Vorwegnehmen von Fehlern, was im Unterricht nicht selten vorkommt. Dies konnten Oser, Hascher und Spsychiger (1999) in ihren Unterrichtsbeobachtungen feststellen. Ein typisches Beispiel für das Antizipieren von Fehlern im Mathematikunterricht wäre, wenn sofort nach Einführung des Lehrsatzes des Pythagoras hervorgehoben wird, dass man aus der Summe von Quadraten nicht gliedweise die Wurzel ziehen darf. Oft kommt es vor, dass Lehrkräfte bei der Erklärung eines neuen Lernstoffs vielmehr die Schüler darauf aufmerksam machen, was falsch ist, als dass sie auf das Richtige hinweisen. (vgl. Oser/Hascher/Spychiger 1999, S.25)

Oser, Hascher und Spsychiger (1999) meinen, dass vorwegnehmendes Fehlerwissen wenig zum produktiven Umgang mit Fehlern im Unterricht beiträgt und gehen von der Notwendigkeit aus, eigene Fehler begehen zu müssen, um daraus lernen zu können.

6.4.3. Publikmachen von Fehlern

Das Publikmachen von Fehlern ist eine weitere Maßnahme, die betreffend den Umgang mit Fehlern im Unterricht oft beobachtet werden konnte. Dabei werden Fehler, die von einzelnen oder mehreren Schülern gemacht wurden, allen Schülern in der Klasse mitgeteilt.

Der Nachteil dieser Maßnahme ist, dass sich die Lernenden dabei oft frustriert, verletzt oder bloßgestellt fühlen, wodurch das Lernen aus Fehlern verschwindet. Um dies zu vermeiden, wäre es sicher von Vorteil, wenn das Publikmachen von Fehlleistungen der Schüler anonym erfolgen würde. (vgl. Oser/Hascher/Spychiger 1999, S.26)

6.5. Fehlervermeidungsdidaktik contra Fehleraufsuchdidaktik

Nicht selten wird der Unterricht von Lehrpersonen didaktisch so aufbereitet, dass es gar nicht zu Fehlern kommen kann. In diesem Falle, wo absolut fehlerfreies Lernen erwünscht ist, spricht man von einer Fehlervermeidungsdidaktik, die jedoch nicht sofort erkennbar ist.

Ein Beispiel, das ich aus den Untersuchungen zu Fehlersituationen von Oser und seinen Mitarbeitern übernommen habe, möchte ich im Folgenden anführen:

Mathematikunterricht Sekundarstufe II, Thema: Vektoren

Lehrperson	Schüler
<p>(Besprechungen an der Tafel)</p> <p>Ich komme auf das zurück, was ich vorher gesagt habe... Die Höhe steht senkrecht auf der Grundfläche. Die Frage ist, bis wohin geht die Höhe? Wie weit muss ich sie zeichnen?</p>	<p>Kurze Pause</p>
<p>Ziemlich weit oben. Es ist schwierig sie zu zeichnen (Lehrer zeichnet die Höhe). Und das ist die Höhe. Wichtig ist, dass es ein Punkt auf der Deckfläche ist.</p>	<p>S: „Kann man sie auch so zeichnen?“</p>
<p>Eben, ich zeige es euch nochmals (Lehrer nimmt ein Buch und zeigt die Höhe). Hier noch einmal die Höhe. Wo liegt der rechte Winkel? (Lehrer schaut die Klasse an) Hier haben wir den rechten Winkel, einverstanden? Es ist ein bisschen schwierig für die Vorstellung. Es ist nicht so einfach, den rechten Winkel einzuzeichnen. Das ist wichtig, weil wir mit diesem Winkel weiterarbeiten können. (Lehrer zeigt den Winkel am Geodreieck). Damit lässt sich die Höhe bestimmen.</p>	

(Oser/Spychiger 2005, S.180)

Diese Unterrichtssequenz ist eine Wiederholung von bereits gelerntem Stoff. Die Lehrperson hält den Unterricht jedoch so ab, als ob neuer Lernstoff eingeführt wird. Die Antworten, der vom Lehrer gestellten Fragen, werden von ihm selbst gegeben.

Ziel der Lehrperson ist es in diesem Fall, den Stoff so schnell wie möglich zu vermitteln. Da bleibt keine Zeit für Interaktionen der Schüler oder für eine intensive Beschäftigung mit Fehlern, deshalb ist der Unterricht so gestaltet, dass Schülerfehler gar nicht passieren können. „Der Verweis auf die Zeit ist eine Art Verdrängung des notwendigen, aber eben ‚schmerzhaften‘ Umgangs mit dem Falschen.“ (Oser/Spychiger 2005, S.122)

Fehlervermeidung sollte nur dann zum Tragen kommen, wenn das Fehlermachen den Lernprozess eher hemmt als fördert, bzw. wenn das Begehen von Fehlern gravierende Konsequenzen hervorruft.

Als Gegenkonzept zur Fehlervermeidungsdidaktik soll die **Fehlerermutigungsdidaktik** erwähnt werden, die oft durch den von Bettina Blanck entwickelten Begriff **Fehleraufsuchdidaktik** ergänzt wird. (vgl. Oser/Spychiger 2005, S.165)

Die Fehlerermutigungsdidaktik hat vorrangig zum Ziel, die Angst vor Fehlern zu mindern und dass das Fehlermachen beim Lernprozess als „normal“ betrachtet wird. Wichtig dabei ist die Ansicht, dass Fehler unter Umständen durchaus förderlich sein können. Die Fehleraufsuchdidaktik konzentriert sich im Gegensatz dazu eher auf die Verbesserung von schon vorhandenen Konzepten. (vgl. Oser/Spychiger 2005, S.167)

In der folgenden Tabelle von Oser und Spychiger (2005) wird die Gegenüberstellung von Aspekten der Fehlervermeidungsdidaktik und Möglichkeiten einer Fehlerermutigungsdidaktik dargestellt.

Unterrichtliche Parameter	Fehlervermeidungsdidaktik	Fehlerermutigungsdidaktik
Unterrichtsformen	Frontalunterricht, Einzelarbeit	Klassengespräch, Partnerarbeit, Einzelarbeit, Gruppenarbeit
Lehrperson	ist aktiv, steht im Zentrum, führt Monologe	regt Dialoge an, unterstützt Schüleräußerungen
die Lernenden	sind passiv, reagieren auf Lehrperson	sind aktiv, im Zentrum, interagieren
der Lernstoff	ist in kleine und kleinste Schritte aufgegliedert, Lernziele und Lernschritte sind durch die Lehrperson und den Lehr-Lern-Plan vorgegeben (Rigidität)	ist in größere Einheiten gefasst, Lernziele sind für die Lernenden, transparent; Lernschritte werden von Lehrperson und einzelnen Lernenden entworfen und überdacht (Flexibilität)
die Frage im Unterricht	die Lehrperson fragt die Lernenden (stellt W-Fragen, Kontrollfragen, unechte Fragen, Ketten-Fragen)	die Lernenden stellen eigene Fragen, Fragen an Mitlernende und die Lehrperson; Lehrperson stellt echte Fragen

Antworten	die Lernenden geben kurze Antworten, falsche A. werden oft übergangen oder selber korrigiert, Lehrperson bewertet S-Antworten	Lernende geben längere Antworten, beantworten auch Fragen von Mitschülern und Mitschülerinnen, Lehrperson beantwortet S-Fragen
Rückmeldung	Lehrperson bewertet Fehler negativ oder ignoriert falsche Antworten; Fixierung auf richtige Lösungen; Lernende vermeiden Fehler; Wissen-Können (Einweg-Lernprozess)	Fehler sind nicht tabuisiert, werden genannt, besprochen, ausgewertet; Ermunterung der Lernenden zu anderen, neuen, besseren Lösungswegen durch Dialog; Wissen-Können (Mehrweg-Lernprozess), auch die Lernenden geben Rückmeldungen, sprechen miteinander
Bewertung des Lernprozesses	ist lehrerzentriert, Lehrperson begleitet, kommentiert, bewertet Lernprozess der Schüler/innen, Lernende sind einseitig in der Rolle der Empfänger	Lernende und Lehrperson nehmen Stellung zu Leistung der Lernenden, sagen eigene Meinung, Lernende sind selbstkritisch, offen, bewerten eigene Lernprozesse mit Unterstützung der Lehrperson
Zeit	Lehrperson erwartet schnelle Reaktion der Lernenden, lässt Zeitdruck entstehen	Lernende haben genügend Zeit zum Denken und Formulieren
Klassenklima	ist gezeichnet durch die Aktivität der Lehrperson, es herrschen Ruhe und Disziplin, die Schüler/innen wirken phasenweise gelangweilt oder aber angespannt. Die Lehrperson steht im Mittelpunkt, Schüler/innen sind in der passiven Rolle	ist angeregt, aber entspannt, Disziplin ist vorhanden, Lehrperson ebenso wie Lernende sind aktiv und stehen im Austausch

Tab. 6.1: Fehlervermeidungsdidaktik vs. Fehlerermutigungsdidaktik

(aus Oser, Spychiger 2005, S. 166)

6.6. Lehrerreaktionen auf einen Fehler

Die Art und Weise der Reaktionen auf einen Fehler kann durch die Lehrperson unterschiedlich erfolgen und ist in einer Fehlersituation sehr entscheidend.

Die Lehrperson kann den Schüler wegen einem Fehler bestrafen, sie kann sich gemeinsam mit dem Schüler damit auseinandersetzen, sie kann aber auch gar nicht auf den Fehler reagieren.

6.6.1. Drei Arten der Fehlermitteilung nach Morawietz

Nach Morawietz „umfassen Reaktionen auf einen Fehler eine erste Stufe mit Information über das Vorliegen eines Fehlers und weitere Stufen mit „inhaltlichen und formalen

Hilfen“. (Morawietz 1997, S. 232) Er unterscheidet in seinem Artikel „*Fehler kreativ nutzen, Stress verringern, Unterricht öffnen*“ drei verschiedene Arten der Fehlermitteilung: diffamierendes, neutrales und ermunterndes Informieren.

Erhält ein Schüler von der Lehrperson Antworten, wie „Unsinn, pass doch besser auf!“ oder „Wenn du den Mund aufmachst, kommt nur Müll heraus!“ auf seinen Fehler, so spricht man von einer diffamierenden, also negativen Fehlermitteilung. Dabei kommt es zu einer Bloßstellung des Schülers als Mensch, sowie zu einer Einschüchterung und zur Entwicklung von Ängsten. (Morawietz 1997, S.233)

Von einer neutralen Mitteilung eines Fehlers ist die Rede, wenn allein auf die Existenz eines Fehlers hingewiesen wird, wenn also der Schüler informiert wird, dass ein Fehler vorliegt. Als Beispiele dafür sind zu nennen: „Das stimmt nicht!“, „Das ist falsch!“, „Nicht richtig!“. (Morawietz 1997, S.233)

Bei der ermunternden Fehlermitteilung wird der Schüler durch die Abschwächung der Bedeutung eines Fehlers zum Weiterarbeiten ermutigt, wie folgende Beispiele veranschaulichen: „Fast richtig, versuche es noch einmal!“, „Leider falsch. Wenn du weiter nachdenkst, findest du die Lösung bestimmt!“, „Gut überlegt, aber leider in die falsche Richtung!“ (Morawietz 1997, S.233)

Reaktionen der Art: „Denke an die entscheidenden Faktoren des Geschehens!“, „Was war die Ausgangslage, was folgte, was ist die Endsituation?“ gehören laut Morawietz (1997) in die weiteren Stufen, die, wie bereits erwähnt, inhaltliche und formale Hilfen beinhalten.

Inhaltliche Hilfen umfassen Teillösungen der Aufgabe, damit die Schüler mehr Informationen zur Verfügung haben und somit die restlichen Lösungsschritte leichter durchführen können.

Von formalen Hilfen spricht man, wenn es sich um strategische und methodische Hilfestellungen zur Lösung des Problems handelt, durch die die Schüler die Möglichkeit erhalten, ihnen bekannte Elemente der Lösung neu zu ordnen und somit auf die richtige Reihenfolge der einzelnen Lösungsschritte kommen können. (vgl. Morawietz 1997, S.233)

6.6.2. Regeln für motivierende Rückmeldungen in Fehlersituationen

Rollett stellte Regeln für motivierende Rückmeldungen in Fehlersituationen auf, die eine Lehrperson für den guten Umgang mit Schülerfehlern beachten und einhalten sollte:

<p style="text-align: center;"><i>Regeln für motivierende Rückmeldungen</i></p> <p><i>Bei Erfolg:</i></p> <p>Geben Sie dem Schüler/der Schülerin ein <i>differenziertes Lob</i>, d.h. eine Rückmeldung, bei der nicht nur ein Lob ausgesprochen, sondern den Lernenden auch mitgeteilt wird, was an ihrer Leistung besonders war.</p> <p><i>Bei Misserfolg:</i></p> <ol style="list-style-type: none">1. Zeigen oder sagen Sie dem Schüler/der Schülerin <i>ohne Tadel</i> den Fehler und fordern Sie ihn/sie auf, diesen zu verbessern. Der Tonfall sollte freundlich und interessiert sein.2. Lassen Sie den Fehler <i>sofort</i> ausbessern. Falls notwendig, geben Sie entsprechende Hilfen, um die Korrektur auszuführen.3. Sobald die Korrektur ausgeführt ist, sprechen Sie ein <i>Lob</i> aus, um das richtige Verhalten zu bekräftigen.

Tab. 6.2: Regeln für motivierende Rückmeldungen (aus Rollett 1999, S.79)

6.7. Nonverbale Kommunikation der Lehrperson in Fehlersituationen

Der Körpersprache bzw. dem nonverbalen Verhalten wird besonders in Fehlersituationen große Bedeutung zugeschrieben. Auch wenn die nonverbalen Signale automatisch und völlig unbewusst ablaufen, so weisen sie dennoch beim Empfänger eine enorme Wirkung auf. Vor allem für Kinder ist die körpersprachliche Mitteilung bedeutsamer als die sprachliche. (vgl. Oser/Spychiger, 2005, S.171)

Urs Büeler hat eine Untersuchung durchgeführt, in der er die Reaktionen der Schüler auf das nonverbale Verhalten der Lehrperson in einer Fehlersituation beobachtete.

Unter anderem wurden Schülern Fotos von Lehrpersonen mit unterschiedlichen Reaktionsweisen auf einen Fehler gezeigt, die von den Schülern eingeschätzt werden sollten. Abbildung 6.3. zeigt die Fotos, die am meisten genannt wurden als positive Reaktionsweisen der Lehrperson. Auf Abbildung 6.4. sind die Fotos ersichtlich, die von den Schülern am öftesten als negative Verhaltensweisen eingeschätzt wurden.



Abb. 6.3: Wünschenswerte Verhaltensweisen der Lehrperson (aus Oser/Spychiger 2005, S.82)



Abb. 6.4: Negative Verhaltensweisen der Lehrperson (aus Oser/Spychiger 2005, S.82)

Die folgende Unterrichtssituation aus der Studie von Büeler (2000) übernommen worden:

Mathematikstunde in einer 6.Klasse.

Der Lehrer hat die Schulkinder ein Logical lösen lassen. Es ging um fünf Autos, die vor einer Autobahn-Raststätte nebeneinander geparkt waren. Die Besitzer dieser Wagen hatten unterschiedliche Berufe, stammten aus unterschiedlichen Kantonen und nannten unterschiedliche Reiseziele. Diese verschiedenen Zusammenhänge mussten logisch kombiniert werden, um die Frage nach dem Reiseziel eines Reisenden, dem Handelslehrer, richtig beantworten zu können. Nun liest die Schülerin Karin ihre Lösung vor. An Stelle des gefragten Reiseziels liest sie den Wohnkanton des Autofahrers. Der Lehrer stellt sich mit verschränkten Armen vor Karin und sagt: „Falsch!“ Während Karin die Aufgabe nochmals liest, blickt der Lehrer sie von oben herab an, wippt mit den Füßen auf und ab. Karin blickt nun auf, sucht den Augenkontakt zum Lehrer. Aber dieser schaut in der Klasse umher, läuft dann einige Schritte durch das Klassenzimmer und bleibt wieder bei Karin stehen, diesmal

hinter ihr. Er fordert sie auf, die Antwort zu wiederholen. Karin flüstert etwas Unverständliches.

(Oser/Spychiger 2005, S.172)

Es ist leicht ersichtlich, dass das nonverbale Lehrerverhalten in dieser Fehlersituation äußerst unvorteilhaft ist. Vor allen Dingen Blickkontakt, die Haltung der Arme und Hände und die Nähe bzw. Distanz sind wichtige nonverbale Reaktionen auf einen Fehler, auf die ich nun anhand der eben beschriebenen Fehlersituation etwas näher eingehen möchte.

6.7.1. Blickkontakt

Urs Büeler hat in seinen Untersuchungen herausgefunden, dass es wichtig ist, dass die Lehrperson sich in einer Fehlersituation dem Schüler zuwendet und ihn anblickt, damit Kommunikation überhaupt ermöglicht wird. Blickt die Lehrperson vom Schüler, der den Fehler begangen hat, weg und verweigert somit den Blickkontakt, so entsteht eine Kommunikationsbarriere. (vgl. Büeler 2000, S.65)

In dem oben genannten Beispiel ist genau dies der Fall. Der Lehrer wendet den Blick von Karin ab und signalisiert so, dass er nicht mehr an ihrer Antwort interessiert ist.

6.7.2. Haltung der Arme und Hände

Die Haltung der Arme und Hände spielt in einer Fehlersituation oft eine bedeutende Rolle, da sich daraus schließen lässt, mit welchen Gefühlen uns jemand begegnet. In unserem Beispiel steht die Lehrperson mit verschränkten Armen vor Karin, die eine falsche Antwort gegeben hat. Verschränkte Arme, egal ob im Sitzen, Stehen oder Gehen, signalisieren immer Abwehr und die Suche nach Schutz. Durch die gekreuzten Arme liegt eine hindernde Verhaltensweise der Lehrperson vor – die Lehrer-Schüler-Kommunikation wird dadurch gestört. (vgl. Büeler 2000, S.65)

Aus der Fotobefragung von Büeler wurde ersichtlich, dass auch der ausgestreckte Arm mit dem Zeigefinger an der Spitze, der direkt auf den Schüler gerichtet ist, von Schülern als negativ empfunden wird.

Ein weiteres hinderndes, nonverbales Verhalten der Lehrperson in einer Fehlersituation ist das Stützen der Hände in die Hüfte, wodurch Ungeduld ausgedrückt wird.

Neben freien, offenen, nicht zu schnell-ablaufenden Bewegungen wird auch die Hand-Kinn-Bewegung von den Schülern als positiv empfunden. Ist also der Kopf in die Hand gestützt, so drückt dies Nachdenken aus. Dieses körpersprachliche Verhalten signalisiert immer, dass es sich um eine Entscheidung handelt und betont dabei die Bedeutsamkeit der Antwort des Schülers. Außerdem drückt die Lehrperson durch diese Geste aus, dass sie dem Schüler Zeit zum Nachdenken und zum Ausbessern gibt. (vgl. Büeler 2000, S.67)

6.7.3. Nähe bzw. Distanz

Die Umfrage von Büeler zu Nähe und Distanz der Lehrperson im Klassenzimmer hat gezeigt, dass je älter die Schüler sind, desto mehr wird ein größerer Abstand der Lehrkraft zu dem Schüler, der einen Fehler gemacht hat, erwünscht. (vgl. Oser/Spychiger, 2005, S.84)

In unserem Beispiel nähert sich die Lehrperson Karin an und nimmt keine Rücksicht auf ihren persönlichen Raum. Dadurch könnten bei der Schülerin unangenehme Emotionen hervorgerufen werden, sie könnte sich bedroht fühlen.

6.7.4. Förderndes und hinderndes nonverbales Verhalten in einer Fehlersituation

Die folgende Tabelle zeigt welche Verhaltensweisen der Lehrperson für den Lernprozess der Schüler fördernd wirken und welche Verhaltensmuster, den Lernprozess hindern könnten. Urs Büeler kam durch seine Untersuchungen zu folgenden Ergebnissen:

Förderndes nonverbales Verhalten	Hinderndes nonverbales Verhalten
Lehrperson wendet den Blick und den Kopf zum Schüler, der einen Fehler gemacht hat.	Lehrperson wendet den Blick von dem Schüler, der eine falsche Antwort gegeben hat, ab und schaut in die Klasse. Durch diese Geste wird Desinteresse ausgedrückt.
Lehrperson hält Distanz zum Schüler und tritt eventuell ein Stück nach hinten. Somit achtet sie auf den persönlichen Raum des Schülers.	Lehrperson nähert sich dem Schüler an, geht auf ihn zu und bleibt unmittelbar vor, neben oder hinter dem Schüler stehen. Somit begibt sich die Lehrperson in den persönlichen Raum des Schülers.
Lehrperson verwendet die Hand-Kinn-Bewegung und zeigt dem Schüler damit, dass er Zeit zum Nachdenken hat.	Lehrperson stemmt die Hände in die Hüfte oder hält die Arme verschränkt. Dadurch wird Ungeduld vermittelt und es entsteht eine Kommunikationsbarriere.

Lehrperson steht mit offenen Händen und eventuell ausgebreiteten Armen in der Klasse.	Lehrperson zeigt mit Zeigefinger auf den Schüler, wodurch ein Gefühl der Bedrohlichkeit entsteht.
---	---

(vgl. Büeler 2000, S.183)

6.8. Emotionen in Fehlersituationen

In Fehlersituationen spielen immer auch Emotionen eine sehr bedeutende Rolle, die sowohl positive als auch negative Auswirkungen auf das Lernklima haben können. Dies sollte von Lehrpersonen unbedingt bedacht werden.

Ein Gefühl, das beim Fehlermachen oft sehr stark zum Ausdruck kommt, ist die Angst – die Angst vor Fehlern, die Angst vor schlechten Noten. Gerade in Mathematik ist die Angst bei vielen Schülern höher als in anderen Schulfächern.

Negative Emotionen beim Fehlermachen deuten darauf hin, dass die Situation negativ eingeschätzt wird. Für den Schüler wirkt eine Fehlersituation also unangenehm oder sogar bedrohlich, wenn Angst vor Fehlern besteht. Wird eine Fehlersituation vom Schüler als negativ empfunden, so hat dies auch Auswirkungen auf die Motivation und auf den Lernprozess der Schüler. (vgl. Tulis 2010, S. 62)

Im Unterricht können negative Emotionen nicht nur vor dem Fehlermachen, sondern auch nachdem ein Fehler gemacht wurde, hervorgerufen werden. Ein Beispiel dafür ist die Angst, dass der Fehler, der begangen wurde, von der Lehrperson bemerkt bzw. gefunden wird. Auch das sich schämen und schuldig fühlen nach dem Fehlermachen gehören zu diesen negativen Emotionen, die ein förderliches Lernklima gefährden könnten.

Besonders stark ausgeprägte Gefühle treten in Fehlersituationen auf, die allgemein zugänglich sind, in der beispielsweise die ganze Klasse mitbekommt, dass ein Fehler gemacht worden ist. Ein Beispiel für eine derartige Situation ist das Vorrechnen einzelner Schüler an der Tafel. Eine Vermeidung dessen könnte meiner Meinung nach in vielen Fällen zahlreiche Ängste vor dem Mathematikunterricht reduzieren.

7. Die Nützlichkeit der Fehler für den Aufbau von Wissen im Unterricht

Fehler können für den Aufbau von Wissen sehr nützlich sein, jedoch nur wenn Schüler „durch ihre Fehler beim Lernen nicht abgelenkt und dauerhaft auf die falsche Spur gebracht werden“. (Schumacher 2008, S.60)

Nur Fehler, die den Lernprozess und spätere Leistungen nicht stören, können für den Wissensaufbau in einem positiven Lernklima produktiv genutzt werden.

7.1. Fehler als Orientierungshilfen für die Lehrperson

Beim Aufbau von Wissen können Fehler in ihrer Funktion als Orientierungshilfen für die Lehrperson genutzt werden. Die Basis für schulische Lernprozesse stellen vor allen Dingen Wissensvoraussetzungen dar, die der Lehrperson bekannt sein müssen, damit im Unterricht bestmöglich an das Vorwissen der Schüler angeknüpft werden kann. Die Lehrperson sollte wissen, welche Konzepte sich die Schüler bereits angeeignet haben, was sie schon verstanden haben und in welchen Gebieten ihr Wissen noch lückenhaft ist und Fehler aufweist. (vgl. Schumacher 2008, S.51)

Hier wird die wichtige Rolle der Fehler als Orientierungshilfe, „die dem Lehrenden Aufschluss darüber geben können, welche Misskonzepte für bestimmte Fehlschlüsse und Leistungsdefizite der Schüler verantwortlich sind“, deutlich. (Schumacher 2008, S.52) Wenn bei einem Schüler beispielsweise beim Berechnen der Wasserverdrängung eines Körpers wiederholt ein gewisser Fehler auftaucht, so sollte die Lehrperson kontrollieren, ob dem Schüler die Unterscheidung zwischen Dichte und Gewicht klar ist. Fehler geben uns also oft Hinweise auf die Denkstrategien und Fehlvorstellungen der Schüler und sollten daher als bedeutende Orientierungshilfen für die Gestaltung der Unterrichtseinheit genutzt werden. (vgl. Schumacher 2008, S.52-53)

7.2. Überwundene Fehler als motivierende Faktoren

Beim Aufbau von Wissen kommt den Fehlern eine positive Bedeutung zu, indem die Überwindung von Fehlleistungen oft einen positiven Effekt auf die Lernmotivation hat, die für Lernprozesse eine wichtige Rolle einnimmt. Durch die Lernmotivation kommt es

zu einer Steigerung der Aktivität der Schüler und zur Beeinflussung, inwiefern sich jemand einsetzt und wie viel Zeit und Ausdauer er aufwendet, um ein bestimmtes Lernziel zu verfolgen und zu erreichen. (vgl. Schumacher 2008, S.53)

Prinzipiell wird zwischen intrinsischer (Ich lerne aus eigenem Interesse. Ich lerne, weil es mir Spaß macht.) und extrinsischer Motivation (Ich verfolge das Lernziel, damit ich eine gute Note erhalte.) differenziert.

Die extrinsische Lernmotivation ist zwar bedeutend für das Lernen, man stößt dabei jedoch unweigerlich auf Grenzen. Schüler, die diese Art von Motivation verfolgen, bringen beispielsweise meist nur so viel Aufwand des Lernens für eine Schularbeit oder Ähnliches auf, wie nötig ist, um keine negative oder schlechte Beurteilung zu erhalten. Schüler, die intrinsische Lernmotivation aufweisen, beschäftigen sich hingegen auch außerhalb des Unterrichts mit dem Lernstoff und besitzen mehr Konzentration. (vgl. Schumacher 2008, S.54) Als Lehrperson ist es also wichtig, sich damit auseinanderzusetzen, wie die intrinsische Lernmotivation der Schüler bestmöglich gefördert werden kann. Ein Mittel zur Steigerung der intrinsischen Motivation zum Lernen ist „das Erleben der eigenen Kompetenz“. (Schumacher 2008, S.54)

Durch viele Untersuchungen konnte festgestellt werden, „dass bei Schülern mit vergleichbaren geistigen Fähigkeiten diejenigen Schüler, die aufgrund der Erfahrung ihrer Selbstwirksamkeit ein positiveres Konzept ihrer eigenen Fähigkeiten besitzen, im Allgemeinen auch die besseren Leistungen bringen“. (Schumacher 2008, S.54)

7.3. Fehler als Lerngelegenheiten

Hinter Fehlern verbirgt sich oft – das weiß man heute – wichtiges Lernpotenzial. Schumacher ist der Meinung, dass Fehler wichtige Lerngelegenheiten sind, da Prozesse des Lernens „ganz wesentlich Prozesse sind, in denen falsche Überzeugungen revidiert und durch neue ersetzt werden“ und wir „nur über Fehler und Einsichten in Gründe und Ursachen“ gelangen können. (Schumacher 2008, S.50)

Aus Fehlern kann und soll also gelernt werden. „Lernen aus Fehlern heißt, Grenzen zu erfahren und Fehler nicht mehr zu wiederholen. Zugleich wird das richtige Wissen sicherer.“ (Oser/Hascher/Spychiger 1999, S.12)

Fehler sind jedoch nur als Lerngelegenheiten zu verstehen, wenn Lehrpersonen und Schüler Fehler als „unabdingbare Begleiterscheinungen von Lernprozessen“ anerkennen.

Ein Fehler im Unterricht kann eine produktive Lernchance eröffnen, wenn:

- der Fehler vom Schüler erkannt wird; wenn er also merkt, dass etwas falsch ist und insbesondere WAS falsch ist.
- Schüler verstehen und erklären können, wie es zu der Fehlleistung gekommen ist.
- Schülern die Chance zum Korrigieren des Fehlers gegeben wird, also zur Erwerbung einer richtigen Vorgehensweise oder Vorstellung.

(vgl. Prediger/Wittmann 2009, S.5)

7.3.1. Theorie des negativen Wissens

„Man versteht eine Sache oft erst richtig, wenn man das Falsche sieht oder erlebt oder tut.“

(Fritz Oser)

Oser und seine Mitarbeiter (1999) entwickelten zum Lernen aus Fehlern ein theoretisches Modell. Von großer Bedeutung ist dabei das „negative Wissen“, das uns sagt, „was etwas nicht ist (im Gegensatz zu dem, was es ist) und wie etwas nicht funktioniert (im Gegensatz zu dem, wie es funktioniert), welche Strategien nicht zur Lösung komplizierter Probleme führen (im Gegensatz zu denen, die dies tun) und auch *warum* bestimmte Zusammenhänge nicht stimmen (im Gegensatz dazu, warum sie stimmen)“. (Oser/Spychiger 2005, S.26)

Das negative Wissen, das nach Oser durch Fehlermachen gebildet wird, ist eine Ergänzung zu unserem Wissen über das Richtige, das Korrekte. Oser hält das negative Wissen für unerlässlich, denn „man kann auf das Falsche nicht verzichten, will man das Richtige richtig erkennen. Man muss aber das Falsche bekämpfen, damit es ein Richtiges richtig wird“. (Oser/Spychiger 2005, S.13)

Das entwickelte Modell von Oser und seinen Mitarbeitern veranschaulicht, wie Fehler für Schüler beziehungsweise Lernende nützlich und hilfreich sein können.

Das negative Wissen nimmt eine Schutzfunktion gegenüber dem positiven Wissen ein. „Umfangreiches Wissen darüber, was eine Sache nicht ist oder was nicht getan werden darf, lässt das positive Wissen viel klarer hervortreten.“ (Prediger/Wittmann 2009, S.5) Außerdem wird dem Schüler durch den Aufbau von negativem Wissen ein gewisses Maß an Sicherheit gegeben. Wenn ein Schüler seine Hausaufgabe macht, ist es für ihn hilfreich, wenn die Lehrperson Anordnungen gegeben hat, wie die Aufgabe nicht auszusehen hat.

Der Erwerb von negativem Wissen kann neben dem eigenen Fehlermachen (in tatsächlichen oder nachgeahmten Situationen) auch durch das Beobachten von fremden Fehlern im Unterricht oder durch den Transfer von positivem Wissen erfolgen.

Es ist jedoch zu betonen, dass nicht durch alle Fehler negatives Wissen aufgebaut und für den Lernprozess produktiv genutzt werden kann. Oser & Spychiger differenzieren dabei zwischen guten (sinnvollen) und schlechten (nicht sinnvollen) Fehlern. „Bei guten Fehlern ist der allgemeine Funktionswert einer Aufgabe erkannt; es fehlt einfach ein gewisser Schlüssel, der das Ganze in seine Richtigkeit bringt.“ Sinnvolle Fehler können also zu vernünftigem Handeln führen, „weil das Falsche in der Reichweite des Möglichen für die betreffende Person liegt“. (Oser/Spychiger 2005, S.36) Unter schlechten Fehlern sind Fehler zu verstehen, die sich immer wieder wiederholen, ohne dass daraus gelernt wird. Bei nicht sinnvollen Fehlern ist „die Barriere für die Lösung an sich zu hoch, sodass Lösungsprozesse abgeblockt werden“. (Oser/Spychiger 2005, S.36)

Die zwei Hauptelemente des Negativen Wissens sind das *Abgrenzungswissen* (Was zählt nicht zu einem Verfahren, zu einem Sachverhalt oder zu einem Konzept?) und das *Fehlerwissen* (Was ist in einer konkreten Situation verboten? Was darf nicht gemacht werden?) (vgl. Prediger/Wittmann 2009, S.5)

Im Mathematikunterricht ist Fehlerwissen vor allen Dingen in der Syntaktik von großer Bedeutung. Folgend werden einige Beispiele für die Notwendigkeit von negativem Wissen angeführt (vgl. Prediger/Wittmann 2009, S.5):

- Beim Addieren von Brüchen darf NICHT „Zähler + Zähler und Nenner + Nenner“ gerechnet werden.
- Es ist allgemein gültig: $(a + b)^2 \neq a + b$, sowie $\sqrt{a^2 + b^2} \neq a + b$

- Wenn im Zähler oder Nenner eines Bruches eine Summe oder eine Differenz steht, so darf NICHT gekürzt werden. z.B.: $\frac{x^5-14}{x^3} \neq x^2 - 14$

Dieses negative Wissen oder auch Fehlerwissen ist als Schutzfunktion von einer Verfahrensweise zu verstehen. Es sollte „in einem größeren Kontext eingebettet sein, insbesondere in Verbindung mit den richtigen Lösungswegen“. (Prediger/Wittmann 2009, S.5) Fehlerwissen hat also die Wirkung eines Schutzwissens, sodass wenn eine ähnliche Situation nochmals vorkommt, wir uns dies in Erinnerung rufen, die „eine Art metakognitives Alarmsystem“ darstellt. Unser Tun wird infolgedessen so gelenkt, dass wir denselben Fehler nicht noch einmal machen. (Oser 2009, S.5)

Bei syntaktischen Fehlern, die infolge von Übergeneralisierung entstehen, ist es wichtig, dass der Gültigkeitsbereich des Vorgehens mehr in den Vordergrund gestellt wird, denn Schüler „speichern Formeln häufig bildlich als visuelle Schemata, in denen das Abgrenzungswissen – der Gültigkeitsbereich des Verfahrens – nicht mehr enthalten ist“. (Prediger/Wittmann 2009, S.5)

Also zum Beispiel: Brüche können nur gekürzt werden, wenn im Zähler und Nenner Produkte stehen.

Nicht nur bei syntaktischen Fehlern, sondern auch bei semantischen Fehlern im Mathematikunterricht ist negatives Wissen in Form von Abgrenzungswissen nötig:

- Beim Verstehen mathematischer Begriffe, ist es wichtig, dass man Gegenbeispiele kennt. Dadurch werden die besonderen Eigenschaften des Begriffs klarer hervorgehoben. Wenn Körper sortiert werden, sollten auch die Körper benannt werden, die nicht eine Pyramide oder ein Prisma darstellen und es gilt eine Begründung anzugeben, warum dem nicht so ist. (vgl. Prediger/Wittmann 2009, S.5)
- Für die Schüler ist es hilfreich, wenn sie beispielsweise wissen, welche Eigenschaften ein Gegenstand NICHT hat.

Beim Aufbau des negativen Wissens als Abgrenzungswissen ist zu beachten, dass es zu keinem positiven Lerneffekt kommt, wenn die Lehrperson einfach nur vorgibt „Das gilt hier nicht!“ oder „Das darf man nicht!“.

Betrachten wir noch einmal den häufig vorkommenden, bereits erwähnten Fehler „Zähler+Zähler und Nenner+Nenner“. In diesem Fall kann eine sogenannte

Kontrastierungsaufgabe, also beispielsweise eine Gegenüberstellung der beiden Verfahren (Addition und Multiplikation von Brüchen), beim Erwerb von Abgrenzungswissen hilfreich sein. Eine solche Kontrastierungsaufgabe könnte folgendermaßen aussehen (vgl. Prediger/Wittmann 2009, S.5):

Was fällt dir auf? Wo liegt hier der Unterschied?

$$\frac{5}{6} + \frac{4}{7} = \frac{59}{42} \qquad \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{7} = \frac{20}{42}$$

Der Gültigkeitsbereich des Verfahrens wird durch eine Aufgabe dieser Art deutlicher gemacht, indem man die Schüler beispielsweise fragt, wie die Terme des Zählers und Nenners auszusehen haben, damit das Kürzen erlaubt ist und unter welchen Umständen nicht gekürzt werden darf.

7.3.2. Vierschrittiges Idealmodell zum Lernen aus Fehlern

Guldimann & Zutavern (1999) entwickelten ein vierschrittiges Idealmodell zu einem lernförderlichen Fehlerumgang und betonten dabei die hohe Wichtigkeit von metakognitiven Kompetenzen. Die vier metakognitiven Schritte, die von Guldimann & Zutavern differenziert werden sind:

- (1) Fehlersensibilität:** Den Lernenden wird klar, dass das was sie gerade machen, nicht korrekt ist. Die Fehler und die Konsequenzen daraus werden erkannt.
- (2) Fehleranalyse:** Es erfolgt eine Korrektur der falschen Ergebnisse, um die Fehlerursachen herauszufinden, zu verstehen und zu erklären.
- (3) Fehlerkorrektur:** Aktivierung des Wissens, das für eine richtige Lösung des Problems benötigt wird.
- (4) Fehlerprävention:** Entwicklung von Fehlervermeidungsstrategien und Warnsysteme, damit künftig Fehler frühzeitig entdeckt und verhindert werden können.

(vgl. Guldimann/Zutavern 1999, S.245)

Basierend auf diesem Idealmodell von Guldimann & Zutavern, entwickelten Rach, Heinze und Ufer (2012, S.218) ein Modell, „das zwei typische Wege der Bearbeitung von

Fehlersituationen unterscheidet“: den **pragmatisch-ergebnisorientierten Weg** und den **analysierenden-prozessorientierten Weg**. (siehe Abb.7.1)

Beim pragmatisch-ergebnisorientierten Weg, der von der Fehleridentifikation gleich in die Fehlerkorrektur übergeht und dort aufhört, steht ein „Performanzaspekt“ (die Fehlerkorrektur) im Mittelpunkt. Im Gegensatz dazu rückt beim analysierend-prozessorientierten Weg durch die Fehleranalyse und -prävention vielmehr eine „Verständnis- und Lernorientierung“ in den Vordergrund. (Rach/Ufer/Heinze 2012, S.218)

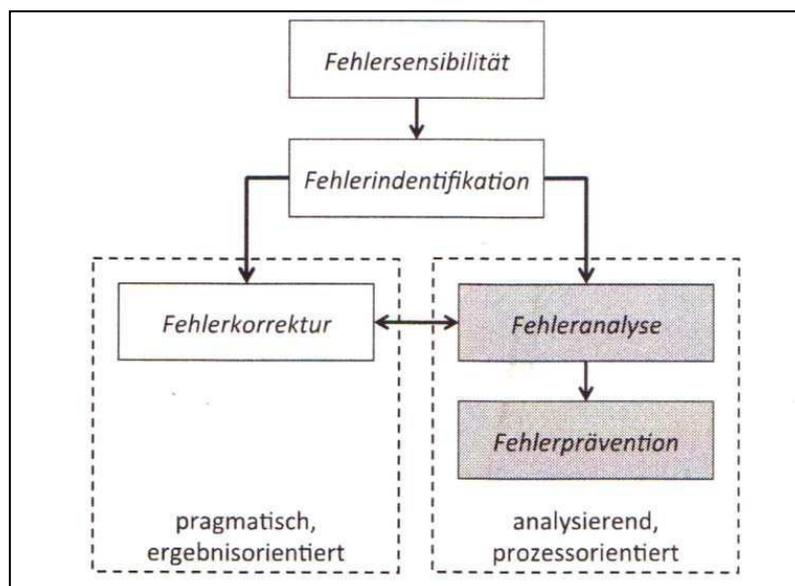


Abb.7.1: Prozessmodell zur Bearbeitung von Fehlersituationen (aus Rach/Ufer/Heinze 2012, S.217)

Bezüglich des Aufbaus von negativem Wissen ist vor allem im zweiten Weg lernförderliches Potenzial vorhanden, im Gegensatz zum ersten Weg, der eher mit den in Studien beobachteten Mustern des Fehlerumgangs im Unterricht übereinstimmt. (vgl. Oser/Hascher/Spychiger 1999, sowie Kapitel 6.3.)

Ich denke, in diesem Kapitel wird deutlich, dass der Aufbau von negativem Wissen für das Lernen aus Fehlern im Unterricht eine bedeutende Rolle spielt. Wie erwähnt, wird das negative Wissen in erster Linie über das Fehlermachen aufgebaut, was eine besondere Haltung zu Fehlern bewirkt, die als Fehlerkultur bezeichnet wird und im nächsten Kapitel näher erläutert wird.

8. Fehlerkultur im Mathematikunterricht

In den Arbeiten von Fritz Oser wird Fehlerkultur folgendermaßen definiert: „Fehlerkultur konstituiert sich wesentlich aus der Qualität und Quantität mündlicher und schriftlicher Interaktionen in Fehlersituationen.“ (Spychiger/Oser/Hascher/Mahler 1997, S.3)

„Fehlerkultur bedeutet, Gelegenheit erhalten, es besser zu machen, nicht beschämt werden und positiver Aufbau von negativem Wissen.“ (Oser 2009, S.4)

Fehlerkultur hat eine große Bedeutung bezüglich der gesamten Schulentwicklung – sie sollte als Teil der ganzen Unterrichtskultur und als Merkmal von Unterrichtsqualität gesehen werden. Unter positiver Fehlerkultur ist der positive, produktive und lernförderliche Fehlerumgang von Lehrpersonen und Schülern zu verstehen.

Die Forschungsgruppe rund um Oser erzielte eine Vielzahl von hilfreichen Ergebnissen zu diesem Thema und zeigte, dass durch die Entwicklung einer positiven Fehlerkultur negatives Wissen aufgebaut werden kann und somit Lernchancen für die Schüler ermöglicht werden. Dabei muss man jedoch bedenken, dass nicht jede Fehlersituation sofort in eine perfekte Lernsituation verwandelt werden kann, da nicht nur produktive und sinnvolle, sondern auch unsinnige Fehler vorkommen. (vgl. Chott 2006, S.131 sowie Abschnitt 7.3.1, S.59)

Grundsätzlich spricht man von einer positiven Fehlerkultur, wenn Fehler im Unterricht nicht vermieden oder ignoriert werden, sondern erlaubt sind und „als integrativer Bestandteil des Lernprozesses“ angesehen werden. (Spychiger/Oser/Hascher/Mahler 1999, S.44) Jedoch soll „nicht nur die Toleranz oder Akzeptanz im Hinblick auf Fehler wachsen, sondern auch ein systematisches Know-how zum Umgang damit und zu seiner pädagogischen Fruchtbarmachung erstellt werden“. (Spychiger et al. 1999, S. 46)

Ein produktiver Umgang mit Fehlern im Unterricht steht in engem Zusammenhang mit dem konstruktivistischen Ansatz. „Die Entwicklung einer positiven Fehlerkultur in der Schule ist aus der Perspektive der konstruktivistisch geprägten Sichtweise des Lernens und des Findens von Lösungen als Beitrag zur gegenwärtig laufenden Schulentwicklung zu sehen.“ (Oser/Hascher/Spychiger 1999, S.46)

In einem konstruktivistisch geprägten Unterricht, rückt der Schüler als aktiver Lernender in den Mittelpunkt. Die Eigenaktivität, die konstruktive Auseinandersetzung mit dem Fach, sowie das selbständige Denken und Reflektieren sind die Aufgaben des Schülers. Charakteristisch für den konstruktivistisch geprägten, schülerzentrierten Unterricht ist, „dass der Schüler beim Lernen denkt und nicht nur von der Lehrperson gelenkt wird“. (Schoy-Lutz 2005, S.5)

Fehler werden in einem konstruktivistisch geprägten Unterricht als Lernanlass, als wichtige Schritte im Lernprozess angesehen. Es wird also eine positive Fehlerkultur praktiziert.

Wodurch ist nun eine positive Fehlerkultur im Unterricht gekennzeichnet? Auf diese Frage wird im folgenden Abschnitt, besonders im Hinblick auf den Mathematikunterricht, eingegangen.

8.1. Charakteristika einer positiven Fehlerkultur

8.1.1. Fehlermachen ist erlaubt.

In einer positiven Fehlerkultur muss Fehlern im Unterricht sowohl Platz als auch Zeit eingeräumt werden - sie müssen zugelassen werden. „Wer Neuland betritt, muss Fehler machen dürfen.“ Kahl (1995, S.22) betont mit dieser Aussage die Notwendigkeit des Muts zum Fehlermachen, der für das Wagnis und Ausprobieren von Neuem von entscheidender Bedeutung ist. Auch Kobi geht in diese Richtung und betont: „Nobody is perfect! Fehler sind unvermeidlich. Wer Fehler strikt vermeidet, lernt nichts!“ (Kobi 1994, S. 9)

Allerdings reicht das Zulassen von Fehlern in einer Unterrichtseinheit allein nicht aus, dass diese als produktiv und lernorientiert angesehen werden kann. Entstehen Fehler aufgrund dem Mangel an Unterrichtsvorbereitung oder ungenauer beziehungsweise fehlender Anweisungen der Lehrperson, können die Fehler nicht produktiv genutzt werden und man kann in keinem Fall von positiver Fehlerkultur sprechen. (vgl. Oser/Hascher/Spychiger 1999, S. 24)

Kennzeichnend für eine positive Fehlerkultur ist also, wenn Fehler im Unterricht zugelassen werden, wenn mit ihnen gearbeitet wird und wenn Schüler teilweise sogar

zum Fehlermachen animiert werden, sodass mit Fehlern geübt werden kann. (vgl. Spychiger/Oser/Hascher/Mahler 1999, S.44)

8.1.2. Individualisierung

Individualisierung spielt bei der Entwicklung einer Fehlerkultur im Unterricht eine große Rolle. Die Lehrperson sollte berücksichtigen, dass sich in der Klasse unterschiedliche Schüler mit jeweils verschiedenem Lernverhalten befinden. Das individuelle Eingehen und Analysieren eines Schülerfehlers ist Zeichen eines guten Umgangs mit Fehlern und somit einer positiven Fehlerkultur.

Wenn ein Schüler einen Fehler macht, kommt es leider viel zu oft vor, dass die Lehrperson es nicht für nötig hält, sich mit dem Denkprozess, der sich hinter dem Fehler verbirgt, auseinanderzusetzen oder ihn beim Schüler zu hinterfragen, da sie meint, sie habe gleich erkannt, was der Schüler sich dabei gedacht hat. (vgl. Schoy-Lutz 2005, S.53)

Positive Fehlerkultur setzt jedoch das Hineinversetzen in und die Anknüpfung an die individuell angeeigneten Denkstrategien der Schüler voraus. (vgl. Spychiger/Oser/Hascher/Mahler 1999, S.48)

Die Lehrperson sollte demnach Rücksicht auf die persönlichen Züge und Fähigkeiten der Schüler nehmen.

8.1.3. Selbstaktivität der Schüler im Umgang mit Fehlern

Wittoch (1973) konnte durch empirische Untersuchungen zeigen, dass in einem Unterricht, in dem die Lehrperson den Schülern kein „Rezept“ zum Erarbeiten der Lösung vorgibt, sondern auch die Schüler aktiv einbindet und mit ihnen zusammen verschiedene Lösungsansätze bespricht, ein verhältnismäßig großer Lernerfolg erzielt wird. Die aktive Auseinandersetzung der Schüler mit ihren falschen Denkansätzen ist also von enormer Bedeutung. (vgl. Schoy-Lutz 2005, S.53)

„Die Schüler sollen folglich für (eigene) Fehler sensibler werden, diese analysieren, korrigieren, den Sachverhalt/Prozess richtig wiederholen und letztendlich den jeweiligen Fehler vermeiden können.“ (Wahser 2007, S. 16)

Das Lernen aus Fehlern sollte im Unterricht als aktiver und wenn möglich eigenständiger Prozess betrachtet werden, der von den Schülern selbst hervorgerufen

wird. „Deshalb sollte die Lehrperson im Unterricht darauf achten, dass ein Fehler möglichst von den Betreffenden selbst sachlich richtig korrigiert wird oder zu einem späteren Zeitpunkt in anonymisierter Form gemeinsam bearbeitet, begründet und diskutiert wird.“ (Schoy-Lutz 2009, S.31) Um dies in der Unterrichtspraxis umzusetzen können von der Lehrperson verschiedene offene Fragen (siehe Abb. 8.1) an den Schüler, der einen Fehler gemacht hat, gestellt werden, um ihn zum eigenständigen Denken, Handeln und Diskutieren aufzufordern.

- Fragen für den Umgang mit Fehlern**
- Kannst du dir vorstellen, um welche Art von Fehler es sich hier handelt?
 - Hast du alle Angaben richtig verwendet?
 - Versuche deinem Fehler auf die Spur zu kommen, indem du die Aufgabe noch einmal Schritt für Schritt durchgehst.
 - Versuche deinem Fehler auf die Spur zu kommen, indem du konkrete Zahlen verwendest.
 - Versuche deinem Fehler auf die Spur zu kommen, indem du dir eine Skizze machst.
 - Überlege: „Kann es überhaupt sein, dass ...?“
 - Welche Bedingung(en) müsste(n) erfüllt sein, wenn deine Aussage richtig wäre?
 - Welche Konsequenz hätte deine Aussage?
 - Kennst du eine ähnliche Aufgabe, die du bereits fehlerfrei gelöst hast?
 - Welches Vorwissen brauchst du, um diesen Fehler korrigieren zu können?
 - Wo könntest du nachschauen, wie dein Fehler korrigiert werden kann?
 - Versuche dich deinem Fehler auf einem ganz anderen Weg zu nähern (z. B. mit einem Bild).
 - Kannst du die Aufgabe, die du falsch gemacht hast, zunächst vereinfachen oder verändern oder in Teilprobleme zerlegen?
 - Kennst du einen Spezialfall für diese Aufgabe?

Abb. 8.1: Fragen zum Aktivieren des eigenen Denkens und Handelns der Schüler in einer Fehlersituation (aus Schoy-Lutz 2009, S.31)

8.1.4. Im Umgang mit Fehlern sind mehrere Wege zugelassen.

Beim Zugang zu Fehlern sollte beachtet werden, dass nicht nur ein einziger richtiger Weg zugelassen wird. Es gibt mehrere Wege für die Korrektur des Fehlers und die Veranschaulichung des Korrigierten, sodass der Fehler für den Schüler einsichtig wird. Dies kann beispielsweise durch das Anknüpfen an mentale Bilder oder mentales Wissen erfolgen. Ein Fehler kann aber für den Schüler auch mittels anschaulicher Illustrationen, wie zum Beispiel einer Skizze oder Fotos, verständlich gemacht werden.

In diesem Zusammenhang sollte erwähnt werden, dass durch das Arbeiten mit Fehlern in der Klasse die Chance zum Aufzeigen verschiedener Lösungswege entsteht.

Infolgedessen kann eine gemeinsame Analyse, ein Ausprobieren, ein Bestätigen oder aber Abweisen der voneinander abweichenden Lösungswege erfolgen.

Dabei erhalten Schüler die Möglichkeit, sich Inhalte und Lösungsstrategien gegenseitig zu erklären, was häufig sogar wirksamer ist, als wenn dies die Lehrperson tut, da Schüler untereinander ihre Probleme besser kennen. (vgl. Schoy-Lutz 2005, S. 55)

In einem Unterricht, der Schüler an eine positive Fehlerkultur heranführt, spielt der Austausch von Erklärungen und das Diskutieren über bestimmte Denkkonzepte eine bedeutende Rolle. Dabei sollte die Lehrperson darauf achten, ihren Vorsprung an Wissen gegenüber den Schülern nicht auszunützen, da Machtstrukturen in Fehlersituationen besonders stark zum Ausdruck kommen. (vgl. Spychiger/Oser/Hascher/Mahler 1999, S.51)

8.1.5. Fehler werden als Lernchance wahrgenommen, nicht als Barriere im Lernprozess gesehen.

In einer positiven Fehlerkultur sollen Schüler selbst feststellen können, dass zu jedem Lernprozess auch Fehler dazugehören. Die Erkenntnis, dass aus Fehlern gelernt werden kann, darf und auch soll, ist in einer positiven Fehlerkultur von enormer Wichtigkeit. Lehrpersonen und Schüler sollten gemeinsam danach streben, das Wiedervorkommen von Fehlern zu minimieren, indem die Fehler analysiert und bewusst gemacht werden, indem aktiv an und mit ihnen gearbeitet wird. (vgl. Schoy-Lutz 2005, S.56)

8.1.6. Prinzipielle Gesprächsbereitschaft der Lehrperson ist gegeben und es liegt eine gute Lehrer-Schüler-Kommunikation vor.

Fehlersituationen sind in den meisten Fällen Interaktionen zwischen Lehrer und Schüler, das heißt für eine positive Fehlerkultur ist eine gute Lehrer-Schüler-Kommunikation Voraussetzung. Nach Dubs (1995) ist diese charakterisiert durch folgende Kriterien:

- *Breite und Tiefe der Kommunikation:* bedeutet das Eingehen der Lehrperson auf zahlreiche (auch fehlerhafte) Denkvorgänge der Schüler.
- *Individualität:* das heißt, dass die Lehrperson sich individuell mit den Schülern auseinandersetzt, also auch auf individuelle Fehler der Schüler eingeht und sich damit beschäftigt.

- *Effizienz:* Die Lehrperson reagiert sehr schnell auf die Handlungen und Reaktionen der Schüler (also auch auf Fehlleistungen), auf die ein wirksames Eingehen erfolgt.
- *Flexibilität:* Die Kommunikation läuft nicht immer nach demselben Schema ab, sondern ist vielseitig. Außerdem ist die Emotionalität stark ausgeprägt.
- *Geschmeidigkeit:* Die Lehrperson ist fähig, das Verhalten und die Reaktionen der Schüler vorauszusagen und richtet sich auf diese aus.
- *Persönliches:* die Lehrperson besitzt die Fähigkeit in einer passenden Situation auch persönliche Aspekte in den Unterricht einzubringen. Sie gesteht sich z.B. eigene Fehler offen ein.
- *Spontanität:* sehr rasche und spontane Reaktionen der Lehrperson, die bereit ist, schnell auf alles einzugehen. Die Lehrperson zeigt zum Beispiel keine übermäßige Reaktion auf einen Schülerfehler.
- *Offenheit:* Die Schüler können die Reaktionen der Lehrperson richtig interpretieren. Der Umgang der Lehrperson mit dem Unterrichtsfach und den Schülern ist sehr offen und ehrlich.

(vgl. Dubs 1995, S.85)

Diese Dimensionen für eine gute Lehrer-Schüler-Kommunikation sind also auch für den guten Umgang mit Fehlern eine wichtige Voraussetzung, „damit es zu einer freien und offenen Kommunikation kommt, die für alles Lernen sehr förderlich ist“. (Dubs 1995, S.76)

8.1.7. Anknüpfen an das Vorwissen der Schüler

„Fehlerhafte Denkstrategien lassen sich dann ausmerzen, wenn Parallelitäten und Vernetzungen des zu lernenden Sachverhalts zu anderen Bereichen hergestellt werden können.“ (Schoy-Lutz 2005, S.56)

In der Praxis werden Erkenntnisse dieser Art leider kaum umgesetzt. Lehrpersonen lehren Inhalte oft in ganz kleinen Schritten, weil sie Rücksicht auf ihre Schüler nehmen wollen, so dass diese nicht überfordert werden. Wird aber der Lerninhalt in viele kleine Stücke zerteilt, so fehlt den Schülern der Blick für Zusammenhänge. (vgl. Schoy-Lutz 2005, S. 57)

Wichtig dabei ist zu erwähnen, dass die Lerneinheiten nicht in zu großem Abstand erfolgen sollten, denn nach Leuders (2001) bedarf eine gut vernetzte Wissensbasis

„regelmäßiger Anwendung und integrierender Wiederholung. Allein die interne Vernetzung von Sachzusammenhängen macht das Gelernte noch nicht zu bedeutungsvollem Wissen. Dies kann nur durch die Anknüpfung an Inhalte aus anderen Fächern und aus dem Alltagsleben geschehen. Anwendungsorientierung und fächerverbindendes Arbeiten schaffen solche Bezüge“. (Leuders 2001, S.81)

8.1.8. Positive Grundhaltung von Lehrperson und Schülern gegenüber Fehlern

Die Schüler sollen spüren, erkennen und wissen, dass die Lehrperson nicht eine grundsätzlich negative Einstellung zu Fehlern hat. Im Gegenteil – dem Schüler sollte nach einem begangenen Fehler Mut zum Weiterarbeiten zugesprochen werden. Dies kann zum Beispiel geschehen, indem die Lehrperson ein leichtes Schulterklopfen beim vornimmt oder ihn einfach nur anlächelt.

Leider kommt es gerade in Fehlersituationen oft zu aggressiven und gereizten Reaktionen sowohl seitens der Schüler, als auch seitens der Lehrperson. Nicht selten nehmen Lehrpersonen Fehlersituationen als Anlass, um etwaige vorhandene Frustrationen herauszulassen. Spychiger et al. (1999) berichten von einer Beobachtung einer Lehrperson, die einem Schüler gegenüber eine abweisende Haltung zeigte und den Vorwurf tätigte, er hätte den Fehler wegen ungenügender Konzentration gemacht. Aus dem Video der Unterrichtseinheit ist jedoch ersichtlich hervorgegangen, dass dies nicht zutrif. (vgl. Spychiger/Oser/Hascher/Mahler 1999, S. 58)

Besonders in einer Fehlersituation ist das Bewusstsein der Lehrperson über ihre Emotionen von enormer Wichtigkeit. Wünschenswert wäre, dass die Lehrperson den Schülern als Unterstützung zur Seite steht und eine positive Haltung einnimmt, wenn Schüler interessante alternative Lösungswege ausprobieren und finden.

8.1.9. Sinnvolle Erklärungen und Hilfestellungen im Umgang mit Fehlern

„Ohne sinnvolle Begründungen dafür, *warum* eine fehlerhafte Denkstrategie nicht zum gewünschten Erfolg führen kann, hat eine neue Strategie gegenüber der bereits länger vorherrschenden Fehlstrategie kaum eine Chance darauf, dauerhaft vom Schüler übernommen zu werden.“ (Schoy-Lutz 2005, S.54)

Wenn die Lehrperson einen Fehler eines Schülers im Unterricht bemerkt, so liegt vielfach das Problem vor, dass die Ursachen des Schülerfehlers unerkant bleiben.

Schüler zeigen oft kein Bisschen an Irritation, wenn sie zum Beispiel beim Messen und Berechnen der Seitenlängen desselben Parallelogramms zu zwei unterschiedlichen Lösungen gelangen. „Unstimmigkeiten dieser Art sind für Schüler nicht unbedingt Anlass genug, um von ihren scheinbar variablen, d.h. gangbaren Konstrukten, Abstand zu nehmen.“ (Schoy-Lutz 2005, S.54)

8.1.10. Abwechslung von kollektiven Lernphasen und Frontalunterricht

Es liegt auf der Hand, dass eine Verwirklichung einer positiven Fehlerkultur im Frontalunterricht äußerst diffizil ist, da den Schülern das Eingestehen von und die Auseinandersetzung mit den eigenen Fehlern vor der ganzen Klasse meist sehr schwer fällt. Leuders (2001) betont: „Es ist ungleich einfacher, mit einem einzelnen Gegenüber seine Fehler zu analysieren oder zu einem Widerspruch ausdiskutieren, als vor einer großen Gruppe eigene Fehler einzugestehen oder aber auch konsequent auf seiner Position zu beharren, bis man einen Widerspruch dingfest gemacht hat“. (Leuders 2001, S.86)

Wird mit einem Fehler im Frontalunterricht in Form eines Gespräches gearbeitet, ist ein produktiver, positiver Fehlerumgang oft nicht möglich, da es leicht vorkommen kann, dass sich Mitschüler über einen begangenen Fehler amüsieren und den Schüler verspotten, wodurch sich in diesem eine Aggression entwickeln könnte oder er aber eine passive Haltung einnimmt und sich nichts mehr zu sagen traut.

Monika Schoy-Lutz (2005, S.58) plädiert im Unterricht für das Vorkommen von „kooperativen Arbeitsphasen“, die es möglich machen, „dass sich die Lehrperson individuell in einem formellen Gespräch mit dem Schüler und dessen Fehlern auseinandersetzen kann.“

8.1.11. Im Unterricht ist Platz für viele Phasen des Übens, Anwendens und Verarbeitens.

„Mit allen Mathematikdidaktikern und -lehrern teilen wird die Überzeugung, dass einer Einführungsphase immer eine Phase der Übung, Wiederholung und Anwendung folgen sollte, in der sich der Schüler anhand von „Aufgaben“ stärker selbst mit dem Gelernten auseinandersetzen hat, um das Gelernte „zum eigenen Besitz“ zu machen.“ (Zech 1995, S. 77)

Schüler brauchen Zeit zum Verarbeiten, Üben, Festigen, Anwenden und Vertiefen eines neu erworbenen Wissens. Wird ihnen diese Möglichkeit nicht gegeben, so hat dies zur Folge, dass den Schülern ihre Fehlleistungen noch nicht klar sind und deshalb auch das Lernpotenzial, das eventuell dahinter steckt, verschwindet. (vgl. Schoy-Lutz 2005, S. 57)

Eine intensive Auseinandersetzung der Schüler mit ihren Fehlern erfordert ausreichend Zeit, die ihnen gegeben werden sollte.

8.2. Fehlermachen beim Lernen erlaubt bzw. erwünscht – in Leistungssituationen verboten?

In der Literatur wird bezüglich einer positiven Fehlerkultur in der Schule vielfach für eine Trennung von Lern- und Leistungsphasen plädiert.

Jürgens und Sacher meinen, dass immer noch häufig die Note einer Endklausur, -prüfung bei der Notengebung herausgehoben wird, wenn auch während dem gesamten Lernprozess kontinuierlich Leistung vom Schüler erbracht wird. (vgl. Weingardt 2004, S.134)

„Der Lernoutput wird dann oft ungerechtfertigter Weise für das Lernen selbst gehalten. Lernen als Auseinandersetzungsprozess mit Alternativen, mit eingeschlagenen Umwegen und mit gemachten Fehlern ist nicht nur Anstrengung, sondern an die Anwendung von Methoden, Instrumenten und Strategien gebunden und findet (mannigfaltigen) Überlegungen seinen Ausdruck, die für sich selbst wiederum Leistungen darstellen.“ (Jürgens/Sacher 2000, S.14)

Jürgens und Sacher fordern vorerst die Erlaubnis von Fehlern in Lernphasen und wünschen, dass die Benotung auch Beiträge von Schülern im Prozess des Lernens einschließt, dann jedoch (ein paar Seiten weiter hinten) plädieren sie für eine deutliche Trennung von Lern- und Leistungssituationen im Unterricht, „denn zum Lernen gehört der Fehler. Lernen selbst kann fehlerbehaftet sein und aus Fehlern kann gelernt werden. Leistungsüberprüfungen haben zum Grundsatz Fehler zu vermeiden“. (Jürgens/Sacher 2000, S.15)

Nicht nur Jürgens und Sacher widersprechen sich in diesem Thema, auch Morawietz (1997) haltet zunächst fest, dass besonders durch die Erwartung der Fehlervermeidung

in Leistungssituationen affektive, sowie kognitive Blockaden, Ängste und „unsinniger“ Stress bei den Schülern hervorgerufen wird, betont dann aber dass mit Fehlern im Lernprozess und mit Fehlern in Schularbeiten/Prüfungen/Tests verschieden umgegangen werden muss. Eine Begründung dafür ist leider nicht angegeben.

Auch Weinert, der als Experte für Leistungsfeststellung gilt, spricht sich für eine Unterscheidung von Lern- und Leistungssituationen aus. Laut ihm erfordern „entspannte Lernepisoden“ eine „Atmosphäre des Lernens, in der alle das sichere Gefühl haben, etwas Schwieriges ohne Risiko ausprobieren zu dürfen, aus Fehlern lernen zu können und mit anderen zusammenzuarbeiten“. (Weinert 1998, S.16) Lernphasen sind nach Weinert charakterisiert „durch ihre Offenheit, ihren Probiercharakter, die Suche nach Neuem und den Umgang mit noch nicht ganz Verstandenem“. Des Weiteren betont er „Fehler und ihre erlebte Überwindung durch das Entdecken des Richtigen, Besseren und Angemesseneren sind subjektiv erlebte Indikatoren des individuellen Lernfortschritts“. (Weinert 1999, S.105)

Leistungssituationen betrachtet Weinert „als in sich gespannte Felder, in denen verbindliche Anforderungen gestellt werden und generelle Bewertungsmaßstäbe gelten“. (Weinert 1999, S.105)

Es scheint also, dass trotz der teilweise eingetretenen Fehleroffenheit im Unterricht, wenn es ernst wird, also in der Leistungsfeststellung immer noch das Prinzip der absoluten Fehlervermeidung herrscht.

Erichson (1987) wandte sich jedoch von diesen Tendenzen, dass man den Schülern zuerst ein Lob ausspricht, weil hinter ihren Fehlleistungen möglicherweise eine kreative Denkstrategie liegt und ihnen dann die einzig richtige Antwort oder Lösung mitteilt, da nur diese in der Leistungsbeurteilung zu einer guten Note führen kann. (vgl. Weingardt 2004, S.137)

In den letzten Jahren sprechen sich vor allen Dingen Didaktiker der Mathematik gegen die strikte Unterscheidung von Lern- und Leistungssituationen beziehungsweise von Fehlerermutigung und Fehlervermeidung aus.

In der Literatur zu diesem Thema bemerkt man schnell, dass kaum gute Argumente von den Befürwortern der strengen Trennung von Lern- und Leistungssituationen vorliegen, jedoch eine Vielzahl an Argumenten von den Gegnern vorhanden sind, von denen ich einige erwähnen möchte (vgl. Weingardt 2004, S.137ff):

- Das Trainieren und Üben von komplexeren Rechentechniken rückt durch die „Omnipräsenz der Computertechnik“ in den Hintergrund, wodurch nach Herget (1996) und Bruder/Weigand (2001) Verlegungen der Schwerpunkte beim Lernen und bei der Leistungsfeststellung in der Mathematik notwendig werden.
- Winter (2001, S.48) tendiert zu einer prozessorientierten Leistungsfeststellung, die „das Lernverhalten beim Umgang mit Problemen, der Nutzung von Strategien, die kritische Bewertung des eigenen Produkts, des Umgangs mit erkannten Fehlern“ beinhaltet.
- Anstelle vom „eintönigen Abweiden von Aufgabenplantagen“ (Schupp 2000, S.14) verlangen besonders viele Autoren Abwandlungen (von den Aufgabenstellungen und auch von den Lösungswegen).
- Das Aufnehmen von anderen fehleroffenen Aufgaben in die Schularbeiten/Prüfungen etc. würde neue Anforderungen in der Leistungsbewertung mit sich bringen. Die „Art und Systematik der Darstellung, Ideenreichtum, Logik der Argumentation“ müssten in die Beurteilung miteinfließen. (Weingardt 2004, S.139) Wurz (2000, S.269) betont, dass Lehrpersonen bange ist eine Bewertung einer Leistung abzugeben, „ohne sich auf einen vorgegebenen Notenschlüssel stützen oder verlassen zu können“.

Beschäftigt man sich intensiv mit den Argumenten der Didaktiker, die sich gegen eine strikte Unterscheidung von Lern- und Leistungssituationen aussprechen, so bemerkt man, dass man kaum eine Begründung dafür findet, warum Fehlerfreundlichkeit nur im Lernprozess und Fehlervermeidung in der Leistungsfeststellung stattzufinden hat. „Denn wenn eine Kompetenz wie etwa Problemlösefähigkeit *sowohl* im Generieren potenzieller Fehlleistungen („verrückte“ Ideen, denkerische Anläufe, Fehlversuche) *als auch* im gleichzeitigen Vermeiden anderer Fehler (etwa beim Bedienen eines Computers, beim Lesen, beim Berechnen) besteht, dann ist sowohl beim Lernprozess (dem Kompetenzaufbau) *als auch* bei der Leistungsüberprüfung (der Kompetenzdarstellung) *beides* unabdingbar.“ (Weingardt 2004, S.140)

8.3. Messen von Fehlerkultur im Unterricht

Um die Qualität des Umgangs mit Fehlern im Unterricht feststellen zu können, wurde von Spychiger, Kuster & Oser ein Schülerfragebogen entwickelt, der „die quantitative Erfassung der Kernbereiche unterrichtlicher Fehlerkultur“ ermöglicht. (Spychiger 2012, S.14)

Der Fragebogen beruht auf 4 Skalen:

(1) Lernorientierung:

Bei dieser ersten Skala schätzen sich die Schüler durch Ankreuzen der Ich-formulierten Aussagen, die alle positiv formuliert sind, selbst ein. Bei den Items der Skala Lernorientierung geht es inhaltlich vor allem um den kognitiven Bereich des Fehlerumgangs. Bereits in den ersten Beobachtungen zu Fehlerkultur in der Schule wurde deutlich, dass Lernorientierung neben einem positiven Lernklima für einen produktiven Fehlerumgang Voraussetzung ist. Nicht nur deshalb ist diese Grunddimension für Fehlerkultur die am meisten gewichtete Skala, sondern eher angesichts der Tatsache, dass aus vorhergehenden Untersuchungen sichtbar wurde, dass hier am meisten Bedarf zu einer Entwicklung von Fehlerkultur im Unterricht besteht. (vgl. Spychiger/Oser/Hascher 1998)

Die 8 Items dieser Skala (siehe Tab. 8.1: L-1 bis L-8), die das Verhalten und die Einstellungen der Schüler betrifft, beinhalten „einstellungsbezogene“, „leistungsmotivationale“ und „reflexive Aspekte“ der Lernorientierung. (Spychiger/Kuster/Oser 2006, S.96-97)

(2) Fehlerfreundlichkeit

Bei dieser Skala schätzen die Schüler das Befinden und Verhalten der Lehrperson im Umgang mit Fehlern, also die Fehlerfreundlichkeit der Lehrkraft ein. Der Begriff Fehlerfreundlichkeit stammt aus der Betriebspsychologie und wurde von Theo Wehner (1999) eingeführt, der Fehlerfreundlichkeit auffasst als „(1) optimistisch aufklärerische Haltung, welche die bewusste Hinwendung zum Fehler – nicht die Abwendung zum Ziel hat, (2) die Wirksamkeit eines Prinzips, das der aktiven Handlungskontrolle von Fehlerkonsequenzen – statt nur Vermeidung oder Korrektur – dient, und (3) als Dazur-Verfügung-Stellen von situativen Lernmöglichkeiten und Aneignungschancen, in

welchen a) unerwünschte Konsequenzen (anhand technischer Vorkehrungen) harmlos gehalten und b) der Zeitpunkt sowie die Korrekturmaßnahmen von Handelnden bestimmt werden“. (Spychiger/Kuster/Oser 2006, S.98)

Die Skala Fehlerfreundlichkeit umfasst 7 Items (siehe Tab. 8.1: F-1 bis F-7), die bis auf Ausnahme von einem (das für die Auswertung umgepolt werden muss) positiv formuliert sind.

(3) Normtransparenz

Diese Skala adressiert den Umgang mit Normen und Regeln, sowie die Klarheit und Strukturiertheit des Unterrichts und betrifft vor allen Dingen Schüler mit Migrationshintergrund, die in der Schule oft der Schwierigkeit ausgesetzt sind, „geltende soziale oder fachliche Normen nicht zu kennen“. (Spychiger/Kuster/Oser 2006, S.93)

Transparente Normen sind für eine intakte Fehlerkultur demnach unerlässlich. Die Skala Normtransparenz enthält 8 Items (siehe Tab. 8.1: N-1 bis N-8), die alle negativ formuliert sind und daher für die Auswertung umzupolen sind.

(4) Fehlerangst

Diese Skala betrifft nicht nur die Angst vor Fehlern, sondern allgemein negative Emotionen, wie zum Beispiel Scham- und Schuldgefühle. Anders als bei der Auswertung der Skalen Lernorientierung, Fehlerfreundlichkeit und Normtransparenz, stehen bei der Auswertung der Skala Normtransparenz mittlere Werte für eine produktive Fehlerkultur, da aus einer vorhergehenden Untersuchung erkannt wurde, dass „eine gänzliche Abwesenheit von Angst, Scham und Schuld im Zusammenhang mit Fehlermachen nicht funktional für einen lernorientierten Umgang mit Fehlern ist“. (Spychiger/Kuster/Oser 2006, S.100) Selbiges gilt jedoch auch für stark ausgeprägte negative Emotionen, die den Lernprozess hindern und eventuell sogar eine weitgehende Schulangst hervorrufen könnten.

Die Skala beinhaltet 5 Items (siehe Tab. 8.1: A-1 bis A-5), die sich in Ich-Form vorfinden. Schüler schätzen dabei ihr Verhalten, ihre Gefühle und ihr Befinden in Fehlersituationen selbst ein.

Insgesamt umfasst der Fragebogen 28 Items: 8 Items aus dem Bereich Lernorientierung, 7 Items aus dem Bereich Fehlerfreundlichkeit, 8 Items aus dem Bereich Normtransparenz und 5 Items aus dem Bereich Fehlerangst. Für die Auswertung ist zu beachten, dass bei den Skalen 1 bis 3 hohe Werte für eine gute Fehlerkultur sprechen, bei der Skala 4, wie bereits erwähnt, mittlere Werte fehlerpositiv zu interpretieren sind.

		stimmt ganz und gar nicht	stimmt eher nicht	stimmt zum Teil	stimmt voll und ganz
L-4	Es macht mir Freude, mir durch Fehler neues Wissen anzueignen.				
F-4	Bei unserem Mathematiklehrer/unsere Mathematiklehrerin ist Fehlermachen nichts Schlimmes.				
A-1	Ich bekomme Angst, wenn ich im Mathematikunterricht Fehler mache.				
L-5	Fehler in Prüfungen werden von mir immer freiwillig verbessert, auch wenn es unser Mathematiklehrer/unsere Mathematiklehrerin nicht extra sagt.				
N-4	Ich verstehe oft nicht, was unser Mathematiklehrer/unsere Mathematiklehrerin meint.				
F-6	Unser Mathe-Lehrer/unsere Mathe-Lehrerin versucht es zu vertuschen, wenn er/sie selber etwas falsch gemacht hat.				
A-5	Wenn ich im Mathematikunterricht Fehler mache, mache ich mir Vorwürfe, dass ich zu wenig gelernt oder nicht genug aufgepasst habe.				
N-5	Ich mache oft Fehler, weil ich im Mathematikunterricht die Fragen meines Lehrers/meiner Lehrerin nicht richtig verstehe.				
F-5	Wenn ich im Mathematikunterricht Fehler mache, bespricht unser Lehrer/unsere Lehrerin diese mit mir auf eine Art und Weise, dass es mir wirklich etwas bringt.				
L-8	Fehler, die ich während des Mathematikunterrichts gemacht habe, schaue ich mir zu Hause ganz genau an.				
A-3	Ich schäme mich im Mathematikunterricht, wenn ich vor der Klasse Fehler mache.				
F-1	Unser Mathematiklehrer/unsere Mathematiklehrerin ist geduldig und schimpft nicht mit mir, wenn mir etwas nicht gelingt.				
N-2	Manchmal werde ich im Mathematikunterricht für mein Verhalten kritisiert, obwohl ich gar nicht wusste, dass dieses Verhalten schlecht ist.				
F-7	Wenn unser Mathematiklehrer/unsere Mathematiklehrerin selber einen Fehler macht, gibt er/sie es offen zu.				
L-6	Es macht mir Spaß, bei einer Aufgabe verschiedene Lösungswege auszuprobieren.				

F-2	Unser Mathematiklehrer/unsere Mathematiklehrerin ist geduldig, wenn ein Schüler oder eine Schülerin im Unterricht etwas nicht versteht.				
A-2	Ich habe Angst vor meinem Lehrer/meiner Lehrerin, wenn ich in Mathematik eine schriftliche Arbeit mit vielen Fehlern zurück bekomme.				
N-8	Ich fühle mich unsicher, weil ich im Mathematikunterricht viele Fehler mache.				
L-3	Wenn ich im Mathematikunterricht etwas ungeschickt mache, nehme ich dies als Gelegenheit wahr, daraus zu lernen.				
N-3	Manchmal habe ich das Gefühl, dass mein Mathematiklehrer/meine Mathematiklehrerin mich nicht richtig versteht.				
N-7	Meiner Meinung nach gibt es bei uns im Mathematikunterricht viele Missverständnisse.				
L-2	Fehler im Mathematikunterricht helfen mir, es hinterher besser zu machen.				
N-1	Ich weiß oft nicht, warum ich im Mathematikunterricht von meinem Lehrer/meiner Lehrerin angeschnauzt werde.				
L-7	Falsche Lösungen in Aufgaben überdenke ich mehrmals.				
F-3	Wenn bei mir eine schriftliche Arbeit im Mathematikunterricht schief gegangen ist, hilft mein Lehrer/ meine Lehrerin mir und bespricht die Fehler mit mir.				
A-4	Vor der Schulstunde habe ich manchmal Angst, dass ich während des Mathematikunterrichts Fehler machen könnte.				
N-6	Wenn ich einen Fehler mache, verstehe ich oft nicht warum.				
L-1	Manchmal hilft es mir im Mathematikunterricht, meine Fehler in Erinnerung zu behalten, um ihn nicht wieder zu machen.				

Tab. 8.1: Schülerfragebogen zur Fehlerkultur (aus Spychiger/Kuster/Oster 2006, S.104-105)

9. Produktiver Umgang mit Fehlern im Mathematikunterricht – unterrichtliche Möglichkeiten

Um mit Fehlern im Mathematikunterricht produktiv umzugehen, um Fehler als Lernchancen zu nützen, um die Kompetenz zu vermitteln, Fehler zu finden und auszubessern gibt es mehrere unterrichtliche Methoden.

9.1. fachdidaktische Forschung als Lehrperson nützen

Sollte ein Unterricht auf einen produktiven Umgang mit Schülerfehlern, auf eine positive Fehlerkultur basieren, so ist es wichtig, dass die Lehrperson sich informiert und darüber Bescheid weiß, an welchen Stellen im Unterricht Schwierigkeiten und Fehler von Schülern zu erwarten sind.

Im Folgenden sind Literaturhinweise zu häufig vorkommenden Fehlern in gewissen Gebieten der Mathematik angeführt:

Bruchrechnen:

Padberg, F. (1995): Didaktik der Bruchrechnung. Heidelberg

Geometrie:

Hänle, G. (1983): Schwierigkeiten bei der Raumschauung und Berechnung von Körpern. In: Mathematische Unterrichtspraxis, 4.Quartal.

Algebra:

Malle, G. (1993): Didaktische Probleme der elementaren Algebra. Braunschweig.

Durch die Nutzung der fachdidaktischen Fehlerforschung kann ein besonderes Augenmerk auf Problemstellen gerichtet werden und der Unterricht kann dementsprechend geplant werden. (vgl. Hammer 2002, S.69)

9.2. Fehler-Knowhow lehren

Damit aus Fehlern gelernt werden kann, ist es wichtig, dass den Schülern gelehrt wird, wie Fehler gesucht und behoben werden können. Dieses „Fehler-Knowhow“ umfasst im Mathematikunterricht beispielsweise die Probe einer Rechnung (wie zum Beispiel das Rückmultiplizieren bei einer Division), die zwar oft sehr viel Zeit in Anspruch nimmt, jedoch für Schüler, die dazu neigen Flüchtigkeitsfehler zu machen, eine sehr geeignete und hilfreiche Übung darstellt. (vgl. Müller/Nieswandt 1999, S.30)

Neben den Rechenproben sind aber auch Dimensions- und Größenordnungsproben für die Kontrolle von Fehlern von Bedeutung, die im Unterricht trainiert werden sollten. Folgende Aufgabe könnte beispielsweise für das Arbeiten mit Dimensionsfehlern eingesetzt werden:

Aufgabe: (aus Müller/Nieswandt 1999, S.39)

Jeder weiß, dass ein Euro 100 Cent entspricht. Es ist auch jedem bekannt, dass die rechten und linken Seiten von unterschiedlichen Gleichungen gliedweise miteinander multipliziert werden dürfen. Was ist aber von dieser Rechnung zu halten?

$$1 \text{ EUR} = 100 \text{ Cent}$$

$$x \text{ EUR} = 100 x \text{ Cent}$$

durch Multiplizieren der linken und rechten Seiten, erhält man also:

$$x \text{ EUR} = 10000 x \text{ Cent}$$

und durch das Kürzen von x auf beiden Seiten:

$$\text{EUR} = 10000 \text{ Cent}$$

Das dies nicht stimmt, ist klar. Aber warum?

Anmerkung:

Der Fehler ist natürlich daraus entstanden, weil die Einheiten EUR und Cent falsch behandelt wurden, denn ab Zeile 3 in der Rechnung müssen EUR und Cent zum Quadrat genommen werden. Ähnliche Beispiele könnte man auch mit den Maßeinheiten Meter und Zentimeter formulieren, dadurch würde der Unterschied von Flächen und Längen veranschaulicht werden. (vgl. Müller/Nieswandt 1999, S.39)

9.3. Fehlerkarteien

Die übliche Unterrichtspraxis sieht oft so aus, dass bei der Verbesserung eines Tests, einer Hausübung oder einer Schularbeit die darin vorkommenden Beispiele von der Lehrperson im Unterricht an der Tafel vorgerechnet werden. Die Schüler sollten im Anschluss daran zu Hause ihre eigenen Fehler der Schularbeit verbessern. Meist passiert jedoch nichts anderes, als dass sie die richtige Lösung einfach ins Schularbeitsheft abschreiben. (vgl. Hanisch 1998, S.51)

In diesem Fall kann man meiner Meinung nach nicht von einem produktiven Umgang mit Fehlern sprechen, da die Schüler beim bloßen Abschreiben der richtigen Lösung ihre Fehler höchstwahrscheinlich nicht verstehen. Das eigentliche Problem wird dabei nicht geklärt und somit kann aus den Fehlern nichts gelernt werden.

Zielführender wäre in diesem Fall, dass die Schüler ihre Fehler beispielsweise in ein Fehlerheft oder in eine sogenannte Fehlerkartei eintragen. Dabei soll erwähnt werden, dass dies bereits im Lernprozess erfolgen soll, nicht erst bei der Verbesserung der Schularbeit, wo Fehler nicht mehr vorkommen sollten. Die Fehlerkartei sollte neben Datum und Stoffgebiet auch die Fehlerursache sowie –begründung und die Richtigstellung der Aufgabe beinhalten. Durch diese Einträge in die Fehlerkartei lässt sich die Entwicklung des Lernprozesses der Schüler wesentlich genauer feststellen, als nur an den Noten in Schularbeiten/Tests, usw.

Vorderseite	Rückseite
<p>Hier ist ein Fehler passiert:</p> $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} : 4 = \frac{3-4}{6} : 4 = \frac{1}{6} : 4 = \frac{1 \cdot 1}{6 \cdot 4} = \frac{1}{24}$ <p>Was habe ich bei meinem Fehler gedacht oder gemacht?</p> <p><i>Jch habe zuerst den gleichen Nenner gesucht, dann minus gerechnet und dann statt durch 4 habe ich $\cdot \frac{1}{4}$ gerechnet.</i></p> <p>So löse ich die Aufgabe richtig:</p> $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} : 4 = \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{3} : 4\right) = \frac{1}{2} - \left(\frac{1 \cdot 1}{3 \cdot 4}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{12} = \frac{6-1}{12} = \frac{5}{12}$	<p>Fehlerbegründung:</p> <p><i>Ich habe die Punkt vor Strich-Regel nicht angewendet.</i></p> <p><i>Bsp.: $3 + 5 \cdot 7 = 38$ und nicht 56 !!</i></p> <p>neue Aufgabe dieser Art:</p>

Abb. 9.1: Beispiel für eine Fehlerkartei (aus Schoy-Lutz 2009, S.33)

Das Erstellen der Fehlerkartei kann in die Beurteilung, als Teil der Hausübungen, mit einfließen. Dadurch kann den Schülern klar gemacht werden, dass sich die Arbeit mit und an Fehlern lohnt. (vgl. Müller/Nieswandt 1999, S.32)

9.4. Fehlerhelferblatt

Neben dem Führen einer Fehlerkartei stellt auch das Fehlerhelferblatt eine Methode dar, die eine eigenständige Fehleranalyse der Schüler initiiert. Ziel des Fehlerhelferblattes ist die Eigenverantwortung der Schüler für ihre Fehler. Schüler arbeiten bei dieser Methode als „Fehlerdetektive“ und gehen den Fehlern „auf die Spur“. (Katzenbach 2004, S.4)

Das Fehlerhelferblatt besteht aus fünf Spalten. (siehe Abb. 9.2) In der ersten Spalte wird von den Schülern die bemerkte Fehlleistung notiert. In die zweite Spalte sollen die Schüler ihre Denkweise, die Art des Fehlers beziehungsweise das Fehlermuster eintragen. Dabei sollte der Lehrperson bewusst sein, dass es nicht allen Schülern gelingt ein Fehlermuster zu erkennen und man dadurch vielfach Notizen, wie „Da habe mich verrechnet.“ in der zweiten Spalte vorfindet. Katzenbach schlägt dafür vor, dass die Schüler auch einmal einen Fehler vor der ganzen Klasse „präsentieren“ können, „um die Fähigkeiten aller Detektive zu nutzen bzw. bei selbst erkanntem Fehlermuster herauszufinden, welche Kinder genauso gedacht hätten und welche anderen Denkmuster zum gleichen Fehler führen“. (Katzenbach 2004, S.5-6)

Das Vorstellen von verschiedenen Fehlern in der Klasse bringt außerdem „immer mehr Fehlertypen zum Vorschein, die anderen Fehlerdetektiven Anregungen für ihre Suche geben können“. (Katzenbach 2004, S.6) Finden Schüler die Ursache, die hinter ihrem Fehler steckt heraus, so haben sie wichtige Denkstrategien herausgefunden, woraufhin die Möglichkeit entsteht, diese zu verändern.

Fehler	Was ich dabei gedacht habe: Das ist daran falsch:	So geht es richtig:	Rechenart					Wie oft?
			+	-	*	:	S	
$480 - 95 = 395$	Ich habe von 480 zuerst 90 abgezogen und dann zum Ergebnis 5 dazugezählt.	$480 - 90 = 390$ $390 - 5 = 385$		x				1
$73 + \boxed{72} = 100$	Ich habe als Ergebnis 27 erhalten und beim Aufschreiben die Ziffern vertauscht.	$73 + 27 = 100$						

Abb. 9.2: Beispiel für ein Fehlerhelferblatt (aus Katzenbach 2004, S.5)

In der dritten Spalte des Fehlerhelferblattes sollte der richtige Lösungsweg erläutert werden und die vierte und fünfte Spalte dienen dazu, die Häufigkeiten von Fehlern in bestimmten mathematischen Bereichen festzustellen.

Da das Fehlerhelferblatt als Unterstützung des individuellen Lernens dienen soll, „sollte es begleitend zum Unterricht oder zu Hausaufgaben oder formativen Leistungsüberprüfungen eingesetzt werden“. (Katzenbach 2004, S.7)

Die Methode des Fehlerhelferblattes mag zwar mit einem gewissen Arbeitsaufwand, sowohl seitens der Schüler, als auch seitens der Lehrperson, verbunden sein, der sich jedoch in jedem Falle zu lohnen scheint. Das Fehlerhelferblatt kann zu einem positiven Lernklima beitragen und gibt der Lehrperson wichtige Auskunft über den individuellen Lernprozess der Schüler, deren Selbstverantwortung im Umgang mit Fehlern durch dieses Vorgehen gefördert wird. (vgl. Ehret/Schmidt 2009, S.29)

9.5. Zusammenarbeit in Fehlergruppen

Bei Schülern, die sehr häufig Fehler machen, kann schon bald Demotivation eintreten, wenn sie sich ständig mit ihren eigenen Fehlern auseinandersetzen müssen. Dies kann verhindert werden, indem die Schüler mit ähnlichen Fehlertypen kleine Gruppen bilden und in ihrer „Fehlergruppe“ an Fehlern (diese können anonym aus vorhergehenden Übungen entnommen werden) gemeinsam arbeiten. Für viele Schüler ist dies eine sehr angenehme und beruhigende Situation, weil ihnen dadurch bewusst wird, dass sie mit ihren Fehlern nicht alleine sind. (vgl. Schumacher 2008, S.57)

9.6. Fehlersuche in vorgegebenen Aufgabenlösungen

Damit Schüler im Unterricht für Fehler sensibilisiert werden, kann man Fehler suchen lassen, unter dem Motto „Wer entdeckt den Fehler der Woche?“, „Wo steckt hier der Fehler und wie ist es wohl zu diesem gekommen?“ usw. (vgl. Hammer 2002, S.70)

Besonders gut geeignet für eine solche Fehlersuche sind reale, fehlerhafte Texte, wie beispielsweise Zeitungsartikel, in denen mathematische Fehler vorkommen, da die Beschäftigung mit diesen besonders interessant und motivierend für Schüler ist. Außerdem ist es wichtig, dass durch solche Beispiele den Schülern bewusst wird, dass

nicht alles korrekt und richtig ist, was irgendwo gedruckt ist und man nicht alles, was irgendwo geschrieben steht, „blind“ hinnehmen sollte. (vgl. Herget/Scholz 1998, S.17)

Wichtig bei der Fehlersuche ist, dass die Schüler den Fehler nicht nur entdecken, sondern dass ihnen auch die Gedankenweise, die sich hinter dem Fehler verbirgt, deutlich wird, denn „die Konfrontation mit Fehlern und das Analysieren der falschen Gedankengänge baut bei den Schülern ein „Widerstandsniveau“ auf, das ihnen hilft, diese Fehler in Prüfungssituationen zu vermeiden“. (Hammer 2002, S.71)

Beispiele für fehlerhafte Zeitungsartikel, die im Unterricht zur Fehlersuche und -analyse verwendet werden können:

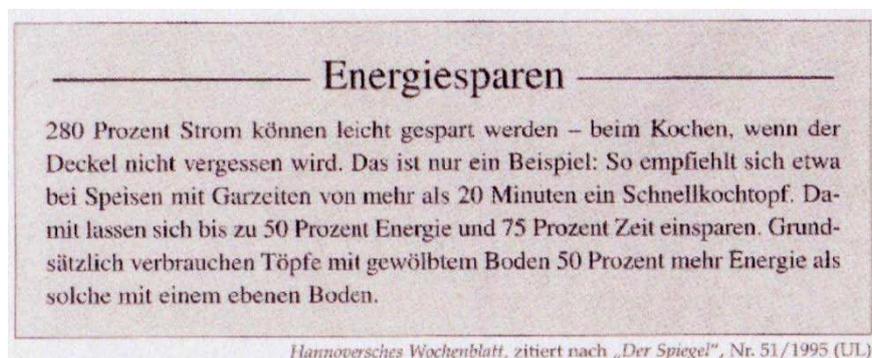


Abb.9.3: fehlerhafter Zeitungsartikel (aus Herget/Scholz 1998)



Abb.9.4: „Wo steckt hier der Fehler?“ (aus Herget/Scholz 1998)

9.7. Möglichkeiten der Selbstkontrolle für Schüler

Wichtig bei der Planung von Übungsphasen im Mathematikunterricht ist, dass die Schüler des Öfteren die Möglichkeit erhalten, ihre Fehler selbst auszubessern. Dies kann beispielsweise durch Aufgabenblätter mit Angabe der Lösungen, durch Hilfekarten, auf denen sich Hinweise zum Lösen der Aufgabe finden oder durch Hausaufgabenfolien, auf denen Fehler gekennzeichnet werden, erfolgen. (vgl. Hammer 2002, S.71)

Die Methode des Aufgabenlösendes mithilfe von „Hilfekärtchen“ gefällt mir besonders gut, da ich denke, dass sie in vielerlei Hinsicht einsetzbar ist. Die Schüler bekommen dabei von der Lehrperson eine Aufgabenstellung, die sie (allein oder auch in Kleingruppen) zu lösen haben. Tauchen dabei Probleme auf, so können sie die bei der Lehrperson liegenden Hilfekarten, auf denen sich ausführliche Hinweise zum Lösen der Aufgabe befinden, nützen. Wenn sie nach dem ersten Tipp auf Hilfekarte 1 immer noch nicht weiter wissen, so haben die Schüler die Möglichkeit, schrittweise weitere Hinweise auf den folgenden Hilfekarten zu erhalten. Die Lehrperson steht, in der Zeit, wo die Schüler an der Aufgabe arbeiten, für individuelle Probleme oder zur Diskussion für alternative Lösungswege zur Verfügung. Die Ergebnisse der Aufgabe sollten am Schluss der Unterrichtseinheit gemeinsam zusammengefasst und ins Heft eingetragen werden. (vgl. Hammer 2002, S.55-58)

Durch die Methode mit den Hilfekärtchen können die Schüler nicht nur ihren Lösungsweg selbstständig kontrollieren, es werden auch Aussagen von Schülern wie „Das ist mir zu schwer. Das kann ich nicht.“ vermieden. (vgl. Hammer 2002, S.56)

Die oben erwähnte Hausaufgabenfolie ist ebenso eine gute Möglichkeit zur Selbstkontrolle. Die Schüler schreiben dabei die Hausübung zusätzlich auf eine Overheadfolie, die im Mathematikunterricht von den Schülern präsentiert und mit der Klasse besprochen wird. Die Lehrperson sitzt während der Besprechung der Hausübung auf dem Platz des Schülers, der seine Folie präsentiert, und verbessert den Hausübungseintrag im Heft. Treten in der Hausübung Fehler auf, so sollte die ganze Klasse mithelfen, diese zu korrigieren. (vgl. Hammer 2002, S.95-96)

Die Schüler trauen sich durch die Methode der Hausaufgabenfolie immer mehr zu und lernen bzw. üben dabei das Argumentieren und Auftreten vor der ganzen Klasse.

9.8. Lerntagebücher

Lerntagebücher ermöglichen der Lehrperson die Einsicht in den Lernprozess jedes einzelnen Schülers und fördern das eigenständige und reflexive Lernen im Mathematikunterricht. In einem Lerntagebuch wird der gesamte Erarbeitungsprozess eingetragen. Neben Fragen und verschiedenen Lösungsideen, die während des Unterrichts auftreten, sind auch bereits gemachte Fehlleistungen für das Lerntagebuch von großer Bedeutung. Dadurch kann die Lehrperson ihre Schüler individuell fördern und den einzelnen Schülern gezielte und spezifische Hilfestellungen geben. (vgl. Lutz-Westphal 2005, S.4)

Beim Führen eines persönlichen Lerntagebuchs trägt jeder Schüler persönliche Notizen zum eigenen Lernprozess ein. Das Lerntagebuch kann sich als hilfreich erweisen, um den Lernstoff im Unterricht besser nachvollziehen zu können, da individuelle Fragen gestellt und somit der Lernprozess nachhaltig gefördert werden kann.

Untersuchung einer Gewinnfunktion 17.02.2000

Heute war wieder einmal Gruppenarbeit gefragt, demnach durfte auch jeder für sich die Aufgaben auf dem Blatt, das wir bekommen haben lösen.

Ich hatte zwar einige Probleme die Aufgabe ohne weitere zu lösen, aber vielleicht lag es auch nur daran, dass ich zu unkonzentriert war.

Es handelte sie um eine Firma, die Füller produziert. Schritt für Schritt sollten wir die Gewinnfunktion aufstellen, die Nullstellen berechnen und danach den Break-even-point (BEP).

Bis dahin habe ich noch alles "gekannnt". Aber als es darum ging den maximalen Gewinn zu errechnen, habe ich aufgegeben.

Ich hätte $g(x)$ einfach 0 setzen sollen
Dann hätte ich den max. Gewinn und die Anzahl d. Füller herausgekriegt,

$$g(x) = 30 \cdot 0,17 \text{ €} \Rightarrow g(14,1999)$$

$$\approx 30 \cdot 0,00$$

11.4654 Stück

bei dem größtmöglichen Verlust:

$$g(11,4654) \approx 30,00$$

$$g(11,8679) \approx -14,20 \text{ €}$$

So, das soll fürs erste reichen. Ich habe noch ein paar Additionsverfahren gerechnet und versuche, die Klausur morgen gut zu schaffen...

Da ich das Additionsverfahren so gut wie gar nicht kann, habe ich mir noch mal alles genau aufgelütert:

- Die Gleichungen sind schon aufgestellt!

Frage: lässt sich ein Buchstabe schon ohne Additionsverfahren rechnen?

Schauen, ob ^{sich} die Gleichungen bei bestimmten Buchstaben gleichen, so dass diese bei einer Addition oder Subtraktion rausfallen können.

Ist dies nicht der Fall muss man eine Gleichung mit einem Faktor z.B. 2 multiplizieren, so dass bei einer Addition oder Subtraktion einer oder mehrere Buchstaben rausfallen.

Dies führt man so lange durch bis man eine Gleichung mit nur einer unbekanntem erhält und diese so berechnen kann.

Die berechneten Werte für die Buchstaben setzt man immer wieder in die anderen Gleichungen ein und versucht die übrigen unbekanntem herauszufinden. Good Luck 😊

Abb. 9.5: Beispiele für Lerntagebucheinträge (aus Heske 2001, S.15)

9.9. Expertenrunde

Wie bereits mehrmals erwähnt, sind Übungsphasen für eine positive Fehlerkultur von enormer Wichtigkeit. Eine sehr schülerzentrierte Unterrichtsmethode, die zu einem produktiven Umgang mit Fehlern beitragen kann, ist die Expertenrunde, die eine Stärkung der Eigenverantwortung für das Lernen bewirkt. Schüler schlüpfen dabei in die Rolle von Experten und erklären sich mathematische Inhalte gegenseitig.

Diese Methode könnte im Mathematikunterricht - bezüglich eines produktiven Umgangs mit Fehlern – folgendermaßen eingesetzt werden:

Mathematische Aufgaben, bei denen im Laufe des Unterrichts Schwierigkeiten und Probleme auftreten, werden auf ein Plakat notiert, das in der Klasse für alle sichtbar aufgemacht wird. Neben der Aufgabenstellung ist Platz, damit sich die Schüler, die zu den einzelnen Aufgaben den korrekten Lösungsvorgang wissen, als „Experten“ für eine Aufgabe einschreiben können. (vgl. Hammer 2002, S.78)

Es werden infolgedessen Kleingruppen (3-4 Schüler) mit jeweils einem Experten eines Aufgabentyps gebildet. Jede Gruppe muss nun versuchen, einen korrekten Lösungsweg für ihre Aufgabenstellung zu finden, um ihn anschließend der Klasse vorzustellen. „In dieser Phase sind gezieltes Nachfragen und Erklären unbedingt erforderlich. Großflächiges Arbeitspapier und mehrfarbige Schritte fordern dazu auf, Lösungsschritte zu fixieren und zu strukturieren.“ (Hammer 2002, S.78)

Bei der anschließenden Präsentation des Lösungsweges, sollten die Schüler die einzelnen Schritte in eigene Worte fassen und erklären, sodass der Lösungsvorgang für alle verständlich ist.

Die Lehrperson sollte sich während des Verfahrens der Expertenrunde in der Klasse zurückhalten, jedoch für etwaige Fragen und Hilfestellungen zur Verfügung stehen. Wichtig ist, dass die Schüler untereinander kommunizieren und die Möglichkeit für Erfolgserlebnisse gegeben ist. (vgl. Hammer 2002, S.79)

9.10. Fehlerwettbewerb

Man könnte im Unterricht einen Fehlerwettbewerb für den beispielsweise „intelligentesten Fehler der Woche“ durchführen. Darunter ist ein Fehler zu verstehen, hinter dem eine vernünftige Strategie liegt, bei der sich der Schüler wirklich Gedanken

gemacht hat – ein Fehler, aus dem gelernt werden kann und den man produktiv nützen kann, „indem gezeigt wird, wo für die richtige Lösung um- oder weitergedacht werden muss“. (Müller/Nieswandt 1999, S.32)

Wichtig bei einem derartigen Wettbewerb ist aber, dass die Lehrperson darauf achtet, dass sich die Schüler dabei nicht verletzt fühlen. Dies kann umgangen werden, indem die Vorstellung des „intelligentesten Fehlers der Woche“ ohne Angabe des Schülernamens, der den Fehler gemacht hat, erfolgt und sich dieser dann, wenn er dies möchte, freiwillig melden kann. (vgl. Müller/Nieswandt 1999, S.33)

9.11. Gemeinsam Lösungswege suchen

Damit aus Fehlern im Unterricht gelernt werden kann, sollten ein kollektives Suchen nach Lösungswegen und ein gemeinsames Diskutieren von Fehlleistungen im Zentrum stehen, denn dadurch kann bei vielen Aufgaben sichtbar werden, dass Schüler oft ganz verschiedene Lösungsstrategien anwenden und zu den gleichen Resultaten gelangen. Liegt das Hauptaugenmerk im Unterricht auf den Ergebnissen, so würden wichtige Unterschiede zwischen verschiedenen Lösungswegen nicht bemerkt und den Schülern nicht bewusst werden. (vgl. Schumacher 2008, S.55)

„Lösungen zu suchen und Lösungswege zu besprechen ist deshalb mindestens so wichtig wie Lösungen zu finden. Nicht die Bestrafung von Fehlern mit schlechten Noten, sondern die Belohnung von Lernerfolgen sollte im Vordergrund stehen“. (Schumacher 2008, S.55)

10. Resümee

Ich glaube vor allem im letzten Kapitel dieser Diplomarbeit wird ersichtlich, dass der „Rotstift“ nicht das einzige und unbedingt beste Mittel im Umgang mit Schülerfehlern ist, sondern dass im Gegensatz dazu Fehlern im Mathematikunterricht durchaus auch eine positive Bewertung zugeschrieben werden kann und soll.

Werden Fehler ernst genommen und im Sinne des Lernens produktiv genutzt, so können nicht nur einzelne, betroffene Schüler, sondern eine gesamte Klasse daraus profitieren.

Meiner Meinung nach ist es wichtig, dass die Negativbewertung der Fehler in den Schulen immer mehr durch ihre positive Seite verdrängt wird und das Sprichwort „Errare humanum est“ mehr in den Mittelpunkt des schulischen Denkens rückt. Dies ist im Mathematikunterricht viel zu selten der Fall, denn leider „spielt im Mathematikunterricht der Fehler zu sehr die Rolle eines Kriteriums für die Leistungsfeststellung, verbunden mit einer negativen, defizitbezogenen Einschätzung“. (Radatz 1985, S.19)

Es wäre wichtig, „dem Fehler eine andere didaktische Sinnggebung zukommen zu lassen. Fehler sind unverzichtbare Bestandteile des Lernprozesses. Lörcher (1984) weist darauf hin, dass durch das Anstreben des unerreichbaren Ziels der Fehlervermeidung häufig vergessen wird, den Schülern im Mathematikunterricht auf das Erkennen, Finden und Überwinden von Fehlern vorzubereiten“. (Radatz 1985, S.19)

In unseren Schulen wäre, so wie ich denke, mehr Fehleroffenheit wünschens- und erstrebenswert. In Japan beispielsweise wird vor allen Dingen im Mathematikunterricht das Ziel verfolgt, dass Schüler zum Nachdenken und zum eigenständigen Ausprobieren aufgefordert werden, um Lösungen zu erreichen. (vgl. Osten 2010, S.15)

„Gefördert wird das Streben nach kreativen Lösungswegen, die durchaus mehrdimensional sein dürfen. Irrtümer und Fehler, die hierbei entstehen, werden keiner Wertung unterzogen, denn das primäre Ziel im Mathematikunterricht ist nicht, möglichst schnell zur korrekten Lösung zu finden, sondern problemlösungsorientiertes Lernen zu erlernen.“ (Osten 2010, S.15) Japans Schulsystem basiert auf dem Prinzip der Fehleroffenheit, das in unseren Schulen leider kaum zur Geltung kommt.

Der übliche Fehlerumgang in unseren Schulen, indem Fehler meist als Makel, als Defizit angesehen werden, kann für Schüler zu einem negativen Selbstbild führen. Meiner Ansicht nach sollten Sprichwörter, wie „Es ist noch kein Meister vom Himmel gefallen.“ und „Aus Fehlern wird man klug.“ auch im Mathematikunterricht ernst genommen und berücksichtigt werden.

„Ein veränderter Umgang mit Fehlern hilft nicht nur, den Einzelnen bessere Hilfestellungen zum Verständnis geben zu können, sondern auch, die Mathematik als lebendiges Fach zu erleben. Die Freude am mathematischen Tun bleibt dann nicht denen allein überlassen, die eine spezielle Begabung mitbringen, sondern könnte ansteckend werden!“ (Lutz-Westphal 2005, S.5)

11. Zusammenfassung

Diese Arbeit beschäftigt sich mit dem Umgang mit Fehlern im Mathematikunterricht. Ich habe dieses Thema gewählt, weil ich denke, dass gerade in Mathematik weggegangen werden sollte von der Ansicht, dass Fehler etwas rein Negatives und in jeder Situation auszumerzen sind, hin zu einer veränderten, positiven Fehlerkultur im Unterricht.

Im ersten Kapitel wird auf die Frage eingegangen, was man unter „Fehler“ versteht und wie Fehler bezüglich des Mathematikunterrichts klassifiziert werden können. Des Weiteren werden wichtige Begriffe aus der mathematischen Fehlerforschung, wie Fehlerphänomen, Fehlermuster, Fehleranalyse und Fehlerursachen definiert und beschrieben.

Das anschließende Kapitel 3 soll einen groben Überblick über die Geschichte der Fehlerforschung in der Mathematikdidaktik geben.

Im Kapitel „Warum machen Schüler Fehler?“ werden situativ und habituell kognitive Fehlerursachen im Mathematikunterricht aufgezeigt und beschrieben. Außerdem wird die Wichtigkeit des Suchens nach Ursachen von Fehlern herausgehoben.

Der Umgang mit Fehlern im Mathematikunterricht im Laufe der Zeit wird in Kapitel 6 beschrieben, wobei besonders auf die Öffnung des Fehlerumgangs in den letzten Jahren eingegangen wird.

Im Kapitel 6 wird die Schwierigkeit von Fehlersituationen für die Lehrperson und infolgedessen die Wichtigkeit ihrer didaktischen Kompetenz betont. Dabei werden einige unterrichtliche Schemata zum Fehlerumgang im Unterricht angeführt, die sich häufig in der Praxis wiederfinden.

Auf die positive Seite von Fehlern – dass Fehler als Orientierungshilfen und Lerngelegenheiten für den Aufbau von Wissen genutzt werden können - wird im nächsten Kapitel eingegangen.

Kapitel 8 beinhaltet die Merkmale einer produktiven Fehlerkultur, sowie einen Fragebogen (entwickelt von Oser/Spychiger & Kuster), anhand dessen man diese im Unterricht messen kann.

Abschließend werden in Kapitel 9 unterrichtliche Maßnahmen beziehungsweise Möglichkeiten und Methoden für einen produktiven Fehlerumgang im Mathematikunterricht vorgestellt.

12. Literaturverzeichnis

- Althof, W. (Hrsg.) (1999): *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60.Geburtstags von Fritz Oser*. Opladen.
- Baruk, S. (1989): *Wie alt ist der Kapitän? Über den Irrtum in der Mathematik*. Basel, Boston, Berlin.
- Bogensberger, R./Nigischer S. (2009): *Der Umgang mit dem Rotstift*. Online unter: <http://www.fehlerkultur.at/fileadmin/documents/Medien-Die%20Furche%2031.7.09%20Lernen%20aus%20Fehlern.pdf> (20.05.2013)
- Büeler, U. (2000): *In der Klasse stehen. Eine Untersuchung zur nonverbalen Kommunikation der Lehrperson, wenn eine Schülerin oder ein Schüler im schulischen Unterricht einen Fehler macht*. Lizentiatsarbeit. Freiburg, Schweiz.
- Caspary, R. (Hrsg.) (2008): *Nur wer Fehler macht, kommt weiter. Wege zu einer neuen Lernkultur*. Freiburg.
- Chott, P.O. (2006): Fehlerkultur und das Lernen lernen. In: Schweizerische Zeitschrift für Bildungswissenschaften, 28, S.131-136.
- Dubs, R. (1995): *Lehrerverhalten. Ein Beitrag zur Interaktion von Lehrenden und Lernenden im Unterricht*. Zürich.
- Ehret, C./Schmidt, M. (2009): Verantwortung übernehmen – auf dem Fehlerhelferblatt. In: *Praxis der Mathematik*, Heft 27, S.28-29.
- Erichson, C. (1987): Aus Fehlern soll man klug werden. Überlegungen zum Lernen aus Fehlern. In: H. Ballhorn/H. Brügelmann (Hrsg.): *Welten der Schrift in der Erfahrung der Kinder*. Konstanz, S.148-157.
- Führer, L. (1984): Ich denke, also irre ich. Anfänge und Grenzen der Fehlerkunde. In: *Mathematik lehren*, Heft 5, S.2-9.
- Führer, L. (1984): Manchmal stimmt es doch!. In: *Mathematik lehren*, Heft 5, S.21.
- Freudenthal, H. (1984): Wie alt ist der Kapitän?. In: *Mathematik lehren*, Heft 5, S.38-39.
- Geering, P. (1995): Aus Fehlern lernen im Mathematikunterricht. In: E. Beck/T. Guldemann/M. Zutavern (Hrsg.): *Eigenständig lernen*. St. Gallen, S.59-70.

- Glänzel, A./Schütte, S. (1994): Sich mit dem Denken der Kinder verbünden. In: *Die Grundschulzeitschrift*, 72, S.42-43.
- Gloy, K. (1987): Fehler aus normentheoretischer Sicht. In: *Zeitschrift für Unterricht, Wissenschaft, Politik*, Nr. 9, S.190-204.
- Glück, G. (1999): Zeitgeist und Fehlertheorie (1921-1939). Meister Weimer und sein Schüler Kießling. In: W. Althof (Hrsg.): *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern*. Opladen, S.169-188.
- Gubler-Beck, A. (2008): Konstruktiver Umgang mit Schülerfehlern: Hindernisse und Chancen. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 2008*, S.421-424.
- Guldimann, T./Zutavern, M. (1999): „Das passiert uns nicht noch einmal!“ Schülerinnen und Schüler lernen gemeinsam den bewussten Umgang mit Fehlern“. In: W. Althof (Hrsg.): *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern*. Opladen, S. 233-258.
- Hammer, C. (Hrsg.) (2002): Weiterentwicklung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts. Erfahrungsbericht zum BLK-Programm SINUS in Bayern. Bayrisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus. München. Online unter: http://www.sinus-bayern.de/userfiles/Broschuere_2002/SINUS_Bayern_2002.pdf (21.05.2013)
- Hammerer, F. (2001): Der Fehler – eine pädagogische Schlüsselsituation und Herausforderung. In: *Erziehung und Unterricht*, 151.Jg, Heft 1-2, S.37-50.
- Hanisch, G. (1998): Fehler – eine Chance zum Lernen. In: *Didaktikheft der ÖMG*, Heft 29, S.48-54.
- Hart, K. (1985): Untersuchungen über Schülerfehler in der Mathematik. In: *Der Mathematikunterricht*, Jg. 31, Heft 6, S.48-58.
- Hartinger, A. (1997): Aus Fehlern wird man klug – nur wie? In: *Grundschule*, Heft 10, S.29-30.
- Herget, W./Scholz, D. (1998): *Die etwas andere Aufgabe – aus der Zeitung*. Seelze.
- Heske, H. (2001): Lerntagebücher. Eine Unterrichtsmethode, die das Selbstlernen im Mathematikunterricht fördert. In: *Mathematik lehren*, Heft 104, S.14-17.
- Holt, J. (1964): *How children fail*. New York.
- Jundt, W. (1998): Mathematik: Umgang mit Fehlern. In: *Schweizerische Lehrerzeitung*, Heft 7, S.10-13.

- Jürgens, E./Sacher, W. (2000): *Leistungserziehung und Leistungsbeurteilung: schulpädagogische Grundlegung und Anregungen für die Praxis*. Neuwied, Luchterhand.
- Kahl, R. (1995): *Lob des Fehlers*. Textbuch. Hamburg.
- Käser, U. (2011): Fehler begehen – Mathematik verstehen. Über die Bedeutung von Fehlern für das Verstehen. In: M. Helmerich/K. Lengnik/G. Nickel/M. Rathgeb (Hrsg.): *Mathematik verstehen. Philosophische und Didaktische Perspektiven*. Wiesbaden.
- Katzenbach, M. (2004): Dem Fehler auf der Spur – Kinder als Fehlerdetektive. In: *Die neue Schulpraxis*, 74 (12), S.4-8.
- Kaune, C. (2009): „Hier hab ich wieder nicht daran gedacht...“. Hausaufgaben und Berichtungen zu metakognitiven Aktivitäten. In: *Praxis der Mathematik*, Heft 27, S.22-27.
- Keller, R. (1980): Zum Begriff des Fehlers im muttersprachlichen Unterricht. In: D. Chrubim (Hrsg.): *Fehlerlinguistik. Beiträge zum Problem der sprachlichen Abweichungen*. Tübingen, S.23-42.
- Kobi, E. (1994): Fehler. In: *Die neue Schulpraxis*, 64, Nr.2, S.5-10.
- Leuders, T. (2001): *Qualität im Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I und II*. Berlin.
- Lorenz, J. H. (1984): Gibt es für Schüler einen guten Grund, Fehler zu machen?. In: *Mathematik lehren*, Heft 5, S.40-43.
- Lorenz, J. H./Radatz, H. (1993): *Handbuch des Förderns im Mathematikunterricht*. Hannover.
- Lutz-Westphal, B. (2005): *Fehler gemacht? Oder eher: noch nicht zuende gedacht? Vom produktiven Umgang mit Fehlern im Mathematikunterricht*. Online unter: <http://page.math.tu-berlin.de/~westphal/projekt/fehler.pdf> (21.05.2013)
- Müller, A./Nieswandt, M. (1999): *"Aus Fehlern Lernen". Arbeitsleitfaden zu Modul 3 im Programm "Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts" der Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung*. Online unter: http://sinus-transfer.uni-bayreuth.de/module/modul_3aus_ Fehlern_lernen.html (21.05.2013)
- Morawietz, H. (1997): Fehler kreativ nutzen, Stress verringern, Unterricht öffnen. In: *Pädagogik und Schulalltag*, 52, 2, S.232-245.

- Müller, M. (1998): *Analyse von Schülerfehlern in der Trigonometrie. Ursachenforschung, Diagnose und Fehlerkorrektur anhand von Schularbeitsheften, Interviews und Übungen nach dem Prinzip des Mastery-Learning*. Dissertation. Wien.
- Oser, F./Hascher, T. (1996): *Lernen aus Fehlern*. Projektantrag Freiburg/Schweiz.
- Oser, F./Hascher, T./ Spychiger, M. (1999): Lernen aus Fehlern. Zur Psychologie des „negativen“ Wissens. In: W. Althof (Hrsg.): *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern*. Opladen, S.11-41.
- Oser, F./Spychiger, M. (2005): *Lernen ist schmerzhaft. Zur Theorie des Negativen Wissens und zur Praxis der Fehlerkultur*. Weinheim, Basel.
- Oser, F. (2009): Aus Fehlern lernen. In: *Profi-L*, Heft 1, S.4-6.
- Pesch, C. (1996): *Kognitive Fehlerursachen im Mathematikunterricht*. Diplomarbeit. Wien.
- Prediger, S./Wittmann, G. (2009): Aus Fehlern lernen – (wie) ist das möglich?. In: *Praxis der Mathematik*, Juni 2009, Heft 27, S.1-8.
- Rach, S./Ufer, S./Heinze, A. (2012): Lernen aus Fehlern im Mathematikunterricht – kognitive und affektive Effekte zweier Interventionsmaßnahmen. In: *Unterrichtswissenschaft*, 40.Jg, Heft 3, S. 213-234.
- Radatz, H. (1980): *Fehleranalysen im Mathematikunterricht*. Braunschweig, Wiesbaden.
- Radatz, H. (1980): Untersuchungen zu Fehlleistungen im Mathematikunterricht. In: *JMD*, Heft 4, S. 213–228.
- Radatz, H. (1983): Untersuchungen zum Lösen eingekleideter Aufgaben. In: *JMD*, Heft 3, S.205-217.
- Radatz, H. (1985): Möglichkeiten und Grenzen der Fehleranalyse im Mathematikunterricht. In: *Der Mathematikunterricht*, Jg. 31, Heft 6, S.18-24.
- Reitberger, W. (1989): Was versteht man unter Flüchtigkeitsfehlern und wie kann man sie durch unterrichtliche Maßnahmen verhüten?. In: *ZDM* 89/3, S. 111-115.
- Reitberger, W. (1990): Fehlerphänomene und kognitive Fehlerursachen. In: G. Heink/W. Reitberger: *Untersuchungen zum Verständnis des Bruchzahlbegriffs*. Bad Salzdetfurth, S.267-324.
- Reusser, K. (1999): Schülerfehler – die Rückseite des Spiegels. In: W. Althof (Hrsg.): *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern*. Opladen, S.203-231.

- Rollett, B. (1999): Auf dem Weg zu einer Fehlerkultur. Anmerkungen zur Fehlertheorie von Fritz Oser. In: W. Althof (Hrsg.): *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern*. Opladen, S.71-87.
- Schaffrath, J. F. (1957): Gedanken zur Psychologie der Rechenfehler. In: *Der Mathematikunterricht. Beiträge zu seiner wissenschaftlichen und methodischen Gestaltung*, Heft 3, S. 5-21.
- Schoenfeld, A. H. (1985): *Mathematical Problem Solving*. Orlando [u.a.].
- Schoy-Lutz, M. (2005): *Fehlerkultur im Mathematikunterricht. Theoretische Grundlegung und evaluierte unterrichtspraktische Erprobung anhand der Unterrichtseinheit „Einführung in die Satzgruppe des Pythagoras“*. Hildesheim, Berlin.
- Schoy-Lutz, M. (2009): Wie man aus Fehlersituationen Lernsituationen machen kann. Merkmale einer produktiven Fehlerkultur. In: *Praxis der Mathematik*, Heft 27, S.30-35.
- Schumacher, R. (2008): Fehler als Lerngelegenheit und Orientierungshilfe. In: R. Caspary (Hrsg.): *Nur wer Fehler macht, kommt weiter. Wege zu einer neuen Lernkultur*. Freiburg, S.49-71.
- Schupp, H. (2000): Thema mit Variationen. In: *Mathematik lehren*, 100, S.11-14.
- Seemann, J. (1929): *Untersuchungen über die Psychologie der Rechenfehler*. Leipzig.
- Spiegel, H./Selter C. (2003): *Kinder & Mathematik*. Seelze.
- Spychiger, M./Oser, F./Hascher, T./Mahler, F. (1997): Untersuchung und Veränderung von Fehlerkultur in der Schule. Der Situationsansatz. In: *Schriftenreihe zum Projekt „Lernen Menschen aus Fehlern?“ Zur Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule*. Pädagogisches Institut der Universität Freiburg.
- Spychiger, M./Oser, F./Mahler, F./Hascher, T. (1998): *Fehlerkultur aus der Sicht von Schülerinnen und Schülern. Der Fehlerfragebogen S-UFS: Entwicklung und erste Ergebnisse*. Schriftenreihe zum Projekt „Lernen Menschen aus Fehlern?“, Nr.4. Freiburg.
- Spychiger, M./Oser, F./Hascher, T./Mahler, F. (1999): Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. In: W. Althof (Hrsg.): *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern*. Opladen, S.43-70.
- Spychiger, M./Kuster, R./Oser, F. (2006): Dimensionen von Fehlerkultur in der Schule und deren Messung. Der Schülerfragebogen zur Fehlerkultur im Unterricht für

- Mittel- und Oberstufe. In: *Schweizerische Zeitschrift für Bildungswissenschaften*, 28, S.87-110.
- Spychiger, M. (2008): Ein offenes Spiel. Lernen aus Fehlern und Entwicklung von Fehlerkultur. In: R. Caspary (Hrsg.): *Nur wer Fehler macht, kommt weiter. Wege zu einer neuen Lernkultur*. Freiburg, S.25-48.
- Spychiger M. (2012): Schule als fehlerfreundliche Zone. Merkmale von Fehlerkultur in zeitgemäßen Häusern des Lernens. . In: *Schulmagazin 5-10*, 80, S.12-14.
- Stern, E. (1992): Warum werden Kapitänsaufgaben „gelöst“? Das Verstehen von Textaufgaben aus psychologischer Sicht. In: *Der Mathematikunterricht*, 28 (5), S.7-29.
- Tollay, A. (2005): *Typische Schülerfehler bezogen auf Termumwandlungen und Gleichungen*. Diplomarbeit. Wien.
- Tulis, M. (2010): Individualisierung im Fach Mathematik: Effekte auf Leistung und Emotionen. In: F.W. Hesse (Hrsg.): *Wissensprozesse und digitale Medien*, Band 17, Berlin.
- Wahser, I. (2007): *Training von naturwissenschaftlichen Arbeitsweisen zur Unterstützung experimenteller Kleingruppenarbeit im Fach Chemie*. Dissertation. Duisburg-Essen.
- Weimer, H. (1929): *Psychologie der Fehlerkunde*. Leipzig.
- Weimer, H. (1939): *Fehlerverhütung und Fehlervermeidung*. Düsseldorf.
- Weinert, F. E. (1998): Guter Unterricht ist ein Unterricht, in dem mehr gelernt als gelehrt wird. In: J. Freund/H. Gruber/W. Weidinger (Hrsg.): *Guter Unterricht – Was ist das?*. Wien, S.7-18.
- Weinert, F. E. (1999): Aus Fehlern lernen und Fehler vermeiden lernen. In: W. Althof (Hrsg.): *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern*. Opladen, S. 101-109.
- Weingardt, M. (2004): *Fehler zeichnen uns aus*. Transdisziplinäre Grundlagen zur Theorie und Produktivität des Fehlers in Schule und Arbeitswelt. Bad Heilbrunn/Obb.
- Weingardt, M. (2008): Schule zwischen Fehlervermeidung und Fehleroffenheit. In: I. Esslinger-Hinz/H.-J. Fischer (Hrsg.): *Spannungsfelder der Erziehung und Bildung. Ein Studienbuch zu grundlegenden Themenfeldern der Pädagogik*. Hohengehren, S.249-264.

- Weingardt, P. (2012): Ohne Fehleroffenheit kein Erfolg. Warum Fehler anders zu betrachten und zu nutzen sind. In: *Schulmagazin 5-10*, 80, S.7-11.
- Wellenreuther, M. (1986): Zur Methodologie der Fehleranalyse in der mathematikdidaktischen Forschung. In: *JMD*, Heft 7, S.269-303.
- Winter, K./ Wittmann, G. (2009): Wo liegt der Fehler?. In: *Praxis der Mathematik*, Heft 27, S.15-21.
- Wittmann, E.C./Müller G.N. (1994): *Das Zahlenbuch, 1. Schuljahr*. Lehrerhandbuch. Leipzig.
- Wittmann, G. (2007): Von Fehleranalysen zur Fehlerkultur. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 2007*, S.175-178.
- Wunderl, M. (1999): *SchülerInnenfehler in Mathematikaufgaben der schriftlichen AHS-Matura. Empirische Untersuchung der Art und Häufigkeit dieser Fehler unter besonderer Berücksichtigung von Fehlern, die dem Lehrstoff der 5.-8. Schulstufe zuzurechnen sind*. Hausarbeit. Wien.
- Wuttke, E./Seifried, J./Mindnich, A. (2008): Umgang mit Fehlern und Ungewissheit im Unterricht – Entwicklung eines Beobachtungsinstrumentes und erste empirische Befunde. In: M. Gläser-Zikuda/J. Seifried (Hrsg.): *Lehrerexpertise – Analyse und Bedeutung unterrichtlichen Handelns*. Münster, S.91-111.
- Wurz, K. (2000): Gedanken zur Leistungsbeurteilung im Mathematikunterricht. In: *Mathematik in der Schule*, 38, 5, S.265-269.
- Zech, F. (1995): *Mathematik erklären und verstehen*. Berlin.

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name	Katrin Schöberl
Geburtsdatum	15. März 1989
Sozialversicherungsnummer	2391 150389
Geburtsort	Grieskirchen
Staatsbürgerschaft	Österreich
Eltern	Eva und Manfred Schöberl
Geschwister	Doris und Theresa Schöberl

Ausbildung

1995 - 1999	Volksschule Kallham
1999 - 2003	Hauptschule Neumarkt im Hausruckkreis
2003 - 2007	BORG Grieskirchen
18. Juni 2007	Reifeprüfung mit Auszeichnung bestanden
2007 - 2008	Studium Universität Salzburg
2008 - 2013	Studium an der Universität Wien Unterrichtsfach Mathematik und Russisch