



universität  
wien

# DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit

„Motivation für den fächerübergreifenden Unterricht:  
Mathematische Anwendungen an sportpraktischen  
Beispielen“

Verfasserin

Melissa Hengelmüller

angestrebter akademischer Grad

Magistra der Naturwissenschaften (Mag. rer. nat)

Wien, Dezember 2014

Studienkennzahl lt. Studienblatt:

A 190 482 406

Studienrichtung lt. Studienblatt:

Lehramtsstudium UF Bewegung und Sport UF Mathematik

Betreuer:

Mag. Dr. Andreas Ulovec



## **Selbstständigkeitserklärung**

„Hiermit erkläre ich, dass ich die Diplomarbeit eigenständig verfasst habe und nur die im Literaturverzeichnis angeführten Quellen und Hilfsmittel benutzt wurden.“

---

Unterschrift

Wien, Dezember 2014



## **Danksagung**

An dieser Stelle möchte ich mich bei all jenen bedanken, die mich während des Verfassens dieser Diplomarbeit aber auch während des Studiums motiviert und unterstützt haben.

Ein großer Dank geht an meinen Diplomarbeitsbetreuer Mag. Dr. Andreas Ulovec, der mir immer wieder wertvolle Hinweise gab, mich durch seine Motivation sehr unterstützte und immer ein offenes Ohr für mich hatte. Darüber hinaus bin ich ihm dankbar, dass ich über dieses Themengebiet meine Arbeit verfassen durfte.

Auch meiner Familie möchte ich danken. Meine Eltern und Großeltern haben mich seit meiner Geburt auf emotionaler und finanzieller Ebene optimal unterstützt und mir viele Ratschläge für mein Leben gegeben. Meinem Bruder Robin bin ich für seine hilfreichen und kritischen Hinweise bzw. Meinungen sehr dankbar.

Mir ist es auch wichtig, mich bei meinen Freundinnen und Freunden zu bedanken, die immer für mich da waren, wenn ich Hilfe benötigte. Auch meinen Studienkolleginnen und Studienkollegen spreche ich hiermit meinen Dank aus. Es sind viele Freundschaften im Laufe des Studiums entstanden. Wir haben uns gegenseitig viele hilfreiche Tipps gegeben und uns in stressigen Zeiten gegenseitig unterstützt. Ich werde mich bemühen, diese Freundschaften weiter zu pflegen.

Dieser Lebensabschnitt wird mir immer in positiver Erinnerung bleiben!

Wien, Dezember 2014



## **Vorwort**

Oft wird darüber diskutiert, wie der Mathematikunterricht interessanter und praxisorientierter für Schülerinnen und Schüler unterrichtet werden kann. Mit Hilfe des fächerübergreifenden Unterrichts kann die Theorie anwendungsorientiert und dadurch spannender auf die Kinder und Jugendlichen wirken.

Es gibt verschiedene Möglichkeiten fächerübergreifenden Unterricht durchzuführen. Über diese Methoden werde ich im ersten Teil der Arbeit einen Überblick schaffen.

Vor allem der Sportunterricht eignet sich gut dafür, ihn mit Mathematik zu verknüpfen. Meine Motivation ist es, in dieser Arbeit viele verschiedene Stundensequenzen zu erstellen, die diese beiden Unterrichtsfächer miteinander verbinden. Diese können als Kopiervorlage oder als Ideenanstoß für Lehrerinnen und Lehrer der AHS dienen. Außerdem wird für die Unterkapitel ein Bezug zum Lehrplan angegeben, wodurch die passende Altersstufe ersichtlich ist.

## **Abstract**

Many discussions are about the topic how the subject mathematics could be more interesting and based on practice. With the use of interdisciplinary education, the theory can be taught in a more practical way and hence be more interesting for students.

There are different ways of interdisciplinary education. The first part of this paper will describe these options.

Especially physical education is suitable to be connected with mathematics. My motivation is to establish many different parts of lessons to couple these two subjects. It serves as a master or can give highschool teachers some ideas and guidance. In addition there are some references to the syllabuses and to the students' age.





# Einleitung

Einige Autoren meinen, dass es immer schwieriger wird Verbindungen zwischen den einzelnen Fächern herzustellen, um den Schülerinnen und Schülern Zusammenhänge entdecken zu lassen.

Im ersten Teil dieser Diplomarbeit werden verschiedene Begriffe wie fächerverbindender, übergreifender und koordinierter Unterricht beschrieben bzw. definiert. Anschließend wird erklärt, warum fächerübergreifender Unterricht an Schulen durchgeführt werden sollte. Aspekte, die für bzw. gegen den Fachunterricht sprechen, werden diskutiert. Weiters wird ein Einblick in die Geschichte des Fachunterrichts gegeben. Probleme und Grenzen des fächerübergreifenden Unterrichts werden behandelt und Methoden zur Leistungsbeurteilung und Umsetzung im Unterricht vorgeschlagen. Weitere Hilfestellungen für die Zusammenarbeit unter den Lehrerinnen und Lehrern im Zuge des fächerübergreifenden Unterrichts werden gegeben.

Im vierten Kapitel werden historische Informationen über die reine und angewandte Mathematik zusammengefasst. Unterschiedliche Beispiele, wo Mathematik im Alltag vorkommt, werden vorgestellt. Der Modellierungskreislauf, welcher ein gutes Beispiel ist, um den Realitätsbezug in der Schule herzustellen, wird genauer beschrieben. Anschließend werden weitere Themengebiete erwähnt, in denen Mathematik im Sport vorkommt.

Das fünfte Kapitel gibt Beispiele, wo Mathematik im Ausdauersport zu finden ist. Es werden zunächst Einblicke in die Physiologie des Menschen gegeben und anschließend Tests zur Ermittlung der Ausdauerleistungsfähigkeit vorgestellt. Dieses Kapitel beschäftigt sich auch mit Formeln, um die maximale Herzfrequenz bzw. die optimalen Trainingsbereiche berechnen zu können. Außerdem finden sich in diesem Kapitel einige Stundensequenzen, die im Sportunterricht zur Ermittlung des optimalen Trainingsbereichs angewandt werden können. Im Mathematikunterricht können anschließend die Ergebnisse interpretiert, berechnet und graphisch dargestellt werden. Ein Bezug zum Lehrplan, Lösungen zu den Beispielen bzw. Übungen und Vorschläge für Altersklassen, in denen diese Stundensequenzen durchgeführt werden könnten, werden in diesem bzw. in den beiden folgenden Kapiteln erläutert.



„Biomechanische Analysen und Berechnungen“ ist der Titel des sechsten Kapitels. Hier kann man erkennen, dass Mathematik in der Biomechanik verschiedenster Sportarten versteckt ist. Dieses Kapitel beschäftigt sich mit dem „Unteren Zuspiel - Bagger“ im Volleyball, dem Skisport und Billard. Außerdem werden zwei verschiedene Arten von Sprüngen (Counter Movement Jump und Squat Jump) genauer analysiert. Unterrichtssequenzen für den Sport- und Mathematikunterricht sind für jede dieser „Sportarten“ zu finden.

Im siebenten Kapitel geht es um Mathematik im Fußball. Der Fokus wird auf den Elfmeterschuss, die Feldaufteilung der Spielerinnen bzw. Spieler und die Wahrscheinlichkeit ein Tor zu schießen, gelegt. Anschließend wurden Unterrichtsinhalte für die Fächer Mathematik und Sport ausgearbeitet.

Um die mathematischen Begriffe und Formeln, die in den verschiedensten Schulstufen gelernt wurden, zu wiederholen, wurde ein „Memory-Lauf“ für die achte Klasse AHS erstellt, der im Sportunterricht durchgeführt werden kann und im letzten Kapitel zu finden ist.

Im Anhang sind alle Stundensequenzen nochmals zusammengefasst, die als Kopiervorlage für den Unterricht verwendet werden können.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1.</b>	<b>BEGRIFFSERKLÄRUNGEN UND DEFINITIONEN</b>	<b>15</b>
<b>2.</b>	<b>MOTIVATION: WOZU FÄCHERÜBERGREIFENDER UNTERRICHT?</b>	<b>18</b>
2.1	LEHRPLANBEZUG	18
2.2	WEITERE ARGUMENTE FÜR DEN FÄCHERÜBERGREIFENDEN UNTERRICHT	19
2.2.1	Das Netz als Metapher des Bildungsmanagements	20
2.3	GESCHICHTE SOWIE VORTEILE UND NACHTEILE DES FACHUNTERRICHTS	21
2.3.1	Historische Betrachtung des Fachunterrichts	21
2.3.2	Positive Aspekte des Fachunterrichts in der öffentlichen Meinung	22
2.3.3	Negative Aspekte des Fachunterrichts in der öffentlichen Meinung	22
<b>3.</b>	<b>FÄCHERÜBERGREIFENDER UNTERRICHT: PROBLEME UND GRENZEN</b>	<b>23</b>
3.1	ORGANISATION UND UMSETZUNG	23
3.1.1	Ein Modell des fächerübergreifenden Unterrichts	23
3.1.2	Das Bergheimer Modell	27
3.2	WEITERE PROBLEME UND GRENZEN	28
3.2.1	Tipps, für die Zusammenarbeit im fächerübergreifenden Unterricht	29
3.2.2	Lösungsvorschläge für die Leistungsbeurteilung	30
<b>4.</b>	<b>MATHEMATIK IST ÜBERALL</b>	<b>31</b>
4.1	HISTORISCHE INFORMATION: „REINE“ & „ANGEWANDTE“ MATHEMATIK	31
4.2	MATHEMATIK IM ALLTAG	33
4.2.1	Realitätsbezug zur Schule – Der Modellierungskreislauf	34
4.3	MATHEMATIK UND SPORT	36
<b>5.</b>	<b>MATHEMATIK IM AUSDAUERSPORT</b>	<b>38</b>
5.1	EINBLICKE IN DIE PHYSIOLOGIE, AUSDAUERTESTS & DIE KARVONEN-FORMEL	38
5.1.1	Verhalten der Herzfrequenz	38

5.1.2	Grundlagen zur Energiebereitstellung	39
5.1.3	Ausdauerstest: Das Prinzip von Conconi	40
5.1.4	Die Karvonen-Formel	41
5.2	UNTERRICHTSINHALTE IM FACH SPORT ZUM THEMA AUSDAUER	42
5.2.1	Herzfrequenzmessung	42
5.2.2	Conconi - Test	44
5.2.3	Shuttle-Run-Test	46
5.2.4	Weitere Aufgaben	47
5.3	UNTERRICHTSINHALTE IM FACH MATHEMATIK ZUM THEMA AUSDAUERSPORT	48
5.3.1	Berechnung, Darstellung und Interpretation	49
6.	BIOMECHANISCHE ANALYSEN UND BERECHNUNGEN	60
6.1	MATHEMATIK BEIM VOLLEYBALL – UNTERES ZUSPIEL (BAGGER)	62
6.1.1	Unterrichtsinhalte im Fach Sport zum Thema Volleyball	62
6.1.2	Unterrichtsinhalte im Fach Mathematik zum Thema Volleyball	64
6.2	COUNTER MOVEMENT JUMP VERSUS SQUAT JUMP	70
6.2.1	Unterrichtsinhalte im Fach Sport zum Thema CMJ versus SQ	70
6.2.2	Unterrichtsinhalte im Fach Mathematik zum Thema CMJ versus SQ	73
6.3	MATHEMATIK IM SKISPORT	76
6.3.1	Unterrichtsinhalte im Fach Sport zum Thema Ski fahren	77
6.3.2	Unterrichtsinhalte im Fach Mathematik zum Thema Ski fahren	79
6.4	MATHEMATIK BEIM BILLARD	83
6.4.1	Unterrichtsinhalte im Fach Sport zum Thema Billard	83
6.4.2	Unterrichtsinhalte im Fach Mathematik zum Thema Billard	84
7.	DER FUßBALLSPORT UND DIE MATHEMATIK	86
7.1	UNTERRICHTSINHALTE IM FACH SPORT ZUM THEMA FUßBALL	87
7.2	UNTERRICHTSINHALTE IM FACH MATHEMATIK ZUM THEMA FUßBALL	90
8.	MATHEMATIK – MEMORY – LAUF	97
9.	LITERATURVERZEICHNIS	100

<b>10.</b>	<b>ABBILDUNGSVERZEICHNIS</b>	<b>103</b>
<b>11.</b>	<b>ANHANG</b>	<b>105</b>

# 1. Begriffserklärungen und Definitionen

Fächerüberschreitender, fächerkoordinierender, fächerübergreifender, interdisziplinärer Unterricht, und viele weitere Begriffe sorgen oft für Verwirrung.

Labudde (2008) versucht in diese Begriffsvielfalt Ordnung zu bringen. Dieser Autor, aber auch einige andere, definieren **fächerübergreifend** und **interdisziplinär** als synonyme Oberbegriffe. Diese fassen die verschiedensten Spielformen und Umsetzungsmöglichkeiten vom fächerübergreifenden Unterricht zusammen. Zum Beispiel sind fächerüberschreitend oder fächerkoordinierend spezifische Begriffe dieser Formen. (Labudde, 2008)

In den kommenden Seiten werden einige Formen des fächerübergreifenden Unterrichts aufgezählt und beschrieben.

Als **fachüberschreitenden** Unterricht beschreibt Labudde, dass hier eine Verbindung zu einem anderen Unterrichtsfach hergestellt wird. Es werden in einem Einzelfach Anschauungen aus einem anderen Fach eingebracht. (Labudde, 2008) Auch Huber (1995) verdeutlicht, dass der fachliche Bezug eines Unterrichtsgegenstandes überschritten wird. Im regulären Unterricht des Faches selbst, geschieht die Einbeziehung anderer Fächer oder verwandter Bezüge. (Huber, 1995) Es könnten im Mathematikunterricht Erkenntnisse aus dem Fach Bewegung und Sport eingebracht werden. Ein Beispiel wäre, den Zusammenhang der Herzfrequenz eines Radfahrers bei ansteigender Belastung im Mathematikunterricht graphisch darzustellen.

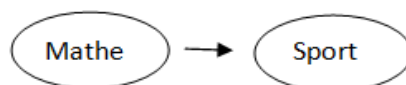


Abbildung 1: Fächerüberschreitender Unterricht (modifiziert nach Labudde, 2008)

**Fächerverknüpfender** Unterricht erklärt Labudde (2008, S.8) folgendermaßen: „Basiskonzepte oder Methoden, die mehreren Bereichen bzw. Fächern eigen sind, werden wechselseitig und systematisch miteinander verknüpft, z.B. enge curriculare Absprachen zwischen Mathematik und Physik bei Themen wie Differentialrechnung oder trigonometrischen Funktionen.“

Auch Moegling (1998) beschreibt, dass sich bei fächerverknüpfendem Unterricht zwei oder mehr Fächer auf die Inhalte des anderen Faches beziehen. Es kommt zwar nicht zu einer intensiven Koordination, aber es wird wechselseitig auf das Fachwissen des anderen Unterrichtsgegenstandes eingegangen.

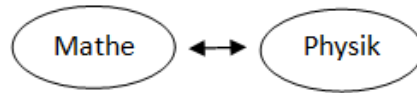


Abbildung 2: Fächerverknüpfender Unterricht (modifiziert nach Labudde, 2008)

Wenn ein übergeordnetes Thema von Ansichten verschiedener Einzelfächer bearbeitet wird, wird von **fächerkoordinierendem** Unterricht gesprochen. (Labudde, 2008)

Diese gemeinsam geplante Unterrichtseinheit zweier oder mehrerer Fächer wird aufeinander abgestimmt, aber trotzdem getrennt und vom jeweiligen Fachlehrkörper unterrichtet. (Huber, 1995) Ein übergeordneter Bereich könnte die Thematik des Kugelstoßens sein, bei der die Fächer Mathematik, Physik und Sport koordinieren.

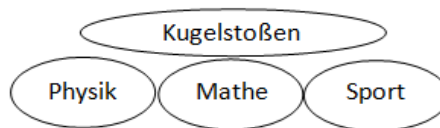


Abbildung 3: Fächerkoordinierender Unterricht (modifiziert nach Labudde, 2008)

Im **fächerergänzenden** Unterricht werden fächerübergreifende Themen zusätzlich zu den regulären naturwissenschaftlichen Einzelfächern ergänzend unterrichtet. (Labudde, 2008) In Form von Kursen oder Projekten kann diese Ergänzung zum „normalen“ Unterricht stattfinden. Es wird von mehreren Seiten an das Thema herangegangen und die Schüler- und Schülerinnengruppen können daher auch untereinander „gemischt“ werden. (Huber, 1995) Das Thema mit der Fragestellung „Ist Sport ohne Mathematik möglich?“ könnte in einer Themenwoche ein Beispiel dafür sein.

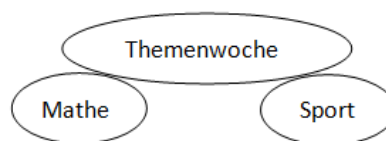
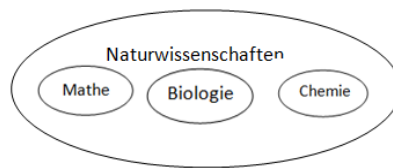


Abbildung 4: Fächerergänzender Unterricht (modifiziert nach Labudde, 2008)



Der **integrierte** Unterricht enthält fächerübergreifende aber auch fachspezifische Phasen. Während der Durchführung findet aber nur integrierter- und kein disziplinärer (fachbezogener) Unterricht statt (beim fächerergänzenden Unterricht jedoch schon). Fächerübergreifende Inhalte werden ausgearbeitet. Zur selben Zeit werden aber auch fachspezifische Aspekte und Begriffe entwickelt. Es handelt sich um ein Integrationsfach. Dieses könnte Naturwissenschaften sein, in dem Inhalte der Mathematik, Biologie und Chemie erarbeitet werden. (Labudde, 2008)



*Abbildung 5: Integrierter Unterricht (modifiziert nach Labudde, 2008)*

Eine weitere Unterrichtsform beschreibt das Landesinstitut für Schule und Weiterbildung (1997). Beim **fächeraussetzenden Unterricht** wird, wie der Name aussagt, der reguläre Fachunterricht zeitweilig ausgesetzt. Stattdessen finden zum Beispiel Projektstage statt. (Landesinstitut für Schule und Weiterbildung, 1997)

## 2. Motivation: Wozu fächerübergreifender Unterricht?

Die Frage, warum Lehrkörper an österreichischen Schulen fächerübergreifenden Unterricht durchführen sollten, kann leicht beantwortet werden. Neben dem Lehrplanbezug werden noch weitere Argumente für die Durchführung des fächerübergreifenden Unterrichts angeführt.

### 2.1 Lehrplanbezug

Im allgemeinen Teil des Lehrplans für allgemeinbildende höhere Schulen (Unterstufe und Oberstufe) ist folgender Absatz unter dem Punkt Leitvorstellungen zu finden:

*„Im Sinne der gemeinsamen Bildungswirkung aller Gegenstände hat der Unterricht die fachspezifischen Aspekte der einzelnen Unterrichtsgegenstände und damit vernetzt fächerübergreifende und fächerverbindende Aspekte zu berücksichtigen. Dies entspricht der Vernetzung und gegenseitigen Ergänzung der einzelnen Disziplinen und soll den Schülerinnen und Schülern bei der Bewältigung von Herausforderungen des täglichen Lebens helfen.“* (<http://www.bmukk.gv.at/medienpool/11668/11668.pdf>, Zugriff am 24.04.2014)

Auch im Lehrplan des Faches Mathematik an allgemeinbildenden höheren Schulen tritt der Begriff fächerübergreifender Unterricht unter dem Punkt „Lernen in anwendungsorientierten Kontexten“ auf:

*„Anwendungsorientierte Kontexte verdeutlichen die Nützlichkeit der Mathematik in verschiedenen Lebensbereichen und motivieren so dazu, neues Wissen und neue Fähigkeiten zu erwerben. Vernetzungen der Inhalte innerhalb der Mathematik und durch geeignete fächerübergreifende Unterrichtssequenzen sind anzustreben. Die minimale Realisierung besteht in der Thematisierung mathematischer Anwendungen bei ausgewählten Inhalten, die maximale Realisierung in der ständigen Einbeziehung anwendungsorientierter Aufgaben- und Problemstellungen zusammen mit einer Reflexion des jeweiligen Modellbildungsprozesses hinsichtlich seiner Vorteile und seiner Grenzen.“* (<http://www.bmbf.gv.at>, Zugriff am 24.04.2014)

## 2.2 Weitere Argumente für den fächerübergreifenden Unterricht

Trotz der Argumentation des Lehrplanbezuges habe ich mich mit weiteren Aspekten, die für die Durchführung des fächerübergreifenden Unterrichts sprechen, auseinandergesetzt und habe diese mit Hilfe der angegebenen Literatur zusammengefasst.

Wenn Schülerinnen und Schüler Kenntnisse oder Erlerntes von einem Schulfach in einem anderen anwenden sollen, entstehen sehr oft Schwierigkeiten. Daraus wird geschlossen, dass der fachspezifische Unterricht sehr lehrerzentriert stattfindet. Oft wird der Lehrkörper mit seinem Fach so stark verbunden, dass Kinder und Jugendliche nur in dem jeweiligen Gegenstand die neu gewonnenen Erkenntnisse abrufen und erklären können. (Frommer & Körger, 1989)

Die folgenden Argumente sprechen für die Durchführung des fächerübergreifenden Unterrichts:

- ❖ Die Schülerinnen und Schüler sollen in Zusammenhängen lernen und über den Fachhorizont hinaus blicken können. Diskussionen mit Personen, die andere Fächer als Schwerpunkt haben, sollen geführt werden. (Brinkmüller-Becker, 2000) Das Unterrichtskonzept soll so freizügig sein, dass der Schulstoff in das alltägliche Leben der Schülerinnen und Schüler hineinfällt.
- ❖ Viele Schülerinnen und Schüler zeigen mehr Begeisterung wenn sie erkennen, wie ein Fach mit dem anderen vernetzt ist. Daher kann man Kinder und Jugendliche durch fächerübergreifenden Unterricht mehr motivieren. (Labudde, 2008)
- ❖ Die Fähigkeit, andere Perspektiven zu akzeptieren, die eigenen Anschauungen auch wechseln zu können und darüber zu diskutieren, sollte erlernt werden. Wenn in einem Unterrichtsgegenstand die Perspektive eines anderen Faches kritisch betrachtet bzw. diskutiert wird, kann dies zu vernetztem Denken anregen. Viele Themen der Menschheit lassen sich nur interdisziplinär lösen. Wichtig dabei ist, dass auch Perspektiven des Alltags miteinbezogen werden. (Brinkmüller-Becker, 2000)

- ❖ Auch im Berufsleben werden immer wieder Fachgrenzen überschritten. Der fächerübergreifende Unterricht sollte die Schülerinnen und Schüler darauf vorbereiten. (Labudde, 2008)
- ❖ Durch die Zusammenarbeit an Projekten können außerdem soziale Kompetenzen, wie Entscheidungs- Team- und Kommunikationsfähigkeit gefördert werden. (Brinkmüller-Becker, 2000)
- ❖ Durch die Schaffung des Internets, wurden neue Typen von Lernwegen ermöglicht. Um Schülerinnen und Schüler auf die vernetzten Informations- und Kommunikationstechnologien vorzubereiten, bietet sich der fächerübergreifende Unterricht an. (Labudde, 2008)
- ❖ Neben fachlichen Lernzielen werden sensorische, kommunikative, soziale und emotionale Fähigkeiten gefördert. In allen Unterrichtsgegenständen kann interdisziplinäres Lernen durchgeführt werden und soll in einem Gesamtzusammenhang gesehen werden. (Klicpera, 2005)
- ❖ Brinkmüller-Becker (2000) beschreibt positive Effekte von fächerübergreifendem Unterricht folgendermaßen: *„Fächerübergreifender Unterricht fördert infolge seiner Multiperspektivität unterschiedliche Arbeitsweisen und erreicht insofern eine gewisse Pluralität der Methoden. Durch paralleles, auf ein Problem orientiertes Arbeiten erwächst eine implizit oder explizit zu nutzende Methodenreflexion mit entsprechenden Vergleichs-, Transfer- und Synergieeffekten.“*

### **2.2.1 Das Netz als Metapher des Bildungsmanagements**

Siebert (2003) beschreibt in seinem Werk das Netz als folgende Metapher:

Fischernetze, Spinnennetze, Wissensnetze und soziale Netze sind Beispiele für unterschiedliche Netze. Knoten, Verknüpfungen und Verankerungen sind Bestandteile eines Netzes. Dies bildet eine flexible, bewegliche aber auch empfindliche Struktur. Falls ein Knoten geöffnet wird, folgt die Lockerung des ganzen Systems. Netze geben Halt und Sicherheit, können aber bei Belastungen und Störungen verändert werden.

Der Autor deutet mit dieser Metapher auf Zusammenhang, Beziehungen und Rückkopplungen hin, die durch fächerübergreifenden Unterricht entstehen. Das menschliche Gehirn hat die Fähigkeit, Wichtiges von Unwichtigem und Sinnvolles von Sinnlosem zu trennen. Informationen können gefiltert und vernetzt werden. Auf diese Weise wird das Netz als Metapher des Bildungsmanagement gesehen. (Siebert, 2003)

*„Nachhaltigkeit als Bildungsziel heißt in Vernetzungen denken lernen.“*

(Siebert, 2003)

Isoliertes Wissen ist nicht besonders zweckmäßig und wird schnell vergessen. Sinnvoller ist es, vernetztes Wissen aufzubauen, um in Zusammenhängen denken zu können. Durch Verknüpfungen im Gehirn, wie zum Beispiel zielorientierte Handlungen zu setzen und erfolgreich zu kommunizieren, wird das Wissensnetz weiterentwickelt. (Siebert, 2003)

## **2.3 Geschichte sowie Vorteile und Nachteile des Fachunterrichts**

Den Fachunterricht an Schulen gibt es bereits sehr lange. Es folgt ein kurzer Einblick in die Geschichte des Fachunterrichts und anschließend werden Vor- und Nachteile des Fachunterrichts beschrieben.

### **2.3.1 Historische Betrachtung des Fachunterrichts**

Die Fachgliederung des Unterrichts erfolgte historisch gesehen auf Grund der universitären Wissenschaftsaufgliederung, welche bereits Jahrhunderte vor Christi begann.

Die historische Fachgliederung hat seine Wurzeln in den „Sieben Künste der Freien“ (den sogenannten „septem artes liberales“):

- ❖ Trivium (formale Künste)
- ❖ Quadrivium (materiale Künste)
- ❖ Grammatik
- ❖ Rhetorik
- ❖ Dialektik

- ❖ Geometrie
- ❖ Astronomie
- ❖ Arithmetik
- ❖ Musik

Diese Lehr-Lern-Disziplinen hatten hohen Wert, da sie wichtig für die Zugangsberechtigung für mittelalterliche Universitäten waren. Wer diese sieben Künste erfolgreich absolviert hatte, durfte mit dem Studium fortfahren. Im Laufe der Zeit orientierte sich die Art und Zahl der Fächer an der Weiterentwicklung der Disziplinen der Universität. Erst in der Neuzeit sind einzelne Unterrichtsfächer hinzugekommen, wie z.B. die naturwissenschaftlichen und sozialwissenschaftlichen Fächer. (Peterßen, 2000)

### **2.3.2 Positive Aspekte des Fachunterrichts in der öffentlichen Meinung**

Historisch gesehen wurde die Unterrichtsform des Fachunterrichts schon sehr lange ohne große Kritik durchgeführt. Er ist Grundlage für eine ständige Wissensverteilung in unserer Gesellschaft. In der heutigen Realität zeigen sich zwar diskontinuierliche Tatsachen im Bezug auf den Einzelnen und sein effektives Wissen. Fachunterricht gewährleistet systematisches Lernen. Im Vergleich zu fächerübergreifendem Unterricht ist die Vorbereitung auf den Fachunterricht nicht so aufwändig. Es müssen keine Absprachen mit anderen Lehrkörpern und administrativen Organisationen stattfinden. Aus diesen Gründen sollte der Fachunterricht laut Peterßen (2000) nicht abgeschafft, sondern nur dort verändert werden, wo Nachteile auftreten.

### **2.3.3 Negative Aspekte des Fachunterrichts in der öffentlichen Meinung**

Durch den Fachunterricht wird den Schülerinnen und Schülern nur eine Sichtweise auf die Gesamtheit der Realität gegeben. Und zwar die, die aus dem zugehörigen Fach selbst eingenommen wird. Es wird daher isoliertes Wissen gelehrt. Dadurch werden mögliche Interessen und Ansichten aus anderen Perspektiven vernachlässigt. Das Potenzial der Lernenden kann dadurch verkürzt werden. (Peterßen, 2000) Außerdem wird im Fachunterricht kein situatives Lernen und Problemlösen ermöglicht. Diese Unterrichtsform ist systematisch und nicht themen- oder problemorientiert aufgebaut. Dadurch wird die Problemlösekompetenz nicht gefördert.

### **3. Fächerübergreifender Unterricht: Probleme und Grenzen**

Im Kapitel 3 wurde die Frage „Warum wird fächerübergreifender Unterricht durchgeführt?“ mit vielen verschiedenen positiven Argumenten beantwortet. Es treten aber auch einige Problemfelder bei der Vorbereitung bzw. Organisation, bei der Durchführung und bei der Benotung dieses Unterrichtskonzepts auf. Diese Themen werden in diesem Kapitel näher behandelt.

#### **3.1 Organisation und Umsetzung**

Es werden nun einige Modelle vorgestellt, die für die Organisation und Umsetzung des fächerübergreifenden Unterrichts zu Hilfe genommen werden können.

##### **3.1.1 Ein Modell des fächerübergreifenden Unterrichts**

Es wurde von einem Forschungsteam, bestehend aus Fachdidaktikern und Fachdidaktikerinnen, ein Modell erstellt, mit dem die Dimensionen und Facetten von fächerübergreifendem naturwissenschaftlichen Unterricht gesammelt und beschrieben wurden. (Labudde, 2008)

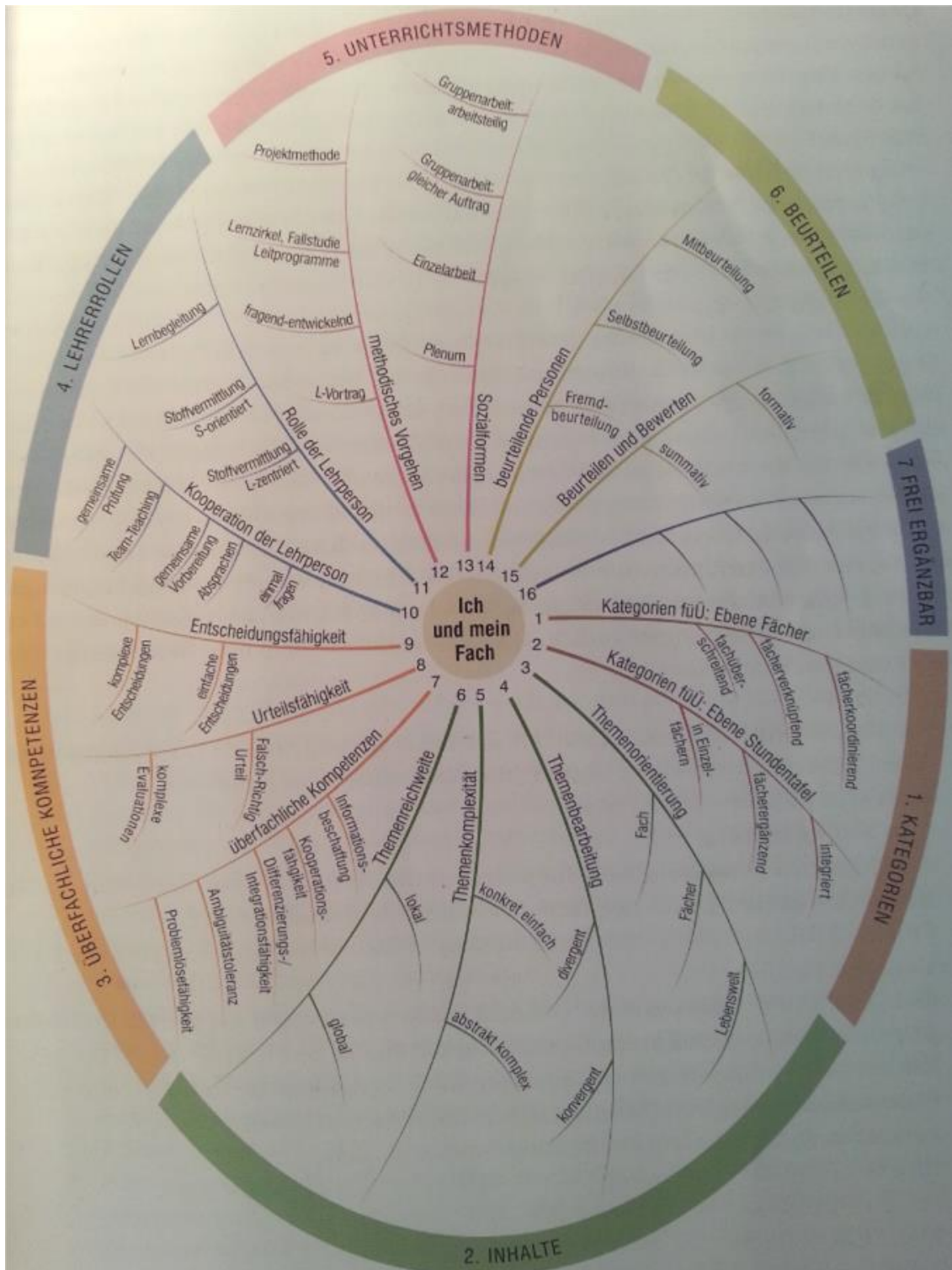


Abbildung 6: Dimensionen und Facetten des fächerübergreifenden naturwissenschaftlichen Unterrichts (Labudde, 2008)

Im obigen Modell von Labudde (2008) steht im Mittelpunkt der Lehrkörper („Ich und mein Fach“). Damit ist auch das eigenständige Unterrichten gemeint, wobei sich der Lehrkörper



sicher fühlt. Aus dem Mittelpunkt gehen verschiedene Äste nach außen, auf die man sich beim fächerübergreifenden Unterricht hinausbewegt. Insgesamt zeigt dieses Modell sieben Dimensionen (Kategorien, Inhalte, überfachliche Kompetenzen, Lehrerrollen, Unterrichtsmethoden, Beurteilungen, Ergänzungen) mit ein bis vier Facetten pro Dimension. Pro Facette werden in diesem Modell von der Mitte nach außen mehrere Ausprägungen dargestellt. Die Entfernung vom „gewöhnlichen“ Fachunterricht wird größer, je weiter man sich von dem Mittelpunkt weg bewegt. (Labudde, Heitzmann, Heininger, & Widmer, 2005)

Nun werde ich ein paar Facetten genauer beschreiben. Eine detailliertere Beschreibung aller Äste ist im Artikel von Labudde, Heitzmann, Heininger, & Widmer (2005) zu finden.

In der ersten Dimension „Kategorien“ werden die unterschiedlichen Arten von fächerübergreifendem Unterricht aufgelistet.

Vier Facetten gehören zur Dimension „Inhalte“. In der ersten Stufe des ersten Astes (Fach) geht es um den Inhalt im einzelnen Fach. Die weitere Stufe (Thema) stellt den Zusammenhang mit mindestens zwei Fächern zu einem gemeinsamen Thema dar. In der letzten Stufe (Lebenswelt) erfolgt die Orientierung an die Lebenswelt. Der Lehrkörper lehnt sich bei jeder weiteren Stufen nach außen und entfernt sich von seinem „gewohnten“ Unterricht.

Wie aus der Abbildung 5 zu sehen ist, geht es bei der dritten Dimension um „überfachliche Kompetenzen“. Kooperations- und Problemlösefähigkeiten, aber auch komplexe Entscheidungen sind Beispiele dafür.

Kooperation und die Rolle der Lehrperson, wie zum Beispiel Absprachen, Team-Teaching, gemeinsame Prüfungen und Lernbegleitung, sind Bereiche die zur Dimension „Lehrerrollen“ gehören. Absprachen unter den Lehrkörpern müssen immer wieder stattfinden.

Als „Unterrichtsmethoden“ wurde die fünfte Dimension definiert. Bereiche davon sind Gruppenarbeiten, Einzelarbeiten, aber auch methodische Vorgehen, wie zum Beispiel Lehrer-Vortrag und fragen-entwickelnder Unterricht.

Die Dimension „Beurteilung“ stellt einen wesentlichen Punkt des fächerübergreifenden Unterrichts dar.

Darauf werde ich im Kapitel 3.2.2. „Lösungsvorschläge für die Beurteilung im fächerübergreifenden Unterricht“ noch genauer eingehen.

Die letzte Dimension „frei ergänzbar“ wurde von den Autoren absichtlich freigehalten. Es steht als Symbol dafür, dass dieses Model nicht vollständig durchgeplant ist. Lehrkörper können durch neue Ideen, zum Beispiel Experimente, diesem Modell eine neue Dimension mit Facetten geben. (Labudde, Heitzmann, Heininger, & Widmer, 2005)

Mit den verschiedenen Dimensionen und Facetten müssen sich Lehrkörper beschäftigen, bevor sie fächerübergreifenden Unterricht durchführen.

Ich möchte aber noch einige Gedanken festhalten, die mir in den Sinn gekommen sind.

Es ist sehr wichtig, dass die Anweisungen der Lehrkraft klar und auch schriftlich formuliert werden. Auch die Zielsetzungen sollen für die Kinder und Jugendlichen verständlich sein.

Da durch fächerübergreifenden Unterricht oft neue Arbeitstechniken verwendet werden, sollte man die Schülerinnen und Schüler früh genug darauf vorbereiten.

Zu Beginn sollte auch ein grober Zeitplan erstellt werden.

Natürlich sollte man als Lehrkörper auch an das Vorwissen der Kinder und Jugendliche anknüpfen. Interessen, Anregungen und Wünsche der Schulklasse sollten eingebracht werden.

### 3.1.2 Das Bergheimer Modell

Das Bergheimer Modell ist ein vierphasiger Leitfaden. Es beschreibt wie fächerübergreifender Unterricht, in Kooperation mit einem oder mehreren Fächern, vorbereitet bzw. geplant werden kann. (Brinkmüller-Becker, 2000)

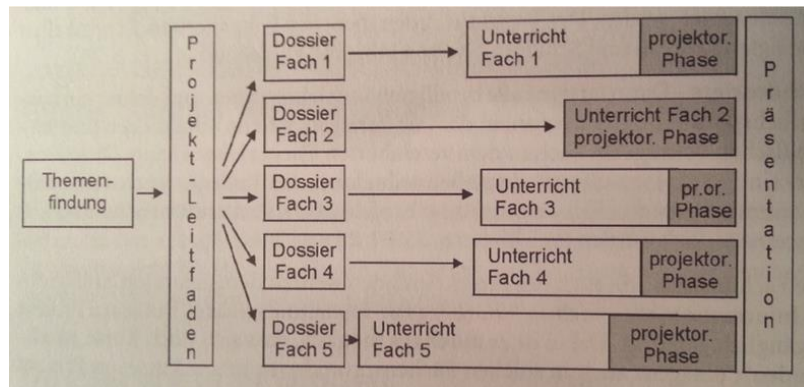


Abbildung 7: Das Bergheimer Modell (Brinkmüller-Becker, 2000)

In der **ersten Phase** liegt die Herausforderung an dem Finden eines gemeinsamen Themas und von welchen Fächern aus dieses behandelt wird. Dieser Schwerpunkt soll innerhalb einer begrenzten Zeit im Mittelpunkt des Fachunterrichts stehen. Das Thema sollte von allen beteiligten Fächern aus den jeweiligen Perspektiven bearbeitet werden können. Anschließend soll ein Projektleitfaden zur Fokussierung von den Lehrkörpern erstellt werden. Es soll eine zentrale Leitidee sichtbar werden und von fachspezifischen Perspektiven gesehen werden können. Laut diesem Modell sollte danach jeder Lehrkörper die inhaltlichen Beiträge des jeweiligen Faches anfertigen. Die anderen Kolleginnen und Kollegen sollen dadurch die unterschiedlichen Fachperspektiven verstehen. (Brinkmüller-Becker, 2000)

Labudde (2008) beschreibt, dass die Kooperation zwischen den Lehrkörpern oft ein Problem darstellt. Dazu werde ich aber später einige Tipps auflisten, die laut Literatur die kollegiale Zusammenarbeit fördern können.

Brinkmüller-Becker (2000) beschreibt, dass in der **zweiten Phase** inhaltliche Voraussetzungen im Fachunterricht erarbeitet werden sollen. Die Zeitdauer und der Aufwand des Unterrichtsbeitrages kann jeder Lehrkörper für sein Fach selbst bestimmen.

In der **dritten Phase** wird der Unterricht in einzelnen Fächern projektartig durchgeführt. Da in der folgenden Phase ein gemeinsamer Präsentationstag vorliegt, wird in Kleingruppen gearbeitet und die verschiedenen Präsentationsprodukte dokumentiert. Es wird auch vorbereitet, wie die Produkte für Nicht-Fachleute verständlich gemacht werden können.

Wie bereits erwähnt, findet in der **vierten Phase** ein gemeinsamer Präsentationstag statt. Es werden die Arbeitsergebnisse der Fächer, zum Beispiel Experimente, selbst erstellte Statistiken oder Kunstwerke, an einer gemeinsamen Veranstaltung vorgestellt. Auch andere Lehrkörper oder Schülerinnen und Schüler aus anderen Klassen sollen die Ergebnisse verstehen können. (Brinkmüller-Becker, 2000)

### **3.2 Weitere Probleme und Grenzen**

Beschränkte Kommunikations- und Arbeitsstrukturen an Schulen aber auch mangelndes Angebot von brauchbaren Materialien können zu Schwierigkeiten im fächerübergreifenden Unterricht führen. Diese Unterrichtsmethoden verlangen ein stärkeres teamorientiertes Arbeiten. Natürlich sind für fächerübergreifende Projekte auch ein höherer Planungs- und Koordinationsaufwand erforderlich. (Brinkmüller-Becker, 2000)

Auch Labudde (2008) beschreibt, dass zu Beginn mit einem hohen Zeitaufwand bei der Unterrichtsvorbereitung zu rechnen ist. Die Lehrkörper müssen sich untereinander absprechen. Außerdem baut sich für die Lehrerinnen und Lehrer ein Druck auf, den Stoff zeitlich unterbringen zu müssen. Natürlich müssen sie sich auch mit neuen Fachinhalten des „fremden“ Faches auseinandersetzen und neue Themen erarbeiten. Dies erfordert viel Zeit und Mühe. Da die Sammlungen der Fächer getrennt sind, ist wegen der unzugänglichen Infrastruktur auch die Beschaffung der Lehrunterlagen sehr mühsam. Oft kommt es vor, dass diese Lehrkörper weder von der Schulleitung noch von anderen Kolleginnen und Kollegen unterstützt werden. Ein weiteres Problem stellt auch die Beurteilung bzw. Bewertung der Leistungen dar.

Organisations-, Motivations- und Kommunikationsprobleme listet Dethlefs-Forsbach (2005) als Probleme des fächerübergreifenden Unterrichts auf.

Peterßen (2000) beschreibt, dass Alltagszwänge auch Probleme von fächerübergreifendem Unterricht sein können. Die inhaltlichen Vorgaben der Lehrpläne müssen eingehalten werden. Auch an den Raumverteilungsplan muss man sich halten und kann daher kaum an andere Orte wechseln, die sich besser für diesen Unterricht eignen würden.

Es ist nicht immer leicht Kolleginnen und Kollegen zu finden, die auch fächerübergreifenden Unterricht durchführen möchten. Ab und zu kann es vorkommen, dass fachegoistische Argumentationen auftreten, vor allem bei der Vereinbarung von Zielsetzungen. (Peterßen, 2000)

Lehrkörper sind es gewohnt, alleine in der Klasse zu stehen und isoliert den Unterricht zu gestalten. Laut Peterßen (2000) ist es schwer, wieder zur Zusammenarbeit zu kommen.

Ein weiteres Problem stellt die Leistungsbeurteilung dar. Es wird oft diskutiert, wie man beim fächerübergreifenden Unterricht die Leistungen der Schülerinnen und Schüler fair beurteilen kann. Im Kapitel 3.2.2. werde ich Lösungsvorschläge für die Leistungsbeurteilung zusammenfassen.

### **3.2.1 Tipps, für die Zusammenarbeit im fächerübergreifenden Unterricht**

Szlovak (2005, zitiert nach Labudde, 2008) stellte einige Tipps zusammen, die die kollegiale Zusammenarbeit unter den Lehrkörpern beim fächerübergreifenden Unterricht fördern:

- ❖ Wenn sich Lehrkörper vor den ersten Stundenplanungen gegenseitig im Unterricht besuchen, können sie sich ein erstes Bild vom Unterrichtsstil und der Arbeitsweise des Unterrichtenden machen.
- ❖ Es wäre sinnvoll, vor der Planung die Rahmenbedingungen abzuklären. Wie viel Zeit für die Zusammenarbeit notwendig ist, wie häufig und wo die Treffen stattfinden sollen, wären Beispiele dafür.
- ❖ Um die gemeinsamen Ziele, Inhalte und Methoden festzulegen, sollte jeder Lehrkörper seine Gedanken einbringen.

- ❖ Anschließend sollte sich jeder Lehrkörper alleine über gemeinsam entwickelte Ideen Gedanken machen. Wichtig dabei ist zu unterscheiden, welche Unterrichtsinhalte neu erarbeitet werden müssen und welche man wieder verwenden kann.
- ❖ Danach wäre der optimale Zeitpunkt, die Ziele, Inhalte und Methoden des interdisziplinären Unterrichts zu fixieren. Diese Entscheidungen sollten gemeinsam getroffen werden.
- ❖ Wichtig dabei wäre, so viel wie möglich schriftlich festzuhalten. Dadurch wird die Planung klarer und jeder weiß, wer wofür verantwortlich ist.
- ❖ In Form eines Informationsgespräches soll die Klasse über die Ziele, Inhalte und Methoden des geplanten fächerübergreifenden Unterrichts aufgeklärt werden. Die Vorteile des vernetzten Denkens sollten natürlich auch vorgestellt werden, damit den Schülerinnen und Schülern klar ist, warum diese Unterrichtsmethode durchgeführt wird.
- ❖ Daraufhin erfolgt die Umsetzung des interdisziplinären Unterrichts. Dabei sollte so viel wie möglich schriftlich dokumentiert werden.
- ❖ Um den fächerübergreifenden Unterricht zu evaluieren ist es notwendig, dass sich die Lehrkörper regelmäßig treffen. Dabei sollte besprochen werden, was erreicht worden ist und was nicht. Außerdem sollte man sich überlegen, ob das geplante Konzept vielleicht modifiziert werden muss.
- ❖ Am Ende der letzten Einheit wäre es sinnvoll, den interdisziplinären Unterricht gemeinsam mit den Schülerinnen und Schülern zu reflektieren. Die Stärken und Schwächen sollten diskutiert werden und Verbesserungsmöglichkeiten vorgeschlagen werden.

### **3.2.2 Lösungsvorschläge für die Leistungsbeurteilung**

Am Ende der Durchführung des fächerübergreifenden Unterrichts könnten schriftliche Abschlussprüfungen stattfinden. Verschiedene Erkenntnisperspektiven sollten in Form von Essays, Hausübungen oder Prüfungen zusammengefasst bzw. geprüft werden. Außerdem kann

am Ende eines Projekts auch eine mündliche Präsentation erfolgen. Falls bei Gruppenarbeiten nicht klar ersichtlich ist, wer welchen Teil bearbeitet hat, könnte ein individueller Kommentar zum Arbeitsprozess oder eigene Erfahrungen beschrieben werden. (Landesinstitut für Schule und Weiterbildung, 1997)

Trotzdem kann der Leistungsnachweis am Ende des fächerübergreifenden Unterrichts nicht alle Fähigkeiten aufzeigen. Beschaffung von Informationen, Entwicklung von Ideen und das Lösen von Streitereien können Beispiele dafür sein. Diese Tätigkeiten gehören zu fächerübergreifendem Unterricht, aber man kann diese am Ende, zum Beispiel bei einer Präsentation, nicht erkennen bzw. überprüfen. Dies kann jedoch während des Lernprozesses als mündliche Mitarbeit beurteilt werden, was man den Kindern und Jugendlichen vorher mitteilen sollte. Außerdem könnten Schülerinnen und Schüler während dem fächerübergreifenden Unterricht ein Portfolio zusammenstellen. Aufgaben, Fragstellungen, Materialien und Reflexionen des Lernprozesses könnten Teile davon sein. (Landesinstitut für Schule und Weiterbildung, 1997)

## **4. Mathematik ist überall**

Diese Aussage „Mathematik ist überall“ wird zwar öfters verwendet, jedoch fallen den meisten Menschen kaum, für den Alltag nützliche, Anwendungen dazu ein. In diesem Kapitel werden einige Beispiele dazu gegeben, z.B. der Modellierungskreislauf. Hauptsächlich wird dann aber auf Verbindungen zwischen Mathematik und Sport eingegangen. Außerdem werden die Unterschiede zwischen „reiner“ und „angewandter“ Mathematik beschrieben.

### **4.1 Historische Information: „reine“ & „angewandte“ Mathematik**

Zu den ältesten Wissenschaften zählt die Mathematik. Sie liegt vor allem naturwissenschaftlichen und technischen Fragestellungen und Aufgaben des Zählens, Messens und Rechnens zu Grunde. (Benesch & Schuch, 2008)

Weigand (2006) beschreibt Folgendes: „*Mathematik ist eine kulturelle Errungenschaft mit einer mehrtausendjährigen Geschichte, ohne Mathematik ist der technische Fortschritt unserer heutigen Welt nicht denkbar und vor allem, die Welt um uns ist voller Mathematik.*“

Die Meinungen über die „angewandte Mathematik“ gehen auseinander. Einige Mathematiker meinen, dass eines der wichtigsten Teilgebiete innerhalb der Mathematik die „angewandte Mathematik“ ist. Andere Wissenschaftler behaupten wiederum, dass dieses Gebiet gar nicht existiert. (Sadovskij & Sadovskij, 1991)

Historisch gesehen wurde die Mathematik bereits angewandt, bevor sie überhaupt zur Wissenschaft geworden war. Der Mensch beschäftigte sich mit einfachen arithmetischen und geometrischen Begriffen. Der Aufbau der Mathematik als Wissenschaft begann in der Blütezeit der antiken Welt. Zur gleichen Zeit wurde der Anwendungsbereich bereits weiterentwickelt. Zuerst wurden für die Lösung angewandter Aufgaben einige wichtige Begriffe und Methoden der Mathematik geschaffen. Erst später wurden diese im mathematischen Sinn analysiert und verallgemeinert.

Nicht nur die speziellen mathematischen Ergebnisse bringen unschätzbaren Nutzen. Auch die Struktur des mathematischen Denkens ist in den verschiedensten Gebieten, wie z.B. Technik und Ökonomie von besonderem Vorteil. Dadurch erkennt man, dass sich die Mathematik und ihre Anwendungen von den Zügen der „reinen“ Mathematik unterscheiden. Es kam früher öfters vor, dass Spezialisten der „reinen“ Mathematik Probleme hatten, die Mathematik effektiv anzuwenden. Der Autor des Buches „Mathematik und Sport“ ist der Meinung, dass die angewandte Mathematik ein fixer Bestandteil der Mathematik ist. Sie hat ständig mit mathematischen Modellen, wie z.B. geometrischen Figuren, verschiedenen Gleichungen oder Zahlenmengen zu tun. Es werden dadurch bestimmte Eigenschaften des realen Objektes beschrieben. Man kann die mathematischen Konstruktionen nach keinen Kriterien in reine oder angewandte Mathematik klassifizieren. (Sadovskij und Sadovskij, 1991)

Sadovskij & Sadovskij (1991) beschreiben Folgendes: „*Die reine Mathematik macht das, was möglich ist, so gut wie nötig und die angewandte das, was nötig ist, so gut wie möglich.*“



## 4.2 Mathematik im Alltag

Viele ehemalige Schülerinnen und Schüler identifizieren Mathematik mit dem Fach, das sie in der Schule gehabt haben. Sie behaupten oft, dass Mathematik unnötig, schwer verständlich und abstrakt sei. Mathematik sollte daher auch im alltäglichen Leben und nicht immer nur im Schulunterricht wahrgenommen werden. Wir werden oft von dieser Wissenschaft geprägt, ohne dass wir es bewusst mitbekommen. (Ludwig, 2008)

Wenn der Alltag bewusst durchlebt wird, stößt man auf viele Dinge, die mit Mathematik zu tun haben. Einige Beispiele dafür:

- ❖ Im öffentlichen Verkehr, wie z.B. bei der Erstellung von Fahrplänen, tritt Mathematik auf. Es müssen dafür Algorithmen entwickelt und Daten gespeichert werden.
- ❖ In weiteren Bereichen der Technik, wie zum Beispiel im Rundfunk, wird Mathematik benötigt.
- ❖ Auch in der Medizin spielen mathematische Vorgänge eine wichtige Rolle, wie z.B. bei der Computertomographie.
- ❖ Jede Menge Anwendungen findet die Mathematik auch in der Physik. Einige Beispiele dafür wären die Berechnung von Kräften, Schwingungen und Planetenbahnen.
- ❖ Auch in der Psychologie braucht man die Mathematik. Zum Beispiel für die Auswertung von Untersuchungen bzw. Studien wird die Statistik zu Hilfe genommen. Oder im Bereich der Aussagenlogik wird Mathematik angewandt.
- ❖ Tonverhältnisse werden in der Musik auf Zahlenrelationen zurückgeführt und das Notenblatt wird als musikalisches Koordinatensystem gesehen.
- ❖ In der Kunst ist z.B. hinter optischen Täuschungen, Origami-Symmetrien und platonischen Körpern die Mathematik versteckt.

- ❖ Auch Sprachen haben viel mit Mathematik zu tun. Ein Beispiel dafür wäre die Kryptologie.

#### 4.2.1 Realitätsbezug zur Schule – Der Modellierungskreislauf

Modellierungsaufgaben stellen im Mathematikunterricht einen Realitätsbezug dar. Es sollen möglichst „echte“ Probleme behandelt werden und nicht solche, die schon einige Male gelöst wurden. Im Zentrum soll eine Sachsituation stehen, die mit Hilfe der Mathematik als Werkzeug gelöst werden soll. Mit Hilfe dieses Modells kann man sehr gut einen Realitätsbezug der Mathematik zum Alltag schaffen.

Um mathematische Modellierungsprozesse zu analysieren, wird als Grundlage häufig der Modellierungskreislauf von Dominik Leiß und Werner Blum angewandt. Zunächst stehen die Schülerinnen und Schüler vor einer realen Situation bzw. vor einem realen Problem. Durch Nutzung verschiedener Hilfen soll dies gelöst werden. Ludwig (2008) beschreibt den Modellierungskreislauf in folgenden sieben Schritten:

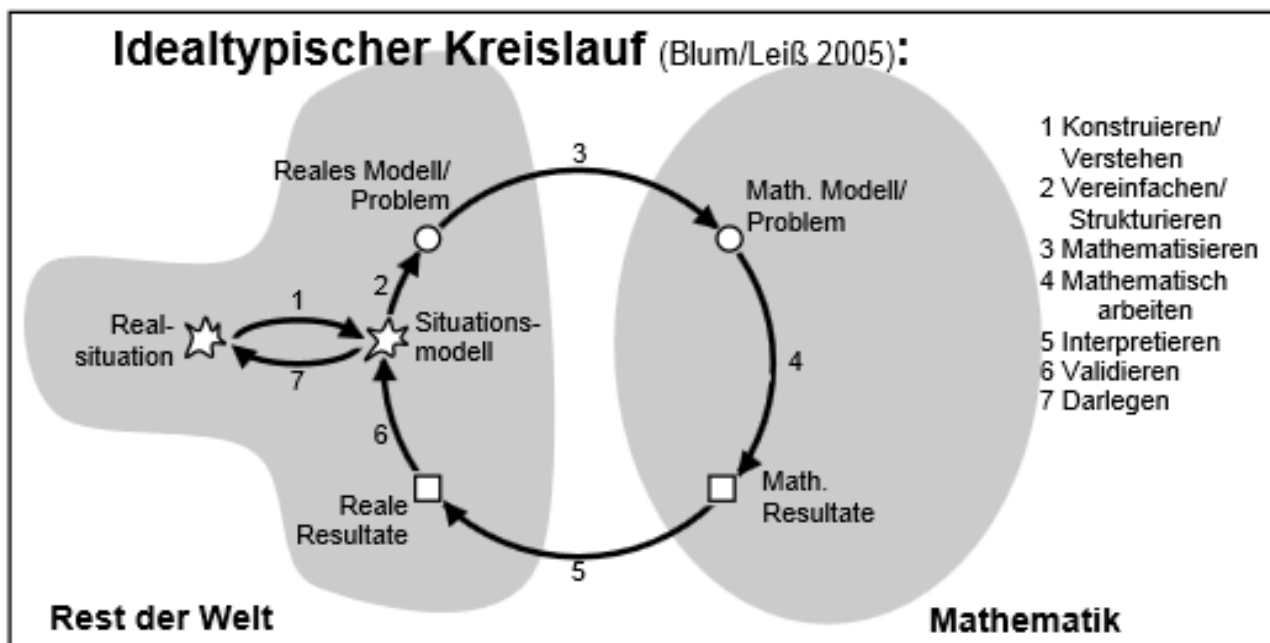


Abbildung 8: Der Modellierungskreislauf (Blum & Leiß, 2005)

- (1) Zuallererst muss diese Situation bzw. dieses Problem von den Lernenden **verstanden** werden. Oft müssen sie die benötigten Informationen einer Textform entnehmen.

- (2) Es wird dadurch ein kognitives Modell der Situation (Situationsmodell) gebildet. Jede Schülerin und jeder Schüler stellt sich dieses Modell anders vor, da jede bzw. jeder ein anderes Vorwissen besitzt. Anschließend muss dieses Modell **vereinfacht** werden. Falls es die Gelegenheit gibt, dass die Schülerinnen und Schüler den Klassenraum verlassen können, um „reale“ Daten aus der „echten“ Welt zu erfassen bzw. recherchieren zu können, sollte man ihnen diese Möglichkeit geben. Wir Menschen nehmen die Mathematik eher wahr, wenn wir in Kontexten lernen und nicht nur Beispiel für Beispiel durchlesen bzw. durchrechnen.
- (3) Die Vereinfachung kann durch eine Zeichnung oder einer Skizze erfolgen. Man spricht dann von dem Realmodell. Zum Beispiel wäre das Realmodell einer Konservendose ein Kreiszylinder. Anschließend folgt das **Mathematisieren**.
- (4) Nun muss das Realmodell in die Sprache der Mathematik übersetzt werden. Es wird anschließend mit mathematischen Begriffen, Algorithmen und Kalkülen gearbeitet. Beispiele dafür wären die Berechnung von Kreisflächen, Anzahl der Rechtecke usw. In diesem Modell wird dieser Vorgang als **mathematisches Arbeiten** bezeichnet und man erhält anschließend ein mathematisches Resultat.
- (5) Anschließend sollte das mathematische Ergebnis vorliegen. Durch **Interpretation** sollte dies von der mathematischen Welt in die reale Welt übersetzt werden. Die Zahlen oder Formen des Ergebnisses müssen in Bezug auf die Ausgangssituation gedeutet werden. Falls dies gelingt, erhält man ein reales Resultat.
- (6) **Validieren:** Das reale Resultat wird nun mit der realen Situation oder dem Situationsmodell abgeglichen. Oft können die realen Resultate durch Plausibilitätsprüfung der Größen kontrolliert werden. Außerdem haben die Schülerinnen und Schüler oft unterschiedlich modelliert und die Resultate können untereinander verglichen werden.
- (7) Nun muss das Ergebnis vermittelt und im Idealfall auch das Vorgehen erläutert werden. Falls das Ergebnis nicht korrekt ist, muss noch einmal in den Modellierungskreislauf eingestiegen werden und ein modifiziertes Modell angegeben werden.

Viele Schülerinnen und Schüler springen oft zwischen verschiedenen Schritten hin und her oder fassen einige einfach zusammen. Manchmal werden keine Unterschiede zwischen dem Realmodell und dem Situationsmodell gesehen. Oft springen Lernende von der realen Situation sofort zum mathematischen Modell. Die Vereinfachung und Mathematisierung der Schülerinnen und Schüler läuft daher gleich im Kopf ab. Es kommt auch vor, dass kein Situationsmodell entwickelt wird, sondern gleich das Realmodell dokumentiert wird. Ein Grund dafür wäre, dass diese Kinder und Jugendliche ihre Annahme nicht begründen können und die reale Situation nicht ausreichend kognitiv verarbeitet wurde. Mathematisches Modellieren muss daher erlernt werden. Durch genaueres Hinsehen kann man erkennen, dass Mathematik alltäglich ist. Diese Wissenschaft soll geschätzt, aber nicht gefürchtet werden. (Ludwig, 2008)

### **4.3 Mathematik und Sport**

Für viele Menschen scheint es so, als wären Sport und Mathematik weit voneinander getrennt. Nur auf den ersten Blick sieht es aber so aus. Je mehr man sich mit diesen Wissenschaften auseinandersetzt, desto vertrauter wirken sie und desto eher erkennt man Zusammenhänge. (Sadovskij und Sadovskij, 1991)

Der Erfolg von Kindern und Jugendlichen hat sehr viel mit Motivation zu tun. Um den Mathematikunterricht abwechslungsreicher zu gestalten, könnten Anwendungen oder Ereignisse aus dem Sport eingebracht werden. Ludwig ([http://www.matheforscher.de/fileadmin/system/dokumente/Projektmaterial\\_neu/Mathematik\\_und\\_Sport.pdf](http://www.matheforscher.de/fileadmin/system/dokumente/Projektmaterial_neu/Mathematik_und_Sport.pdf), Zugriff am 20.9.2014) listet weitere sinnvolle Anwendungen von Mathematik im Sport auf:

- ❖ Der Fairplay Gedanke kommt durch die Mathematik in den Sport. Gerechtigkeit ist oft eine siegentscheidende Sache. Vor allem in der Leichtathletik hilft die Mathematik, dass jeder Wettkämpfer bzw. jede Wettkämpferin gleiche Ausgangsbedingungen hat. Beispiele dafür sind spezielle Punktetabellen im Zehnkampf oder die 400m Bahn.

- ❖ Mit Hilfe dieser Wissenschaft können Regeln leichter verstanden werden, z.B. von Ballspielen.
- ❖ Bewegungsabläufe können optimiert werden, was zu einer Leistungsverbesserung führt.
- ❖ Prognosen können gegeben werden, welche anschließend überprüft werden. (z.B. Vorhersagen von Spielausgängen)
- ❖ Sehr hilfreich ist die Mathematik auch bei Abschätzungen oder Kalkulationen im Rahmen von sportlichen Großereignissen. (z.B. Wie viele Menschen passen auf die Tribüne und mit welchen Anstellzeiten kann man rechnen?)
- ❖ Mit Hilfe von mathematischen Computerprogrammen können Sportgeräte modelliert werden.

Mathematische Methoden finden immer größere Anwendung im Sport. Zum Beispiel gibt es noch einige ungelöste Probleme bezüglich den Wechselwirkungen zwischen einem Ball und einem Schläger bzw. Boden oder einem anderen Untergrund. (Sadovskij und Sadovskij, 1991)

Immer mehr Wissenschaftler setzen sich selbst aktiv mit dem Sport auseinander. Sportliche Aktivität trägt zur Entwicklung der Persönlichkeit bei und härtet den Menschen in physischer und psychischer Hinsicht ab. Kinder, die eine sportliche Kindheit hatten, können Schwierigkeiten im Leben leichter überwinden als Kinder, die weniger mit Sport zu tun hatten. Außerdem werden Menschen, die sich sportlich regelmäßig betätigen, besser mit Krankheiten fertig als andere. (Sadovskij und Sadovskij, 1991)

In den folgenden Kapiteln wird versucht, Sport aus dem Blickwinkel der Mathematik zu betrachten und umgekehrt. Einige Themen und Beispiele, die im fächerübergreifenden Unterricht durchgeführt werden können, werden die nächsten Seiten dieser Arbeit füllen.

## 5. Mathematik im Ausdauersport

Damit ein Training sinnvoll gestaltet werden kann, ist es wichtig, zu Beginn einer Trainingsperiode, Ausdauerleistungstests durchzuführen. Es gibt unterschiedliche Methoden, das optimale Trainingstempo und die individuellen Leistungsgrenzen zu erkennen. Bei einem längeren Trainingsverfahren sollten diese Tests in regelmäßigen Abständen durchgeführt werden. Dadurch können Fehler in der Trainingsgestaltung erkannt und rechtzeitig korrigiert werden. (Weineck, 2000)

Dieses Thema eignet sich gut für den fächerübergreifenden Unterricht der Kombination Mathematik und Sport. Zunächst werde ich einen theoretischen Einblick in die Physiologie des Menschen geben, einen Ausdauerleistungstest beschreiben und eine Formel vorstellen. Anschließend werden in diesem Kapitel Beispiele und Stundenteile behandelt, die zuerst im Sportunterricht und anschließend im Mathematikunterricht verwendet werden können.

### 5.1 Einblicke in die Physiologie, Ausdauer-tests & die Karvonen-Formel

Diese Grundlagen sollten auch den Schülerinnen und Schülern näher gebracht werden. Die beste Gelegenheit dazu wäre, ihnen dieses Wissen im Sportunterricht mitzugeben. Wichtige Punkte sollten häufiger wiederholt und den Kindern und Jugendlichen klar gemacht werden.

#### 5.1.1 Verhalten der Herzfrequenz

Das Herz pumpt ständig Blut durch die Adern, welches die Muskeln und Organe mit Sauerstoff und Nährstoffen versorgt. Der Puls, auch Herzfrequenz genannt, gibt die Anzahl der Herzschläge pro Minute an. Je schneller wir uns bewegen, desto höher wird unsere Herzfrequenz, da die Muskeln mehr Sauerstoff benötigen. Durch Ausdauertraining vergrößert sich der Herzmuskel. Das bringt natürlich einen Vorteil, da pro Schlag mehr Blut in die Adern gepumpt werden kann. Wenn weniger Herzschläge für dieselbe Blutmenge benötigt werden, muss das Herz weniger Kraft aufwenden und spart dadurch Energie. (Weineck, 2000)

Ein gut trainierter Mensch hat, während er keine Bewegung durchführt, zum Beispiel, wenn er schläft, eine sehr niedrige Herzfrequenz. Diese wird als **Ruhepuls** bezeichnet, welcher bei

untrainierten Menschen zwischen 70 und 80 Schlägen pro Minute liegt. Die Ruheherzfrequenz beträgt bei gut trainierten Ausdauersportlern hingegen nur 40-50 Schläge pro Minute. Spitzenmarathonläufer haben sogar schon Ruhepulsfrequenzen von unter 30 Schlägen pro Minute erreicht. (Weineck, 2000)

Die Anzahl der Herzschläge pro Minute, die bei größtmöglicher körperlicher Belastung erreicht werden kann, bezeichnet man als **Maximalpuls**. Dieser wird aber nur geringfügig durch regelmäßiges Training verändert. Er hängt hauptsächlich vom Alter der Person ab. Reschke und Schack (1998) beschreiben in ihrem Werk eine Formel, die einen Richtwert für die maximale Herzfrequenz angibt:

$$\text{„Maximalpuls} = 220 \text{ minus Lebensalter“}$$

### 5.1.2 Grundlagen zur Energiebereitstellung

Bei körperlichen Betätigungen fällt Laktat im Körper an. Die Laktatkonzentration (=Milchsäuregehalt) im Blut wird in der Einheit Millimol pro Liter (mmol/l) gemessen. Wenn sich gesunde Personen in Ruhe befinden oder nur langsame Bewegungen durchführen, liegt deren Milchsäurekonzentration bei 1-2mmol/l. Dieser Wert bleibt konstant, wenn ausreichend Sauerstoff zugeführt wird und die entstehende Milchsäure im Körper sofort wieder abgebaut werden kann. Das Laktat nimmt zu, wenn Belastungen intensiver werden. Es kann zu einer Übersäuerung in den Muskeln kommen, wenn die Belastungsintensität noch weiter steigt. Ausdauer kann im aeroben (mit genügend Sauerstoffzufuhr) und im anaeroben (ohne Sauerstoffangebot) Bereich trainiert werden. Im aeroben Bereich erfolgt die Energiebereitstellung hauptsächlich durch Fette, da die Belastungen eher gering sind. Die aerobe Schwelle liegt bei circa 2 mmol/l. Bei intensiveren Belastungen steigt der Laktatgehalt im Blut. Der Bereich, in dem das Laktat zwischen 2 und 4 mmol/l liegt, wird als aerob-anaerober Übergangsbereich bezeichnet. Der Körper gewinnt die Energie aus Kohlenhydraten und Fetten. Wenn die Belastungsintensität noch höher wird, sodass die Laktatproduktion und die Laktateliminierung gerade noch im Gleichgewicht zueinander stehen, spricht man von der **anaeroben Schwelle**, die sich bei circa 4 mmol/l befindet. Oberhalb der anaeroben Schwelle erfolgt die Energiebereitstellung hauptsächlich über Kohlenhydrate. Falls die Belastung noch intensiver wird, kommt es zu einem starken Anstieg des Milchsäurespiegels und der Sportler bzw. die Sportlerin könnte gezwungen werden, die Bewegung abbrechen. Der

Milchsäuregehalt ist abhängig vom Trainingszustand der Person und ist bei weniger gut trainierten Menschen, bei gleicher Belastung, höher als bei sportlicheren Personen. (Weineck, 2003)

Die anaerobe Schwelle zeigt die aktuelle Ausdauerleistungsfähigkeit des Sportlers bzw. der Sportlerin und hilft bei der Auswahl des optimalen Trainings. (Weineck, 2003)

Den Schülerinnen und Schülern sollte klar sein, wozu die anaerobe Schwelle dient. In den folgenden Aufgaben wird damit gearbeitet.

### 5.1.3 Ausdauerstest: Das Prinzip von Conconi

Das Ziel des Conconi – Tests ist es, die anaerobe Schwelle zu ermitteln. Nebenbei wird auch die maximale Herzfrequenz ermittelt. Für dieses Verfahren wird ein Pulsmessgerät benötigt. Optimal wäre es, diesen Test auf einem Laufband durchzuführen.

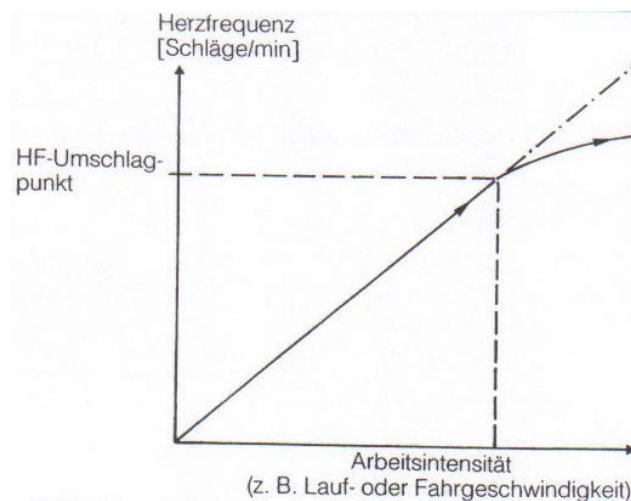


Abbildung 9: Das Prinzip von Conconi (Weineck, 2000)

Aus Abbildung 9 kann erkannt werden, dass die Herzfrequenz linear zur Belastung ansteigt. Dieser Zusammenhang findet meistens in einem Bereich von 120-170 Herzschlägen pro Minute statt. Ab einer bestimmten Belastung steigt der Puls nicht mehr linear. Den Punkt, an dem die Herzfrequenz flacher abweicht, bezeichnet Conconi als Umschlagpunkt oder auch als „Knick“. An dieser Stelle liegt circa die anaerobe Schwelle. Besser trainierte Sportler haben den Umschlagpunkt bei höheren Herzfrequenzen als untrainierte Menschen. (Weineck, 2000)



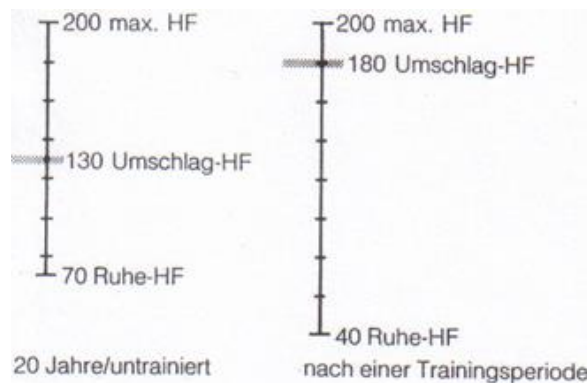


Abbildung 10: Veränderung der anaeroben Schwelle einer Person vor bzw. nach einer Ausdauertrainingsperiode (Weineck, 2000)

Normalerweise wird der Conconi-Test auf einer 400m Rundbahn ausgeführt. Zu Beginn wird mit einem sehr niedrigen Lauftempo gestartet, das vom Trainingszustand des Sportlers abhängt. Im Allgemeinen werden die ersten 200m in 72 Sekunden absolviert. Die Geschwindigkeit wird alle 200m um 0.5km/h erhöht, die dann bis zur nächsten Temposteigerung konstant weitergelaufen wird. Die Laufgeschwindigkeit und die Herzfrequenz werden nach jeder Teilstrecke gemessen und in ein Protokoll eingetragen. Der Conconi-Test endet erst, wenn der Läufer nicht mehr beschleunigen bzw. wenn er das vorgegebene Tempo nicht mehr halten kann. (Weineck, 2000)

#### 5.1.4 Die Karvonen-Formel

Die Karvonen-Formel ist eine zuverlässige Methode, um die individuellen Trainingsherzfrequenzen für die verschiedenen Trainingsformen beim Laufen bestimmen zu können. Da in dieser Formel nicht nur die maximale Herzfrequenz, sondern auch der Ruhepuls von Bedeutung ist, wird auch der momentane Trainingszustand des Sportlers bzw. der Sportlerin berücksichtigt. (Van Den Bosch, 2007)

Die Formel lautet:

$$„(maximale\ Herzfrequenz - Ruhepuls) \times Prozent + Ruhepuls = Trainingspuls“$$

(Van Den Bosch, 2007)

Für ein Regenerationstraining oder für ein sehr langes extensives Ausdauertraining sollte mit 60% der Herzfrequenz trainiert werden.

Für ein normales Ausdauertraining eignen sich 70% und für ein intensives Ausdauertraining 80%. (Van Den Bosch, 2007)

## **5.2 Unterrichtsinhalte im Fach Sport zum Thema Ausdauer**

Folgende Stundensequenzen richten sich an Oberstufenklassen. Die Schülerinnen und Schüler haben sich bereits mit ihrem Körper auseinandergesetzt und können ihre Leistungen einigermaßen einschätzen.

**Lehrplanbezug (<http://www.bewegung.ac.at/index.php?id=50>, Zugriff am 22.09.2014) für die folgenden Aufgaben:**

„Gesundheitsorientierte und ausgleichende Bewegungshandlungen:

- *Bewegung und Sport gesundheitsgerecht ausüben können (Aufwärmen; funktionelle Gymnastik; konditionelle Vorbereitung; usw.).*
- *Das Gefühl für den eigenen Körper festigen und auf dessen Bedürfnisse reagieren können. Die Körperwahrnehmung verbessern und die Reaktionen des Körpers deuten können (Bewegungs- und Belastungsformen mit den Zielen Ermüdung, Flow, Unlust, Freude zu bewirken oder das Gefühl sozialer Geborgenheit, Reaktionsbereitschaft oder Leistungsfähigkeit auszulösen)*

Können- und leistungsorientierte Bewegungshandlungen:

- *Übungen durchführen, die die eigenen Leistungsgrenzen erfahren lassen.*
- *Durchführen motorischer Tests für alle Bereiche der motorischen Grundlagen“*

### **5.2.1 Herzfrequenzmessung**

Mit Hilfe von Herzfrequenzmessgeräten kann der Puls jederzeit ohne besonderen Aufwand gemessen werden. Am besten eignen sich Geräte, die mit einem Brustsensor und einer Armbanduhr als Empfänger ausgestattet sind. Es ist wichtig, dass der Brustgurt vor dem Anlegen mit Wasser befeuchtet wird, da bei Trockenheit zwischen dem Gurt und der Haut keine Datenübertragung erfolgen kann.

In den meisten Schulen stehen den Lehrkräften keine bzw. nur sehr wenige Pulsmessgeräte zur Verfügung. Eine Alternative wäre, den Pulsschlag am Handgelenk zu messen. Am besten für 20 Sekunden und die Anzahl anschließend mit drei multiplizieren. Allerdings kann es dabei leicht vorkommen, dass man sich verzählt oder man den Puls „verliert“.

Folgende Aufgaben sind Beispiele für Stundeninhalte, die im Sportunterricht durchgeführt werden und anschließend im Mathematikunterricht bearbeitet werden können.

## **Aufgabe 1:**

### Materialien:

- Schreibutensilien
  
- ❖ Lege dich auf den Boden und entspanne dich für circa zwei Minuten. Anschließend erfasse deinen Puls und zähle die Schläge. Berechne deine Herzfrequenz pro Minute und dokumentiere sie. Vergleiche sie anschließend mit zwei anderen Schülerinnen bzw. Schülern.
  
- ❖ Aufgabe für zu Hause: Ermittle fünf Tage lang hintereinander deinen Ruhepuls. Dieser sollte in der Früh, wenn du noch im Bett liegst gemessen und anschließend dokumentiert werden.

<b>Ruhepuls in der Schule</b>	
<b>Ruhepuls Tag 1</b>	
<b>Ruhepuls Tag 2</b>	
<b>Ruhepuls Tag 3</b>	
<b>Ruhepuls Tag 4</b>	
<b>Ruhepuls Tag 5</b>	

## Aufgabe 2:

### Materialien:

- Schreibutensilien
- ❖ Suche dir einen Partner bzw. Partnerin und lauft euch abwechselnd quer durch den Turnsaal hinterher. Versucht verschiedene Laufformen und Sprünge einzubauen. Nach circa fünf Minuten, erfasst euren Puls und dokumentiert eure Herzfrequenz pro Minute.
- ❖ Nach einer kurzen Erholungspause starte mit deinem Partner bzw. deiner Partnerin bei einer Turnsaalseite und sprinte zur gegenüberliegenden Seite. Wiederholt diesen Durchgang vier Mal, misst anschließend euren Puls, dokumentiert dies und vergleicht ihn anschließend miteinander.

<b>Herzfrequenz nach Laufformen und Sprüngen</b>	
<b>Herzfrequenz nach Sprints</b>	

### 5.2.2 Conconi - Test

Ausdauerests sollten immer im gesunden Zustand durchgeführt werden. Am besten wäre es, diesen Leistungstest mit Schülerinnen und Schülern höherer Schulstufen durchzuführen, da diese ihre sportlichen Grenzen einschätzen und eventuell rechtzeitig den Test abbrechen können.

Optimal wäre es, für diesen Leistungstest ein Fitnessstudio zu besuchen. Dadurch ist es möglich, den Conconi-Test auf dem Laufband durchzuführen. Die Jugendlichen könnten dadurch ihre Laufgeschwindigkeit exakt einstellen.

### **Aufgabe 3:** (Im Fitnessstudio)

Materialien:                -) Laufbänder im Fitnessstudio mit Herzfrequenzmessung  
                                     -) Schreibutensilien

- ❖ Suche dir eine zweite Person und wärmt euch circa zehn Minuten auf einem Kardiogerät eurer Wahl auf (z.B. Crosstrainer oder Ergometer).
  
- ❖ Entscheidet euch, wer von euch beiden zuerst den Ausdauerleistungstest durchführt. Die andere Person trägt zur gleichen Zeit die Pulsschläge in die Tabelle ein.  
Nach einer kurzen Einlaufphase werden die ersten 200m mit einer Geschwindigkeit von 8km/h gelaufen. Anschließend wird die Geschwindigkeit alle 200m um 0.5km/h erhöht. Führt dies solange durch, bis ihr die Strecke nicht mehr mit der vorgegebenen Geschwindigkeit laufen könnt.

Conconi – Test - Pulsaufzeichnung		
Strecke	Geschwindigkeit	Pulsschlag
200m	8km/h	
400m	8.5km/h	
600m	9km/h	
800m	10km/h	
1000m	10.5km/h	
1200m	11km/h	
1400m	11.5km/h	
1600m	12km/h	
1800m	12.5km/h	
2000m	13km/h	
2200m	13.5km/h	
2400m	14km/h	
2600m	14.5km/h	
2800m	15km/h	
3000m	15.5km/h	
Maximale Herzfrequenz:		
<b>Anmerkungen:</b>		

Nachdem Abbrechen, bleibe in Bewegung und gehe langsam auf dem Laufband. Miss jede Minute deinen Puls, welchen dein Partner oder deine Partnerin in diese Tabelle einträgt:

Erholungspuls: Pulsaufzeichnungen nach sportlicher Belastung	
<b>Pulsschlag nach 30 Sekunden</b>	
<b>Pulsschlag nach 1 Minute</b>	
<b>Pulsschlag nach 2 Minuten</b>	
<b>Pulsschlag nach 3 Minuten</b>	
<b>Pulsschlag nach 4 Minuten</b>	
<b>Pulsschlag nach 5 Minuten</b>	

Anschließend führt der andere Schüler bzw. die andere Schülerin den Leistungstest durch.

### 5.2.3 Shuttle-Run-Test

Dieser Ausdauerstest ist eine Methode, um die individuelle maximale Herzfrequenz zu ermitteln. Da vermutlich nicht genügend Pulsmessgeräte vorhanden sind, sollten die Jugendlichen in Gruppen aufgeteilt werden und nacheinander den Test durchführen.

## Aufgabe 4:

### Materialien:

- Herzfrequenzmessgerät
- Pfeife
- Stoppuhr

Es werden in einem Feld zwei Linien mit einer Entfernung von 20m markiert. Die Aufgabe der Schülerinnen und Schüler ist es nun, zwischen den Markierungen hin und her zu laufen. Die 20m Linie ist der Wendepunkt, welche mit einem Fuß berührt werden muss. Die Jugendlichen werden durch Pfeife des Lehrkörpers darauf aufmerksam gemacht, wann die Linie erreicht werden sollte. Der Test beginnt mit einer Laufgeschwindigkeit von 6km/h. Die Geschwindigkeit nimmt pro Minute um 0,5km/h zu. Wenn ein Schüler oder eine Schülerin zu früh an der Linie ist, muss auf den Pfiff gewartet werden, bevor weitergelaufen werden darf.

Falls es passiert, dass eine Schülerin oder ein Schüler die 20m Markierung nicht im vorhergesehenen Zeitpunkt erreicht, muss er bzw. sie trotzdem noch dorthin laufen, bevor zur nächsten Linie gesprintet werden darf. Sobald ein Jugendlicher selbst aufgibt oder zweimal hintereinander die 20m Markierung beim Pfiff nicht erreicht, endet der Test und die maximale Herzfrequenz kann abgelesen und aufgeschrieben werden.

([http://www.nohv.de/fileadmin/Schiris/Info/ANLEITUNG\\_shuttle-run.pdf](http://www.nohv.de/fileadmin/Schiris/Info/ANLEITUNG_shuttle-run.pdf), Zugriff am 25.09.2014)

<b>Maximale Herzfrequenz</b>	
------------------------------	--

#### 5.2.4 Weitere Aufgaben

Folgende Aufgaben beschäftigen sich auch mit dem Laufsport. Die Stundensequenzen sollten auf der Leichtathletik-Bahn stattfinden.

### Aufgabe 5:

Bei diesem Stundenteil handelt es sich um eine Schätzungsaufgabe, welche auf einer Leichtathletik-Laufbahn durchgeführt wird.

- ❖ Laufe zunächst eine Runde auf der inneren Bahn, entlang der innersten Linie. Anschließend laufe eine Runde auf der äußersten Bahn, entlang der äußersten Linie.
  
- ❖ Schätze nun, um wie viele Meter sich die Laufstrecke der äußeren Bahn von der Laufstrecke der inneren Bahn unterscheidet.

Im Mathematikunterricht wird dies anschließend genau berechnet.

## Aufgabe 6:

### Materialien:

- Stoppuhren
- Schreibutensilien
- 100m Bahn

Geht zu dritt in eine Gruppe und vergebt folgende Aufgaben:

- ) Startsignal geben
- ) 100m sprinten
- ) Zeit messen und dokumentieren

Wechselt anschließend die Reihenfolge. Jede Schülerin bzw. jeder Schüler hat drei Versuche. Merkt euch eure beste Zeit. Diese werdet ihr im Mathematikunterricht brauchen.

### 5.3 Unterrichtsinhalte im Fach Mathematik zum Thema Ausdauersport

Folgende Stundensequenzen legen ihren Schwerpunkt auf Darstellungen und Interpretationen von Graphen, aber auch auf Berechnungen des eigenen Maximalpulses und auf den optimalen Trainingsbereich.

**Lehrplanbezug** ([https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp\\_ahs\\_oberstufe.html](https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp_ahs_oberstufe.html), Zugriff am 23.09.2014) **für die folgenden Aufgaben:**

„Kompetenzen, die sich auf mathematische Fertigkeiten und Fähigkeiten beziehen, äußern sich im Ausführen der folgenden mathematischen Aktivitäten:

- *Darstellend - interpretierendes Arbeiten umfasst alle Aktivitäten, die mit der Übersetzung von Situationen, Zuständen und Prozessen aus der Alltagssprache in die Sprache der Mathematik und zurück zu tun haben; auch der innermathematische Wechsel von Darstellungsformen gehört zu diesen Aktivitäten.*
- *Formal - operatives Arbeiten umfasst alle Aktivitäten, die auf Kalkülen bzw. Algorithmen beruhen, also das Anwenden von Verfahren, Rechenmethoden oder Techniken.*



- *Kritisch - argumentatives Arbeiten umfasst alle Aktivitäten, die mit Argumentieren, Hinterfragen, Ausloten von Grenzen und Begründen zu tun haben; das Beweisen heuristisch gewonnener Vermutungen ist ein Schwerpunkt dieses Tätigkeitsbereichs.*

#### Aspekte der Mathematik:

- *Sprachlicher Aspekt: Mathematik ist ein elaboriertes Begriffsnetz, ein ständiges Bemühen um exakten Ausdruck, in dem die Fähigkeit zum Argumentieren, Kritisieren und Urteilen entwickelt sowie die sprachliche Ausdrucksfähigkeit gefördert werden.*
- *Erkenntnistheoretischer Aspekt: Mathematik ist eine spezielle Form der Erfassung unserer Erfahrungswelt; sie ist eine spezifische Art, die Erscheinungen der Welt wahrzunehmen und durch Abstraktion zu verstehen; Mathematisierung eines realen Phänomens kann die Alltagserfahrung wesentlich vertiefen.*

#### Beiträge zu den Bildungsbereichen:

- *Mensch und Gesellschaft: Der Unterricht soll aufzeigen, dass Mathematik in vielen Bereichen des Lebens (Finanzwirtschaft, Soziologie, Medizin usw.) eine wichtige Rolle spielt.*
- *Gesundheit und Bewegung: Durch die Bearbeitung mathematisch beschreibbarer Phänomene aus dem Gesundheitswesen und dem Sport können Beiträge zu diesem Bildungsbereich geleistet werden.*

#### Didaktische Grundsätze:

- *Lernen in anwendungsorientierten Kontexten: Anwendungsorientierte Kontexte verdeutlichen die Nützlichkeit der Mathematik in verschiedenen Lebensbereichen und motivieren so dazu, neues Wissen und neue Fähigkeiten zu erwerben. Vernetzungen der Inhalte innerhalb der Mathematik und durch geeignete fächerübergreifende Unterrichtssequenzen sind anzustreben. Die minimale Realisierung besteht in der Thematisierung mathematischer Anwendungen bei ausgewählten Inhalten, die maximale Realisierung in der ständigen Einbeziehung anwendungsorientierter Aufgaben- und Problemstellungen zusammen mit einer Reflexion des jeweiligen Modellbildungsprozesses hinsichtlich seiner Vorteile und seiner Grenzen.“*

### **5.3.1 Berechnung, Darstellung und Interpretation**

Alle Unterlagen, die im Sportunterricht verwendet werden, sollen in den Mathematikunterricht mitgebracht werden. Es werden nun einige Aufgaben vorgestellt, die die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe ihrer Aufzeichnungen lösen können.

## **Aufgabe 1:**

Berechne deinen Maximalpuls mit Hilfe dieser Formel:

$$\text{Maximalpuls} = 220 \text{ minus Lebensalter}$$

Vergleiche diesen Wert nun mit deiner maximalen Herzfrequenz, die du beim Conconi-Test und beim Shuttle Run erreicht hast. Falls diese Werte voneinander abweichen, überlege dir warum das so sein könnte.

## **Aufgabe 2:**

Du solltest fünf Werte deines Ruhepulses in deiner Tabelle eingetragen haben. Berechne nun den durchschnittlichen Wert deines Ruhepulses und vergleiche ihn mit dem deines Nachbarn bzw. deiner Nachbarin. Überlegt euch, warum ihr unterschiedliche Werte habt und wovon diese abhängig sind.

### **Lösung:**

Der Ruhepuls hängt vom Trainingszustand der Person ab.

## **Aufgabe 3:**

Stelle deinen Erholungspuls nach maximaler Belastung in Abhängigkeit der Zeit graphisch dar und nimm dazu kurz schriftlich Stellung. Vergleiche deinen Graph mit dem eines anderen Schülers bzw. einer anderen Schülerin.

## Lösung:

Der Graph sollte diesen Pulsaufzeichnungen nach sportlicher Belastung ähneln:

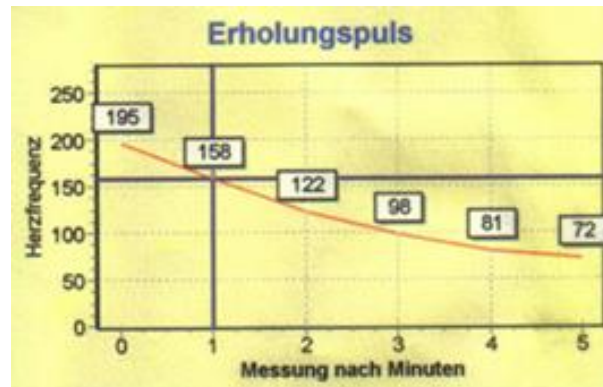


Abbildung 11: Erholungspuls nach maximaler Belastung

### Interpretation:

Nach einer Belastung fällt die Herzfrequenz zuerst steil ab, nach einiger Zeit flach. Es dauert ziemlich lange, bis sich eine Person nach einer Belastung wieder im Bereich des Ruhepulses befindet. Je besser Menschen trainiert sind, desto schneller fällt die Herzfrequenz nach einer körperlichen Belastung wieder ab.

## Aufgabe 4:

### Der Conconi – Test:

- ❖ Stelle deinen Pulsschlag in Abhängigkeit der Laufgeschwindigkeit graphisch dar.
- ❖ Anschließend interpretiere diesen und finde heraus, bei welcher Herzfrequenz sich deine anaerobe Schwelle befindet.
- ❖ Erkläre kurz den Zusammenhang zwischen der anaeroben Schwelle und dem Laktat.
- ❖ Überlege dir, ob Marathonläufer oder Sprinter unterhalb oder oberhalb der anaeroben Schwelle trainieren sollten.

## Lösung:

Leider kann es vorkommen, dass Probleme bei der Auswertung dieses Tests vorkommen. Manchmal ist der „Knick“ nicht deutlich oder gar nicht erkennbar. Dies kann zu einer fehlerhaften Berechnung der Trainingsherzfrequenz führen. In dieser Abbildung ist der „Knick“ deutlich zu erkennen.

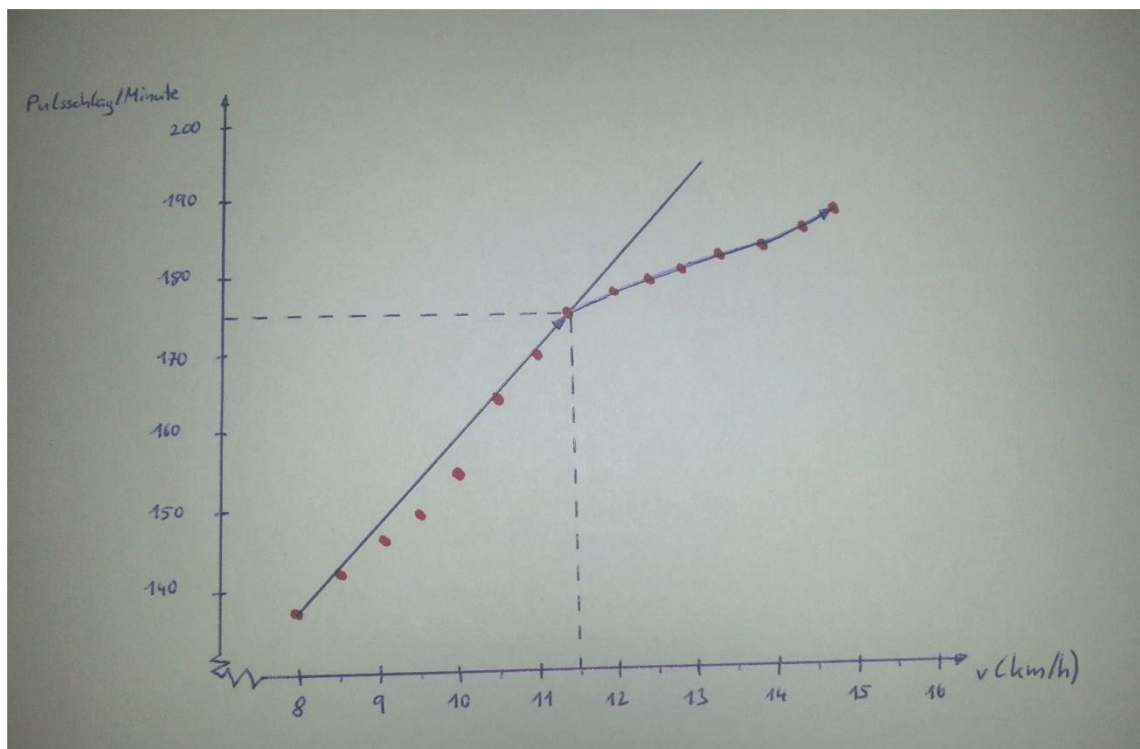


Abbildung 12: Graphische Auswertung des Conconi-Tests

## Interpretation:

- ❖ Die Pulsschläge steigen zunächst linear zur Belastung an. Ab der Herzfrequenz von 175 Schlägen pro Minute, weicht der Puls flacher ab. Der Knick bzw. die anaerobe Schwelle ist deutlich zu erkennen und liegt bei einer Herzfrequenz von 175 Schlägen pro Minute.
- ❖ Bei intensiveren Belastungen steigt der Laktatgehalt im Blut. Von der anaeroben Schwelle wird gesprochen, wenn die Belastungsintensität so hoch wird, dass die Laktatproduktion und die Laktateliminierung gerade noch im Gleichgewicht zueinander stehen. In diesem Fall liegt die anaerobe Schwelle bei 175 Schlägen pro Minute.

- ❖ Marathonläufer sollten sich unterhalb der anaeroben Schwelle befinden, da sie die sportliche Belastung lange durchhalten müssen und dafür genügend Sauerstoff benötigen. Sprinter hingegen brauchen für eine kurze Zeit möglichst viel Energie und sollten sich daher bei einem Wettkampf oberhalb der anaeroben Schwelle befinden. Die Energie wird im anaeroben Bereich von Kohlenhydraten gewonnen, welche mehr Energie als Fette liefern.

## **Aufgabe 5:**

### **Die Karvonen-Formel**

*„(maximale Herzfrequenz – Ruhepuls) x Prozent + Ruhepuls = Trainingspuls“*

- ❖ Berechne deinen Puls mit dem du ein intensives Ausdauertraining (80%) ausführen solltest. Verwende dazu deine maximale Herzfrequenz, die du beim Shuttle-Run-Test erreicht und dokumentiert hast.

### **Lösung:**

z.B. maximale Herzfrequenz = 198, Ruhepuls = 49

$$(198 - 49) \times 0,8 + 49 = 168,2$$

Der Puls sollte sich für dieses Training bei circa 168 Schlägen pro Minute befinden.

## **Aufgabe 6:**

- ❖ Betrachte die Abbildungen (Abbildung 13-15) der verschiedenen Trainingsmethoden.
- ❖ Vergleiche den Umfang, die Intensität und die Pausen miteinander.
- ❖ Interpretiere die Abbildungen (Abbildung 13-15), überlege dir welche Fähigkeiten damit trainiert werden und besprich dies mit einem anderen Schüler bzw. Schülerin!

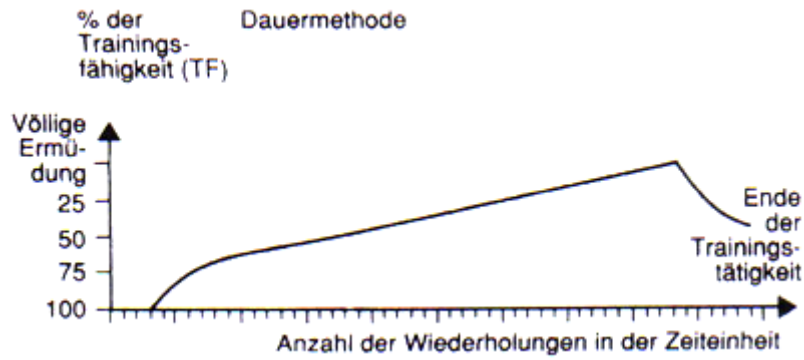


Abbildung 13: Dauermethode (Apolin & Redl, 2001)

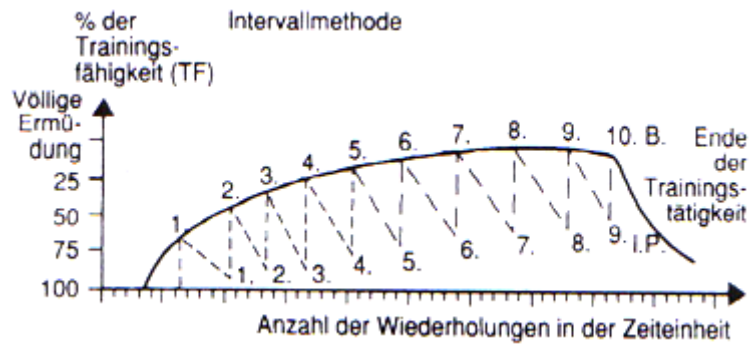


Abbildung 14: Intervallmethode (Apolin & Redl, 2001)

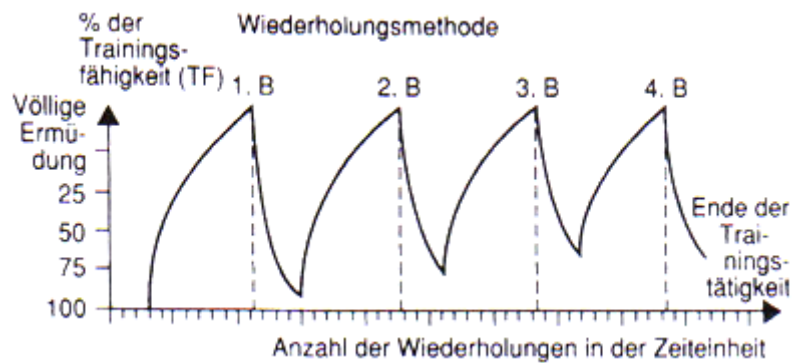


Abbildung 15: Wiederholungsmethode (Apolin & Redl, 2001)

**Lösung:**

Dauermethode:

Aus dieser Abbildung kann erkannt werden, dass eine Belastung andauernd in einem bestimmten Zeitraum, ohne Unterbrechung, durchgeführt wird. Die Intensität wird gering

gehalten. Diese Ausdauerethode eignet sich für lange Wettkampfstrecken, z.B. einem 10km Lauf. (Apolin & Redl, 2001)

#### Intervallmethode:

Diese Trainingsmethode setzt sich aus einem Wechsel zwischen einer Belastungs- und einer Erholungsphase zusammen. Nach der Belastungsphase folgt eine „Pause“, welche aktiv verbracht werden sollte, wie zum Beispiel beim Gehen. Der nächste Belastungsreiz kann gesetzt werden, wenn die Herzfrequenz circa 120-140 Schläge pro Minute beträgt. Die Länge der Pause ist daher vom Trainingszustand der Person abhängig. Die Schnelligkeitsausdauer kann durch diese Trainingsmethode gesteigert werden. (Apolin & Redl, 2001)

#### Wiederholungsmethode:

Die Wiederholungsmethode besteht aus einer Belastungsphase und einer langen Erholungsphase. Da die Belastungen sehr intensiv sind, ist nur eine geringe Wiederholungsanzahl möglich. Die Wiederholungsmethode ähnelt der Intervallmethode. Der gravierende Unterschied zwischen den beiden Trainingsmethoden ist, dass bei der Wiederholungsmethode erst nach einer vollständigen Erholung wieder eine Belastungsphase folgt. Es wird unter anderem die Maximalkraft, Schnellkraft, Beschleunigungsfähigkeit und die Schnelligkeitsausdauer trainiert. (Apolin & Redl, 2001)

### **Aufgabe 7:**

Jennifer hat einen Ruhepuls von 50 Schlägen pro Minute. Sie betätigt sich jeden Tag eine Stunde sportlich. Hauptsächlich betreibt sie Ausdauersport mit einer Herzfrequenz von 150 Schlägen pro Minute. Ihr Freund Daniel macht keinen Sport und hat einen Ruhepuls von 80 Schlägen pro Minute. Welches Herz muss in einem gesamten Jahr weniger schlagen? Berechne wie viele Schläge in einem Jahr das ungefähr sind.

#### **Lösung:**

Daniel:

$80 \times 60 \times 24 \times 365 = \text{ca. } 42 \text{ Millionen Schläge in einem Jahr}$

Jennifer:

$$50 \times 60 \times 23 = 69000$$

$$150 \times 60 = 9000$$

$$9000 + 69000 = 78000$$

$$78000 \times 365 = \text{ca. } 28,5 \text{ Millionen Schläge in einem Jahr}$$

Bei einem einstündigen Ausdauertraining am Tag muss Jennifers Herz um 13,5 Millionen Mal in einem Jahr weniger schlagen.

### Aufgabe 8:

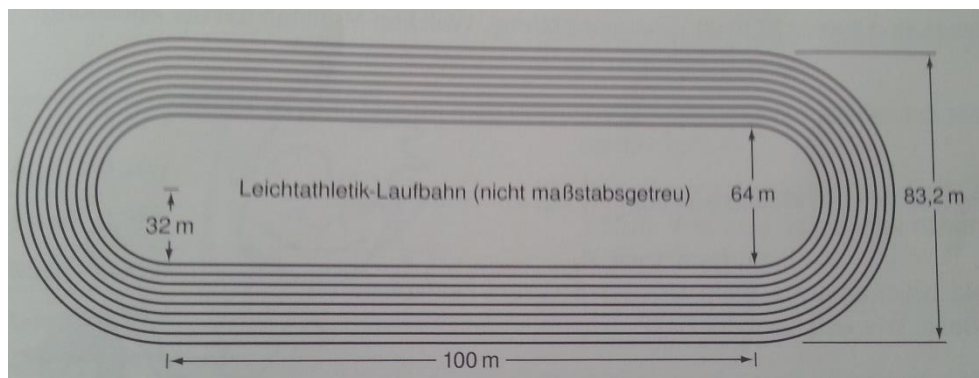


Abbildung 16: Leichtathletik Laufbahn (Thomson & Forster, 2010).

- ❖ A) Welche zwei geometrischen Formen kannst du in dieser Abbildung der Leichtathletik-Laufbahn erkennen?
- ❖ B) Berechne mit Hilfe der Maßangaben der Laufbahn die Breite einer einzelnen Bahn!
- ❖ C) Robin läuft eine Runde auf der äußeren Bahn, entlang der äußeren Linie. Welche Streckenlänge legt er zurück? (Runde auf ganze m)
- ❖ D) Denise läuft eine Runde auf der innersten Bahn, entlang der innersten Linie. Welche Streckenlänge legt sie zurück? Um wie viele Meter ist ihre Strecke kürzer als Robins?



- ❖ E) Die Startpositionen der Läufer sind je nach Wettkampf entweder in einer geraden Linie oder versetzt angeordnet. Warum wird bei manchen Disziplinen in versetzter Aufstellung gestartet? Bei welchen Arten von Wettkämpfen starten sie in einer Linie? (Thomson & Forster, 2010)

**Lösung:**

A) Rechteck und Halbkreis

B)  $83,2\text{m} - 64\text{m} = 19,2\text{m}$

$$19,2\text{m} \div 2 = 9,6\text{m}$$

$$9,6\text{m} \div 8 = 1,2\text{m}$$

Die breite einer einzelnen Bahn beträgt 1,2m.

C)  $100\text{m} \times 2 = 200\text{m}$

$$83,2\text{m} \div 2 = 41,6\text{m}$$

$$2 \times 41,6\text{m} \times \pi = 261,38\text{m}$$

$$200\text{m} + 261,38\text{m} = 461,38\text{m}$$

Robin legt 461m auf der äußersten Bahn zurück.

D)  $100\text{m} \times 2 = 200\text{m}$

$$64\text{m} \div 2 = 32\text{m}$$

$$2 \times 32 \times \pi = 201,06\text{m}$$

$$200\text{m} + 201,06\text{m} = 401,06\text{m}$$

Denise legt 401m auf der innersten Bahn zurück. Sie läuft daher um 60m weniger als Robin.

E) Bei manchen Disziplinen wird in versetzter Aufstellung gestartet, damit die Laufstrecken für alle Läufer bzw. Läuferinnen gleich lang ist.

Bei Kurzstreckenläufen, wie z.B. beim 60m Sprint, wird nebeneinander in einer Linie gestartet.

## Aufgabe 9:

Schreibe zunächst deine beste Zeit, die du für den 100m Sprint benötigt hast, auf und runde auf eine Dezimalstelle.

Zum Vergleich: Bei den olympischen Spielen 2012 in London gewann der Jamaikaner Usain Bolt mit 9,63 Sekunden den 100m Sprint.

- ❖ A) Wie viele Meter legen du und der Olympiasieger in einer Sekunde zurück? Rechne auf zwei Dezimalstellen genau!
  
- ❖ B) Berechne deine mittlere Geschwindigkeit und die des Olympiasiegers in km/h.
  
- ❖ C) Angenommen du und Usain Bolt startet gleichzeitig und läuft gegeneinander. Wenn Usain Bolt nach 9,63 Sekunden das Ziel erreicht hat, bist du noch ein Stück vom Ziel entfernt. Wie lange ist diese Reststrecke?

## Lösung:

Angenommen der Jugendliche braucht 12,5 Sekunden für die 100m Strecke.

A) Jugendlicher:  $v = s \div t \rightarrow 100\text{m} \div 12,5\text{s} = 8\text{m/s}$

Usain Bolt:  $100\text{m} \div 9,63\text{s} = 10,39\text{m/s}$

B) Jugendlicher:  $8\text{m/sec} \times 3,6 = 28,8\text{km/h}$

Usain Bolt:  $10,39 \times 3,6 = 37,40\text{km/h}$

C)  $8\text{m/s} \times 9,63\text{s} = 77,04\text{m}$

$100\text{m} - 77,04\text{m} = 22,96\text{m}$

Die Reststrecke, die der Jugendliche noch zu laufen hat, beträgt 22,96m.

## Aufgabe 10:

Schreibe deine drei Zeiten für den 100m Sprint auf.

Angenommen du läufst noch 13-mal und hast folgende Zeiten erreicht:

12,4	12,7	12,6	12,7	12,5	12,3	12,6
12,5	12,4	12,6	12,4	12,8	12,6	12,4

- ❖ A) Stelle diese Zeiten (inklusive deiner Zeit) in einer Häufigkeitstabelle dar.
- ❖ B) Bestimme den Modalwert, den Median und den Mittelwert.
- ❖ C) Stelle in einem Histogramm die Häufigkeit der Laufzeiten dar.

### Lösung:

Angenommene Zeiten, die der Jugendliche erreicht hat: 12,5s, 12,6s, 12,5s

A)

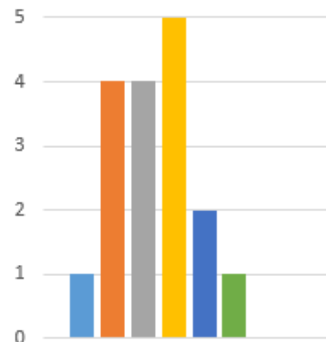
Zeit	Häufigkeit
<b>12,3s</b>	1
<b>12,4s</b>	4
<b>12,5s</b>	4
<b>12,6s</b>	5
<b>12,7s</b>	2
<b>12,8s</b>	1

B) Modalwert: 12,6s

Median: 12,5s

Mittelwert: 12,5s

C) Histogramm:



## 6. Biomechanische Analysen und Berechnungen

Dieses Kapitel zeigt, wie Mathematik in der Biomechanik verschiedenster Sportarten angewandt werden kann. Es wird sich hauptsächlich mit Volleyball, unterschiedlichen Arten von Sprüngen, der Abfahrtsposition beim Skifahren und mit Billard auseinandersetzen.

Das erste Unterkapitel „Mathematik beim Volleyball – unteres Zuspiel (Bagger)“ eignet sich gut für Schülerinnen und Schüler der vierten Klasse AHS Unterstufe.

### **Sport (Lehrplanbezug für „Mathematik beim Volleyball“):**

(<http://www.bewegung.ac.at/index.php?id=50>, Zugriff am 15.10.2014)

### **„Lehrstoff:**

#### Grundlagen zum Bewegungshandeln:

- ❖ *Verbessern der koordinativen Fähigkeiten; Bewusstmachen des eigenen Bewegungsverhaltens hinsichtlich Bewegungsqualität und Bewegungsökonomie.*

#### Spielerische Bewegungshandlungen:

- ❖ *Weiterentwicklung der Spielfähigkeit unter verstärkt technikrelevanten Aspekten.*“

### **Mathematik (Lehrplanbezug für „Mathematik beim Volleyball“):**

([https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp\\_ahs\\_unterstufe.html](https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp_ahs_unterstufe.html), Zugriff am 15.10.2014)

### **„Lehrstoff:**

#### **Kernbereich:**

- ❖ *Die Schülerinnen und Schüler sollen praxisorientierte Aufgaben unter dem Aspekt der Modellbildung möglichst oft rechnerisch, geometrisch und graphisch darstellen, lösen und kritisch betrachten können. Dabei sollen sie von ihrer unmittelbaren Erlebniswelt ausgehen und ihre Erfahrungen auch in fächerübergreifende Vorhaben einbringen.*
- ❖ *Die Schülerinnen und Schüler sollen ebenso grundlegendes mathematisches Wissen und Können erwerben und abstraktes Denken und formale Fähigkeiten entwickeln. Sie sollen im präzisen Arbeiten und Argumentieren ausgebildet werden und mit mathematischen Darstellungsformen vertraut werden.*

### Arbeiten mit Figuren und Körpern:

- ❖ *den Lehrsatz des Pythagoras für Berechnungen in ebenen Figuren und in Körpern nutzen können*
- ❖ *eine Begründung des Lehrsatzes des Pythagoras verstehen“*

Die weiteren Unterkapitel, die mit der Mathematik bei Sprüngen, Skifahren und Billard zu tun haben, sind für Jugendliche der Oberstufe gedacht.

### **Sport (Lehrplanbezug für weitere Unterkapitel dieses Kapitels):**

(<http://www.bewegung.ac.at/index.php?id=50>, Zugriff am 15.10.2014)

### **„Lehrstoff:**

#### Grundlagen zum Bewegungshandeln:

- ❖ *Durchführen motorischer Tests für alle Bereiche der motorischen Grundlagen (Jump and Reach Test; Euro-Fit-Test; Coopertest; Walkingtest; usw.)*

#### Gesundheitsorientierte und ausgleichende Bewegungshandlungen:

- ❖ *Das Gefühl für den eigenen Körper festigen und auf dessen Bedürfnisse reagieren können. Die Körperwahrnehmung verbessern und die Reaktionen des Körpers deuten können (Bewegungs- und Belastungsformen mit den Zielen Ermüdung, Flow, Unlust, Freude zu bewirken oder das Gefühl sozialer Geborgenheit, Reaktionsbereitschaft oder Leistungsfähigkeit auszulösen).*

#### Erlebnisorientierte Bewegungshandlungen:

- ❖ *Erfahren und Erleben von Bewegungs- und Sportaktivitäten, die sich vom alltäglichen Bewegen abheben und mit besonderen Gefühlen verbunden sind sowie etwas Neues und Unerwartetes bieten:  
- In verschiedenen Räumen und Elementen (Sporthalle; Sportplatz; Wald; Wasser; Schnee; Eis; Gelände; Fels; usw.)“*

### **Mathematik (Lehrplanbezug für weitere Unterkapitel dieses Kapitels):**

([https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp\\_ahs\\_oberstufe.html](https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp_ahs_oberstufe.html), Zugriff am 15.10.2014)

### **„Didaktische Grundsätze:**

#### Lernen in anwendungsorientierten Kontexten

- ❖ *Anwendungsorientierte Kontexte verdeutlichen die Nützlichkeit der Mathematik in verschiedenen Lebensbereichen und motivieren so dazu, neues Wissen und neue Fähigkeiten zu erwerben. Vernetzungen der Inhalte innerhalb der Mathematik und durch geeignete fächerübergreifende Unterrichtssequenzen sind anzustreben. Die minimale Realisierung besteht in der Thematisierung mathematischer Anwendungen*

*bei ausgewählten Inhalten, die maximale Realisierung in der ständigen Einbeziehung anwendungsorientierter Aufgaben- und Problemstellungen zusammen mit einer Reflexion des jeweiligen Modellbildungsprozesses hinsichtlich seiner Vorteile und seiner Grenzen.*

## **Lehrstoff:**

### Trigonometrie

- ❖ *Definieren von  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$ ,  $\tan \alpha$  für  $0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$*
- ❖ *Durchführen von Berechnungen an rechtwinkligen und allgemeinen Dreiecken, an Figuren und Körpern*

### Vektoren und analytische Geometrie der Ebene

- ❖ *Arbeiten mit dem skalaren Produkt“*

## **6.1 Mathematik beim Volleyball – unteres Zuspiel (Bagger)**

Durch den Einsatz von Kameras im Sportunterricht können sportliche Bewegungen aufgenommen und anschließend mit den Schülerinnen und Schülern analysiert werden. Vor allem eignet sich der Mathematikunterricht gut dafür. Zum Beispiel kann der Verlauf des Körperschwerpunktes graphisch dargestellt werden oder die Veränderung der Winkel der unterschiedlichen Körperpositionen berechnet werden. Falls die Möglichkeit besteht, während des Mathematikunterrichts in den Informatiksaal zu gehen, können mit dem Computerprogramm „Kinovea“ die Winkel und verschiedene Geschwindigkeiten davon berechnet, sowie unterschiedliche Verläufe von Körperpositionen dargestellt werden. Falls dies nicht möglich ist, können die Bewegungen auch mit der Handykamera aufgenommen und anschließend am Handy betrachtet werden.

### **6.1.1 Unterrichtsinhalte im Fach Sport zum Thema Volleyball**

Das untere Zuspiel im Volleyball (Bagger) wird hauptsächlich in der Annahme nach einem Service oder in der Verteidigung nach einem Angriff verwendet. Es wird nun davon ausgegangen, dass die Schülerinnen und Schüler bereits die Technik des unteren Zuspiels in der Grobform beherrschen.

Der Lehrkörper sollte den Schülerinnen und Schülern trotzdem die Technik vorzeigen und anschließend wichtige Punkte der Bewegung mit ihnen besprechen:

Zunächst sollte mit kurzen Schritten die optimale Position zum Ball eingenommen werden. Die Schülerinnen und Schüler sollten in schulterbreiter Schrittgrätschstellung stehen. Die Kniewinkel sind dabei verringert und die Arme sind gestreckt vor dem Körper in Supinationsstellung der Unterarme, sodass ein virtuelles „Spielbrett“ gebildet wird. Der Oberkörper ist leicht nach vorne gebeugt. Sobald der Kontakt mit dem Ball stattfindet, sind die Arme völlig gestreckt. Die Winkel der Knie- und Fußgelenke werden vergrößert und es erfolgt ein leichter Impuls der Arme nach vorwärts. Der Schulterwinkel wird von circa 40° auf 100° vergrößert. Nachdem der Ball gespielt wurde, erfolgt eine Körperstreckung nach vorne oben. Das „Spielbrett“ zeigt in die Flugrichtung des Balles. Die Arme sollten nicht über die Schulterhöhe geführt werden. (Papageorgiou & Spitzley, 2011)

Die Regeln dieses Sportspiels und die Spielfeldmaße sollten den Schülerinnen und Schülern auch näher gebracht werden. Ein Hallenvolleyballfeld ist neun Meter breit und 18 Meter lang. Die Höhe des Netzes beträgt bei Damen 2,24m und bei Herren 2,43m. Ein Beachvolleyballfeld ist acht Meter breit und 16 Meter lang. Die Höhe des Netzes ist genauso hoch wie beim Hallenvolleyball.

## **Aufgabe 1:**

### Materialien:

- Pro Gruppe ein Volleyball
- Pro Gruppe eine Kamera (Handykamera)

Bilde mit zwei anderen Schülerinnen bzw. Schülern eine Gruppe.

- ❖ Zwei Schülerinnen bzw. Schüler passen sich den Ball im unteren Zuspiel hin und her. Die dritte Person beobachtet die Bewegung und gibt dem Jugendlichen bzw. der Jugendlichen Feedback. Denkt an die Bewegungsbeschreibung, die zu Beginn der Stunde besprochen wurde. Versucht nun anschließend mit Hilfe des Feedbacks das untere Zuspiel zu verbessern. Die Rollen werden nach einiger Zeit gewechselt. Der Lehrkörper macht euch darauf aufmerksam.

- ❖ Während zwei Schülerinnen bzw. Schüler baggern, werden sie von der dritten Person gefilmt. Bemüht euch, die Bewegung so präzise wie möglich auszuführen. Die Rollen werden nach einiger Zeit wieder gewechselt. Der Lehrkörper macht euch darauf aufmerksam.
- ❖ Versucht nun, bewusst einen Fehler einzubauen und führt die Bewegung anschließend wieder korrekt durch. Merkt ihr einen Unterschied? Die Rollen werden nach einiger Zeit wieder gewechselt. Der Lehrkörper macht euch darauf aufmerksam.

Falls das untere Zuspiel von den Schülerinnen und Schülern noch nicht gut beherrscht wird, sollten einige Unterrichtseinheiten zur Technikverbesserung genützt werden.

### **6.1.2      Unterrichtsinhalte im Fach Mathematik zum Thema Volleyball**

Die Kameras, mit denen die Bewegungen gefilmt wurden, sind in den Mathematikunterricht mitzubringen.

#### **Aufgabe 1:**

- ❖ Geht zu zweit zusammen und betrachtet euer Video. Wurden wichtige Punkte, die in der Bewegungsbeschreibung im Sportunterricht erwähnt wurden, umgesetzt?
- ❖ Schätzt die Größe des Schultergelenkwinkels zu Beginn und am Ende der Bewegung?
- ❖ Sind die Fehler, die ihr absichtlich gemacht habt, deutlich erkennbar? Wirken sich diese Fehler negativ auf die Ballkontrolle und auf die geplante Flugkurve des Balles aus?

#### **Lösung:**

Der Schultergelenkwinkel sollte von etwa  $40^\circ$  auf  $100^\circ$  vergrößert werden.



## **Aufgabe 2:**

- ❖ Stoppe das Video in dem Moment bei dem du den Ball berührst. Versuche nun folgende Körperwinkel einzuschätzen:
  - ) Ellenbogengelenkwinkel (Ober- und Unterarm bilden die Schenkel)
  - ) Schultergelenkwinkel (Oberkörper und Arm bilden die Schenkel)
  - ) Kniegelenkwinkel (Ober- und Unterschenkel bilden die Schenkel)
  
- ❖ Führe dies nun auch mit der fehlerhaften Bewegung durch und vergleiche die Winkel.
  
- ❖ Besprich das Ergebnis mit einer anderen Schülerin bzw. einem anderen Schüler. Überlegt euch, wie groß die Winkel bei der optimalen Baggerbewegung sein sollten.

### **Lösung:**

Mit Hilfe des Computerprogramm „Kinovea“ können die Körperwinkel angezeigt werden. Falls ein Computersaal genutzt werden kann und genügend Zeit vorhanden ist, können die Schülerinnen und Schüler die Schätzung ihrer Winkel überprüfen.

Falls nicht, sollen die Schülerinnen und Schüler das Video am Handy bzw. der Kamera abspielen.

Die linke Abbildung zeigt, eine beinahe optimale Körperhaltung. Der Ellenbogengelenkwinkel sollte ca.  $180^\circ$  betragen. Der Winkel zwischen Oberkörper und den Armen ca.  $90^\circ$ - $100^\circ$  und der Kniegelenkwinkel in etwa  $100^\circ$ - $110^\circ$ .

Die rechte Abbildung zeigt eine fehlerhafte Körperhaltung der Baggerbewegung. Die Knie sind zu wenig gebeugt. Dadurch ist keine Vorwärtsneigung des Rumpfes vorhanden. Die Arme sind nicht gestreckt, sondern leicht abgewinkelt.

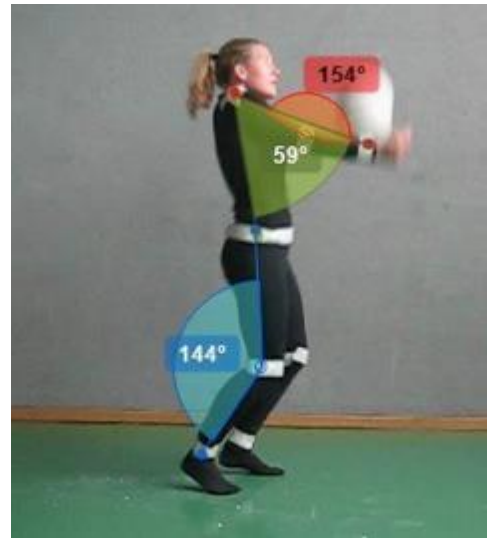
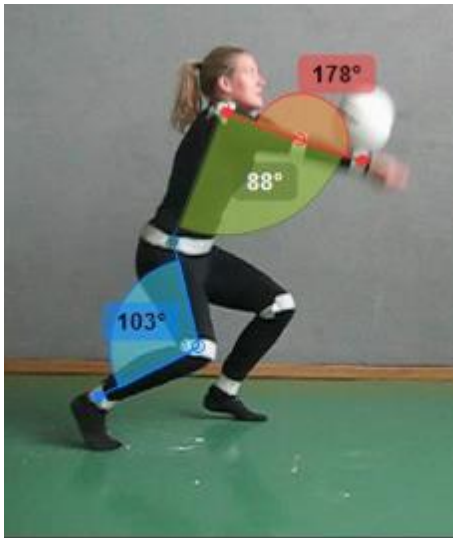


Abbildung 17: Optimale (links) bzw. fehlerhafte (rechts) Körperhaltung der Baggerbewegung

### Aufgabe 3:

Betrachte dieses Bild:

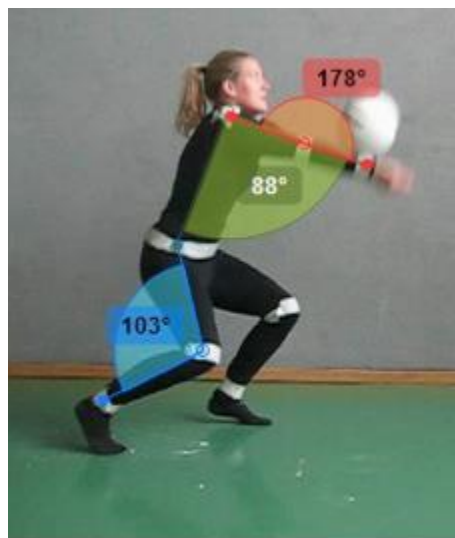


Abbildung 18: Satz von Pythagoras beim Volleyballbagger

- ❖ Folgende Eckpunkte könnten ein Dreieck bilden: Handgelenk, Schultergelenk und Hüftgelenk. Welche Voraussetzungen müssen gelten bzw. wie groß müsste der Schultergelenks- und Ellenbogengelenkwinkel sein, damit der Satz von Pythagoras in diesem Dreieck angewandt werden darf.

Um welches Dreieck muss es sich handeln?

Bestimme wo sich die Hypotenuse und die Katheten befinden sollten.

- ❖ Angenommen die Voraussetzungen, dass der Satz von Pythagoras angewandt werden kann, sind vorhanden, die Armlänge beträgt 55cm und die Oberkörperlänge 48cm. Berechne die Länge der Hypotenuse! Wo befindet sich die Hypotenuse?

**Lösung:**

- ❖ Der Ellenbogenwinkel sollte  $180^\circ$  sein, damit es sich um eine Dreiecksseite handelt. Der Satz von Pythagoras kann nur in einem rechtwinkligen Dreieck angewandt werden, deshalb sollte der Schultergelenkwinkel  $90^\circ$  betragen.  
Katheten = Armlänge bzw. Oberkörperlänge  
Hypotenuse = Abstand zwischen Hüft- und Handgelenk

- ❖  $55^2 + 48^2 = 5329$   
 $\sqrt{5329} = 73\text{cm}$

**Aufgabe 4:**

Schau dir das Video, bei dem du die Baggerbewegung korrekt ausgeführt hast, nochmals genau an.

- ❖ Stelle den Verlauf des Körperschwerpunkts (KSP) in Abhängigkeit der Zeit (t) graphisch dar und interpretiere diesen kurz.
- ❖ Markiere den Zeitpunkt des Ballkontakts.

### Lösung:

Der Verlauf des Körperschwerpunkts sollte in etwa so aussehen:

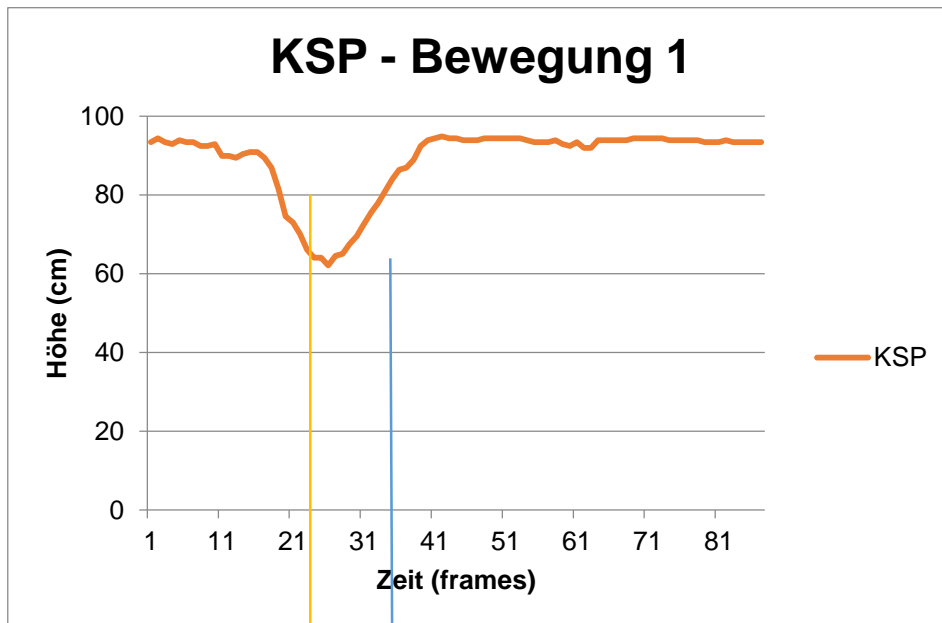


Abbildung 19: Verlauf des Körperschwerpunkts

Mit blau wurde der Zeitpunkt des Ballkontakts markiert.

Mit gelb wurde der Zeitpunkt markiert, wo die Versuchsperson mit beiden Füßen in der optimalen Position den Boden berührt.

Es ist eine deutliche Senkung und anschließende Hebung des Körperschwerpunkts zu erkennen.

### Aufgabe 5:

- ❖ Betrachte folgende Bildserie der Ballbewegung. Schätze nun den Schultergelenkwinkel zu Beginn und am Ende der Baggerbewegung ab.
- ❖ Angenommen folgende Eckpunkte bilden ein Dreieck: Handgelenk, Schultergelenk und Hüftgelenk. Der Oberkörper und die Arme bilden die Schenkel. Um welches Dreieck handelt es sich beim ersten bzw. letzten Bild?



Abbildung 20: Bildreihe - Volleyballbagger

### Lösung:

- ❖ Der Winkel sollte zu Beginn der Bewegung circa  $40^\circ$  und am Ende circa  $100^\circ$  betragen.
- ❖ Beim ersten Bild handelt es sich um ein spitzwinkeliges Dreieck, da  $40^\circ$  kleiner als  $90^\circ$  sind.  
Beim letzten Bild handelt es sich um ein stumpfwinkeliges Dreieck, da  $100^\circ$  größer als  $90^\circ$  sind.

### Aufgabe 6:

- ❖ Berechne die Fläche eines Hallenvolleyballfeldes!
- ❖ Um wie viel  $m^2$  ist die Fläche eines Beachvolleyballfeldes kleiner? Wie viel Prozent sind das im Vergleich zu einem Hallenvolleyballfeld?
- ❖ Der Belag für einen neuen Hallenboden kostet 22,50 Euro pro Quadratmeter. Wie viel wird der neue Belag für die gesamte Fläche kosten?

### Lösung:

- ❖  $9m \times 18m = 162m^2$
- ❖ Beachvolleyballfeld:  $8m \times 16m = 128m^2$   
 $128m^2 \div 162m^2 = 0,7901\dots$   
 $0,7901 \times 100 = 79,01 \rightarrow$  Das Beachvolleyball entspricht ca. 79% des Hallenvolleyballfeldes.
- ❖  $22,50\text{€} \times 162m = 3645\text{€}$

## 6.2 Counter Movement Jump versus Squat Jump

In diesem Kapitel geht es um die Messung der Muskelkraft in den Beinen, die vor allem für Sprungbewerbe, aber auch für Laufbewerbe und andere Sportbewerbe wichtig sind.

Mit Hilfe des Counter Movement Jumps und dem Squat Jump kann die Kraftfähigkeit der unteren Extremitäten - Muskulatur gemessen werden. Das Ziel der beiden Sprünge ist das Erreichen einer maximalen Sprunghöhe.

Unter dem Counter Movement Jump versteht man einen beidbeinigen vertikalen Absprung aus der Grundstellung mit Ausholbewegung der Arme nach unten.

Ein Sprung aus der Hocke wird Squat Jump genannt. Er erfolgt jedoch ohne einer Ausholbewegung der Arme.

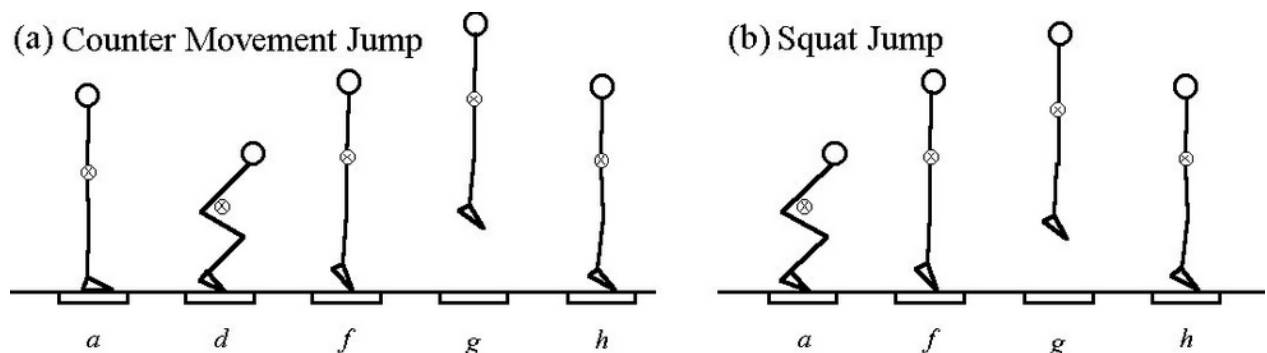


Abbildung 21: Counter Movement Jump versus Squat Jump

(<http://www.sportscience.co/wp-content/uploads/2013/03/counter-movement-jump-squat-jump.jpg>, Zugriff am 2.10.2014)

### 6.2.1 Unterrichtsinhalte im Fach Sport zum Thema CMJ versus SQ

Zunächst sollte den Schülerinnen und Schülern die beiden Sprünge vorgestellt und anschließend das „Prinzip der Anfangskraft“ im Sportunterricht erklärt werden. Dieses Prinzip besagt, dass zu Beginn der Bewegung eine große Kraft für eine hohe Geschwindigkeit am Ende der Bewegung von Vorteil ist. Falls für einen Sprung eine große Endgeschwindigkeit erreicht werden möchte, sollte mit möglichst viel Kraft die Bewegung begonnen werden. Dadurch werden der Kraftstoß und der damit verbundene Impuls möglichst groß. Durch eine eingeleitete

Gegenbewegung, werden die Muskeln früher aktiviert und die Bewegung kann mit größerer Kraft begonnen werden. Der Sprung kann durch die größere Anfangskraft schneller und explosiver ausgeführt werden. Aus physiologischer Sicht sollte man bedenken, dass sich eine zu große Gegenbewegung auch ungünstig auf die Endgeschwindigkeit auswirken kann. Durch eine zu große Anfangskraft wird eine zu hohe Geschwindigkeit erreicht, wodurch die Kraft des Muskels geringer wird. Die Gegenbewegung sollte daher optimal und nicht maximal eingeleitet werden. (Mathelitsch & Thaller, 2008)

Man könnte für dieses Thema auch das Fach Physik einbauen und dort genauer auf das Prinzip der Anfangskraft eingehen.

Anschließend sollte mit den Schülerinnen und Schülern diskutiert werden, wie man am besten die Sprungleistung messen kann, ohne dass unterschiedliche Körpergrößen oder Reichweiten das Ergebnis verfälschen.

Optimale Lösung:

Zunächst sollte die Reichweite im Stand der Kinder und Jugendlichen gemessen werden. Anschließend sollte gesprungen und der höchste Punkt gemessen werden. Die Differenz der maximalen Sprunghöhe und die der Reichweite ergibt die absolute Sprunghöhe. (siehe Abbildung 16)

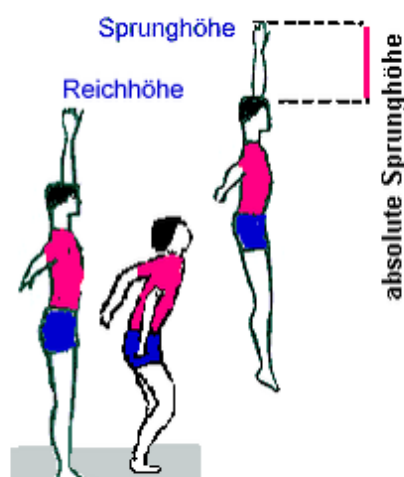


Abbildung 22: Absolute Sprunghöhe

(<http://www.sportunterricht.de/lksport/bwegab12.html>, Zugriff am 6.10.2014)

## Aufgabe 1:

- ❖ Suche dir einen Partner bzw. eine Partnerin. Überlegt euch, ob ihr mit dem Counter Movement Jump oder mit dem Squat Jump eine größere Sprunghöhe erreichen werdet.
- ❖ Führt nun je drei Counter Movement Jumps, drei Squat Jumps und drei Sprünge bei denen ihr extrem in die Knie geht, durch. Besprecht nun, mit welchem Sprung ihr glaubt, mehr Höhe erreicht zu haben.

## Aufgabe 2:

- ❖ Nimm dir eine Kreide, stell dich an die Wand und markiere deine Reichhöhe im Stand. Miss diese Höhe und trage sie in die untere Tabelle ein.
- ❖ Führe nun drei Mal den Counter Movement Jump durch. Miss den höchsten Sprung und trage ihn in die Tabelle ein.
- ❖ Führe nun drei Mal den Squat Jump durch. Miss den höchsten Sprung und trage ihn in die Tabelle ein.
- ❖ Führe nun drei Mal einen Sprung durch, bei dem du extrem in die Knie gehst. Miss den höchsten Sprung und trage ihn in die Tabelle ein.

Reichhöhe im Stand	
Sprunghöhe CMJ	
Sprunghöhe SQ	
Sprunghöhe in extremer Hocke	



### **Aufgabe 3:**

- ❖ Überlege dir mit einer Partnerin oder einem Partner bei welchen sportlichen Bewegungen weitere Gegenbewegungen eingeleitet werden. (Prinzip der Anfangskraft)
- ❖ Fällt dir eine Bewegung in einer Sportart ein, bei dem der Counter Movement Jump vorkommt?

### **Lösung:**

- ❖ Weitere Gegenbewegungen: bei Würfeln, Stößen und Sprüngen
- ❖ Zum Beispiel beim Angriff im Volleyball kommt der CMJ vor. Nach dem Stemmschritt werden die Knie gebeugt und abgesprungen. Durch den Armschwung und der Abwärtsbewegung sollte eine größere Sprunghöhe erreicht werden.

### **6.2.2 Unterrichtsinhalte im Fach Mathematik zum Thema CMJ versus SQ**

Die Tabelle, in der die Sprunghöhen eingetragen wurden, sollte in den Mathematikunterricht mitgebracht werden.

Ideen für die Erstellung einiger Aufgaben wurden aus dem Buch Sport und Physik (Mathelitsch & Thaller, 2008) entnommen.

### **Aufgabe 1:**

- ❖ Berechne anhand deiner Tabelle des Jump-And-Reach-Tests deine absolute Sprunghöhe. Bei welchem Sprung bist du am höchsten gesprungen?
- ❖ Welche Abweichungen haben die einzelnen Sprünge voneinander?

### **Lösung:**

- ❖  $\text{Sprunghöhe} - \text{Reichhöhe} = \text{absolute Sprunghöhe}$   
Mit dem Counter Movement Jump sollte die höchste absolute Sprunghöhe erreicht werden.

- ❖ Die Ergebnisse der verschiedenen Sprünge müssen voneinander subtrahiert werden, um die Abweichungen erkennen zu können.

## Aufgabe 2:

- ❖ Skizziere den Kniewinkelverlauf bei einem Counter Movement Jump.
- ❖ Skizziere den Kniewinkelverlauf bei einem Squat Jump.

## Lösung:

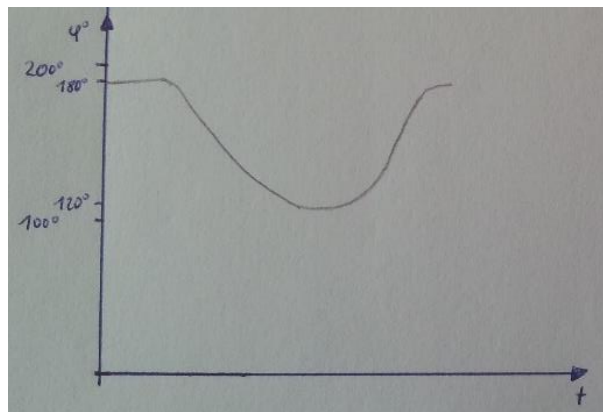


Abbildung 23: Skizze des Kniewinkelverlaufs beim Counter Movement Jump

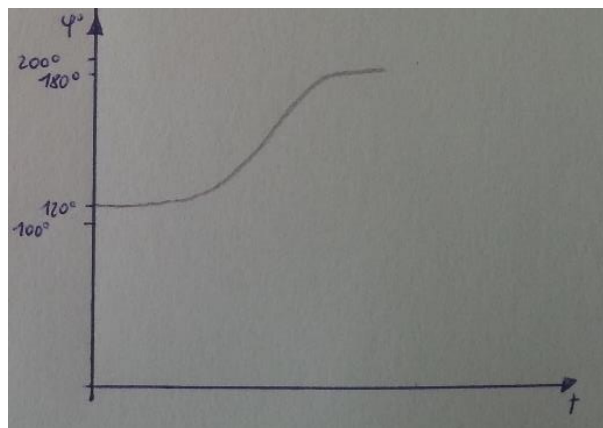


Abbildung 24: Skizze des Kniewinkelverlaufs beim Squat Jump

### Aufgabe 3:

- ❖ Durch Kraftmessplatten kann der zeitliche Verlauf der Kraft dargestellt werden.

Betrachte nun beide Abbildungen.

Sie stellen den zeitlichen Verlauf von Sprüngen dar.

Um welchen Sprung handelt es sich bei der oberen Abbildung?

Um welchen Sprung handelt es sich bei der unteren Abbildung?

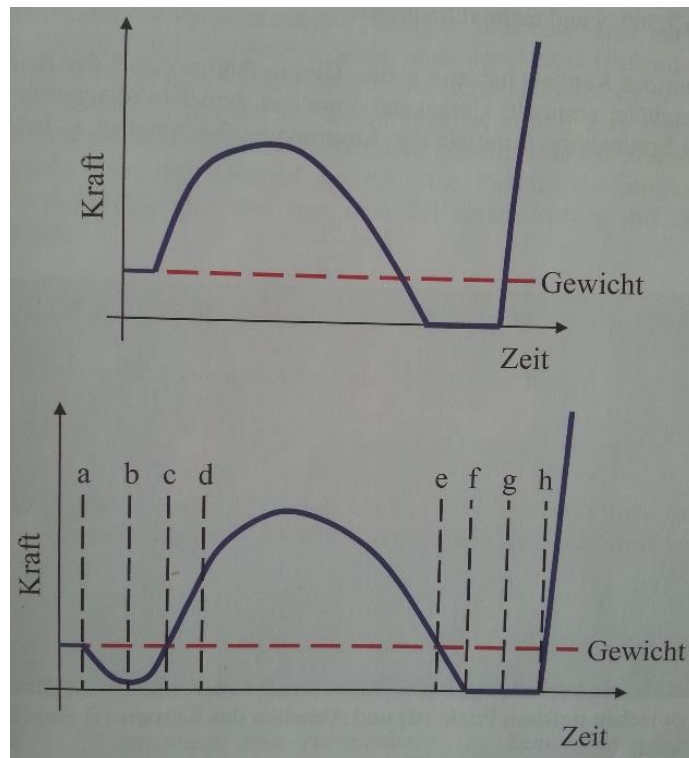


Abbildung 25: Senkrechte Sprünge - Zeitliche Entwicklung der Bodenreaktionskraft

(Mathelitsch & Thaller, 2008)

- ❖ Beschreibe nun den zeitlichen Verlauf der unteren Abbildung. Gehe auf folgende

Fragen genauer ein:

- ) Wo findet die Ausholbewegung statt?
- ) Wo erreicht der Körper den tiefsten Punkt?
- ) Wann ist die Geschwindigkeit Null?
- ) Wo erfolgt die Aufwärtsbewegung?
- ) Wo wird die maximale Geschwindigkeit erreicht?
- ) Wo hebt der Körper vom Boden ab?
- ) Wann erreicht der Körper den höchsten Punkt?
- ) Wo erfolgt die Landung?

### **Lösung:**

❖ Bei der oberen Abbildung handelt es sich um einen Squat Jump. Der Sprung erfolgt aus der Ruhe.

Bei der unteren Abbildung handelt es sich um einen Counter Movement Jump. Der Sprung beginnt mit ausholender Abwärtsbewegung.

❖ Counter Movement Jump:

Beginn: Die Kraftmessplatte zeigt das Gewicht der Person.

a) Die Ausholbewegung nach unten beginnt.

b) Die Beschleunigung ist hier maximal. Die Muskeln für die Aufwärtsbewegung werden aktiviert. Die Bewegung des Körpers geht aber noch immer nach unten.

c) Die Geschwindigkeit nach unten ist zu diesem Zeitpunkt maximal.

c-d) Die Abwärtsbewegung des Körpers wird gebremst. Es gibt eine nach oben gerichtete Gesamtkraft.

d) Der Körper erreicht hier den tiefsten Punkt. Die Geschwindigkeit ist Null.

d-e) Die Beschleunigung führt zu einer Aufwärtsbewegung des Körpers.

e) Die Maximalgeschwindigkeit wird erreicht.

f) Der Körper hebt vom Boden ab.

g) Der Körper ist in der Luft und erreicht den höchsten Punkt.

h) Der Körper landet wieder.

## **6.3 Mathematik im Skisport**

Bevor dieses Thema im Mathematikunterricht behandelt wird, ist es Voraussetzung, dass die Schülerinnen und Schüler mit ihrer Klasse auf Skikurs fahren oder einen gemeinsamen Skitag planen. Es bietet sich auch die Möglichkeit an, das Fach Physik miteinzubeziehen. Wenn sich die Kinder bzw. Jugendlichen mit den drei Newtonschen Axiomen auseinander gesetzt haben, verstehen sie die mathematischen Aufgaben im Bezug zum Skisport besser.

### 6.3.1 Unterrichtsinhalte im Fach Sport zum Thema Ski fahren

Die Aufgaben sollten in den einzelnen Skigruppen mit den Schülerinnen und Schülern diskutiert und durchgeführt werden.

#### **Aufgabe 1:**

- ❖ Besprecht in der Gruppe welche Kräfte einem Skifahrer entgegenwirken!
  
- ❖ Welche Kraft treibt den Skifahrer Richtung Tal?
  
- ❖ Wie könnte das Kräftegleichgewicht aussehen, das sich nach einer Beschleunigungsphase einstellt?

#### **Lösung:**

- ❖ Die Gleitreibungskraft  $F_R$  und die Luftwiderstandskraft  $F_L$  wirken dem Skifahrer entgegen.
  
- ❖ Die hangabwärtstreibende Kraft  $F_G$ , die durch das Gewicht  $G$  erzeugt wird, treibt den Skifahrer Richtung Tal.
  
- ❖  $F_G = F_R + F_L$  (Hangabwärtstreibende Kraft = Gleitreibungskraft + Luftwiderstandskraft)

#### **Aufgabe 2:**

- ❖ Probiert verschiedene Positionen auf den Skiern aus und achtet auf die Stärke des Luftwiderstandes. Beispiele für Fahrpositionen wären:
  - ) Aufrechtes fahren
  - ) In der Hocke fahren
  - ) Arme seitwärts strecken
  - ) Arme an den Körper nach vorne anlegen
  - ) usw.

- ❖ Bei welcher Position ist der Luftwiderstand am geringsten?
- ❖ Wodurch kann die Gleitreibungskraft beeinflusst werden?

**Lösung:**

- ❖ Der Luftwiderstand ist am geringsten, wenn die Person in die Knie geht und die Arme eng am Körper nach vorne streckt.
- ❖ Die Gleitreibungskraft hängt von der Beschaffenheit des Skibelages und der des Schnees ab, zum Beispiel Neuschnee, Altschnee oder Tiefschnee. Die Schülerinnen und Schüler sollen die unterschiedlichen Schneearten spüren bzw. fühlen lernen.

**Aufgabe 3:**

- ❖ In welchem Punkt kann man sich die Körpermasse zentriert vorstellen? Äußere Kräfte greifen in diesem Punkt an.
- ❖ Wo könnte der Körperschwerpunkt liegen, wenn ihr beim Skifahren schnell und in der Hocke Richtung Tal fährt?
- ❖ Probiert verschiedene Fahrpositionen aus und besprecht wo der Körperschwerpunkt liegen könnte.
- ❖ Gibt es Sportarten bei denen der Körperschwerpunkt außerhalb des Körpers liegt?

**Lösung:**

- ❖ Im Körperschwerpunkt greifen äußere Kräfte an.
- ❖ Der weiße Punkt in der folgenden Abbildung zeigt den Körperschwerpunkt bei der Schussfahrt.

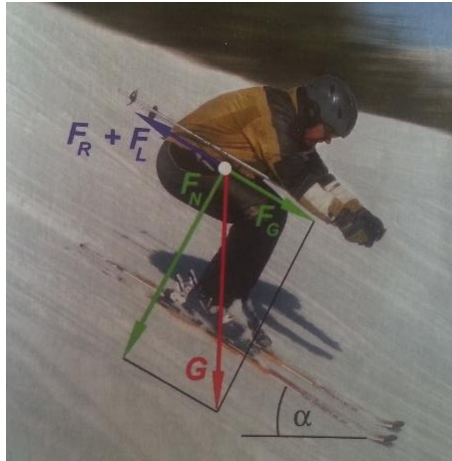


Abbildung 26: Körperschwerpunkt beim Skifahrer  
(Mathelitsch & Thaller, 2008)

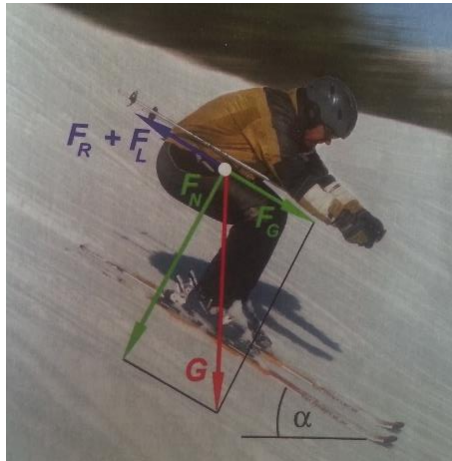
- ❖ Als Lehrkraft sollte man sich im Voraus mit der Lage des Körperschwerpunkts auseinander gesetzt haben.
- ❖ Ja, zum Beispiel in Extrempositionen beim Weitsprung, Hürdenlauf oder Salti.

### 6.3.2 Unterrichtsinhalte im Fach Mathematik zum Thema Ski fahren

Nachdem beim Ski fahren verschiedene Fahrpositionen eingenommen wurden, können Kraftzusammenhänge und Berechnungen im Mathematikunterricht durchgeführt werden. Mathelitsch & Thaller (2008) haben mich auf die Idee zur Erstellung einiger Aufgaben gebracht.

## Aufgabe 1:

- ❖ Betrachte die untere Abbildung. Welche Kräfte wirken parallel bzw. normal zur Hangneigung (=Unterstützungsfläche)? Überlege auch wovon diese abhängen!



- ❖ Setze ein:  
Je \_\_\_\_\_ der Hangneigungswinkel, desto mehr wirkt die Gewichtskraft (hangabwärtstreibende Kraft) und desto \_\_\_\_\_ wirkt die Normalkraft.

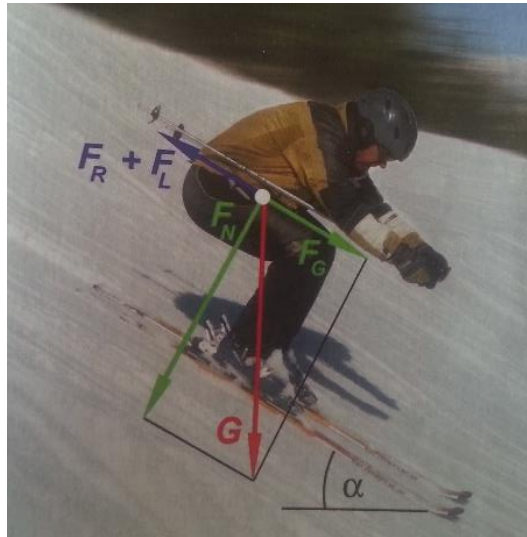
## Lösung:

- ❖ Die hangabwärtstreibende Kraft  $F_G$ , die vom Gewicht  $G$  erzeugt wird, wirkt parallel zur Hangneigung. Sie hängt von der Hangneigung  $\alpha$  ab.  
Die Normalkraft  $F_N$  wirkt normal zur Unterstützungsfläche.
- ❖ Je größer der Hangneigungswinkel, desto mehr wirkt die Gewichtskraft (hangabwärtstreibende Kraft) und desto weniger wirkt die Normalkraft.



## Aufgabe 2:

Unter Anwendung des 2. Newtonschen Gesetzes ( $F = m \times g$ ) können zwei Bewegungsgleichungen aufgestellt werden.



- ❖ Die Vektoren  $F_N$  und  $G$  sind Schenkel eines rechtwinkligen Dreiecks. Skizziere dieses Dreieck, beschrifte es und trage den rechten Winkel ein. Stelle mit Hilfe der Trigonometrie eine Gleichung auf, sodass  $F_G$  (hangabwärtstreibende Kraft, die von dem Gewicht erzeugt wird) berechnet werden kann.  $F_G$  ist die Kraft, die parallel zum Hang Richtung Tal wirkt (siehe Abbildung). Angenommen der Winkel  $\alpha$  und die Masse des Skifahrers sind bekannt.
- ❖ Wie oben. Berechne aber nun die Normalkraft  $F_N$ . Es wird wieder angenommen, dass der Winkel  $\alpha$  und die Masse des Skifahrers bekannt sind.

### Lösung:

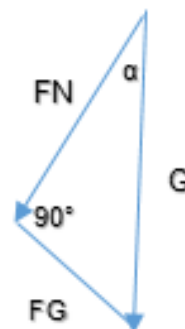
$$\sin \alpha = \frac{GK}{H} = \frac{F_G}{G} \rightarrow F_G = \sin \alpha \times G$$

$$G = m \times g$$

$m$ ... Masse des Skifahrers

$g$ ... Gravitationskonstante  $9,81 \text{ m/s}^2$

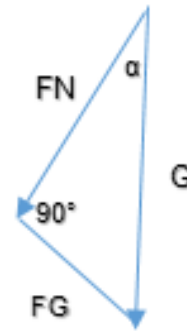
$$\rightarrow F_G = \sin \alpha \times m \times g$$



$$\diamond \cos \alpha = \frac{AK}{H} = \frac{FN}{G} \rightarrow FN = \cos \alpha \times G$$

$$G = m \times g$$

$$\rightarrow FN = \cos \alpha \times m \times g$$



### Aufgabe 3:

- ❖ In der Abbildung wurde nun ein Koordinatensystem eingezeichnet.

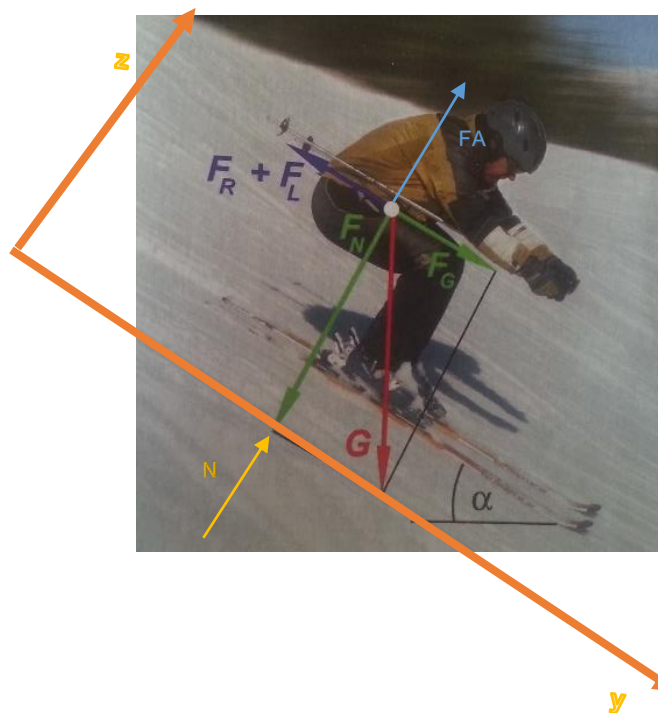
Berücksichtige weitere Kräfte ( $F_R$ ,  $F_L$ ,  $N$ ,  $F_A$ ) und stelle eine Bewegungsgleichung in  $y$ -Richtung und eine in  $z$ -Richtung auf.

$F_R$ ...Reibungskraft

$F_L$ ...Luftwiderstandskraft

$N$ ...resultierende Kraft der Normalkraft

$F_A$ ...Luftauftriebskraft



- ❖ Wie groß ist der Normaldruck  $N$  von der Schneeunterlage auf die Skier?
- ❖ Wann könnte die Auftriebskraft eine Rolle spielen?
- ❖ Welche Bedingung muss gelten, damit ein Skifahrer beschleunigen kann?

### **Lösung:**

- ❖ In y-Richtung:

$$m \times a_y = FG - FR - FL$$

$$m \times a_y = \sin \alpha \times G - FR - FL$$

- In z-Richtung:

$$m \times a_z = N + FA - FN$$

$$m \times a_z = N + FA - \cos \alpha \times G$$

- ❖ Formel umwandeln oder Abbildung betrachten:

$$N = m \times a_z - FA + FN$$

$$N = m \times a_z - FA - \cos \alpha \times G$$

- ❖ Die Auftriebskraft spielt bei hohen Fahrgeschwindigkeiten eine Rolle. Dadurch wird die Reibungskraft reduziert.
- ❖ Die in Hangrichtung wirkende Kraft FG muss größer sein als die Reibungskräfte und die Luftwiderstandskraft. Dann kann ein Skifahrer beschleunigen.

## **6.4 Mathematik beim Billard**

Professionelle Billard Spieler und Spielerinnen benötigen individuelles, mentales aber auch körperliches Training. Um diese Sportart mathematisch zu betrachten, sind wieder einige physikalische Grundlagen von Bedeutung.

### **6.4.1 Unterrichtsinhalte im Fach Sport zum Thema Billard**

Für diese Unterrichtssequenz werden Billardkugeln oder ähnliche Kugeln benötigt. Auch Queue bzw. Stäbe und einige Bälle sollten vorhanden sein.

Das Buch von Mathelitsch und Thaller (2008) brachte mich auf einigen Ideen für die Erstellung von Stundensequenzen zu diesem Thema.

## **Aufgabe 1:**

- ❖ Stoße eine Kugel auf eine ruhende Kugel. Konzentriere dich darauf, dass du die Kugel zentral triffst.  
Was passiert?
  
- ❖ Stoße nun eine Kugel nicht zentral, sondern seitlich auf eine ruhende Kugel.  
Was passiert?

### **Lösung:**

- ❖ Wird eine Kugel zentral auf eine ruhende Kugel gestoßen, bewegt sich die gestoßene Kugel mit der Geschwindigkeit der Stoßkugel weiter. Die Stoßkugel bleibt dagegen in Ruhe liegen.
  
- ❖ Nach einem nicht zentralen Stoß bewegen sich die beiden Billardkugeln im rechten Winkel auseinander.

### **6.4.2      Unterrichtsinhalte im Fach Mathematik zum Thema Billard**

Wie bereits erwähnt wäre es sinnvoll, den Schülerinnen und Schülern einige physikalische Grundlagen näher zu bringen.. Es eignet sich daher gut, im Physikunterricht den Impuls- und den Energieerhaltungssatz mit den Jugendlichen durchzunehmen.

## **Aufgabe 1:**

Im Sportunterricht habt ihr bemerkt, dass sich nach einem nicht zentralen und Drall freiem Stoß die beiden Billardkugeln im rechten Winkel auseinander bewegen.

- ❖ Skizziere dies!
  
- ❖ Versucht nun mit Hilfe der Gleichung des Energieerhaltungssatzes und der des Impulserhaltungssatzes zu beweisen, warum dies passiert.

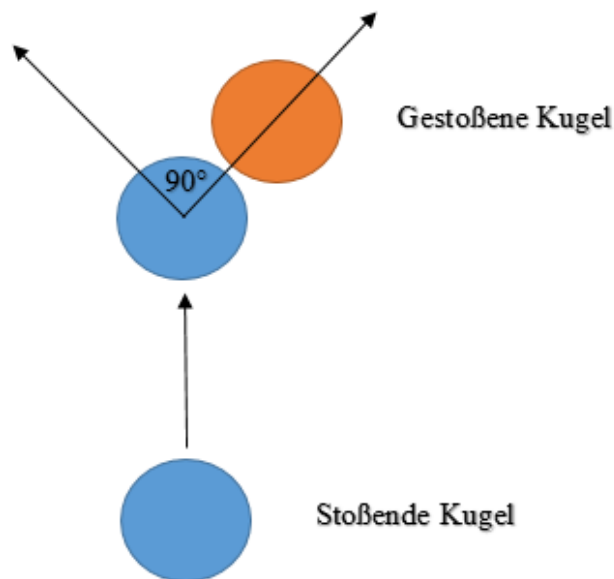
$$\text{Energieerhaltung: } \frac{m \times v^2}{2} = \frac{m \times v_1^2}{2} + \frac{m \times v_2^2}{2}$$

$$\text{Impulserhaltung: } m \times \vec{v} = m \times \vec{v}_1 + m \times \vec{v}_2$$

Hinweis: Wenn das Skalarprodukt zweier Vektoren Null ist, dann stehen die beiden Vektoren zueinander normal.

**Lösung:**

❖



$$\text{❖ } \frac{m \times v^2}{2} = \frac{m \times v_1^2}{2} + \frac{m \times v_2^2}{2} / \times 2 / : m$$

$$v^2 = v_1^2 + v_2^2$$

$$m \times \vec{v} = m \times \vec{v}_1 + m \times \vec{v}_2 / : m / ( )^2$$

$$\vec{v} = (\vec{v}_1 + \vec{v}_2)^2$$

$$\vec{v} = \vec{v}_1^2 + 2 \vec{v}_1 \vec{v}_2 + \vec{v}_2^2$$

$$\vec{v} = \vec{v}_1^2 + 2 \vec{v}_1 \vec{v}_2 + \vec{v}_2^2 \quad |$$

$$v^2 = v_1^2 + v_2^2 \quad | -$$

$$0 = 2 \vec{v}_1 \vec{v}_2 / : 2$$

$$\mathbf{0} = \vec{v}_1 \times \vec{v}_2$$

Da das Skalarprodukt Null ist, müssen die Vektoren zueinander normal stehen!

## 7. Der Fußballsport und die Mathematik

Wenn der Fußball bzw. das Fußballspiel durch die mathematische Brille betrachtet wird, treten viele reizvolle Aspekte auf. In diesem Kapitel werde ich mich auf den Elfmeter, auf die Feldaufteilung der Spielerinnen und Spieler spezialisieren und dazu fächerübergreifende Stundensequenzen beschreiben. Es wird durch einige Beispiele ersichtlich, dass ein „Goalkeeper“ bei einem Elfmeter kaum eine Chance hat, einen Ball zu halten. Für einen trainierten Fußballer ist der Elfmeter daher reine Nervensache.

Die folgenden Unterrichtssequenzen dieses Kapitels sind für die 4. Klasse Unterstufe gedacht.

**Sport (Lehrplanbezug für dieses Kapitel):** (<http://www.bewegung.ac.at/index.php?id=50>, Zugriff am 27.10.2014):

### „Lehrstoff:

#### Könnens - und leistungsorientierte Bewegungshandlungen:

- ❖ *Entwicklung der Sportspielfähigkeit (allein, miteinander und gegeneinander) unter technikrelevanten Aspekten. Spielorganisation übernehmen.*

#### Spielerische Bewegungshandlungen:

- ❖ *Taktische Einzelentscheidungen treffen bzw. gruppen- und mannschaftstaktische Maßnahmen umsetzen können.*

### **Mathematik (Lehrplanbezug für weitere Unterkapitel dieses Kapitels):**

([https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp\\_ahs\\_unterstufe.html](https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp_ahs_unterstufe.html), Zugriff am 27.10.2014):

### „Lehrstoff:

#### Arbeiten mit Zahlen und Maßen

- ❖ *Bei Anwendungen Überlegungen zur sinnvollen Genauigkeit anstellen*

#### Arbeiten mit Variablen

- ❖ *Sicherheit beim Arbeiten mit Variablen, Termen, Formeln und Gleichungen steigern*

#### Arbeiten mit Figuren und Körpern

- ❖ den Lehrsatz des Pythagoras für Berechnungen in ebenen Figuren und in Körpern nutzen können
- ❖ Formeln für die Berechnung von Umfang und Flächeninhalt des Kreises wissen und anwenden können“

## 7.1 Unterrichtsinhalte im Fach Sport zum Thema Fußball

Für die folgenden Stundensequenzen werden viele Fußbälle und Tore benötigt. Hütchen sollten den 11 Meter Punkt markieren.

### Aufgabe 1:

Bildet zu fünft eine Gruppe. Diskutiert über folgende Fragestellungen und führt die praktischen Aufgaben durch.

- ❖ Wann wird im Fußball ein Elfmeter bzw. Strafstoß gegeben?
- ❖ Schätze die Verwandlungshäufigkeit beim Elfmeter: Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Torschuss verhindert wird?
- ❖ Auf welche Stellen im Tor sollte ein Schütze am besten zielen, um eine hohe Trefferquote zu erreichen?  
Führt diese Schüsse selbst durch.  
Zu Beginn befindet sich keine Person im Tor.  
Nach vier Durchgängen agiert eine Schülerin bzw. ein Schüler als Torfrau bzw. Tormann und versucht, die Schüsse abzuwehren. Nach einem Durchgang wird gewechselt.

### Lösung:

- ❖ Elfmeter im Fußball:
  - ) Wenn im 16 Meter Raum die verteidigende Mannschaft ein Foul begeht, um ein Tor zu verhindern.
  - ) Bei Turnieren mit K.- O.- System werden nach Ablauf der regulären Spielzeit Elfmeter geschossen.

- ❖ Die Verwandlungshäufigkeit liegt bei ca. 25%. Im Mathematikunterricht kann dies bewiesen werden.
- ❖ Als Schütze sollte man in eine der vier Ecken schießen.

## Aufgabe 2:

Bei den folgenden Übungen wird großer Wert auf die Konzentration, auf die Genauigkeit und auf das Elfmeter schießen gelegt und unter Druck trainiert. Diese Stundensequenz sollte auf Grund der hohen Entfernungen im Freien durchgeführt werden.

- ❖ Wetten, dass...  
Alle Schülerinnen bzw. Schüler stehen nebeneinander. Es wird ein Torschütze und ein Tormann bzw. eine Torfrau gewählt. Diejenigen, die glauben, dass der Schütze ein Tor schießt, stellen sich hinter diesen Jugendlichen. Falls der Schütze bzw. die Schützin es schafft, ein Tor zu erzielen, müssen die restlichen Schülerinnen und Schüler, inklusive Tormann bzw. Torfrau, „Strafübungen“ durchführen (zum Beispiel 5 Strecksprünge, 10 Liegestütze, 10 Sit-ups, usw.). Falls kein Tor gefallen ist, müssen der Schütze bzw. die Schützin und die Schülerinnen und Schüler, die hinter ihm bzw. ihr gestanden sind, diese „Strafübungen“ durchführen.
- ❖ Führt einen Strafstoß von minimaler Entfernung durch und vergrößert diese nun kontinuierlich. Tragt in die Tabelle eure Treffer ein. Bei dieser Übung befindet sich ein „Goalkeeper“ im Tor. (Diese Aufgabe kann auch ohne Goalkeeper durchgeführt werden.)

Abstand in Meter	Versuche	Treffer
6	5	
11	5	
16	5	
21	5	
26	5	



### **Lösungen bzw. Tipps:**

- ❖ Diese Übung kann auch ohne Tormann bzw. Torfrau durchgeführt werden. Auch die Distanz kann variiert werden.
  
- ❖ Wenn der Abstand zum Tor gering gehalten wird, kann der Schütze kaum vorbei schießen. Der Goalkeeper hat praktisch kaum Zeit zu reagieren. Es ist daher ziemlich sicher, dass ein Tor geschossen werden kann.  
Wenn der Abstand größer wird, nimmt die Torchance ab. Bei sehr großer Entfernung geht sie Richtung Null.

### **Aufgabe 3:**

Im Mathematikunterricht wird später berechnet, wie viele Feldspieler bzw. Feldspielerinnen sich auf einem Spielfeld befinden sollten.

- ❖ Spielt nun circa sieben Minuten Fußball auf einem realitätsgroßen Feld mit folgender Feldspieler- bzw. Feldspielerinnenanzahl:

-) 6 vs. 6

-) 15 vs. 15

Reflektiert diese beiden Spiele gemeinsam. Wovon könnte die optimale Feldspielerinnen- bzw. Feldspieleranzahl abhängen?

### **Lösungsvorschlag:**

Die Spielerinnen bzw. Spieler sollten ausreichend Platz zum Laufen haben und sich den Ball gegenseitig zupassen können, um ein Spiel spannend zu gestalten.

Folgende Faktoren sind dafür relevant:

-) Spielfeldgröße

-) Mittlere Geschwindigkeit der Spielerinnen bzw. Spieler

Wenn zu wenige Ballkontakte pro Minute stattfinden, wird das Spiel langweilig. Bei zu vielen Ballberührungen kann das Spiel aber auch verwirrend werden.

## 7.2 Unterrichtsinhalte im Fach Mathematik zum Thema Fußball

Folgende Aufgaben beschäftigen sich hauptsächlich mit Flächenberechnungen, dem Satz des Pythagoras und der Wahrscheinlichkeitsrechnung, vor allem Häufigkeiten. Für die Erstellung einiger Aufgaben habe ich mir Ideen aus dem Buch „Mathematik und Sport“ von Ludwig (2008) geholt.

### Aufgabe 1:

Im Sportunterricht hast du in einer Tabelle die Tordreffer in Abhängigkeit deiner Schussdistanz eingetragen.

Pro Entfernung hattest du 5 Schüsse frei.

Berechne die Trefferwahrscheinlichkeit von den unterschiedlichen Distanzen aus und stelle sie anschließend graphisch dar.

Interpretiere den Zusammenhang!

### Lösung:

6m: Angenommen es wurde von 5 Versuchen 5-mal getroffen, so liegt die Trefferwahrscheinlichkeit bei 100% ( $\frac{5}{5}$ ).

11m: Angenommen es wurde von 5 Versuchen 4-mal getroffen, so liegt die Trefferwahrscheinlichkeit bei 80% ( $\frac{4}{5}$ ).

16m: Angenommen es wurden von 5 Versuchen 2-mal getroffen, so liegt die Trefferwahrscheinlichkeit bei 60% ( $\frac{3}{5}$ ).

21m: Angenommen es wurden von 5 Versuchen 1-mal getroffen, so liegt die Trefferwahrscheinlichkeit bei 20% ( $\frac{2}{5}$ ).

26m: Angenommen es wurden von 5 Versuchen 0-mal getroffen, so liegt die Trefferwahrscheinlichkeit bei 0% ( $\frac{0}{5}$ ).

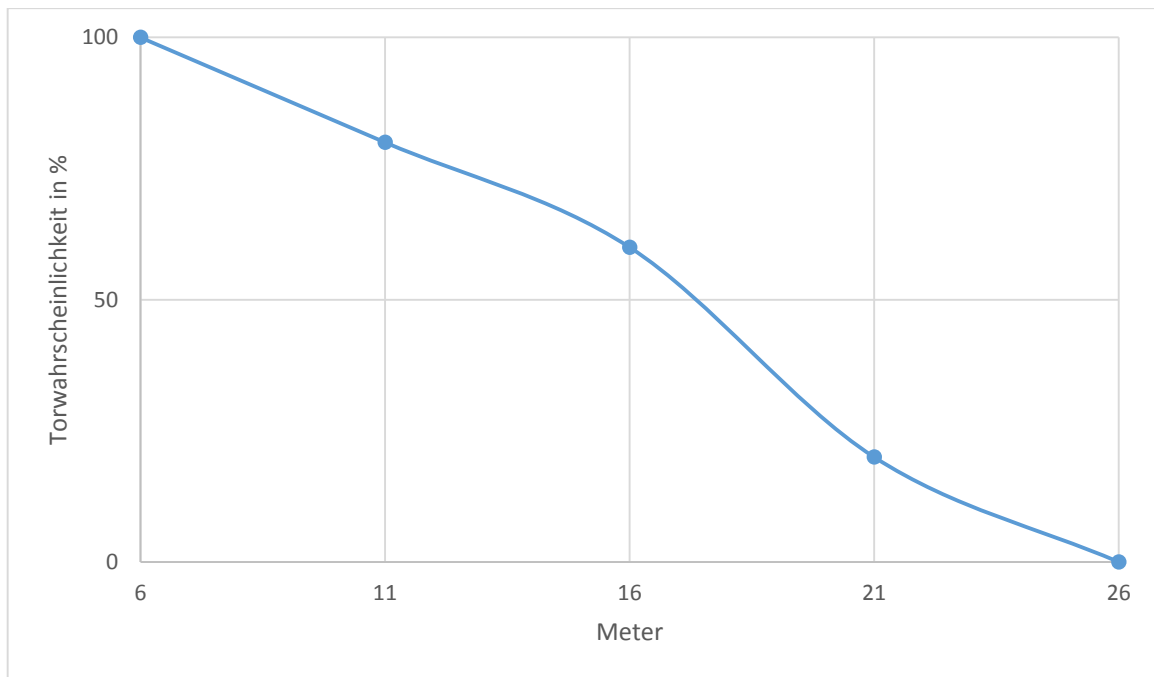


Abbildung 27: Trefferwahrscheinlichkeiten von unterschiedlichen Distanzen

Bei wenigen Metern Abstand zum Tor, trifft der Schütze sehr häufig bzw. immer. Als Goalkeeper hat man fast keine Chance, den Ball zu halten. Wenn der Abstand vergrößert wird, nimmt die Torchance ab und geht bei sehr großer Entfernung (26m) in Richtung Null.

## Aufgabe 2:

Bei einem Fußballspiel gibt es circa 20 Ballkontakte pro Minute.

Ein Spieler bzw. eine Spielerin beschäftigt sich circa drei Sekunden mit dem Ball. Eine Sekunde wird für die Ballannahme, eine weitere für das Orientieren und die dritte Sekunde für den Pass benötigt.

- ❖ Wie weit kann ein Fußballspieler bzw. eine Fußballspielerin in drei Sekunden laufen?  
Eine Spielerin bzw. ein Spieler ist mit einer mittleren Geschwindigkeit  $v$  von circa 5m/s unterwegs.
- ❖ Der Gegenspieler bzw. die Gegenspielerin kann in drei Sekunden diese vorgegebene Strecke laufen (voriges Rechenbeispiel).  
Welche Fläche deckt ein Spieler bzw. eine Spielerin daher auf dem Spielfeld ab?  
Berechne diese Fläche!

- ❖ Ein Fußballfeld darf 90m bis 120m lang und 60m bis 90m breit sein.  
Angenommen es ist 105m lang und 68m breit. Berechne wie viele Spielerinnen bzw. Spieler auf diesem Feld Platz haben und skizziere dies!

**Lösung:**

- ❖ Geschwindigkeit =  $\frac{Weg}{Zeit}$      $v = \frac{s}{t} \rightarrow s = v \times t$

$$5\text{m/s} \times 3\text{s} = 15\text{m}$$

- ❖ Der Gegenspieler bzw. die Gegenspielerin kann in drei Sekunden in jede Richtung 15m laufen. Er deckt daher eine Kreisfläche mit dem Radius  $r = 15\text{m}$  auf dem Spielfeld ab.

$$\text{Kreisfläche } A_K = r^2 \times \pi = 15^2 \times \pi = 706,8583\dots \sim 707\text{m}^2$$

Ein Spieler bzw. eine Spielerin kann daher eine Fläche von  $707\text{m}^2$  abdecken.

- ❖  $68\text{m} \times 105\text{m} = 7140\text{m}^2$

$$\frac{7140\text{m}^2}{707\text{m}^2} = 10,0990\dots \sim 10,1$$

10,1 Spielerinnen bzw. Spieler haben auf diesem Spielfeld Platz.

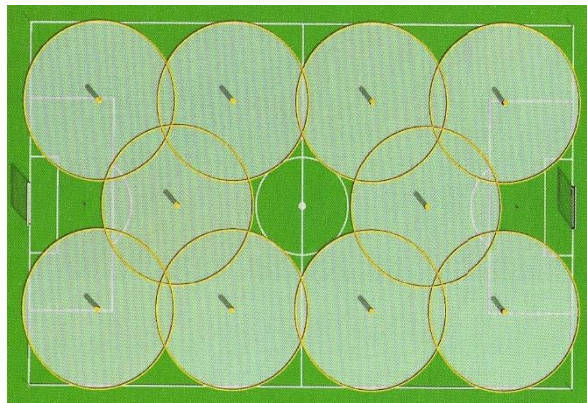


Abbildung 28: Aufteilung der Spielräume auf der Spielfläche (Ludwig, 2008)

Wie zu sehen ist, überschneiden sich die Spielerkreise und manche Flächen bleiben frei. Dieses Modell zeigt, dass die Fußballregel mit 10 Feldspielern bzw. Feldspielerinnen aus mathematischer Sicht sinnvoll erscheint.

### Aufgabe 3:

Dieses Beispiel beschäftigt sich mit dem ersten Modell von Verwandlungshäufigkeiten bei einem Elfmeterschuss.

Im Sportunterricht habt ihr euch bereits Gedanken über diese Häufigkeit gemacht.

#### Glücksspielmodell:

Es wird davon ausgegangen, dass der Schütze in eine der vier Ecken des Tores schießen möchte.

In diesem Modell wehrt der Keeper den Ball ab, wenn er sich für die richtige Ecke entscheidet.

Dies ähnelt einem Glücksspiel.

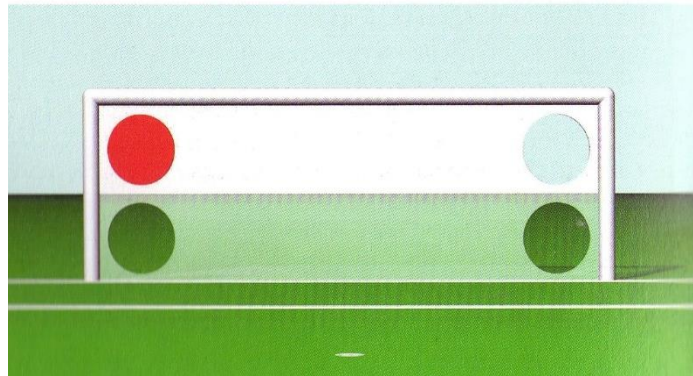


Abbildung 29: Fußballtor mit vier Möglichkeiten, ein Tor zu schießen (Ludwig, 2008)

- ❖ Wie groß ist seine relative Chance, in diesem Modell den Torschuss zu verhindern?
- ❖ Da der Schütze auch in die Mitte schießen kann, hat er in diesem Modell eine Chance von 80%, ein Tor zu erzielen. Es wird angenommen, dass ein Schütze von 20 Versuchen einmal daneben schießt. Wie oft würde er bei 100 Schüssen treffen?
- ❖ Der Goalkeeper kann fünf Positionen einnehmen, um den Ball abzuwehren (Mitte, rechts oben, links oben, rechts unten sowie links unten). Nach diesem Wahrscheinlichkeitsmodell wird er von den 95 Schüssen wie viele halten?
- ❖ Wie viele Bälle „hält“ der Goalkeeper insgesamt?

- ❖ Bei wie viel Prozent liegt nun die Verwandlungshäufigkeit?

### **Lösung:**

- ❖ Seine Chance beträgt 25%, den Torschuss zu verhindern.
- ❖ Er würde von 100 Schüssen 95-mal treffen.
- ❖ Der Schütze hat eine Chance von 80%, ein Tor zu erzielen. Das bedeutet, dass der Goalkeeper mit der Wahrscheinlichkeit von 20% das Tor hält. Von 95 Schüssen wären das 19 Schüsse ( $95 \times 0,20 = 19$ ), die der Goalkeeper hält.
- ❖  $19$  (Goalkeeper hält den Ball) +  $5$  (gehen daneben) =  $24$  Schüsse von  $100$
- ❖ Die Verwandlungshäufigkeit liegt bei 76%.  
Dieses Modell kann noch weiter verfeinert werden. Bei vernünftigen Annahmen wird die Verwandlungshäufigkeit jedoch zwischen 70 und 80 Prozent bleiben.

### **Aufgabe 4:**

Diese Aufgabe beschäftigt sich mit einem weiteren Modell von Verwandlungshäufigkeiten bei einem Elfmeterschuss.

#### Flächenansatzmodell:

- ❖ Das Fußballtor besitzt eine Fläche von  $8 \text{ Fuß} \times 8 \text{ Yard}$ . Ein Fuß ist  $30,48\text{cm}$  und ein Yard ist  $91,44\text{cm}$  lang. Berechne die Torfläche und runde auf Meter!
- ❖ Wie verhält sich die Höhe des Fußballtores zur Breite?
- ❖ Angenommen ein Goalkeeper hat eine Durchschnittsgröße von  $1,90\text{m}$ . Seine Armspannweite beträgt daher auch  $1,90\text{m}$ . In der Höhe von  $1,60\text{m}$  befinden sich seine Schultern. Woraus setzt sich die Fläche, die ein Goalkeeper im Stand abdecken kann, zusammen? Skizziere und berechne!

- ❖ Wie groß ist der Prozentsatz der Torfläche, die der Torwart abdecken kann?  
Wie groß ist daher die Verwandlungshäufigkeit?

**Lösung:**

- ❖  $30,48 \times 8 = 243,84\text{cm} \sim 2,44\text{m}$   
 $91,44 \times 8 = 731,52\text{cm} \sim 7,32\text{m}$   
 $2,44 \times 7,32 = 17,86\text{m}^2 \sim 18\text{m}^2$

- ❖  $7,32 \div 2,44 = 3$

Die Höhe verhält sich zur Breite des Tores wie 1 zu 3.

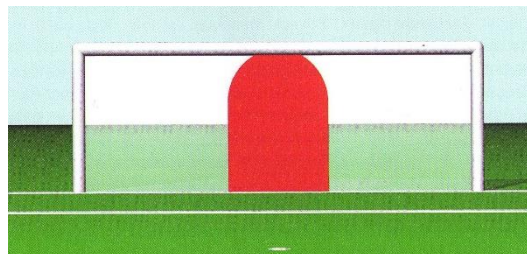
- ❖ Die Fläche setzt sich aus einem Rechteck und einem Halbkreis zusammen.

Rechteck:  $1,60\text{m} \times 1,90\text{m} = 3,04\text{m}^2$

Halbkreis:  $r = \frac{1,90\text{m}}{2} = 0,95\text{m}$

$$\frac{r^2 \times \pi}{2} = \frac{0,95^2 \times \pi}{2} = 1,4176 \sim 1,42\text{m}^2$$

Rechteck + Halbkreis:  $3,04 + 1,42 = 4,46\text{m}^2$



*Abbildung 30: Geometrische Darstellung einer Fläche, die der Torwart abdecken kann*

*(Ludwig, 2008)*

- ❖  $\frac{4,46\text{m}^2}{17,86\text{m}^2} = 0,2497200\dots \sim 25\%$

Die Verwandlungshäufigkeit beträgt daher wieder 75%.

## Aufgabe 5:

- ❖ Beim Elfmeterschießen in der Bundesliga werden Schussgeschwindigkeiten von circa 72km/h bis 100km/h erreicht. Berechne mit Hilfe des Satzes von Pythagoras wie weit und wie viele Sekunden der Ball vom Elfmeterpunkt bis zu den oberen Torecken unterwegs ist, wenn mit beiden Schussgeschwindigkeiten geschossen wurde. Betrachte die Skizze und verwende folgende Werte, bei denen die Verminderung des Balldurchmessers bereits einberechnet wurde.

$$e = 10,92\text{m}$$

$$h = 2,2\text{m}$$

$$b = 7\text{m}$$

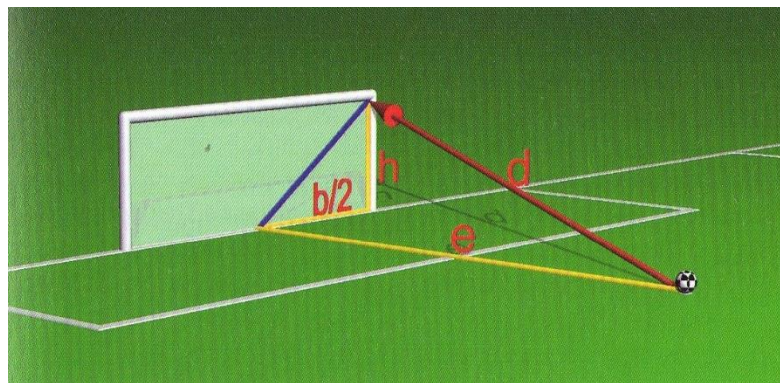


Abbildung 31: Berechnung der Entfernung mit Hilfe des Satzes von Pythagoras  
(Ludwig, 2008)

### Lösung:

- ❖  $d = \sqrt{e^2 + h^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} = \sqrt{10,92^2 + 2,2^2 + 3,5^2} = 11,67631\dots \sim 11,68\text{m}$

Die Strecke beträgt 11,68 Meter.

$$\text{Geschwindigkeit} = \frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}} \rightarrow \text{Zeit} = \frac{\text{Weg}}{\text{Geschwindigkeit}}$$

Bei einer Schussgeschwindigkeit von 72km/h:

$$\frac{72\text{km/h}}{3,6} = 20\text{m/s} \quad \frac{11,68\text{m}}{20\text{m/s}} = 0,584 \sim 0,58\text{s}$$

Bei einer Schussgeschwindigkeit von 100km/h:

$$\frac{100\text{km/h}}{3,6} = 27,77\text{m/s} \quad \frac{11,68\text{m}}{27,77\text{m/s}} = 0,42048 \sim 0,42\text{s}$$



Der Ball braucht 58 bzw. 42 Hundertstelsekunden bis in eine der oberen Torecken.  
Dem Goalkeeper bleibt daher zu wenig Zeit, um in die Ecke zu springen.

## **8. Mathematik – Memory – Lauf**

Folgende Stundensequenz eignet sich sehr gut für den Sportunterricht einer 8. Klasse AHS. Es werden wichtige Formeln und mathematische Begriffe, die im Laufe der Schulzeit von den Schülerinnen und Schülern gelernt wurden, wiederholt.

Die jungen Erwachsenen werden in zwei Gruppen geteilt. Der Memory – Lauf ist ein Staffellauf, der in möglichst kurzer Zeit absolviert werden muss.

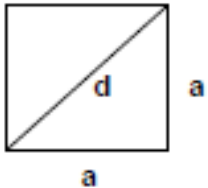
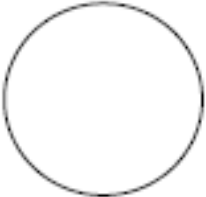

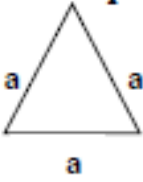
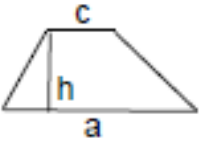


Am Turnsaalende befinden sich Zettel mit verschiedenen mathematischen Formeln und Begriffen. Die Schülerinnen bzw. Schüler stehen am anderen Ende des Turnsaals und bekommen pro Team einen leeren Zettel. Auf Kommando des Unterrichtenden beginnt das Spiel. Die jeweils ersten Schülerinnen bzw. Schüler jeder Gruppe laufen zu der gegenüberliegenden Hallenwand und versuchen, sich eine oder auch mehrere beliebige mathematische Formeln bzw. Begriffe zu merken. Anschließend laufen die Jugendlichen zurück zu ihrem Team, schlagen per Handschlag ab und die nächste Läuferin bzw. der nächste Läufer darf starten. Währenddessen trägt die Schülerin bzw. der Schüler das Symbol bzw. die Symbole auf dem leeren Zettel in das entsprechende Feld ein. Dieser Vorgang wird pro Team so lange wiederholt, bis alle Formeln und mathematischen Begriffe in der richtigen Reihenfolge auf dem leeren Zettel eingetragen sind. Das Team, das zuerst die Tabelle korrekt ausgefüllt hat, hat gewonnen.

Um die Laufstrecke spannender zu gestalten, könnten Turngeräte aufgebaut werden, die überwunden werden müssen, zum Beispiel Kasten, Reck, Gitterleiter, Turnbänke usw.

## MEMORY – LAUF - LEER

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>
<b>1</b>				
<b>2</b>				
<b>3</b>				
<b>4</b>				
<b>5</b>				

## MEMORY – LAUF - VOLL

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>
<b>1</b>	$\pi = 3,14159$	$\Sigma$	$\text{MDCCLXI} = 1761$	$d = a \sqrt{2}$ 
<b>2</b>	$A = r^2 \pi$ 	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$\sin \alpha = \frac{GK}{H}$ 	$a^2 + b^2 = c^2$
<b>3</b>	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$	$A = \frac{a^2 \times \sqrt{3}}{4}$ 	$e = 2,71828$	$\text{Sinussatz} = \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$
<b>4</b>	$A = \frac{(a+c) \times h}{2}$ 	$(x+a)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k a^{n-k}$	$\int \sin x \, dx = -\cos x + C$	$\cos \alpha = \frac{AK}{H}$ 
<b>5</b>	$\tan \alpha = \frac{GK}{AK}$ 	$X = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$	$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} \times \sqrt{3}$	$K_n = K_0 \times \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$

## 9. Literaturverzeichnis

### Gedruckte Werke:

Brinkmüller-Becker, H. (2000). *Fächerübergreifender Unterricht in der Sekundarstufe 2. Projekte und Materialien für das Fächernetz Deutsch*. Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor GmbH&Co.KG.

Benesch, T., Schuch, K. (2008). *Mathematik ist immer und überall. Wo sich Zahlen, Formeln und Logik im Alltag verstecken*. Wien: Verlag Carl Ueberreuter.

Dethlefs-Forsbach, B. C. (2005). *Fächerübergreifender Unterricht aus der Sicht des Faches Musik*. Baltmannweiler: Schneider Verlag Hohengehren.

Frommer, H., & Körgen, S. (1989). *Über das Fach hinaus. Fachübergreifender Unterricht. Praktisches Lernen. Pädagogische Tradition*. Düsseldorf: Schwann.

Huber, L. (1995). Individualität zulassen und Kommunikation stiften. *Die deutsche Schule* , 161-182.

Klicpera, R. (2005). *Rhythmik. Ein fächerübergreifendes Prinzip*. Wien: Lernen mit Pfiff.

Labudde, P. (2008). *Naturwissenschaften vernetzen, Horizonte erweitern. Fächerübergreifender Unterricht konkret*. Seelze-Velber: Erhard Friedrich Verlag GmbH.

Labudde, P., Heitzmann, A., Heininger, P., & Widmer, I. (2005). Dimensionen und Facetten des fächerübergreifenden Unterrichts: ein Modell. *Zeitschrift für Didaktik und Naturwissenschaften* , 103-115.

Landesinstitut für Schule und Weiterbildung. (1997). *Ansätze zum fächerübergreifenden Unterricht in der gymnasialen Oberstufe: Lernen über Differenzen*. Soest: Verlag für Schule und Weiterbildung, Druck Verlag Kettler GmbH.

Ludwig, M. (2008). *Mathematik und Sport. Olympische Disziplinen im mathematischen Blick*. Wiesbaden: Vieweg und Teubner.

Mathelitsch, M. & Thaller, S. (2008). *Sport und Physik*. Köln: Aulis Verlag Deubner.

Papageorgiou, A. & Spitzley, W. (2011). *Handbuch für Volleyball*. Aachen: Meyer Meyer Verlag.

Peterßen, W. (2000). *Fächerverbindender Unterricht*. München: Oldenburger Schulbuchverlag GmbH.

Reschke, M. & Schack, H. (1998). *Laufen. Vom Jogging zum Marathon*. Berlin: Sportverlag Berlin.

Sadovskij, L.E. & Sadovskij, A.L. (1991). *Mathematik und Sport*. Berlin: Deutscher Verlag der Wissenschaften.

Siebert, H. (2003). *Vernetztes Lernen. Systemisch-konstruktivistische Methoden der Bildungsarbeit*. München: Luchterhand Verlag.

Szlovak, B. (2005). *Fächerübergreifenden Unterricht in kollegialer Zusammenarbeit erfolgreich umsetzen: Ergebnisse aus einem Forschungsprojekt. SIBP-Schriftreihe Nummer 28: Fächerübergreifender Unterricht in der Berufsbildung*. Zollikofen: Schweizerisches Institut für Berufsbildung.

Thomson, S. & Forster, I. (2010). *Mathe im Sport*. Buxtehude: AOL-Verlag.

Van Den Bosch, P. (2007). *Mein Marathontraining. Vom Einsteiger zum Finisher*. Aachen: Meyer und Meyer Verlag.

Weigand, H. (2006). *Fußball eine Wissenschaft für sich*. Würzburg: Verlag Königshausen und Neumann.

Weineck, J. (2003). *Ausdauertraining. Trainingssteuerung über die Herzfrequenz- und Milchsäurebestimmung*. Balingen: Spitta Verlag.

Weineck, J. (2000). *Optimales Training. Leistungsphysiologische Trainingslehre unter besonderer Berücksichtigung des Kindes- und Jugendtrainings*. Balingen: Spitta Verlag.

**Internetquellen:**

<http://www.bmukk.gv.at/medienpool/11668/11668.pdf>, Zugriff am 24.04.2014

<http://www.bmbf.gv.at>, Zugriff am 24.04.2014

[http://www.matheforscher.de/fileadmin/system/dokumente/Projektmaterial\\_neu/Mathematik\\_und\\_Sport.pdf](http://www.matheforscher.de/fileadmin/system/dokumente/Projektmaterial_neu/Mathematik_und_Sport.pdf), Zugriff am 20.09.2014

<http://www.bewegung.ac.at/index.php?id=50>, Zugriff am 22.09.2014

[https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp\\_ahs\\_unterstufe.html](https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp_ahs_unterstufe.html), Zugriff am 15.10.2014

[https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp\\_ahs\\_oberstufe.html](https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp_ahs_oberstufe.html), Zugriff am 23.09.2014

[http://www.nohv.de/fileadmin/Schiris/Info/ANLEITUNG\\_shuttle-run.pdf](http://www.nohv.de/fileadmin/Schiris/Info/ANLEITUNG_shuttle-run.pdf), Zugriff am 25.09.2014

## 10. ABBILDUNGSVERZEICHNIS

Abbildung 1: Fächerüberschreitender Unterricht	15
Abbildung 2: Fächerverknüpfender Unterricht	16
Abbildung 3: Fächerkoordinierender Unterricht	16
Abbildung 4: Fächerergänzender Unterricht	16
Abbildung 5: Integrierter Unterricht	17
Abbildung 6: Dimensionen und Facetten des fächerübergreifenden naturwissenschaftlichen Unterrichts	24
Abbildung 7: Das Bergheimer Modell	27
Abbildung 8: Der Modellierungskreislauf	34
Abbildung 9: Das Prinzip von Conconi	40
Abbildung 10: Veränderung der anaeroben Schwelle einer Person vor bzw. nach einer Ausdauertrainingsperiode	41
Abbildung 11: Erholungspuls nach maximaler Belastung	51
Abbildung 12: Graphische Auswertung des Conconi-Tests	52
Abbildung 13: Dauermethode	54
Abbildung 14: Intervallmethode	54
Abbildung 15: Wiederholungsmethode	54
Abbildung 16: Leichtathletik Laufbahn	56
Abbildung 17: Optimale (links) bzw. fehlerhafte (rechts) Körperhaltung der Baggerbewegung	66
Abbildung 18: Satz von Pythagoras beim Volleyballbagger	66
Abbildung 19: Verlauf des Körperschwerpunkts	68
Abbildung 20: Bildreihe – Volleyballbagger	69
Abbildung 21: Counter Movement Jump versus Squat Jump	70
Abbildung 22: Absolute Sprunghöhe	71
Abbildung 23: Skizze des Kniewinkelverlaufs beim Counter Movement Jump	74
Abbildung 24: Skizze des Kniewinkelverlaufs beim Squat Jump	74
Abbildung 25: Senkrechte Sprünge - Zeitliche Entwicklung der Bodenreaktionskraft	75
Abbildung 26: Körperschwerpunkt beim Skifahrer	79
Abbildung 27: Trefferwahrscheinlichkeiten von unterschiedlichen Distanzen	91
Abbildung 28: Aufteilung der Spielräume auf der Spielfläche	92

Abbildung 29: Fußballtor mit vier Möglichkeiten, ein Tor zu schießen	93
Abbildung 30: Geometrische Darstellung einer Fläche, die der Torwart abdecken kann	95
Abbildung 31: Berechnung der Entfernung mit Hilfe des Satzes von Pythagoras	96



## **11. Anhang**

Da in dieser Arbeit bei einigen Aufgaben die verwendete Literatur angegeben, Lösungswege dargestellt und die vorkommenden Abbildungen beschriftet wurden, sind hier alle Aufgaben nochmals zusammengefasst. Sie sind nun eine Kopiervorlage und können so für den Unterricht verwendet werden.

## Mathematik im Ausdauersport (Sportunterricht)

### Aufgabe 1:

#### Materialien:

- Schreibutensilien
- ❖ Lege dich auf den Boden und entspanne dich für circa zwei Minuten. Anschließend erfasse deinen Puls und zähle die Schläge. Berechne deine Herzfrequenz pro Minute und dokumentiere sie. Vergleiche sie anschließend mit zwei anderen Schülerinnen bzw. Schülern.
- ❖ Aufgabe für zu Hause: Ermittle fünf Tage lang hintereinander deinen Ruhepuls. Dieser sollte in der Früh, wenn du noch im Bett liegst gemessen und anschließend dokumentiert werden.

Ruhepuls in der Schule	
Ruhepuls Tag 1	
Ruhepuls Tag 2	
Ruhepuls Tag 3	
Ruhepuls Tag 4	
Ruhepuls Tag 5	

## Aufgabe 2:

### Materialien:

- Schreibutensilien
- ❖ Suche dir einen Partner bzw. Partnerin und lauft euch abwechselnd quer durch den Turnsaal hinterher. Versucht verschiedene Laufformen und Sprünge einzubauen. Nach circa fünf Minuten, erfasst euren Puls und dokumentiert eure Herzfrequenz pro Minute.
- ❖ Nach einer kurzen Erholungspause starte mit deinem Partner bzw. deiner Partnerin bei einer Turnsaalseite und sprinte zur gegenüberliegenden Seite. Wiederholt diesen Durchgang vier Mal, misst anschließend euren Puls, dokumentiert dies und vergleicht ihn anschließend miteinander.

<b>Herzfrequenz nach Laufformen und Sprüngen</b>	
<b>Herzfrequenz nach Sprints</b>	

## Aufgabe 3: (Im Fitnessstudio)

### Materialien:

- Laufbänder im Fitnessstudio mit Herzfrequenzmessung
- Schreibutensilien
- ❖ Suche dir eine zweite Person und wärmt euch circa zehn Minuten auf einem Kardiogerät eurer Wahl auf (z.B. Crosstrainer oder Ergometer).
- ❖ Entscheidet euch, wer von euch beiden zuerst den Ausdauerleistungstest durchführt. Die andere Person trägt zur gleichen Zeit die Pulsschläge in die Tabelle ein.  
Nach einer kurzen Einlaufphase werden die ersten 200m mit einer Geschwindigkeit von 8km/h gelaufen. Anschließend wird die Geschwindigkeit alle 200m um 0.5km/h erhöht. Führt dies solange durch, bis ihr die Strecke nicht mehr mit der vorgegebenen Geschwindigkeit laufen könnt.

Conconi – Test - Pulsaufzeichnung		
Strecke	Geschwindigkeit	Pulsschlag
200m	8km/h	
400m	8.5km/h	
600m	9km/h	
800m	10km/h	
1000m	10.5km/h	
1200m	11km/h	
1400m	11.5km/h	
1600m	12km/h	
1800m	12.5km/h	
2000m	13km/h	
2200m	13.5km/h	
2400m	14km/h	
2600m	14.5km/h	
2800m	15km/h	
3000m	15.5km/h	
Maximale Herzfrequenz:		
<b>Anmerkungen:</b>		

Nach dem Abbrechen, bleibe in Bewegung und gehe langsam auf dem Laufband. Miss jede Minute deinen Puls, welchen dein Partner oder deine Partnerin in diese Tabelle einträgt:

Erholungspuls: Pulsaufzeichnungen nach sportlicher Belastung	
<b>Pulsschlag nach 30 Sekunden</b>	
<b>Pulsschlag nach 1 Minute</b>	
<b>Pulsschlag nach 2 Minuten</b>	
<b>Pulsschlag nach 3 Minuten</b>	
<b>Pulsschlag nach 4 Minuten</b>	
<b>Pulsschlag nach 5 Minuten</b>	

Anschließend führt der andere Schüler bzw. Schülerin den Leistungstest durch.

## Aufgabe 4:

### Materialien:

- Herzfrequenzmessgerät
- Pfeife
- Stoppuhr

Es werden in einem Feld zwei Linien mit einer Entfernung von 20m markiert. Die Aufgabe der Schülerinnen und Schüler ist es nun, zwischen den Markierungen hin und her zu laufen. Die 20m Linie ist der Wendepunkt, welche mit einem Fuß berührt werden muss. Die Jugendlichen werden durch Pfeife des Lehrkörpers darauf aufmerksam gemacht, wann die Linie erreicht werden sollte. Der Test beginnt mit einer Laufgeschwindigkeit von 6km/h. Die Geschwindigkeit nimmt pro Minute um 0,5km/h zu. Wenn ein Schüler bzw. eine Schülerin zu früh an der Linie ist, muss auf den Pfiff gewartet werden, bevor weitergelaufen werden darf. Falls es passiert, dass eine Schülerin oder ein Schüler die 20m Markierung nicht im vorhergesehenen Zeitpunkt erreicht, muss er bzw. sie trotzdem noch dorthin laufen, bevor zur nächsten Linie gesprintet werden darf. Sobald ein Jugendlicher selbst aufgibt, oder zweimal hintereinander die 20m Markierung beim Pfiff nicht erreicht, endet der Test und die maximale Herzfrequenz kann abgelesen und aufgeschrieben werden.

<b>Maximale Herzfrequenz</b>	
------------------------------	--

## Aufgabe 5:

Bei diesem Stundenteil handelt es sich um eine Schätzungsaufgabe, welche auf einer Leichtathletik-Laufbahn durchgeführt wird.

- ❖ Laufe zunächst eine Runde auf der inneren Bahn, entlang der innersten Linie. Anschließend laufe eine Runde auf der äußersten Bahn, entlang der äußersten Linie.
- ❖ Schätze nun, um wie viele Meter sich die Laufstrecke der äußeren Bahn von der Laufstrecke der inneren Bahn unterscheidet.

Im Mathematikunterricht wird dies anschließend genau berechnet.

## **Aufgabe 6:**

### Materialien:

- Stoppuhren
- Schreibutensilien
- 100m Bahn

Geht zu dritt in eine Gruppe und vergebt folgende Aufgaben:

- ) Startsignal geben
- ) 100m sprinten
- ) Zeit messen und dokumentieren

Wechselt anschließend die Reihenfolge. Jede Schülerin bzw. jeder Schüler hat drei Versuche.  
Merkt euch eure beste Zeit. Diese werdet ihr im Mathematikunterricht brauchen.

## Mathematik im Ausdauersport (Mathematikunterricht)

### Aufgabe 1:

Berechne deinen Maximalpuls mit Hilfe dieser Formel:

$$\text{Maximalpuls} = 220 \text{ minus Lebensalter}$$

Vergleiche diesen Wert nun mit deiner maximalen Herzfrequenz, die du beim Conconi-Test und beim Shuttle Run erreicht hast. Falls diese Werte voneinander abweichen, überlege dir warum das so sein könnte.

### Aufgabe 2:

Du solltest fünf Werte deines Ruhepulses in deiner Tabelle eingetragen haben. Berechne nun den durchschnittlichen Wert deines Ruhepulses und vergleiche ihn mit dem deines Nachbarn bzw. deiner Nachbarin. Überlegt euch, warum ihr unterschiedliche Werte habt und wovon diese abhängig sind.

### Aufgabe 3:

Stelle deinen Erholungspuls nach maximaler Belastung in Abhängigkeit der Zeit graphisch dar und nimm dazu kurz schriftlich Stellung. Vergleiche deinen Graph mit dem eines anderen Schülers bzw. einer anderen Schülerin.

## **Aufgabe 4:**

### **Der Conconi – Test:**

- ❖ Stelle deinen Pulsschlag in Abhängigkeit der Laufgeschwindigkeit graphisch dar.
- ❖ Anschließend interpretiere diesen und finde heraus, bei welcher Herzfrequenz sich deine anaerobe Schwelle befindet.
- ❖ Erkläre kurz den Zusammenhang zwischen der anaeroben Schwelle und dem Laktat.
- ❖ Überlege dir, ob Marathonläufer oder Sprinter unterhalb oder oberhalb der anaeroben Schwelle trainieren sollten.

## **Aufgabe 5:**

### **Die Karvonen-Formel**

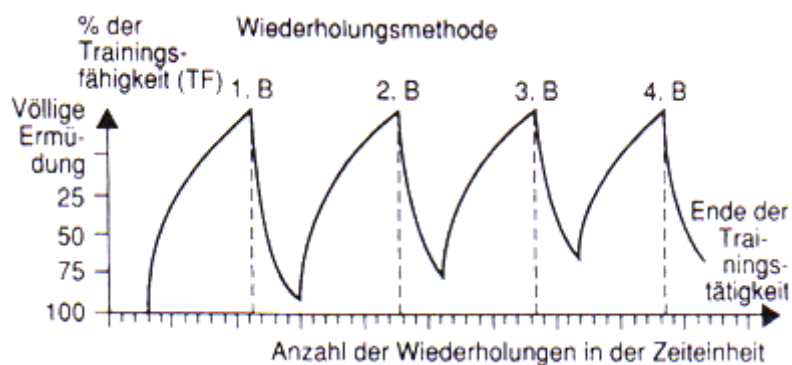
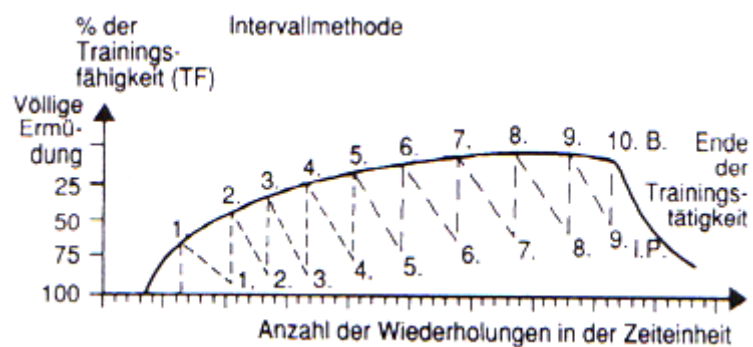
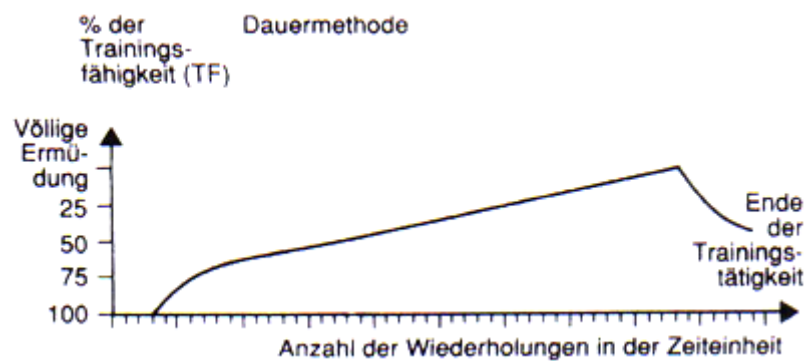
*„(maximale Herzfrequenz – Ruhepuls) x Prozent + Ruhepuls = Trainingspuls“*

- ❖ Berechne deinen Puls mit dem du ein intensives Ausdauertraining (80%) ausführen solltest. Verwende dazu deine maximale Herzfrequenz, die du beim Shuttle-Run-Test erreicht und dokumentiert hast.



## Aufgabe 6:

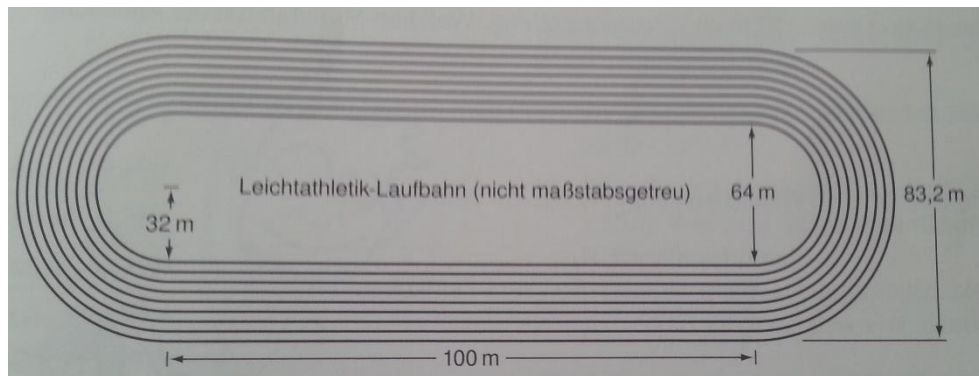
- ❖ Betrachte die Abbildungen der verschiedenen Trainingsmethoden.
- ❖ Vergleiche den Umfang, die Intensität und die Pausen miteinander.
- ❖ Interpretiere diese Abbildungen, überlege dir welche Fähigkeiten damit trainiert werden und besprich dies mit einem anderen Schüler bzw. Schülerin!



### Aufgabe 7:

Jennifer hat einen Ruhepuls von 50 Schlägen pro Minute. Sie betätigt sich jeden Tag eine Stunde sportlich. Hauptsächlich betreibt sie Ausdauersport mit einer Herzfrequenz von 150 Schlägen pro Minute. Ihr Freund Daniel macht keinen Sport und hat einen Ruhepuls von 80 Schlägen pro Minute. Welches Herz muss in einem gesamten Jahr weniger schlagen. Berechne wie viele Schläge pro Minute das ungefähr sind.

### Aufgabe 8:



- ❖ A) Welche zwei geometrischen Formen kannst du in dieser Abbildung der Leichtathletik-Laufbahn erkennen?
- ❖ B) Berechne mit Hilfe der Maßangaben der Laufbahn die Breite einer einzelnen Bahn!
- ❖ C) Robin läuft eine Runde auf der äußeren Bahn, entlang der äußeren Linie. Welche Streckenlänge legt er zurück? (Runde auf ganze m)
- ❖ D) Denise läuft eine Runde auf der innersten Bahn, entlang der innersten Linie. Welche Streckenlänge legt sie zurück? Um wie viele Meter ist ihre Strecke kürzer als Robins?
- ❖ E) Die Startpositionen der Läufer sind je nach Wettkampf entweder in einer geraden Linie oder versetzt angeordnet. Warum wird bei manchen Disziplinen in versetzter Aufstellung gestartet? Bei welchen Arten von Wettkämpfen starten sie in einer Linie?

## Aufgabe 9:

Schreibe zunächst deine beste Zeit, die du für den 100m Sprint benötigt hast, auf und runde auf eine Dezimalstelle.

Zum Vergleich: Bei den olympischen Spielen 2012 in London gewann der Jamaikaner Usain Bolt mit 9,63 Sekunden den 100m Sprint.

- ❖ A) Wie viele Meter legen du und der Olympiasieger in einer Sekunde zurück? Rechne auf zwei Dezimalstellen genau!
- ❖ B) Berechne deine mittlere Geschwindigkeit und die des Olympiasiegers in km/h.
- ❖ C) Angenommen du und Usain Bolt startet gleichzeitig und läuft gegeneinander. Wenn Usain Bolt nach 9,63 Sekunden das Ziel erreicht hat, bist du noch ein Stück vom Ziel entfernt. Wie lange ist diese Reststrecke?

## Aufgabe 10:

Schreibe deine drei Zeiten für den 100m Sprint auf.

Angenommen du läufst noch 13-mal und hast folgende Zeiten erreicht:

12,4	12,7	12,6	12,7	12,5	12,3	12,6
12,5	12,4	12,6	12,4	12,8	12,6	12,4

- ❖ A) Stelle diese Zeiten (inklusive deiner Zeit) in einer Häufigkeitstabelle dar.
- ❖ B) Bestimme den Modalwert, den Median und den Mittelwert.
- ❖ C) Stelle in einem Histogramm die Häufigkeit der Laufzeiten dar.

# Biomechanische Analysen und Berechnungen

## Mathematik beim Volleyball (Sportunterricht)

### Aufgabe 1:

#### Materialien:

- Pro Gruppe ein Volleyball
- Pro Gruppe eine Kamera (Handykamera)

Bilde mit zwei anderen Schülerinnen bzw. Schülern eine Gruppe.

- ❖ Zwei Schülerinnen bzw. Schüler passen sich den Ball im unteren Zuspiel hin und her. Die dritte Person beobachtet die Bewegung und gibt dem Jugendlichen bzw. der Jugendlichen Feedback. Denkt an die Bewegungsbeschreibung, die zu Beginn der Stunde besprochen wurde. Versucht nun anschließend mit Hilfe des Feedbacks das untere Zuspiel zu verbessern. Die Rollen werden nach einiger Zeit gewechselt. Der Lehrkörper macht euch darauf aufmerksam.
- ❖ Während zwei Schülerinnen bzw. Schüler baggern, werden sie von der dritten Person gefilmt. Bemüht euch, die Bewegung so präzise wie möglich auszuführen. Die Rollen werden nach einiger Zeit wieder gewechselt. Der Lehrkörper macht euch darauf aufmerksam.
- ❖ Versucht nun, bewusst einen Fehler einzubauen und führt die Bewegung anschließend wieder korrekt durch. Merkt ihr einen Unterschied? Die Rollen werden nach einiger Zeit wieder gewechselt. Der Lehrkörper macht euch darauf aufmerksam.

## Mathematik beim Volleyball (Mathematikunterricht)

### Aufgabe 1:

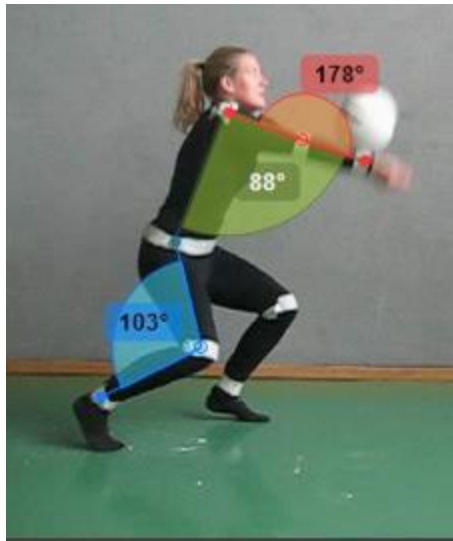
- ❖ Geht zu zweit zusammen und betrachtet euer Video. Wurden wichtige Punkte, die in der Bewegungsbeschreibung im Sportunterricht erwähnt wurden, umgesetzt?
- ❖ Schätzt die Größe des Schultergelenkwinkels zu Beginn und am Ende der Bewegung?
- ❖ Sind die Fehler, die ihr absichtlich gemacht habt, deutlich erkennbar? Wirken sich diese Fehler negativ auf die Ballkontrolle und auf die geplante Flugkurve des Balles aus?

### Aufgabe 2:

- ❖ Stoppe das Video in dem Moment bei dem du den Ball berührst. Versuche nun folgende Körperwinkel einzuschätzen:
  - ) Ellenbogengelenkwinkel (Ober- und Unterarm bilden die Schenkel)
  - ) Schultergelenkwinkel (Oberkörper und Arm bilden die Schenkel)
  - ) Kniegelenkwinkel (Ober- und Unterschenkel bilden die Schenkel)
- ❖ Führe dies nun auch mit der fehlerhaften Bewegung durch und vergleiche die Winkel.
- ❖ Besprich das Ergebnis mit einer anderen Schülerin bzw. einem anderen Schüler. Überlegt euch, wie groß die Winkel bei der optimalen Baggerbewegung sein sollten.

### Aufgabe 3:

Betrachte dieses Bild:



- ❖ Folgende Eckpunkte könnten ein Dreieck bilden: Handgelenk, Schultergelenk und Hüftgelenk. Welche Voraussetzungen müssen gelten bzw. wie groß müsste der Schultergelenks- und Ellenbogengelenkwinkel sein, damit der Satz von Pythagoras in diesem Dreieck angewandt werden darf.  
Um welches Dreieck muss es sich handeln?  
Bestimme wo sich die Hypotenuse und die Katheten befinden sollten.
- ❖ Angenommen die Voraussetzungen, dass der Satz von Pythagoras angewandt werden kann, sind vorhanden, die Armlänge beträgt 55cm und die Oberkörperlänge 48cm. Berechne die Länge der Hypotenuse! Wo befindet sich die Hypotenuse?

### Aufgabe 4:

Schau dir das Video, bei dem du die Baggerbewegung korrekt ausgeführt hast, nochmals genau an.

- ❖ Stelle den Verlauf des Körperschwerpunkts (KSP) in Abhängigkeit der Zeit (t) graphisch dar und interpretiere diesen kurz.
- ❖ Markiere den Zeitpunkt des Ballkontakts.

### Aufgabe 5:

- ❖ Betrachte folgende Bildserie der Ballbewegung. Schätze nun den Schultergelenkwinkel zu Beginn und am Ende der Baggerbewegung.
- ❖ Angenommen folgende Eckpunkte bilden ein Dreieck: Handgelenk, Schultergelenk und Hüftgelenk. Der Oberkörper und die Arme bilden die Schenkel. Um welches Dreieck handelt es sich beim ersten bzw. letzten Bild?



### Aufgabe 6:

- ❖ Berechne die Fläche eines Hallenvolleyballfeldes!
- ❖ Um wie viel  $\text{m}^2$  ist die Fläche eines Beachvolleyballfeldes kleiner? Wie viel Prozent sind das im Vergleich zu einem Hallenvolleyballfeld?
- ❖ Der Belag für einen neuen Hallenboden kostet 22,50 Euro pro Quadratmeter. Wie viel wird der neue Belag für die gesamte Fläche kosten?

## Counter Movement Jump versus Squat Jump (Sportunterricht)

### Aufgabe 1:

- ❖ Suche dir einen Partner bzw. eine Partnerin. Überlegt euch, ob ihr mit dem Counter Movement Jump oder mit dem Squat Jump eine größere Sprunghöhe erreichen werdet.
- ❖ Führt nun je drei Counter Movement Jumps, drei Squat Jumps und drei Sprünge bei denen ihr extrem in die Knie geht, durch. Besprecht nun, mit welchem Sprung ihr glaubt, mehr Höhe erreicht zu haben.

### Aufgabe 2:

- ❖ Nimm dir eine Kreide, stell dich an die Wand und markiere deine Reichhöhe im Stand. Miss diese Höhe und trage sie in die untere Tabelle ein.
- ❖ Führe nun drei Mal den Counter Movement Jump durch. Miss den höchsten Sprung und trage ihn in die Tabelle ein.
- ❖ Führe nun drei Mal den Squat Jump durch. Miss den höchsten Sprung und trage ihn in die Tabelle ein.
- ❖ Führe nun drei Mal einen Sprung durch, bei dem du extrem in die Knie gehst. Miss den höchsten Sprung und trage ihn in die Tabelle ein.

Reichhöhe im Stand	
Sprunghöhe CMJ	
Sprunghöhe SQ	
Sprunghöhe in extremer Hocke	

### Aufgabe 3:

- ❖ Überlege dir mit einer Partnerin oder einem Partner bei welchen sportlichen Bewegungen weitere Gegenbewegungen eingeleitet werden. (Prinzip der Anfangskraft)
- ❖ Fällt dir eine Bewegung in einer Sportart ein, bei dem der Counter Movement Jump vorkommt?



## Counter Movement Jump versus Squat Jump (Mathematikunterricht)

### Aufgabe 1:

- ❖ Berechne anhand deiner Tabelle des Jump-And-Reach-Tests deine absolute Sprunghöhe. Bei welchem Sprung bist du am höchsten gesprungen?
- ❖ Welche Abweichungen haben die einzelnen Sprünge voneinander?

### Aufgabe 2:

- ❖ Skizziere den Kniewinkelverlauf von einem Counter Movement Jump.
- ❖ Skizziere den Kniewinkelverlauf von einem Squat Jump.

### Aufgabe 3:

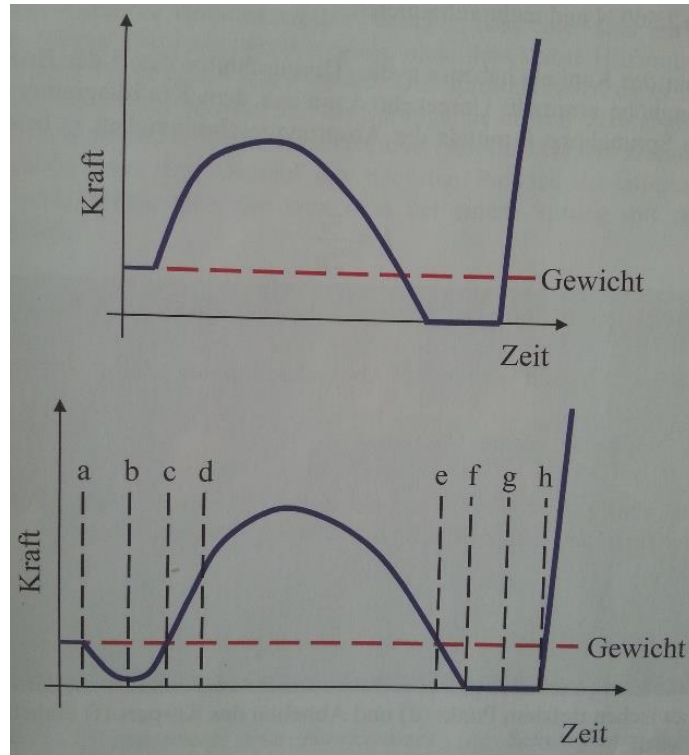
- ❖ Durch Kraftmessplatten kann der zeitliche Verlauf der Kraft dargestellt werden.

Betrachte nun beide Abbildungen.

Sie stellen den zeitlichen Verlauf von Sprüngen dar.

Um welchen Sprung handelt es sich bei der oberen Abbildung?

Um welchen Sprung handelt es sich bei der unteren Abbildung?



- ❖ Beschreibe nun den zeitlichen Verlauf der unteren Abbildung. Gehe auf folgende Fragen genauer ein:

- ) Wo findet die Ausholbewegung statt?
- ) Wo erreicht der Körper den tiefsten Punkt?
- ) Wann ist die Geschwindigkeit Null?
- ) Wo erfolgt die Aufwärtsbewegung?
- ) Wo wird die maximale Geschwindigkeit erreicht?
- ) Wo hebt der Körper vom Boden ab?
- ) Wann erreicht der Körper den höchsten Punkt?
- ) Wo erfolgt die Landung?

## Mathematik im Skisport (Sportunterricht)

### Aufgabe 1:

- ❖ Besprecht in der Gruppe welche Kräfte einem Skifahrer entgegen wirken!
- ❖ Welche Kraft treibt den Skifahrer Richtung Tal?
- ❖ Wie könnte das Kräftegleichgewicht aussehen, das sich nach einer Beschleunigungsphase einstellt?

### Aufgabe 2:

- ❖ Probiert verschiedene Positionen auf den Skiern aus und achtet auf die Stärke des Luftwiderstandes. Beispiele für Fahrpositionen wären:
  - ) Aufrechtes fahren
  - ) In der Hocke fahren
  - ) Arme seitwärts strecken
  - ) Arme an den Körper nach vorne anlegen
  - ) usw.Bei welcher Position ist der Luftwiderstand am geringsten?
- ❖ Wodurch kann die Gleitreibungskraft beeinflusst werden?

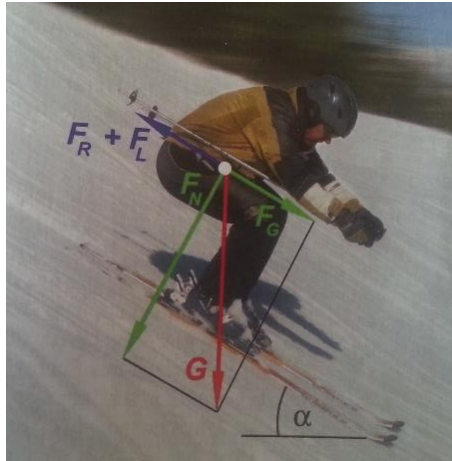
### Aufgabe 3:

- ❖ In welchem Punkt kann man sich die Körpermasse zentriert vorstellen? Äußere Kräfte greifen in diesem Punkt an.
- ❖ Wo könnte der Körperschwerpunkt liegen, wenn ihr beim Skifahren schnell und in der Hocke Richtung Tal fährt?
- ❖ Probiert verschiedene Fahrpositionen aus und besprecht wo der Körperschwerpunkt liegen könnte.
- ❖ Gibt es Sportarten bei denen der Körperschwerpunkt außerhalb des Körpers liegt?

## Mathematik im Skisport (Mathematikunterricht)

### Aufgabe 1:

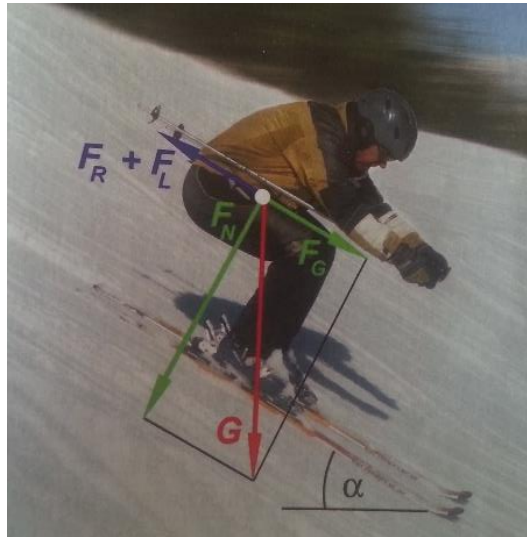
- ❖ Betrachte die untere Abbildung. Welche Kräfte wirken parallel bzw. normal zur Hangneigung (=Unterstützungsfläche)? Überlege auch wovon diese abhängen!



- ❖ Setze ein:  
Je \_\_\_\_\_ der Hangneigungswinkel, desto mehr wirkt die Gewichtskraft (hangabwärtstreibende Kraft) und desto \_\_\_\_\_ wirkt die Normalkraft.

## Aufgabe 2:

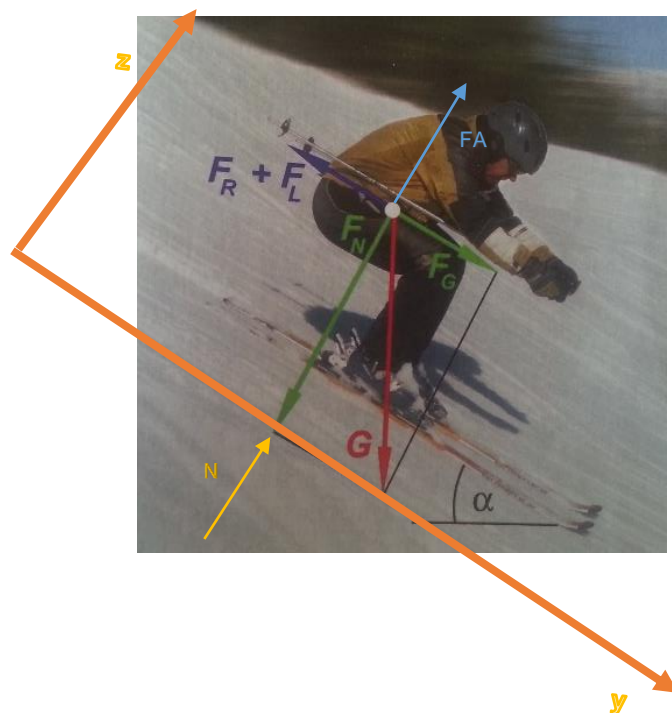
Unter Anwendung des 2. Newtonschen Gesetzes ( $F = m \times g$ ) können zwei Bewegungsgleichungen aufgestellt werden.



- ❖ Die Vektoren  $F_N$  und  $G$  sind Schenkel eines rechtwinkligen Dreiecks. Skizziere dieses Dreieck, beschrifte es und trage den rechten Winkel ein. Stelle mit Hilfe der Trigonometrie eine Gleichung auf, sodass  $F_G$  (hangabwärtstreibende Kraft, die von dem Gewicht erzeugt wird) berechnet werden kann.  $F_G$  ist die Kraft, die parallel zum Hang Richtung Tal wirkt (siehe Abbildung). Angenommen der Winkel  $\alpha$  und die Masse des Skifahrers sind bekannt.
- ❖ Wie oben. Berechne aber nun die Normalkraft  $F_N$ . Es wird wieder angenommen, dass der Winkel  $\alpha$  und die Masse des Skifahrers bekannt sind.

### Aufgabe 3:

- ❖ In der Abbildung wurde nun ein Koordinatensystem eingezeichnet.  
Berücksichtige weitere Kräfte ( $F_R$ ,  $F_L$ ,  $N$ ,  $F_A$ ) und stelle eine Bewegungsgleichung in  $y$ -Richtung und eine in  $z$ -Richtung auf.  
 $F_R$ ...Reibungskraft  
 $F_L$ ...Luftwiderstandskraft  
 $N$ ...resultierende Kraft der Normalkraft  
 $F_A$ ...Luftauftriebskraft



- ❖ Wie groß ist der Normaldruck  $N$  von der Schneeunterlage auf die Skier?
- ❖ Wann könnte die Auftriebskraft eine Rolle spielen?
- ❖ Welche Bedingung muss gelten, damit ein Skifahrer beschleunigen kann?

## Mathematik beim Billard (Sportunterricht)

### Aufgabe 1:

- ❖ Stoße eine Kugel auf eine ruhende Kugel. Konzentriere dich darauf, dass du die Kugel zentral triffst.  
Was passiert?
  
- ❖ Stoße nun eine Kugel nicht zentral, sondern seitlich auf eine ruhende Kugel.  
Was passiert?

## Mathematik beim Billard (Mathematikunterricht)

### Aufgabe 1:

Im Sportunterricht habt ihr bemerkt, dass sich nach einem nicht zentralen und Drall freiem Stoß die beiden Billardkugeln im rechten Winkel auseinander bewegen.

- ❖ Skizziere dies!
- ❖ Versucht nun mit Hilfe der Gleichung des Energieerhaltungssatzes und der des Impulserhaltungssatzes zu beweisen, warum dies passiert.

$$\text{Energieerhaltung: } \frac{m \times v^2}{2} = \frac{m \times v_1^2}{2} + \frac{m \times v_2^2}{2}$$

$$\text{Impulserhaltung: } m \times \vec{v} = m \times \vec{v}_1 + m \times \vec{v}_2$$

Hinweis: Wenn das Skalarprodukt zweier Vektoren Null ist, dann stehen die beiden Vektoren zueinander normal.



## Der Fußballsport und die Mathematik (Sportunterricht)

### Aufgabe 1:

Bildet zu fünft eine Gruppe. Diskutiert über folgende Fragestellungen und führt die praktischen Aufgaben durch.

- ❖ Wann wird im Fußball ein Elfmeter bzw. Strafstoß gegeben?
- ❖ Schätze die Verwandlungshäufigkeit beim Elfmeter: Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Torschuss verhindert wird?
- ❖ Auf welche Stellen im Tor sollte ein Schütze am besten zielen, um eine hohe Trefferquote zu erreichen?

Führt diese Schüsse selbst durch.

Zu Beginn befindet sich keine Person im Tor.

Nach vier Durchgängen agiert eine Schülerin bzw. ein Schüler als Torfrau bzw. Tormann und versucht, die Schüsse abzuwehren. Nach einem Durchgang wird gewechselt.

## Aufgabe 2:

Bei den folgenden Übungen wird großer Wert auf die Konzentration, auf die Genauigkeit und auf das Elfmeterschießen gelegt und unter Druck trainiert. Diese Stundensequenz sollte auf Grund der hohen Entfernungen im Freien durchgeführt werden.

❖ **Wetten, dass...**

Alle Schülerinnen bzw. Schüler stehen nebeneinander. Es wird ein Torschütze und ein Tormann bzw. eine Torfrau gewählt. Diejenigen, die glauben, dass der Schütze ein Tor schießt, stellen sich hinter diesen Jugendlichen. Falls der Schütze bzw. die Schützin es schafft, ein Tor zu erzielen, müssen die restlichen Schülerinnen und Schüler, inklusive Tormann bzw. Torfrau, „Strafübungen“ durchführen (zum Beispiel 5 Strecksprünge, 10 Liegestütze, 10 Sit-ups, usw.). Falls kein Tor gefallen ist, müssen der Schütze bzw. die Schützin und die Schülerinnen und Schüler, die hinter ihm bzw. ihr gestanden sind, diese „Strafübungen“ durchführen.

❖ **Führt einen Strafstoß von minimaler Entfernung durch und vergrößert diese nun kontinuierlich. Tragt in die Tabelle eure Treffer ein. Bei dieser Übung befindet sich ein „Goalkeeper“ im Tor. (Diese Aufgabe kann auch ohne Goalkeeper durchgeführt werden.)**

Abstand in Meter	Versuche	Treffer
6	5	
11	5	
16	5	
21	5	
26	5	

### **Aufgabe 3:**

Im Mathematikunterricht wird später berechnet, wie viele Feldspieler bzw. Feldspielerinnen sich optimaler Weise auf einem Spielfeld befinden sollten.

- ❖ Spielt nun circa sieben Minuten Fußball auf einem realitätsgroßen Feld mit folgender Feldspieler- bzw. Feldspielerinnenanzahl:

-) 6 vs. 6

-) 15 vs. 15

Reflektiert diese beiden Spiele gemeinsam. Wovon könnte die optimale Feldspielerinnen- bzw. Feldspieleranzahl abhängen?

## Der Fußballsport und die Mathematik (Mathematikunterricht)

### Aufgabe 1:

Im Sportunterricht hast du in einer Tabelle die Tortreffer in Abhängigkeit deiner Schussdistanz eingetragen.

Pro Entfernung hattest du 5 Schüsse frei.

Berechne die Trefferwahrscheinlichkeit von den unterschiedlichen Distanzen aus und stelle sie anschließend graphisch dar.

Interpretiere den Zusammenhang!

### Aufgabe 2:

Bei einem Fußballspiel gibt es circa 20 Ballkontakte pro Minute.

Ein Spieler bzw. eine Spielerin beschäftigt sich circa drei Sekunden mit dem Ball. Eine Sekunde wird für die Ballannahme, eine weitere für das Orientieren und die dritte Sekunde für den Pass benötigt.

- ❖ Wie weit kann ein Fußballspieler bzw. eine Fußballspielerin in drei Sekunden laufen?  
Eine Spielerin bzw. ein Spieler ist mit einer mittleren Geschwindigkeit  $v$  von circa 5m/s unterwegs.
- ❖ Der Gegenspieler bzw. die Gegenspielerin kann in drei Sekunden diese vorgegebene Strecke laufen (voriges Rechenbeispiel).  
Welche Fläche deckt ein Spieler bzw. eine Spielerin daher auf dem Spielfeld ab?  
Berechne diese Fläche!
- ❖ Ein Fußballfeld darf 90m bis 120m lang und 60m bis 90m breit sein.  
Angenommen es ist 105m lang und 68m breit. Berechne wie viele Spielerinnen bzw. Spieler auf diesem Feld Platz haben und skizziere dies!

### Aufgabe 3:

Dieses Beispiel beschäftigt sich mit dem ersten Modell von Verwandlungshäufigkeiten bei einem Elfmeterschuss.

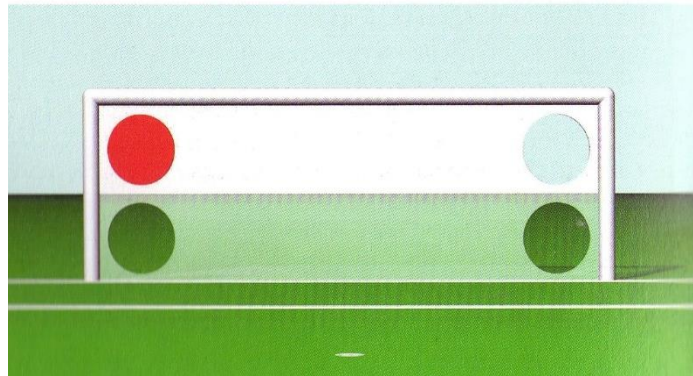
Im Sportunterricht habt ihr euch bereits Gedanken über diese Häufigkeit gemacht.

#### Glücksspielmodell:

Es wird davon ausgegangen, dass der Schütze in eine der vier Ecken des Tores schießen möchte.

In diesem Modell wehrt der Keeper den Ball ab, wenn er sich für die richtige Ecke entscheidet.

Dies ähnelt einem Glücksspiel.



- ❖ Wie groß ist seine relative Chance, in diesem Modell den Torschuss zu verhindern?
- ❖ Da der Schütze auch in die Mitte schießen kann, hat er in diesem Modell eine Chance von 80%, ein Tor zu erzielen. Es wird angenommen, dass ein Schütze von 20 Versuchen einmal daneben schießt. Wie oft würde er bei 100 Schüssen treffen?
- ❖ Der Goalkeeper kann fünf Positionen einnehmen, um den Ball abzuwehren (Mitte, rechts oben, links oben, rechts unten sowie links unten). Nach diesem Wahrscheinlichkeitsmodell wird er von den 95 Schüssen wie viele halten?
- ❖ Wie viele Bälle „hält“ der Goalkeeper insgesamt?
- ❖ Bei wie viel Prozent liegt nun die Verwandlungshäufigkeit?

## Aufgabe 4:

Diese Aufgabe beschäftigt sich mit einem weiteren Modell von Verwandlungshäufigkeiten bei einem Elfmeterschuss.

### Flächenansatzmodell:

- ❖ Das Fußballtor besitzt eine Fläche von  $8 \text{ Fuß} \times 8 \text{ Yard}$ . Ein Fuß ist 30,48cm und ein Yard ist 91,44cm lang. Berechne die Torfläche und runde auf Meter!
  
- ❖ Wie verhält sich die Höhe des Fußballtores zur Breite?
  
- ❖ Angenommen ein Goalkeeper hat eine Durchschnittsgröße von 1,90m. Seine Armspannweite beträgt daher auch 1,90m. In der Höhe von 1,60m befinden sich seine Schultern. Woraus setzt sich die Fläche, die ein Goalkeeper im Stand abdecken kann zusammen? Skizziere und berechne!.
  
- ❖ Wie groß ist der Prozentsatz der Torfläche, die der Torwart abdecken kann?  
Wie groß ist daher die Verwandlungshäufigkeit?

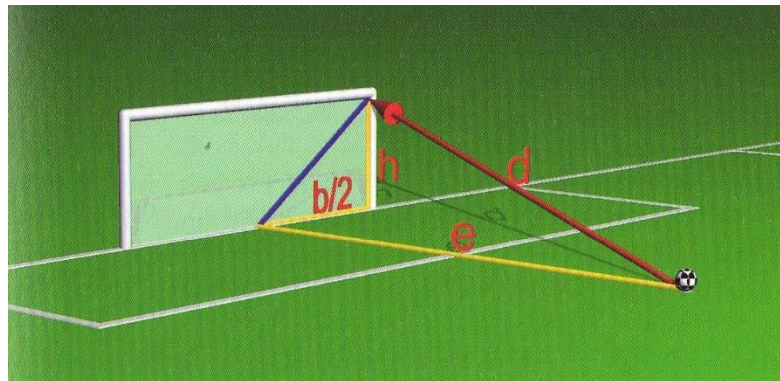
## Aufgabe 5:

- ❖ Beim Elfmeterschießen in der Bundesliga werden Schussgeschwindigkeiten von circa 72km/h bis 100km/h erreicht. Berechne mit Hilfe des Satzes von Pythagoras wie weit und wie viele Sekunden der Ball vom Elfmeterpunkt bis zu den oberen Torecken unterwegs ist, wenn mit beiden Schussgeschwindigkeiten geschossen wurde. Betrachte die Skizze und verwende folgende Werte, bei denen die Verminderung des Balldurchmessers bereits einberechnet wurde.

$$e = 10,92\text{m}$$

$$h = 2,2\text{m}$$

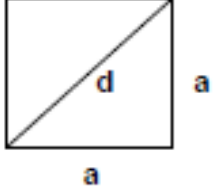
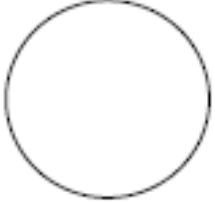

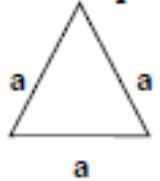
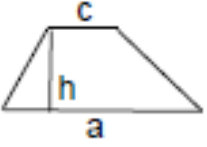
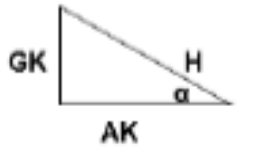

$$b = 7\text{m}$$



## Mathematik – Memory – Lauf

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>
<b>1</b>				
<b>2</b>				
<b>3</b>				
<b>4</b>				
<b>5</b>				



	A	B	C	D
1	$\pi = 3,14159$	$\Sigma$	MDCCLXI = 1761	$d = a\sqrt{2}$ 
2	$A = r^2 \pi$ 	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$\sin \alpha = \frac{GK}{H}$ 	$a^2 + b^2 = c^2$
3	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$	$A = \frac{a^2 \times \sqrt{3}}{4}$ 	e = 2,71828	Sinussatz = $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$
4	$A = \frac{(a+c) \times h}{2}$ 	$(x+a)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k a^{n-k}$	$\int \sin x \, dx = -\cos x + c$	$\cos \alpha = \frac{AK}{H}$ 
5	$\tan \alpha = \frac{GK}{AK}$ 	$X = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$	$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} \times \sqrt{3}$	$K_n = K_0 \times \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$



# Lebenslauf Melissa Hengelmüller

## Persönliche Angaben:

Geburtsdatum: 17.11.1990

Wohnhaft: 1100 Wien

E-Mail: melissa.hengelmüller@outlook.com

Staatsangehörigkeit: Österreich

## Studium:

WS 2009 – WS 2013: Bakkalaureats Studium Sportwissenschaft

WS 2009 – WS 2014: Lehramtsstudium an der Universität Wien:

Fächerkombination: Bewegung und Sport / Mathematik

WS 2013: Auslandssemester an der „California State University, Fullerton“

## Schule:

Juni 2009: Abschluss Matura (guter Erfolg)

2001-2009: Institut Neulandschulen Gymnasium und Realgymnasium 1100 Wien,  
Ludwig von Höhnel Gasse

1996-2001: Volksschule Waldkloster der Erzdiözese Wien 1100 Wien, Quellenstraße 87

## Weitere Ausbildungen:

2013: Volleyball Übungsleiter

2013: Ausbildung zum Rettungsschwimmlehrer (ÖJRK)

2012: Serviceausbildung im Rahmen der Cateringagentur „Mise en place“

2011: Skilehrerausbildung im Zuge des Sportstudiums

2010: Nordic Walking Instruktor (USI)

2009: Snowboardlehrer Anwärter (Wiener Snowsports Academy)

2009: Erwerb des Führerscheins der Klasse B

## Berufliche Tätigkeiten:

Mitarbeit auf diversen Sommer-und Wintersportwochen.