



universität
wien

MASTERARBEIT

Titel der Masterarbeit

„Die Logik muß für sich selber sorgen“
– Die logische Notation des *Tractatus* und die Aufgabe
der Philosophie

Verfasserin

Katharina Anna Sodoma, BA BA

angestrebter akademischer Grad

Master of Arts (MA)

Wien, 2015

Studienkennzahl lt. Studienblatt: A 066 941

Studienrichtung lt. Studienblatt: Masterstudium Philosophie

Betreuerin: Assoz. Prof. MMag. DDr. Esther Ramharter, Privatdoz.

Dem Andenken an
Anna Sodoma, geb. Braunsdorfer
und
Maria Zadra, geb. Grand
gewidmet

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	9
2. Logische Grundbegriffe	16
2.1. Funktion.....	17
2.1.1. Funktionen sind Satzfunktionen	18
2.1.2. Die Auffassung von Sätzen als Funktionen.....	19
2.1.3. Die Auffassung von Begriffen als Funktionen	20
2.1.4. Wahrheitsfunktionen	20
2.2. Variable	21
2.2.1. Der Satz als grundlegende Einheit	22
2.2.2. Die Einführung des Variablenbegriffs über den Begriff „Ausdruck“	24
2.2.3. Die Festsetzung der Werte der Variablen.....	26
2.2.4. Unterscheidungsmerkmale von Wittgensteins Variablenbegriff.....	28
2.3. Formale Begriffe und interne Relationen	30
2.3.1. „Intern“ versus „formal“	32
2.3.2. Formale Eigenschaften und formale Begriffe	35
2.3.3. Formale Begriffe und Variablen.....	36
2.3.4. Interne Eigenschaften und interne Relationen.....	39
2.4. Operation	41
2.4.1. Formenreihen.....	42
2.4.2. „Operation“ und interne Relationen	44
2.4.3. Der Unterschied zwischen „Funktion“ und „Operation“.....	46
2.4.4. Wahrheitsoperation.....	48
3. Die logische Notation des <i>Tractatus</i>	50
3.1. Der N-Operator.....	51
3.1.1. Die Wahrheitstafel-Darstellung von Sätzen	52
3.1.2. Die abgekürzte Wahrheitstafel-Darstellung	54
3.1.3. Der N-Operator als Analog zum Peirce-Operator	55

3.1.4.	Einführung der N-Operation und des N-Operators	59
	Anhang 1 : Wahrheitstabeln, die zeigen, dass \downarrow eine Junktorenbasis ist.....	61
	Anhang 2: Umformungen in Ausdrücke mit \downarrow analog zum Schema aus Satz 5.101.....	62
	Anhang 3: Umformungen in Ausdrücke mit \downarrow analog zum Schema aus Satz 5.101	63
3.2.	Die allgemeine Form des Satzes.....	64
3.2.1.	Zwei verschiedene Formulierungen	65
3.2.2.	Die allgemeine Satzform als einzige logische Konstante.....	66
3.2.3.	Die Interpretation von „ $[p, \xi, N(\xi)]$ “	69
3.2.4.	Whites und Sundholms Kritik an der allgemeinen Satzform	71
	Anhang: Benötigte Iterationen im Fall von 2 Elementarsätzen.....	75
3.3.	Quantifikation.....	76
3.3.1.	Quantifikation ohne Quantoren	77
3.3.2.	Die „2-Phasen Auffassung“ der Allgemeinheitbeziehung.....	78
3.3.3.	Fogelins Kritik an der allgemeinen Satzform.....	80
3.3.4.	Antworten auf Fogelin.....	82
	Anhang: Übersicht über die verschiedenen Notations-Hilfsmittel.....	92
3.4.	Identität.....	94
3.4.1.	Philosophische Motivation	96
3.4.2.	Formaler Ausdruck der Konvention	99
3.4.3.	Exklusive und inklusive Interpretation von Variablen	101
3.4.4.	Die Eliminierbarkeit der Identität.....	106
	Anhang: Beispiel für eine Übersetzung in beide Richtungen.....	109
4.	Die logische Notation des <i>Tractatus</i> im Kontext von Wittgensteins Auffassung von Logik und Philosophie	110
4.1.	Die logische Notation als Ausdruck von Wittgensteins Logikverständnis	111
4.1.1.	Die universalistische Auffassung der Logik bei Russell und Frege.....	112
4.1.2.	Wittgensteins Kritik an der universalistischen Auffassung bei Russell und Frege	118
4.1.3.	Die Sätze der Logik sind Tautologien	122
4.1.4.	„Die Logik muß für sich selber sorgen“ – Was bedeutet das für die Logik?	127

4.2. Die logische Notation und die Aufgabe der Philosophie	133
4.2.1. „Die Logik muß für sich selber sorgen“ – Was bedeutet das für die Philosophie?	134
4.2.2. Die logische Notation des <i>Tractatus</i> als philosophisches Mittel.....	141
4.2.3. Abgrenzung der logischen Notation von einer Idealsprache	147
4.2.4. Kontinuitäten in Wittgensteins Auffassung von Philosophie.....	151
5. Zusammenfassung.....	159
Literaturverzeichnis	161
Anhang I: Abstract.....	165
Anhang II: Lebenslauf	167

1. Einleitung

Bruchstückhaft und scheinbar unsystematisch entwickelt Ludwig Wittgenstein in seinem frühen Buch, dem *Tractatus logico-philosophicus*¹, eine eigene logische Notation. Diese besteht im Wesentlichen aus drei Konventionen, die Wittgenstein an verschiedenen Stellen des *Tractatus* darlegt:

1. Der allgemeinen Satzform (Vgl. T 6)
2. Einer Konvention in Bezug auf Existenz- und Allaussagen (Vgl. T 5.52)
3. Einer Konvention in Bezug auf Identitätsaussagen (Vgl. T 5.531-5.5321)

Diese Festlegungen, die im *Tractatus* zum Teil in Form von Andeutungen gemacht werden, lassen sich so rekonstruieren, dass sie sich zu einer einzigen, kohärenten und eigenständigen logischen Notation schließen.² Die so rekonstruierte Notation und ihr Verhältnis zu Wittgensteins Logik- und Philosophieverständnis zur Zeit der Arbeit am *Tractatus* sind der Gegenstand dieser Arbeit.

Im Zusammenhang mit formal-logischen Überlegungen entwickelt Wittgenstein im *Tractatus* eigene Versionen von Grundbegriffen, wie „Operation“ und „Variable“, die für die Interpretation der formalen Konventionen ausschlaggebend sind. Diese werden im zweiten Kapitel dieser Arbeit erörtert. Aufbauend darauf wird im dritten Kapitel die Einführung des N-Operators als Vorbedingung für die allgemeine Satzform, die Interpretation der allgemeinen Satzform selbst und der Ausdruck von Quantifikation und Identität in Wittgensteins Notation thematisiert. Es wird gezeigt, inwiefern sich die verschiedenen formalen Konventionen zu einem Symbolismus schließen lassen, dessen Ausdrucksstärke zu jener der üblichen Prädikatenlogik erster Stufe mit Identität äquivalent ist. Im vierten und letzten Kapitel wird die logische Notation im Kontext von Wittgensteins Logik- und Philosophieverständnis dargestellt. Es wird gezeigt, inwiefern sich die logische Notation des *Tractatus* als Ausdruck von Wittgensteins Logikverständnis und als philosophisches Mittel, im Rahmen einer bestimmten Konzeption von der Aufgabe der Philosophie, auffassen lässt.

¹ Der Titel der deutschsprachigen Originalfassung lautet „Logisch-philosophische Abhandlung“. Für die englische Übersetzung wurde der Titel „*Tractatus logico-philosophicus*“ gewählt, der sich auch im deutschsprachigen Raum durchgesetzt hat. Im Folgenden wird die Kurzform „*Tractatus*“ verwendet werden.

² Die auf die formallogischen Aspekte des *Tractatus* gerichtete Sekundärliteratur konzentrierte sich lange Zeit auf die zweite angeführte Konvention und die damit verbundene Frage, ob der von Wittgenstein angedeutete Formalismus eine adäquate Ausdrucksmöglichkeit für Quantifikation enthält. (Vgl. z.B. Hintikka 1956, Geach 1981,1982, Soames 1983, Fogelin 1982, Varga von Kibéd 1993) Die Darstellung von Wehmeier und Rogers führt die verschiedenen Konventionen erstmals zusammen. (Vgl. Rogers/Wehmeier: 2012)

Die Eigenschaften der speziellen logischen Notation des *Tractatus* und Wittgensteins Ansichten zu Logik und Philosophie zur Zeit der Arbeit am *Tractatus* werden in dieser Arbeit als sich gegenseitig erhellend und erläuternd dargestellt. Gleichzeitig lässt sich die Arbeit als Kommentar zu einem einzigen Satz des *Tractatus* auffassen: „Die Logik muß für sich selber sorgen.“ (T 5.473) Diese Aussage wird sich im Laufe der Arbeit als für Wittgensteins Entwicklung in Bezug auf Fragen der richtigen Auffassung von Logik und Philosophie und der Rolle, die dem Mittel der Notation im Rahmen dieser Auffassung zukommen kann, von großer Bedeutung erweisen.

Dass Wittgenstein im *Tractatus* tatsächlich den Versuch unternimmt, eine eigene logische Notation zu entwickeln, kann auf verschiedene Arten bezweifelt werden. Die dieser Arbeit zugrunde liegende Auffassung, dass der *Tractatus* eine logische Notation enthält, deren Beschaffenheit Aufschlüsse über die Interpretation des Textes bietet, ist nicht unumstritten. Es lässt sich einerseits fragen, ob Wittgenstein im *Tractatus* überhaupt ernstzunehmende Vorschläge zu einer formalen Notation macht, andererseits, ob sich diese zu einem einzigen, kohärenten System zusammenfügen lassen bzw. lassen sollen. Eine zweite, daran anschließende Frage ist, welchen Stellenwert diese Art der Überlegungen für den *Tractatus* hat.

Unumstritten ist, dass einige Passagen des *Tractatus* zumindest so klingen, als würde Wittgenstein dort Anstrengungen unternehmen, ein formales System zu entwerfen. Da diese Stellen aber scheinbar nebensächlich auf den ganzen Text verteilt sind, ist es möglich, ihnen einen beiläufigen Charakter zuzuschreiben. So reicht auch das Spektrum der in der Sekundärliteratur zu dieser Frage vertretenen Haltungen von keinerlei Erwähnung bis zu der Behauptung, dass es Wittgensteins eigentliches Ziel im *Tractatus* wäre, einen logischen Symbolismus zu entwerfen. (Vgl. bspw. Milkov 2003 und 2012).

Wenn man einen genaueren Blick auf jene Textpassagen wirft, in denen Wittgenstein auf Fragen formaler Notation Bezug nimmt, tun sich weitere Schwierigkeiten auf: im Zusammenhang mit formal-logischen Überlegungen finden sich Formulierungen verschiedener Art. An manchen Stellen verwendet Wittgenstein Phrasen, die an Einführungen in formale Notationen denken lassen.³ Wittgenstein verwendet dort Formulierungen wie „Ich deute ... durch ... an“ (Vgl. T 4.24, 5.501), „... schreibe ich ...“ (Vgl. T 5.2522), „... können wir durch ... darstellen“ (Vgl. T 4.31), „... nenne ich ...“ (Vgl. T 5.2521, 5.5), und „Ich schreibe also statt“ (Vgl. T 5.502, 5.531, 5.5321). An anderen spricht er etwas vager

³ Siehe auch T 4.1273, 4.24, 4.31, 4.442, 5.2521, 5.2522, 5.5, 5.501, 5.502, 5.52, 5.531, 5.532, 5.5321.

von einer „richtigen Logik“ (T 5.45), für die er Bedingungen aufstellt und verwendet in seiner Beschreibung den Konjunktiv (Vgl. T 5.46). Es ist an diesen Stellen unklar, ob Wittgenstein sich selbst im Begriff sieht, ein solches System zu entwickeln oder nur Aussagen darüber trifft, wie es am besten aussehen würde. Das stützt die Lesart, laut der Wittgenstein im *Tractatus* lediglich Forderungen an ein formales System aufstellt, ohne diese selbst einzulösen. Diese Passagen könnten weiter so gedeutet werden, als wäre die angestrebte logische Notation etwas, das Wittgenstein selbst noch nicht klar vor Augen hat und auf das er deswegen nur Hinweise geben kann, das aber von großer Bedeutung für unser Verständnis der Logik wäre.⁴ In der Sekundärliteratur wird deshalb oft von der Logik des *Tractatus* als einem unvollständigen Fragment oder von Ansätzen zu einer Logik gesprochen. (Vgl. die Darstellung in Varga von Kibéd 1993: 79)

Eine weitere Schwierigkeit ist die Einschätzung des Verhältnisses dieser Aussagen zu einer formalen Notation im *Tractatus* zu den formalen Arbeiten Bertrand Russells und Gottlob Freges. Wittgenstein macht an verschiedenen Stellen von den Notationen Russells und Freges Gebrauch, oft um durch Umformungen desselben Satzes auf einen bestimmten Aspekt aufmerksam zu machen (Vgl. T 3.333, 4.0621, 5.1311, 5.44, 5.441), oder bezieht sich affirmativ oder kritisch auf deren formale Systeme.⁵ Das lässt die Vermutung zu, dass Wittgenstein seine Vorschläge zur formalen Darstellung als Ergänzungen oder Korrekturen zu den Systemen Russells oder Freges versteht, mit denen er im Übrigen übereinstimmt.

Eine damit verbundene Frage ist, ob sich Wittgensteins Notation als „Begriffsschrift“ im Sinne Freges auffassen lässt. Wittgenstein verwendet den Ausdruck „Begriffsschrift“ im *Tractatus* an verschiedenen Stellen selbst: Er spricht einerseits von den „Begriffsschriften“ Freges und Russells (Vgl. T 3.325, 4.431), aber auch allgemein von „der Begriffsschrift“ (T 4.1272, 4.1273, 5.533) bzw. „einer richtigen Begriffsschrift“ (T 5.534). Cora Diamond definiert den Zweck einer Begriffsschrift wie folgt:

A concept script is a mode of expression of thoughts so that what it is for them to be true is clear from how they are written, and, at the same time, the logical relations of different thoughts expressed in the notation are clear in the expressions of those thoughts. (Diamond 1984: 345)

⁴ Ein Vertreter dieser Lesart ist Warren Goldfarb. Laut Goldfarb hat Wittgenstein die „erlösende“ Notation selbst nicht, der Text des *Tractatus* wäre aber als Hinweis zu verstehen wie eine solche auszusehen hätte: „So then, for Wittgenstein, we might say that his very detailed remarks serve as an urging to adopt *his* logical sign-system, a Wittgensteinian begriffsschrift. The details of the nonsense are in lieu of actually giving us that sign-language.“ (Goldfarb 1997: 71f)

⁵ Lob vgl. bspw. T 4.0411, 4.1272; Kritik an vielen Stellen.

Folgt man Diamonds Definition lässt sich auch Wittgensteins Notation als Begriffsschrift bezeichnen. Es lassen sich aber auch Unterschiede zwischen der Notation des *Tractatus* und einer Begriffsschrift im Sinne Freges finden. Einige dieser Unterschiede werden in Kapitel 4.2.3. erläutert.

In dieser Arbeit wird das formale System, das sich aus Wittgensteins Aussagen im *Tractatus* rekonstruieren lässt, durchgehend als die „logische Notation“ des *Tractatus* bezeichnet. Wittgenstein selbst spricht im *Tractatus* an einigen Stellen von „Notation“ (Vgl. z.B. T 6.122, 6.1223), verwendet aber in ähnlichen Zusammenhängen auch den allgemeineren Begriff der „Zeichensprache“ (Vgl. T 3.325, 4.1213). In jenem Teil der Sekundärliteratur, der überhaupt auf die formal-logischen Fragmente innerhalb des *Tractatus* Bezug nimmt, werden verschiedene Begriffe verwendet um diese zu bezeichnen. Es finden sich sowohl „Logik“ und „System“ als auch „Notation“, „Begriffsschrift“ und „logischer Symbolismus“. Insbesondere jene Autoren, die sich mit einer Rekonstruktion Wittgensteins formallogischer Hinweise befassen, sprechen oft von einem „System“ oder „der Logik des *Tractatus*“.⁶ Was dafür spricht, eher von einem System als nur von einer Notation zu sprechen ist, dass Wittgenstein nicht nur auf der Zeichenebene Änderungen vorschlägt, sondern auch in Bezug darauf, wie mit diesen umgegangen werden soll. Gegen diese Wortwahl spricht, dass Wittgenstein nicht eine Logik unter vielen und auch nicht „die richtige“ Logik, in einem Sinn, der mehrere mögliche Logiken zulässt, entwickeln will. Wie im Laufe der Arbeit, besonders in Kapitel 4.1.4., deutlich werden wird, ist die Logik für Wittgenstein im *Tractatus* die Grundlage jeder möglichen Repräsentation. Da für Wittgenstein nur Sätze, die die Wirklichkeit auf eine bestimmte Weise darstellen, Sinn haben, wird die Logik damit zur Bedingung jedes Satzsinnes. Weil die Logik die Grundlage jedes sinnvollen Sprechens ist, brauchen wir keine Logik zu konstruieren. Wir können aber eine Ausdrucksweise finden, die die logischen Zusammenhänge der Sprache besonders klar hervortreten lässt. Der in der Arbeit verwendete Begriff der „logischen Notation“ setzt demnach eine bestimmte Interpretation von Wittgensteins Logikverständnis bereits voraus.

Mit dem *Tractatus* sind einige Besonderheiten verbunden, die jede Auseinandersetzung mit dem Text auf die eine oder andere Art berücksichtigen muss. Eine davon ist der besondere Aufbau: Der *Tractatus* besteht aus 7 nummerierten Sätzen (1, 2, 3,...7), denen jeweils mehr oder weniger viele nummerierte Untersätze (1.1, 1.2, 1.3,...) zugeordnet sind, die diese erläutern. Diese Untersätze können wiederum eigene erläuternde Untersätze (1.11, 1.12,

⁶ Vgl. z.B. Varga von Kibéd's Formulierung, „the logic of the *Tractatus*“ (Varga von Kibéd 1993: 79) oder den Titel von Wehmeier und Rogers Aufsatz: „Tractarian First Order Logic“ (Vgl. Rogers/Wehmeier 2012).

1.13,...) haben usw. Diese Schachtelung der Sätze erreicht bis zu fünf Ebenen. Die Ebene ist durch die Dezimalnotation jeweils ersichtlich. Wittgenstein schreibt über die Dezimalnotation in der Fußnote zur ersten Dezimale:

Die Dezimalzahlen als Nummern der einzelnen Sätze deuten das logische Gewicht der Sätze an, den Nachdruck, der auf ihnen in meiner Darstellung liegt. Die Sätze n.1, n.2, n.3, etc. sind Bemerkungen zum Satze No. n; die Sätze n.m1, n.m2, etc. Bemerkungen zum Satze No. n.m; und so weiter. (T S. 11)

Die Sätze und Untersätze des *Tractatus* können jeweils aus einem oder mehreren Sätzen bestehen. Alles, was neben einer Nummer steht, wird in dieser Arbeit ein „Satz“ genannt, auch wenn es mehrere Sätze umfasst. Die 7 Sätze des *Tractatus* werden „Hauptsätze“ genannt, der Nachfolger eines Satzes wird „Untersatz“ in Bezug auf den Vorgänger genannt, der Vorgänger auch dessen „Obersatz“. Der *Tractatus* lässt sich aufgrund seiner speziellen Struktur auf mindestens zwei Arten lesen: „linear“, indem man jeden Satz auf den im Druck vorangegangenen folgen lässt (1, 1.1, 1.11,...) und „hierarchisch“ im Sinne einer „Baumstruktur“, indem man jeden Satz auf den ihm auf derselben Ebene vorangegangenen folgen lässt (1, 2,...7, 1.1, 1.2,..., 1.11, 1.12,...). Die Einschätzung der Bedeutung der Dezimalnotation in der Sekundärliteratur reicht von der Bezeichnung als bloßes „Ornament“, bis zu der Behauptung, dass der *Tractatus* nur unter der Berücksichtigung dieser speziellen Form verstanden werden kann. Letztere erreichte durch die Veröffentlichung des Bandes *The Tractatus According to Its Own Form* durch Luciano Bazzocchi im Jahr 2014 einen Höhepunkt.⁷ In dieser Arbeit wird auf die hierarchische Abfolge der betreffenden Sätze hingewiesen, wann immer dies dem Verständnis einer Passage dienlich erscheint.

Eine weitere Besonderheit der Auseinandersetzung mit dem *Tractatus* ist, dass oft auf andere frühe Schriften Wittgensteins eingegangen wird. Zu diesen zählen neben den *Tagebüchern* vor allem die verschiedenen Versionen der *Aufzeichnungen über Logik* sowie die *Aufzeichnungen, die G.E. Moore in Norwegen nach Diktat niedergeschrieben hat* und ein als „Prototractatus“ bezeichnetes Manuskript, aber auch verschiedene Briefwechsel Wittgensteins aus dieser Zeit. Darüber hinaus werden oft auch Texte jener Autoren, die den *Tractatus* besonders beeinflusst haben sollen, mit einbezogen. Neben den Arbeiten von Russell und

⁷ In diesem Buch ist jeder Satz des *Tractatus*, der Untersätze hat, zusammen mit diesen auf einer eigenen Seite abgedruckt. (Dadurch ergeben sich Wiederholungen.) Hervorhebung der Nummer eines Satzes weist darauf hin, dass es zu diesem noch weitere Untersätze gibt. Auf diese Weise kann der *Tractatus*, Bazzocchis Meinung nach, so gelesen werden, wie von Wittgenstein intendiert. Er beruft sich in dieser Einschätzung auf den Aufbau des „Prototractatus“, der zeigt, dass Wittgenstein die Sätze in dieser Reihenfolge zum Manuskript hinzugefügt hat und einen Briefwechsel mit Von Ficker, in dem Wittgenstein die Bedeutung der Dezimalnotation betont. (Vgl. Bazzocchi 2014: II)

Frege, deren Einfluss auf den *Tractatus* aufgrund zahlreicher Bezugnahmen unübersehbar ist, werden oft Schopenhauer, Dostojewski, Tolstoi und Hertz genannt. Obwohl den *Tagebüchern* in dieser Arbeit eine besondere Rolle eingeräumt wird – Wittgensteins Auffassung der Philosophie wird in Kapitel 4.2.1. vor über die Tagebucheinträge rekonstruiert – kann auf diese Quellen nur fallweise und nicht an jedem Punkt systematisch Bezug genommen werden. Die an vielen Stellen unerlässliche Darstellung der Positionen Russells und Freges wird in dieser Arbeit hauptsächlich aus Sekundärliteratur zum *Tractatus* entnommen.

Eine weitere Herausforderung in der Auseinandersetzung mit dem *Tractatus* ist die schier unüberblickbare Menge an Sekundärliteratur, die mit dem Erscheinen von Cora Diamonds Artikel „Throwing Away the Ladder“ im Jahr 1988 einen neuerlichen Produktivitätsaufschwung erfuhr. Diamond begründete in diesem Artikel eine Lesart des *Tractatus*, die sich „Resolute Reading“ nennt und grenzt diese gegenüber der ihrer Meinung nach vorherrschenden „metaphysischen“ Lesart des *Tractatus* ab, die dadurch schärfere Konturen erhält. Laut der „metaphysischen“ Lesart enthält der *Tractatus* Erkenntnisse über die Beschaffenheit der letzten Bestandteile der Welt, die sich zwar nicht in Sätzen ausdrücken lassen, aber sich in den sprachlichen Formen der Weltbeschreibung zeigen. Der zentrale Satz des *Tractatus* im Sinne des „Resolute Reading“ ist Satz 6.54, in dem Wittgenstein seine eigenen Sätze als Unsinn bezeichnet und den Leser dazu auffordert, diese wie eine Leiter wegzuwerfen, „nachdem er auf ihr hinaufgestiegen ist“. (T 6.54) Diamond kritisiert die „metaphysische“ Lesart als „irresolut“, da sie die Sätze des *Tractatus* einerseits als Unsinn verwirft, andererseits aber Erkenntnisse über die Beschaffenheit der Wirklichkeit aus ihnen ziehen will. Sie bezeichnet diese Vorgehensweise als „chickening out“: „To chicken out is to pretend to throw away the ladder while standing firmly, or as firmly as one can, on it.“ (Diamond 1988: 20)

Neben diesen beiden Lesarten entwickelte sich – laut Vertreterinnen und Vertretern dieses dritten Weges nicht erst im Zuge der „Tractatus wars“ zwischen „resoluter“ und „metaphysischer“ Lesart sondern schon seit dem Erscheinen des *Tractatus* – eine „anti-metaphysische“ Lesart, die mit dem „Resolute Reading“ die Auffassung teilt, dass der *Tractatus* keine Metaphysik enthält. Marie McGinn zählt neben sich selbst Rush Rhees, Peter Winch, Hide Ishiguro, und Brian McGuinness zu den Vertreterinnen und Vertretern dieser Strömung. (Vgl. McGinn 2006: 4) Der Unterschied zum „Resolute Reading“ besteht zumindest aus der „anti-metaphysischen“ Perspektive McGinns darin, dass in einer „anti-metaphysischen“ Interpretation die Sätze des *Tractatus* nicht lediglich als sich selbst

enttarnender Unsinn aufgefasst werden. Laut dieser Lesart enthält der *Tractatus* positive philosophische Einsichten, wenn auch keine die die Metaphysik betreffen.

[W]hile Rhees, Winch, Ishiguro, and McGuinness allow that Wittgenstein sets out to achieve positive insights into how our language functions, Diamond and Conant want to see Wittgenstein's aims as purely therapeutic, and to deny that Wittgenstein undertakes any positive philosophical task. (McGinn 2006: 6)

Mit diesen unterschiedlichen Strömungen der *Tractatus* Interpretation⁸ gehen unterschiedliche Auffassungen von der philosophischen Entwicklung Wittgensteins vom *Tractatus* zu den *Philosophischen Untersuchungen* einher, womit eine weitere Schwierigkeit in Bezug auf die Auseinandersetzung mit dem *Tractatus* angesprochen ist: die Frage nach dem Verhältnis der Philosophie des *Tractatus* zu Wittgensteins Spätwerk. Auf diese wird im letzten Kapitel dieser Arbeit, in Abschnitt 4.2.4., eingegangen.

⁸ Die hier skizzierte Dreiteilung ist nur eine mögliche Einteilung der *Tractatus* Interpretationen und folgt weitestgehend der Darstellung Marie McGinns.

2. Logische Grundbegriffe

Drei formal-logische Begriffe kommen im Text des *Tractatus* immer wieder vor: „Funktion“, „Variable“ und „Operation“. Diese Begriffe sind nicht direkt Teil der logischen Notation des *Tractatus*. Mit der Entwicklung dieser logischen Grundbegriffe geht Wittgenstein über bloße Fragen der Notation hinaus. Sie bilden allerdings den Hintergrund, auf dem Wittgensteins Symbolismus erst eingeführt werden kann und leiten die Interpretation der Konventionen an. Um beispielsweise die allgemeine Satzform lesen zu können, benötigt man unmittelbar den Begriff der Variablen und der Operation. Wittgenstein verwendet alle drei Grundbegriffe in einer spezifischen Bedeutung. Allerdings ist die Aufmerksamkeit beim Definieren der Begriffe sehr ungleich verteilt: Während Wittgenstein einige Sätze dazu verwendet seinen Begriff der Variable und seinen Begriff der Operation explizit zu machen und zu erläutern, setzt er seinen ebenso spezifischen Begriff der Funktion einfach stillschweigend voraus.

Zwei Konzepte, die sowohl systematisch als auch auf der Ebene des Textes untrennbar mit den Begriffen „Operation“ und „Variable“ zusammenhängen sind Wittgensteins Konzept eines „formalen Begriffs“ und einer „internen Relation“. Für diese Begriffe finden sich keine Entsprechungen in anderen formalen Systemen. Sie hängen mit Wittgensteins spezifischer Auffassung von Logik zusammen und werden in dieser Darstellung zu den logischen Grundbegriffen gezählt. Wittgenstein verwendet im *Tractatus* auch einen Begriff der „Wahrheitsfunktion“ bzw. „Wahrheitsoperation“, die in einem komplexen Verhältnis zu den Begriffen „Funktion“ und „Operation“ stehen und ebenfalls zu den logischen Grundbegriffen gezählt werden.

Durch den starken inneren Zusammenhang der Sätze des *Tractatus* verweist die Auseinandersetzung mit einem der Grundbegriffe nicht nur auf die jeweils anderen, sondern auch auf andere Aspekte des Textes, die teilweise nur indirekt mit der logischen Notation zusammenhängen. Die logischen Grundbegriffe – „Funktion“, „Variable“, „formaler Begriff“, „interne Relation“ und „Operation“ – hängen auf vielschichtige Weise eng miteinander zusammen und sollen in diesem Kapitel in Beziehung zueinander und zu wichtigen Themen des *Tractatus* dargestellt werden.

Ein Begriff der im Hintergrund all dieser Begriffe eine Rolle spielt, ist der Begriff der „Form“. Er zieht sich durch den gesamten Text des *Tractatus* und kommt dort auf mindestens zwei einschlägige Weisen vor: Einerseits spricht Wittgenstein von verschiedenen logischen Formen von Sätzen – dieser Aspekt ist im Zusammenhang mit der logischen Notation

besonders bedeutend – andererseits existiert im *Tractatus* ein Begriff „der logischen Form“ als Grenzbegriff aller Formen. Die logische Form in diesem abstrakteren Sinn ist für Wittgenstein das, was jeder Repräsentation zugrundeliegt. Diese Überlegung geht von Wittgensteins Verständnis der Abbildung aus. Wittgenstein unterscheidet verschiedene Formen, z.B. Raum, Zeit und Farbe (Vgl. T 2.0251), durch die ein Bild die Wirklichkeit darstellen kann.

Das Bild kann jede Wirklichkeit abbilden, deren Form es hat.

Das räumliche Bild alles Räumliche, das farbige alles Farbige, etc. (T 2.171)

Die allgemeinste Form, die jedes Bild mit der Wirklichkeit gemeinsam haben muss um überhaupt etwas darstellen zu können, nennt er die „logische Form“. Jedes Bild ist auch ein logisches.

Was jedes Bild, welcher Form immer, mit der Wirklichkeit gemein haben muss, um sie überhaupt – richtig oder falsch – abbilden zu können, ist die logische Form, das ist, die Form der Wirklichkeit.

Ist die Form der Abbildung die logische Form, so heißt das Bild das logische Bild.

Jedes Bild ist auch ein logisches. (Dagegen ist z. B. nicht jedes Bild ein räumliches.) (T 2.18-2.182)

Die logischen Grundbegriffe haben in erster Linie mit den konkreten logischen Formen von Sätzen zu tun, allerdings taucht auch der abstraktere Begriff der logischen Form als Bedingung der Möglichkeit von Repräsentation an verschiedenen Stellen auf.

Die Grundbegriffe „Variable“, „formaler Begriff“ und „interne Relation“ bzw. „Operation“ sind jeweils in den Untersätzen der Hauptsätze 3, 4 und 5 entwickelt. Da bei der Abfolge der Sätze des *Tractatus* äußerst wenig dem Zufall überlassen bleibt, folgt der Aufbau dieses Kapitels der Reihenfolge im Text. Der Begriff der Funktion wird mangels einer expliziten Einführung im Text gesondert behandelt.

2.1. Funktion

Unter den logischen Grundbegriffen des *Tractatus* ist der Funktionsbegriff der am wenigsten genau ausgearbeitete. Wittgenstein führt den Begriff nicht explizit ein, sondern verwendet ihn auf selbstverständliche Weise, allerdings in einer speziellen Bedeutung. In dieser Hinsicht unterscheidet sich der Begriff der „Funktion“ stark von den logischen Grundbegriffen

„Variable“ und „Operation“, von denen Wittgenstein jeweils eigenständige Versionen entwickelt. Da diese Einführungen teilweise auf den vorausgesetzten Funktionsbegriff aufbauen, wird dieser in der vorliegenden Darstellung vorgezogen.

2.1.1. Funktionen sind Satzfunktionen

Ohne es explizit zu machen, geht Wittgenstein im *Tractatus* von einem spezifischen Begriff der Funktion aus: Wittgenstein spricht im *Tractatus* ausschließlich von „Satzfunktionen“, deren Argumente Namen und deren Werte Sätze sind. Roger White weist in seiner einführenden Darstellung des *Tractatus* darauf hin, dass man diese besondere Bedeutung von „Funktion“ im Hinterkopf behalten muss, um überhaupt verstehen zu können was Wittgenstein meint, wenn er „Funktion“ verwendet. Denn die Funktionen, an die man zuerst denken würde, einfache Funktionen der Mathematik, sind in Wittgensteins Verständnis keine Funktionen. (Vgl. White 2006: 87)

Die Funktion $f(x) = x+1$ ist zum Beispiel keine Funktion in Wittgensteins Sinn. Sowohl ihr Argument als auch ihr Wert stammen aus dem Bereich der Zahlen. Es ist ein wichtiger Punkt in Bezug auf Wittgensteins Funktionsbegriff, dass die Menge der möglichen Argumente von der Menge der möglichen Werte unterschieden ist: während die Werte nur Sätze sein können, können die Argumente nur sprachliche Ausdrücke sein, die selbst keine ganzen Sätze, sondern nur Teile von Sätzen sind. Eine wiederholte Anwendung der selben Funktion auf ihr Ergebnis ist daher nicht möglich. In Satz 5.251 schreibt Wittgenstein in Zusammenhang mit seiner Diskussion des Operationsbegriffs ausdrücklich: „Eine Funktion kann nicht ihr eigenes Argument sein, [...]“ (T 5.251)

Ein Beispiel für eine Funktion in Wittgensteins Sinn wäre der Ausdruck „x ist ein Mensch“: Während für x nur Namen eingesetzt werden können, kann der Wert nur ein Satz sein. Im Fall der Funktion $f(x) = x+1$ besteht die Möglichkeit, die Funktion erneut auf das Ergebnis der ersten Anwendung auf ein Argument anzuwenden. Zum Beispiel kann die Funktion zunächst auf 1 angewendet werden, $f(1) = 2$, und dann auf das Ergebnis, $f(2)=3$, usw. Diese Möglichkeit besteht im Fall von Wittgensteins Funktionsbegriff nicht. „Sokrates ist ein Mensch“ kann nicht in die Argumentstelle von „x ist ein Mensch“ eingefügt werden.⁹

⁹ Das ist auch die Einsicht, die Wittgensteins rätselhafter Zurückweisung des Russell Paradox in Satz 3.333 zugrunde liegt. (Vgl. T 3.333)

2.1.2. Die Auffassung von Sätzen als Funktionen

Der implizit vorausgesetzte Begriff von Funktionen als Satzfunktionen findet im *Tractatus* an verschiedenen Stellen Anwendung. Eine davon ist, einen Satz als Funktion der in ihm enthaltenen Ausdrücke aufzufassen. Wittgenstein schreibt:

Den Satz fasse ich – wie Frege und Russell – als Funktion der in ihm enthaltenen Ausdrücke auf. (T 3.318)

In Satz 4.24 macht Wittgenstein Gebrauch davon, Sätze als Funktionen darzustellen. Er schreibt:

Die Namen sind die einfachen Symbole, ich deute sie durch einzelne Buchstaben („x“, „y“, „z“) an.

Den Elementarsatz schreibe ich als Funktion der Namen in der Form: „fx“, „ $\phi(x, y)$ “, etc.

Oder ich deute ihn durch die Buchstaben p, q, r an. (T 4.24)

Während Wittgenstein in Satz 3.318 allgemein vom Satz spricht, bezieht er sich in Satz 4.24 explizit auf den „Elementarsatz“. Diese Unterscheidung spielt im *Tractatus* eine wichtige Rolle. Wittgenstein führt den Begriff des Elementarsatzes über den Begriff des Namens ein. Ein „Name“ (auch: „einfaches Zeichen“) ist im *Tractatus* ein Ausdruck, der in einem vollständig analysierten Satz für einen Gegenstand steht. In einem vollständig analysierten Satz entspricht jedes Element im Satzzeichen einem Gegenstand des Gedankens. (Vgl. T 3.2-3202)¹⁰ Ein Elementarsatz ist ein Satz, in dem jeder Ausdruck ein Name ist und damit direkt einem Gegenstand entspricht. (Vgl. T 4.22) Wittgenstein bezeichnet den Elementarsatz auch als den „vollständig analysierten Satz“ (Vgl. T 3.201). Er geht im *Tractatus* davon aus, dass sich jeder Satz so lange analysieren lasse, bis man zu einer Menge an Elementarsätzen in logischer Verknüpfung gelangt, obwohl er diese Analyse selbst nicht leisten kann.¹¹

Die Möglichkeit der Darstellung des Satzes als Funktion ist unabhängig davon, ob es sich um einen vollständig analysierten Satz handelt oder nicht. Da Wittgenstein die Analyse in Elementarsätze als in allen Zeichensprachen jederzeit möglich erachtet und die so analysierten Sätze für ihn keine Verbesserung zu den ursprünglichen darstellen, sondern nur deutlich machen was diese schon längst leisten, sind die Ausführungen zu den logischen

¹⁰ Ein möglicher Gegenbegriff zum Begriff „Elementarsatz“ wäre der Ausdruck „molekularer Satz“. Dieser wird aber nicht von Wittgenstein selbst verwendet, sondern entstammt Russells Einleitung zum *Tractatus*. (Vgl. Russell 1922: 11) Wittgenstein spricht von „Wahrheitsfunktionen von Elementarsätzen“. (Vgl. z.B. T 5)

¹¹ So geht er beispielsweise davon aus, dass sich Aussagen über Komplexe in eine Beschreibung dieser Komplexe und Aussagen über deren Bestandteile analysieren lassen würden. (Vgl. T 2.0201)

Grundbegriffen überhaupt unabhängig von der Frage, ob es sich um analysierte oder nicht analysierte Sätze handelt.

2.1.3. Die Auffassung von Begriffen als Funktionen

Eine weitere Anwendung des Funktionsbegriffs ist, dass Begriffe durch Funktionen dargestellt werden können. In Satz 4.126 impliziert Wittgenstein, dass Begriffe wie z.B. „x ist ein Mensch“ durch Funktionen dargestellt werden können, wenn er schreibt:

Die formalen Begriffe können ja nicht, wie die eigentlichen Begriffe, durch eine Funktion dargestellt werden.

Denn ihre Merkmale, die formalen Eigenschaften, werden nicht durch Funktionen ausgedrückt. (T 4.126)

Wittgensteins Augenmerk liegt an dieser Stelle darauf, dass „formale Begriffe“ *nicht* durch Funktionen dargestellt werden können, durch den Gegensatz zu „eigentlichen“ Begriffen impliziert er aber, dass diese durch Funktionen dargestellt werden können. Begriffe können durch Funktionen dargestellt werden, da die Werte einer Funktion Sätze sind, die alle denselben Begriff enthalten.

2.1.4. Wahrheitsfunktionen

Wittgenstein entwickelt im *Tractatus* auch einen Begriff der „Wahrheitsfunktion“, der aber vom Funktionsbegriff unterschieden ist und im Zusammenhang mit dem Operationsbegriff, insbesondere dem Begriff der „Wahrheitsoperation“, erläutert werden wird. Wichtig ist zunächst nur, dass Wahrheitsfunktionen keine Funktionen sind. Wittgenstein schreibt ausdrücklich:

Die Wahrheitsfunktionen sind keine materiellen Funktionen. (T 5.44)

Wittgenstein macht im Rahmen der logischen Notation des *Tractatus* in verschiedener Weise von der Möglichkeit der Funktionsdarstellung Gebrauch. Funktionen werden zum Beispiel dazu eingesetzt, die Werte von Variablen zu spezifizieren. Diese Möglichkeit ist entscheidend für die Darstellung von Existenz- und Allaussagen in der logischen Notation des *Tractatus*. (Vgl. Kapitel 3.3)

2.2. Variable

Der Variablenbegriff stellt im Text des *Tractatus* einen Punkt dar, an dem viele Überlegungen, die für die logische Notation des *Tractatus* von Bedeutung sind, zusammenlaufen. Die „allgemeine Form des Satzes“ ist eine Variable, „formale Begriffe“ werden durch Variablen ausgedrückt, Operationen lassen sich durch Variablen darstellen usw. Wittgensteins Variablenbegriff unterscheidet sich dabei entscheidend vom gängigen Verständnis einer Variablen.

Obwohl der Begriff der Variablen an vielen Stellen des *Tractatus* eine Rolle spielt, lässt sich die Stelle, an der der Begriff erstmals eingeführt wird, klar isolieren: Der Begriff der Variablen wird zunächst in den Sätzen 3.312 und 3.313 definiert und in dem darauffolgenden Abschnitt der Sätze 3.314-3.317 näher erläutert. Danach schließt Satz 5.501 an diesen Absatz an und fügt weitere Details hinzu.

Der Ausdruck „Variable“ kommt im *Tractatus* zum ersten Mal in Satz 3.313 vor. In der Struktur des *Tractatus* steht dieser Satz als Untersatz der vierten Ebene unter dem 3. Hauptsatz. Die Entwicklung des Variablenbegriffs steht demnach im Zusammenhang mit Ausführungen zum „Gedanken“, der in Satz 3 als ein Bild definiert wird, dessen Form der Abbildung „die logische Form“ ist.

Das logische Bild der Tatsachen ist der Gedanke. (T 3)

In Satz 3.1 folgt eine Überleitung zum Thema des Satzes als sinnlicher Ausdruck des Gedankens.

Im Satz drückt sich der Gedanke sinnlich wahrnehmbar aus. (T 3.1)

In den folgenden Sätzen legt Wittgenstein einige seiner Ansichten zum Satz dar. Diese bilden nicht nur in der Abfolge der Sätze den Hintergrund für die Einführung des Variablenbegriffs, sondern sind für diesen auch inhaltlich relevant.

Wittgenstein entwickelt seinen Begriff der Variablen ausgehend vom sinnvollen Satz als grundlegender Einheit. Der Variablenbegriff wird über den Begriff des „Ausdrucks“ eingeführt, der ebenfalls einen starken Rückbezug zur Ebene des Satzes als grundlegend aufweist. Von diesem speziellen Ansatz nehmen viele wichtige Unterschiede zwischen Wittgensteins Variablenbegriff und dem heute gebräuchlichen ihren Ausgang.

2.2.1. Der Satz als grundlegende Einheit

Die Frage nach dem Satz spielt im *Tractatus* nicht nur in Bezug auf den Variablenbegriff eine tragende Rolle; es lässt sich argumentieren, dass sie überhaupt *die* wesentliche Frage des Textes ist. In *Elucidating the Tractatus* arbeitet Marie McGinn heraus, dass es Wittgenstein im *Tractatus* um die Bewältigung dessen geht, was er als ein einziges großes Problem der Philosophie sieht. Sie plädiert für die Auffassung, dass dieses eine umfassende Problem für Wittgenstein die Frage nach dem Wesen des Satzes ist. (Vgl McGinn 2006: 15) Zu diesem Schluss gelangt sie über ein Zitat aus den *Tagebüchern*, in dem Wittgenstein feststellt: „Meine *ganze* Aufgabe besteht darin, das Wesen des Satzes zu erklären.“ (TB 22.1.1915, S. 129)¹² Ein ähnlicher Hinweis auf den hohen Stellenwert des Themas findet sich bei Michael Potter, der in *Wittgenstein's Notes on Logic* davon berichtet, dass Wittgenstein im Jahr 1915 an einem Buch arbeitete, das er „Der Satz“ nennen wollte. (Vgl Potter 2009: 49)

Ein wichtiges Unterscheidungsmerkmal zwischen Wittgensteins Entwicklung des Variablenbegriffs und einer heute üblichen Darstellung ist, dass er vom Satz als in gewisser Weise unhintergebar Einheit ausgeht. Variablen werden oft nach dem „Baukastenprinzip“ als Bestandteile des Alphabets einer formalen Sprache eingeführt. Anschließend werden Regeln der Wohlgeformtheit angegeben, nach denen über diesem Alphabet Sätze gebildet werden dürfen. Wittgensteins Vorgehen verhält sich zu diesem klassischen Aufbau diametral entgegengesetzt: der ganze, sinnvolle Satz ist der Ausgangspunkt, von dem her ein Begriff der Variablen entwickelt wird.

Den Ausführungen zum Satz geht eine wichtige Unterscheidung zwischen dem Satz selbst und dem „Satzzeichen“ voraus, die Wittgenstein in den Sätzen 3.11-3.12 einführt. Wittgenstein definiert in diesem Zusammenhang den Satz als „das Satzzeichen in seiner projektiven Beziehung zur Welt“ (T 3.12). Der „Satz“ ist also für Wittgenstein mehr als der sinnlich wahrnehmbare Ausdruck, den er findet. Er kann mit dem Satzzeichen in seinem sinnvollen Gebrauch identifiziert werden. In den weiteren Untersätzen des Satzes 3.1 lassen sich einige wichtige Hinweise finden, die für Wittgensteins Satzverständnis und dessen Auswirkungen auf seinen Variablenbegriff von Bedeutung sind.

Als Konsequenz daraus, dass der Satz für Wittgenstein den Ausgangspunkt als unhintergebare und grundlegende Einheit darstellt, ist nur der Satz alleine selbstständig. Die Teilausdrücke des Satzes sind es nicht. Wörter sind für Wittgenstein im *Tractatus* wesentlich

¹² Wobei die Frage nach dem Wesen des Satzes im *Tractatus* mit der Frage nach der allgemeinen Satzform gleichgesetzt wird. (Vgl. T 5.471)

Bestandteile von Sätzen. Bereits in Satz 2.0122 schreibt er in Klammern: „Es ist unmöglich, daß Worte in zwei verschiedenen Weisen auftreten, allein und im Satz.“ (T 2.0122). Zentral ist in diesem Zusammenhang Wittgensteins Formulierung des Fregeschen Kontextprinzips im 3. Untersatz des 3. Hauptsatzes:

Nur der Satz hat Sinn; nur im Zusammenhang des Satzes hat ein Name Bedeutung. (T 3.3)

Kein Ausdruck, der selbst kein Satz ist, hat laut Wittgensteins Formulierung des Kontextprinzips Sinn. Teilausdrücke des Satzes können erst vom ganzen sinnvollen Satz her verstanden werden. Diese Festlegung bildet einen wichtigen Hintergrund für die Einführung des Variablenbegriffs.

Peter Sullivan geht in seinem Aufsatz „Wittgenstein’s Context Principle“ auf Unterschiede zwischen Freges ursprünglicher Formulierung dieses Prinzips und Wittgensteins Version davon ein. Laut Sullivan besteht ein offensichtlicher Unterschied darin, dass die Einführung des Kontextprinzips bei Frege in einem spezifischen Kontext steht: einer Untersuchung der Zahlen. (Vgl. Sullivan 2001: 67ff) Freges ursprüngliche Formulierung des Kontextprinzips in den *Grundlagen der Arithmetik* lautet:

Wie soll uns denn eine Zahl gegeben sein, wenn wir keine Vorstellung oder Anschauung von ihr haben können? Nur im Zusammenhange eines Satzes bedeuten die Wörter etwas. Es wird also darauf ankommen, den Sinn eines Satzes zu erklären, in dem ein Zahlwort vorkommt. (Frege 1884: 73)

Obwohl Frege das Kontextprinzip ebenfalls allgemein formuliert, hat es in diesem Kontext die Funktion, die Frage nach dem Wesen der Zahlen in die Frage nach dem Sinn von Sätzen, in denen Zahlwörter vorkommen, zu verkehren um den Gefahren des Psychologismus zu entgehen. Wittgenstein geht zwar auf die Frage der Zahlen im *Tractatus* selbst kurz ein, geht mit dieser aber ganz anders um.¹³ Das Kontextprinzip ist bei ihm ein allgemeines Prinzip der Sprache. Anders als bei Frege geht es nicht darum einen bestimmten Bereich des Sprachgebrauchs zu erschließen (Sätze über Zahlen), sondern alle Sätze gleichermaßen.

Roger White hebt im Gegenzug eine Gemeinsamkeit zwischen Wittgensteins und Freges Zugang hervor: „Both Frege and Wittgenstein apply this principle not only to the meaning of a word in a broad sense, but specifically to the question: ‘What does it mean for a name to refer to something?’“ (White 2006: 63)

¹³ Laut Sullivan weist er die Frage nach ihrem Wesen zurück. (Vgl. Sullivan 2001: 67)

Wittgenstein verwendet in seiner Formulierung des Kontextprinzips die Worte „Sinn“ und „Bedeutung“ in einer an Frege angelehnten Weise. Er verwendet „Bedeutung“ in dem von Frege geprägten Sinn, der heute oft mit „Referenz“ wiedergegeben wird.

Der Name bedeutet den Gegenstand. Der Gegenstand ist seine Bedeutung. („A“ ist dasselbe Zeichen wie „A“.) (T 3.203)

Dass im *Tractatus* nur Sätze Sinn und nur Namen Bedeutung haben (bzw. Sätze *nur* Sinn und Namen *nur* Bedeutung) stellt hingegen eine klare Abgrenzung zu Frege dar.

2.2.2. Die Einführung des Variablenbegriffs über den Begriff „Ausdruck“

Der Begriff „Ausdruck“ wird als Erläuterung zu 3.3 in Satz 3.31 eingeführt. Er hängt mit dem Kontextprinzip zusammen: Weil nur der Satz Sinn hat kann der Ausdruck nur vom ganzen Satz her entwickelt werden. Wittgenstein macht das Kontextprinzip auch für den Ausdruck geltend:

Der Ausdruck hat nur im Satz Bedeutung. (T 3.314)

Satz 3.31 ist ein direkter Obersatz der Sätze 3.311-3.317, in denen der Variablenbegriff eingeführt wird. Der Begriff des Ausdrucks geht dem Variablenbegriff sowohl systematisch als auch auf der Ebene des Textes direkt voraus und verbindet ihn mit dem Kontextprinzip. Er ist Teil einer begrifflichen Unterscheidung. Wittgenstein unterscheidet im *Tractatus* zwischen „Zeichen“ und „Symbol“ bzw. „Ausdruck“.

Jeden Teil des Satzes, der seinen Sinn charakterisiert, nenne ich einen Ausdruck (ein Symbol).
(Der Satz selbst ist ein Ausdruck.)

Ausdruck ist alles, für den Sinn des Satzes wesentliche, was Sätze miteinander gemein haben können.

Der Ausdruck kennzeichnet eine Form und einen Inhalt. (T 3.31)

Der Begriff des Ausdrucks ist vom sinnvollen Satz, nicht bloß vom Satzzeichen aus, entwickelt und wird vom Zeichen unterschieden. Der Begriff des Zeichens wird im nächsten Satz derselben Ebene erläutert:

Das Zeichen ist das sinnlich Wahrnehmbare am Symbol. (T 3.32)

In einem Untersatz von diesem Satz schreibt Wittgenstein:

Um das Symbol am Zeichen zu erkennen, muss man auf den sinnvollen Gebrauch achten. (T 3.326)

Die Unterscheidung Zeichen – Symbol/Ausdruck verläuft auf sub-Satz Ebene parallel zu der Unterscheidung zwischen Satzzeichen und Satz auf Satz-Ebene: Auf beiden Ebenen lässt sich ein Zeichen als bloßes materielles Artefakt (Zeichen, Satzzeichen) vom sinnvollen Zeichen in seiner Verwendung (Symbol/Ausdruck, Satz) unterscheiden.

Obwohl in Satz 3.31 zunächst sowohl Satz als auch Sinn-relevante Satzteile als „Ausdruck“ bezeichnet werden, bleibt der Unterschied zwischen einem Satz und einer sprachlichen Einheit auf sub-Satz Ebene entscheidend. Wichtig für die Anbahnung des Variablenbegriffs ist der Hinweis, dass all das ein Ausdruck ist, was Sätze miteinander gemein haben können. Als Kommentar zu 3.31 schreibt Wittgenstein:

Der Ausdruck setzt die Formen aller Sätze voraus in welchen er vorkommen kann. Er ist das gemeinsame charakteristische Merkmal einer Klasse von Sätzen. (T 3.311)¹⁴

Wittgenstein reformuliert in 3.311 die Aussage aus 3.31, dass Ausdrücke das sind, was Sätze miteinander gemein haben können. Da der Ausdruck vom Satz her gedacht nichts weiter ist als eine Gemeinsamkeit einer Klasse von Sätzen, setzt der Ausdruck diese Sätze voraus. Der nächste Kommentar zu 3.31, Satz 3.312, bereitet die Einführung des Variablenbegriffs entscheidend vor. Wittgenstein schreibt:

Er [der Ausdruck, K.S.] wird also dargestellt durch die allgemeine Form der Sätze, die er charakterisiert.

Und zwar wird in dieser Form der Ausdruck *konstant* und alles übrige *variabel* sein. (T 3.312)

Da der Ausdruck nichts ist, als das, was einer Gruppe von Sätzen gemeinsam ist, wird er durch die allgemeine Form dieser Sätze dargestellt. Alle Sätze, in denen der Ausdruck vorkommt, haben eine bestimmte Form, gemeinsam ist ihnen das Vorkommen eben dieses Ausdrucks. Um sie alle zu bezeichnen wird eine Form angegeben, in der nur dieses Merkmal vorkommt und der Rest offen bleibt – der Ausdruck ist konstant, „alles übrige variabel“. Die Variable wird als die allgemeine Form einer Klasse von Sätzen konstruiert, die ein gemeinsames Merkmal aufweisen. Wittgenstein fasst diese Entwicklung wie folgt zusammen:

Der Ausdruck wird also durch eine Variable dargestellt, deren Werte die Sätze sind, die den Ausdruck enthalten.

(Im Grenzfall wird die Variable zur Konstanten, der Ausdruck zum Satz.)

Ich nenne eine solche Variable „Satzvariable“. (T 3.313)

¹⁴ An dieser Stelle kann Wittgenstein sich nur auf Ausdrücke beziehen, die selbst keine Sätze sind. Ein Satz kann in einem anderen Satz nicht als Ausdruck vorkommen (sondern nur als Basis einer Wahrheitsoperation (Vgl. T 5.54f)). Dass auch Sätze Ausdrücke sind ist also für den Variablenbegriff nicht relevant.

2.2.3. Die Festsetzung der Werte der Variablen

Am Ende des ersten Textabschnitts, der sich mit Variablen beschäftigt (T 3.313-3.317), erfolgt eine leichte Verschiebung von einer sehr konkreten Anweisung, wie Variablenausdrücke zu bilden sind, hin zu einem abstrakteren Variablenbegriff. Wittgenstein betont zunächst die Bedeutung der Festsetzung der Werte einer Variablen und identifiziert die Variable mit dieser Festsetzung.

Welche Werte die Satzvariable annehmen darf, wird festgesetzt. Die Festsetzung der Werte *ist* die Variable. (T 3.316)

Er erläutert diese Festsetzung der Werte einer Variablen folgendermaßen:

Die Festsetzung der Werte der Satzvariablen ist die *Angabe der Sätze*, deren gemeinsames Merkmal die Variable ist.

Die Festsetzung ist eine Beschreibung dieser Sätze.

Die Festsetzung wird also nur von Symbolen, nicht von deren Bedeutung handeln.

Und *nur* dies ist der Festsetzung wesentlich, *daß sie nur eine Beschreibung von Symbolen ist und nichts über das Bezeichnete aussagt*.

Wie die Beschreibung der Sätze geschieht, ist unwesentlich. (T 3.317)

Variablen werden zunächst als etwas eingeführt, das „eine konstante Form“ darstellt, „welche alle ihre Werte besitzen“ (Vgl. T 4.1271). Durch die Ausführungen in den Sätzen 3.316 und 3.317 wird der Begriff verallgemeinert hin zu jedem beliebigen Hilfsmittel, das dazu dient eine Klasse von Sätzen zu beschreiben. Da es unwesentlich ist, *wie* die Festsetzung der Werte geschieht, wird die Variablendarstellung zu jeder adäquaten Möglichkeit eine Gruppe von Sätzen anzugeben. Eine solche Beschreibung wird aber ein Merkmal herausgreifen müssen, das allen Sätzen gemeinsam ist und dieses Merkmal darf nur mit den Symbolen und nicht mit deren Bedeutung zu tun haben. Die Form der Variablen kann also vom zunächst eingeführten Ausdrucksmodell abweichen, in dem ausgehend von einem vollständigen sinnvollen Satz ein Teil konstant gehalten wird, während der Rest variiert. Der Zweck der Variablen bleibt aber eine Eigenschaft von Sätzen zum Ausdruck zu bringen, die einer Klasse von Sätzen jeweils gemein ist. Diese Verschiebung bildet den Schlusspunkt des ersten Abschnitts über Variable, in dem der Begriff definiert wird.

In Satz 5.501 greift Wittgenstein das Thema der Variablen erneut auf. Er setzt dabei genau an jenem Punkt ein, der den Abschluss des ersten Abschnitts bildet: der Festsetzung der Werte einer Variablen. In 5.501 thematisiert Wittgenstein drei Möglichkeiten, eine Gruppe von

Sätzen zu beschreiben, d.h. eine Variable anzugeben. Da die Art der Festsetzung nach Satz 3.317 unwesentlich ist, können diese als Beispiele aufgefasst werden, die die Möglichkeiten der Beschreibung nicht erschöpfen.

Wittgenstein geht in drei Schritten vor: In einem ersten Schritt definiert er die Verwendung des Ausdrucks „ $(\bar{\xi})$ “.

Einen Klammerausdruck, dessen Glieder Sätze sind, deute ich – wenn die Reihenfolge in der Klammer gleichgültig ist – durch ein Zeichen von der Form „ $(\bar{\xi})$ “ an. „ ξ “ ist eine Variable, deren Werte die Glieder des Klammerausdrucks sind; und der Strich über der Variablen deutet an, dass sie ihre sämtlichen Werte in der Klammer vertritt.

(Hat also ξ etwa die 3 Werte P, Q, R, so ist $(\bar{\xi}) = (P, Q, R)$.) (T 5.501)

Wittgenstein bezeichnet ξ als eine Variable. Das bedeutet an dieser Stelle nur, dass das Zeichen für eine Klasse von Sätzen steht, nicht, dass es durch variieren eines Teils des Satzes und konstant halten eines anderen erzeugt wurde.

In einem zweiten Schritt wiederholt Wittgenstein die Bemerkungen am Schluss des ersten Abschnitts über Variable:

Die Werte der Variablen werden festgesetzt.

Die Festsetzung ist die Beschreibung der Sätze, welche die Variable vertritt.

Wie die Beschreibung der Glieder des Klammerausdruckes geschieht, ist unwesentlich. (ibd.)

Wittgenstein schließt durch Wiederholung im Text direkt an jene Passagen an, in denen er den Variablenbegriff zunächst einführt und ergänzt sie um praktische Beispiele.

In einem dritten Schritt gibt er drei Möglichkeiten an diese Beschreibung, die Festsetzung der Werte der Variablen zu leisten:

Wir können drei Arten der Beschreibung unterscheiden: 1. Die direkte Aufzählung. In diesem Fall können wir statt der Variablen einfach ihre konstanten Werte setzen. (ibd.)

Diese Technik wendet er selbst bei der Einführung des Ausdrucks „ $(\bar{\xi})$ “ an.

2. Die Angabe einer Funktion f_x , deren Werte für alle Werte von x die zu beschreibenden Sätze sind. (ibd.)

Diese Möglichkeit macht vom Begriff der Funktion Gebrauch. Die Begriffe „Funktion“ und „Variable“ verschwimmen an dieser Stelle. Funktionen und Variable haben in Wittgensteins Verwendung gemeinsam, dass ihre Werte stets Sätze sind. Funktionen werden an dieser Stelle

zu einem möglichen Beispiel eine Klasse von Sätzen anzugeben, der Begriff der Variablen umfasst alle diese Möglichkeiten.

3. Die Angabe eines formalen Gesetzes, nach welchem jene Sätze gebildet sind. In diesem Falle sind die Glieder des Klammerausdrucks sämtliche Glieder einer Formenreihe. (ibd.)

Diese Möglichkeit verweist auf den Operationsbegriff. An dieser Stelle wird ein enger Zusammenhang zwischen den drei logischen Grundbegriffen des *Tractatus* deutlich: Funktionen und Operationen sind verschiedene Darstellungsmöglichkeiten, von denen Variablenausdrücke Gebrauch machen können.

2.2.4. Unterscheidungsmerkmale von Wittgensteins Variablenbegriff

Die Unterschiede und Bezüge zwischen Wittgensteins speziellem Variablenbegriff und einem modernen Begriff der Variablen lassen sich auf verschiedene Weisen auffassen. Drei mögliche Sichtweisen sollen hier herausgegriffen werden.

1. Jede Variable ist eine Satzvariable

Ein gravierender Unterschied zwischen Wittgensteins Variablenbegriff und einem heute gebräuchlichen lässt sich in Bezug auf die möglichen Werte einer Variablen feststellen: Obwohl der Variablenbegriff über den Begriff „Ausdruck“ gewonnen wird, ist es bezeichnend für Wittgensteins Konzeption, dass die Werte der Variablen selbst nicht Ausdrücke sind, sondern alle Sätze, in denen ein bestimmter Ausdruck vorkommt. Die Variable steht für eine bestimmte Klasse von Sätzen, die über den konstanten Teil des Variablenausdrucks identifiziert wird. In Satz 3.314 schreibt Wittgenstein:

Der Ausdruck hat nur im Satz Bedeutung. Jede Variable läßt sich als Satzvariable auffassen.

(Auch der variable Name.) (T 3.314)

Alle Variablen sind demnach „Satzvariablen“: ihre Werte sind Sätze. Michael Potter hebt diesen Punkt in seiner Darstellung als einen grundlegenden Unterschied zwischen Wittgensteins Variablenbegriff und jenem Russells hervor, der dem heute üblichen näher ist: „Russell had in *Principia* conceived of the variable as specifying a class of things; now we are asked to conceive of it instead as specifying a class of propositions.“ (Potter 2009: 179)

Gemäß Wittgensteins Verständnis lässt sich jeder Ausdruck in einem Satz gleichermaßen in einen variablen Teil verwandeln, um eine Satzvariable zu erzeugen. So kann etwa der Satz „Sokrates ist ein Mensch“, z.B. in die Variable „____ ist ein Mensch“ und auch in die Variable „Sokrates____“ verwandelt werden. Schreibt man den Satz in prädikatenlogischer

Schreibweise als $M(s)$, so können die Variablenausdrücke als $M(x)$ bzw. $\varphi(s)$ dargestellt werden.

Dadurch wird ein wichtiger Unterschied zwischen der gebräuchlichen Darstellung von Prädikaten und Individuenkonstanten und Wittgensteins Auffassung anschaulich: in Wittgensteins Verständnis sind beide Ausdrücke unselbstständig. Sie haben nur im Satz Bedeutung. Sowohl $M(x)$ als auch $\varphi(s)$ hat als Werte eine Klasse von Sätzen. Im Fall von $M(x)$ ist dies die Klasse der Sätze „Sokrates ist ein Mensch“, „Platon ist ein Mensch“ etc., die jeweils „____ ist ein Mensch“ gemeinsam haben. Im Fall von $\varphi(s)$ ist die Klasse der Sätze „Sokrates ist ein Mensch“, „Sokrates ist ein Philosoph“, etc., die den Ausdruck „Sokrates____“ gemeinsam haben.¹⁵ $M(x)$ ist in Wittgensteins Verständnis in genau demselben Sinne eine Satzvariable, wie $\varphi(s)$.

Während die Werte einer Variable in einem modernen Verständnis je nachdem, ob sie für ein Prädikat oder eine Individuenkonstante stehen, als Elemente einer Menge oder Elemente einer Menge von Mengen aufgefasst werden, gibt es bei Wittgenstein nur einen Bereich: den Bereich der Sätze. Sein Variablenbegriff lässt keine Unterscheidung zwischen Variablen verschiedener Stufe zu.

2. Das Verhältnis „konstant“ – „variabel“

Eine weitere Hinsicht, in der sich Wittgensteins Variablenbegriff vom Üblichen abhebt, ist das Verhältnis zwischen Variablem und Konstantem. Variablen werden oft als Gegenstück zu konstanten Ausdrücken eingeführt. In Wittgensteins Verwendung ist das Verhältnis zwischen Variablem und Konstantem komplexer: Es werden nicht Konstante und Variablen als Gegenbegriffe eingeführt, sondern die Variable selbst besteht wesentlich aus einem konstanten und einem variablen Teil. Michael Potter drückt diese Besonderheit wie folgt aus: “Wittgenstein’s idea in a sense reverses the conventional way of conceiving of variables: replacing a constant with a variable serves to make prominent not what has been removed from the proposition but what remains.” (Potter 2009: 179)

Die Variable ist eine Form, in der ein Ausdruck konstant und alles Übrige variabel ist. Der Anteil des konstanten und variablen Teils des Ausdrucks kann variieren, die Variable mehr oder weniger Sätze umfassen; im Grenzfall bleiben alle Teile des Ausdrucks konstant, der Ausdruck „wird zum Satz“.

¹⁵ Der Grenzfall, von dem Wittgenstein in 3.313 spricht, wäre der Variablenausdruck „ $M(s)$ “, der die Klasse aller Sätze bezeichnet, in denen sowohl „ $M(x)$ “ als auch „ $X(s)$ “ vorkommt. Der Wert dieser „Variablen“ ist nur der Satz „ $M(s)$ “ selbst.

3. Allgemeinheit statt Beliebigkeit

Die Variable im Ausdruck „ ϕx “ ist also bei Wittgenstein nicht „ x “, sondern „ ϕx “. Es wird nicht ein Beliebiger angezeigt, z.B. ein beliebiger Gegenstand aus einem Bereich, sondern eine Allgemeinheit: die Gesamtheit aller Sätze, die Werte dieser Variable sind. Nicht die Variable „ x “ steht für ein Beliebiges, dem „ ϕ “ zugeschrieben wird, wie in der herkömmlichen Auffassung, sondern die Variable „ ϕx “ steht für die ganze Klasse der Sätze, in denen der Ausdruck „ ϕ “ vorkommt. Andrej Ule schreibt in diesem Zusammenhang: „Jede Variable im Sinne des *Tractatus* gibt uns eine Allgemeinheit und stellt nicht bloß etwas beliebiges einzelnes dar; sie gibt uns eine Gesamtheit von Sätzen, für die die Variable steht.“ (Ule 2001: 233) In einer Fußnote macht er dies als Unterschied zum „modernen“ Variablenbegriff stark und schreibt die Entdeckung dieses Unterschieds Varga von Kibéd zu: „Wittgensteins Variablenbegriff entspricht einer Allgemeinheit, der moderne Variablenbegriff entspricht eher der Beliebigkeit.“ (Ule 2001: 233, Fn 2)

Der Variablenbegriff wird als erster der drei Grundbegriffe eingeführt und ist von zentraler Bedeutung. Wittgensteins Variablenbegriff ist dabei sehr eigenwillig. Die Einführung der anderen Grundbegriffe und weite Teile der logischen Notation bauen stark auf diesem Begriff der Variablen auf.

2.3. Formale Begriffe und interne Relationen

Zwischen der Einführung des Variablenbegriffs und dem ersten Vorkommen des Begriffs der „Operation“ liegt ein dichter Abschnitt, in dem Wittgenstein zwei zentrale Begriffe seiner formal-logischen Überlegungen entwickelt: das Konzept eines „formalen Begriffs“ und das Konzept einer „internen Relation“. Diese Überlegungen bauen auf dem Begriff der Variablen auf und bereiten den Begriff der Operation entscheidend vor. Während „formaler Begriff“ enger mit „Variable“ zusammenhängt, hängt „interne Relation“ stärker mit dem Begriff der Operation zusammen. Die Erläuterungen zum „formalen Begriff“ schließen inhaltlich direkt an die Einführung des Variablenbegriffs an. Es ist die erste Stelle, an der der Begriff der Variablen nach seiner Einführung aufgegriffen wird. Während der erste Block über Variablen in den Untersätzen von Hauptsatz 3 entwickelt wird, ist dieser zweite Block, der sich stark auf den Begriff der Variablen bezieht, in den Untersätzen von Hauptsatz 4 untergebracht.

Der Gedanke ist der sinnvolle Satz. (T 4)

Die Entwicklung der Begriffe „interne Relation“ und „formaler Begriff“ findet als Kommentar zu 4.12, in den Sätzen 4.122-4.128, statt. Der unmittelbar auf 4.12 folgende Satz 4.121 und dessen Untersätze 4.1211-4.1213 bilden den Hintergrund für diese Begriffsbildung. Satz 4.12 handelt von der „logischen Form“ eines Satzes als Bedingung der Möglichkeit die Wirklichkeit darstellen zu können. Wittgenstein behauptet, dass sich die logische Form selbst nicht in einem Satz darstellen lässt. (Vgl. T 4.12) Im direkten Kommentar zu diesem Satz schreibt er:

Der Satz kann die logische Form nicht darstellen, sie spiegelt sich in ihm.

Was sich in der Sprache spiegelt, kann sie nicht darstellen.

Was sich in der Sprache ausdrückt, können *wir* nicht durch sie ausdrücken.

Der Satz *zeigt* die logische Form der Wirklichkeit.

Er weist sie auf. (T 4.121)

Der nächste Satz gibt ein Beispiel für etwas, das sich in der Sprache ausdrückt, aber nicht durch die Sprache ausgedrückt werden kann:

So zeigt ein Satz „fa“, dass in seinem Sinn der Gegenstand a vorkommt, zwei Sätze „fa“ und „ga“, dass in ihnen beiden von demselben Gegenstand die Rede ist.

Wenn zwei Sätze einander widersprechen, so zeigt dies ihre Struktur; ebenso, wenn einer aus dem anderen folgt. U.s.w. (T 4.1211)

Die Sätze „fa“ und „ga“ zeigen also beide etwas, das nicht in einem Satz ausgesagt werden kann. Was sie zeigen ist, dass sie von einem Gegenstand „a“ handeln – etwas, das Wittgenstein später eine „interne Eigenschaft“ nennen wird, bzw. dass sie beide von „a“ handeln, ein Beispiel für eine „interne Relation“ zwischen diesen Sätzen. Mit der logischen Folgerung bzw. dem logischen Widerspruch spricht Wittgenstein im zweiten Absatz von Satz 4.1211 zwei weitere Beziehungen zwischen Sätzen an, die er als „interne Relationen“ auffasst.

Ein Grund, warum Wittgenstein daran festhält, dass sich die genannten Eigenschaften und Beziehungen nicht in einem Satz darstellen lassen, obwohl er selbst einen Satz verwendet um auf sie hinzuweisen, ist sein technisches Verständnis davon, was ein sinnvoller Satz ist. Ein Satz muss für Wittgenstein im *Tractatus* die Wirklichkeit auf eine Weise darstellen, die mit den Tatsachen übereinstimmt oder nicht. Der Satz, „In ‚fa‘ kommt ‚a‘ vor“, genügt diesem Anspruch nicht. Dieses Beispiel führt Wittgenstein zur allgemeinen Unterscheidung zwischen „Sagen“ und „Zeigen“:

Was gezeigt werden *kann*, *kann* nicht gesagt werden. (T 4.1212)

Diese Unterscheidung bildet den Hintergrund für die Einführung der Begriffe „formale Eigenschaft“ und „interne Eigenschaft“ bzw. „formale Relation“ und „interne Relation“. Es handelt sich bei diesen um etwas, das sich in der Sprache zeigt, aber nicht direkt in Sätzen ausgedrückt werden kann.

Der erste Satz, der sich mit dem Themenkomplex beschäftigt ist Satz 4.122. In diesem werden zunächst sowohl „interne“ als auch „formale“ Eigenschaften und Relationen angesprochen. Danach entwickelt Wittgenstein zunächst die Begriffe „interne Eigenschaft“ und „interne Beziehung“ bzw. „interne Relation“. Der Begriff der formalen Eigenschaft wird erst in den Sätzen 4.126 und 4.127 wieder aufgegriffen und im Zusammenhang mit dem Konzept „formaler Begriff“ weiterentwickelt.

2.3.1. „Intern“ versus „formal“

Die Begriffe „intern“ und „formal“ hängen sehr eng miteinander zusammen und sprechen einen ähnlichen Aspekt von Wittgensteins Logikverständnis an. Im ersten Satz von 4.122 verschränkt Wittgenstein die Rede von „formale Eigenschaften“ und „Eigenschaften der Struktur“, die er später als „interne Eigenschaften“ definiert.

Wir können in gewissem Sinne von formalen Eigenschaften der Gegenstände und Sachverhalte bzw. von Eigenschaften der Struktur der Tatsachen reden und in dem selben Sinne von formalen Relationen und Relationen von Strukturen. (T 4.122)

Wittgenstein unterscheidet in diesem Absatz einerseits zwischen Eigenschaften und Relationen, andererseits zwischen „formalen“ Eigenschaften und Relationen und Eigenschaften und Relationen „der Strukturen“, für die er im folgenden Satz die Bezeichnung „intern“ definiert. Er scheint also zwischen „formalen“ und „internen“ Eigenschaften und Beziehungen zu unterscheiden.

Allerdings gibt es auch Passagen, in denen Wittgenstein „formal“ und „intern“ gleichbedeutend zu verwenden scheint. In Satz 4.124 geht er beispielsweise ohne sichtlichen Bruch von der Rede von „internen“ Eigenschaften und Relationen zu „formalen“ Eigenschaften über.

Das Bestehen einer internen Eigenschaft einer möglichen Sachlage wird nicht durch einen Satz ausgedrückt, sondern es drückt sich in dem sie darstellenden Satz, durch eine interne Eigenschaft dieses Satzes aus.

Es wäre ebenso unsinnig, dem Satze eine formale Eigenschaft zuzusprechen, als sie ihm abzusprechen. (T 4.124)

Dieser abrupte Wechsel suggeriert, dass es sich lediglich um stilistische Varianten handelt. Auch in der Sekundärliteratur werden die Begriffe „intern“ und „formal“ oft als synonym behandelt. (Vgl. z.B. White 2006: 77)

Obwohl die Begriffe „formal“ und „intern“ sehr nah beieinander liegen, lässt sich im Text des *Tractatus* eine Grundlage für deren Unterscheidung finden. Der Begriff der „Form“, der mit dem Adjektiv „formal“ zusammenhängt, spielt bereits in den Untersätzen des zweiten Hauptsatzes, jenem Teil des *Tractatus*, der oft als dessen „Ontologie“ bezeichnet wird, eine Rolle.

Was der Fall ist, die Tatsache, ist das Bestehen von Sachverhalten. (T 2)

In den Untersätzen zu diesem Satz, die von Tatsachen und Sachverhalten handeln, definiert Wittgenstein einen Begriff der „Form“ in Bezug auf seinen Begriff der „Struktur“, der wiederum für den Begriff „intern“ ausschlaggebend ist. Der Unterschied zwischen einer internen und einer formalen Eigenschaft kann mit Bezug auf diese Sätze als der Unterschied zwischen einer Eigenschaft in Bezug auf alle möglichen Konfigurationen (der Gegenstände eines Sachverhalts) und einer Eigenschaft in Bezug auf eine konkrete Konfiguration (der Gegenstände in einem Sachverhalt) aufgefasst werden.

In den Untersätzen zu Satz 2.03, die Erläuterungen zum Begriff des „Sachverhalts“ enthalten, definiert Wittgenstein sowohl einen Begriff der „Struktur“ als auch einen Begriff der „Form“ explizit.

Im Sachverhalt verhalten sich die Gegenstände in bestimmter Art und Weise zueinander.

Die Art und Weise, wie die Gegenstände im Sachverhalt zusammenhängen, ist die Struktur des Sachverhaltes.

Die Form ist die Möglichkeit der Struktur. (T 2.031-2.033)

In Satz 2.032 definiert Wittgenstein „Struktur“ als Art des Zusammenhangs der Elemente, als Art und Weise, wie sich Elemente zueinander verhalten. In Satz 2.033 definiert er „Form“ als die Möglichkeit einer solchen Struktur. In Bezug auf seine Konzeption der Abbildung macht Wittgenstein einen ähnlichen Zusammenhang zwischen „Struktur“ und „Form“ deutlich:

Daß sich die Elemente des Bildes in bestimmter Art und Weise zueinander verhalten, stellt vor, daß sich die Sachen so zu einander verhalten.

Dieser Zusammenhang der Elemente im Bild heiße seine Struktur und ihre Möglichkeit seine Form der Abbildung. (T 2.15)

Satz 2.033, in dem die Form als die Möglichkeit der Struktur definiert ist, ist der Schlüssel für ein Verständnis, das „formal“ und „intern“ auseinanderhält: Während eine Eigenschaft, die sich auf die Teilhabe an einer konkreten Struktur bezieht, eine interne Eigenschaft dieses Elements ist, ist eine formale Eigenschaft des Elements, was seine Teilhabe an dieser Struktur ermöglicht. Die Form betrifft alle möglichen Konstellationen, die Struktur (ist) eine konkrete. Die Form bezeichnet etwas, das alle Möglichkeiten umfasst; eine Struktur hingegen ist etwas konkret realisiertes, ein Zusammenhang von Elementen, der auch nicht bestehen könnte. Das erklärt gleichzeitig die starke Nähe der Begriffe „formal“ und „intern“: Jede interne Eigenschaft setzt formale Eigenschaften voraus. Anders gesagt: Jeder Satz hat sowohl eine Struktur, eine konkrete Zusammensetzung, als auch eine Form.

Der Begriff der „Struktur“ entspricht dem Adjektiv „intern“, der Begriff der „Form“ dem Adjektiv „formal“. „Formale Eigenschaften“ betreffen Formen, „formale Relationen“ Beziehungen zwischen Formen; „interne Eigenschaften“ betreffen Strukturen, „interne Relationen“ Beziehungen zwischen Strukturen. Daraus deutet sich ein Zusammenhang zwischen formaler Eigenschaft und Variablenausdruck an: auch die Variable betrifft nicht eine konkrete Konstellation (denn im Grenzfall dieser konkreten Struktur wird die Variable zum Satz), sondern alle Möglichkeiten, in denen ein bestimmter Ausdruck in Sätzen vorkommen kann.

Ein weiterer Aspekt, der dazu geeignet ist für Verwirrung zu sorgen, ist, dass Wittgenstein sowohl von der Form der Gegenstände als auch von der Form eines Sachverhalts spricht. Das hängt mit Wittgensteins Verständnis der Form eines Gegenstandes zusammen:

Die Möglichkeit seines Vorkommens in Sachverhalten ist die Form des Gegenstandes. (T 2.0141)

Dass ein Gegenstand in bestimmten Konfigurationen auf bestimmte Art vorkommen kann, ist eine Eigenschaft der Form des Gegenstandes wie der Formen der Sachverhalte. Eine formale bzw. interne Eigenschaft kann sowohl von einem Element einer Struktur als auch von Strukturen als ganzer ausgesagt werden.

Obwohl diese Definitionen von „Struktur“ und „Form“, die Wittgenstein in den Untersätzen des zweiten Hauptsatzes gibt, eine Grundlage für eine Unterscheidung zwischen „intern“ und „formal“ bietet, ist es schwer diese an jeder Stelle des Textes, an der „intern“ oder „formal“ vorkommt, nachzuweisen.

Beide Begriffe sprechen einen Grundzug von Wittgensteins Logikverständnis an: es gibt logische Eigenschaften und Beziehungen, die sich in jeder funktionierenden Zeichensprache zeigen, die aber nicht mit nicht-logischen Eigenschaften und Beziehungen verwechselt werden dürfen und sich deshalb auch nicht in der Sprache ausdrücken lassen.

2.3.2. Formale Eigenschaften und formale Begriffe

Formale Eigenschaften können mit Rückblick auf die Erläuterungen des Begriffs der Form aus den Untersätzen zu Satz 2 als Eigenschaften, die die Form betreffen, verstanden werden. In Satz 4.122, in dem der Begriff „formale Eigenschaft“ zum ersten Mal vorkommt, verrät Wittgenstein nur, dass sich über formale Eigenschaften (nur) in gewisser Weise sprechen lässt und, dass sie von „Gegenständen“ und „Sachverhalten“ ausgesagt werden können. Danach wechselt Wittgenstein das Thema und entwickelt, bis auf einen kurzen Einwurf in Satz 4.124, erst einmal nur seinen Begriff der internen Eigenschaft bzw. internen Relation weiter. Den Begriff der formalen Eigenschaft greift er in 4.126 erneut auf. An dieser Stelle führt er den korrespondierenden Begriff des „formalen Begriffs“ ein.

In Bezug auf „formale Eigenschaften“ lässt sich eine zweifache Doppelung feststellen: einerseits werden sie sowohl von einzelnen Gegenständen, als auch von Sachlagen ausgesagt, andererseits werden sie auch von sprachlichen Ausdrücken, die sich auf Gegenstände und Sachlagen beziehen, ausgesagt. Das geht aus Satz 4.124 hervor, in dem Wittgenstein von formalen Eigenschaften in Bezug auf Sätze spricht.

Es wäre ebenso unsinnig, dem Satze eine formale Eigenschaft zuzusprechen, als sie ihm abzusprechen. (T 4.124)

Formale Eigenschaften sind Eigenschaften, die die Form von Gegenständen und Sachlagen, bzw. von Ausdrücken und Sätzen betreffen.

In Satz 4.126 führt Wittgenstein den zu „formale Eigenschaft“ korrespondierenden Begriff „formaler Begriff“ ein. Er beginnt damit, zu wiederholen, was er schon für formale Eigenschaften festgestellt hat: wir können (nur) in gewissem Sinne von ihnen sprechen (Vgl. T 4.122) und sie lassen sich nicht in Form von Aussagesätzen zuschreiben. (Vgl. T 4.124)

In dem Sinne, in welchem wir von formalen Eigenschaften sprechen, können wir nun auch von formalen Begriffen reden.

(Ich führe diesen Ausdruck ein, um den Grund der Verwechslungen der formalen Begriffe mit den eigentlichen Begriffen, welche die ganze alte Logik durchzieht, klar zu machen.)

Daß etwas unter einen formalen Begriff als dessen Gegenstand fällt, kann nicht durch einen Satz ausgedrückt werden. Sondern es zeigt sich an dem Zeichen dieses Gegenstandes selbst. (Der Name zeigt, daß er einen Gegenstand bezeichnet, das Zahlenzeichen, daß es eine Zahl bezeichnet etc.) (T 4.126)

Diese Einführung verbindet sich mit einer Kritik am Umgang mit formalen Begriffen in den Werken Freges und Russells, die Wittgenstein hier als „die alte Logik“ bezeichnet. Diese Kritik wird im letzten Satz dieses Abschnitts, Satz 4.12721, noch einmal explizit aufgegriffen.

2.3.3. Formale Begriffe und Variablen

Im zweiten Teil von Satz 4.126 leitet Wittgenstein zu Variablenausdrücken als den angemessenen Ausdrücken für formale Begriffe über. Die Verbindung zwischen formalem Begriff und Variabler wird in Satz 4.127, der mehrere Untersätze hat, anschließend genauer erläutert. Wittgenstein beginnt mit einer Abgrenzung der formalen Begriffe von „eigentlichen“ Begriffen.

Die formalen Begriffe können ja nicht wie die eigentlichen Begriffe durch eine Funktion dargestellt werden.

Denn ihre Merkmale, die formalen Eigenschaften, werden nicht durch Funktionen ausgedrückt. (T 4.126)

Im letzten Teil des Satzes beschäftigt sich Wittgenstein damit, eine alternative Ausdrucksweise für formale Begriffe zu finden.

Der Ausdruck einer formalen Eigenschaft ist ein Zug gewisser Symbole.

Das Zeichen der Merkmale eines formalen Begriffs ist also ein charakteristischer Zug aller Symbole, deren Bedeutungen unter den Begriff fallen.

Der Ausdruck des formalen Begriffs also, eine Satzvariable, in welcher nur dieser charakteristische Zug konstant ist. (T 4.126)

Dass etwas unter einen formalen Begriff fällt, zeigt sich am Symbol selbst. Da wir mit der Variablendarstellung eine Möglichkeit haben, Züge von Symbolen hervorzuheben, lassen sich formale Eigenschaften auf diese Weise darstellen. Der formale Begriff findet seinen Ausdruck in der Variablen. Dadurch entsteht eine Parallele zwischen dem Verhältnis „Funktion“ – „Begriff“ und dem Verhältnis „Variable“ – „formaler Begriff“.

Im nächsten Satz stellt Wittgenstein den Zusammenhang zwischen dem Begriff der Variable und dem Konzept eines formalen Begriffs über den Begriff der Form her. Ein

Variablenausdruck bezeichnet die allgemeine Form aller Sätze, die ein bestimmtes Merkmal haben. Wittgenstein schließt mit diesen Ausführungen an die Einführung seines Variablenbegriffs an.

Die Satzvariable bezeichnet einen formalen Begriff und ihre Werte die Gegenstände, welche unter diesen Begriff fallen.

Jede Variable ist das Zeichen eines formalen Begriffes.

Denn jede Variable stellt eine konstante Form dar, welche alle ihre Werte besitzen und die als formale Eigenschaft dieser Werte aufgefasst werden kann. (T 4.127-4.1271)

Ein formaler Begriff wird durch eine Variable dargestellt. Die Werte der Variablen sind Sätze. Was in der Variablendarstellung zum Ausdruck kommt, ist eine formale Eigenschaft, die allen diesen Sätzen gemeinsam ist. Hier findet sich eine Parallele zur Darstellung der „eigentlichen“ Begriffe als Funktion: auch in diesem Fall sind die Werte der Funktion Sätze, die den Begriff gemeinsam haben. White stellt den Zusammenhang zwischen der Form eines Ausdrucks und der Variablendarstellung wie folgt dar: „[S]ince the logical form of an expression is given by its ability to combine with other expressions to form propositions, exhibiting it as a propositional variable is a way of showing the logical form of that expression.“ (White 2006: 64)

In einem letzten Schritt wendet Wittgenstein die Festlegung, dass formale Begriffe als Variablen dargestellt werden, im Sinne konkreter Anweisungen für eine „Begriffsschrift“ an und gibt einige Beispiele für formale Begriffe.

So ist der variable Name „x“ das eigentliche Zeichen des Scheinbegriffs Gegenstand.

Wo immer das Wort „Gegenstand“ („Ding“, „Sache“, etc.) richtig gebraucht wird, wird es in der Begriffsschrift durch den variablen Namen ausgedrückt.

Zum Beispiel in dem Satz „es gibt 2 Gegenstände, welche ...“ durch „ $(\exists x,y)...$ “.

Wo immer es anders, also als eigentliches Begriffswort gebraucht wird, entstehen unsinnige Scheinsätze.

So kann man z.B. nicht sagen „Es gibt Gegenstände“, wie man etwa sagt „Es gibt Bücher“. Und ebenso wenig „Es gibt 100 Gegenstände“, oder „Es gibt \aleph_0 Gegenstände“.

Und es ist unsinnig von der Anzahl aller Gegenstände zu sprechen. (T 4.1272)

Wittgenstein betont, dass die formalen von den eigentlichen Begriffen unterschieden werden müssen und dass es zu Verwirrungen führen kann, wenn dies nicht berücksichtigt wird. White verdeutlicht diesen Unterschied an folgendem Beispiel:

It looks as though we can say: 'If, from "There are books on the table" we can infer "There are books", so, by parity of reasoning, from "There are objects which are F" we can infer "There are objects"'. Wittgenstein, however, is insisting that, 'There are books which are F' is of a different logical form from 'There are objects which are F', and that in a correct logical notation they will receive visibly different renderings. [...] 'There are books on the table' will be rendered in quantifier notation as ' $(\exists x)(Bx \& Tx)$ ', but 'There are objects that are F', not as ' $(\exists x)(Ox \& Fx)$ ', but simply as ' $(\exists x)(Fx)$ '. (White 2006: 77f)

Whites Beispiel veranschaulicht auch was Wittgenstein meint, wenn er sagt, dass sich in der Sprache etwas zeigt.

Wittgenstein betont die Bedeutung der Unterscheidung zwischen formalen und eigentlichen Begriffen zunächst am Beispiel des Begriffs „Gegenstand“ und geht dann zu anderen Begriffen über.

Dasselbe gilt von den Worten „Komplex“, „Tatsache“, „Funktion“, „Zahl“, etc.

Sie alle bezeichnen formale Begriffe und werden in der Begriffsschrift durch Variable, nicht durch Funktionen oder Klassen dargestellt. (Wie Frege und Russell glaubten.)

Ausdrücke wie „1 ist eine Zahl“, „es gibt nur Eine Null“ und alle ähnlichen sind unsinnig.

(Es ist ebenso unsinnig zu sagen „es gibt nur eine 1“, als es unsinnig wäre, zu sagen 2+2 ist um 3 Uhr gleich 4.) (T 4.1272)

Wittgenstein kritisiert an dieser Stelle explizit die Begriffsschriften Freges und Russells. Formale Begriffe können seiner Meinung nach nicht als Funktionen oder Klassen aufgefasst werden, da sie so nicht ausreichend von den „eigentlichen“ Begriffen unterschieden sind um Schwierigkeiten vorzubeugen. Er spezifiziert diese Kritik mit Bezug auf Russell:

Der formale Begriff ist mit einem Gegenstand, der unter ihn fällt, bereits gegeben. Man kann also nicht Gegenstände eines formalen Begriffes *und* den formalen Begriff selbst als Grundbegriffe einführen. Man kann also z. B. nicht den Begriff der Funktion, und auch spezielle Funktionen (wie Russell) als Grundbegriffe einführen; oder den Begriff der Zahl und bestimmte Zahlen. (T 4.12721)

Wittgenstein schließt diese Passage wie er sie begonnen hat: mit einer Kritik an „der alten Logik“. Seine Kritik daran, formale Begriffe wie nicht-formale Begriffe als Funktion darzustellen bzw. sie neben diesen als Grundbegriffe einzuführen läuft einerseits darauf hinaus, dass formale und nicht-formale Begriffe strikt auseinander zu halten sind und andererseits darauf, dass ein Zeichen selbst zeigt welche formalen Eigenschaften ihm

zukommen. Es ist also weder möglich noch nötig Zeichen, die schon eine Verwendung haben, darüber hinaus noch explizit zu kategorisieren.

2.3.4. Interne Eigenschaften und interne Relationen

Nachdem Wittgenstein in Satz 4.122 sowohl den Begriff der formalen Eigenschaften bzw. Relationen als auch die Rede von Eigenschaften und Relationen „der Strukturen“ aufwirft, definiert er Eigenschaften und Relationen der Strukturen ausdrücklich als „interne“ Eigenschaften bzw. Relationen:

(Statt Eigenschaft der Struktur sage ich auch „interne Eigenschaft“; statt Relation der Strukturen „interne Relation“. Ich führe diese Ausdrücke ein um den Grund der, bei den Philosophen sehr verbreiteten Verwechslung zwischen den internen Relationen und den eigentlichen (externen) Relationen zu zeigen.) (T 4.122)

Wie im Fall der formalen Eigenschaften und Relationen grenzt Wittgenstein interne Relationen an dieser Stelle von „eigentlichen“ Relationen ab, die er hier auch „externe“ Relationen nennt. Interne Eigenschaften sind Eigenschaften, die Strukturen aufgrund ihrer Zusammensetzung haben. Interne Relationen, Relationen in denen Strukturen aufgrund ihrer Zusammensetzung stehen. Eine „Eigenschaft der Struktur“ ist selbst eine Art Relation: Sie ist eine Art der Beziehung zwischen den Elementen der Struktur. Die Eigenschaft kann gleichermaßen von der Struktur als auch von den Elementen der Struktur ausgesagt werden. In 4.122 werden interne Eigenschaften zunächst „Tatsachen“ zugeschrieben.

Wie im Fall der formalen Eigenschaften und Beziehungen, stellt Wittgenstein fest, dass sich interne Eigenschaften und Relationen nicht durch Sätze aussagen lassen, sondern sich in Sätzen zeigen.

Das Bestehen solcher interner Eigenschaften und Relationen kann aber nicht durch Sätze behauptet werden, sondern es zeigt sich in den Sätzen, welche jene Sachverhalte darstellen und von jenen Gegenständen handeln. (ibd.)

Im Kommentar zu 4.122 schreibt Wittgenstein:

Eine interne Eigenschaft einer Tatsache können wir auch einen Zug dieser Tatsache nennen. (In dem Sinn, in welchem wir etwa von Gesichtszügen sprechen.) (T 4.1221)

Auch dieser Aspekt erinnert an den formalen Begriff (Vgl. T 4.126).

Die Begriffe „interne Eigenschaft“ und „interne Beziehung“ oder der gleichbedeutende Ausdruck „interne Relation“ haben ihren philosophiegeschichtlichen Hintergrund im

britischen Idealismus. Sie bezeichnen in diesem Kontext Eigenschaften oder Beziehungen, die einem Gegenstand notwendig zukommen, in dem Sinn, dass der Gegenstand nicht derselbe wäre, wenn er diese Eigenschaft nicht hätte oder nicht in dieser Beziehung stünde. (Vgl. Moore 1919: 47) In Wittgensteins Verwendung wird dieser Aspekt beibehalten. So schreibt er etwa in Satz 4.123:

Eine Eigenschaft ist intern, wenn es undenkbar ist, dass ihr Gegenstand sie nicht besitzt. (T 4.123)

Wittgenstein nimmt auf diesen philosophiegeschichtlichen Kontext Bezug, wenn er von der unter Philosophen „sehr verbreiteten Verwechslung“ zwischen internen und externen Relationen spricht und abschließend feststellt:

Hier erledigt sich nun die Streitfrage, „ob alle Relationen intern oder extern seien“. (T 4.1251)

Interne Eigenschaften von Sachlagen können wie interne Beziehungen zwischen Sachlagen nicht direkt ausgesagt werden. Sie zeigen sich an den internen Eigenschaften der Sätze, die diese Sachlagen darstellen bzw. an den internen Relationen zwischen diesen Sätzen. Wittgenstein macht diesen Punkt zuerst für Eigenschaften.

Das Bestehen einer internen Eigenschaft einer möglichen Sachlage wird nicht durch einen Satz ausgedrückt, sondern es drückt sich in dem sie darstellenden Satz durch eine interne Eigenschaft dieses Satzes aus. (T 4.124)

Danach trifft er die analoge Bestimmung für Relationen.

Das Bestehen einer internen Relation zwischen möglichen Sachlagen drückt sich sprachlich durch eine interne Relation zwischen den sie darstellenden Sätzen aus. (T 4.125)

Interne Eigenschaften und Relationen werden an dieser Stelle einerseits von Sachlagen, andererseits von Sätzen ausgesagt. Es lässt sich eine zum Fall der formalen Eigenschaften analoge Dopplung feststellen.

Noch bevor Wittgenstein im *Tractatus* den Begriff der internen Eigenschaft und der internen Relation in Satz 4.122 explizit einführt, nimmt er bereits an einigen Stellen des Textes auf diese Idee Bezug. Interne Eigenschaften werden an diesen Stellen sowohl von Gegenständen als auch von „der Wirklichkeit“ ausgesagt (Vgl. T 2.01231, 4.023). Er spricht von internen Relationen zwischen Sätzen, aber auch von internen Relationen zwischen Sprache und Welt. (Vgl. T 3.24, 4.014)¹⁶

¹⁶ Die Idee, dass Wittgenstein die Beziehung zwischen Sprache und Welt im *Tractatus* als „intern“ auffasst, liegt der „anti-metaphysischen“ Interpretation Marie McGinns zugrunde. (Vgl. McGinn 2006: 82 Fn 2)

Der Begriff der internen Relation, vor allem in seiner Verwendung in Bezug auf die Beziehungen zwischen Sätzen, hängt eng mit Wittgensteins Logikverständnis im *Tractatus* zusammen. Er ist zum Beispiel ausschlaggebend für Wittgensteins Begriff der logischen Folgerung. Wittgenstein fasst die logische Folgerung im *Tractatus* als eine interne Beziehung zwischen Sätzen auf, die sich an den Strukturen der beteiligten Sätze selbst ablesen lässt. (Vgl. T 5.131) Andere interne Beziehungen, die im *Tractatus* von Bedeutung sind, sind logischer Widerspruch (Vgl. T 4.1211), das scheinbare Vorkommen eines Satzes in einem anderen (Vgl. T 5.54f.) und die interne Beziehung von einem Satz, „welcher vom Komplex handelt [...] zum Satze, der von dessen Bestandteil handelt“ (T 3.24). Über den Begriff der „Formenreihe“ ist der Begriff der internen Relation eng mit dem Begriff der Operation verbunden.

2.4. Operation

Der Begriff der Operation spielt in Bezug auf die logische Notation des *Tractatus* neben dem Begriff der Variablen die zentrale Rolle. Die allgemeine Satzform ist zwar eine Variable, aber sie ist im Wesentlichen die Angabe der allgemeinen Form einer Operation. Die Operation ist im *Tractatus* die einzige Möglichkeit durch die ein Satz in einem anderen vorkommen kann.¹⁷ Der Operationsbegriff hängt daher stark mit der Unterscheidung zwischen Elementarsätzen und Wahrheitsfunktionen von Elementarsätzen zusammen, so wie mit der Vorstellung einer Gesamtheit aller Sätze, die ausgehend von der Menge der Elementarsätze generiert werden kann. Wittgenstein fasst im *Tractatus* die Sprache als ein abgeschlossenes System von Sätzen auf.

Die Gesamtheit der Sätze ist die Sprache. (T 4.001)

Diese Sätze stehen in einer eindeutigen Beziehung zu einander und zur Welt. Die Gesamtheit aller Sätze lässt sich aus der Menge aller Namen konstruieren. Aus dieser lässt sich zunächst auf die Menge aller möglichen Elementarsätze schließen. Aus der Menge der Elementarsätze kann dann auf die Menge aller möglichen Wahrheitsfunktionen von Elementarsätzen geschlossen werden.

¹⁷ Die einzige Möglichkeit, auf die ein Satz in einem anderen vorkommen kann, ist als Basis einer Wahrheitsoperation. (Vgl T 5.54)

Angenommen, mir wären *alle* Elementarsätze gegeben: Dann lässt sich einfach fragen: welche Sätze kann ich aus ihnen bilden. Und das sind *alle* Sätze und *so* sind sie begrenzt. (T 4.51)

Wittgenstein geht aber nicht davon aus, dass sich die so beschriebene Rekonstruktion aller Sätze auch durchführen lässt.

Der Elementarsatz besteht aus Namen. Da wir aber die Anzahl der Namen von verschiedener Bedeutung nicht angeben können, so können wir auch nicht die Zusammensetzung des Elementarsatzes angeben. (T 5.55)

Da wir die Gesamtheit der Namen nicht angeben können, können wir auch die Gesamtheit der Elementarsätze nicht voraussagen und daher auch nicht die Gesamtheit der Sätze. Diese Fragen sind für Wittgenstein außerhalb der Logik. Sie betreffen ihre Anwendung. (Vgl. T 5.557)

Der Begriff der Operation hängt eng mit dem Begriff der „internen Relation“ zusammen. Wittgensteins Erläuterungen zu „formalen Begriffen“ und „internen Relationen“ bilden den Kontext, in dem der Begriff zum ersten Mal im Text des *Tractatus*, in Satz 4.1273, Erwähnung findet. „Operation“ wird an dieser Stelle über den Begriff der Formenreihe eingeführt. Danach wird der Operationsbegriff in den Untersätzen des Satzes 5.2 wieder aufgegriffen, der ebenfalls von internen Relationen handelt. Alle Untersätze von 5.2 tragen zur expliziten Entwicklung des Begriffs bei. Satz 5.2 ist ein direkter Untersatz des 5. Hauptsatzes.

Der Satz ist eine Wahrheitsfunktion der Elementarsätze.

(Der Elementarsatz ist eine Wahrheitsfunktion seiner selbst.) (T 5)

Die Untersätze von Satz 5 handeln vom Verhältnis zwischen Wahrheitsfunktionen. Sie bilden den Kontext für die Erläuterung des Operationsbegriffs.

2.4.1. Formenreihen

Der Begriff „Operation“ wird zunächst über den Begriff „Formenreihe“ eingeführt. Der Begriff der Formenreihe kommt zum ersten Mal in Satz 4.1252, in Zusammenhang mit Wittgensteins Entwicklung des Begriffs „interne Relation“ vor. Wittgenstein definiert in diesem Absatz „Formenreihen“ als Reihen, die durch interne Relationen geordnet sind und gibt zwei Beispiele: die Reihe der Zahlen und eine Reihe von Sätzen, die die Nachfolgerrelation von einer steigenden Menge von Gegenständen aussagen.

Reihen, welche durch *interne* Relationen geordnet sind, nenne ich Formenreihen.

Die Zahlenreihe ist nicht nach einer externen, sondern nach einer internen Relation geordnet.

Ebenso die Reihe der Sätze

„ aRb “,

„ $(\exists x):aRx.xRb$ “,

„ $(\exists x,y):aRx.xRy.yRb$ “,

u.s.f.

(Steht b in einer dieser Beziehungen zu a , so nenne ich b einen Nachfolger von a .) (T 4.1252)

Formenreihen sind also geordnete Reihen, deren Glieder jeweils in einer besonderen internen Beziehung zu einander stehen. Von Operationen ist an dieser Stelle noch keine Rede. Mit dieser ersten Erwähnung des Begriffs der Formenreihe schließt Wittgenstein die Definition des Begriffs „interne Relation“ ab und geht zum Thema der „formalen Begriffe“ über.

Der über den Begriff der „internen Relation“ definierte Begriff der Formenreihe wird in Satz 4.1273 wieder aufgegriffen. An dieser Stelle sucht Wittgenstein nach einer Möglichkeit einen Ausdruck für „das allgemeine Glied“ einer spezifischen Formenreihe („in der Begriffsschrift“) zu finden. In Satz 4.1252 legt Wittgenstein fest, dass er „ b “ einen „Nachfolger von a “ nennen wolle, wenn b zu a in einer der Beziehungen steht, die durch einen Satz aus der angegebenen Reihe von Sätzen ausgedrückt werden. Diese Relation entspricht also jedem beliebigen Glied in der Formenreihe und soll durch „das allgemeine Glied“ der Formenreihe ausgedrückt werden. In Satz 4.1273 gibt Wittgenstein zunächst eine informelle Definition des allgemeinen Glieds einer Formenreihe:

Wollen wir den allgemeinen Satz: „ b ist ein Nachfolger von a “ in der Begriffsschrift ausdrücken, so brauchen wir hierzu einen Ausdruck für das allgemeine Glied der Formenreihe:

aRb

$(\exists x):aRx.xRb$

$(\exists x,y):aRx.xRy.yRb,$

...

Das allgemeine Glied einer Formenreihe kann man nur durch eine Variable ausdrücken, denn der Begriff: Glied dieser Formenreihe, ist ein *formaler* Begriff. (Dies haben Frege und Russell übersehen; die Art und Weise, wie sie allgemeine Sätze wie den obigen ausdrücken wollen, ist daher falsch; sie enthält einen *circulus vitiosus*.)

Wir können das allgemeine Glied der Formenreihe bestimmen, indem wir ihr erstes Glied angeben und die allgemeine Form der Operation, welche das folgende Glied aus dem vorhergehenden Satz erzeugt. (T 4.1273)

Da „Glieder einer Formenreihe“ ein formaler Begriff ist, lässt er sich nach Wittgensteins Auffassung am besten durch eine Variable ausdrücken, deren Werte alle und nur die Sätze der entsprechenden Reihe von Sätzen sind. Bisher wurden Variablen im *Tractatus* verwendet um eine Menge von Sätzen, die ein bestimmtes Merkmal aufweisen zu bezeichnen. Diese Darstellungsweise soll jetzt auf den Fall ausgeweitet werden, in dem das gemeinsame Merkmal in einem bestimmten internen Zusammenhang zwischen diesen Sätzen besteht. Die Operation wird zunächst als Mittel der Darstellung einer solchen Reihe eingeführt.¹⁸

2.4.2. „Operation“ und interne Relationen

Der Begriff der Formenreihe, über den der Begriff der Operation zunächst in Satz 4.1273 eingeführt wird, hängt bereits eng mit dem Begriff der internen Relation zusammen. Der Operationsbegriff wird in den Untersätzen zu Satz 5.2 wieder aufgegriffen, der sich explizit auf den Begriff der internen Relation bezieht.

Die Strukturen der Sätze stehen in internen Beziehungen zueinander. (T 5.2)

Der Operationsbegriff wird in den Kommentaren zu diesem Satz entwickelt. Er steht damit in unmittelbarem Zusammenhang mit dem Begriff der internen Relation.

Wir können diese internen Beziehungen dadurch in unserer Ausdrucksweise hervorheben, daß wir einen Satz als Resultat einer Operation darstellen, die ihn aus anderen Sätzen (den Basen der Operation) hervorbringt. (T 5.21)

Interne Beziehungen zwischen Sätzen bestehen von sich aus, „sobald, und dadurch dass, jene Sätze bestehen“ (Vgl. T 5.131). Sätze müssen nicht erst in diese Beziehungen gesetzt werden. Die Operationsdarstellung wird als Mittel aufgefasst eine interne Relation zwischen zwei Sätzen hervorzuheben.

Ein weiterer in diesem Zusammenhang wichtiger Begriff, der in diesem Absatz zum ersten Mal Erwähnung findet ist der Begriff der „Basen einer Operation“. Wittgenstein verwendet an dieser Stelle den Plural: Eine Operation kann also nicht nur ein Element als unmittelbare Basis haben, sondern mehrere.

¹⁸ Im Tagebuch setzt Wittgenstein die Begriffe „Formenreihe“ und „Operation“ sogar gleich: „Operation ist der Übergang von einem Glied zum folgenden einer Formen-Reihe. Operation und Formen-Reihe sind Äquivalente.“ (TB 17.8.1916, S. 176)

Der Begriff der Operation schwankt von der ersten Erwähnung an zwischen einer *synchronen* Betrachtungsweise, in der er für einen Zusammenhang zwischen statischen Strukturen steht, und einer *diachronen* Betrachtungsweise, in der er eine Aktivität bezeichnet, die eine Struktur in eine andere überführt. Dieses Schwanken drückt sich in der Abfolge der nächsten beiden Untersätze von 5.2 aus.

Die Operation ist der Ausdruck einer Beziehung zwischen den Strukturen ihres Resultats und ihrer Basen.

Die Operation ist das, was mit ihm geschehen muss, um aus ihm den anderen zu machen.

Und das wird natürlich von ihren formalen Eigenschaften, von der internen Ähnlichkeit ihrer Formen abhängen. (T 5.22-5.23)

Der Zusammenhang zwischen dem Operationsbegriff und dem Begriff der internen Relation ist so eng, dass Wittgenstein sie an einer Stelle sogar gleichsetzt.

Die interne Relation, die eine Reihe ordnet, ist äquivalent mit der Operation, durch welche ein Glied aus dem anderen entsteht. (T 5.232)

Die Operation bringt Ähnlichkeiten (Vgl. T 5.231) und Unterschiede (Vgl. T 5.24) zwischen Formen zum Ausdruck. Sie selbst kennzeichnet keine Form.

Die Operation kennzeichnet keine Form, sondern nur den Unterschied der Formen. (T 5.241)

Dass die Operation selbst keine Form darstellt, sondern nur die Unterschiede und Ähnlichkeiten zwischen Formen herausstellt bzw. eine Form in die andere überführt, leitet zu einem weiteren wichtigen Aspekt von Wittgensteins Operationsbegriff über: Die Operation ist in gewisser Weise „transparent“. Das bedeutet einerseits, dass Operationen „verschwinden“ können und andererseits, dass auch das mehrmalige Anwenden einer Operation auf ihr Resultat als eine Operation aufgefasst werden kann.

Eine Operation kann die Wirkung einer anderen rückgängig machen. Operationen können einander aufheben.

Die Operation kann verschwinden (z.B. die Verneinung in „ $\sim \sim p$ “: $\sim \sim p = p$). (T 5.253-5.254)

Dass die Operation selbst keine Form, sondern nur den Unterschied zwischen Formen zum Ausdruck bringt, hängt damit zusammen, dass sie sich als Variable darstellen lässt:

Die Operation zeigt sich in einer Variablen, sie zeigt, wie man von einer Form von Sätzen zu einer anderen gelangen kann.

Sie bringt den Unterschied der Formen zum Ausdruck.

(Und das Gemeinsame zwischen den Basen und dem Resultat der Operation sind eben die Basen.) (T 5.24)

Dieselbe Operation, die „q“ aus „p“ macht, macht aus „q“ „r“ u.s.f. Dies kann nur darin ausgedrückt sein, dass „p“, „q“, „r“ etc. Variable sind, die gewisse formale Relationen allgemein zum Ausdruck bringen. (T 5.242)

Wittgenstein wiederholt in diesem Zusammenhang die Forderung, dass das allgemeine Glied einer Operation als Variable darzustellen sei, aber löst sie noch nicht ein. Die formale Definition des allgemeinen Glieds einer Formenreihe folgt auf die Einführung des Begriffs der „successiven Anwendung“ einer Operation, der wiederum eng mit der bedeutenden Unterscheidung zwischen Operation und Funktion zusammenhängt.

2.4.3. Der Unterschied zwischen „Funktion“ und „Operation“

Die strikte Unterscheidung zwischen „Funktion“ und „Operation“ ist eine der wesentlichen Pointen des Operationsbegriffs im *Tractatus*. Wittgenstein leitet auf diese Abgrenzung in Zusammenhang mit der Idee der Transparenz von Operationen über:

Das Vorkommen der Operation charakterisiert den Sinn des Satzes nicht.

Die Operation sagt ja nichts aus, nur ihr Resultat, und dies hängt von den Basen der Operation ab.

(Operation und Funktion dürfen nicht miteinander verwechselt werden.) (T 5.25)

Im Gegensatz zur Funktion charakterisiert das Vorkommen einer Operation den Sinn des Satzes nicht. Operationen können sich gegenseitig aufheben. Der Sinn eines Satzes kann also trotz vorkommen mehrerer Operationen bzw. mehrmaligem Vorkommen einer Operation gleich bleiben. Ein weiterer zentraler Unterschied zwischen Operation und Funktion ist, dass Operationen mehrmals hintereinander angewendet werden können. Dieses Konzept einer „successiven Anwendung“ von Operationen hängt ebenfalls mit der Idee der Transparenz von Operationen zusammen. Nachdem Wittgenstein die Bedeutung der Unterscheidung zwischen Operation und Funktion zwischen Klammern angesprochen hat, greift er sie im nächsten Untersatz auf:

Eine Funktion kann nicht ihr eigenes Argument sein, wohl aber kann das Resultat einer Operation ihre eigene Basis werden. (T 5.251)

Das ist der Kern der Unterscheidung zwischen Operation und Funktion. Er lässt sich wie folgt verdeutlichen: Während es im Fall der Funktion ausschlaggebend ist, dass ihre Argumente nur

Namen, ihre Werte nur Sätze sind, sind im Fall der Operation Argumente und Werte aus dem selben Bereich. Das führt dazu, dass eine wiederholte Anwendung auf das Ergebnis für Funktionen nicht in Frage kommt, während sie im Fall der Operation problemlos möglich ist. Diese Eigenschaft der Operation im Kontrast zur Funktion erklärt auch, warum mathematische Funktionen in Wittgensteins Verständnis Operationen und nicht Funktionen sind. Wittgenstein definiert die Anwendung einer Operation auf ihr Resultat als „successive Anwendung einer Operation“:

Die fortgesetzte Anwendung einer Operation auf ihr eigenes Resultat nenne ich ihre successive Anwendung („O'O'O'a“ ist das Resultat der dreimaligen successiven Anwendung von „O'ξ“ auf „a“).

In einem ähnlichen Sinne rede ich von der successiven Anwendung *mehrerer* Operationen auf eine Anzahl von Sätzen. (T 5.2521)

Der Begriff der successiven Anwendung der Operation ist äquivalent mit dem Begriff „und so weiter“.¹⁹ (T 5.2523)

Der Begriff der successiven Anwendung einer Operation leitet zur Variablendarstellung der Operation durch Angabe des allgemeinen Glieds einer Formenreihe über. An dieser Stelle gibt Wittgenstein die informelle Definition aus Satz 4.1273 formal Ausdruck:

Das allgemeine Glied einer Formenreihe $a, O'a, O'O'a, \dots$ Schreibe ich daher so: „ $[a, x, O'x]$ “. Dieser Klammersausdruck ist eine Variable. Das erste Glied des Klammersausdruckes ist der Anfang der Formenreihe, das zweite die Form eines beliebigen Gliedes x der Reihe und das dritte die Form desjenigen Gliedes der Reihe, welches auf x unmittelbar folgt. (T 5.2522)

Ein adäquater Ausdruck für die Operation muss einen Übergang, eine bestimmte formale Relation allgemein zum Ausdruck bringen. Es geht darum, zu erfassen, was bei jeder Iteration der successiven Anwendung einer Operation gleichbleibt. Dieses Gleichbleibende ist ein Zusammenhang zwischen den jeweils aufeinander folgenden Gliedern. Wittgenstein hebt es durch einen Variablenausdruck hervor, der aus dem Anfangsglied a , einem beliebigen Glied x und dem Nachfolger von x besteht.

Der Hauptunterschied zwischen Operationen und Funktionen für Wittgenstein im *Tractatus* ist, dass es bei Funktionen keine successive Anwendung gibt. Aber nicht etwa, weil das so festgesetzt wird oder weil es Unsinn produzieren würde, sondern weil es gar nicht erst versucht werden kann, da Argumente und Werte von Funktionen zu ganz verschiedenen

¹⁹ Im Tagebuch schreibt Wittgenstein: „Der Begriff ‚und so weiter‘ ist äquivalent mit dem Begriff der Operation.“ (TB 21.11.1916, S. 185)

Kategorien gehören (Namen und Sätze), während Operationen Sätze als Basen und als Resultate haben (Vgl. White 2006: 87)

2.4.4. Wahrheitsoperation

Im Zusammenhang mit seinem Begriff der Operation führt Wittgenstein auch einen Begriff der „Wahrheitsoperation“ ein. Dieser hängt mit der Unterscheidung zwischen Elementarsätzen und Wahrheitsfunktionen von Elementarsätzen zusammen. Dazu schreibt Wittgenstein:

Die Operation kann erst dort auftreten, wo ein Satz auf logisch bedeutungsvolle Weise aus einem anderen entsteht. Also dort, wo die logische Konstruktion des Satzes anfängt. (T 5.233)

Operationen können nicht innerhalb von Elementarsätzen auftreten; diese bestehen aus Namen in unmittelbarer Verbindung und sind voneinander unabhängig. Sie haben mit logisch bedeutsamen Beziehungen zwischen Sätzen zu tun, die erst auf der Ebene der „molekularen“ Sätze oder Wahrheitsfunktionen von Elementarsätzen auftreten. Auf diese Feststellung folgt die Einführung des Begriffs „Wahrheitsoperation“.

Die Wahrheitsfunktionen der Elementarsätze sind Resultate von Operationen, die die Elementarsätze als Basen haben. (Ich nenne diese Operationen Wahrheitsoperationen.) (T 5.234)

Die Wahrheitsoperation wird als ein Sonderfall der Operation eingeführt: Operationen bringen das Ordnungsprinzip einer Reihe zum Ausdruck. Wahrheitsoperationen bringen das Ordnungsprinzip aller Sätze zum Ausdruck, von den Elementarsätzen bis zu allen möglichen Wahrheitsfunktionen, die aus ihnen gebildet werden können. Obwohl sowohl „Funktion“ und „Wahrheitsfunktion“ als auch „Operation“ und „Wahrheitsoperation“ zu den logischen Grundbegriffen des *Tractatus* zählen, besteht eine Disanalogie im jeweiligen Verhältnis der beiden Begriffspaare: Während Wahrheitsoperationen ein Spezialfall der Operationen (eine bestimmte Operation) sind, sind Wahrheitsfunktionen gar keine Funktionen, sondern das Ergebnis von Wahrheitsoperationen (Sätze).

Satz 5.234, in dem die Wahrheitsoperation als Begriff eingeführt wird, hat einen Untersatz, in dem Wittgenstein seine Auffassung der logischen Konnektive als Operationen zum Ausdruck bringt:

Der Sinn einer Wahrheitsfunktion von p ist eine Funktion des Sinnes von p .

Verneinung, logische Addition, logische Multiplikation, etc., etc. sind Operationen.

(Die Verneinung verkehrt den Sinn des Satzes) (T 5.2341)

Wie in Abschnitt 2.1.4. angesprochen, sind Wahrheitsfunktionen keine Funktionen im Sinne Wittgensteins. Sie sind als Resultate von Wahrheitsoperationen definiert. Wahrheitsoperationen sind als die Art und Weise definiert, auf die Wahrheitsfunktionen entstehen. Da auch die Elementarsätze als Wahrheitsfunktionen ihrer selbst aufgefasst werden können, sind alle Sätze Wahrheitsfunktionen.

In den Untersätzen zu 5.2 kommt der Begriff der Wahrheitsoperation nur einmal vor. Der Begriff wird anschließend in den Sätzen 5.3, 5.4 und 5.5 und deren Untersätzen erneut aufgegriffen. Wittgenstein verdeutlicht die „Immaterialität“ oder „Transparenz“ von Wahrheitsoperationen an dieser Stelle auf zwei Weisen: einerseits kann die successive Anwendung verschiedener Wahrheitsoperationen wiederum als eine einzige Wahrheitsoperation aufgefasst werden, andererseits sind alle Wahrheitsoperationen identisch, die dieselbe Wahrheitsfunktion von Elementarsätzen ergeben.

Das Resultat jeder Wahrheitsoperation mit den Resultaten von Wahrheitsoperationen mit Elementarsätzen ist wieder das Resultat *Einer* Wahrheitsoperation mit Elementarsätzen. (T 5.3)

Hier zeigt es sich, dass es „logische Gegenstände“, „logische Konstante“ (im Sinne Freges und Russells) nicht gibt.

Denn: Alle Resultate von Wahrheitsoperationen mit Wahrheitsfunktionen sind identisch, welche eine und dieselbe Wahrheitsfunktion von Elementarsätzen sind. (T 5.4-5.41)

Gleichzeitig verdeutlicht Wittgenstein seine Vorstellung der Gesamtheit aller Sätze, die gegeben ist, sobald ein Satz einer Sprache gegeben ist.

Wenn uns ein Satz gegeben ist, so sind *mit ihm* auch schon die Resultate aller Wahrheitsoperationen, die ihn zur Basis haben, gegeben. (T 5.442)

Die Gesamtheit der Sätze kann zwar ausgehend von den Namen einer Sprache über die Elementarsätze und deren Wahrheitsfunktionen durch das Ausschöpfen aller Kombinationsmöglichkeiten konstruiert werden, diese Rekonstruktion dient aber nur der Veranschaulichung jener Zusammenhänge, die von sich aus bestehen.

Wittgensteins Begriff der Operation steht in engem Zusammenhang mit seinem Logikverständnis zur Zeit des *Tractatus*. In Bezug auf die logische Notation des *Tractatus* ist vor allem der Ausdruck des allgemeinen Glieds einer Formenreihe, der in Satz 4.1273 informell und in Satz 5.2522 formal definiert wird, von Bedeutung.

3. Die logische Notation des *Tractatus*

Wie in der Einleitung skizziert, besteht das, was man als „die logische Notation des *Tractatus*“ bezeichnen kann, im Wesentlichen aus drei unterschiedlichen Konventionen, die Wittgenstein an verschiedenen Stellen des *Tractatus* einführt:

- Die allgemeine Satzform als einzige Konstante (Vgl. T 6)
- Eine Konvention, wie mit Hilfe einer Wahrheitsoperation Existenz- und Allaussagen getroffen werden (Vgl. T 5.52)
- Eine Konvention in Bezug auf Identitätsaussagen (Vgl. T 5.531-5.5321)

Diese sollen in diesem Kapitel genauer erläutert werden.

Ein wichtiger Schritt, der der allgemeinen Satzform vorausgeht, ist die Einführung des N-Operators. Da die allgemeine Satzform nicht ohne ihn verstanden werden kann, wird er im ersten Abschnitt dieses Kapitels erläutert. Die allgemeine Satzform selbst wird im zweiten Abschnitt dieses Kapitels behandelt. Da es Wittgenstein, wie er im Vorwort erklärt, im *Tractatus* darum geht, dem Denken in der Sprache eine Grenze zu ziehen, kann die Einführung der allgemeinen Satzform, die die Gesamtheit aller sinnvollen Sätze beschreibt, als Pointe des *Tractatus* aufgefasst werden. Auch aus einer Perspektive, die auf die formal-logischen Aspekte des *Tractatus* fokussiert, erscheint die allgemeine Satzform als zentrales Element des *Tractatus*: sie wird als die einzige logische Konstante bezeichnet.

Wittgensteins Umgang mit Quantifikation und Identität wird in den Abschnitten 3 und 4 dieses Kapitels erörtert. Dass diese beiden anderen wichtigen Konventionen systematisch und auf der Ebene des Textes unabhängig von der allgemeinen Satzform eingeführt werden, kann als Argument gegen die Auffassung, dass sich die formal-logischen Bemühungen, die Wittgenstein im *Tractatus* unternimmt, zu einem Ganzen schließen, aufgefasst werden. Diese Konventionen lassen sich aber auch als Verteidigung der allgemeinen Satzform als Beschreibung aller sinnvollen Sätze auffassen: nur durch eine entsprechende Erklärung von Quantifikation und Identität kann gewährleistet werden, dass die allgemeine Satzform tatsächlich alle Sätze erfasst.

Alle drei Konventionen, die Wittgensteins logische Notation ausmachen, lassen sich mit Roger White als Teil des Versuchs, alle Sätze durch Wahrheitsfunktionen von Elementarsätzen darzustellen, auffassen. White weist in diesem Zusammenhang auf eine Schwierigkeit hin:

He [Wittgenstein, K.S.] wants to show the whole of logic to be explicable in purely truth-functional terms, and so to set up his logic using only truth-functional operators. However, truth-functional operators always operate on whole propositions, and ignore the internal structure of the propositions operated on. (White 2006: 91)

Um jede Form von logischer Komplexität durch Wahrheitsoperationen darstellen zu können, müssen nicht nur Junktoren, sondern auch Quantifikation und Identitätsaussagen als Wahrheitsfunktionen dargestellt werden können. Die Herausforderung dabei ist, dass Wahrheitsoperationen nur auf Satzebene operieren, Quantoren und Identitätszeichen sich aber normalerweise auf Satzteile beziehen.

Obwohl Wittgenstein sich selbst nicht immer konsequent an seine eigenen Begriffsbestimmungen und Konventionen hält, lassen sich einige Zusammenhänge zwischen der Bestimmung der logischen Grundbegriffe und der Erläuterung jener Konventionen, die die logische Notation ausmachen, aufzeigen:

- Die N-Operation ist eine Wahrheitsoperation in Wittgensteins Sinne und schließt an die Erklärung von Junktoren als Wahrheitsoperationen im Zusammenhang mit dem Operationsbegriff an.
- Nur unter Berücksichtigung von Wittgensteins speziellem Variablenbegriff kann die allgemeine Satzform als Variablenausdruck verstanden werden.
- Die Begriffe der Formenreihe und der allgemeinen Form einer Operation sind ausschlaggebend für eine Debatte um die Ausdrucksstärke der allgemeinen Satzform, die sich in der Sekundärliteratur entwickelt hat.
- Die verschiedenen Möglichkeiten die Werte einer Variablen anzugeben, die Wittgenstein in Satz 5.501 anführt, sowie der zusätzliche Hinweis, dass diese Auflistung nicht vollständig ist, spielen dabei ebenfalls eine wichtige Rolle.

Diese Zusammenhänge sollen im Laufe des Kapitels herausgearbeitet werden.

3.1. Der N-Operator

Der N-Operator bezeichnet eine Wahrheitsoperation, mit deren Hilfe aus Elementarsätzen Wahrheitsfunktionen von Elementarsätzen erzeugt werden. Er ist das zentrale Element der allgemeinen Satzform. Die schrittweise Einführung des N-Operators im *Tractatus* lässt sich über die sogenannte „abgekürzte Wahrheitstafel-Darstellung“ (Vgl. Potter 2009: 172) von Sätzen nachvollziehen.

3.1.1. Die Wahrheitstafel-Darstellung von Sätzen

Wie Michael Potter herausarbeitet (Vgl. Potter 2009: 158-164), entwickelte Wittgenstein zur Zeit der Arbeit an den *Aufzeichnungen über Logik*, die dem *Tractatus* vorausgehen, verschiedene Notationen für Wahrheitsfunktionen, die gegenüber der Bezeichnung durch arbiträr gewählte Zeichen den Vorteil haben, dass man am Zeichen selbst sieht um welche Wahrheitsfunktion es sich handelt. Zu diesen zählen die Darstellung durch „Wahrheitstafeln“ und die Darstellung durch „Wahrheitsdiagramme“. Beide Darstellungsweisen spielen auch für den *Tractatus* eine Rolle: Die „Wahrheitstafel-Darstellung“ erscheint als Darstellungsmöglichkeit von logisch komplexen Sätzen (Wahrheitsfunktionen von Elementarsätzen), die „Wahrheitsdiagramm-Darstellung“ hat in den *Tractatus* als Methode zum Erkennen von Tautologien Eingang gefunden. (Vgl. T 6.1203)

Wittgenstein führt Wahrheitstafeln²⁰ als Mittel zur Darstellung der Wahrheitsmöglichkeiten von Elementarsätzen in den Untersätzen von Satz 4 ein, die von der Funktionsweise von Sätzen allgemein handeln.

Die Wahrheitsmöglichkeiten können wir durch Schemata folgender Art darstellen („W“ bedeutet „wahr“, „F“ „falsch“. Die Reihen der „W“ und „F“ unter der Reihe der Elementarsätze bedeuten in leichtverständlicher Symbolik deren Wahrheitsmöglichkeiten):

p	q	r
W	W	W
F	W	W
W	F	W
W	W	F
F	F	W
F	W	F
W	F	F
F	F	F

p	q
W	W
F	W
W	F
F	F

p
W
F

(T 4.31)

Die Wahrheitsmöglichkeiten von Elementarsätzen lassen sich durch Wahrheitstafeln darstellen, weil Elementarsätze per definitionem voneinander unabhängig sind. (Vgl. T 4.211) Es können alle möglichen Kombinationen von Wahrheit und Falschheit der Elementarsätze zutreffen. (Vgl. T 4.28)

Die Einführung dieser Darstellungsform steht im Kontext von Wittgensteins Erläuterung der Funktionsweise von Sätzen allgemein als Ausdruck der Übereinstimmung und Nichtübereinstimmung mit Sachverhalten. In diesem Zusammenhang trifft Wittgenstein zunächst folgende Bestimmung über den Sinn eines Satzes:

²⁰ Wittgenstein selbst spricht im *Tractatus* nicht von „Wahrheitstafeln“, sondern allgemein von „Schemata“.

Der Sinn des Satzes ist seine Übereinstimmung und Nichtübereinstimmung mit den Möglichkeiten des Bestehens und Nichtbestehens der Sachverhalte. (T 4.2)

Im Fall des Elementarsatzes ist diese Bedingung trivial erfüllt: Der Elementarsatz drückt das Bestehen eines Sachverhalts aus; er stimmt mit dem Bestehen dieses Sachverhalts überein und stimmt nicht mit dem Nichtbestehen dieses Sachverhalts überein. Im weiteren Verlauf wird diese Funktionsweise auf den Fall logisch komplexer Sätze ausgeweitet:

Die Wahrheitsmöglichkeiten der Elementarsätze bedeuten die Möglichkeiten des Bestehens und Nichtbestehens der Sachverhalte. (T 4.3)

Der Satz ist der Ausdruck der Übereinstimmung und Nichtübereinstimmung mit den Wahrheitsmöglichkeiten der Elementarsätze. (T 4.4)

Dass ein Satz „Ausdruck der Übereinstimmung und Nichtübereinstimmung mit den Wahrheitsmöglichkeiten der Elementarsätze“ ist, gilt zwar auch für Elementarsätze selbst – der Elementarsatz ist eine Wahrheitsfunktion seiner selbst, drückt also aus, dass er immer wahr ist, wenn er wahr ist und immer falsch ist, wenn er falsch ist – Wittgenstein hat hier aber in erster Linie die Ausdehnung dieser Funktionsweise auf den Fall der komplexen Sätze im Sinn. Da alle logisch komplexen Sätze Wahrheitsfunktionen von Elementarsätzen sind, ist auch ihr Sinn, vermittelt über die Elementarsätze, die „Übereinstimmung und Nichtübereinstimmung mit den Möglichkeiten des Bestehens und Nichtbestehens der Sachverhalte“. Wittgenstein hält explizit fest, dass in dieser Darstellung das Verständnis der Funktionsweise von komplexen Sätzen vom Verständnis der Funktionsweise von Elementarsätzen abhängt. (Vgl. T 4.411) Die Übereinstimmung mit Wahrheitsmöglichkeiten lässt sich durch Zuordnung der Wahrheitsmöglichkeiten mit einem „Abzeichen“ ausdrücken, z.B. „W“. (Vgl. T 4.43) Das Zeichen, welches durch so eine Zuordnung entsteht, ist ein Satzzeichen. (Vgl. T 4.44)

Die „Wahrheitstafel-Darstellung“ von Sätzen veranschaulicht Wittgensteins Auffassung davon, wie logisch komplexe Sätze einen Sinn ausdrücken: ein komplexer Satz drückt Übereinstimmung bzw. Nichtübereinstimmung mit den Wahrheitsmöglichkeiten einer beliebigen Menge von Elementarsätzen aus, auf die er sich bezieht. Wittgenstein führt sie in Satz 4.442 ein:

Es ist z.B.:

p	q	
W	W	W
F	W	W
W	F	
F	F	W

ein Satzzeichen. (T 4.442)

Dieses Satzzeichen besteht aus den Wahrheitsmöglichkeiten der Elementarsätze, auf die sich der komplexe Satz bezieht und der Angabe, mit welchen davon er übereinstimmt. Der Beispielsatz in 4.442 entspricht dem Satz „ $p \supset q$ “, in dem das arbiträre Zeichen „ \supset “ verwendet wird. Er drückt Übereinstimmung mit allen Wahrheitsmöglichkeiten der Elementarsätze, außer der Möglichkeit, dass p wahr und gleichzeitig q falsch ist, aus.

3.1.2. Die abgekürzte Wahrheitstafel-Darstellung

Von dieser Verwendung der Wahrheitstafeln her lässt sich anhand der „abgekürzten Wahrheitstafel-Darstellung“ eine Linie zur Einführung des N-Operators im Text nachzeichnen. Wittgenstein führt die abgekürzte Wahrheitstafel-Darstellung zusammen mit der Wahrheitstafel-Darstellung ein:

Ist die Reihenfolge der Wahrheitsmöglichkeiten im Schema durch eine Kombinationsregel ein für allemal festgesetzt, dann ist die letzte Kolonne allein schon ein Ausdruck der Wahrheitsbedingungen. Schreiben wir diese Kolonne als Reihe hin, so wird das Satzzeichen zu

„(WW-W) (p, q)“

oder deutlicher

„(WWFW) (p, q)“

(Die Anzahl der Glieder in der linken Klammer ist durch die Anzahl der Glieder in der rechten bestimmt.) (T 4.442)

Was eine Wahrheitsfunktion (ein logisch komplexer Satz) aussagt bzw. wie der Ausdruck die Welt darstellt wird für Wittgenstein in dieser Darstellungsweise deutlich: Über eine Menge von Elementarsätzen wird festgelegt mit welchen Kombinationen ihrer Wahrheitsmöglichkeiten der Satz übereinstimmt und nicht übereinstimmt. Solange festgelegt ist in welcher Reihenfolge die Wahrheitsmöglichkeiten der Elementarsätze anzuschreiben sind, brauchen wir nicht die ganze Wahrheitstafel anzugeben. Es genügt die abgekürzte Darstellung.

Die abgekürzte Wahrheitstafel-Darstellung hat bereits Ähnlichkeit mit der Operationsdarstellung: ein Ausdruck („(WWFW)“) steht vor einem anderen Ausdruck, der eine Menge von (Elementar-)sätzen („(p, q)“) angibt und generiert so einen weiteren Satz. In den Untersätzen von Satz 5 kommt Wittgenstein auf diese Darstellungsweise zurück und gibt

an, dass sich mit ihrer Hilfe alle möglichen Wahrheitsfunktionen jeder beliebigen Anzahl von Sätzen in einem weiteren „Schema“ darstellen lassen. Er führt dies für den Fall von allen Kombinationen der Wahrheitsmöglichkeiten von zwei Elementarsätzen aus:

Die Wahrheitsfunktionen jeder Anzahl von Elementarsätzen lassen sich in einem Schema folgender Art hinschreiben:

(WWWW) (p,q)	Tautologie	(Wenn p so p; und wenn q, so q.) ($p \supset p \cdot q \supset q$)
(FWWW) (p,q)	in Worten:	Nicht beides p und q. ($\sim(p \cdot q)$)
(WFWW) (p,q)	„ „	Wenn q, so p. ($q \supset p$)
(WWFW) (p,q)	„ „	Wenn p, so q. ($p \supset q$)
(WWWF) (p,q)	„ „	p oder q. ($p \vee q$)
(FFWW) (p,q)	„ „	Nicht q. ($\sim q$)
(FWFW) (p,q)	„ „	Nicht p. ($\sim p$)
(FWWF) (p,q)	„ „	p, oder q, aber nicht beide. ($p \cdot \sim q \vee q \cdot \sim p$)
(WFFW) (p,q)	„ „	Wenn p, so q; und wenn q, so p. ($p \equiv q$)
(WFWF) (p,q)	„ „	p
(WWFF) (p,q)	„ „	q
(FFFW) (p,q)	„ „	Weder p noch q. ($\sim p \cdot \sim q$) oder ($p q$)
(FFWF) (p,q)	„ „	p und nicht q. ($p \cdot \sim q$)
(FWFF) (p,q)	„ „	q und nicht p. ($q \cdot \sim p$)
(WFFF) (p,q)	„ „	q und p. ($q \cdot p$)
(FFFF) (p,q)	Kontradiktion	(p und nicht p; und q und nicht q.) ($p \cdot \sim p \cdot q \cdot \sim q$)

(T 5.101)

Ein solches Schema kann für jede beliebige Anzahl von Elementarsätzen konstruiert werden. Die Einführung der N-Operation baut auf dieser Darstellung auf. Die Ausdrücke im Schema unterscheiden nicht zwischen ein- und zweistelligen Junktoren. Alle Junktoren sind sozusagen einstellig, können sich aber auf beliebige Menge von Sätzen beziehen. Dass logische Verknüpfungen wie Verneinung, Konjunktion und Disjunktion für Wittgenstein Operationen sind (Vgl. T 5.2341), zeichnet sich an dieser Darstellung bereits ab.

3.1.3. Der N-Operator als Analog zum Peirce-Operator

Das Schema, das Wittgenstein in Satz 5.101 entwickelt, entspricht allen möglichen Verbindungen von zwei Sätzen durch Junktoren (bzw. Kombinationen von Junktoren), die unterschiedliche Wahrheitsbedingungen ausdrücken. Im weiteren Verlauf des Textes hebt Wittgenstein eine Zeile aus diesem Schema besonders hervor.

Unmittelbar nachdem Wittgenstein das Schema angibt, leitet er zum Thema der logischen Folgerung über. Er schreibt:

Diejenigen Wahrheitsmöglichkeiten seiner Wahrheitsargumente, welche den Satz bewahrheiten, will ich seine *Wahrheitsgründe* nennen. (T 5.101)

Aufbauend auf diesem Begriff des „Wahrheitsgrundes“ definiert er logische Folgerung wie folgt:

Sind die Wahrheitsgründe, die einer Anzahl von Sätzen gemeinsam sind, sämtlich auch Wahrheitsgründe eines bestimmten Satzes, so sagen wir, die Wahrheit dieses Satzes folge aus der Wahrheit jener Sätze. (T 5.11)

Zentral für Wittgensteins Verständnis der logischen Folgerung ist, dass wir an den Strukturen der Sätze selbst erkennen können, dass ein Satz aus anderen Sätzen folgt (Vgl. T 5.13) und dass wir daher keine Schlussgesetze brauchen. (Vgl. T 5.132) Im Zusammenhang mit dieser Behandlung der Folgerung privilegiert Wittgenstein einen der im Schema in 5.101 angeführten Junktoren, wenn er schreibt:

Wenn wir von $p \vee q$ und $\sim p$ auf q schließen, so ist hier durch die Bezeichnungsweise die Beziehung der Satzformen von „ $p \vee q$ “ und „ $\sim p$ “ verhüllt. Schreiben wir aber z.B. statt „ $p \vee q$ “ „ $p|q$ “ und statt „ $\sim p$ “ „ $p|p$ “ ($p|q =$ weder p , noch q), so wird der innere Zusammenhang offenbar. (T 5.1311)

Wittgenstein hebt so die 12. Zeile im Schema aus Satz 5.101 besonders hervor:

(FFF) (p,q) in Worten: Weder p noch q . ($\sim p \cdot \sim q$) oder ($p|q$)

Die in dieser Zeile ausgedrückte Wahrheitsfunktion übersetzt Wittgenstein umgangssprachlich als „weder p noch q “. Sie entspricht der Konjunktion der Verneinungen zweier Sätze oder dem „Peirce-Operator“, den Wittgenstein durch das Zeichen „ $|$ “ ausdrückt. Die Operation wird auch als „NOR“ bezeichnet, da sie auch der verneinten Disjunktion zweier Sätze entspricht. Der Peirce-Operator ist ein zweistelliger Operator. Das Resultat der Anwendung des Peirce-Operators auf zwei Sätze ist nur dann wahr, wenn beide Sätze falsch sind, d.h. es ist immer dann falsch, wenn mindestens ein Satz wahr ist.

p	q	p q
W	W	F
F	W	F
W	F	F
F	F	W

$\Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q \Leftrightarrow \sim(p \vee q) \Leftrightarrow p \text{ NOR } q$

Das Kriterium für die Bevorzugung dieser Wahrheitsfunktion ist in Satz 5.101, dass der „innere Zusammenhang“ zwischen Sätzen durch die Umformung in eine Darstellung, die nur

„|“ verwendet, besonders deutlich würde. Eine Besonderheit des Peirce-Operators ist, dass diese Umformung stets möglich ist, weil der Peirce-Operator alleine eine Junktorenbasis²¹ (bzw. eine Minimalbasis²²) bildet. Das bedeutet, dass alle anderen Junktoren und allgemein alle Kombinationen von Junktoren, die unterschiedliche Wahrheitsfunktionen darstellen, sich nur durch „|“ ausdrücken lassen.

Dasselbe gilt auch für den Dual des Peirce-Operators, den sogenannten „Sheffer-Strich“. Der Sheffer-Strich ist ein zweistelliger Operator, der äquivalent zur Verneinung der Konjunktion bzw. der Disjunktion der Verneinungen zweier Sätze ist. Er wird darum auch als „NAND“-Operator bezeichnet. Der Sheffer-Strich wird oft durch das Symbol „↑“ dargestellt. (Der Peirce-Operator „|“ zur Abgrenzung auch als „↓“.)

p	q	p↑q
W	W	F
F	W	W
W	F	W
F	F	W

$\Leftrightarrow \sim p \vee \sim q \Leftrightarrow \sim(p \wedge q) \Leftrightarrow p \text{ NAND } q$

Der Sheffer-Strich entspricht der zweiten Zeile im Schema in 5.501, wird dort aber nicht als eigene Operation angeführt.

(FWWW) (p,q) in Worten: Nicht beides p und q. ($\sim(p \cdot q)$)

Der Beweis dafür, dass sowohl ↑ als auch ↓ eine Minimalbasis darstellen, wurde erstmals von Henry Maurice Sheffer im Jahr 1913 erbracht. (Vgl. Sheffer 1913) Charles Sanders Peirce wird zugeschrieben, dieselbe Entdeckung bereits früher gemacht, aber nicht veröffentlicht zu haben. In der englischsprachigen Sekundärliteratur werden oft beide Operationen als „Sheffer-Stroke“ bezeichnet. Ein Beispiel dafür ist Michael Potter, der mit Bezug auf NAND und NOR schreibt: „These two truth-functions are known as ‚Sheffer stroke functions‘ after their discoverer.“ (Potter 2009: 159) Roger White spricht vom N-Operator als „infinite analogue of the Sheffer Stroke“ oder als „‘none of...‘ operator“ (White 2006: 90) Im deutschsprachigen Raum wird „NOR“ als Peirce-Operator bezeichnet, „NAND“ als „Sheffer-Strich.“²³ Der N-Operator entspricht in dieser Terminologie einem infiniten Analog des Peirce-Operators, da er nicht zweistellig ist, sondern beliebig viele Sätze zur Basis haben kann.

²¹ „Eine Menge von Junktoren, mit deren Hilfe sich alle anderen Junktoren äquivalent darstellen lassen, heißt JUNKTORENBASIS.“ (Berger/ Krieger/ Mahr: A-20)

²² „Junktorenbasen, die bei Streichung eines Junktors keine Junktorenbasen mehr sind, heißen MINIMALBASEN.“ (ibd.)

²³ „Der Junktor ↓ heißt NOR (NICOD’SCHES FUNKTION oder PEIRCE-OPERATOR) und wird umgangssprachlich durch „weder – noch“ ausgedrückt. Der Junktor ↑ heißt NAND (SHEFFER-STRICH oder EXKLUSION; [...]).“ (Berger/ Krieger/ Mahr: A-21)

Wittgenstein zeigte sich von der Möglichkeit, alle Wahrheitsfunktionen durch eine einzige Operation darzustellen, beeindruckt. Gründe dafür liegen in seiner Skepsis gegenüber „Grundbegriffen“ der Logik, die voneinander abhängig sind. (Vgl. T 5.451) Er war davon überzeugt, dass die Möglichkeit des kreuzweisen Definierens darauf hindeutet, dass man noch nicht bei den richtigen logischen „Urzeichen“ angelangt sei. (Vgl. T 5.42)

Michael Potter führt diese fixe Idee, die Wittgensteins Arbeit schon zur Zeit der *Aufzeichnungen über Logik* prägte, auf den Einfluss von Hertz zurück. Von diesem übernimmt Wittgenstein ein methodisches Prinzip, das auf einer Parallele zwischen den Unbekannten eines physikalischen Gleichungssystems und den „Undefinierbaren“ eines formalen Systems beruht:

Applied mathematicians talk about the number of degrees of freedom in a system, meaning by this the number of unknowns in the equations which may be determined independently of each other. If we have a set of equations in five unknowns with four degrees of freedom, for instance, we can choose values for any four of the unknowns freely, but the value of the fifth will then be fixed by the choices we have made for the other four. When we set up a formal system, Wittgenstein thought it important to ensure that there are no more indefinables than there are degrees of freedom in the system. (Potter 2009: 84)

Laut Potter ist es diese Idee, die er als „Hertz’s Principle“ bezeichnet, auf die Wittgensteins Begeisterung über den Peirce-Operator als Minimalbasis zurückgeht: „Wittgenstein thought that if a system can be presented using one undefinable, then presenting it using two must contravene Hertz’s Principle.“ (Potter 2009: 159) Da es möglich ist, die Logik mit nur einem undefinierbaren Zeichen aufzubauen, muss ihr Freiheitsgrad 1 sein. Sie mit mehr als einem primitiven Zeichen darzustellen wäre gemäß dem methodischen Prinzip, das Wittgenstein von Hertz übernimmt, demnach problematisch. Potter zeigt sich von dieser Argumentation wenig überzeugt, da es zwar eleganter sein mag die Logik mit nur einem undefinierbaren Zeichen aufzubauen, aber keinen sachlichen Vorteil bringe (Vgl. Potter 2009: 159) Er hält Wittgensteins Begeisterung für den Peirce-Operator daher für ungerechtfertigt: „Wittgenstein’s attachment to this faulty reasoning seems to have made him unduly impressed by the fact that Sheffer’s stroke function $|$ is on its own adequate to express all the truth-functions.“ (Potter 2009: 159)

3.1.4. Einführung der N-Operation und des N-Operators

Nach diesen zwei vorbereitenden Schritten

- Etablierung der abgekürzten Wahrheitstafelnotation für Sätze
- Präferenz eines Junktors, der eine Minimalbasis bildet

führt Wittgenstein zunächst die N-Operation und dann ihr Zeichen, den N-Operator, ein.

Die N-Operation wird in Satz 5.5 eingeführt.

Jede Wahrheitsfunktion ist ein Resultat der successiven Anwendung der Operation

$$(\text{----}W)(\xi, \dots)$$

auf Elementarsätze.

Diese Operation verneint sämtliche Sätze in der rechten Klammer, und ich nenne sie die Negation dieser Sätze. (T 5.5)

Die N-Operation wird zum Zeitpunkt ihrer Einführung durch die abgekürzte Wahrheitstafeldarstellung angegeben: Der Ausdruck „(----W)“ gibt an, dass in einer Wahrheitstafel mit beliebig vielen Sätzen jeweils die letzte Zeile wahr ist. (Die Konvention legt fest, dass in dieser Zeile die Kombination steht, in der alle Sätze falsch sind.) Der Ausdruck „(ξ, ...)“ steht für eine beliebige Liste von Sätzen. An dieser Stelle wird im Zusammenhang mit der abgekürzten Wahrheitstafeldarstellung zum ersten Mal explizit von einer „Operation“ gesprochen.

In Satz 5.501 gibt Wittgenstein drei Möglichkeiten an, wie die Werte einer Variablen angegeben werden können: durch Aufzählung, Angabe einer Funktion oder Angabe eines formalen Gesetzes zur Bildung einer Formenreihe. Der N-Operator wird in Satz 5.502, dem zweiten hierarchisch stark untergeordneten Untersatz von 5.5, eingeführt. Die abgekürzte Wahrheitstafel-Darstellung wird an dieser Stelle neuerlich abgekürzt und verliert ihre Sichtbarkeit.

Ich schreibe also statt „(----W)(ξ, ...)“ „N(ξ̄)“.

N(ξ̄) ist die Negation sämtlicher Werte der Satzvariablen ξ. (T 5.502)

„(----W)“ wird durch ‚N‘ abgekürzt, der Ausdruck „(ξ, ...)“ durch „(ξ̄)“. Der in 5.501 eingeführte Strich über der Variablen kommt zur Anwendung. Er zeigt an, dass ein Variablenausdruck für die Gesamtheit einer Menge von Sätzen steht. Wehmeier und Rogers sehen an dieser Stelle eine weitere wichtige Verallgemeinerung der Verwendung des N-

Operators: den Übergang von der Anwendung des Operators auf eine (endliche) Liste von Sätzen zur Anwendung des Operators auf eine (potentiell unendliche) Klasse von Sätzen:

This constitutes a further generalization of the operation, for the N-operator is now applied not to a finite list but to a class, which may have an infinite number of elements. This class consists of all the values of a propositional variable. (Rogers/Wehmeier 2012: 21)

Der Ausdruck „ $N(\bar{\xi})$ “ drückt einen Satz (eine Wahrheitsfunktion) aus, der genau dann wahr ist, wenn alle Sätze, für die die Variable „ $\bar{\xi}$ “ steht, falsch sind. Die Werte der Satzvariablen „ $\bar{\xi}$ “ können auf verschiedene Arten spezifiziert sein. Wie können auf diese Weise alle möglichen logisch komplexen Sätze gebildet werden? Wittgenstein stellt zunächst nur fest:

Da sich offenbar leicht ausdrücken läßt, wie mit dieser Operation Sätze gebildet werden können und wie Sätze mit ihr nicht zu bilden sind, so muß dies auch einen exakten Ausdruck finden können. (T 5.503)

Im ersten direkten Untersatz zu 5.5 gibt Wittgenstein ein Beispiel dafür, wie der N-Operator zu interpretieren ist:

Hat ξ nur einen Wert, so ist $N(\bar{\xi}) = \sim p$ (nicht p), hat es zwei Werte, so ist $N(\bar{\xi}) = \sim p \cdot \sim p$ [sic] (weder p noch q). (T 5.51)

Die N-Operation ist eine Wahrheitsoperation, die auf eine beliebige Menge von Sätzen angewandt wird und alle möglichen Kombinationen von Übereinstimmung und Nicht-Übereinstimmung mit den Wahrheitsmöglichkeiten dieser Sätze ausdrücken kann. Die Details der Anwendung des N-Operators werden in einem späteren Abschnitt dieses Kapitels (3.3.1), im Zusammenhang mit der Quantifikation erläutert.

Anhang 1 : Wahrheitstafeln, die zeigen, dass \downarrow eine Junktorenbasis ist

P	$p \downarrow p$	$\Leftrightarrow \sim p$
W	F	
F	W	

P	q	$(p \downarrow q)$	\downarrow	$(p \downarrow q)$	$\Leftrightarrow p \vee q$
W	W	F	W	F	
F	W	F	W	F	
W	F	F	W	F	
F	F	W	F	W	

P	q	$(p \downarrow p)$	\downarrow	$(q \downarrow q)$	$\Leftrightarrow p \wedge q$
W	W	F	W	F	
F	W	W	F	F	
W	F	F	F	W	
F	F	W	F	W	

P	q	$((p \downarrow p)$	\downarrow	q)	\downarrow	$((p \downarrow p)$	\downarrow	q)	$\Leftrightarrow p \rightarrow q$
W	W	F	F	W	W	F	F	W	
F	W	W	F	W	W	W	F	W	
W	F	F	W	F	F	F	W	F	
F	F	W	F	F	W	W	F	F	

P	q	$((p \downarrow q)$	\downarrow	p)	\downarrow	$((p \downarrow q)$	\downarrow	q)	$\Leftrightarrow p \leftrightarrow q$
W	W	F	F	W	W	F	F	W	
F	W	F	W	F	F	F	F	W	
W	F	F	F	W	F	F	W	F	
F	F	W	F	F	W	W	F	F	

Anhang 2: Umformungen in Ausdrücke mit \downarrow analog zum Schema aus Satz 5.101

WWWW	$\sim p \vee p$	$((p \downarrow p) \downarrow p) \downarrow ((p \downarrow p) \downarrow p)$
FWWW	$\sim(p \cdot q)$	$((p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q)) \downarrow ((p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q))$
WFWW	$q \supset p$	$(p \downarrow (q \downarrow q)) \downarrow (p \downarrow (q \downarrow q))$
WWFW	$p \supset q$	$((p \downarrow p) \downarrow q) \downarrow ((p \downarrow p) \downarrow q)$
WWWF	$p \vee q$	$(p \downarrow q) \downarrow (p \downarrow q)$
FFWW	$\sim q$	$q \downarrow q$
FWFW	$\sim p$	$p \downarrow p$
FWWF	$p \cdot \sim q \vee \sim q \cdot \sim p$	$(p \downarrow q) \downarrow ((p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q))$
WFFW	$p \leftrightarrow q$	$((p \downarrow q) \downarrow p) \downarrow ((p \downarrow q) \downarrow q)$
WFWF	p	p
WWFF	q	q
FFFW	$\sim p \cdot \sim q$	$p \downarrow q$
FFWF	$p \cdot \sim q$	$(p \downarrow p) \downarrow q$
FWFF	$q \cdot \sim p$	$(q \downarrow q) \downarrow p$
WFFF	$(p \cdot q)$	$(p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q)$
FFFF	$\sim(\sim p \vee p)$	$((p \downarrow p) \downarrow p)$

Anhang 3: Umformungen in Ausdrücke mit ‚N‘ analog zum Schema aus Satz 5.101

WWWW	$\sim p \vee p$	$N(N(N(p), p))$
FWWW	$\sim(p \cdot q)$	$N(N(N(p), N(q)))$
WFWW	$q \supset p$	$N(N(p, N(q)))$
WWFW	$p \supset q$	$N(N(N(p), q))$
WWWF	$p \vee q$	$N(N(p, q))$
FFWW	$\sim q$	$N(q)$
FWFW	$\sim p$	$N(p)$
FWWF	$p \cdot \sim q \vee q \cdot \sim p$	$N(N(p, q), N(N(p), N(q)))$
WFFW	$p \leftrightarrow q$	$N(N(N(p, q), p), N(N(p, q), q))$
WFWF	p	p
WWFF	q	q
FFFW	$\sim p \cdot \sim q$	$N(p, q)$
FFWF	$p \cdot \sim q$	$N(N(p), q)$
FWFF	$q \cdot \sim p$	$N(N(q), p)$
WFFF	$(p \cdot q)$	$N(N(p), N(q))$
FFFF	$\sim(\sim p \vee p)$	$N(N(p), p)$

3.2. Die allgemeine Form des Satzes

Die allgemeine Satzform ist ein Punkt, an dem im *Tractatus* viele formal-logische Überlegungen zusammenlaufen. Gleichzeitig wird ein wichtiges programmatisches Anliegen des *Tractatus* eingelöst: Die Sprache wird von innen begrenzt, durch Angabe aller sinnvollen Sätze. Dieses Ziel wird von Wittgenstein im Vorwort des *Tractatus* formuliert:

Das Buch will also dem Denken eine Grenze ziehen, oder vielmehr – nicht dem Denken, sondern dem Ausdruck der Gedanken: Denn um dem Denken eine Grenze zu ziehen, müßten wir beide Seiten dieser Grenze denken können (wir müßten also denken können, was sich nicht denken läßt).

Die Grenze wird also nur in der Sprache gezogen werden können und was jenseits der Grenze liegt, wird einfach Unsinn sein. (T S. 9)

Dass es eine allgemeine Satzform geben muss, ist eine Voraussetzung, von der Wittgenstein im *Tractatus* ausgeht. Er schreibt:

Daß es eine allgemeine Satzform gibt, wird dadurch bewiesen, daß es keinen Satz geben darf, dessen Form man nicht hätte voraussehen (d.h. konstruieren) können. (T 4.5)

Roger White erläutert dieses komprimierte Argument wie folgt:

If we can understand a novel proposition, without having its sense explained to us, and what is more, if such a proposition makes sense independently of its being true, of what is the case in the world, then it must derive its sense from its position within the system of language. By ‘the general form of proposition’ Wittgenstein intends the general form of such a system: a system within which every possible proposition will be generated. (White 2006: 83)

Die allgemeine Satzform hängt mit der Vorstellung einer Gesamtheit der Sätze, deren Strukturen auf verschiedene Weise miteinander zusammenhängen und die die Sprache ausmachen, zusammen. Die Möglichkeit die allgemeine Satzform angeben zu können ist eng mit Wittgensteins Blick auf die Sprache zur Zeit des *Tractatus* verbunden. In den *Philosophischen Untersuchungen* greift Wittgenstein dieses Motiv auf berühmte Weise auf:

Hier stoßen wir auf die große Frage, die hinter all diesen Betrachtungen steht. – Denn man könnte mit einwenden: „Du machst dir’s leicht! Du redest von allen möglichen Sprachspielen, hast aber nirgends gesagt, was denn das Wesentliche des Sprachspiels, und also der Sprache, ist. Was allen diesen Vorgängen gemeinsam ist und sie zur Sprache, oder zu Teilen der Sprache macht. Du schenkst dir also gerade den Teil der Untersuchung, der dir selbst seinerzeit das meiste Kopfzerbrechen gemacht hat, nämlich den die *allgemeine Form des Satzes* und der Sprache betreffend.“ (PU 65)

Dieses „Wesentliche der Sprache“, dessen Bedeutung er später in Frage stellen wird, ist für Wittgenstein zur Zeit der Arbeit am *Tractatus* die allgemeine Satzform, die er auch als das „Wesen des Satzes“ (Vgl. T 5.471) bezeichnet. Die allgemeine Satzform ist auch in Bezug auf die logische Notation zentral und bildet auf der Ebene des Textes das Schlusswort zu Wittgensteins formalen Überlegungen.

3.2.1. Zwei verschiedene Formulierungen

Auf die Frage nach der allgemeinen Form des Satzes finden sich im *Tractatus* zwei verschiedene Antworten. In Satz 4.5 schreibt Wittgenstein, in Zusammenhang mit dem „Beweis“ dafür, dass es eine allgemeine Satzform geben muss:

Die allgemeine Form des Satzes ist: Es verhält sich so und so. (T 4.5)

Diese erste konkrete Formulierung folgt im Text auf die Erklärung der Funktionsweise aller Sätze als Ausdruck der Übereinstimmung und Nichtübereinstimmung mit Sachverhalten. Wittgenstein leitet sie mit folgenden Worten ein:

Nun scheint es möglich zu sein, die allgemeinste Satzform anzugeben: das heißt, eine Beschreibung der Sätze irgendeiner Zeichensprache zu geben, so daß jeder mögliche Sinn durch ein Symbol, auf welches die Beschreibung paßt, ausgedrückt werden kann, und daß jedes Symbol, worauf die Beschreibung paßt, einen Sinn ausdrücken kann, wenn die Bedeutungen der Namen entsprechend gewählt werden. (T 4.5)

An dieser Stelle wird deutlich, auf welche Weise die allgemeine Satzform dem Denken in der Sprache eine Grenze zu ziehen vermag: die allgemeine Satzform ist eine Beschreibung, unter die alle sinnvollen Sätze (und die „sinnlosen“ Tautologien und Kontradiktionen (Vgl. T 4.461)) fallen. Alles, was nicht unter die Beschreibung fällt, aber wie ein Satz aussieht, wird „einfach Unsinn“ sein.

Die zweite Formulierung der allgemeinen Satzform findet sich in Satz 6. An dieser Stelle gibt Wittgenstein der Idee der allgemeinen Satzform formal Ausdruck:

Die allgemeine Form der Wahrheitsfunktion ist: $[\bar{p}, \bar{\xi}, N(\bar{\xi})]$.

Dies ist die allgemeine Form des Satzes. (T 6)

Die Idee, die in der Formel für die allgemeine Satzform Ausdruck findet, ist, dass jeder sinnvolle Satz entweder selbst ein Elementarsatz oder Ausdruck der Wahrheitsfunktion eines oder mehrerer Elementarsätze ist. Das ergibt sich auch aus den erläuternden Untersätzen zu Satz 6:

Das sagt nichts anderes, als daß jeder Satz ein Resultat der successiven Anwendung der Operation $N(\bar{\xi})$ auf die Elementarsätze ist.

Ist die allgemeine Form gegeben, wie ein Satz gebaut ist, so ist damit auch schon die allgemeine Form davon gegeben, wie aus einem Satz durch eine Operation ein anderer erzeugt werden kann. (T 6.001-6.002)

Dieselbe Idee steht hinter der ersten Formulierung in Satz 4.5. Im ersten Untersatz von Satz 4.5 schreibt Wittgenstein:

Angenommen, mir wären *alle* Elementarsätze gegeben: Dann läßt sich einfach fragen: Welche Sätze kann ich aus ihnen bilden? Und das sind *alle* Sätze und *so* sind sie begrenzt. (T 4.51)

Die Idee der Gesamtheit aller Sätze bekommt durch die allgemeine Satzform einen präzisen Ausdruck. Beide Formulierungen wollen auf dasselbe hinaus; in Hinblick auf die logische Notation des *Tractatus* ist die zweite Formulierung zentral. Im weiteren Verlauf dieses Kapitels bezieht sich der Ausdruck „die allgemeine Satzform“ auf den formalen Ausdruck.

3.2.2. Die allgemeine Satzform als einzige logische Konstante

Wittgensteins Auffassung von Logik ist von einer Skepsis gegenüber „logischen Konstanten“ geprägt, die sich im speziellen gegen die Ansicht, dass logische Konstanten für „logische Gegenstände“ stehen, richtet. Dies bedeutet in erster Linie eine Abgrenzung von Russell, unterscheidet Wittgensteins Standpunkt aber auch von jenem Freges. Michael Potter schreibt dazu:

Wittgenstein's most immediate target in saying that there are no logical constants was of course Russell, whose conception entailed that items of distinctively logical vocabulary such as 'not' and 'or' refer to entities. But the remark also opposes him to Frege, whose inventory of logical objects included natural numbers and truth-values, all of which he reduced in the *Grundgesetze* to a single kind of logical objects which he called value-ranges. (Potter 2009: 53)²⁴

An einer Stelle mit geringem „logischen Gewicht“ (Vgl. Fn. zu T 1) formuliert Wittgenstein es als seinen „Grundgedanken“, dass logische Konstanten, im Gegensatz zu anderen Zeichen, nicht für etwas anderes stehen.

²⁴ Potter bezieht sich an dieser Stelle auf die Aussage, dass es überhaupt keine logischen Konstanten gäbe, die Wittgenstein in einem Brief an Russell aus dem Juni 1912 macht. Schon in den *Aufzeichnungen über Logik* findet sich diese allgemeine Formulierung nicht mehr, sondern nur auf spezifische Konstanten bezogene Varianten davon. (Vgl. Potter 2009: 54)

Die Möglichkeit des Satzes beruht auf dem Prinzip der Vertretung von Gegenständen durch Zeichen.

Mein Grundgedanke ist, daß die „logischen Konstanten“ nicht vertreten. Daß sich die *Logik* der Tatsachen nicht vertreten lässt. (T 4.0312)

Michael Potter arbeitet heraus, dass der „Grundgedanke“ für Wittgenstein von großer Bedeutung ist, allerdings nicht im Sinne einer für sich zentralen Doktrin – das erklärt die relativ unwichtige Stelle (4.0312), die der Grundgedanke im *Tractatus* einnimmt – sondern als Ausgangspunkt für viele seiner Überlegungen. (Vgl. Potter 2009: 49ff) Der Grundgedanke ist selbst keine Behauptung, für die argumentiert wird, sondern ein Prinzip, das andere Überlegungen anleitet.

So führt auch eine Gedankenlinie im *Tractatus*, die vom Grundgedanken ihren Ausgang nimmt, zu der allgemeinen Form des Satzes. Nachdem er den Grundgedanken formuliert, übt Wittgenstein Kritik an den logischen Konstanten, von denen Frege und Russell ausgegangen waren und versucht sie auf verschiedene Arten zu delegitimieren. Er zeigt zum Beispiel wie sie durch Umformungen verschwinden können. In Satz 5.441 spricht Wittgenstein in diesem Zusammenhang vom „Verschwinden der scheinbaren logischen Konstanten“.

Dieses Verschwinden der scheinbaren logischen Konstanten tritt auch ein, wenn „ $\sim(\exists x).\sim fx$ “ dasselbe sagt wie „ $(x).fx$ “, oder „ $(\exists x).fx.x=a$ “ dasselbe wie „ fa “. (T 5.441)

Zum selben Zweck der Unterminierung von logischen Konstanten verweist Wittgenstein auf die Transparenz von Wahrheitsoperationen:

Hier zeigt es sich, daß es „logische Gegenstände“, „logische Konstante“ (im Sinne Freges und Russells) nicht gibt. (T 5.4)

Denn: Alle Resultate von Wahrheitsoperationen mit Wahrheitsfunktionen sind identisch, welche eine und dieselbe Wahrheitsfunktion von Elementarsätzen sind. (T 5.41)

Solche Passagen werfen die Frage auf, ob es in Wittgensteins System überhaupt logische Konstante gibt. Zumindest logische Konstante „im Sinne Freges und Russells“ (T 5.4) lehnt er strikt ab. Andererseits schreibt er:

Man könnte sagen: Die Eine logische Konstante ist das, was *alle* Sätze, ihrer Natur nach, mit einander gemein haben.

Das aber ist die allgemeine Satzform. (T 5.47)

Wittgenstein schreibt an keiner Stelle im *Tractatus* direkt, dass die allgemeine Satzform eine (und die einzige) logische Konstante ist. In Satz 5.47 stellt er eine Art Vergleich an, den er

mit „Man könnte sagen...“ einleitet. In diesem Zusammenhang stellt er ein Kriterium auf, das eine geeignete logische Konstante erfüllen müsste: sie müsste etwas sein, das alle Sätze gemeinsam haben. Da dieses Kriterium von der allgemeinen Satzform erfüllt ist, kommt er zu dem Schluss:

Die Beschreibung der allgemeinsten Satzform ist die Beschreibung des einen und einzigen allgemeinen Urzeichens der Logik. (T 5.472)

Die allgemeine Satzform lässt sich demnach als die einzige logische Konstante in Wittgensteins System auffassen.

Eine naheliegende Lesart der logischen Notation des *Tractatus* ist die Auffassung, dass Wittgenstein die logischen Konstanten Russells und Freges einfach durch eine einzige Konstante – den N-Operator – ersetzt. Das Verhältnis zwischen N-Operator und der allgemeinen Satzform als einziger logischer Konstante ist aber komplexer. Roger White erläutert es wie folgt:

This piece of logical apparatus (N) will not in fact be the ‘one logical constant’ – that will be the general idea of forming truth-functional compound propositions – but since every possible truth-function of a set of propositions can be defined in its terms, it may be used to represent that one logical constant. (White 2006: 88)

Obwohl der N-Operator dazu geeignet ist, die einzige von Wittgenstein anerkannte Konstante auszudrücken, ist er selbst nicht diese Konstante.

Selbst wenn man das zugesteht, kann das neuerliche Einführen einer logischen Konstante im *Tractatus* als Widerspruch zur Kritik an Russells und Freges logischen Konstanten gelesen werden. Diese Spannung löst sich, wenn man darauf achtet, dass Wittgenstein, wenn er die allgemeine Satzform als eine Art „logische Konstante“ bezeichnet, diesen Ausdruck in einem anderen Sinn verwendet als Russell und Frege. Michael Potter schreibt dazu: „[W]hatever the sense is in which the general form of proposition can be thought of as a logical constant, it is at some distance from the uses Russell and Frege made of the term.“ (Potter 2009: 54) Wenn sich die allgemeine Satzform als Konstante auffassen lässt, so steht sie nicht für einen logischen Gegenstand, sondern gleicht eher dem Ausdruck einer Regel, nach der aus Elementarsätzen Wahrheitsfunktionen von Elementarsätzen gebildet werden können. Wittgenstein schreibt im Zusammenhang mit der Bezeichnung der allgemeinen Satzform als logischer Konstante:

Es ist klar, daß es sich hier nicht um eine *Anzahl von Grundbegriffen* handelt, die bezeichnet werden müssen, sondern um den Ausdruck einer Regel. (T 5.476)

Die allgemeine Satzform lässt sich als eine Art logische Konstante auffassen, allerdings nicht in dem Sinn, gemäß dem eine logische Konstante für einen logischen Gegenstand steht.

3.2.3. Die Interpretation von „ $[\bar{p}, \bar{\xi}, N(\bar{\xi})]$ “

Im Ausdruck „ $[\bar{p}, \bar{\xi}, N(\bar{\xi})]$ “ kommen verschiedene Notations-Hilfsmittel zusammen, die Wittgenstein an früheren Stellen des *Tractatus* einführt:

- p
- ξ
- -
- N

„ ξ “ und „ $\bar{\quad}$ “ wurden im Zusammenhang mit dem Variablenbegriff in Satz 5.501 eingeführt: „ ξ “ ist ein Variablenausdruck, der für eine Klasse von Sätzen steht; der Strich über dem Ausdruck gibt an, dass es sich um alle Sätze in dieser Klasse handelt. Die Sätze, die die Werte von ξ sind, lassen sich auf verschiedene Arten angeben. Zumindest aber nicht ausschließlich durch jene, die in 5.501 angeführt sind:

- Angabe einer Liste von Sätzen
- Angabe einer Satzfunktion
- Angabe eines formalen Gesetzes zur Bildung einer Formenreihe

Der Operator „N“ wurde in den Untersätzen von Satz 5, in Vorbereitung auf die allgemeine Satzform explizit eingeführt und erläutert. Der Ausdruck „ \bar{p} “ kommt an dieser Stelle zum ersten Mal vor. Durch den Kontext ist klar, dass „p“ hier ebenfalls für einen Variablenausdruck steht, dessen Werte nur Elementarsätze sind. Die allgemeine Satzform baut auf diesen Definitionen auf.

Bei der Interpretation der allgemeinen Satzform kommen darüber hinaus verschiedene formale Konzepte zum Tragen, deren Entwicklung im *Tractatus* ebenfalls der Einführung der allgemeinen Satzform vorausgeht: Einerseits ist die allgemeine Satzform auf Wittgensteins speziellen Variablenbegriff rückbezogen. Schon in Zusammenhang mit der ersten Formulierung der allgemeinen Satzform, lange bevor Wittgenstein die Formel der allgemeinen Satzform in Satz 6 angibt, schreibt er:

Die allgemeine Satzform ist eine Variable. (T 4.53)

Im Zusammenhang mit der ersten Formulierung definiert Wittgenstein die allgemeine Satzform als eine Beschreibung, unter die alle sinnvollen Sätze fallen. Nur unter

Berücksichtigung von Wittgensteins spezieller Auffassung davon, was eine Variable ist – jede geeignete Möglichkeit eine Klasse von Sätzen anzugeben – lässt sich der Ausdruck in Satz 6 als Variable verstehen. Die Auffassung der allgemeinen Satzform als Variable kündigt sich im Zusammenhang der Einführung des Variablenbegriffs bereits an:

Verwandeln wir einen Bestandteil eines Satzes in eine Variable, so gibt es eine Klasse von Sätzen, welche sämtlich Werte des so entstandenen variablen Satzes sind. Diese Klasse hängt im allgemeinen noch davon ab, was wir, nach willkürlicher Übereinkunft, mit Teilen jenes Satzes meinen. Verwandeln wir aber alle jene Zeichen, deren Bedeutung willkürlich bestimmt wurde, in Variable, so gibt es nun noch immer eine solche Klasse. Diese aber ist nun von keiner Übereinkunft abhängig, sondern nur noch von der Natur des Satzes. Sie entspricht einer logischen Form – einem logischen Urbild. (T 3.315)

An dieser Stelle ist die allgemeine Satzform als Variable von der Konstruktion von Variablenausdrücken durch Variation von Teilausdrücken eines Satzes her gedacht. Die allgemeine Satzform entspricht aber deswegen einer Variablen, weil auch jede geeignete Art eine Klasse von Sätzen anzugeben (die ein Merkmal gemeinsam haben) eine Variable ist.

Die allgemeine Satzform ist nicht nur an den Begriff der Variablen rückgebunden, sondern bezieht sich auch auf Wittgensteins Operationsbegriff und das auf zweifache Weise: Einerseits ist sie durch die dominante Rolle des N-Operators an die Definition der Wahrheitsoperation und Wittgensteins Auffassung von Junktoren als Wahrheitsoperationen rückgebunden, andererseits lässt sich die allgemeine Satzform selbst als Angabe des „allgemeinen Glieds einer Formenreihe“ auffassen. Der Begriff des „allgemeinen Glieds einer Formenreihe“ wird von Wittgenstein informell in Satz 4.1273 und formal in Satz 5.2522 entwickelt. (Vgl. Kapitel 2.4.) Durch diesen Zusammenhang ist die allgemeine Satzform auch auf den Begriff der „successiven Anwendung einer Operation“ rückbezogen. Bei der durch die allgemeine Satzform angegebenen Formenreihe handelt es sich um eine besondere Reihe: die Reihe *aller* Sätze.

Das Konzept des allgemeinen Glieds einer Formenreihe steht an der Schnittstelle zwischen Operations- und Variablenbegriff: eine Operation wird durch die Angabe des allgemeinen Glieds einer Formenreihe angegeben; dieser Ausdruck ist selbst ein Variablenausdruck. Die allgemeine Satzform lässt sich als Ausdruck für das allgemeine Glied einer Formenreihe auffassen, die durch successive Anwendung der N-Operation auf die Menge aller Elementarsätze gewonnen wird. Da „Satz“ (bzw. „Glied der Formenreihe aller Sätze“) ein formaler Begriff ist, findet er in einer Variablen Ausdruck.

Analog zu der Erläuterung des allgemeinen Glieds einer Formenreihe, die Wittgenstein in Satz 5.2522 gibt, lässt sich der Ausdruck „ $[\bar{p}, \bar{\xi}, N(\bar{\xi})]$ “ wie folgt interpretieren:

- „ \bar{p} “ steht für das Anfangsglied der Formenreihe (die Elementarsätze)
- „ $\bar{\xi}$ “ steht für ein beliebiges Glied dieser Formenreihe und
- „ $N(\bar{\xi})$ “ steht für das Glied, das unmittelbar auf „ $\bar{\xi}$ “ folgt.

Dies entspricht der dritten Möglichkeit aus Satz 5.501 die Werte einer Satzvariablen festzusetzen: durch das Angeben eines formalen Gesetzes zur Bildung einer Formenreihe.

3.2.4. Whites und Sundholms Kritik an der allgemeinen Satzform

Die Auffassung der allgemeinen Satzform als allgemeines Glied einer Formenreihe wird in der Sekundärliteratur zahlreich vertreten, gibt aber auch Anlass zur Kritik. Zwei Autoren, die unter diesem Blickwinkel Kritik an der allgemeinen Satzform üben, sind Roger White und Göran Sundholm. Beide machen ähnliche Vorschläge zu ihrer Korrektur.

Gemäß der Definition, die Wittgenstein in Satz 5.2522 gibt, kann das allgemeine Glied einer Formenreihe durch das Anfangsglied der Reihe, ein beliebiges Glied x und das Glied, das auf x unmittelbar folgt, angegeben werden. Mit Bezug auf diese Definition kommt White zu dem Schluss, dass die allgemeine Form des Satzes „radically incoherent“ (White 2006: 103) sei. White zufolge ist die in 5.2522 entwickelte Notation nur dazu geeignet, einen iterierbaren Prozess darzustellen, in dem derselbe Übergang zwischen allen Gliedern des Ausdrucks gemacht wird, wobei alle Glieder Sätze sind. (Vgl. White 2006: 103) Diese Bedingung ist aber im Fall der allgemeinen Satzform nicht gegeben, da ihr Anfangsglied kein Satz, sondern eine Satzvariable ist. Laut White ist die Notation, mit der das allgemeine Glied einer Formenreihe angegeben wird, ungeeignet um darzustellen, was Wittgenstein mit der allgemeinen Satzform auszudrücken versucht.

Die Angabe einer Satzvariablen, die für eine Menge von Sätzen steht, anstelle eines einzelnen Satzes als Anfangsglied ist zumindest uneindeutig: Nimmt man an, dass „ \bar{p} “ für die Menge aller Elementarsätze steht, gibt es so viele Möglichkeiten die Basis für die erste Anwendung der Operation zu wählen, wie Teilmengen dieser Menge. Wendet man N auf die gesamte Menge der Elementarsätze an, so bildet man den Satz, der sagt, dass alle Elementarsätze falsch sind. Durch erneute Anwendung von N ließe sich der Satz bilden, der sagt, dass nicht alle Elementarsätze falsch sind. Dieser entspricht dem Satz, der sagt, dass mindestens ein Elementarsatz wahr ist, also der Disjunktion aller Elementarsätze. Durch erneute Anwendung

von N auf diesen Satz käme man wieder zum ersten Satz zurück: durch einfache Iteration von N ausgehend von der Basis der Menge *aller* Elementarsätze ließen sich nicht alle, sondern nur zwei Wahrheitsfunktionen von Elementarsätzen bilden.

White ist der Meinung, dass die allgemeine Form des Satzes einen gravierenden Fehler enthält, der sich aber so beheben lässt, dass Wittgensteins ursprüngliche Intention eingelöst werden kann. Er weist darauf hin, dass Russell in seiner Einleitung zum *Tractatus* diesen Fehler bereits stillschweigend behebt. (White 2006: 152, Fn 43) Russell interpretiert die allgemeine Satzform wie folgt:

Mr. Wittgenstein's explanation of his symbolism at this point is not quite fully given in the text. The symbol he uses is $(\bar{p}, \bar{\xi}, N(\bar{\xi}))$. The following is the explanation of this symbol:

\bar{p} stands for all atomic propositions.

$\bar{\xi}$ stands for any set of propositions.

$N(\bar{\xi})$ stands for the negation of all the propositions making up $\bar{\xi}$.

The whole symbol $(\bar{p}, \bar{\xi}, N(\bar{\xi}))$ means whatever can be obtained by taking any selection of atomic propositions, negating them all, then taking any selection of the set of propositions now obtained, together with any of the originals – and so on indefinitely. (Russell 1922: 13)

Russell macht hier zwei Punkte explizit, die für die Interpretation der allgemeinen Satzform entscheidend sind und in Bezug auf die Auffassung der allgemeinen Satzform als allgemeines Glied einer Formenreihe Probleme machen: Zum einen spezifiziert er, dass jede beliebige Teilmenge der Menge aller Elementarsätze zur Basis der Operation werden kann: die Formenreihe hat also kein eindeutiges Anfangsglied. Zum anderen führt er einen „Zwischenschritt“ ein, in dem die Resultate der Anwendung der Operation zur Ausgangsmenge der möglichen Basen hinzugefügt wird: die Formenreihe kann also nicht linear, durch einfache Iteration entwickelt werden.

Zur Behebung des Problems schlägt White vor, Wittgensteins Formel durch eine rekursive Definition zu ersetzen:

1. If p is an elementary proposition, then p is a proposition.
2. If $\bar{\xi}$ is a variable ranging over propositions, then $N(\bar{\xi})$ is a proposition.
3. All propositions are given by (1) and (2) (White 2006: 103)

Die Idee, dass jeder sinnvolle Satz entweder ein Elementarsatz oder eine Wahrheitsfunktion von Elementarsätzen ist, lässt sich laut White zutreffender durch diese Definition ausdrücken.

Ausgehend von der Auffassung der allgemeinen Satzform als allgemeines Glied einer Formenreihe entwickelt Göran Sundholm eine ähnliche Kritik. Sundholm fokussiert auf die Forderung der „Homogenität“ der Glieder des Ausdrucks – dem Anfang der Formenreihe, dem beliebigen Glied und dem darauf folgenden – die er im Fall der allgemeinen Satzform verletzt sieht: während sowohl „ \bar{p} “ als auch „ $\bar{\xi}$ “ Mengen von Sätzen darstellen, stellt das dritte Glied einen Satz dar. (Vgl. Sundholm 1992: 66) Auch Sundholm betont, dass die Übergänge, die die allgemeine Satzform beschreibt, komplexer sind als einfache Iterationen. Er schließt daraus, dass Wittgenstein hier mit den Konventionen, die er selbst in Satz 5.2522 darlegt, stillschweigend bricht. (Vgl. Sundholm 1992: 66)

Sundholm schlägt im Gegenzug ebenfalls eine rekursive Definition vor, die jener von White sehr ähnlich ist:

„Der Satz.

(0) An Elementarsatz is a *Satz*.

(i) The Result of applying N to a (legitimately presented) class of *Sätze* is a *Satz*.

(ii) There are no other *Sätze* than those obtained through successive applications of (0) and (i).

(Sundholm 1992: 69)

Andere Autoren sehen die Angabe einer rekursiven Definition nicht als Verbesserung bzw. Korrektur gegenüber der allgemeinen Form des Satzes, sondern als deren richtige Interpretation. Robert Fogelin z.B. interpretiert die allgemeine Satzform auf diese Art und Weise ohne darauf einzugehen, dass dies problematisch wäre:

The construction, then, proceeds in the following way: we must begin with a selection of elementary propositions (which may be specified in a variety of ways). We take the joint denial of these propositions and add the result to the set of propositions that are eligible to be used as base propositions for further applications of the operator N. (Fogelin 1976: 70)

Scott Soames Interpretation geht darüber noch hinaus: für Soames ist die Angabe einer allgemeinen Form bei Wittgenstein mit der Angabe einer rekursiven Definition gleichzusetzen: „For Wittgenstein, the general form of something is analogous to a recursive definition of that thing.“ (Soames 1983: 580) Statt Wittgenstein Inkonsistenz vorzuwerfen, erkennt Soames im *Tractatus* zwei verschiedene Begriffe von „Formenreihe“:

In the first case, a linear sequence is generated; in the second it is not. Nevertheless, Wittgenstein considers both to be series produced by successive applications of an operation. They will be if, in both cases, we take *successive applications of an operation o* to refer to

stages in the recursive process governing the use of *o*, rather than to members of the series generated by the process. (Soames 1983: 588, Fn. 33)

Dadurch erscheint es wenig überraschend, dass sich die für die eine Art von Formenreihe bestimmten Eigenschaften nicht auf die andere Art von Formenreihe, wie sie die allgemeine Satzform darstellt, übertragen lassen.

Anhang: Benötigte Iterationen im Fall von 2 Elementarsätzen

Anfangsmenge: p, q

1. Iteration

Neue Sätze: $N(p)$

$N(q)$

$N(p, q)$

Neue Menge: $p, q, N(p), N(q), N(p, q)$

2. Iteration

Neue Sätze: $N(N(p), p)$

$N(N(p), q)$

$N(N(q), p)$

$N(N(p, q))$

$N(N(p), N(q))$

Neue Menge: $p, q, N(q), N(p), N(p, q), N(N(p), p), N(N(p), q), N(N(q), p), N(N(p, q)), N(N(p), N(q))$

3. Iteration

Neue Sätze: $N(N(p, N(q)))$

$N(N(N(p), p))$

$N(N(N(p), q))$

$N(N(N(p), N(q)))$

Neue Menge: $p, q, N(q), N(p), N(p, q), N(N(p), p), N(N(p), q), N(N(q), p), N(N(p, q)), N(N(p), N(q)), N(N(p, N(q))), N(N(N(p), p)), N(N(N(p), q)), N(N(N(p), N(q)))$

4. Iteration

Neue Sätze: $N(N(p, q), N(N(p), N(q)))$

$N(N(N(p, q), p), N(N(p, q), q))$

3.3. Quantifikation

Eine naheliegende Interpretation der logischen Notation des *Tractatus*, wie sie in der allgemeinen Satzform ausgedrückt ist, ausgehend von der modernen Logik, wäre die folgende: Wittgenstein kann zeigen, dass sich alle Junktoren durch die N-Operation ausdrücken lassen. Da es sich beim N-Operator lediglich um eine Verallgemeinerung des zweistelligen Peirce-Operators auf eine Variante, die beliebig viele Argumente annimmt, handelt, ist dies wenig überraschend. Wittgenstein hat also bis jetzt eine umständlichere Aussagenlogik konstruiert. Um daraus eine Prädikatenlogik zu machen, muss er aber Quantoren, also weitere logische Konstanten, einführen.

Es ist aber eine Besonderheit von Wittgensteins Zugang, dass er sich auf Wahrheitsfunktionalität als einzig nötiges Ausdrucksmittel beschränkt. Wittgenstein wird also keine weiteren logischen Konstanten einführen um Existenz- und Allaussagen formulieren zu können; die Interpretation des einzigen wahrheitsfunktionalen Operators seines Systems muss auch das noch leisten können. Dadurch wird gewährleistet, dass die allgemeine Satzform tatsächlich alle Sätze beschreibt, d.h., dass sich alle Sätze als Wahrheitsfunktionen von Elementarsätzen verstehen lassen.

Dass Wittgenstein darum bemüht war, jede Form der logischen Komplexität allein durch Wahrheitsfunktionalität auszudrücken, zeigt sich auch an einer Anekdote, die Michael Potter erzählt (Vgl. Potter 2009: 181): Zur Zeit der *Aufzeichnungen über Logik* verwendete Wittgenstein den Begriff „ab-Funktion“ statt „Wahrheitsfunktion“. Russell forderte ihn dazu auf doch zur gebräuchlichen Bezeichnung „Wahrheitsfunktion“ überzugehen, da seine ab-Funktionen zu diesen offensichtlich äquivalent wären.

Wittgenstein's reply to this was, 'Whether *ab*-functions and your truth-functions are the same cannot yet be decided.' The explanation for the reply can only be that Wittgenstein was now using 'ab-functions' to mean whatever functions can be expressed using the method of truth-diagrams. If he had succeeded in extending this method as hoped, *ab*-functions, in the sense in which Wittgenstein was using the term, would not have coincided with Russellian truth-functions but would have included those expressible using quantifier-variable notation. (Potter 2009: 181)

Wittgenstein versuchte zu dieser Zeit die „Wahrheitsdiagramm-Notation“, von der im *Tractatus* Satz 6.1203 als Überbleibsel einen Eindruck gibt²⁵, auf Sätze, die Quantoren

²⁵ An dieser Stelle schränkt Wittgenstein die Methode explizit auf Tautologien, in denen „keine Allgemeinerbezeichnung“ (T 6.1203) vorkommt, ein.

beinhalten, auszuweiten. Obwohl dieser Versuch scheiterte (und, laut Potter, scheitern musste (Vgl. Potter 2009: 181ff)) und Wittgenstein im *Tractatus* eine andere Möglichkeit Quantifikation auszudrücken entwickelt, ist dieser Rückblick instruktiv.

3.3.1. Quantifikation ohne Quantoren

Wie in Abschnitt 3.1. ausgeführt, führt Wittgenstein die N-Operation über mehrere Etappen ein und definiert letztlich den N-Operator in Satz 5.502. Der Satz 5.5, in dem Wittgenstein zum ersten Mal feststellt, dass sich jeder Satz mit Hilfe der N-Operation ausdrücken lässt, ist dabei der entscheidende Schritt. Im ersten direkten Untersatz zu 5.5, Satz 5.51 erklärt Wittgenstein die Anwendung des N-Operators an zwei einfachen Fällen:

Hat ξ nur einen Wert, so ist $N(\bar{\xi}) = \sim p$ (nicht p), hat es zwei Werte, so ist $N(\bar{\xi}) = \sim p \wedge \sim p$ [sic] (weder p noch q). (T 5.51)

Der N-Operator wird in diesem Beispiel auf einen einzelnen Satz bzw. eine Liste von Sätzen angewendet. Das entspricht der ersten in 5.501 angesprochenen Variante, eine Variable anzugeben. Die Anwendung des N-Operators auf einen Satz entspricht der Verneinung dieses Satzes, die Anwendung des N-Operators auf eine Liste von Sätzen entspricht der Konjunktion der Verneinungen dieser Sätze. Da N ein Analog zu dem funktional vollständigen Junktor NOR ist, lassen sich alle anderen Sätze, die ein- oder mehrstellige Junktoren beinhalten, analog zu diesem Beispiel bilden.

Im nächsten direkten Untersatz zu 5.5, 5.52 wird die Anwendung des N-Operators anhand eines komplexeren Beispiels verdeutlicht:

Sind die Werte von ξ sämtliche Werte einer Funktion f_x für alle Werte von x , so wird $N(\bar{\xi}) = \sim(\exists x).f_x$. (T 5.52)

Der N-Operator wird in diesem Beispiel auf eine Menge von Sätzen, die über die Angabe einer Satzfunktion spezifiziert ist, angewendet. Das entspricht der zweiten in 5.501 angeführten Variante eine Variable anzugeben. Durch Anwendung von N auf die so spezifizierte Menge von Sätzen wird ein Satz ausgedrückt, der zu einem Ausdruck, der Quantoren beinhaltet, äquivalent ist. Die Satzfunktion f_x steht für alle Sätze der Form f_a, f_b, f_c, \dots . Die Anwendung von N auf die Menge dieser Sätze entspricht der Konjunktion der Verneinungen dieser Sätze, also dem Satz, dass kein Gegenstand f ist. Da der Satz in Wittgensteins Notation nur N und keine Quantoren beinhaltet, zeigt dieses Beispiel, wie es möglich ist, Quantifikation ohne Quantoren auszudrücken.

Dass dieses Beispiel reicht um zu zeigen wie alle möglichen Aussagen, die Quantoren enthalten, in dieser Notation auszudrücken sind, ist nicht so eindeutig wie im Fall von 5.51 und Gegenstand einer Debatte, die in den Abschnitten 3.3.3 und 3.3.4 dieses Kapitels thematisiert wird.

3.3.2. Die „2-Phasen Auffassung“ der Allgemeinheitbeziehung

Auf dieses Beispiel für den formalen Ausdruck von Existenzaussagen in Satz 5.52 folgt eine allgemeine Reflexion auf Allgemeinheitssätze (Existenz- und Allsätze) in den Untersätzen 5.521-5.526. Den zentralen Punkt dieser Reflexion formuliert Wittgenstein bereits im ersten Untersatz:

Ich trenne den Begriff *Alle* von der Wahrheitsfunktion.

Frege und Russell haben die Allgemeinheit in Verbindung mit dem logischen Produkt oder der logischen Summe eingeführt. So wurde es schwer, die Sätze „ $(\exists x).fx$ “ und „ $(x).fx$ “, in welchen beide Ideen beschlossen liegen, zu verstehen. (T 5.521)

Warum kann Wittgenstein behaupten, dass er im Gegensatz zu Frege und Russell den Begriff „alle“ von der Wahrheitsfunktion trennt? Auf den ersten Blick könnte es doch umgekehrt so erscheinen, als ob bei ihm der Begriff noch viel stärker an die Wahrheitsfunktion gebunden wäre: Russell und Frege erläutern zwar die Quantoren über Konjunktion bzw. Disjunktion, führen aber zumindest eigene Operatoren ein um zu quantifizieren. Wittgenstein hingegen drückt dies mit Hilfe seines einzigen wahrheitsfunktionalen Operators aus. Was Wittgenstein meint ist, dass die Allgemeinheit in seiner Notation nur durch die Spezifikation der Variable Ausdruck findet. Die Wahrheitsoperation N wird dann auf die so gegebene Menge von Sätzen angewandt. Die Tatsache, dass es sich um „alle“, um eine auf eine gewisse Weise spezifizierte Gesamtheit handelt, ist nur durch den Variablenausdruck gewährleistet. (Wobei die Satzvariable im Beispiel in 5.52, gemäß der zweiten in Satz 5.501 angeführten Möglichkeit, durch eine Funktion (fx) ausgedrückt ist.)

Diese Gesamtheit „alle“ ist, gemäß Wittgensteins Begriff der Variablen, keine Gesamtheit von Individuen, sondern von Sätzen. Von der Gesamtheit dieser Sätze (auch angedeutet durch den Strich über der Variablen ξ) kann durch successive Anwendung von N auf die Menge der Sätze Verschiedenes ausgesagt werden.

Wittgensteins Auffassung der Allgemeinheitssätze läuft auf eine Aufspaltung der Funktionsweise dieser Ausdrücke in 2 Phasen hinaus:

1. Zuerst wird allein durch den Variablenausdruck eine Allgemeinheit festgelegt
2. Dann wird N auf diese Allgemeinheit angewendet

Potter bezeichnet diese Auffassung des Ausdrucks der Allgemeinerheitsbeziehung in „two stages“ als eine der zentralen Ideen des *Tractatus*:

One of the central ideas of the *Tractatus* is that we should break down our explanation of how a quantified expression such as $(x).\phi(x)$ or $(\exists x).\phi(x)$ symbolizes into two stages: first, the propositional function $\phi(x)$ determines a class of propositions; then an operator is applied to this class to express that all or some of the propositions in the class are true. (Potter 2009: 177)

Wittgenstein bekräftigt diesen Punkt in Satz 5.523 durch eine andere Formulierung:

Die Allgemeinerheitsbeziehung tritt als Argument auf. (T 5.523)

All- bzw. Existenzaussagen werden nicht durch die Einführung weiterer logischer Konstanten (Quantoren) ausgedrückt, sondern durch die Anwendung von N auf eine geeignet spezifizierte Menge von Sätzen. Die Allgemeinheit liegt in der Auswahl der Sätze beschlossen. Die Menge dieser Sätze tritt als Argument des N-Operators auf. Dass es sich um eine Allgemeinerheitsaussage handelt, wird nicht durch die logische Operation ausgedrückt, sondern durch ihr Argument: durch die Menge der Sätze, auf die sie angewandt wird.

Potter hebt vor allem zwei Unterschiede hervor, die sich durch diesen Zugang im Vergleich zum konventionellen Umgang (hier vor allem Russells) mit Quantifikation ergeben:

1. Entsubstantialisierung von Satzfunktionen: Satzfunktionen sind selbst keine Entitäten sondern stehen für eine Klasse von Sätzen.

[B]y regarding propositional functions only as notations for picking out classes of propositions it removes any temptation to think of them as a kind of entity. Higher-order quantification is no longer in any sense quantification ‘over’ propositional functions. On Wittgenstein’s understanding, a quantified expression which apparently quantifies over propositional functions does not really do so: a propositional function ‘can only occur in a proposition through its values’. (Potter 2009: 179)

Wie im Abschnitt über Wittgensteins Variablenbegriff erläutert (Vgl. 2.2.4.), ist es eine der Konsequenzen aus Wittgensteins Verständnis, die seinen Begriff von einem konventionellen Begriff der Variablen abhebt, dass sich kein Unterschied zwischen Variablen verschiedener Stufen am Bereich der Variablen festmachen lässt: Die Werte einer Variablen sind immer Sätze.

2. Ein Allsatz kann in gewisser Weise nicht darüber hinausgehen, was in den einzelnen Sätzen ausgedrückt ist.

„The second consequence Wittgenstein’s presentation has is that it removes the possibility that the variable could somehow enable a general proposition to include within its range cases which no individual proposition expresses.” (Potter 2009: 179) Um Allgemeinheit ausdrücken zu können muss sich ein Satz auf eine geeignete Menge von Elementarsätzen beziehen. Die Allgemeinaussage ist – wie jeder logisch komplexe Satz – eine Wahrheitsfunktion von Elementarsätzen.

3.3.3. Fogelins Kritik an der allgemeinen Satzform

Kann auf die in Satz 5.52 skizzierte Weise wirklich jeder beliebige Satz, der in der üblichen prädikatenlogischen Notation Quantoren beinhaltet, ausgedrückt werden? Wittgenstein gibt ja nur ein Beispiel – das einfachste – und erwartet, dass sich der Rest von selbst ergibt. Um diese Frage ist eine Debatte entstanden, deren Anfang sich auf Robert Fogelins Kritik am N-Operator in seinem Buch *Wittgenstein* aus dem Jahr 1976 zurückführen lässt. Fogelin behauptet darin, dass sich auf die von Wittgenstein vorgeschlagene Weise nicht alle Sätze der Prädikatenlogik ausdrücken lassen, insbesondere nicht alle Sätze, die gemischte Quantoren beinhalten. Um diese Behauptung zu stützen betrachtet Fogelin die folgende Gruppe von Sätzen:

- | | |
|---------------------------------|--------------------------------------|
| (1) $(x)(y)Fxy$ | (5) $(x)(y)\neg Fxy$ |
| (2) $(\exists x)(\exists y)Fxy$ | (6) $(\exists x)(\exists y)\neg Fxy$ |
| (3) $(x)(\exists y)Fxy$ | (7) $(x)(\exists y)\neg Fxy$ |
| (4) $(\exists x)(y)Fxy$ | (8) $(\exists x)(y)\neg Fxy$ |

(Vgl. Fogelin 1976: 71)

Ausgehend von den Satzfunktionen Fxy und $\neg Fxy$ lassen sich laut Fogelin nur 4 dieser 8 Sätze in Wittgensteins Notation ausdrücken. Fogelin interpretiert den Ausdruck $N(Fxy)$ als Äquivalent zum Satz $\neg(\exists x)(\exists y)Fxy$ (analog zu Wittgensteins Beispiel $N(fx)$ in Satz 5.52). Dieser Satz ist äquivalent zu Satz (5) aus seiner Liste: $(x)(y)\neg Fxy$. Wendet man N nun erneut auf diesen Satz an, erhält man die Verneinung dieses Satzes, die zu $(\exists x)(\exists y)Fxy$, Satz (2) in Fogelins Liste, äquivalent ist. Hier erschöpfen sich die Möglichkeiten ausgehend von der Satzfunktion Fxy Sätze zu bilden: „This road now becomes sterile since any further applications of the operation N generate results that flip-flop back and forth between

propositions equivalent to propositions 2 and 5.“ (Fogelin 1976: 71) Ausgehend von der Satzfunktion $\neg Fxy$ lassen sich zwei weitere Sätze aus der Liste bilden: “A parallel result emerges if we employ the propositional function $\neg Fxy$. Here we can generate propositions 1 and 6, but the application of the operation N becomes sterile beyond this.” (Fogelin 1976: 71)²⁶

4 Sätze aus der Liste bleiben ohne äquivalente Formulierung in Wittgensteins Notation. Dies sind die Sätze:

- | | |
|------------------|-----------------------|
| (3) $(x)(Ey)Fxy$ | (7) $(x)(Ey)\neg Fxy$ |
| (4) $(Ex)(y)Fxy$ | (8) $(Ex)(y)\neg Fxy$ |

Fogelin analysiert den Grund für das Scheitern von Wittgensteins Ansatz in diesen Fällen wie folgt: Da jede Anwendung des N-Operators auf einen Ausdruck mit zwei Variablen immer beide Variablen gleichzeitig bindet, können nur homogene Quantorenfolgen ausgedrückt werden (wie in (1), (2), (5) und (6)) aber keine heterogenen Quantorenfolgen (wie in (3), (4), (7) und (8)) (Vgl. Fogelin 1976: 71).

Fogelin formuliert seine Kritik als Kritik an der allgemeinen Form des Satzes: laut ihm steht dieses Ergebnis im Widerspruch zu der Behauptung, dass die allgemeine Satzform alle Sätze beschreibt. Interessant ist Fogelins Motivation dieses Argument zu führen: Sein Ausgangspunkt ist nicht eine unmittelbar augenfällige Unzulänglichkeit von Wittgensteins Notation, sondern die Überzeugung, dass mit dieser etwas nicht stimmen kann. Grund für diese Überzeugung ist ein Ergebnis, das erst viele Jahre nach der Fertigstellung des *Tractatus* erzielt wurde: Es lässt sich zeigen, dass es für Formeln der Prädikatenlogik erster Stufe keinen allgemeinen Lösungsweg gibt, mithilfe dessen sich entscheiden lässt, ob ein Satz eine Tautologie ist. (Vgl. Church 1936) Dieses Ergebnis, das auf Alonzo Church zurückgeht, ist Fogelins Ausgangspunkt: „Given Church’s results, it has been clear that there must be something wrong with the logic of the ‘Tractatus’.“ (Fogelin 1976: 75)

Fogelin setzt die Bedingung, die Wittgenstein im Zusammenhang mit der allgemeinen Satzform formuliert – dass sich aus den Elementarsätzen in endlich vielen, successive aufeinander folgenden Schritten alle Sätze bilden lassen – mit der Anforderung der Entscheidbarkeit gleich:

²⁶ Konsequenter Weise müsste auch die in der Satzfunktion $\neg Fxy$ enthaltene Negation über den N-Operator ausgedrückt werden. Würde Fogelin von diesem Hilfsmittel Abstand nehmen, könnte er statt 4 nur 2 Sätze aus seiner Liste und noch nicht einmal den einfacheren Satz $\forall xfx$ bilden.

A clue that there must be something wrong with proposition 6 is given in the following way. It seems that every proposition that can be constructed using the recipe in proposition 6 will admit of a decision procedure, i.e. will be able to determine in finitely many steps whether the proposition is a tautology, contingency or contradiction. (Fogelin 1976:70)

Da es so eine „decision procedure“ nicht geben kann, kann die allgemeine Satzform nicht alle Sätze angeben.

Fogelins Kritik wurde im Jahr 1981 von Peter Geach aufgegriffen. Geach weist Fogelins Argumentation zurück und bietet stattdessen eine Erweiterung der Notation Wittgensteins an, die das von Fogelin aufgeworfene Problem lösen und zeigen soll, dass die allgemeine Satzform eine adäquate Beschreibung aller Sätze darstellt. Die weitere Debatte zwischen Geach, Fogelin und anderen Autoren, die sich auf die Seite Geachs schlagen, dreht sich um die Frage ob eine solche Erweiterung von Wittgensteins Notation überhaupt zulässig ist. Fogelin stellt seiner Entgegnung an Geach folgendes Zitat aus dem *Tractatus* voran, das dagegen zu sprechen scheint:

Die Einführung eines neuen Behelfes in den Symbolismus der Logik muß immer ein folgenschweres Ereignis sein. Kein neuer Behelf darf in der Logik – sozusagen, mit ganz unschuldiger Miene – in Klammern oder unter dem Striche eingeführt werden. (T 5.452)

Geach und andere Autoren, die ähnliche Reparaturversuche unternommen haben, berufen sich darauf, dass es sich nur um Hilfsmittel zur Darstellung von Variablen handelt und Wittgenstein im *Tractatus* explizit festhält, dass es egal ist, wie eine Variable angegeben wird. Sie beziehen sich dabei auf Satz 5.501, in dem Wittgenstein drei verschiedene Möglichkeiten die Werte einer Variablen anzugeben vorschlägt und schreibt:

Wie die Beschreibung der Glieder des Klammerausdrucks geschieht, ist unwesentlich.

Wir können drei Arten der Beschreibung unterscheiden: [...] (T 5.501)

In der zweiten Auflage seines Buchs *Wittgenstein*, die erstmals 1987 erschien, formuliert Fogelin den strittigen Punkt der Debatte genauer als die Frage, ob es eine solche Erweiterung geben kann, die mit dem Text des *Tractatus* konsistent ist. Fogelin bestreitet, dass die vorliegenden Vorschläge diese Bedingung erfüllen. (Vgl. Fogelin 1995: 79)

3.3.4. Antworten auf Fogelin

Um Fogelins Resultat, dass die Notation des *Tractatus* unvollständig ist, zu entgehen, führt Geach ein formales Hilfsmittel ein, mit dem Variablen, die für Mengen von Sätzen stehen, in

denen ein Teilausdruck variiert, exakt angegeben werden können. Er bezeichnet dieses Vorgehen als notwendig um die Funktionsweise des N-Operators zu erfassen: „To bring out in full the way Wittgenstein’s N operator works, we need (something he does not himself provide) an explicit notation for a class of propositions in which one constituent varies.“ (Geach 1981: 169) Geachs „explizite“ Notation für eine Menge von Sätzen, in denen ein Bestandteil variiert, ist: „ $\ddot{x}: fx$ “ Der Ausdruck „ $\ddot{x}: \dots$ “ gibt an, dass x in dem folgenden Ausdruck variiert. Der gesamte Ausdruck steht für die Menge der Sätze, die durch Variation von x entsteht. Durch dieses Hilfsmittel lässt sich zwischen einem Ausdruck „ $N(\ddot{x}: fx)$ “, der für die Anwendung von N auf die Sätze fa, fb, fc,... steht und einem Ausdruck $\ddot{x}: N(fx)$, der für die Menge der Sätze N(fa), N(fb), N(fc),... steht, unterscheiden. Dies hilft bei der Darstellung von Sätzen, die in prädikatenlogischer Schreibweise Quantoren enthalten:

$$N(\ddot{x}: fx) \Leftrightarrow \sim \exists xfx$$

$$N(N(\ddot{x}: fx)) \Leftrightarrow \exists xfx$$

$$N(\ddot{x}: N(fx)) \Leftrightarrow \forall xfx$$

$$N(N(\ddot{x}: N(fx))) \Leftrightarrow \sim \forall xfx$$

Mit Geachs Hilfsmittel lassen sich auch Sätze mit mehreren, heterogenen Quantoren ausdrücken. Geach greift ein Beispiel von Fogelin auf und zeigt, wie es sich durch sein Hilfsmittel in Wittgensteins Notation darstellen lässt:

$$N\left(N\left(\ddot{x}: \left(N(\ddot{y}: N(fxy))\right)\right)\right) \Leftrightarrow \exists x \forall y fxy$$

Er interpretiert diesen Ausdruck ausgehend vom Teilausdruck $N(\ddot{y}: N(fay))$: „ $N(\ddot{y}: N(fay))$ ‘ says that we are to deny every such proposition as ‘N(fab)’, i.e. that ‘fab’ is always to be affirmed whatever ‘b’ stands for.“ (Geach 1981: 169) Der innere Teil dieses Ausdrucks „ $N(\ddot{y}: N(fay))$ “ entspricht also der Aussage $\forall y fay$. Der Variablenausdruck $\ddot{y}: N(fay)$ entspricht der Liste der Sätze N(faa), N(fab), N(fac)... Anwendung von N auf die Liste dieser Sätze ergibt den Satz, der zu $\forall y fay$ äquivalent ist. In einem zweiten Schritt verwandelt Geach auch die Konstante ‚a‘ im Ausdruck $N(\ddot{y}: N(fay))$ in einen variablen Teil:

And then if we replace ‘a’ by the variable ‘x’ and embed the result in $N(N(x:(\dots)))$ ‘, we shall be saying that the joint denial of the class of propositions we get from $(y)(fay)$ ’ by varying ‘a’ is itself to be denied, i.e. that one or other member of this class is to be affirmed, i.e. that $(\text{Ex})(y)(fxy)$ ’ is to be affirmed. (Geach 1981: 169)

Der Ausdruck $\check{x}:(N(\check{y}:N(fxy)))$ steht für die Liste der Sätze, die zu $\forall yfay$, $\forall yfby$, $\forall yfcy$,... äquivalent sind. Anwendung von N auf diese Liste ergibt das Äquivalent zu dem Satz: $\sim\exists x\forall yfay$. Erneute Anwendung von N ergibt das Äquivalent zur Verneinung dieses Satzes: $\exists x\forall yfay$.

Ein weiteres Beispiel für einen Satz in Wittgensteins Notation mit Geachs Hilfsmittel wäre:

$$N(\check{x}:(N(\check{y}:fxy))) \Leftrightarrow \forall x\exists yfxy$$

Der innere Ausdruck $\check{y}:fay$ steht in diesem Fall für die Liste der Sätze: faa , fab , fac ,... Anwendung von N auf diese Liste ergibt den Satz, der zu dem Satz $\sim\exists yfay$ äquivalent ist. Anschließend wird im Satz $N(\check{y}:fay)$ die Konstante a durch einen variablen Teil x ersetzt. Der Ausdruck $\check{x}:(N(\check{y}:fxy))$ steht für die Liste der Sätze, die zu $\sim\exists yfay$, $\sim\exists yfby$, $\sim\exists yfcy$,... äquivalent sind. Anwendung von N auf diese Liste ergibt den Satz, der zum Satz $\forall x\exists yfxy$ äquivalent ist.

Auch Scott Soames schließt in seinem Beitrag zur Debatte explizit an Fogelins Diskussion an. Die Sätze, die er wählt, um zu demonstrieren, dass man sie in der Notation des *Tractatus* ohne Erweiterung nicht darstellen kann, sind nicht dieselben wie Fogelins, überschneiden sich aber mit diesen. In der Analyse des Problems stimmt er mit Fogelin überein: „Intuitively, every process of constructing nonatomic formulas has the effect of binding all the variables.“ (Soames 1983: 576) Soames Vorschlag zur Behebung dieser Unzulänglichkeit beginnt mit der Einführung des Ausdrucks $\ulcorner(v[G])\urcorner$. Dieser leitet sich von Satzfunktionen wie „Gx“ ab, deren Werte alle Sätze sind, in denen G und ein Name vorkommen. Ausdrücke wie $\ulcorner(v[G])\urcorner$ bezeichnet Soames als „set-representative“, d.h. sie stehen für die Menge der Sätze, in denen G konstant und der Rest variabel ist. In einem solchen Ausdruck ist ‚v‘, das links von ‚[G]‘ steht, ein „generality indicator“: „If F_1, \dots, F_n are formulas, and G is a formula in which the variable v occurs free, then $\ulcorner(F_1, \dots, F_n)\urcorner$ and $\ulcorner(v[G])\urcorner$ are set representatives; the occurrence of v to the left of G being called a generality indicator.“ (Soames 1983: 585) Mit diesem Hilfsmittel kann ein Ausdruck fx als $x[fx]$ dargestellt werden, um den Bereich, in dem x variiert, klar abzugrenzen. Soames schreibt in einer Fußnote, dass er auf Geachs Arbeit und dessen Diskussion mit Fogelin erst nach der Fertigstellung seines Beitrags aufmerksam wurde und fügt hinzu: „The expansion of Tractarian symbolism that I propose below is similar to the one suggested by Geach.“ (Soames 1983: 573f.)

Diese Ähnlichkeit lässt sich durch eine Gegenüberstellung von Ausdrücken in Geachs und Ausdrücken in Soames Notation veranschaulichen:

$$N(x[N(fx)]) \Leftrightarrow N(\dot{x}: N(fx)) \Leftrightarrow \forall xfx$$

$$N(N(x[N(y[N(fxy)]))]) \Leftrightarrow N(\dot{x}: (N(\dot{y}: fxy)) \Leftrightarrow \forall x\exists yfxy$$

Laut Fogelin widersprechen diese Notationen dem Text des *Tractatus*. Das Problem tritt für ihn schon am einfacheren Fall des Ausdrucks, der zu $\forall xfx$ äquivalent ist, auf. Fogelins Kritik ist, dass der Ausdruck $N(\dot{x}: N(fx))$ nur an der Oberfläche so aussieht, als würde er zwei Anwendungen des N-Operators beinhalten. In Wirklichkeit steht der innere N-Operator für eine unendliche Anzahl ungeordneter Anwendungen von N auf eine Menge von Sätzen. (Vgl. Fogelin 1982: 125f) Dadurch unterscheidet sich dieser Ausdruck von dem zu $\exists xfx$ äquivalenten Ausdruck $N(N(f(x)))$, den Fogelin für innerhalb von Wittgensteins System zulässig hält. Der Ausdruck $N(\dot{x}: N(fx))$ widerspricht laut Fogelin Wittgensteins Forderung nach *Endlichkeit* und *Successivität* der Anwendungen von N, die er in Satz 5.32 zum Ausdruck bringt:

Alle Wahrheitsfunktionen sind Resultate der successiven Anwendung einer endlichen Anzahl von Wahrheitsoperationen auf die Elementarsätze. (T 5.32)

Fogelin zufolge widerspricht sowohl Geachs als auch Soames Erweiterung der Notation beiden in diesem Satz formulierten Bedingungen: der N-Operator wird unendlich oft angewandt – die Bedingung der Endlichkeit ist dadurch verletzt; da die Menge der Sätze unendlich ist gibt es keinen direkten Vorgänger zur letzten Anwendung, womit auch die Bedingung der Successivität unerfüllt bleibt. (Vgl. Fogelin 1995: 81)

Während Geach Fogelins Verweis auf den vermeintlichen Widerspruch zwischen Wittgensteins Notation und Churchs Unentscheidbarkeitsresultat lediglich zurückweist, geht Soames ausführlich auf dieses Problem ein. Obwohl er mit Fogelin darin übereinstimmt, dass Wittgenstein im *Tractatus* allgemein zur Annahme der Entscheidbarkeit für logische Wahrheiten verpflichtet ist, bestreitet er, dass dies aus der „Konstruierbarkeits-These“ folgt, die sich mit der allgemeinen Form des Satzes verbindet: „On my interpretation, the constructibility thesis has nothing to do with decision procedures.“ (Soames 1983: 587) Laut Soames verpflichtet sich Wittgenstein durch die „Konstruierbarkeits-These“ – die These, dass sich jeder Satz durch Anwendung von N auf Elementarsätze bilden lässt – nur zu der Behauptung, dass jeder Satz in einer Stufe des durch die allgemeine Form des Satzes angezeigten Prozesses konstruiert werden kann: „To say that every proposition results from successive applications of ‘N’ to elementary propositions is to say that for every proposition P there is a finite number m, such that P is constructed at the mth stage of this process.“ (Soames 1983: 587) Es verpflichtet ihn aber nicht zu der stärkeren Annahme, dass das Ergebnis dieses

Prozesses eine geordnete Liste ist: „What must be appreciated is that his construction does not automatically yield a list in which each proposition is formed by prefixing ‘N’ to an expression representing earlier propositions on the list.” (Soames 1983: 588) Der Widerspruch zwischen Unentscheidbarkeit und der allgemeinen Form des Satzes besteht aber nur unter dieser stärkeren Voraussetzung: “If it did, then there would be a decision procedure for the (logical) validity of arbitrary Tractarian propositions – namely, find the proposition earlier on the list that are truth grounds of the proposition in question and work out the relevant truth table.“ (Soames 1983: 588)

Auch Göran Sundholm weist im Zusammenhang mit seiner Kritik an der allgemeinen Satzform als allgemeines Glied einer Formenreihe, die er durch eine rekursive Definition ersetzt, darauf hin, dass die allgemeine Satzform im Gegensatz zu einer Formenreihe nicht mit einer totalen (linearen) Ordnung verbunden ist:

[H]e [Wittgenstein, K.S.] does not realize that a Formenreihe [...] is not the right general notion of order to associate with inductive definitions. The particularly simple case of the wff's of propositional logic makes this perfectly clear. The order of precedence is not a total and objects can have more than one immediate predecessor: the wff $P \& Q$ has the wff P , as well as the wff Q , as immediate predecessors, but does not in any way dominate the wff R . The ordering corresponding most naturally to an inductive definition is not a total wellordering [...], but a wellfounded partial ordering. (Sundholm 1992: 71)

Soames gelingt es, die Forderung nach Entscheidbarkeit von der allgemeinen Satzform abzulösen. Dass Wittgenstein durch seine Philosophie der Logik dazu verpflichtet ist, von der Entscheidbarkeit logischer Sätze auszugehen, wird von keinem der Beteiligten bestritten. Belegstellen, die in diesem Zusammenhang genannt werden, sind der Satz 6.126 in dem Wittgenstein schreibt:

Ob ein Satz der Logik angehört, kann man berechnen, indem man die logischen Eigenschaften des *Symbols* berechnet. (T 6.126)

sowie die Sätze 6.1262, 6.113 und 5.2-5.4. Fogelin führt diese Eigenschaft des *Tractatus* mit dem Grundgedanken zusammen: Da logische Sätze für Wittgenstein nicht dadurch wahr werden, dass sie logische Tatsachen ausdrücken, muss es einen anderen Weg geben, auf dem sich ihre Wahrheit feststellen lässt. Die Lösung ist, dass sich die Wahrheit von logischen Sätzen am Zeichen selbst erkennen lässt. (Vgl. Fogelin 1995: 82)

Matthias Varga von Kibéd schätzt das Problem der Ausdrucksstärke des N-Operators leicht anders ein als Fogelin, Geach und Soames. Seiner Meinung nach besteht es nicht darin, dass

sich manche Sätze – ohne Zuhilfenahme weiterer Hilfsmittel – in der Notation des *Tractatus* nicht darstellen lassen, sondern darin, dass manche Ausdrücke in Wittgensteins Notation uneindeutig sind. So ist z.B. der Ausdruck „ $N(N(Fx))$ “, laut Varga von Kibéd, ambig zwischen zwei möglichen Lesarten: er lässt sich sowohl als $N(N(fa, fb, fc, \dots))$, also äquivalent zu $\exists xfx$ auffassen, als auch als $N(N(fa), N(fb), N(fc), \dots)$, also äquivalent zu $\forall xfx$. Diese Ambiguität kann, laut Varga von Kibéd, nur durch die „Berücksichtigung der Art der Gegebenheit der Satzvariablen“ (Varga von Kibéd 1993: 85) beseitigt werden. Das Grundprinzip seines Lösungsvorschlags ist die konsequente Auffassung von Satzvariablen als Listen von Sätzen: Sobald wir wissen, ob der Ausdruck $N(Fx)$ für die Liste $N(fa, fb, fc, \dots)$ oder die Liste $N(fa), N(fb), N(fc), \dots$ stehen soll, ist das Problem gelöst.

Varga von Kibéd's Beitrag hebt sich von den anderen Beiträgen der Debatte auch durch die Behauptung ab, dass das Problem nicht im *Tractatus* selbst, sondern erst durch dessen Interpretationen aufkommt. Da Wittgenstein selbst in zwei Schritten vorgeht – zuerst wird eine Satzvariable spezifiziert, dann wird N darauf angewendet – tritt die Ambiguität in seiner Verwendung gar nicht erst auf:

N wird nur in Ausdrücken der Form $N(\bar{\xi})$ eingeführt und die Angabe der Werte der Satzvariablen erfolgt separat. Versuchen nun moderne Interpreten, diese zwei Schritte in einer Notation wie $N(N(fx))$, $N(p,q)$ etc. zusammenzufassen, so entstehen manchmal Mehrdeutigkeiten, die bei der vorsichtigeren Ausdrucksweise Wittgensteins gar nicht auftauchen. (Varga von Kibéd 1993: 85)

Folglich tritt auch das Problem der Quantorenvertauschung, wenn man sich strikt an diese Vorgehensweise hält, gar nicht erst auf: „Unsere Darstellung im vorhergehenden Abschnitt erweist das Problem der Quantorenvertauschung als Scheinproblem, wenn die Satzvariablen wie oben dargestellt streng im Sinne des *Tractatus* gedeutet werden.“ (Varga von Kibéd 1993: 87f) Varga von Kibéd analysiert das Auftreten des Problems in der Sekundärliteratur als Resultat eines Unterschieds zwischen der modernen Prädikatenlogik und Wittgensteins Notation:

Während also in der modernen Auffassung der Logik die Gewinnung gemischt quantifizierter Sätze durch den Übergang von Formeln mit zwei freien Variablen zu Formeln mit einer freien Variable und schließlich zu den Sätzen selbst erfolgt, haben wir in der Logik des *Tractatus* nur Sätze und Satzvariablen (als Listen), und gewinnen durch den N -Operator angewandt Satzvariablen [sic] Sätze, die selbst wieder in geeigneten Listen als Argument von N auftreten können. (Varga von Kibéd 1993: 88)

Trotz dieser Unterschiede in der Zugangsweise rückt Varga von Kibéd seinen Beitrag in die Nähe Geachs: „Die Auffassung von Geach ist der in diesem Aufsatz vertretenen verhältnismäßig nahe.“ (von Kibéd 1993: 95)

Die Ambiguität, die den Fall von gemischten Quantoren zu einem Problem macht, liegt für Varga von Kibéd darin, dass sich ein Ausdruck fxy nicht eindeutig als Liste interpretieren lässt. Aus ihm lässt sich zunächst ein Schema ableiten:

$f_{aa}, f_{ab}, f_{ac}, \dots$

$f_{ba}, f_{bb}, f_{bc}, \dots$

$f_{ca}, f_{cb}, f_{cc}, \dots$

...

Dieses lässt sich auf verschiedene Arten interpretieren: Liest man das Schema Zeilenweise entspricht es der Liste: $f_{ay}, f_{by}, f_{cy}, \dots$ interpretiert man es Spaltenweise erhält man die Liste: $f_{xa}, f_{xb}, f_{xc}, \dots$. Obwohl für Varga von Kibéd die Lösung des Problems in der Berücksichtigung der Gegebenheitsweise von Satzvariablen allein liegt, führt auch er einen Behelf der Darstellung ein, der erlaubt anzugeben, wie eine Variable aufzufassen ist: sogenannte „Lambda-Ausdrücke“. (Vgl. Varga von Kibéd 1993: 91f.) Ähnlich wie in den Notationen von Geach und Soames kann auf diese Weise zwischen den Lesarten des Schemas unterschieden werden: Der Ausdruck „ $(x: fxy)$ “ steht für die Liste $f_{ay}, f_{by}, f_{cy}, \dots$ in der x variiert, der Ausdruck „ $(y: fxy)$ “ für die Liste $f_{xa}, f_{xb}, f_{xc}, \dots$, in der y variiert.²⁷ Auf diese Weise können Sätze, die in prädikatenlogischer Schreibweise gemischte Quantoren enthalten, eindeutig dargestellt werden: Ein Beispiel dafür ist:

$$N(x: (N(y: fxy))) \Leftrightarrow \forall x \exists y fxy$$

Varga von Kibéd besteht darauf, dass es sich bei diesem Hilfsmittel nicht um einen Teil der Notation handelt und umgeht damit die Frage, ob es zulässig ist solche Erweiterungen vorzunehmen:

Bei der Einführung dieser Notation ist zu beachten, daß es sich hierbei lediglich um ein Explikationsmittel für das Zeichen $\bar{\quad}$, d.h. den Strich über der Satzvariablen, handelt. [...] Da die Art der Allgemeinheit der Variablen sich im Sinne des *Tractatus* zeigen muß, gehört die

²⁷ Varga von Kibéd unterscheidet eine dritte Möglichkeit das fxy entsprechende Schema aufzufassen: im Sinne einer beliebigen Diagonalisierung, die gewährleistet, dass alle Ausdrücke des Schemas in einer Liste vorkommen. Diese Auffassung entspräche den Lambda-Ausdrücken $(x:(y:fxy))$ bzw. $(y:(x:fxy))$ und lässt sich durch den Lambda-Ausdruck $(\{x,y\}:fxy)$ darstellen. (Vgl. Varga von Kibéd 1993: 92) Durch diesen Ausdruck lässt sich die Weise, in der Fogelin ausgehend von den Satzfunktionen Fxy und $\neg Fxy$ Sätze mit homogenen Quantorenfolgen konstruiert, simulieren.

Notation, mit der die verschiedenen Arten der Allgemeinheit beim Schema fx_y unterschieden werden, *nicht* zur Notation der Logik der [sic] *Tractatus*. Vielmehr teilen wir damit lediglich mit, wie die Variablen gegeben sind. Daher bleibt der N-Operator der einzige Operator der Logik des *Tractatus*; die Lambda-Notation dient in gewisser Weise nur zur Bereitstellung geeigneter Argumente. (Varga von Kibéd 1993: 92)

Um Wittgensteins schrittweises Vorgehen, in dem Spezifikation von Satzvariablen und Anwendung des N-Operators abwechseln, zu verdeutlichen, schlägt Varga von Kibéd die folgende Darstellung als „Gleichungssystem“ vor:

Der Zusammenhang zu allgemeinen Satzform wird durchsichtiger, wenn wir $(x)(Ex)fx_y$ in der Logik des *Tractatus* durch folgendes Gleichungssystem mitteilen:

$$(x)(Ey)fx_y = N(Z')$$

$$(Z') = (x:N(W'))$$

$$(W') = (y:fx_y). \text{ (Varga von Kibéd 1993: 95)}$$

Rogers und Wehmeier gehen in ihrem Beitrag auf die Debatte zwischen Fogelin und Geach ein und legen einen eigenen Vorschlag zur Erweiterung der *Tractatus*-Notation vor, der zu Geachs Notation äquivalent ist. Zunächst verteidigen sie Geach gegenüber Fogelins Kritik, der zufolge Geachs Lösungsvorschlag gegen zentrale Aussagen des *Tractatus* verstoße. Gegen Fogelins Einwand, dass Wittgenstein im *Tractatus* eine endliche Anzahl von Anwendungen der Wahrheitsoperation verlange, schlagen sie – mit Bezug auf den Originalwortlaut – eine alternative Interpretation von Satz 5.32 vor, der zufolge sich Wittgensteins Forderung nach Endlichkeit im Satz

Alle Wahrheitsfunktionen sind Resultate der successiven Anwendung einer endlichen Anzahl von Wahrheitsoperationen auf die Elementarsätze (T 5.32)

auf die Anzahl der unterschiedlichen Wahrheitsoperationen, nicht auf die Anzahl derer Anwendungen bezieht.^{28,29} Gegen Fogelins Einwand, dass Geachs Vorschlag gegen die Forderung nach „Successivität“ verstoße (weil die Anwendung von N, die auf eine unendliche Reihe von N-Anwendungen folgt, keinen eindeutigen Vorgänger habe), bringen sie eine alternative Interpretation von „Successivität“ zur Geltung:

²⁸ Auch diese Lesart bleibt etwas merkwürdig, da Wittgenstein im *Tractatus* die Verwendung einer einzigen Wahrheitsoperation (N) vorschlägt.

²⁹ Im Zusammenhang mit der Entwicklung einer Übersetzungsfunktion D, die zwischen der Prädikatenlogik erster Stufe mit Identität, und einer Sprache, in der nur N als einzige logische Konstante vorkommt, zeigen Rogers und Wehmeier, dass auch die Forderung nach einer endlichen Anzahl von Anwendungen, obwohl diese sich nicht aus Satz 5.32 ergibt, erfüllt wäre: „Even though 5.32 does not, pace Fogelin, require a finite number of applications of N, the above function D nevertheless shows that every proposition of $FOL^=$ can be constructed using a finite number of applications of the N-Operator.“ (Rogers/Wehmeier 2012: 32)

5.2521 shows that Wittgenstein associates successiveness with the iterated application of an operation (i.e. the application of the operation to its own results), and not with such a well-ordered series of individual applications of an operation to a list of propositions. (Rogers/Wehmeier 2012: 45, Fn.40)

Anschließend legen Rogers und Wehmeier ein unabhängiges Argument dafür vor, dass Geachs Erweiterung der Notation dem Text des *Tractatus* entspricht: In Satz 3.315 schreibt Wittgenstein über Variable:

Verwandeln wir einen Bestandteil eines Satzes in eine Variable, so gibt es eine Klasse von Sätzen, welche sämtliche Werte des so entstandenen Variablen Satzes sind. (T 3.315)

Rogers und Wehmeier pochen darauf, dass dies für jede Art von Satz gilt, nicht etwa nur für Elementarsätze. Daher kann auch in dem komplexen Satz $N(fay)$, der dasselbe sagt, wie $\sim\exists yfay$, die Konstante a jederzeit in einen variablen Teil verwandelt werden. Der so gewonnene Ausdruck steht wiederum für eine Menge von Sätzen. In Geachs Notation wird so aus „ $N(y:fay)$ “ „ $x:N(y:fx y)$ “. Rogers und Wehmeier sehen diesen Schritt durch den Text des *Tractatus* legitimiert.

Die Notation, die Rogers und Wehmeier anschließend selbst vorschlagen, arbeitet mit einer Kombination von Hilfsmitteln: dem Circumflex aus *Principia Mathematica*, der angibt, dass es sich bei einem Ausdruck um eine Satzfunktion handelt ($f\hat{x}$) und einer Konvention aus dem *Tractatus* selbst: dem horizontalen Strich. „Instead of $N(x:\varphi(x))$ we can write $N\overline{\varphi(\hat{x})}$, the circumflex indicating the bound variable and the horizontal bar the extent of its scope.“ (Rogers/Wehmeier 2012: 30) Sie argumentieren, dass diese Notation plausibel ist, weil Wittgenstein mit der Notation der *Principia Mathematica* vertraut war. Mit Hilfe dieser Notation, die zu Geachs Vorschlag äquivalent ist, lassen sich Sätze mit heterogenen Quantorenfolgen wie folgt ausdrücken:

$$N(\ddot{x}:(N(\dot{y}:fxy) \Leftrightarrow \forall x\exists yfxy \Leftrightarrow \overline{NNf\hat{x}\hat{y}})$$

Klar ist, dass “Reparaturvorschläge” der Notation des *Tractatus*, wie Rogers und Wehmeier, Soames, Geach und Varga von Kibéd sie vorlegen, nötig sind, damit die allgemeine Form des Satzes ihre intendierte Ausdruckstärke erhält. Obwohl Wittgenstein Vorsicht beim Einführen neuer Hilfsmittel gebietet, scheinen die Erweiterungen durch seinen Hinweis in Satz 5.501, dass es egal ist, wie eine Satzvariable angegeben wird, gerechtfertigt.³⁰

³⁰ Glocks Vorschlag den N-Operator um die Möglichkeit Variablen zu binden zu erweitern und durch „ $Nx(fx)$ “ auszudrücken lässt sich nicht auf die gleiche Weise rechtfertigen. Er entspricht eher der Umwandlung von N in einen Quantor als einem Mittel zur Spezifikation von Variablen und führt zu einer uneinheitlichen Verwendung

Ebenso sind sich alle Autoren, die zur Debatte beigetragen haben, einig, dass Churchs Unentscheidbarkeitsresultat für den *Tractatus* – unabhängig davon, wie die allgemeine Satzform interpretiert wird – ein Problem darstellt. Soames gelingt es mit seiner Analyse von Fogelins Argument die allgemeine Satzform selbst von der Forderung nach Entscheidbarkeit abzulösen; die Ansichten zur Logik, die Wittgenstein im *Tractatus* darlegt, bleiben mit dieser Forderung aber verhaftet.

Zu einer ähnlichen Einschätzung der Debatte gelangt Göran Sundholm, der auf eine Inkonsistenz des *Tractatus* schließt:

Geach and Soames have suggested simple, basically equivalent, remedies which certainly seem permissible, given the theses just cited to the effect that it is immaterial what notational devices are used to specify the variable-ranges in the *Klammerausdrücke*. On the other hand, it is equally clear that Fogelin, who rejects the Geach-Soames emendation, is on strong ground when he emphasizes that the decidability of logical truth is a, if not *the* central feature of the Tractarian philosophy of logic (6.113, 6.126, 6.1262) [...] Thus I would hold that both sides of the dispute are right and that the error lies in a fundamental inconsistency embedded in the *Tractatus* itself. (Sundholm 1992: 64)

Soames erkennt im *Tractatus* zwei verschiedene Arten von Formenreihen: eine, für die die in Satz 5.2522 dargelegten Bedingungen gelten und eine zweite, für die die allgemeine Satzform ein Beispiel ist. Allerdings wird der Übergang von einer Art der Formenreihe zur anderen an keiner Stelle des *Tractatus* explizit. Das legt nahe, dass sich Wittgenstein das Funktionieren der allgemeinen Satzform doch als linearen Prozess vorgestellt hat, der eine Entscheidungsprozedur möglich machen würde. Auch Wittgensteins Hoffnung seine „Wahrheitsdiagramm“-Notation von Sätzen ohne Quantoren auf Sätze mit Quantoren ausweiten zu können, von der Potter berichtet, zeigt, dass Wittgenstein bei der genaueren Ausarbeitung seiner Vorschläge zu einer formalen Notation, die auch Quantifikation ausdrücken kann – eine Aufgabe, die er anderen überließ – keinen relevanten Komplexitätsanstieg erwartete.

des N-Operators, wie an Glocks Beispiel: $N(Nx(Ny(Nyfx)))$, der Übersetzung von $(\exists x)(y)fy$, deutlich wird. (Vgl. Glock 1996: 143)

Anhang: Übersicht über die verschiedenen Notations-Hilfsmittel

	Geach	Soames
$\sim\exists xfx \Leftrightarrow \forall x\sim fx$	$N(\ddot{x}:fx)$	$N(x[fx])$
$\exists xfx$	$N(N(\ddot{x}:fx))$	$N(N(x[fx]))$
$\forall xfx$	$N(\ddot{x}:N(fx))$	$N(x[N(fx)])$
$\sim\forall xfx \Leftrightarrow \exists x\sim fx$	$N(N(\ddot{x}:N(fx)))$	$N(N(x[N(fx)]))$
	Varga von Kibéd	Rogers/Wehmeier
$\sim\exists xfx \Leftrightarrow \forall x\sim fx$	$N(x:fx)$	$N\overline{f\hat{x}}$
$\exists xfx$	$N(N(x:fx))$	$NN\overline{f\hat{x}}$
$\forall xfx$	$N(x:N(fx))$	$N\overline{Nf\hat{x}}$
$\sim\forall xfx \Leftrightarrow \exists x\sim fx$	$N(N(x:N(fx)))$	$NN\overline{Nf\hat{x}}$
	Geach	Soames
$\forall x\exists yfxy$	$N(\ddot{x}:N(\ddot{y}:fxy))$	$N(x[N(y[fx y])])$
$\sim\forall x\exists yfxy \Leftrightarrow \exists x\forall y\sim fxy$	$N(N(\ddot{x}:N(\ddot{y}:fxy)))$	$N(N(x[N(y[fx y])]))$
$\sim\exists x\forall yfxy \Leftrightarrow \forall x\exists y\sim fxy$	$N(\ddot{x}:N(\ddot{y}:N(fxy)))$	$N(x[N(y[N(fxy)])])$
$\exists x\forall yfxy$	$N(N(\ddot{x}:N(\ddot{y}:N(fxy))))$	$N(N(x[N(y[N(fxy)])]))$
	Varga von Kibéd	Rogers/Wehmeier
$\forall x\exists yfxy$	$N(x:N(y:fxy))$	$NN\overline{\widehat{f\hat{x}\hat{y}}}$
$\sim\forall x\exists yfxy \Leftrightarrow \exists x\forall y\sim fxy$	$N(N(x:N(y:fxy)))$	$NNN\overline{\widehat{f\hat{x}\hat{y}}}$
$\sim\exists x\forall yfxy \Leftrightarrow \forall x\exists y\sim fxy$	$N(x:N(y:N(fxy)))$	$NN\overline{\overline{\widehat{f\hat{x}\hat{y}}}}$
$\exists x\forall yfxy$	$N(N(x:N(y:N(fxy))))$	$NNN\overline{\overline{\widehat{f\hat{x}\hat{y}}}}$

	Geach	Soames
$\sim\exists x\exists yfxy \Leftrightarrow \forall x\forall y\sim fxy$	$N(\ddot{x}:N(N(\dot{y}:fxy)))$	$N(x[N(N(y[fxy]))])$
$\exists x\exists yfxy$	$N(N(\ddot{x}:N(N(\dot{y}:fxy))))$	$N(N(x[N(N(y[fxy]))]))$
$\forall x\forall yfxy$	$N(\ddot{x}:N(N(\dot{y}:N(fxy))))$	$N(x[N(N(y[N(fxy)]))])$
$\sim\forall x\forall yfxy \Leftrightarrow \exists x\exists y\sim fxy$	$N(N(\ddot{x}:N(N(\dot{y}:N(fxy))))))$	$N(N(x[N(N(y[N(fxy)]))]))$
	Varga von Kibéd	Rogers/Wehmeier
$\sim\exists x\exists yfxy \Leftrightarrow \forall x\forall y\sim fxy$	$N(\{x,y\}:fxy)$	$\overline{NNNf\hat{x}\hat{y}}$
$\exists x\exists yfxy$	$N(N(\{x,y\}:fxy))$	$\overline{NNNNf\hat{x}\hat{y}}$
$\forall x\forall yfxy$	$N(x:N(N(y:N(fxy))))$	$\overline{NNNNf\hat{x}\hat{y}}$
$\sim\forall x\forall yfxy \Leftrightarrow \exists x\exists y\sim fxy$	$N(N(x:N(N(y:N(fxy))))))$	$\overline{NNNNNf\hat{x}\hat{y}}$

3.4. Identität

Die dritte der Konventionen, aus denen sich die logische Notation des *Tractatus* rekonstruieren lässt, betrifft die Identität. Die Identitätsrelation, ausgedrückt durch das Gleichheitszeichen „=“, nimmt in Russells Logik und der heute üblichen Prädikatenlogik eine wichtige Rolle ein. Das Gleichheitszeichen kommt in Sätzen wie „ $a=a$ “ (a ist identisch mit sich selbst) oder „ $\forall x:x=x$ “ (alle Gegenstände sind identisch mit sich selbst) vor, die in diesen Systemen logische Wahrheiten darstellen. Weitere Beispiele für Sätze, die sich scheinbar nur unter Zuhilfenahme des Gleichheitszeichens ausdrücken lassen, sind der Satz, dass eine Eigenschaft f höchstens einem Gegenstand zukommt: $\forall x\forall y(fx \wedge fy \supset x = y)$. (Vgl. White 2006: 95) und Ausdrücke der Form $\exists xfx \wedge \forall yfy \supset x = y$, wie sie für Russells Theorie der „definite descriptions“ zentral sind.³¹

Für Wittgenstein sind Sätze wie „ $a=a$ “ und „ $\forall x:x=x$ “ sinnlose Scheinsätze, die sich in einer „richtigen Begriffsschrift“ (Vgl. T 5.534) gar nicht erst formulieren lassen. Das nimmt er bereits an einer früheren Stelle vorweg:

Können wir zwei Namen verstehen, ohne zu wissen, ob sie dasselbe Ding oder zwei verschiedene Dinge bezeichnen? — Können wir einen Satz, worin zwei Namen vorkommen, verstehen, ohne zu wissen, ob sie Dasselbe oder Verschiedenes bedeuten?

Kenne ich etwa die Bedeutung eines englischen und eines gleichbedeutenden deutschen Wortes, so ist es unmöglich, dass ich nicht weiß, daß die beiden gleichbedeutend sind; es ist unmöglich, daß ich sie nicht ineinander übersetzen kann.

Ausdrücke wie „ $a = a$ “, oder von diesen abgeleitete, sind weder Elementarsätze, noch sonst sinnvolle Zeichen. (Dies wird sich später zeigen.) (T 4.243)

Sätze wie „ $\forall x\forall y(fx \wedge fy \supset x = y)$ “ und „ $\exists xfx \wedge \forall yfy \supset x = y$ “ sind für Wittgenstein zwar sinnvoll, lassen sich aber auch ohne Bezug auf die Identitätsrelation formulieren. An dieser Stelle kommt die dritte Konvention ins Spiel.

Wittgensteins Beschäftigung mit der Frage des richtigen Umgangs mit Identität in einer formalen Notation steht auf der Ebene des Textes unmittelbar nach seinen Ausführungen zum Umgang mit Quantoren. Nachdem Wittgenstein die N-Operation in Satz 5.5 einführt, erläutert er ihre Anwendung auf einzelne Sätze und Listen von Sätzen in 5.51 und ihre Anwendung auf

³¹ “The shortest statement of ‘Scott is the author of Waverley’ seems to be: ‘Scott, wrote Waverley; and it is always true of y that if y wrote Waverley, y is identical with Scott’. It is in this way that identity enters into ‘Scott is the author of Waverley’; and it is owing to such uses that identity is worth affirming. (Russell 1905: 492)

Satzfunktionen – zum Zweck des Ausdrucks von Quantifikation – in 5.52. Im dritten unmittelbaren Untersatz zu Satz 5.5, 5.53 greift er das Thema der Identität auf.

Diese Abfolge lässt sich mit Roger White wie folgt interpretieren: Wittgensteins zentrales Anliegen ist, alle logisch komplexen Sätze durch Wahrheitsfunktionalität zu erklären. Sowohl Sätze, die Quantoren beinhalten, als auch Sätze, die das Gleichheitszeichen beinhalten, scheinen Gegenbeispiele zu diesem Projekt zu sein: Es scheint, als gäbe es Formen von logischer Komplexität, die sich nicht auf Wahrheitsfunktionen reduzieren ließen.

Wittgenstein's basic reason for regarding identity as 'the very devil' is clear enough. In 1913, Wittgenstein was already in effect wanting to give a truth-functional account of all logical complexity and hence of the whole of logic, and yet identity seems to provide a clear counterexample to the possibility of doing so. (White 2006: 94)

Damit wären diese Sätze gleichzeitig Gegenbeispiele zur Behauptung, dass die allgemeine Satzform alle Sätze angibt. Wittgensteins Anliegen ist es, diese scheinbaren Gegenbeispiele zu widerlegen, um an der wahrheitsfunktionalen Darstellung der gesamten Logik festhalten zu können. Das erklärt die Stellung der Beschäftigung mit Quantifikation und Identität zwischen der Behauptung, dass sich alle Wahrheitsfunktionen als Ergebnisse der Anwendung von N auf Elementarsätze darstellen lassen (Vgl. T 5.5) und der allgemeinen Satzform (Vgl. T 6).^{32,33}

Wittgensteins Auseinandersetzung mit dem Thema der Identität erfolgt innerhalb weniger, direkt aufeinander folgender Sätze. In Satz 5.53, der das Thema einleitet, nimmt Wittgenstein die wesentliche Idee hinter der formalen Konvention vorweg:

Gleichheit des Gegenstandes drücke ich durch Gleichheit des Zeichens aus, und nicht mit Hilfe eines Gleichheitszeichens. Verschiedenheit der Gegenstände durch Verschiedenheit der Zeichen. (T 5.53)

Mit dieser Festlegung ist eigentlich alles über Wittgensteins formalen Umgang mit Identität gesagt: es gibt in Wittgensteins formaler Notation kein Zeichen, das Identität ausdrückt. Stattdessen verfügt Wittgenstein, dass derselbe Name stets für denselben Gegenstand stehen muss und unterschiedliche Namen für verschiedene Gegenstände stehen müssen.

³² Die Abfolge der Sätze 5.54ff lässt sich ebenfalls nach diesem Prinzip analysieren: auch Sätze wie „A denkt, dass p.“ könnten als Gegenbeispiele zur Annahme, dass alle Sätze Wahrheitsfunktionen von Elementarsätzen sind, aufgefasst werden und werden in diesem Abschnitt neutralisiert. (Vgl. T 5.542)

³³ Eine strukturell ähnliche Interpretation lässt sich auf die Abfolge der Sätze 6.1, 6.2, ... übertragen: In Satz 6 behauptet Wittgenstein, dass die allgemeine Satzform alle Sätze angibt, in den Untersätzen 6.1, 6.2, ... handelt er mögliche Gegenbeispiele zu dieser Behauptung ab: Sätze der Logik (Vgl. T 6.1ff), Sätze der Mathematik (Vgl. T 6.2ff), Sätze der Ethik (Vgl. T 6.4ff).

Die Erläuterungen dieses Satzes gliedern sich in drei Teile: Direkt auf Satz 5.53 folgen drei Sätze, die diesem hierarchisch stark untergeordnet sind; sie haben die Nummern 5.5301-5.5303. In diesen Sätzen motiviert Wittgenstein philosophisch warum er die Rede von Identität, insbesondere die Rede von Identität als Relation, ablehnt. In den nächsten direkten Untersätzen zu 5.53, 5.531 und 5.532 gibt Wittgenstein der Ablehnung der Identität formal Ausdruck. Er führt einige Beispiele an, wie sich Sätze, die in Russells Notation das Gleichheitszeichen verwenden, in seiner Notation ausdrücken lassen. In den folgenden Untersätzen zu 5.53, 5.533-5.535 zieht Wittgenstein Konsequenzen aus diesem „Eliminierbarkeits-Resultat“: dass sich alle Sätze, die das Gleichheitszeichen auf eine sinnvolle Art verwenden, auch ohne dieses Zeichen ausdrücken lassen. Andere Sätze, die das Gleichheitszeichen enthalten und die laut Wittgenstein Scheinsätze sind, werden sich gar nicht mehr ausdrücken lassen.

3.4.1. Philosophische Motivation

Im Hintergrund von Wittgensteins philosophischer Erläuterung der formalen Konvention steht eine in der Philosophie sehr einflussreiche Auffassung von Identität: die Auffassung von Identität als (reflexive, transitive und symmetrische) Beziehung (zweistellige Relation), die jeder Gegenstand nur zu sich selbst hat. Viele Kommentare zu Wittgensteins Auseinandersetzung mit der Identität beginnen mit der Feststellung, dass diese Auffassung Status quo ist. So schreibt zum Beispiel Wehmeier in einem Aufsatz, in dem er sich ausgehend von Wittgenstein kritisch mit Identität als Relation beschäftigt: „Identity, conventional wisdom has it, is the binary relation that every object bears to itself, and to itself only.“ (Wehmeier 2012: 761) White bezeichnet dieselbe Auffassung in seinem Kommentar zum *Tractatus* als intuitiv: “[T]he intuitive explanation we would give for identity is that it is the relation that every object bears to itself and nothing else.” (White 2006: 95)

Mit dieser traditionsreichen Auffassung von Identität als Relation, in der jeder Gegenstand zu sich selbst steht, verbindet sich eine Definition von Identität, die auf Leibniz zurückgeht. Dieser zufolge wird Identität über Ununterscheidbarkeit eingeführt: Zwei Gegenstände sind identisch, wenn sie alle Eigenschaften gemeinsam haben, sich also nicht unterscheiden lassen. Diese Definition beeinflusste Russell und Whitehead in ihrer Auseinandersetzung mit der Identität: “[I]n the Principia, Whitehead and Russell had sought to define identity by means of a version of the Principle of Identity of Indiscernibles. Two objects were explained as being identical if and only if they had all their elementary properties in common [...]“ (White 2006:

95) Wittgenstein setzt sich sowohl mit der Definition von Identität über Ununterscheidbarkeit als auch mit der Auffassung von Identität als Relation zwischen Gegenständen allgemein kritisch auseinander. Diese Auseinandersetzung erfolgt in drei Schritten. Im ersten der drei Sätze, die sich mit einer philosophischen Kritik an der Identität befassen, schreibt Wittgenstein:

Daß die Identität keine Relation zwischen Gegenständen ist, leuchtet ein. Dies wird sehr klar, wenn man z.B. den Satz „ $(x):fx.\supset.x=a$ “ betrachtet. Was dieser Satz sagt, ist einfach, daß *nur* a der Funktion f genügt, und nicht, daß nur solche Dinge der Funktion f genügen, welche eine gewisse Beziehung zu a haben. (T 5.5301)

Wittgenstein schließt zunächst aus, dass Identität als Relation zwischen verschiedenen Gegenständen aufgefasst werden kann. Er tut das auf eine eigentümliche Weise, indem er einfach feststellt, dass dies einleuchtend sei. Zur Veranschaulichung schreibt er einen Satz in Russells Notation auf und fordert dazu auf, diesen zu betrachten. „ $(x):fx.\supset.x=a$ “ ist ein Beispiel für einen sinnvollen Satz, in dem das Gleichheitszeichen als Ausdrucksmittel vorkommt. Was er sagt ist, dass nur a f ist. Um ohne Identität auskommen zu können muss Wittgenstein eine Möglichkeit finden dies ohne das Gleichheitszeichen auszudrücken. Nachdem Wittgenstein feststellt, dass Identität keine Relation zwischen verschiedenen Gegenständen sein kann, zieht er die mögliche Erwiderung in Erwägung, dass Identität als Relation aufzufassen wäre, die jeder Gegenstand nur zur sich selbst hat.

Man könnte nun freilich sagen, daß eben *nur* a diese Beziehung zu a habe, aber, um dies auszudrücken, brauchten wir das Gleichheitszeichen selber. (ibd.)

Im zweiten der Sätze, die sich mit der philosophischen Motivation der Ablehnung von Identität beschäftigen, bringt Wittgenstein ein Argument gegen Russells Definition der Identität als Gleichheit aller Eigenschaften vor:

Russells Definition von „ $=$ “ genügt nicht; weil man nach ihr nicht sagen kann, daß zwei Gegenstände alle Eigenschaften gemeinsam haben. (Selbst wenn dieser Satz nie richtig ist, hat er doch *Sinn*.) (T 5.5302)

Es muss laut Wittgenstein möglich sein, den Satz, dass zwei verschiedene Gegenstände alle Eigenschaften gemeinsam haben, auszudrücken, da dies ein sinnvoller Satz ist, also einen Sachverhalt ausdrückt, der bestehen oder nicht bestehen kann. Unter Russells Definition der Identität ist das aber nicht gegeben. Im Rahmen seiner Einleitung zum *Tractatus* erläutert Russell dieses Argument gegen seine eigene Definition wie folgt:

The definition of identity by means of the identity of indiscernibles is rejected, because the identity of indiscernibles appears to be not a logically necessary principle. According to this principle x is identical with y if every property of x is a property of y , but it would, after all, be logically possible for two things to have exactly the same properties. If this does not in fact happen that is an accidental characteristic of the world, not a logically necessary characteristic, and accidental characteristics of the world must, of course, not be admitted into the structure of logic. (Russell 1922: 14)

Obwohl Wittgenstein selbst nicht davon ausgeht, dass zwei verschiedene Gegenstände jemals dieselben Eigenschaften haben werden, ist dieser Satz für ihn kein logischer Satz, da er keine Tautologie ist. Seine Wahrheit hängt von der Beschaffenheit der Welt ab.

Der dritte Satz in diesem Abschnitt fasst die Gründe für Wittgensteins Skepsis gegenüber der Identität zusammen:

Beiläufig gesprochen: Von *zwei* Dingen zu sagen, sie seien identisch, ist ein Unsinn, und von *Einem* zu sagen, es sei identisch mit sich selbst, sagt garnichts. (T 5.5303)

Hier greift Wittgenstein noch einmal die zwei Möglichkeiten auf, die er im ersten Satz in Erwägung zieht: man kann Identität entweder als Relation zwischen zwei Gegenständen auffassen oder als Relation, in der jeder Gegenstand nur zu sich selbst steht. (Vgl. T 5.5301) Gemäß der ersten Auffassung würde eine Identitätsaussage etwas Unmögliches ausdrücken, denn zwei verschiedene Gegenstände können nie identisch sein; gemäß der zweiten Auffassung würde sie etwas ausdrücken, dessen Gegenteil unmöglich ist, die Aussage ist also gewissermaßen überflüssig.

Im Anschluss an diese Kritik formuliert Kai Wehmeier ein Argument über die Stelligkeit von Prädikaten, dass er als „broadly Wittgensteinian“ (Wehmeier 2012: 768, Fn 13) bezeichnet. Wehmeiers Kritik richtet sich gegen die Auffassung von Identität als zweistelliger Relation und lässt sich als Auslegung von Satz 5.5303, besonders dessen erstem Teil – „Von *zwei* Dingen zu sagen, sie seien identisch, ist ein Unsinn“ – auffassen. Wehmeier definiert zu diesem Zweck ein Prinzip, das er „Wittgensteinian Arity Principle“ (WAP) nennt. (Vgl. Wehmeier 2012: 768) Dieses lautet: „[T]he arity of R is the maximal number of objects that can possibly be related by R “ (Wehmeier 2012: 768) Wehmeier argumentiert, dass dieses Prinzip plausibel ist, da es für alle Prädikate außer Identität das richtige Ergebnis liefert. Obwohl es oft unproblematisch ist, ein n -stelliges Prädikat auf eine Menge von Objekten $m < n$ anzuwenden, sagt die Stelligkeit eines Prädikats etwas über die Maximalanzahl von Objekten, die je in diese Beziehung gesetzt werden können, aus. Wehmeier schreibt dazu: „I take it to be analytic that a relation’s arity is an upper bound for the maximal number of objects it can

relate: seventeen objects cannot be related by a ternary relation (though perhaps three objects can be related by some 17-ary relations).“ (Wehmeier 2012: 769) Wehmeier sieht darin ein Problem für die Vertreter von Identität als zweistelliger Relation: da die Maximalanzahl der Gegenstände, die in dieser Relation stehen können 1 ist, ist unklar warum man Identität als 2-stellige Relation auffassen soll und nicht etwa als 3- oder 17-stellig. Laut Wehmeier lässt sich auch kein Argument über die Wohlgeformtheit von Ausdrücken führen, es sei denn man mache eine metaphysische Behauptung:

It won't do simply to demand that arity be characterized not only in terms of the number of objects a relation can *successfully* relate, but also in terms of the number of objects a relation can *fail* to relate, for identity certainly fails to relate Frege, Russell and Wittgenstein, but nobody thinks that this makes it ternary. To obviate this problem, the friend of identity would have to insist that application of identity to two objects, though never successful, is in some sense “well-formed”, whereas it's ill-formed when three or more objects are concerned. But unless this is postulated as a brute metaphysical fact, some explanation for the distinction between well- and ill-formed applications of objectual identity must be given. (ibd.)

Wehmeiers Argumentation ist insofern „Wittgensteinian“ als sie eine andere Art darstellt, die Merkwürdigkeit von Identität als zweistelliger Relation herauszuarbeiten, die auch Wittgenstein aufgefallen war: Identität ist die einzige zweistellige Relation, die immer nur als einstellige Relation verwendet werden kann.

3.4.2. Formaler Ausdruck der Konvention

Nach diesen drei Satz 5.53 hierarchisch stark untergeordneten Erläuterungen, warum er die in 5.53 dargelegte Konvention, laut der dieselben Zeichen dieselben Gegenstände und verschiedene Zeichen verschiedene Gegenstände bezeichnen sollen, bevorzugt, gibt Wittgenstein dieser exakten Ausdruck. Er tut dies, indem er verschiedene Beispiele dafür angibt, wie Sätze in Russells Notation gemäß der Konvention formuliert werden. Dabei weitet er die Konvention von Namen auf die Interpretation gebundener Variablen aus. Wittgensteins erstes Beispiel, um den formalen Ausdruck der Konvention zu skizzieren, lautet:

Ich schreibe also nicht „ $f(a,b).a=b$ “, sondern „ $f(a,a)$ “ (oder „ $f(b,b)$ “). Und nicht „ $f(a,b).\sim a=b$ “, sondern „ $f(a,b)$ “. (T 5.531)

An dieser Stelle ergibt sich für Wittgensteins Notation gegenüber einer Notation, in der verschiedene Namen denselben Gegenstand bezeichnen können, eine Vereinfachung: dass a

und b verschieden sind, muss nicht durch eine Klausel, die das Gleichheitszeichen enthält, spezifiziert werden, sondern ergibt sich durch die Konvention selbst.

Die Zeichen ‚ a ‘ und ‚ b ‘ können in diesem Beispiel gleichermaßen als Namen wie als freie Variable aufgefasst werden. Rogers und Wehmeier formulieren die Konvention, die in diesem Beispiel zum Ausdruck kommt, in Bezug auf freie Variable als ‘Satisfaction Principle’: “A formula ϕ can only be satisfied by variable assignments σ that are 1-1 on the variables occurring free in ϕ .” (Rogers/Wehmeier 2012: 4) Das Prinzip besagt, dass nur 1:1 Zuordnungen zwischen Gegenständen und freien Variablen zulässig sind. In Bezug auf Namen läuft das Prinzip darauf hinaus, dass keine zwei Namen ko-referieren dürfen: „In Wittgenstein’s examples, a and b may equivalently be construed as names, in which case the Satisfaction Principle amounts to the requirement that no two names corefer.“ (Rogers/Wehmeier 2012: 40, Fn 4)

Wittgenstein dehnt die Forderung, dass verschiedene Zeichen verschiedene Gegenstände bezeichnen müssen, auf Sätze mit gebundenen Variablen aus, indem er direkt an 5.531 anknüpfend schreibt:

Und analog: Nicht $(\exists x,y).f(x,y).y=x$ “, sondern $(\exists x).f(x,x)$ “; und nicht $(\exists x,y).f(x,y).\sim x=y$ “, sondern $(\exists x,y).f(x,y)$ “.

(Also statt des Russellschen $(\exists x,y).f(x,y)$ “ $(\exists x,y).f(x,y).v.(\exists x).f(x,x)$ “.) (T 5.532)

Für diese Sätze, die Quantoren enthalten, betrachtet Wittgenstein nicht nur den Fall, in dem seine Konvention gegenüber Russells zu einer Vereinfachung des Ausdrucks führt, sondern (in Klammern) auch den umgekehrten Fall: um das Russellsche $(\exists x,y).f(x,y)$ “ auszudrücken müssen in Wittgensteins Notation beide Möglichkeiten $(\exists x,y).f(x,y)$ “ und $(\exists x).f(x,x)$ “ angegeben werden. Diese Anweisung für den Umgang mit quantifizierten Aussagen ergänzt Wittgenstein in Satz 5.5321 um weitere Beispiele ihrer Anwendung, die zeigen, wie durch diese Konvention Sätze, in denen ein Gleichheitszeichen vorkommt, in Wittgensteins Notation übersetzt werden können. Das Gleichheitszeichen verschwindet dabei. Satz 5.5321 ist ein Kommentar zu Satz 5.532:

Statt $(x):fx \supset x=a$ “ schreiben wir also z.B. $(\exists x).fx.\supset fa:\sim(\exists x,y).fx.fy$ “.

Und der Satz: „Nur Ein x befriedigt $f(x)$ “ lautet: $(\exists x).fx:\sim(\exists x,y).fx.fy$ “ (T 5.5321)

Diese Anwendungsbeispiele zeigen wie Wittgensteins Konvention funktioniert und zugleich wie es ihm dadurch möglich wird auf ein Gleichheitszeichen zu verzichten ohne Ausdrucksmöglichkeiten zu verlieren. Als Beispiel zieht Wittgenstein jenen Satz heran, mit

dessen Hilfe er in Satz 5.5301 zeigen will, dass das Gleichheitszeichen in diesem Zusammenhang keine Relation zwischen Gegenständen ausdrückt: „ $(x):fx \supset x=a$ “. Der zweite Beispielsatz „ $(\exists x).fx:\sim(\exists x,y).fx.fy$ “ erfüllt dieselbe Funktion wie der Satz „ $\exists xfx \wedge \forall yfy \supset x = y$ “ in Russells Theorie der „definite descriptions“.

3.4.3. Exklusive und inklusive Interpretation von Variablen

Lassen die Beispiele, die Wittgenstein in 5.531-5.5321 gibt, auf eine Systematik schließen? Eine mögliche Interpretation der Beispiele wäre die Auffassung, dass jede gebundene Variable in einem Satz so interpretiert werden muss, dass sich ihr Wertebereich von der Interpretation aller anderen gebundenen Variablen in diesem Satz unterscheidet. Rogers und Wehmeier gehen auf Texte ein, in denen Wittgensteins Vorgehen so rekonstruiert wird. Sie sprechen in diesem Zusammenhang von der „rücksichtslosen Interpretation“ und führen sie auf ein Missverständnis zurück. (Vgl. Rogers und Wehmeier 2012: 17f) Diese Auffassung führt nämlich nicht immer zum richtigen Ergebnis. Zum Beispiel in dem Satz „ $(\exists x,y).f(x,y).v.(\exists x).f(x,x)$ “ muss der Bereich des zweiten ‚x‘ uneingeschränkt sein, damit der Satz dem Russellschen „ $(\exists x,y).f(x,y)$ “ entspricht. (Vgl. T 5.532)

Die Konvention zur Eliminierung des Gleichheitszeichens, die Wittgenstein in diesen Beispielen skizziert, wurde erstmals von Jaakko Hintikka explizit gemacht. Hintikka prägte dafür den Begriff der „exklusiven Interpretation von Variablen“. (Vgl. Hintikka 1956: 226) Hintikka unterscheidet zwischen der in formalen Systemen üblichen „inklusive Variableninterpretation“ und der exklusiven, wie sie z.B. im *Tractatus* vorkommt. Der Unterschied zwischen einer inklusiven und einer exklusiven Variableninterpretation wird nur in Ausdrücken relevant, in denen mindestens zwei Quantoren vorkommen, deren Bereiche sich überschneiden. Er besteht dann darin, ob die Variablen, die von diesen Quantoren gebunden werden, dieselben Werte annehmen dürfen oder nicht.

Inklusive Interpretation: Variablen x,y,z,\dots , die von Quantoren gebunden werden, deren Bereiche sich überschneiden, dürfen denselben Wert annehmen. Dies ist die Interpretation in Russells Logik und der heute üblichen Prädikatenlogik.

Exklusive Interpretation: Variablen x,y,z,\dots , die von Quantoren gebunden werden, deren Bereiche sich überschneiden, müssen unterschiedliche Werte annehmen. Die Gegenwart einer Variablen begrenzt jeweils den Bereich der Werte, die die anderen Variablen annehmen dürfen.

Hintikka unterscheidet weiter zwischen einer „stark“ und einer „schwach“ exklusiven Interpretation. Diese unterscheiden sich in Bezug darauf, wie das Überschneiden der Bereiche von Quantoren, das für die Beschränkung der Wertebereiche der jeweiligen Variablen relevant ist, aufgefasst wird.

Schwach exklusive Interpretation: Der Wert einer Variablen x muss sich von den Werten all jener Variablen y, z, \dots unterscheiden, die im Bereich des Quantors, durch den x gebunden ist, frei vorkommen.

Stark exklusive Interpretation: Der Wert einer Variablen x muss sich von den Werten aller Variablen y, z, \dots unterscheiden, die in dem Bereich, in dem der Quantor, der x bindet, steht, vorkommen.

Rogers und Wehmeier veranschaulichen den Unterschied zwischen schwach und stark exklusiver Variableninterpretation als Unterschied im Vorgehen: Sie unterscheiden zwischen einem „looking inward“, das bei der schwach exklusiven Interpretation angewandt wird und einem „looking outward“, das bei der stark exklusiven Interpretation zum Tragen kommt. (Vgl. Rogers/ Wehmeier 2012: 5) Dies kann am Beispiel des Ausdrucks „ $\exists x \exists y fxy$ “ illustriert werden:

Schwach exklusive Interpretation von $\exists x \exists y fxy$: Soll der Ausdruck schwach exklusiv interpretiert werden, schauen wir „nach innen“, ob im Bereich des Quantors, der x bindet, eine freie Variable vorkommt. Da dies nicht der Fall ist kann x uneingeschränkt interpretiert werden. Da im Bereich des Quantors, der y bindet, eine Variable frei vorkommt, nämlich x , darf y nicht denselben Wert annehmen wie x .

Stark exklusive Interpretation von $\exists x \exists y fxy$: Soll der Ausdruck stark exklusiv interpretiert werden, schauen wir „nach außen“, ob im Bereich, in dem der Quantor, der x bindet, steht, eine weitere Variable vorkommt. Da dies nicht der Fall ist, kann x uneingeschränkt interpretiert werden. Da im Bereich des Quantors, in dessen Bereich der Quantor, der y bindet, steht, eine weitere Variable vorkommt, nämlich x , darf y nicht denselben Wert annehmen wie x .

Da stark und schwach exklusive Interpretation in Bezug auf diesen Ausdruck, wie in Bezug auf viele andere, dieselbe Interpretation liefern, geben Rogers und Wehmeier ein Beispiel an, an dem sich der Unterschied zwischen diesen Interpretationen leichter veranschaulichen lässt: „ $\forall y (\forall x Px \supset Py)$ “ (Vgl. Rogers und Wehmeier 2012: 6)

Schwach exklusive Interpretation von $\forall y(\forall xPx \supset Py)$: Im Bereich des Quantors, der y bindet und im Bereich des Quantors, der x bindet, kommt jeweils keine Variable frei vor – x und y beziehen sich auf alle möglichen Werte. Der Ausdruck ist logisch wahr, wie in der klassischen inklusiven Interpretation.

Stark exklusive Interpretation von $\forall y(\forall xPx \supset Py)$: Der Quantor, der x bindet, steht im Bereich des Quantores, der y bindet. In dessen Bereich kommt y vor. Der Ausdruck sagt deswegen so viel wie der klassisch interpretierte Ausdruck $\forall y(\forall x(\sim x = y \supset Px) \supset Py)$. Dieser Ausdruck ist falsifizierbar. (Vgl. Rogers und Wehmeier 2012: 6)

Rogers und Wehmeier bauen auf Hintikkas Unterscheidung zwischen schwach und stark exklusiver Interpretation auf und erweitern diese. Sie unterscheiden zusätzlich zwischen einer „engen“ und einer „weiten“ stark exklusiven Interpretation. Der Unterschied hängt davon ab, was als Bereich einer freien Variablen angenommen wird.

Weite stark exklusive Interpretation: Der Wert einer Variablen x muss sich von den Werten aller Variablen y,z,... unterscheiden, die in dem Bereich, in dem der Quantor, der x bindet, steht, vorkommen. Der Bereich von freien Variablen ist der ganze Ausdruck.

Enge stark exklusive Interpretation: Der Wert einer Variablen x muss sich von den Werten aller Variablen y,z,... unterscheiden, die in dem Bereich, in dem der Quantor, der x bindet, steht, vorkommen. Freie Variable haben keinen Bereich.

Hintikka geht davon aus, dass der Bereich einer freien Variablen der gesamte Ausdruck ist. (Vgl. Hintikka 1956: 230) Seine Variante der stark exklusiven Interpretation entspricht daher Rogers und Wehmeiers weiter stark exklusiver Variante.

Lässt sich anhand der Beispiele, die Wittgenstein im *Tractatus* anführt, entscheiden, welche Variante der exklusiven Interpretation er im Sinn hat? Wittgenstein gibt folgende Übersetzungen an:

$$\begin{array}{lcl}
 f(a,b) & \Leftrightarrow & f(a,a) \Leftrightarrow f(b,b) \\
 f(a,b).\sim a=b & \Leftrightarrow & f(a,b) \quad \text{(Vgl. T 5.531)} \\
 (\exists x,y).f(x,y).x=y & \Leftrightarrow & (\exists x)f(x,x) \\
 (\exists x,y).f(x,y).\sim x=y & \Leftrightarrow & (\exists x,y)f(x,y) \\
 (\exists x,y).f(x,y) & \Leftrightarrow & (\exists x,y).f(x,y).v.(\exists x).f(x,x) \quad \text{(Vgl. T 5.532)}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned} (x):fx \supset x=a & \Leftrightarrow (\exists x).fx.\supset.f a:\sim(\exists x,y).fx.fy \\ (\exists x)fx.\sim(\exists y)fy.\sim x=y & \Leftrightarrow (\exists x).fx:\sim(\exists x,y).fx.fy \quad (\text{Vgl. T 5.5321}) \end{aligned}$$

Außer dem ersten Beispiel in Satz 5.5321 –

$$(x):fx \supset x=a \quad \Leftrightarrow \quad (\exists x).fx.\supset.f a:\sim(\exists x,y).fx.fy$$

– gibt keines der Beispiele Aufschluss darüber, welche Interpretation Wittgensteins intendierte ist. Im Besonderen können sie nicht helfen, zwischen einer weiten und einer engen stark exklusiven Interpretation zu unterscheiden, da in keinem der anderen Beispiele freie Variablen vorkommen. (Vgl. Rogers/Wehmeier 2012: 40, Fn 7)

Wird $(\exists x).fx.\supset.f a:\sim(\exists x,y).fx.fy$ stark exklusiv im Sinne Hintikkas (also weit stark exklusiv im Sinne Rogers und Wehmeiers) interpretiert, stellt es keine korrekte Übersetzung von $(x):fx \supset x=a$ dar. Sowohl Hintikka als auch Rogers und Wehmeier führen dies als Hinweis auf die intendierte Interpretation Wittgensteins an.

As Hintikka observed, the first example in 5.5321 is simply incorrect on the broad strongly exclusive reading: The formula Wittgenstein proposes translates, on this reading, into standard notation as

$$(\exists x(x \neq a \wedge Fx) \supset Fa) \wedge \sim \exists x \exists y (x \neq a \wedge y \neq a \wedge x \neq y \wedge Fx \wedge Fy),$$

which does *not* say that at most a satisfies F . (Rogers/Wehmeier 2012: 7)

Gemäß der weiten stark exklusiven Variante entspricht der Satz $(\exists x).fx.\supset.f a:\sim(\exists x,y).fx.fy$ der Aussage: Wenn es ein x , außer a gibt, das f ist, dann ist auch a f und außer a gibt es höchstens ein anderes x , das f ist. “Such is the case if and only if either nothing is F or a and at most one other object are F .” (Rogers/ Wehmeier: 40, Fn 6)

Da Hintikka nur zwischen starker und schwacher exklusiver Interpretation unterscheidet und seine Variante der stark exklusiven Interpretation der weiten stark exklusiven Interpretation in Rogers und Wehmeiers Kategorisierung entspricht, reicht ihm dieses Ergebnis: für ihn ist klar, dass die schwach exklusive Interpretation Wittgensteins Intention entspricht. (Vgl. Hintikka 1956: 230, Fn 12)

Rogers und Wehmeier stimmen mit Hintikka überein, dass die weite stark exklusive Interpretation nicht Wittgensteins intendierte Interpretation sein kann. Allerdings bleiben für sie zwei Varianten bestehen: Die enge stark exklusive Interpretation von $(\exists x).fx.\supset.f a:\sim(\exists x,y).fx.fy$ liefert dasselbe Ergebnis wie die schwach exklusive Interpretation.

Eng stark exklusive Interpretation von $(\exists x).fx.\supset.fy:\sim(\exists x,y).fx.fy$: Da freie Variable keinen Bereich haben, kann der Wert von a mit den Werten von x und y übereinstimmen. Der Ausdruck sagt, wie in der schwach exklusiven Interpretation, wenn es ein x gibt, das f ist, dann ist a f und dass es keine 2 verschiedenen x,y gibt, die beide f sind.

Rogers und Wehmeier können demnach zeigen, dass es eine bestimmte Variante der stark exklusiven Interpretation gibt, die mit Wittgensteins Beispiel vereinbar ist. Trotzdem stimmen sie Hintikka zu, was Wittgensteins intendierte Interpretation betrifft. Als Grund dafür geben sie einerseits an, dass Frank Ramsey, der aufgrund vieler Gespräche mit Wittgenstein in einer besonders guten Position war, dessen intendierte Interpretation zu erfassen, in seinen Schriften Hinweise darauf gibt, dass er von einer schwach exklusiven Interpretation ausgeht. Darüber hinaus sind Rogers und Wehmeier der Meinung, dass es das „Principle of Charity“ gebiete, von der schwach exklusiven Interpretation auszugehen, da diese gegenüber der starken Vorteile hat. Diese Vorteile sind zum einen die einfachere Lesbarkeit, zum anderen, dass die stark exklusive Interpretation nicht durch die einzelnen Komponenten festgelegt ist, die schwach exklusive Interpretation aber schon. (Vgl. Rogers/Wehmeier 2012: 15f.)

Die Deutung von Wittgensteins Konvention als exklusive Interpretation von Variablen in der Sekundärliteratur setzt einen gebräuchlichen Variablenbegriff voraus: interpretiert werden Variablen, deren Bereiche Mengen von Gegenständen sind. Wittgensteins spezifischer Variablenbegriff, laut dem der Bereich eines Variablenausdrucks stets Sätze sind, gerät an dieser Stelle auch im *Tractatus* aus dem Blick. Wie ist die exklusive Variableninterpretation mit Rücksicht auf Wittgensteins spezifischen Variablenbegriff zu verstehen?

Unmittelbar bevor Wittgenstein auf die Identität zu sprechen kommt erläutert er, wie sich mit Hilfe des N-Operators quantifizierte Sätze ausdrücken lassen.³⁴ In diesem Zusammenhang hebt Wittgenstein es als Charakteristikum der Notation von Allgemeinaussagen hervor, dass diese sich auf einen Variablenausdruck beziehen:

Das Eigentümliche der Allgemeinaussagebezeichnung ist erstens, daß sie auf ein logisches Urbild hinweist, und zweitens, daß sie Konstante hervorhebt. (T 5.523)

³⁴ Nicht nur Wittgensteins spezieller Variablenbegriff, auch die N-Operator Notation scheint in Bezug auf die Beispiele, die Wittgenstein in 5.531-5.5321 gibt, in Vergessenheit geraten zu sein.

Wittgensteins N-Operator Notation für Allgemeinausdrücke weist dieses Charakteristikum auf: Wenn beispielsweise eine Satzvariable ξ durch eine Satzfunktion f_x so spezifiziert wird, dass $N(\bar{\xi})$ äquivalent zu $\sim\exists x f_x$ wird, wird f als Konstante hervorgehoben.³⁵

Wie im Abschnitt über Quantifikation betont, ist es ein zentraler Punkt dieser Allgemeinausdrucks-Notation, dass die Allgemeinheit allein durch die Spezifikation der Variable ausgedrückt wird. Der ganze Ausdruck ist aber selbst keine Satzvariable, sondern ein Satz. Dieser Satz ist eine Wahrheitsfunktion einer Gruppe von Sätzen, die durch eine Satzfunktion spezifiziert ist. Wird diese Funktionsweise quantifizierter Sätze, auf die Wittgenstein selbst an den für den Umgang mit Identität relevanten Stellen keine Rücksicht nimmt, mitgedacht, so lässt sich die exklusive Interpretation von Variablen analog als Anordnungen zur Interpretation der Variablenausdrücke in Sätzen wie „ $N(N(\bar{x}:N(N(\bar{y}:f_{xy}))))$ “ auffassen.

3.4.4. Die Eliminierbarkeit der Identität

Im nächsten direkten Untersatz zu 5.53, in dem Wittgenstein die Beschäftigung mit dem Thema der Identitätsaussagen einleitet, fasst Wittgenstein philosophische Motivation und formale Umsetzung zusammen:

Das Gleichheitszeichen ist also kein wesentlicher Bestandteil der Begriffsschrift. (T 5.533)

Im Folgesatz 5.534 macht Wittgenstein eine Konsequenz aus 5.533 deutlich:

Und nun sehen wir, daß Scheinsätze wie: „ $a=a$ “, „ $a=b.b=c.\supset a=c$ “, „ $(x).x=x$ “, „ $(\exists x).x=a$ “, etc. sich in einer richtigen Begriffsschrift gar nicht hinschreiben lassen. (T 5.534)

Wittgenstein unterscheidet zwischen verschiedenen Arten von Sätzen, in denen das Gleichheitszeichen vorkommt: Einerseits gibt es Scheinsätze, die versuchen etwas über Identität als Relation auszusagen, wie er sie in Satz 5.534 anführt. Andererseits gibt es sinnvolle Sätze, in denen das Gleichheitszeichen lediglich als Ausdrucksmittel vorkommt, um etwas zu sagen, dass sich auch ohne Bezug auf Identität ausdrücken lässt. Für solche Sätze bietet Wittgenstein in den Sätzen 5.531-5.5321 Übersetzungen an. Ist die schwach exklusive Interpretation, die Wittgenstein in diesen Beispielen anwendet, ein geeignetes Mittel, um genau jene Sätze auszudrücken, die unproblematisch sind, während es gleichzeitig unmöglich wird, problematische „Scheinsätze“, die das Identitätszeichen beinhalten, zu formulieren?

³⁵ Eine ähnliche Interpretation des Satzes 5.523 findet sich auch bei Rogers und Wehmeier: „Only by applying N to a class of propositions that is described by means of a propositional function do we arrive at propositions that exhibit generality [...] The propositional function f_x indeed makes the constant expression f prominent, for this mark is shared by all the values of the function. It is also a prototype, for f_x is not itself a proposition, but can be transformed into one if x is replaced by a constant name.“ (Rogers/Wehmeier 2012: 24)

Rogers und Wehmeier geben explizite Übersetzungsregeln an, anhand derer sich zeigen lässt, dass die *Tractatus*-Notation mit Russells Notation expressiv äquivalent ist. Sie entwickeln solche Regeln sowohl für die Übersetzung von Ausdrücken aus der Prädikatenlogik erster Stufe mit Identität (FOL⁼) in jede der drei unterschiedlichen exklusiven Interpretationen zwischen denen sie unterscheiden als auch in die andere Richtung.

Bei der Übersetzung von Ausdrücken, die das Gleichheitszeichen enthalten, in die exklusiven Notationen gilt: „[E]quations with the same variable on both sides of the equality sign are translated as tautologies, and those with distinct variables flanking ‘=’ are translated as contradictions.“ (Rogers/Wehmeier 2012: 8) Scheinsätze, wie „a=a“ „verschwinden“ also bei der Übersetzung, indem sie durch beliebig zu wählende Tautologien ersetzt werden.

Übersetzungsfunktion W: FOL⁼ → „Tractarian Logic“:

- (W1) $W(Rx_1 \dots x_n) = Rx_1 \dots x_n$
- (W2) $W(\sim\phi) = \sim W(\phi)$, $W(\phi \wedge \psi) = W(\phi) \wedge W(\psi)$, ...
- (W3) $W(x=x) = T(x)$, $Px \vee \sim Px$, $W(x=y) = \perp(x,y)$, $Rxy \wedge \sim Rxy$
- (W4) Wenn y_1, \dots, y_n die freien Variablen in ϕ außer x sind, dann gilt:
 $W(\exists x\phi) = \exists x W(\phi) \vee W(\phi x[y_1]) \vee \dots \vee W(\phi x[y_n])$ und
 $W(\forall x\phi) = \forall x W(\phi) \wedge W(\phi x[y_1]) \wedge \dots \wedge W(\phi x[y_n])$

(Vgl. Rogers/Wehmeier 2012: 8f)

Bei der Übersetzung von Sätzen aus der Notation des *Tractatus* in Russells Notation wird das Gleichheitszeichen verwendet um sicherzustellen, dass den Variablen jeweils unterschiedliche Werte gemäß der schwach exklusiven Interpretation zugewiesen werden.

Übersetzungsfunktion R_w: „Tractarian Logic“ → FOL⁼:

- (RW1) $R_w(Rx_1 \dots x_n) = Rx_1 \dots x_n$
- (RW2) $R_w(\sim\phi) = \sim R_w(\phi)$, $R_w(\phi \wedge \psi) = R_w(\phi) \wedge R_w(\psi)$, ...
- (RW3) Wenn y_1, \dots, y_n die freien Variablen in ϕ außer x sind, dann gilt:
 $R_w(\exists x\phi) = \exists x(\sim x=y_1 \wedge \dots \wedge \sim x=y_n \wedge R_w(\phi))$ und
 $R_w(\forall x\phi) = \forall x(\sim x=y_1 \wedge \dots \wedge \sim x=y_n \supset R_w(\phi))$

(Vgl. Rogers/Wehmeier 2012: 7f)

Da mit diesen Regeln alle Formeln der Prädikatenlogik erster Stufe mit Identität in die Identitäts-freie Notation übersetzt werden können (und umgekehrt), haben die beiden Notationen gleiche Ausdrucksstärke.

Rogers und Wehmeier spezifizieren die Art und Weise, in der die Notationen als äquivalent zu betrachten sind wie folgt: “This result establishes expressive equivalence with $FOL^=$ in the sense that any distinctions between ways the world might be that can be drawn by means of a sentence ϕ in $FOL^=$ [...] can be drawn just as well with the help of ϕ 's translation into any of our exclusive dialects.” (Rogers/Wehmeier 2012: 11) Die Äquivalenz der Ausdrucksstärke besteht bis zu dem Punkt an dem Namen ko-referieren dürfen: “The only setting in which full equivalence with $FOL^=$ does not obtain is when the language is allowed to contain possibly coreferring names; there simply is no way to express, in any of the exclusive dialects, what we can say in $FOL^=$ by means of the formula $a=b$.” (Rogers/Wehmeier 2012: 11) Da Wittgenstein in 5.53 festlegt, dass Namen nicht ko-referieren dürfen, können die Ausdrücke „ $a=a$ “, „ $a=b$ “, ..., die nicht simuliert werden können, nichts Interessantes aussagen: sie sind entweder Kontradiktionen oder Tautologien.

Das Gleichheitszeichen ist mit einer weiteren Art von Scheinsätzen verknüpft, mit der sich Wittgenstein im *Tractatus* auseinandersetzt: Sätze, die etwas über die Anzahl aller Gegenstände aussagen. So lässt sich etwa der Satz „There are at least three individuals with some property.“ In Russells Notation als “ $(\exists x)(\exists y)(\exists z)(\exists \Phi)(\Phi x.\Phi y.\Phi z.\sim x=y.\sim x=z.\sim y=z)$ “ ausdrücken. (Vgl. Glock 1996: 148) Laut Wittgenstein im *Tractatus* können solche Aussagen nicht sinnvoll gemacht werden. Das erklärt warum seine Kritik an Identität als Relation auf der Ebene des Textes mit einer Kritik an Russells „Axiom of Infinity“ verknüpft ist. Wittgenstein beschließt seine Auseinandersetzung mit Identität im *Tractatus* mit den Worten:

Damit erledigen sich alle Probleme, die an solche Scheinsätze geknüpft waren.

Alle Probleme, die Russells „Axiom of Infinity“ mit sich bringt, sind schon hier zu lösen.

Das, was das Axiom of Infinity sagen soll, würde sich in der Sprache dadurch ausdrücken, daß es unendlich viele Namen mit verschiedener Bedeutung gäbe. (T 5.535)

Anhang: Beispiel für eine Übersetzung in beide Richtungen

Ausgangspunkt: $\exists x \exists y fxy$

1. FOL⁼ → „Tractarian Logic“:

$$(W5) \quad W(Rx_1 \dots x_n) = Rx_1 \dots x_n$$

$$(W6) \quad W(\sim \phi) = \sim W(\phi), W(\phi \wedge \psi) = W(\phi) \wedge W(\psi), \dots$$

$$(W7) \quad W(x=x) = T(x), Px \vee \sim Px, W(x=y) = \perp(x,y), Rxy \wedge \sim Rxy$$

(W8) Wenn y_1, \dots, y_n die freien Variablen in ϕ außer x sind, dann gilt:

$$W(\exists x \phi) = \exists x W(\phi) \vee W(\phi x[y_1]) \vee \dots \vee W(\phi x[y_n]) \text{ und}$$

$$W(\forall x \phi) = \forall x W(\phi) \wedge W(\phi x[y_1]) \wedge \dots \wedge W(\phi x[y_n])$$

Anwendung von (W4) auf $\exists x \exists y fxy$: $\phi = \exists y fxy$, Freie Variable (FV) außer x : 0

$$W(\exists x \exists y fxy) = \exists x (W(\exists y fxy))$$

Anwendung von (W4) auf $\exists y fxy$: $\phi = fxy$, FV außer x : y

$$W(\exists y fxy) = \exists y fxy \vee fxx$$

Zusammenführung: $W(\exists x \exists y fxy) = \exists x (\exists y fxy \vee fxx)$

2. „Tractarian Logic“ → FOL⁼:

$$(RW4) \quad R_W(Rx_1 \dots x_n) = Rx_1 \dots x_n$$

$$(RW5) \quad R_W(\sim \phi) = \sim R_W(\phi), R_W(\phi \wedge \psi) = R_W(\phi) \wedge R_W(\psi), \dots$$

(RW6) Wenn y_1, \dots, y_n die freien Variablen in ϕ außer x sind, dann gilt:

$$R_W(\exists x \phi) = \exists x (\sim x=y_1 \wedge \dots \wedge \sim x=y_n \wedge R_W(\phi)) \text{ und}$$

$$R_W(\forall x \phi) = \forall x (\sim x=y_1 \wedge \dots \wedge \sim x=y_n \supset R_W(\phi))$$

Anwendung von (RW3) auf $\exists x (\exists y fxy \vee fxx)$: $\phi = \exists y fxy \vee fxx$, FV außer x : 0

$$R_W(\exists x (\exists y fxy \vee fxx)) = \exists x (R_W(\exists y fxy \vee fxx))$$

Anwendung von (RW2) auf $(\exists y fxy \vee fxx)$: $R_W(\exists y fxy \vee fxx) = R_W(\exists y fxy) \vee R_W(fxx)$

Anwendung von (RW3) auf $(\exists y fxy)$: $\phi = fxy$, FV außer x : y

$$R_W(\exists y fxy) = \exists y (\sim y=x \wedge fxy)$$

Anwendung von (RW1) auf (fxx) : $R_W(fxx) = fxx$

Zusammenführung: $R_W(\exists y fxy \vee fxx) = \exists y (\sim y=x \wedge fxy) \vee fxx$

Zusammenführung: $R_W(\exists x (\exists y fxy \vee fxx)) = \exists x (\exists y (\sim y=x \wedge fxy) \vee fxx)$

4. Die logische Notation des *Tractatus* im Kontext von Wittgensteins Auffassung von Logik und Philosophie

Wie gezeigt wurde, lassen sich die verschiedenen formal-logischen Vorschläge, die Wittgenstein im *Tractatus* macht, zu einer kohärenten logischen Notation zusammenfügen, deren Ausdrucksmöglichkeiten zu jenen der Prädikatenlogik erster Stufe mit Identität äquivalent sind. Das zeigt auch, dass der Vorzug von Wittgensteins logischer Notation nicht darin liegen kann, was sich in ihr ausdrücken lässt, sondern darin liegen muss, *wie* es in ihr ausgedrückt ist. In diesem Kapitel soll gezeigt werden, welche Rolle diese logische Notation im *Tractatus* in Bezug auf Wittgensteins Logik- und Philosophieverständnis spielt. Die logische Notation wird dabei einerseits als Ausdruck von Wittgensteins Auffassung von Logik und andererseits als philosophisches Mittel im Rahmen einer bestimmten Auffassung von Philosophie dargestellt.

Die Darstellung der Zusammenhänge zwischen der logischen Notation des *Tractatus* und Wittgensteins logik-philosophischen Überlegungen im ersten Teil dieses Kapitels baut auf einer These Michael Potters auf, die dieser im Rahmen seiner Studie zu den *Aufzeichnungen über Logik* mit Bezug auf Wittgensteins formale Arbeiten allgemein formuliert: Formale Details sind bei Wittgenstein stets Ausdruck philosophischer Überzeugungen. Potter zufolge ist es für Wittgensteins logische Arbeiten charakteristisch, dass formalen Einzelheiten ein untergeordneter Stellenwert zukommt, während philosophische Überlegungen zur Logik im Vordergrund stehen. Er beschreibt Wittgensteins Haltung gegenüber formal-logischen Details und die damit verbundene Herangehensweise an philosophische Probleme als ein „seeing past a piece of formalism so as to produce a criticism that is independent of its details” (Potter 2009: 47) und bezeichnet dies als “one of his most characteristic philosophical techniques” (ibd.) Dies grenzt Wittgensteins Art von formalen Mitteln Gebrauch zu machen von philosophischen Zugängen ab, in denen formale Ergebnisse philosophische Fragen und manchmal auch Antworten vorgeben. Potter macht diesen Unterschied in Bezug auf Russell, mit dem Wittgenstein zur Zeit der *Aufzeichnungen über Logik* sehr eng zusammenarbeitet, deutlich:

Russell, it is clear, enjoyed technical challenges for their own sake; but more than that, he thought that technical work could *lead* to philosophical conclusions. Wittgenstein, by contrast, was inclined to indulge in technical projects only to fill the gaps in his system which his

philosophical speculations had already identified, and usually with the greatest reluctance.
(Potter 2009: 53)

Potter wird nicht müde zu betonen, dass Wittgensteins philosophische Überzeugungen von formalen Erfordernissen unabhängig und formale Details diesen stets nachgeordnet sind. (Vgl. Potter 2009: 176, 194, 195) Die meisten Beispiele, die Potter bringt um seine These über Wittgensteins Arbeitsweise zu belegen, beziehen sich auf den Zusammenhang von logik-philosophischen und formalen Überlegungen zur Zeit der Arbeit an den *Aufzeichnungen über Logik*. Im ersten Teil dieses Kapitels soll Potters These anhand von beispielhaften Zusammenhängen zwischen Wittgensteins Auffassung von Logik und der logischen Notation auf den *Tractatus* übertragen werden.

Im zweiten Teil dieses Kapitels soll gezeigt werden, welche Rolle das Einführen der Notation, in der sich Wittgensteins Auffassung von Logik niederschlägt, im *Tractatus* spielt. Dazu wird Wittgensteins Auffassung von Philosophie zur Zeit der Arbeit am *Tractatus* dargestellt und gezeigt, inwiefern die logische Notation im Rahmen dieser Auffassung als philosophisches Mittel aufgefasst werden kann.

4.1. Die logische Notation als Ausdruck von Wittgensteins Logikverständnis

Um die Zusammenhänge zwischen der logischen Notation und Wittgensteins Logikverständnis im *Tractatus* aufzeigen zu können, muss dieses zunächst skizziert werden. Wie bereits an mehreren Stellen deutlich wurde, stellen die Arbeiten Russells und Freges für Wittgenstein zur Zeit des *Tractatus* den stärksten Bezugspunkt dar. Wittgenstein entwickelt seine Auffassung von Logik ausgehend von einer Auseinandersetzung mit Russell und Frege, grenzt sich in einigen Punkten aber stark von diesen ab. Da Wittgensteins Auffassung vor diesem Hintergrund besonders deutlich wird, soll zunächst dieser historisch bedeutende Kontext, aus dem Wittgensteins Nachdenken über Logik sich entwickeln konnte, dargestellt werden. Die unterschiedlichen Auffassungen der Logik Russells und Freges werden dabei – dem Zugang Wittgensteins und Darstellungen in der Sekundärliteratur zu Wittgenstein folgend – unter dem Blickwinkel der Gemeinsamkeiten dargestellt.³⁶ Wittgensteins in

³⁶ Der Komplexität und Entwicklung der logik-philosophischen Positionen Russells und Freges sowie wichtigen Unterschieden zwischen diesen kann hier keine Rechnung getragen werden. Was in diesem Kapitel als Russells und Freges Auffassungen von Logik verhandelt wird ist eher als ein Gegenbild zu verstehen, vor dem

Abgrenzung dazu entstandenes Logikverständnis wird anschließend, ausgehend von seiner kritischen Auseinandersetzung mit den Positionen Russells und Freges entwickelt. Auf dieser Grundlage lassen sich einige Details der logischen Notation auf Wittgensteins philosophische Ansichten zur Logik zurückführen.

4.1.1. Die universalistische Auffassung der Logik bei Russell und Frege

Was Russell und Frege in ihrem Zugang zur Logik gemeinsam ist lässt sich zusammenfassend als „universalistische Auffassung der Logik“ charakterisieren. Die Bezeichnung „universalistisch“ geht auf den in Bezug auf die Geschichtsschreibung der modernen Logik wegweisenden Artikel „Logic as Calculus and Logic as Language“ von Jean Van Heijenoort zurück. Van Heijenoort prägt darin den Begriff der „universalistischen“ oder „axiomatischen“ Auffassung der Logik mit Bezug auf Frege und Russell und in Abgrenzung zu Boole, Schröder und Löwenheim, denen er eine „mengentheoretische“ Auffassung der Logik zuschreibt. Der wesentliche Unterschied zwischen diesen einflussreichen, konkurrierenden Strömungen der Entwicklung der modernen Logik im ausgehenden 19. und beginnenden 20. Jahrhundert betrifft in Van Heijenoorts Charakterisierung die jeweilige Haltung in Bezug auf das einer Formelsprache zugrundeliegende „Diskursuniversum“. Die Vertreter der mengentheoretischen Auffassung von Logik gehen von einem Diskursuniversum aus, das beliebig festgelegt und verändert werden kann:

Boole has his universe class, and De Morgan his universe of discourse, denoted by ‘1’. But these have hardly any ontological import. They can be changed at will. The universe of discourse comprehends only what we agree to consider at a certain time, in a certain context. (Van Heijenoort 1967: 325)

Das Studium der Logik ist aus dieser Perspektive betrachtet das Studium eines formalen Systems mit beliebiger Interpretation. Die universalistische Auffassung wird in Abgrenzung zu dieser Möglichkeit der Re-Interpretation charakterisiert. Van Heijenoort macht diesen Punkt zunächst in Bezug auf Frege und weitet ihn anschließend auf Russell aus. Er schreibt:

For Frege it cannot be a question of changing universes. One could not even say that he restricts himself to *one* universe. His universe is *the* universe. Not necessarily the physical universe, of course, because for Frege some objects are not physical. Frege’s universe consists of all that there is, and it is fixed. (Van Heijenoort 1967: 325)

Wittgensteins Auffassung besonders deutlich werden kann, denn als eine erschöpfende Interpretation der Philosophie der Logik Russells oder Freges.

Laut Van Heijenoort bezieht sich Freges Formalismus nicht auf ein beliebig uminterpretierbares Diskursuniversum, sondern auf das Universum selbst und – in Anspielung auf Freges ontologische Annahme der Existenz logischer Gegenstände – allgemeiner auf „alles, was es gibt“.

Der Hintergrund dieser Unterscheidung zwischen „universalistischer“ und „mengentheoretischer“ Auffassung von Logik ist Freges eigene Abgrenzung von Boole, im Zuge derer er, auf Begriffe von Leibniz zurückgreifend, die von ihm entwickelte „Formelsprache“ als „lingua characterica“ im Gegensatz zu Booles „calculus ratiocinator“ bezeichnet. (Vgl. Frege 1964b: 98) Frege unterscheidet zwischen dem Anliegen Booles, abstrakte Zusammenhänge darzustellen und seinem eigenen Anliegen, bestimmte Inhalte darzustellen. Mit diesem Hinweis weist er Schröders Kritik, er habe die Leistungen Booles unberücksichtigt gelassen, zurück:

Bei jenem Vorwurfe ist aber dies hauptsächlich übersehen, dass mein Zweck ein anderer als Booles war. Ich wollte nicht eine abstracte Logik in Formeln darstellen, sondern einen Inhalt durch geschriebene Zeichen in genauerer und übersichtlicherer Weise zum Ausdruck bringen, als es durch Worte möglich ist. (Frege 1964b: 97)

Da Freges Begriffsschrift von einem bestimmten Inhalt ausgeht und mit Blick auf diesen entwickelt wird, hat die Idee der Re-Interpretation der so gewonnenen „Formelsprache“ keine Anwendung. Man kann, wie Van Heijenoort anmerkt, aus dieser Perspektive auch nicht von einer fixen Interpretation, der Beschränkung auf *ein* „Diskursuniversum“ sprechen, sondern die Idee eines festzulegenden „Diskursuniversums“ verliert ihren Sinn. Van Heijenoort sieht die Universalität in Russells Fall durch die mit der Typentheorie einhergehende Stratifizierung des Diskursuniversums zwar modifiziert, trotzdem gilt auch in diesem Fall die Abgrenzung von der mengentheoretischen Auffassung der Logik als beliebig interpretierbares formales System.

In *Principia Mathematica* some of the aspects of the universality of logic are modified – by the introduction of types. Quantifiers now range over stratified types. But within one type there is no restriction to a specific domain, and in that sense the universality is preserved. We have a stratified universe, but here again it is *the* universe, not a universe of discourse changeable at will. (Van Heijenoort 1967: 326)

Laut Marie McGinn teilt Wittgenstein in seinem Zugang zur Logik mit Russell und Frege einen gemeinsamen Ausgangspunkt. McGinn nähert sich diesem über ein Zitat aus einem unveröffentlichten Manuskript Freges an, in dem Frege schreibt, dass sich das Wort „wahr“

dazu verwenden lässt das Ziel der Logik anzugeben (Vgl. McGinn 2006: 53) Eine ähnliche Idee findet sich am Beginn von Freges später Schrift „Der Gedanke“:

Wie das Wort „schön“ der Ästhetik und „gut“ der Ethik, so weist „wahr“ der Logik die Richtung. Zwar haben alle Wissenschaften Wahrheit als Ziel; aber die Logik beschäftigt sich noch in ganz anderer Weise mit ihr. Sie verhält sich zur Wahrheit etwa so wie die Physik zur Schwere oder zur Wärme. Wahrheiten zu entdecken, ist Aufgabe aller Wissenschaften: der Logik kommt es zu, die Gesetze des Wahrseins zu erkennen. (Frege 1918: 58)

McGinn beschreibt den Zugang zur Logik, den Wittgenstein mit Russell und Frege teilt, als am Gedanken, insofern er wahr sein kann, am wahren Urteil allgemein, orientiert. Das schließt einen mengentheoretischen Zugang aus: „Logic concerns the essence of judgement; the notions of a formal language and an interpretation of it are completely foreign to this way of thinking.“ (McGinn 2006: 53)

Eine ähnliche Einschätzung des gemeinsamen Zugangs von Russell, Frege und Wittgenstein findet sich bei Warren Goldfarb, der schreibt: „The most important root of Wittgenstein lies in what is common to Frege and Russell, a universalist conception of logic: there is one logic that applies to everything and that is the framework of all rational discourse.“ (Goldfarb 1997: 62) Goldfarb macht eine Konsequenz aus dieser Auffassung deutlich: „That conception has as a consequence a type of logocentric predicament (the term is Sheffer’s) – there is no stepping outside of logic.“ (ibd.) Er bezeichnet die gemeinsame Auffassung Russells, Freges und Wittgensteins, der zufolge die Logik allgemein gilt und es kein intelligibles Außerhalb der Logik gibt, als eine Form von „Logozentrismus“.

Einen ähnlichen Punkt macht Van Heijenoort, wenn er bemerkt, dass sich manche Fragen aus einer universalistischen Perspektive gar nicht erst stellen: „Another important consequence of the universality of logic is that nothing can be, or has to be, said outside of the system. And, in fact, Frege never raises any metasystematic question (consistency, independence of axioms, completeness)“. (Van Heijenoort 1967: 326)

In Wittgensteins Auffassung von Logik ist für die Idee einer Re-Interpretation bzw. die Unterscheidung zwischen Objekt- und Metasprache genauso wenig Platz, wie bei Russell und Frege. Daher lässt sich auch der Unterschied zwischen Russell und Frege auf der einen und Wittgenstein auf der anderen Seite in Van Heijenoorts Begriffen nicht fassen. In Goldfarbs Begriffen ist der „Logozentrismus“ bei Wittgenstein sogar noch stärker ausgeprägt als bei Russell und Frege: „Both Frege and Russell recognize this [that there is no stepping outside of logic, K.S.], at least occasionally, but it is for Wittgenstein that logocentrism becomes

central.“ (Goldfarb 1997: 62) Für Wittgenstein bekommt die Idee, dass es kein intelligibles Außerhalb der Logik gibt, einen zentralen Stellenwert.

Wittgenstein, Russell und Frege verstehen die Logik als Grundlage jedes Gedankens, der wahr sein kann. Eine Herausforderung, die mit dieser Ansicht einhergeht, ist die universale Geltung der Logik plausibel zu machen. Von diesem gemeinsamen Anliegen aus werden Russell und Frege auf der einen und Wittgenstein auf der anderen Seite in unterschiedliche Richtungen geführt. Für Russell und Frege führt die skizzierte Grundausrichtung zu der Auffassung, dass die logischen Wahrheiten Gesetze sind, die mit größtmöglicher Allgemeinheit gelten. Das Kriterium dafür, dass etwas ein Satz der Logik ist, ist für sie, dass dieser Satz mit uneingeschränkter Allgemeinheit gilt. Dies ist der Punkt an dem Wittgenstein ihnen widerspricht. Goldfarb schreibt in diesem Zusammenhang:

Frege and Russell are also agreed as to how to understand the universal reach of logic. They take logical principles to be maximally general truths, which generalize over every thing and every property. Here Wittgenstein disagrees with both. (ibd.)

Der Punkt, an dem Wittgenstein von der universalistischen Auffassung Freges und Russells abweicht, ist also nicht der universale Geltungsanspruch der Logik, sondern die Art und Weise, wie dieser bei Russell und Frege eingelöst wird: durch die Auffassung der logischen Wahrheiten als maximal allgemeine Generalisierungen über alle Dinge und Eigenschaften.

Ein wichtiger gemeinsamer Aspekt der Auffassungen Russells und Freges von Logik, der in Van Heijenoorts Darstellung nicht deutlich wird, ist die mit diesem Verständnis der logischen Wahrheiten verbundene Auffassung von Logik als Wissenschaft. Für Russell und Frege ist Logik eine Wissenschaft, die sich von anderen Einzelwissenschaften durch ihre größtmögliche Allgemeinheit unterscheidet. Cora Diamond schreibt über Freges Auffassung von Logik:

[I]t is for him [Frege, K.S.] a science with a realm, a subject matter, of its own. There is on the one hand the business of making clear what is of interest to it, the character of its subject matter, and on the other there is the establishing of the laws governing that subject matter. (Diamond 1984: 346)

Russell wird eine ähnliche Sichtweise zugeschrieben, laut der sich der Gegenstand der Logik klar angeben lässt. Michael Potter schreibt über den Unterschied zwischen Wittgensteins und Russells Auffassung von Logik:

His [Wittgenstein's, K.S.] view contrasts starkly with that of Russell, for whom the world had a physical aspect, which is the business of physics and a logical aspect, which is the business

of logic. In order for Russell's view of logic to make sense, there has to be something, a subject matter, that logic may be said to be about. (Potter 2009: 57)

Die Auffassung von Logik als Wissenschaft hat zunächst zwei Konsequenzen: Einerseits hat die Logik einen Gegenstandsbereich, auf den sich die Sätze der Logik beziehen, andererseits ist es, analog zu den Naturwissenschaften, die Aufgabe der Logikerin oder des Logikers die Gesetze ausfindig zu machen, die in diesem Gegenstandsbereich gelten.

McGinn erläutert in ihrer Darstellung die Form der Sätze, in denen die „Gesetze der Logik“ bei Russell und Frege ihren Ausdruck finden.

Frege understands the statement of logical laws, such as $(p \rightarrow q) \rightarrow (-q \rightarrow -p)$, as an implicitly quantified statement in which the propositional variables are bound by universal quantifiers: $(\forall p)(\forall q)((p \rightarrow q) \rightarrow (-q \rightarrow -p))$. The domain over which the variables range is the *Bedeutungen* of propositions, the truth-values, the True and the False [...] In the case of laws that generalize in name and predicate positions, such as $(\forall x)(\forall y)(\forall F)((x = y) \rightarrow (Fx \rightarrow Fy))$, the quantified variables range over the *Bedeutungen* of names and predicates, that is, over individuals and concepts. (McGinn 2006: 55)

Frege fasst die Sätze der Logik laut McGinn als implizit all-quantifiziert auf; der Bereich der Quantoren ist entweder die Bedeutungen von Sätzen oder von Namen und Prädikaten. In Russells Auffassung gelten die Sätze der Logik mit uneingeschränkter Allgemeinheit und werden durch geeignete Hypothesen beschränkt, die vor den Gesetzesausdrücken stehen. Die Antezedenz „ $p \rightarrow p$ “ soll z.B. angeben, dass der Bereich eines Gesetzes nur Sätze sind.

McGinn führt die Annahme der Existenz logischer Gegenstände bei Russell und Frege auf die Form dieser Sätze zurück: Für sie ist Frege *durch* seine Auffassung der Sätze, in denen die logischen Grundgesetze Ausdruck finden, als implizit all-quantifizierte Aussagen zur Annahme der Existenz von Wahrheitswerten (für die Sätze Namen sind), Begriffen und Individuen verpflichtet. Russell sieht sie durch seine Interpretation der Sätze, in denen er logische Gesetze ausdrückt, auf ähnliche Weise zu ontologischen Annahmen verpflichtet.³⁷

Russell's conception of logic as maximally general truths is, therefore, as ontologically demanding as Frege's. He requires the existence of entities – propositions, universals,

³⁷ McGinn weist in ihrer Darstellung darauf hin, dass sich die Ansichten Russells zur Frage der Interpretation logischer Gesetze im Laufe der Zeit verändern, dass sich Wittgensteins Kritik aber in erster Linie auf die hier dargestellten frühen Ansichten, die Russell in seinem Buch *Principles of Mathematics* darlegte, bezieht. (Vgl. McGinn 2006: 57) Goldfarb verweist ebenfalls auf Russells Auffassung in *Principles of Mathematics* als Wittgensteins primäres Ziel der Kritik: „For Russell, ontology is primary and grounds logic, as the ontological discussions in the *Principles of Mathematics* make clear. [...] It is Russell's view that is subject to attack by Wittgenstein almost from the very beginning of Wittgenstein's writing.“ (Goldfarb 1997: 62)

relations – which are the values of the variables to which a particular logical law is applicable.
(McGinn 2006: 57)

Diese Interpretation setzt ein bestimmtes Verständnis von Quantifikation als ontologisch verpflichtend voraus. Obwohl es stimmt, dass Russell und Frege im Zusammenhang mit ihrer Auffassung der Logik als Wissenschaft, die einen besonderen Gegenstandsbereich hat, von logischen Gegenständen ausgehen, geht das für sie nicht mit einer solchen Argumentation einher.

Über die Analogie zwischen logischen und naturwissenschaftlichen Gesetzen werden Russell und Frege zu einer axiomatischen Darstellung der Logik geführt, in der alle logischen Wahrheiten – anhand von Ableitungsregeln – aus einer geringen Menge von grundlegenden logischen Wahrheiten – den Axiomen des Systems – abgeleitet werden können. Sowohl Russell als auch Frege unterscheiden demnach zwischen grundlegenden und abgeleiteten logischen Wahrheiten, die in einer hierarchischen Ordnung zueinander stehen. Die abgeleiteten logischen Wahrheiten erhalten ihre Rechtfertigung von den Grundgesetzen, die axiomatisch festgelegt werden. Die Axiome werden dabei nicht als beliebige Festlegung aufgefasst, sondern als “primitive” Wahrheiten. (Vgl. McGinn 2006: 57f) Während die abgeleiteten Sätze durch die Axiome gerechtfertigt sind, benötigen die Grundgesetze keine solche Rechtfertigung. Die Axiome rechtfertigen sich selbst. Sie sind „einleuchtend“.

Sowohl für Russell als auch für Frege gründet unsere Praxis des Schließens auf diesen Grundgesetzen, die angeben, wie man von wahren Sätzen zu anderen wahren Sätzen gelangt. So wie sich aus den Grundgesetzen, mit Hilfe von Ableitungsregeln, abgeleitete logische Wahrheiten herleiten lassen, lassen sich auch empirisch wahre Sätze mit Hilfe der logischen Gesetze beweisen. Der Beweis eines logisch wahren Satzes unterscheidet sich vom Beweis eines empirisch wahren Satzes nur durch die Prämissen: beide Sätze werden mit Hilfe der logischen Grundgesetze und der Ableitungsregeln gerechtfertigt; im Falle eines empirisch wahren Satzes bezieht sich die Beweisführung darüber hinaus auf empirische Sätze, die bereits als wahr erwiesen wurden. Diese Art der Einführung von empirisch beweisbaren und logisch beweisbaren Sätzen zeigt sich in Freges Werk auch an einer Passage aus dem Vorwort zur *Begriffsschrift*. Dort schreibt Frege:

Wir theilen danach alle Wahrheiten, die einer Begründung bedürfen, in zwei Arten, indem der Beweis bei den einen rein logisch vorgehen kann, bei den andern sich auf Erfahrungsthaten stützen muss. Es ist aber wohl vereinbar, dass ein Satz zu der ersteren Art gehört und doch ohne Sinnesthätigkeit nie in einem menschlichen Geiste zum Bewusstsein kommen könnte. (Frege 1964a: IX)

Frege fasst zunächst implizit abgeleitete logische Wahrheiten und empirische Wahrheiten in der Gruppe der „Wahrheiten, die einer Begründung bedürfen“ zusammen und grenzt sie so von den selbst-evidenten Axiomen ab. Er unterscheidet dann zwischen abgeleiteten logischen und empirischen Wahrheiten anhand der Prämissen, die in die Beweisführung eingehen, räumt aber die Möglichkeit ein, dass Menschen in manchen Fällen die Wahrheit eines Satzes nur empirisch erkennen können, auch wenn sie im Nachhinein feststellen, dass sich der Satz auch aus den Axiomen allein ohne Rückgriff auf die Erfahrung herleiten lässt.

Der Weg, den Russell und Frege von dem mit Wittgenstein gemeinsamen Ausgangspunkt eines „Logizismus“ nehmen, führt zu einer Auffassung von Logik als Wissenschaft, deren Gesetze sich von jenen anderer Wissenschaften lediglich durch ihre größtmögliche Allgemeinheit unterscheiden. Diese Gesetze finden ihren Ausdruck in Sätzen, die implizit über alle Gegenstände, Eigenschaften und Relationen quantifizieren. Die logischen Wahrheiten lassen sich in grundlegende und abgeleitete Wahrheiten, die sich aus den Grundgesetzen herleiten lassen, einteilen. Diese grundlegenden Wahrheiten sind selbst-evident. Unsere Praxis des Schließens gründet auf den Grundgesetzen der Logik und analog zum Schließen von den Grundgesetzen auf abgeleitete Wahrheiten mit Hilfe der Ableitungsregeln schließen wir auf empirische Wahrheiten von den Grundgesetzen und empirisch belegten Wahrheiten mit Hilfe der Ableitungsregeln. Es ist diese spezifische Ausprägung der universalistischen Auffassung der Logik, von der sich Wittgenstein abgrenzen wird.

4.1.2. Wittgensteins Kritik an der universalistischen Auffassung bei Russell und Frege

Die im *Tractatus* implizite Kritik Wittgensteins an den universalistischen Auffassungen Russells und Freges, von der aus seine Position zu logik-philosophischen Fragen deutlich wird, nimmt von der Frage, ob die Logik als Wissenschaft analog zu anderen Einzelwissenschaften zu sehen ist, ihren Ausgang. Während die Logik für Russell und Frege eine – durch ihre größtmögliche Allgemeinheit besondere – Wissenschaft ist, ist es eine grundlegende Einsicht Wittgensteins, dass Logik und Wissenschaft radikal verschieden sind. Diese Einsicht lässt sich bis auf einen frühen Brief Wittgensteins an Russell aus dem Sommer 1912 zurückverfolgen, in dem Wittgenstein schreibt:

Logic is still in the melting-pot but one thing gets more and more obvious to me: The prop[osition]s of Logic contain ONLY APPARENT variables and whatever may turn out to be

the proper explanation of apparent variables, its consequence *must* be that there are NO *logical* constants.

Logic must turn out to be of a TOTALLY different kind than any other science. (BR S. 231)³⁸

Diese Ablehnung der Analogie zwischen Logik und Wissenschaft hat Auswirkungen auf den Status der „logischen Sätze“ in Wittgensteins Verständnis: sie haben weder Gesetzescharakter noch beziehen sie sich auf einen besonderen Gegenstandsbereich. Wittgenstein bezeichnet im *Tractatus* alle logisch wahren Sätze gleichermaßen als „logische Sätze“ oder „Sätze der Logik“. Der Begriff umfasst sowohl Axiome als auch abgeleitete logische Wahrheiten im Verständnis Russells und Freges.³⁹

Wittgenstein übt im *Tractatus* explizit Kritik an der spezifischen Konzeption von logischen Sätzen als implizit all-quantifizierte Aussagen von größtmöglicher Allgemeinheit, die die universalistische Auffassung von Logik bei Frege mit sich bringt, indem er der Ansicht Ausdruck gibt, dass Allgemeingültigkeit kein Merkmal der logischen Sätze ist:

Das Anzeichen des logischen Satzes ist *nicht* die Allgemeingültigkeit.

Allgemein sein, heißt ja nur: Zufälligerweise für alle Dinge gelten. (T 6.1231)

Diese Erkenntnis folgt auf eine langwierige Reflexion in den Tagebüchern, im Zuge derer Wittgenstein zu folgender Überzeugung gelangt:

Wenn der ganz allgemeine Satz nicht ganz entmaterialisiert ist, so wird ein Satz durch die Verallgemeinerung wohl überhaupt nicht entmaterialisiert, wie ich glaubte.

Ob ich von einem bestimmten Ding oder von allen Dingen, die es gibt, etwas aussage, die Aussage ist gleich materiell. (TB 23.10.1914, S. 106)

In Wittgensteins Logikverständnis bedeutet, dass ein Satz mit größtmöglicher Allgemeinheit gilt, nicht, dass er logisch wahr ist.⁴⁰ Die logischen Wahrheiten müssen unabhängig von dem

³⁸ Michael Potter bezeichnet die in diesem Brief erstmals formulierte Forderung – dass sich die Logik als von ganz anderer Art als jede Wissenschaft herausstellen muss – als Annahme von fundamentaler Bedeutung für Wittgensteins Philosophie: „In contrast to the letters from later that summer, this one contains thoughts that turned out to be of fundamental importance for his future work: what chance has preserved for us as his first philosophical remarks are among his most significant.“ (Potter 2009: 52)

³⁹ Empirische Sätze bezeichnet Wittgenstein in Abgrenzung dazu auch als „nicht-logische“ Sätze. Aus Gründen, die im nächsten Abschnitt klar werden, bezeichnet er die „nicht-logischen“ Sätze auch als die „sinnvollen“ Sätze.

⁴⁰ Dies zeigt sich auch im Zusammenhang mit Wittgensteins Auseinandersetzung mit der Identitätsrelation (Siehe auch Kapitel 3.4.1.): Wittgenstein bestreitet die allgemeine Gültigkeit des Identitätsgesetzes, das besagt, dass zwei Gegenstände, die alle Eigenschaften gemeinsam haben, identisch sind, nicht, trotzdem zählt es für ihn nicht zu den logisch wahren Sätzen. Russell analysiert in seiner Einleitung zum *Tractatus* den Grund dafür: Auch wenn es nie der Fall ist, dass zwei verschiedene Gegenstände alle Eigenschaften gemeinsam haben, so ist es doch logisch möglich. Dass dies nie der Fall ist hat mit der akzidentiellen Beschaffenheit der Welt zu tun, von der die Logik unabhängig ist. (Vgl. Russell 1922: 14) In ähnlicher Weise übt Wittgenstein im *Tractatus* Kritik an Russells Axiom of Reducibility. (Vgl. T 6.1232-6.1233)

sein, was für alle Dinge gilt, da es sich dabei um Erfahrungstatsachen handelt und die Logik von der Erfahrung unabhängig ist. Wittgenstein gibt der strikten Trennung von Logik und Empirie im *Tractatus* an verschiedenen Stellen Ausdruck:

Die „Erfahrung“, die wir zum Verstehen der Logik brauchen, ist nicht die, daß sich etwas so und so verhält, sondern, daß etwas *ist*: aber das ist eben *keine* Erfahrung.

Die Logik ist *vor* jeder Erfahrung—daß etwas *so* ist.

Sie ist vor dem Wie, nicht vor dem Was. (T 5.552)

Nicht nur muß ein Satz der Logik durch keine mögliche Erfahrung widerlegt werden können, sondern er darf auch nicht durch eine solche bestätigt werden können. (T 6.1222)

Empirisch wahre Sätze sind wahr, weil sie etwas über die Welt aussagen, das zufällig stimmt. In Russells und Freges Konzeptionen von Logik sagen auch logisch wahre Sätze etwas über die Welt aus, das zufällig stimmt, nur sind die Sätze der Logik (wie das Identitätsgesetz) so weit wie möglich verallgemeinert. Durch diese Darstellung wird für Wittgenstein der Unterschied zwischen logischen und nicht-logischen Sätzen verschleiert. Es ist aber ein zentrales Anliegen innerhalb seiner Auffassung, den einzigartigen Status der logischen Sätze klarzumachen:

Die richtige Erklärung der logischen Sätze muß ihnen eine einzigartige Stellung unter allen Sätzen geben. (T 6.112)

Da für Russell und Frege logische Sätze nur durch Allgemeingültigkeit ausgezeichnet sind, gelingt es ihnen nicht den radikalen Unterschied zwischen logisch wahren und empirisch wahren Sätzen einzufangen.

Ein eng damit verbundener Kritikpunkt Wittgensteins ist, dass die universalistischen Auffassungen Russells und Freges den Unterschied zwischen einem Beweis in der Logik und einem Beweis eines nicht-logischen Satzes nicht klar machen können. Für Russell und Frege werden abgeleitete logische Gesetze aus den Grundgesetzen anhand der Ableitungsregeln bewiesen. Analog dazu können wahre Erfahrungssätze aus anderen als wahr erwiesenen Erfahrungssätzen und logischen Gesetzen, mit Hilfe der Ableitungsregeln, hergeleitet werden. Dadurch werden Beweis in der Logik und Beweis „sinnvoller“ Sätze laut Wittgenstein zu Unrecht einander angeglichen. Im *Tractatus* schreibt er dazu:

Es wäre ja auch zu merkwürdig, wenn man einen sinnvollen Satz *logisch* aus anderen beweisen könnte, und einen logischen Satz *auch*. Es ist von vornherein klar, daß der logische Beweis eines sinnvollen Satzes und der Beweis *in* der Logik zwei ganz verschiedene Dinge sein müssen. (T 6.1263)

Wittgenstein kritisiert ganz allgemein die mit den universalistischen Auffassungen von Logik Russells und Freges verbundene Annahme, unsere Praxis des Schließens gründe auf logischen Grundgesetzen. Für ihn zeigt sich die Folgerungsbeziehung an den beteiligten Sätzen selbst. Er schreibt dazu im *Tractatus*:

Daß die Wahrheit eines Satzes aus der Wahrheit anderer Sätze folgt, ersehen wir aus der Struktur der Sätze.

Folgt die Wahrheit eines Satzes aus der Wahrheit anderer, so drückt sich dies durch Beziehungen aus, in welchen die Formen jener Sätze zu einander stehen; und zwar brauchen wir sie nicht erst in jene Beziehungen zu setzen, indem wir sie in einem Satze miteinander verbinden, sondern diese Beziehungen sind intern und bestehen, sobald, und dadurch daß, jene Sätze bestehen. (T 5.13-5.131)

Die Darstellung der logischen Wahrheiten als Schlussgesetze im Rahmen von Freges und Russells Konzeptionen der Logik kritisiert Wittgenstein explizit als „überflüssig“:

Folgt p aus q, so kann ich von q auf p schließen; p aus q folgern.

Die Art des Schlusses ist allein aus den beiden Sätzen zu entnehmen.

Nur sie selbst können den Schluß rechtfertigen.

„Schlußgesetze“, welche – wie bei Frege und Russell – die Schlüsse rechtfertigen sollen, sind sinnlos, und wären überflüssig. (T 5.132)

Die Darstellung der logischen Wahrheiten im Rahmen eines axiomatischen Systems ist für Wittgenstein aus zwei Gründen unplausibel: Zum einen ergibt sich aus Wittgensteins Auffassung eine Gleichwertigkeit und Gleichzeitigkeit aller logisch wahren Sätze, die der Unterscheidung von grundlegenden und abgeleiteten logischen Wahrheiten widerspricht, zum anderen ist Wittgenstein skeptisch gegenüber der besonderen „Evidenz“ aufgrund der die Axiome, die sich selbst innerhalb des Systems nicht rechtfertigen lassen, ausgewählt werden. Wittgensteins Kritik an einer hierarchischen Ordnung der logischen Wahrheiten und am „Einleuchten“ als Kriterium dafür, welche Wahrheiten als grundlegend aufzufassen sind, hängen im *Tractatus* auch auf der Ebene des Textes unmittelbar miteinander zusammen. In Satz 6.127 betont Wittgenstein die Gleichwertigkeit der Sätze der Logik:

Alle Sätze der Logik sind gleichberechtigt, es gibt unter ihnen nicht wesentlich Grundgesetze und abgeleitete Sätze. (T 6.127)

Im direkten Gegensatz dazu kritisiert Wittgenstein das „Einleuchten“ als Kriterium:

Es ist klar, daß die Anzahl der „logischen Grundgesetze“ willkürlich ist, denn man könnte die Logik ja aus Einem Grundgesetz ableiten, indem man einfach z. B. aus Freges Grundgesetzen das logische Produkt bildet. (Frege würde vielleicht sagen, daß dieses Grundgesetz nun nicht mehr unmittelbar einleuchte. Aber es ist merkwürdig, daß ein so exakter Denker wie Frege sich auf den Grad des Einleuchtens als Kriterium des logischen Satzes berufen hat.) (T 6.1271)⁴¹

Im Gegensatz zu und in Abgrenzung von Russells und Freges universalistischen Auffassungen zeichnet sich Wittgensteins Auffassung von Logik dadurch aus, dass die Logik keine Wissenschaft ist. Die logischen Sätze handeln von nichts und haben keinen Gesetzescharakter. Logische Wahrheiten sind unabhängig von der Welt der Erfahrung, es gibt unter ihnen keine Hierarchie und Schlussgesetze sind überflüssig. Ein zentrales Anliegen dieser Auffassung ist es, den besonderen Status der Sätze der Logik – und damit verbunden den besonderen Status des Beweises in der Logik – klarzumachen. Viele dieser Aspekte lassen sich auf Tautologizität als Kriterium für logische Wahrheiten zurückführen.

4.1.3. Die Sätze der Logik sind Tautologien

Dass die Sätze der Logik Tautologien sind, ist eine zentrale Einsicht für Wittgensteins Logikverständnis. Wittgenstein führt die Begriffe „Tautologie“ und „Kontradiktion“ in Satz 4.46, im Zusammenhang mit den Wahrheitsmöglichkeiten von Elementarsätzen bzw. Wahrheitsbedingungen von Wahrheitsfunktionen von Elementarsätzen als „extreme Fälle“ ein:

Unter den möglichen Gruppen von Wahrheitsbedingungen gibt es zwei extreme Fälle.

In dem einen Fall ist der Satz für sämtliche Wahrheitsmöglichkeiten der Elementarsätze wahr. Wir sagen, die Wahrheitsbedingungen sind *tautologisch*.

Im zweiten Fall ist der Satz für sämtliche Wahrheitsmöglichkeiten falsch: Die Wahrheitsbedingungen sind *kontradiktorisch*.

Im ersten Fall nennen wir den Satz eine Tautologie, im zweiten Fall eine Kontradiktion. (T 4.46)

Im direkten Untersatz zu Satz 4.46 erläutert Wittgenstein „Tautologie“ und „Kontradiktion“ in Abgrenzung zum sinnvollen Satz:

Der Satz zeigt was er sagt, die Tautologie und die Kontradiktion, daß sie nichts sagen.

⁴¹ Explizite Kritik am Vorgehen Russells und Freges sich auf die Selbstevidenz von Sätzen zu berufen findet sich im *Tractatus* auch an anderen Stellen: „Wenn daraus, daß ein Satz uns einleuchtet, nicht *folgt*, daß er wahr ist, so ist das Einleuchten auch keine Rechtfertigung für unseren Glauben an seine Wahrheit.“ (T 5.1363)

Die Tautologie hat keine Wahrheitsbedingungen, denn sie ist bedingungslos wahr; und die Kontradiktion ist unter keiner Bedingung wahr.

Tautologie und Kontradiktion sind sinnlos.

(Wie der Punkt von dem zwei Pfeile in entgegengesetzter Richtung auseinandergehen.)

(Ich weiß z. B. nichts über das Wetter, wenn ich weiß, daß es regnet oder nicht regnet.) (T 4.461)

In einem weiter untergeordneten Satz präzisiert Wittgenstein, dass Tautologie und Kontradiktion zwar „sinnlos“ aber nicht „unsinnig“ wären. (Vgl. T 4.4611)⁴² Sowohl Tautologien als auch Kontradiktionen sind Werte der allgemeinen Form des Satzes, die alle Wahrheitsfunktionen von Elementarsätzen umfasst. In Abgrenzung zum sinnvollen Satz werden Tautologien dadurch charakterisiert, dass alle repräsentativen Verbindungen zur Welt gekappt sind:

In der Tautologie heben die Bedingungen der Übereinstimmung mit der Welt – die darstellenden Beziehungen – einander auf, so daß sie in keiner darstellenden Beziehung zur Wirklichkeit steht. (T 4.462)

Tautologie und Kontradiktion sind die Grenzfälle der Zeichenverbindung, nämlich ihre Auflösung. (T 4.466)

Die Tautologie ist dadurch gekennzeichnet, dass sie keinerlei repräsentativen Bezug zur Welt unterhält. Die Wahrheit der Tautologie – sowie die Falschheit der Kontradiktion – ist somit vollkommen unabhängig von der Beschaffenheit der Welt.

In Satz 5.43 schreibt Wittgenstein in Zusammenhang mit der Ablehnung von logischen Gegenständen und Konstanten „im Sinne Freges und Russells“ (Vgl. T 5.4):

Alle Sätze der Logik sagen aber dasselbe. Nämlich Nichts. (5.43)

Die Logik hat in Wittgensteins Verständnis keinen Gegenstandsbereich, ihre Sätze handeln von nichts. Tautologizität als Kriterium für logisch wahre Sätze deutet sich an dieser Stelle bereits an. In den Untersätzen zu Satz 6 macht Wittgenstein diese Bedingung explizit:

Die Sätze der Logik sind Tautologien.

Die Sätze der Logik sagen also Nichts. (Sie sind die analytischen Sätze.) (T 6.1-6.11)

⁴² Wittgenstein unterscheidet demnach im *Tractatus* zwischen zwei Arten von Sätzen, die keinen Sinn ausdrücken: sinnlose und unsinnige Sätze. Das Zustandekommen der „sinnlosen“ Sätze (Tautologien und Kontradiktionen) ist Thema dieses Abschnitts, das Zustandekommen von „unsinnigen“ Sätzen wird im nächsten Abschnitt erläutert werden.

In Abgrenzung zu Russell und Frege zeichnen sich logische Wahrheiten für Wittgenstein nicht durch ihre besondere Allgemeinheit aus, sondern durch ihre Tautologizität. Logische Wahrheiten sagen nicht etwas aus, das für alle Gegenstände und Relationen gilt, sondern sie sagen überhaupt nichts aus.

Im hierarchisch unmittelbar auf die Einführung von Tautologizität als Kriterium logischer Sätze folgenden Satz 6.12 hält Wittgenstein fest, dass Tautologien zwar nichts sagen, aber trotzdem dabei helfen können Klarheit über logische Zusammenhänge zu erreichen.

Daß die Sätze der Logik Tautologien sind, das *zeigt* die formalen – logischen – Eigenschaften der Sprache, der Welt.

Daß ihre Bestandteile *so* verknüpft eine Tautologie ergeben, das charakterisiert die Logik ihrer Bestandteile.

Damit Sätze, auf bestimmte Art und Weise verknüpft, eine Tautologie ergeben, dazu müssen sie bestimmte Eigenschaften der Struktur haben. Daß sie *so* verbunden eine Tautologie ergeben, zeigt also, daß sie diese Eigenschaften der Struktur besitzen. (T 6.12)

Dass Sätze zueinander in der Beziehung der logischen Folgerung oder des logischen Widerspruchs stehen, können wir beispielsweise dadurch hervorheben, dass wir sie auf bestimmte Weisen verbinden und dann zeigen, dass der entstandene Satz eine Tautologie ist. (Vgl. T 6.1201, 6.1221)⁴³

Mit der Festlegung von Tautologizität als Kriterium logisch wahrer Sätze löst Wittgenstein eine Anforderung ein, die er selbst an jede Philosophie der Logik stellt: die besondere Stellung der „logischen Sätze“ zu erklären. In Wittgensteins Auffassung ist die Trennung zwischen „logischen“ und „nicht-logischen“ Sätzen klar gezogen: nicht-logische Sätze sind sinnvoll, sie stellen die Welt auf eine Weise dar, die mit den Tatsachen übereinstimmen oder nicht übereinstimmen kann; logische Sätze sind sinnlos, sie sagen nichts. Diese Art der Unterscheidung zwischen Sätzen der Logik und kontingent wahren empirischen Sätzen hat eine wichtige Konsequenz:

Es ist das besondere Merkmal der logischen Sätze, daß man am Symbol allein erkennen kann, daß sie wahr sind, und diese Tatsache schließt die ganze Philosophie der Logik in sich. Und so ist es auch eine der wichtigsten Tatsachen, daß sich die Wahrheit oder Falschheit der nicht-logischen Sätze *nicht* am Satz allein erkennen läßt. (T 6.113)

⁴³ In diesem Zusammenhang hält Wittgenstein fest, dass man zum selben Zweck auch Kontradiktionen verwenden könnte. (Vgl. T 6.1202)

Da die Wahrheit der Tautologie (und die Falschheit der Kontradiktion) vollkommen unabhängig von der Beschaffenheit der Welt sind, lässt sich die Wahrheit eines Satzes der Logik am Symbol allein erkennen. Ob ein nicht-logischer Satz wahr ist, lässt sich dagegen nur empirisch feststellen. Dieser Unterschied schließt für Wittgenstein „die ganze Philosophie der Logik“ in sich.⁴⁴

Das Kriterium der Tautologizität ist in Opposition zum Kriterium für logisch wahre Sätze Russells und Freges unabhängig davon, ob ein Satz verallgemeinert ist oder nicht. Wittgenstein schreibt in diesem Zusammenhang explizit: „Ein unverallgemeinerter Satz kann ja ebensowohl tautologisch sein, als ein verallgemeinerter.“ (T 6.1231) Da sich am Symbol allein zeigen lässt, dass ein Satz tautologisch ist, kommt das Kriterium der Tautologizität ohne den Bezug auf „Selbstevidenz“ aus. Es ist somit unabhängig vom Kriterium des „Einleuchtens“ dem Wittgenstein so viel Skepsis entgegenbringt. Die Wahrheit einer Tautologie ist per definitionem unabhängig davon, wie die Welt ist. Wittgenstein führt den Begriff der Tautologie und der Kontradiktion in Abgrenzung vom sinnvollen Satz über dieses Kriterium ein:

Tautologie und Kontradiktion sind nicht Bilder der Wirklichkeit.

Sie stellen keine mögliche Sachlage dar. Denn jene lässt *jede* mögliche Sachlage zu, diese *keine*. (T 4.462)

Der strengen Trennung zwischen Logik und Erfahrungstatsachen in Wittgensteins Logikverständnis wird dadurch Rechnung getragen.

Tautologizität als Kriterium für logisch wahre Sätze ermöglicht nicht nur, den Unterschied zwischen logischen und empirischen Wahrheiten klar zu machen, sondern auch eine klare Abgrenzung zwischen dem Beweis in der Logik und Beweisen empirisch wahrer Sätze. Dies ist eine weitere Anforderung an ein angemessenes Verständnis von Logik, die sich aus Wittgensteins Kritik an den universalistischen Auffassungen Russells und Freges ergibt. Aufgrund der Anforderung an den Tautologiebegriff, dass sich die Tautologizität eines Satzes am Symbol allein erkennen lassen muss, kommt dem Beweis in der Logik in Wittgensteins Auffassung eine stark untergeordnete Rolle zu. Wittgenstein schreibt:

Ob ein Satz der Logik angehört, kann man berechnen, indem man die logischen Eigenschaften des *Symbols* berechnet.

⁴⁴ Die an den Tautologiebegriff gestellte Anforderung, dass sich jede Tautologie am Zeichen erkennen lassen muss und die damit verbundene Idee der Möglichkeit einer Berechnung (Vgl. T 6.126), bringt die Forderung der Entscheidbarkeit von logisch wahren Sätzen mit sich, die mit dem Unentscheidbarkeitsresultat von Church in Konflikt gerät.

Und dies tun wir, wenn wir einen logischen Satz „beweisen“. Denn, ohne uns um einen Sinn und eine Bedeutung zu kümmern, bilden wir den logischen Satz aus anderen nach bloßen *Zeichenregeln*.

Der Beweis der logischen Sätze besteht darin, daß wir sie aus anderen logischen Sätzen durch successive Anwendung gewisser Operationen entstehen lassen, die aus den ersten immer wieder Tautologien erzeugen. (Und zwar *folgen* aus einer Tautologie nur Tautologien.)

Natürlich ist diese Art zu zeigen, daß ihre Sätze Tautologien sind, der Logik durchaus unwesentlich. Schon darum, weil die Sätze, von welchen der Beweis ausgeht, ja ohne Beweis zeigen müssen, daß sie Tautologien sind. (T 6.126)

Das Mittel des Beweises zur Hervorhebung der Tautologizität eines logisch wahren Satzes ist in Wittgensteins Auffassung optional.

Der Beweis in der Logik ist nur ein mechanisches Hilfsmittel zum leichteren Erkennen der Tautologie, wo sie kompliziert ist. (T 6.1262)

Immer kann man die Logik so auffassen, daß jeder Satz sein eigener Beweis ist. (T 6.1265)

Das Kriterium der Tautologizität unterstützt keine hierarchische Gliederung der logischen Wahrheiten in grundlegende und abgeleitete: Da alle Tautologien gleichermaßen logische Wahrheiten sind, sind alle Sätze der Logik gleichrangig:

Jede Tautologie zeigt selbst, daß sie eine Tautologie ist. (T 6.127)

Diese Konsequenz aus der Tautologizität als Kriterium findet auf der Ebene der Notation in der Formulierung der allgemeinen Satzform Ausdruck. Der Operationsbegriff, den Wittgenstein im *Tractatus* entwickelt, schwankt zwischen der Darstellung eines Prozesses und der Darstellung eines Zusammenhangs zwischen statischen Strukturen. (Vgl. Kapitel 2.4.2.) Diese Doppeldeutigkeit bringt er auch in die allgemeine Satzform ein, die als allgemeine Darstellung der Operation N durch Darstellung des allgemeinen Glieds einer Formenreihe aufgefasst werden kann. Die allgemeine Satzform lässt sich einerseits als „Anleitung“ auffassen, nach der aus den Elementarsätzen einer Sprache alle Sätze gebildet werden können und andererseits als Darstellung der Zusammenhänge zwischen allen Sätzen einer Sprache, die in ihrer Gesamtheit gegeben ist, sobald ein Satz der Sprache sinnvoll verwendet wird. Die Gleichrangigkeit und Gleichzeitigkeit aller Sätze (und damit auch der Tautologien und Kontradiktionen) wird in dieser Schreibweise deutlich.

Der enge Zusammenhang zwischen Wittgensteins Logikverständnis und der logischen Notation des *Tractatus* zeichnet sich an dieser Stelle bereits ab. Logikverständnis und logische Notation hängen im *Tractatus* eng zusammen und erläutern sich gegenseitig.

Ausgehend von Wittgensteins Aussage „Die Logik muß für sich selber sorgen“ soll dieser Zusammenhang im nächsten Abschnitt vertieft werden.

4.1.4. „Die Logik muß für sich selber sorgen“ – Was bedeutet das für die Logik?

Wie in der Einleitung erwähnt, kann die vorliegende Arbeit als Kommentar zu einem einzigen Satz des *Tractatus* gelesen werden: „Die Logik muß für sich selber sorgen“. Was bedeutet diese Feststellung im Zusammenhang mit Wittgensteins Logikverständnis? Durch die metaphorische Ausdrucksweise lässt Wittgenstein an dieser Stelle viel Raum für unterschiedliche Interpretationen. So finden sich auch in der Sekundärliteratur die verschiedensten Auslegungen dieses Satzes: Warren Goldfarb bringt das Zitat zum Beispiel mit der Ablehnung einer Theorie der Sprache in Zusammenhang (Vgl. Goldfarb 1997:71); Marie McGinn sieht es hingegen mit Wittgensteins Skepsis gegenüber dem „Einleuchten“ als Kriterium verbunden (Vgl. McGinn 2006: 67). Ein gemeinsamer Nenner dieser Deutungen ist das Motiv der Unabhängigkeit oder Autonomie der Logik. Dass die Logik autonom ist, bedeutet einerseits, dass sie unabhängig von allem Erfahrungsmäßigen ist und andererseits, dass sie sich nicht auf etwas noch Fundamentaleres gründen lässt. Daher lässt sich auch keine Rechtfertigung für die Logik angeben.

Laut McGinn ist die Einsicht, dass die Logik für sich selber sorgen muss, auch Grundlage der Einlösung des Anspruchs die universale Gültigkeit der Logik zu erklären, den Wittgenstein mit Russell und Frege teilt (Vgl. ibd.): Die Logik bildet in Wittgensteins Verständnis das Substrat jeder Sprache, in der überhaupt sinnvolle Sätze – d.h. Sätze, die die Welt auf eine bestimmte Weise darstellen – ausgedrückt werden können. Da die Logik die Grundlage der sinnvollen Sätze darstellt, ist es für Wittgenstein aus prinzipiellen Gründen unmöglich, die Grenzen der Logik in der Sprache – und damit auch im Denken überhaupt – zu überschreiten. Diese Ansicht drückt sich im *Tractatus* zum Beispiel in folgender Passage aus:

Wir können nichts Unlogisches denken, weil wir sonst unlogisch denken müssten.

Man sagte einmal, daß Gott alles schaffen könne, nur nichts, was den logischen Gesetzen zuwider wäre. – Wir könnten nämlich von einer „unlogischen“ Welt nicht *sagen*, wie sie aussähe.

Etwas „der Logik widersprechendes“ in der Sprache darstellen, kann man ebensowenig, wie in der Geometrie eine den Gesetzen des Raumes widersprechende Figur durch ihre Koordinaten darstellen; oder die Koordinaten eines Punktes angeben, welcher nicht existiert. (T 3.03-3.032)

Dass die Logik die Grundlage der Repräsentation ist, zeigt sich da, wo die Repräsentation aussetzt: in den Tautologien und Kontradiktionen. Die Einsicht, dass die Logik für sich selber sorgen muss bildet den Rahmen für Wittgensteins Charakterisierung der logischen Wahrheiten als Tautologien in Abgrenzung zu Russells und Freges Charakterisierung der logischen Wahrheiten als allgemein gültige Gesetze.

Wie McGinn betont bedeutet, dass sich in der Sprache nichts der Logik Widersprechendes darstellen lässt, im Zusammenhang von Wittgensteins Auffassung keine Einschränkung von Möglichkeiten:

Logic is not concerned with what is true, or with limiting the range left open to the world, but with what is essential before any proposition can be compared with reality for truth and falsity, that is, with what is essential to representation as such. (McGinn 2006: 64)

Dass sich nichts Unlogisches denken lässt, bedeutet nicht, dass wir bestimmte vorstellbare Zustände der Welt in der Sprache, aus logischen Gründen, nicht ausdrücken können. Die Begriffe „notwendig“ und „möglich“ werden vielmehr neu bestimmt. „Notwendigkeit“ fällt in Wittgensteins Verständnis mit Tautologizität zusammen, „Möglichkeit“ mit dem sinnvollen Satz. Wittgenstein schreibt im *Tractatus* im Zusammenhang mit seiner Auseinandersetzung mit Naturgesetzen:

Die Erforschung der Logik bedeutet die Erforschung *aller Gesetzmäßigkeit*. Und außerhalb der Logik ist alles Zufall. (T 6.3)

Einen Zwang, nach dem Eines geschehen müßte, weil etwas anderes geschehen ist, gibt es nicht. Es gibt nur eine *logische* Notwendigkeit. (T 6.37)

Wie es nur eine *logische* Notwendigkeit gibt, so gibt es auch nur eine *logische* Unmöglichkeit. (T 6.375)

Alles, was sich darstellen lässt, ist auch möglich, alles was möglich ist, lässt sich darstellen. Die Vorstellung von etwas, das zwar möglich, aber durch die Logik ausgeschlossen ist, erweist sich im Rahmen von Wittgensteins Verständnis als Illusion. Wittgensteins Logikauffassung bringt eine Neueinschätzung der Begriffe „Möglichkeit“ und „Notwendigkeit“ mit sich, in der es gelingt „Notwendigkeit“ als etwas anderes aufzufassen als weitere Tatsachen, die neben den kontingenten Tatsachen der Fall sind.

Im *Tractatus* steht der Satz „Die Logik muss für sich selber sorgen“ im Kontext einer Auseinandersetzung mit „unsinnigen“ Sätzen, die von den „sinnlosen“ Tautologien und Kontradiktionen unterschieden sind:

Die Logik muß für sich selber sorgen.

Ein *mögliches* Zeichen muß auch bezeichnen können. Alles was in der Logik möglich ist, ist auch erlaubt. („Sokrates ist identisch“ heißt darum nichts, weil es keine Eigenschaft gibt, die „identisch“ heißt. Der Satz ist unsinnig, weil wir eine willkürliche Bestimmung nicht getroffen haben, aber nicht darum, weil das Symbol an und für sich unerlaubt wäre.)

Wir können uns, in gewissem Sinne, nicht in der Logik irren. (T 5.473)

Wittgenstein zufolge, entstehen unsinnige Sätze dadurch, dass *wir* verabsäumen eine Bestimmung zu treffen – dem Zeichen im Rahmen der Verwendung in einem Satz eine Bedeutung zukommen zu lassen. Diese Einschätzung wird im Gegensatz zu einer Auffassung eingeführt, laut der ein „Symbol an und für sich unerlaubt wäre“. In seinem Kommentar zu Cora Diamonds *The Realistic Spirit* arbeitet Warren Goldfarb heraus, dass sich Wittgenstein an dieser Stelle von einer Konzeption von Unsinn abgrenzt, gemäß der Unsinn durch das Aufeinandertreffen von Ausdrücken, deren Bedeutungen nicht zusammenpassen, entsteht: „Such sentences contain expressions that refer to various items, but the items are of sorts that do not stick together.“ (Goldfarb 1997: 58) Im Hintergrund dieser Auffassung von Unsinn steht die Annahme, dass Teilausdrücke eines Satzes unabhängig von ihrem Vorkommen im Satz referieren. Diese selbständig referierenden Teilausdrücke werden dann auf eine Art und Weise zusammengestellt, auf die die Bedeutungen dieser Zeichen nicht zusammenkommen können. Diese Konzeption von Unsinn widerspricht dem Kontextprinzip, das Wittgenstein in Satz 3.3 des *Tractatus* formuliert. (Vgl. Kapitel 2.2.1)

Erläuterungen zu diesem Teil von Satz 5.473 finden sich in den Untersätzen 5.4732-3. Dort schreibt Wittgenstein:

Wir können einem Zeichen nicht den unrechten Sinn geben. (T 5.4732)

Laut Wittgensteins Auffassung von Sprache gibt es zwei Möglichkeiten: Entweder ein Zeichen wird in einem Satz so verwendet, dass der Satz sinnvoll ist und das Zeichen im Zuge der sinnvollen Verwendung referiert oder es referiert einfach nicht. Die Möglichkeit, dass ein Zeichen so verwendet wird, dass seine Bedeutung mit den Bedeutungen der anderen Ausdrücke im Satz zusammenprallt⁴⁵, so dass Unsinn entsteht, gibt es in Wittgensteins Verständnis nicht. Im nächsten direkten Untersatz zu 5.473 schreibt Wittgenstein:

Frege sagt: Jeder rechtmäßig gebildete Satz muß einen Sinn haben; und ich sage: Jeder mögliche Satz ist rechtmäßig gebildet, und wenn er keinen Sinn hat, so kann das nur daran liegen, daß wir einigen seiner Bestandteile keine *Bedeutung* gegeben haben.

⁴⁵ Goldfarb bezeichnet diese Auffassung von Unsinn, die von der Referenz von Zeichen außerhalb des Satzverbands ausgeht, als eine, in der Unsinn durch einen „clash of category“ (Goldfarb 1997: 58) entsteht.

(Wenn wir auch glauben, es getan zu haben.)

So sagt „Sokrates ist identisch“ darum nichts, weil wir dem Wort „identisch“ als *Eigenschaftswort keine* Bedeutung gegeben haben. Denn, wenn es als Gleichheitszeichen auftritt, so symbolisiert es auf ganz andere Art und Weise – die bezeichnende Beziehung ist eine andere, – also ist auch das Symbol in beiden Fällen ganz verschieden; die beiden Symbole haben nur das Zeichen zufällig miteinander gemein. (T 5.4733)

Im zweiten Teil dieses Satzes erläutert Wittgenstein warum das Beispiel aus 5.473, „Sokrates ist identisch“, Unsinn ist: Unsinn entsteht demzufolge nicht dadurch, dass das Wort „identisch“ eine Bedeutung in einen Kontext einbringt, in den diese Bedeutung nicht passt, sondern dadurch, dass das Wort in diesem Kontext überhaupt nichts bedeutet. Laut Marie McGinn bezieht sich Wittgenstein im ersten Teil des Satzes 5.4733 auf §32 der *Grundgesetze der Arithmetik* (Vgl. McGinn 2006: 242), in dem Frege schreibt:

So ist gezeigt, dass unsere acht ursprünglichen Namen eine Bedeutung haben, und damit, dass auch von allen rechtmässig aus ihnen zusammengesetzten Namen dasselbe gilt. Aber nicht nur eine Bedeutung, sondern auch ein Sinn kommt allen rechtmässig aus unsern Zeichen gebildeten Namen zu. Jeder solche Name eines Wahrheitswerthes **drückt** einen Sinn, einen **Gedanken aus**. (Frege 2009: 68)

Wie McGinn herausarbeitet, verteidigt Wittgenstein an dieser Stelle das Kontextprinzip gegen Frege, von dem er es übernommen hat: „Wittgenstein’s disagreement with Frege amounts to a reassertion of the context principle, and thereby of the priority of the concept of the sense of a proposition over that of what the constituents of a proposition signify.” (McGinn 2006: 242)

Da jeder Satz, der überhaupt etwas über die Welt zu sagen vermag, der Logik entspricht, können wir uns „in gewissem Sinne“ in der Logik nicht irren, wie Wittgenstein am Schluss von Satz 5.473 schreibt. Das bedeutet nicht, dass wir keine Fehler im alltagssprachlichen Verständnis von „logischer Fehler“ machen können: Natürlich können wir „Fehler in der Logik“ machen, in dem Sinn, dass wir einen Widerspruch übersehen, oder etwas, das wir für eine Ableitung halten, keine Ableitung ist. Im ersten Fall haben wir eine Kontradiktion ausgedrückt, im zweiten Fall Sätze, die in logischen Beziehungen zueinander stehen, die die Folgerung nicht rechtfertigen. Dass das jeweils so ist, *können* wir an den Strukturen der Sätze selbst erkennen (auch wenn wir es gerade aus Gründen, die unser Erkenntnisvermögen betreffen, nicht tun). Wir können aber nicht etwas – sozusagen erfolgreich – in der Sprache ausdrücken, das der Logik widerspricht. Alles, was sich in der Sprache darstellen lässt, ist logisch möglich (und damit möglich in dem einzigen Sinn, den der *Tractatus* anerkennt).

Wittgenstein erläutert den Punkt, dass wir uns „in gewisser Weise“ in der Logik nicht irren können, im ersten direkten Untersatz zu 5.473, Satz 5.4731:

Das Einleuchten, von dem Russell so viel sprach, kann nur dadurch in der Logik entbehrlich werden, daß die Sprache selbst jeden logischen Fehler verhindert.– Daß die Logik a priori ist, besteht darin, daß nicht unlogisch gedacht werden *kann*. (T 5.4731)

Wir können uns in der Logik nicht irren, da die Sprache selbst jeden logischen Fehler verhindert: Entweder ein Satz ist sinnvoll, eine Tautologie oder Kontradiktion und damit logisch in Ordnung oder er wird einfach Unsinn sein. Mehr Möglichkeiten lässt die Sprache in Wittgensteins Verständnis nicht zu. Das erklärt auch, warum McGinn das Zitat, „Die Logik muß für sich selber sorgen“, mit Wittgensteins Kritik am „Einleuchten“ als Kriterium logisch wahrer Sätze zusammenbringt: Dass logische Wahrheiten „einleuchten“ wird in McGinns Worten dadurch, dass die Logik die Grundlage jeder Repräsentation ist, „redundant“: „Wittgenstein makes the appeal to self-evidence in logic redundant: What makes logic a priori is the impossibility of illogical thought.“ (McGinn 2006: 241)⁴⁶

Die Unabhängigkeit der Logik und die Unmöglichkeit die Logik in etwas noch Fundamentalere zu gründen, die sich im Satz, „Die Logik muß für sich selber sorgen“ ausdrücken, hängen mit einem anderen wichtigen Element des *Tractatus* zusammen: dem Grundgedanken, demzufolge logische Konstanten nicht in einem repräsentativen Verhältnis zur Welt stehen. Denn würden die logischen Konstanten für etwas stehen, dann ließe sich die Logik in der Theorie dieser besonderen logischen Gegenstände begründen.

Wittgenstein lehnt im *Tractatus* die Vorstellung von Junktoren und Quantoren als logische Konstante, denen logische Gegenstände entsprechen (Vgl. T 5.4) und von logischen Gegenständen allgemein ab.

Es ist klar, daß dem Komplex der Zeichen „F“ und „W“ kein Gegenstand (oder Komplex von Gegenständen) entspricht; so wenig, wie den horizontalen und vertikalen Strichen oder den Klammern. – „Logische Gegenstände“ gibt es nicht.

Analoges gilt natürlich für alle Zeichen, die dasselbe ausdrücken wie die Schemata der „W“ und „F“. (T 4.441)

Potter formuliert Wittgensteins Ansicht wie folgt:

⁴⁶ In den Tagebüchern drückt Wittgenstein seine Kritik am „Einleuchten“ als Kriterium noch deutlicher aus, wenn er schreibt: „Das ‚Einleuchten‘, von dem Russell so viel sprach, kann nur dadurch in der Logik entbehrlich werden, daß die Sprache selbst jeden logischen Fehler verhindert. Und es ist klar, daß jenes ‚Einleuchten‘ immer gänzlich trügerisch ist und war.“ (TB 8.9.1914, S. 92)

Wittgenstein's view [...] is just that: when language is correctly analysed, it must turn out that there is nothing in the world corresponding to any of the logical words in our vocabulary. His reason was that Russell's assumption of the existence of a logical realm existing somehow alongside the physical one rendered it inexplicable why the laws obeyed by the former should be applicable to the latter. (Potter 2009: 57)

Potter schreibt Wittgenstein die Auffassung zu, dass eine korrekte Analyse der Sätze zeigen muss, dass den logischen Konstanten nichts in der Welt entspricht.⁴⁷ In diesem Kontext wird der Zusammenhang zwischen Wittgensteins Auffassung von Logik und der besonderen Beschaffenheit der logischen Notation des *Tractatus* besonders deutlich: Die Transkription von Sätzen in die logische Notation entspricht der von Potter angesprochenen Analyse, im Zuge derer sich zeigt, dass die logischen Konstanten nicht referieren.

Die Funktionsweise, die Wittgenstein dem logischen Vokabular im Zusammenhang mit seiner Auffassung von Logik zuschreibt, kommt in der logischen Notation des *Tractatus*, wie sie durch die Angabe der allgemeinen Satzform und deren Erläuterungen formuliert ist, zum Ausdruck. Die Grundlage für diese Ausdrucksmöglichkeit schafft Wittgenstein durch die Entwicklung seines Begriffs der Operation, den er von seinem Funktionsbegriff stark abgrenzt. Wittgenstein hält von Beginn an fest, dass die Wahrheitsfunktionen keine materiellen Funktionen sind. (Vgl. T 5.44) Wahrheitsfunktionen sind die Ergebnisse von Wahrheitsoperationen mit Elementarsätzen. Der Unterschied zwischen materiellen und logischen Relationen besteht laut Wittgenstein unabhängig davon, in welcher Notation Sätze angeschrieben sind. Die Immaterialität und Transparenz von Wahrheitsoperationen wird jedoch in der Operationsdarstellung besonders deutlich.

Wittgensteins Notation für Junktoren, Quantoren und Identität verdeutlichen die logik-philosophische Einsicht, dass den logischen Konstanten nichts in der Welt entspricht. Durch seinen speziellen Operationsbegriff wird deutlich, dass dem N-Operator keine repräsentierende Funktion zukommt. Die von Wittgenstein vorgeschlagenen Konventionen zum Ausdruck von Quantifikation und Identität durch Elimination der jeweiligen Zeichen machen deutlich, dass diesen nichts entspricht. In der logischen Notation zeigt sich, dass die Junktoren, Quantoren und Gleichheitszeichen anderer Notationen keine Repräsentationsfunktion haben.

⁴⁷ Er verbindet dies mit Wittgensteins Kritik an der universalistischen Auffassung Russells und Freges. Wittgenstein zufolge scheitern Russell und Frege durch ihre Auffassung der logischen Wahrheiten als substantielle Aussagen über die Beschaffenheit der Welt daran, die universale Geltung der Logik plausibel zu machen. (Vgl. Potter 2009: 58) Im Rahmen Wittgensteins eigener Auffassung wird dieser Anspruch durch die Auffassung der Logik als Grundlage jeder Repräsentation eingelöst.

McGinn weist darauf hin, dass die allgemeine Form des Satzes nicht selbst in einem Satz Ausdruck findet, sondern in einem Variablenausdruck.⁴⁸ Logik ist in Wittgensteins Verständnis etwas, für das sich die Frage der Wahrheit oder Falschheit nicht stellt – daher stellt sie sich auch für die allgemeine Satzform als einzige Konstante in Wittgensteins Logik nicht: „[I]t says nothing about what signs signify and thus it cannot be expressed in a proposition that can be compared with reality for truth and falsity.“ (McGinn 2006: 241) Der spezielle Variablenbegriff, den Wittgenstein im *Tractatus* entwickelt, ist eine Vorbedingung für diese Ausdrucksmöglichkeit.

Wittgenstein entwickelt seine Auffassung von Logik, wie sie im *Tractatus* dargelegt ist, ausgehend und in Abgrenzung von Russell und Frege. Zentrale Elemente dieses Verständnisses – wie etwa die Auffassung der logischen Konnektive als transparente Operationen, die Unterscheidung zwischen materiellen und internen Eigenschaften und Relationen und die Einsicht, dass es keine „logischen Gegenstände“ gibt – finden in der logischen Notation des *Tractatus* Ausdruck.

4.2. Die logische Notation und die Aufgabe der Philosophie

Im letzten Abschnitt wurde gezeigt, dass zwischen der logischen Notation und Wittgensteins Logikverständnis im *Tractatus* ein enger Zusammenhang besteht. Notation und Logikauffassung erläutern sich gegenseitig und die Notation kann – aufbauend auf Potters These – als Ausdruck des Logikverständnisses Wittgensteins gelesen werden. Dieses Logikverständnis Wittgensteins im *Tractatus* geht mit einer bestimmten Auffassung von Philosophie einher, die im zweiten Teil dieses Kapitels thematisiert werden soll. Ausgehend von Wittgensteins zentraler Einsicht, „Die Logik muß für sich selber sorgen“, soll ein Wandel in Wittgensteins Auffassung von Philosophie zur Zeit der Arbeit am *Tractatus* nachgezeichnet werden, der ihn zu einer neuen Auffassung in Bezug auf die Aufgabe der Philosophie führt. Anschließend soll, mit Blick auf Wittgensteins Aussagen über Notation und Philosophie im *Tractatus*, aufgezeigt werden, inwiefern die logische Notation des *Tractatus* im Kontext dieses neu gewonnenen Philosophieverständnisses als philosophisches Mittel verstanden werden kann. Aus dieser Interpretation folgt, dass die logische Notation des *Tractatus* – entgegen hartnäckiger Vorurteile – keine Idealsprache sein kann. Abschließend soll gezeigt

⁴⁸ Für McGinn hätte eine Darstellung als Satz aufgrund der von ihr vorausgesetzten Auffassung von Quantifikation ontologische Implikationen. (Vgl. Kapitel 4.1.1.)

werden, inwiefern die skizzierte Auffassung von Philosophie für Wittgensteins weitere philosophische Entwicklung bestimmend bleibt.

4.2.1. „Die Logik muß für sich selber sorgen“ – Was bedeutet das für die Philosophie?

„Die Logik muß für sich selber sorgen“ – dieser Satz ist zur Zeit der Arbeit am *Tractatus* nicht nur in Bezug auf Wittgensteins Logikverständnis von großer Bedeutung. Wie in diesem Abschnitt gezeigt werden soll, geht von dieser Einsicht auch ein Bruch in Wittgensteins Denken über Philosophie aus, der ihn zu einer neuen Auffassung der Aufgabe der Philosophie führt. Diese Wende in Wittgensteins Auffassung von Philosophie soll in diesem Abschnitt nachgezeichnet werden. Dazu muss zunächst gezeigt werden, dass von dem Satz überhaupt ein Umdenken Wittgensteins in Bezug auf seine Haltung zur Philosophie ausgelöst wird. Dann soll gezeigt werden, worin dieses Umdenken besteht. Dazu muss einerseits jene Haltung rekonstruiert werden, die Wittgenstein verwirft andererseits muss der Frage nachgegangen werden, was nach dieser Abgrenzung von früheren Vorstellungen die Aufgabe der Philosophie betreffend noch bleibt. Welche Aufgabe kommt der Philosophie in Wittgensteins neu gewonnenem Verständnis zu?

Der Satz, „Die Logik muß für sich selber sorgen“, gehört zu jenen, die Wittgenstein unverändert aus den *Tagebüchern* entnimmt, die er zwischen 1914 und 1916 verfasst. Es ist dieser ursprüngliche Kontext der *Tagebücher*, in dem der Bruch in Wittgensteins Philosophieverständnis, der von dieser Einsicht ausgelöst wird, sichtbar wird.

Am 22. 8. 1914 beginnt Wittgenstein den ersten Tagebucheintrag mit den Worten: „Die Logik muß für sich selber sorgen.“ (TB 22.8.1914, S. 89) Auch die folgenden Einträge beschäftigen sich mit diesem Gedanken, der von Wittgenstein als „ungemein tiefe und wichtige Erkenntnis“ (TB 2.9.1914, S. 89) bezeichnet wird. Anhand der Grundlage des Textes der *Tagebücher* wird deutlich, dass Wittgenstein von dieser Einsicht in Bezug auf den Gegenstand seines Philosophierens – die Logik – dazu geführt wird, seine Einstellung in Bezug auf die Aufgabe der Philosophie allgemein zu überdenken. So notiert er am 3.9.1914: „Wie ist es mit der Aufgabe der Philosophie vereinbar, daß die Logik für sich selbst sorgen soll?“ (TB 3.9.1914, S. 89) Im selben Eintrag schreibt er: „Also: wenn *alles*, was gezeigt werden braucht, durch die Existenz der Subjekt-Prädikat SÄTZE etc. gezeigt wird, dann ist die Aufgabe der Philosophie eine andere, als ich ursprünglich annahm.“ (TB 3.9.1914, S. 90) Diese Formulierungen zeigen deutlich, dass Wittgenstein an diesem Punkt, vermittelt durch

die Erkenntnis, dass die Logik für sich selber sorgen muss, ein bestimmtes Philosophieverständnis verwirft und seine eigene Position in Bezug auf die Frage nach den Aufgaben, Möglichkeiten und Grenzen des Philosophierens neu definiert. Aber welche Konzeption von Philosophie ist es, von der Wittgenstein sich abwendet, weil sie mit der Einsicht, dass die Logik für sich selber sorgen soll, in Konflikt gerät?

Konkrete Hinweise darauf, welche Auffassung von Philosophie Wittgenstein an dieser Stelle aufgibt, finden sich in den Tagebucheinträgen. Unmittelbar nachdem Wittgenstein die Frage nach der Vereinbarkeit der Aufgabe der Philosophie mit der Einsicht, dass die Logik für sich selbst sorgen soll, stellt, setzt er fort:

Wenn wir z.B. fragen: ist die und die Tatsache von der Subjekt-Prädikat Form, dann müssen wir doch wissen, was wir unter der „Subjekt-Prädikat Form“ verstehen. Wir müssen wissen, ob es so eine Form überhaupt gibt. Wie können wir dies wissen? „Aus den Zeichen!“ Aber wie? Wir haben ja gar keine *Zeichen* von dieser Form. Wir können zwar sagen: Wir haben Zeichen, die sich so benehmen, wie solche von der Subjekt-Prädikat Form, aber beweist das, daß es wirklich Tatsachen dieser Form geben muß? Nämlich: wenn diese vollständig analysiert sind. Und hier fragt es sich wieder: gibt es so eine vollständige Analyse? *Und wenn nicht*: Was ist denn dann die Aufgabe der Philosophie?!?! (TB 3.9.1914, S. 89f)

Aus diesem Abschnitt scheint klar hervorzugehen, dass Wittgenstein sich an dieser Stelle mit einer Auffassung von Philosophie auseinandersetzt, die die „vollständige Analyse“ von Sätzen („Zeichen“) als Aufgabe der Philosophie sieht. Zu diesem Schluss kommt auch Tamara Dobler, die aufgrund der textuellen Evidenz davon ausgeht, dass es sich bei der „Aufgabe der Philosophie“, die mit Wittgensteins Auffassung der Logik unvereinbar wird, um diese vollständige Analyse handelt. Dobler schreibt:

A fundamental tension in Wittgenstein’s early conception of logic, which he became aware of at the time he started with *Notebooks 1914-1916*, surfaces in the question stated in the second entry: “How is it reconcilable with the task of philosophy, that logic should take care of itself?” (NB, 2). ‘The task of philosophy’, I take it, refers to the idea of *complete analysis* that is central to both Frege’s and Russell’s projects. (Dobler 2008: 70)

Dobler erkennt im *Tractatus* eine Spannung zwischen der Einsicht, dass die Logik für sich selber sorgen muss und Wittgensteins Festhalten an der Möglichkeit einer vollständigen Analyse im *Tractatus*. Wenn die Logik für sich selber sorgen muss, dann sind alle Sätze in Ordnung so wie sie sind – die Rolle der logischen Analyse als „the caretaker“ of language“ (ibd.), die sie im Werk Freges und Russells einnimmt, wird somit obsolet.

Diese Spannung lässt sich auflösen, wenn man darauf achtet, in welchem Zusammenhang Wittgenstein die Idee einer vollständigen Analyse in den *Tagebüchern* zurückweist. Im zitierten Ausschnitt soll die vollständige Analyse Antwort auf die Frage danach liefern, ob Tatsachen bestimmter Formen wirklich existieren. Die vollständige Analyse von Sätzen soll Aufschluss über die Formen der Wirklichkeit geben, mit denen jene der Sprache – in ihrer vollständig analysierten Form – korrelieren. Dies ist die Auffassung von der Aufgabe der Philosophie, die Wittgenstein an dieser Stelle zurückweist.⁴⁹

Diese Interpretation lässt sich durch andere Ausschnitte aus den *Tagebüchern* stützen. Im selben Eintrag listet Wittgenstein weitere Beispiele für Fragen jener Art auf, wie sie die Philosophie, wie er sie bisher verstanden hatte, beantworten hätte sollen:

Gibt es die Subjekt-Prädikat Form? Gibt es die Relationsform? Gibt es überhaupt irgend eine der Formen, von denen Russell und ich immer gesprochen haben? (Russell würde sagen: „ja! denn das ist einleuchtend.“ *Jaha!*) (TB 3.9.1914, S. 90)

Die Beantwortung dieser Fragen nach der Existenz bestimmter logischer Formen (durch logische Analyse der Sätze) scheint für Wittgenstein durch die Einsicht, dass die Logik für sich selber sorgen muss, überflüssig geworden zu sein. Alles, was in der Philosophie, wie Wittgensteins sie ab jetzt auffassen wird, von Interesse ist, wird durch die sprachlichen Formen allein gezeigt. Für diesen Punkt bringt Wittgenstein ein Argument von der Art einer *Reductio* vor:

Also: wenn alles, was gezeigt werden braucht, durch die Existenz der Subjekt-Prädikat SÄTZE etc. gezeigt wird, dann ist die Aufgabe der Philosophie eine andere, als ich ursprünglich annahm. Wenn dem aber nicht so ist, so müßte das Fehlende durch eine Art Erfahrung gezeigt werden, und das halte ich für ausgeschlossen. (ibd.)

Angenommen es wäre nicht so, dass alles, was in der Philosophie relevant ist, durch die Sätze allein gezeigt würde, dann müsste das, was – aus Sicht Wittgensteins früherer Auffassung von Philosophie – fehlt, durch eine Art „Erfahrung“ eingebracht werden. Das aber hält Wittgenstein für ausgeschlossen. Was dieses „Fehlende“ ist, das nunmehr obsolet erscheint, geht aus einer ähnlichen Passage aus dem vierten Tagebucheintrag hervor:

⁴⁹ Zu einer ähnlichen Interpretation dieser Passagen kommt auch Peter Sullivan. In Zusammenhang mit Interpretationen, die es als Ziel des *Tractatus* sehen, eine Korrelation zwischen Sprache und Welt zu etablieren, schreibt er: „There is hardly any sign of Wittgenstein thinking that way in the *Notebooks* or the *Tractatus*, but we have his word that he had previously shared that conception with Russell. In dismissing the questions that ‘Russell and [he] were always talking about’, such as whether there are subject-predicate or relational propositions, he concludes that ‘the task of philosophy is different from what [he] originally supposed’ (NB p. 3, 3.9.14) The task rejected is that of establishing a coordination of language and world: that could rest at bottom only on ‘some kind of experience’ (ibd.), and so would be inconsistent with the insight that ‘Logic must look after itself’ (NB p. 2, 28.8. & 2.9.14).“ (Sullivan 1996: 207)

Wenn nicht die Existenz des Subjekt-Prädikat *Satzes* alles Nötige zeigt, dann könnte es doch nur die Existenz irgend einer besonderen Tatsache jener Form zeigen. Und die Kenntnis einer solchen kann nicht für die Logik wesentlich sein. (TB 4.9.1914, S. 90f)

Wittgenstein wiederholt an dieser Stelle die Figur der Reductio in einer Variation: Wenn nicht die Sätze selbst alles zeigen, was in der Philosophie von Interesse ist, dann müssten wir darüber hinaus wissen, ob es auch Tatsachen von der Form dieser Sätze gibt. Das „Fehlende“, das nur durch eine Erfahrung gezeigt werden kann, auf das Wittgenstein im dritten Eintrag anspielt, ist demnach diese Kenntnis einer Tatsache von bestimmter Form, die für die Logik nicht wesentlich sein kann.

Das Wort „Satz“ ist im dritten wie im vierten Eintrag typographisch hervorgehoben. Der Satz selbst zeigt in der Philosophie „alles Nötige“ bzw. alles „was gezeigt werden braucht“. An dieser Einsicht zeichnet sich die Wende Wittgensteins ab, weg von einer Auffassung von Philosophie, die es sich zur Aufgabe gemacht hat die Formen der Sprache zu analysieren und mit den Formen der Wirklichkeit in Übereinstimmung zu bringen und hin zu einer philosophischen Untersuchung, die sich auf die Gegebenheiten der Sprache selbst beschränkt. Diese Beschränkung auf eine sprachinterne Untersuchung drückt sich auch in der Rede von der „logischen Identität von Zeichen und Bezeichnetem“ aus. (Vgl. TB 3.9.1914, S. 90, 4.9.1914, S. 91)⁵⁰

Alles, was über das, was die Sprache selbst uns zeigt, hinausgeht – die Untersuchung der Formen der Tatsachen etwa – ist einerseits überflüssig, da ja bereits alles, „was gezeigt werden braucht“, durch die Sprache allein gezeigt wird, andererseits verfügen wir in der Philosophie auch nicht über legitime Mittel um diese Fragen zu beantworten. „Ist ‚A ist gut‘ ein Subjekt-Prädikat Satz?“, „Ist ‚A ist heller als B‘ ein Relationssatz?“, „Ist ein Punkt in unserem Gesichtsbild ein einfacher Gegenstand?“ (Vgl. TB 3.9.1914, S. 90), diese Fragen listet Wittgenstein im Tagebuch als weitere Beispiele für Fragen auf, von denen er bisher annahm, dass die Philosophie sie beantworten müsse und an deren Beantwortbarkeit er nun generell zweifelt:

Wie läßt sich so eine Frage überhaupt entscheiden?! Was für eine Evidenz kann mich darüber beruhigen, daß - zum Beispiel - die erste Frage bejaht werden muß? (Dies ist eine ungemein

⁵⁰ Wittgenstein schreibt in diesem Zusammenhang: „Wären Zeichen und Bezeichnetes *nicht* ihrem vollen logischen Inhalt nach identisch, dann müßte es noch etwas Fundamentaleres geben als die Logik.“ (TB 4.9.1914, S. 91) Wenn der Frageraum zwischen Zeichen und Bezeichnetem in der Philosophie überhaupt sinnvoll ist, dann müssten sich die Zeichen im Bezeichneten begründen lassen – die Logik könnte in einer Theorie der Wirklichkeit begründet werden.

wichtige Frage.) Ist die einzige Evidenz hier wieder *jenes höchst zweifelhafte »Einleuchten«*??
(TB 3.9.1914, S. 90)

Wittgenstein kritisiert in diesem Zusammenhang die Berufung auf Selbstevidenz, die im Rahmen einer Philosophie, in der die Sprache alles Nötige zeigt, keine Rolle spielt. Schließlich zieht er in Erwägung, dass jene Fragen, die er bisher als die klassischen Fragen der Philosophie aufgefasst hatte, falsch gestellt sind und aus prinzipiellen Gründen unbeantwortet bleiben müssen.

Ist hier nicht ein Fehler in der Fragestellung; denn es scheint als leuchtete mir über diese Frage *gar nichts* ein; es scheint, als könnte ich mit Bestimmtheit sagen, daß diese Fragen überhaupt nie entschieden werden könnten. (ibd.)

Die Beantwortung dieser Fragen spielt in Wittgensteins neu gewonnener Auffassung von Philosophie keine Rolle mehr: „Wenn sich die Logik ohne die Beantwortung gewisser Fragen abschließen läßt, dann muß sie ohne sie abgeschlossen werden.“ (TB 4.9.1914, S. 91) Dieses Motiv der Unabhängigkeit der Logik von Fragen, die durch Erfahrung oder Berufung auf Selbstevidenz beantwortet werden müssten, findet sich auch in der Endfassung des *Tractatus*:

Unser Grundsatz ist, daß jede Frage, die sich überhaupt durch die Logik entscheiden läßt, sich ohne weiteres entscheiden lassen muß.

(Und wenn wir in die Lage kommen, ein solches Problem durch Ansehen der Welt beantworten zu müssen, so zeigt dies, daß wir auf grundfalscher Fährte sind.) (T 5.551)

Im *Tractatus* steht dieser methodische Einwurf im Kontext der Auseinandersetzung Wittgensteins mit der Frage nach den möglichen Formen der Elementarsätze (Vgl. T 5.55ff), die er mit folgendem Hinweis als im Rahmen der Philosophie unbeantwortbar zurückweist:

Die *Anwendung* der Logik entscheidet darüber, welche Elementarsätze es gibt.

Was in der Anwendung liegt, kann die Logik nicht vorausnehmen. (T 5.557)

Das zeigt, welche Rolle der vollständigen Analyse im *Tractatus* zukommt: Wittgensteins Auffassung von Sprache setzt voraus, dass diese möglich ist, sie kann aber nicht unabhängig von der konkreten Anwendung von Sätzen in einer Sprache vorweggenommen werden. Die Möglichkeit der Analyse wird zwar postuliert, ihr Ergebnis muss im Rahmen der Philosophie aber prinzipiell offen bleiben. Die logische Analyse ist daher nicht mehr Aufgabe der Philosophie.

Unmittelbar nachdem Wittgenstein den ersten Tagebucheintrag mit den Worten, „Die Logik muß für sich selber sorgen“, beginnt, schreibt er:

Wenn sich syntaktische Regeln für Funktionen *überhaupt* aufstellen lassen, dann ist die ganze Theorie der Dinge, Eigenschaften etc. überflüssig. Es ist auch gar zu auffällig, daß weder in den »Grundgesetzen« noch in den »Principia Mathematica« von dieser Theorie die Rede ist. Nochmals: denn die Logik muß für sich selbst sorgen. Ein *mögliches* Zeichen muß auch bezeichnen können. Alles, was überhaupt möglich ist, ist auch legitim (erlaubt). Erinnern wir uns an die Erklärung, warum »Socrates ist Plato« unsinnig ist. Nämlich darum, weil *wir* eine willkürliche Bestimmung nicht getroffen haben, aber NICHT darum, weil das Zeichen an und für sich etwa illegitim sei! (TB 22.8.1914, S. 89)

Im ersten Teil dieses Absatzes bezeichnet Wittgenstein eine „Theorie der Dinge, Eigenschaften etc.“ als überflüssig. Das Nebeneinanderstellen der Aussage, dass die Logik keiner Theorie der Dinge und Eigenschaften bedarf mit dem Satz „Die Logik muß für sich selber sorgen“ unterstützt die Interpretation, wonach sich in diesem die Unabhängigkeit der Logik ausdrückt: Dass die Logik für sich selber sorgen muss bedeutet auch, dass sie sich nicht auf eine passende „Theorie der Dinge, Eigenschaften etc.“ zu stützen braucht. Die Aussage lässt sich auch als Kritik an Russells Typentheorie auffassen, die allgemein als Theorie über die Dinge und Eigenschaften der Welt unabhängig von der Logik (im Sinne Wittgensteins) aufgefasst werden kann. (Im Sinne Russells ist die Typentheorie natürlich Teil der Logik.) Ein weiteres Motiv, das hier mitspielt, ist Wittgensteins Ablehnung davon, bei der Erklärung von Symbolismen auf die Ebene der Bedeutung zurückzugreifen. Dieses Vorgehen kritisiert Wittgenstein im *Tractatus* auch mit Bezug auf Russells Typentheorie. (Vgl. T 3.33-3.331) Die Unabhängigkeit der Logik von der Beschaffenheit der Welt verbietet diesen Rückgriff auf die Ebene der Bedeutung zur Rechtfertigung logischer Beziehungen.

Das zweite Motiv dieses Eintrags ist aus Satz 5.473 des *Tractatus* vertraut: jedes mögliche Zeichen muss bezeichnen können. Unsinn entsteht nicht durch „illegitime“ Verbindung bedeutungsvoller Zeichen, sondern dadurch, dass wir einem Ausdruck keine Bedeutung gegeben haben. Auch diese Auffassung von Unsinn lässt sich als Ablehnung einer Philosophie auffassen, die die Sprache mit Bezug auf die Beschaffenheit der Wirklichkeit erklären will und dadurch die Möglichkeit einer Theorie der „Dinge, Eigenschaften etc.“ voraussetzt: Laut der Auffassung von Unsinn, von der Wittgenstein sich in diesen Passagen abgrenzt, bezeichnen Wörter Gegenstände und Begriffe in der Welt, von denen manche nicht sinnvoll zusammengestellt werden können. Die Begründung dafür, dass Unsinn entsteht, liegt in der Natur dieser Gegenstände, Eigenschaften und Beziehungen. Diese Auffassung von Unsinn setzt somit eine philosophische Perspektive voraus, aus der Sprache und Welt getrennt voneinander wahrgenommen werden können und die Sprache durch die Eigenschaften der

Dinge etc. erklärt werden kann. Wittgensteins Auffassung von Unsinn tut das nicht. Wie Cora Diamond hervorhebt, verschwindet damit die Grundlage dafür, Wittgenstein als Realisten zu bezeichnen. (Vgl. Goldfarb 1997: 63)

Aus dem Text der *Tagebücher* lässt sich demnach ein relativ genaues Bild jener Auffassung von Philosophie rekonstruieren, die Wittgenstein hinter sich lässt: Es handelt sich um eine Philosophie, die es sich zur Aufgabe gemacht hat die Sätze einer Sprache zu analysieren und die Formen der vollständig analysierten Sätze mit den Formen der Wirklichkeit zu korrelieren.⁵¹ Diese Konzeption von Philosophie setzt nicht nur die Idee einer vollständigen Analyse voraus, an der Wittgenstein festhält, sondern darüber hinaus die Möglichkeit, aufgrund von Erfahrung oder Selbstevidenz ontologische Bestimmungen zu treffen. Das setzt eine bestimmte Perspektive auf die Welt voraus, die über die Gegebenheiten der Sprache hinausgeht. Zusammen mit dieser Perspektive verwirft Wittgenstein Fragen, die sich nur aus einer solchen sinnvoll stellen lassen, wie jene nach der Existenz bestimmter Formen von Tatsachen oder dem einfachen Gegenstand.

Die Frage, was bedeutet es für die Philosophie, dass die Logik für sich selber sorgen muss, ist dadurch in ihrer negativen Dimension beantwortet: die Einsicht, dass die Logik für sich selber sorgen muss, schließt eine bestimmte Konzeption von Philosophie aus. Die Frage „Wie ist es mit der Aufgabe der Philosophie vereinbar, daß die Logik für sich selber sorgen soll?“ (TB 3.9.1914, S. 89) ist aber immer noch offen: Was bleibt für die Philosophie zu tun, wenn sie sich nicht um die Logik zu kümmern braucht?

Eine Antwort auf diese Frage lässt sich ebenfalls aus den *Tagebüchern* entnehmen. Am 13. 10. 1914, einige Wochen nachdem Wittgenstein die Einsicht, dass die Logik für sich selber sorgen muss und die damit aufgetretenen Fragen zur Aufgabe der Philosophie erstmals notiert, schreibt er in sein Tagebuch: „Die Logik sorgt für sich selbst; wir müssen ihr nur zusehen, wie sie es macht.“ (TB 13.10.1914, S. 99) Über ein halbes Jahr später vermerkt Wittgenstein auf ähnliche Weise: „Wir müssen erkennen, *wie* die Sprache für sich selbst sorgt.“ (TB 26.4.1915, S. 134) Da die Logik in Wittgensteins Auffassung die Grundlage der Sprache ist, können diese Aussagen als fast gleichbedeutend aufgefasst werden. Im

⁵¹ Ein weiterer Hinweis auf die Philosophieauffassung Wittgensteins vor der hier skizzierten Wende findet sich in den *Aufzeichnungen über Logik* aus dem Jahr 1913. Dort schreibt Wittgenstein noch: „Die Philosophie besteht aus Logik und Metaphysik: die Logik ist ihre Basis.“ (AL S. 206) Im *Tractatus* kommt der Begriff „Metaphysik“ nicht mehr als philosophischer Teilbereich, sondern nur mehr in Abgrenzung zu Wittgensteins Verständnis von Philosophie vor. (Vgl. T 6.53) Das stützt die Auffassung, dass Wittgenstein die in den *Aufzeichnungen über Logik* formulierte Konzeption mit der Einsicht, dass die Logik für sich selber sorgen muss, aufgibt.

unmittelbar darauf folgenden Eintrag wiederholt er: „Ich darf mich nicht um die Sprache kümmern brauchen.“ (TB, 27.4.1915, S. 134)

Da die Logik für sich selber sorgen muss, kann es nicht Aufgabe der Philosophie sein, die Logik in einer unabhängig von ihr erkannten Welt zu verankern. Das einzige, was der Philosophie zu tun bleibt, ist der Logik zuzuschauen. Da die Sätze selbst alles Relevante zeigen, müssen sich philosophische Fragen, wie etwa die Frage nach dem Wesen des Satzes oder nach dem Unterschied zwischen logischen und empirischen Wahrheiten, durch Rückgriff auf das, was uns die Sprache zeigt, allein lösen lassen. Andere Fragen, die bisher als die philosophischen aufgefasst wurden, wie die Frage nach dem Zusammenhang der Formen von Sprache und Wirklichkeit oder dem einfachen Gegenstand, können überhaupt nicht beantwortet werden und müssen aus prinzipiellen Gründen offen gelassen bzw. als falsch gestellt zurückgewiesen werden. Inwiefern die logische Notation des *Tractatus* im Rahmen einer solchen Konzeption von Philosophie ein geeignetes philosophisches Mittel darstellt, soll im nächsten Abschnitt geklärt werden.

4.2.2. Die logische Notation des *Tractatus* als philosophisches Mittel

Inwiefern lässt sich die logische Notation im Rahmen einer Auffassung von Philosophie, nach der es die Aufgabe der Philosophie ist, der Logik zuzuschauen, als philosophisches Mittel auffassen? Diese Frage, die sich aus der Analyse einiger Einträge aus den *Tagebüchern* ergibt, soll in diesem Abschnitt mit Bezug auf Aussagen, die Wittgenstein zu Notation und Philosophie im *Tractatus* macht, geklärt werden.

Wittgenstein äußert sich im *Tractatus* an verschiedenen, hierarchisch weit untergeordneten Stellen zum Zweck einer besonderen Notation allgemein. Diese Aussagen sollen bei der Annäherung an die Frage nach der Rolle der logischen Notation des *Tractatus* helfen. In Satz 4.1213 schreibt Wittgenstein etwa:

Jetzt verstehen wir auch unser Gefühl: daß wir im Besitze einer richtigen logischen Auffassung seien, wenn nur einmal alles in unserer Zeichensprache stimmt. (T 4.1213)

Wittgenstein verwendet den Begriff der „Zeichensprache“ im *Tractatus* als allgemeinen Begriff, der formale und natürliche Sprachen umfasst. (Vgl. T 3.325, 3.343, 4.011, 4.1121, 4.5, 6.124) Dass Wittgenstein sich an dieser Stelle auf die von ihm im *Tractatus* entwickelte Notation bezieht, wird durch den Kontext deutlich: Die Bemerkung steht im Zusammenhang mit Wittgensteins Unterscheidung zwischen dem, was durch einen Satz ausgesagt werden kann und dem, was sich in einem Satz zeigt. (Vgl. T 4.121) Es ist eine zentrale Einsicht im

Rahmen von Wittgensteins Logikauffassung, dass sich die logisch relevanten Eigenschaften und Beziehungen – wie etwa, dass zwei Sätze von dem selben handeln oder in der Beziehung des Widerspruchs oder der Folgerung zueinander stehen – an den Sätzen selbst zeigen. (Vgl. T 4.1211) Diese Eigenschaften und Beziehungen können laut Wittgenstein nicht wiederum in Sätzen ausgedrückt werden. (Vgl. T 4.1212) Es handelt sich bei ihnen nicht um weitere Tatsachen, sondern um etwas von den Tatsachen radikal verschiedenes. Wir können uns aber einen besseren Überblick über sie verschaffen, in dem wir eine Notation verwenden, in der diese besonders deutlich werden. Zu der im Zitat angesprochenen „richtigen Auffassung“ kann daher keine Theorie der Logik verhelfen, sondern nur das – durch die Notation vermittelte – Erkennen der relevanten Zusammenhänge, die sich in der Sprache selbst zeigen.⁵²

In eine ähnliche Richtung geht eine Aussage Wittgensteins aus dem Satz 6.122. Der diesem Satz übergeordnete Satz 6.12 handelt vom Mittel des Bildens von Tautologien um bestimmte Beziehungen zwischen Sätzen deutlicher darzustellen. Diese Methode kann zum Beispiel dazu verwendet werden herauszustellen, dass zwei Sätze in der Folgerungsbeziehung zu einander stehen. (Vgl. T 6.1201, 6.1221) Logische Beziehungen zwischen Sätzen können nicht in weiteren Sätzen ausgesagt werden, aber es stehen verschiedene Darstellungsmöglichkeiten zur Verfügung, um diese hervorzuheben. Das Bilden von Tautologien ist eine davon. Eine andere wäre die Darstellung der Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen zwei Sätzen durch eine Operationsdarstellung, die den einen Satz aus dem anderen hervorgehen lässt.⁵³ In Satz 6.122 wirft Wittgenstein allerdings ein:

Daraus ergibt sich, daß wir auch ohne die logischen Sätze auskommen können, da wir ja *in einer entsprechenden Notation* die formalen Eigenschaften der Sätze durch das bloße Ansehen dieser Sätze erkennen können. (T 6.122, Hervorhebung K.S.)

Die „logischen Sätze“ sind im *Tractatus* die Tautologien, die zur Hervorhebung von logischen Eigenschaften und Beziehungen herangezogen werden können. (Vgl. Kapitel 2.1.3) Eine entsprechende Notation kann dieses Mittel der Darstellung obsolet machen. Wittgenstein bestärkt in diesem Satz die Annahme, dass sich manche Notationen besser dazu eignen die „formalen Eigenschaften der Sätze“ sichtbar zu machen als andere. Im selben Kontext schreibt er:

⁵² Eng mit der Unterscheidung zwischen dem, was ein Satz sagt und dem, was sich in ihm zeigt, hängt die Unterscheidung zwischen „eigentlichen“ und formalen Begriffen und Eigenschaften zusammen. (Vgl. T 4.122, 4.126) Dieser Unterschied ist ein weiteres Beispiel für etwas, das durch die logische Notation des *Tractatus* erfasst werden kann.

⁵³ Analog dazu lassen sich die logischen Eigenschaften von Teilausdrücken von Sätzen durch Variablenausdrücke hervorheben.

Nun wird klar, warum man oft fühlte, als wären die „logischen Wahrheiten“ von uns zu „fordern“: Wir können sie nämlich insofern fordern, als wir eine genügende Notation fordern können. (T 6.1223)

Da sich die Tautologizität eines Satzes, laut Wittgenstein, durch „Berechnungen“ am Satzzeichen selbst feststellen lassen muss (Vgl. T 6.126), muss sie in einer entsprechenden Notation einfach erkennbar sein. Diese Aussagen deuten auf eine bestimmte Rolle der logischen Notation des *Tractatus* innerhalb der oben skizzierten, durch die Einsicht, dass die Logik für sich selber sorgen muss, neu gewonnenen Philosophieauffassung Wittgensteins hin: Die logische Notation ist eine Methode, die logisch relevanten Eigenschaften der Sätze und Beziehungen zwischen Sätzen besonders deutlich zu machen. Sie ist daher ein geeignetes philosophisches Mittel im Rahmen einer Philosophie, die es als ihre Aufgabe sieht der Sprache zuzusehen.

Die Aussage, dass die Logik für sich selber sorgen muss, findet sich in der Endfassung des *Tractatus* (Vgl. T 5.473), nicht aber die dazu korrespondierenden Überlegungen dazu, was das für die Philosophie bedeutet. Allerdings äußert sich Wittgenstein auch im *Tractatus* zu seinem Philosophieverständnis. (Vgl. T 4.111-4.115, 6.53) Der zentrale Satz des *Tractatus* in diesem Zusammenhang ist 4.112:

Der Zweck der Philosophie ist die logische Klärung der Gedanken.

Die Philosophie ist keine Lehre, sondern eine Tätigkeit.

Ein philosophisches Werk besteht wesentlich aus Erläuterungen.

Das Resultat der Philosophie sind nicht „philosophische Sätze“, sondern das Klarwerden von Sätzen.

Die Philosophie soll die Gedanken, die sonst, gleichsam, trübe und verschwommen sind, klar machen und scharf abgrenzen. (T 4.112)

Wie lässt sich diese Charakterisierung mit den Aussagen aus den Tagebüchern verbinden, laut denen es die Aufgabe der Philosophie ist der Logik zuzusehen? Wittgensteins Überlegungen in den Tagebüchern führen ihn dazu, Fragen, die die Gegebenheiten der Sprache überschreiten, zu verwerfen und die Aufgabe der Philosophie auf eine sprachinterne Untersuchung zu reduzieren. Daraus folgt, dass die Sätze der Philosophie nicht für sich von Bedeutung sind, sondern nur insofern sie dabei helfen, die Funktionsweise der Sprache, die sich in den Sätzen selbst zeigt, klarer zu sehen. Sie haben daher den Status von Erläuterungen und die Philosophie ist keine Lehre sondern eine Tätigkeit. Obwohl Wittgenstein keine der Aussagen aus den *Tagebüchern*, denen zufolge es die Aufgabe der Philosophie ist, der Logik

bzw. der Sprache zuzusehen, in die Endfassung des *Tractatus* übernimmt, scheinen die unterschiedlichen Charakterisierungen der Philosophie in *Tagebüchern* und *Tractatus* in eine ähnliche Richtung zu gehen.

Die Notation wurde bisher als Mittel dargestellt, das dabei hilft der Sprache besser zusehen zu können, indem sie bestimmte logische Eigenschaften und Beziehungen deutlicher erkennbar macht. Wie kann die Aussage, dass ein philosophisches Werk wesentlich aus Erläuterungen besteht mit dieser Rolle der logischen Notation vereint werden? Eine mögliche Antwort auf diese Frage gibt Nikolay Milkov, in dessen Interpretation des *Tractatus* die logische Notation im Mittelpunkt steht. Für Milkov ist es offensichtlich, dass es das erklärte Ziel des *Tractatus* ist, eine neue „Begriffsschrift“ zu etablieren. So schreibt er etwa im Zusammenhang mit einer Kritik am Resolute Reading: „[I]n fact, the initial task of the *Tractatus* is quite clear: to advance a new logical symbolism or new ‚Conceptual Notation‘ (a term of Frege’s that Wittgenstein widely used in the *Tractatus*).” (Milkov 2012: 66) Auch die Verwendung des Fregeschen Terms „Begriffsschrift“ ist für Milkov, ob seines Vorkommens im *Tractatus*, unproblematisch. Um diese „Begriffsschrift“ anwenden zu lernen benötigen wir Erläuterungen, die den Großteil des Texts des *Tractatus* darstellen.

In short, my point is that Wittgenstein’s Tractarian propositions are elucidations of the conceptual notation and thus, of the logic of language. Being such, they *train* its reader to better see how the propositions of science logically relate to one another, how the logic of our everyday language functions, etc. (Milkov 2003: 240)

Wenn wir die Begriffsschrift einmal beherrschen, brauchen wir diese Sätze nicht mehr.

We typically need elucidations when we are confronted with a new appliance (a new gadget). The elucidations tell us how it functions. When we have already learned how the gadget (the logical symbolism, in this case) works, we can throw away the instructions of how to use it. (Milkov 2012: 66)

Daraus ergibt sich eine relativ geradlinige Interpretation der umstrittenen Leiter-Metapher in Satz 6.54:

Once we have the new insight into the datum, we do not need these propositions anymore – they are exactly so needless as the ladder with the help of which we have reached a certain height (level) on which we now act and live. (Milkov 2003: 240)

In Milkovs Interpretation bekommt die Aussage, dass ein philosophisches Werk aus Erläuterungen besteht, eine klare Deutung: Alle Sätze, die nicht direkt an der Einführung der logischen Notation beteiligt sind, sind dazu da diese zu erläutern. Sobald wir in der Lage sind,

die Notation anzuwenden, brauchen wir diese Sätze nicht mehr. Durch die Meisterung der logischen Notation sind wir laut Milkov in der Lage klarer zu denken. (Vgl. Milkov 2003: 240)

Der starke innere Zusammenhang und wechselseitige Bezug der Sätze des *Tractatus* verleiht Milkovs Interpretation eine gewisse Plausibilität: viele Sätze des *Tractatus* lassen sich als Erläuterung anderer Sätze auffassen. Die Aussage, dass ein philosophisches Werk aus Erläuterungen besteht, lässt sich aber auch ohne dass alle Sätze dem Zweck der Etablierung einer logischen Notation untergeordnet werden verstehen: Die Sätze des *Tractatus* erläutern, in dem sie einen bestimmten Blick auf die Logik, die der Sprache zugrundeliegt, eröffnen. Die logische Notation ist Teil dieser Erläuterung, die uns dazu bringt unsere Sprache auf eine bestimmte Weise zu sehen, die laut Wittgenstein Klarheit über ihr Funktionieren bringt.

Das lässt sich mit den Aussagen aus den *Tagebüchern* vereinen, laut denen es die Aufgabe der Philosophie ist, der Logik zuzusehen: Die Sätze des *Tractatus* haben den Status von Erläuterungen, da sie auf etwas hinweisen, das sich in den Strukturen der Sätze einer Sprache selbst zeigt. Die Erläuterungen sollen auf etwas aufmerksam machen, das bereits vor Augen liegt.⁵⁴ In Milkovs Interpretation haben die Sätze des *Tractatus* zwar den Status von Erläuterungen, diese beziehen sich aber nicht auf die Sprache als Gegenstand der Philosophie, sondern auf die Verwendung der Notation. Das Ziel der Erläuterungen ist nicht in erster Linie Klarheit über die Funktionsweise der Sprache, sondern das Erlernen des Umgangs mit der Notation. Die Notation ist im Rahmen dieser Interpretation als philosophisches Mittel zu verstehen, das im *Tractatus* nur etabliert aber noch nicht angewendet wird. Der *Tractatus* postuliert demnach eine philosophische Methode – das Philosophieren in der Notation bzw. die Analyse von Sätzen durch Transkribieren in die Notation – die er selbst noch nicht anwendet. Vor allem Milkovs Idee, dass das Verwenden der Notation in der Philosophie zu einem „besseren Denken“ führen solle, findet im Text des *Tractatus* wenig Rückhalt.

Wird die Einführung der verschiedenen formalen Konventionen als Teil der Erläuterung von Sätzen aufgefasst, geht es weniger um das Transkribieren von Sätzen in die logische Notation, oder ein post-tractarianisches Philosophieren *in* der logischen Notation, als um das Aufzeigen der Möglichkeit jeden beliebigen Satz in die logische Notation zu übertragen. Das Aufzeigen dieser Möglichkeit zeigt etwas über das Funktionieren der Sprache.

⁵⁴ Ein Beispiel für dieses Vorgehen ist Satz 5.5301, in dem Wittgenstein explizit macht, was sich seiner Meinung nach in einem Satz (in Russells formaler Notation) selbst zeigt.

Zu einer ähnlichen Einschätzung des methodischen Vorgehens Wittgensteins im *Tractatus* kommt auch Marie McGinn, die allerdings auf die Frage nach der Rolle der logischen Notation keine Rücksicht nimmt. Laut McGinn beschränkt sich Wittgenstein im *Tractatus* auf die Mittel der Beschreibung und Erläuterung der Sprache. Seine philosophische Untersuchung ist der Sprache intern. Die Aussage, dass ein philosophisches Werk aus Erläuterungen besteht, bezieht sich daher auf den *Tractatus* selbst:

Thus, Wittgenstein's conception of a philosophical work as consisting 'entirely of elucidations' is not to be understood purely as the expression of a conception of a future philosophy that is concerned with the piecemeal analysis of individual utterances. It is rather that the understanding of the nature of a proposition, which is the central concern of the *Tractatus*, is one that Wittgenstein believes will be achieved by means of clarification and description, and does not depend upon any hypothetical claim about the relation between language and a transcendent world. (McGinn 2006: 17)

McGinn weist die Lesart, dass Wittgensteins Charakterisierung der Philosophie im *Tractatus* nicht auf sein eigenes Vorgehen, sondern auf die Vision einer Philosophie *nach* dem *Tractatus* abzielt, zurück. Stattdessen liest sie Wittgensteins Aussage, dass ein philosophisches Werk aus Erläuterungen besteht, als Ausdruck der Überzeugung, dass die philosophischen Fragen durch Erläuterung und Beschreibung der Sprache allein und ohne Annahmen über ein Verhältnis zwischen Sprache und Welt geklärt werden können. Die Erläuterungen eröffnen eine Perspektive auf die Sprache, aus der manche Fragen gelöst erscheinen (z.B. die Frage nach dem Wesen des Satzes oder dem Unterschied zwischen logischen und nicht-logischen Wahrheiten) und andere sich gar nicht erst stellen (z.B. die Frage nach dem Zusammenpassen von Sprache und Welt).

Wittgensteins Charakterisierung der Philosophie im *Tractatus*, der zufolge philosophische Sätze den Status von Erläuterungen im Rahmen einer klärenden Tätigkeit haben und nicht Teil einer „Lehre“ sind, kann als Ergänzung zur Charakterisierung in den *Tagebüchern*, der zufolge es die Aufgabe der Philosophie ist der Sprache zuzusehen, gelesen werden. Die Vorschläge, die Wittgenstein im *Tractatus* zu einer logischen Notation macht, können als Teil dieser klärenden philosophischen Tätigkeit aufgefasst werden. Eine Konsequenz aus dieser Interpretation ist, dass die logische Notation bei Wittgenstein nicht die Rolle einer Idealsprache hat. Dies soll im nächsten Abschnitt ausgeführt werden.

4.2.3. Abgrenzung der logischen Notation von einer Idealsprache

Laut der in dieser Arbeit entwickelten Interpretation der Rolle der logischen Notation ist die Notation ein philosophisches Mittel im Rahmen eines erläuternden Zugangs zur Sprache. Im Zentrum steht weniger das Transkribieren einzelner Sätze in die Notation oder das Philosophieren *in* der Notation als die prinzipielle Möglichkeit alle Sätze in der Notation auszudrücken, die über das Funktionieren der sprachlichen Ausdrücke (insbesondere auch der logischen Konstanten) Aufschluss geben soll. Die logische Notation ist Teil einer Erläuterung der Sprache. Sie macht eine Funktionsweise deutlich, die Wittgenstein zufolge jede mögliche Sprache, in der sinnvolle Sätze ausgedrückt werden, aufweist. Diese Auffassung steht im Gegensatz zu der Auffassung, dass die logische Notation eine „Idealsprache“ im Sinne einer konstruierten Sprache, die sich von der Sprache des Alltags unterscheidet und dieser in bestimmten Hinsichten überlegen ist, darstellt.

Die Einschätzung, dass Wittgenstein im *Tractatus* eine „logisch perfekte Sprache“ konstruiert, geht auf Russell zurück, der in seiner Einleitung zum *Tractatus* schreibt:

In order to understand Mr Wittgenstein's book, it is necessary to realize what is the problem with which he is concerned. In the part of his theory which deals with Symbolism he is concerned with the conditions which would have to be fulfilled by a logically perfect language. (Russell 1922: 7)

Russell zufolge, erfüllt jede Sprache ihre Aufgabe nur insoweit sie sich der von der Philosophie postulierten idealen Sprache annähert. (Vgl. Russell 1922: 8) Aus seiner Beschreibung von Wittgensteins vermeintlichem Vorhaben im *Tractatus* geht hervor, welchen Begriff einer idealen Sprache Russell dabei vor Augen hat.

He [Wittgenstein, K.S.] is concerned with the conditions for accurate Symbolism, i.e. for Symbolism in which a sentence "means" something quite definite. In practice, language is always more or less vague, so that what we assert is never quite precise. Thus, logic has two problems to deal with in regard to Symbolism: (1) the conditions for sense rather than nonsense in combinations of symbols; (2) the conditions for uniqueness of meaning or reference in symbols or combinations of symbols. A logically perfect language has rules of syntax which prevent nonsense, and has single symbols which always have a definite and unique meaning. (Russell 1922: 7f)

In Russells Konzept einer Idealsprache gehen vor allem drei Voraussetzungen mit ein:

1. In der Idealsprache haben Ausdrücke einen bestimmten Sinn, in der Umgangssprache nur einen ungefähren.

2. Unsinn entsteht durch die falsche Verbindung von sinnvollen Teilausdrücken.⁵⁵ Eine Idealsprache verhindert im Gegensatz zur Alltagssprache solche Verbindungen.
3. Die Logik ist etwas von der Sprache unabhängiges, dem sich eine Sprache mehr oder weniger gut annähern kann.

Diese Voraussetzungen erklären auch, inwiefern die Idealsprache der Sprache des Alltags in Russells Verständnis überlegen ist: sie ist exakter und vermeidet unsinnige Ausdrücke.

Dass die logische Notation des *Tractatus* nicht als Idealsprache im Sinne einer „Verbesserung“ der Umgangssprache aufgefasst werden kann, ist durch Satz 5.5563 vorweggenommen:

Alle Sätze unserer Umgangssprache sind tatsächlich, so wie sie sind, logisch vollkommen geordnet. – Jenes Einfachste, was wir hier angeben sollen, ist nicht ein Gleichnis der Wahrheit, sondern die volle Wahrheit selbst.

(Unsere Probleme sind nicht abstrakt, sondern vielleicht die konkretesten, die es gibt.) (T 5.5563)

Einige Unterschiede zwischen Wittgensteins Notation und einer „Idealsprache“ sollen im Folgenden, in Abgrenzung zu Freges Begriffsschrift als Beispiel für eine Idealsprache im von Russell skizzierten Sinn, herausgearbeitet werden. Als Grundlage dazu dient die Charakterisierung der Begriffsschrift, die Frege selbst im Vorwort gibt.

Ein grundlegender Unterschied, der dem Gebrauch, der von einer speziellen Notation gemacht wird, vorgelagert ist, ist die Motivation eine solche zu entwerfen. Frege zeigt sich im Vorwort der *Begriffsschrift* von einer Unzulänglichkeit der Umgangssprache motiviert. Im Zusammenhang mit seinem Versuch, die arithmetischen Wahrheiten nur aus den logischen Gesetzen allein abzuleiten, schreibt er:

Damit sich hierbei nicht unbemerkt etwas Anschauliches eindringen könnte, musste Alles auf die Lückenlosigkeit der Schlusskette ankommen. Indem ich diese Forderung auf das strengste zu erfüllen trachtete, fand ich ein Hindernis in der Unzulänglichkeit der Sprache, die bei aller entstehenden Schwerfälligkeit des Ausdruckes doch, je verwickelter die Beziehungen wurden, desto weniger die Genauigkeit erreichen liess, welche mein Zweck verlangte. (Frege 1964a: X)

Gerade diese Motivation wird im *Tractatus* durch Satz 5.5563 ausgeschlossen. Wittgensteins formale Überlegungen bauen auf der Überzeugung auf, dass die Sätze der Umgangssprache

⁵⁵ Dass Wittgenstein dieses Verständnis davon wie Unsinn entsteht als Konsequenz aus seiner Auffassung der Logik als Grundlage jeder Repräsentation verwirft, wurde in den Abschnitten 4.1.4. und 4.2.1. dargelegt.

logisch „vollkommen geordnet“ sind. Dies zeigt sich auch an einer Passage aus den *Philosophischen Untersuchungen*, an der Wittgenstein sich kritisch auf den *Tractatus* bezieht:

Einerseits ist klar, daß jeder Satz unserer Sprache ‘in Ordnung ist, wie er ist’. D.h., daß wir nicht ein Ideal *anstreben*: Als hätten unsere gewöhnlichen, vagen Sätze noch keinen ganz untadelhaften Sinn und eine vollkommene Sprache wäre von uns erst zu konstruieren. – Andererseits scheint es klar: Wo Sinn ist, muß vollkommene Ordnung sein. – Also muß die vollkommene Ordnung auch im vagsten Satze stecken. (PU 98)

Aus dieser Passage geht hervor, dass Wittgenstein den Fehler des *Tractatus* nicht im Versuch eine Idealsprache zu konstruieren sieht, sondern darin, das Ideal in der Umgangssprache selbst zu sehen. Dies ist aus Wittgensteins späterer Perspektive vielleicht sogar schlimmer, hat aber mit dem Projekt einer Idealsprache, im Sinne einer Verbesserung der Umgangssprache, wenig zu tun. Frege hingegen sieht seinen Formalismus als Verbesserung – zumindest relativ zu bestimmten wissenschaftlichen Zwecken – gegenüber der Sprache des Alltags, die er ähnlich wie Russell für ihre Ungenauigkeit kritisiert. Da der Zweck von Wittgensteins Notation lediglich ist, die Strukturen, die in der Sprache bestehen, klarer zum Ausdruck zu bringen, kann das Transkribieren in die logische Notation die Aussage von Sätzen nicht verändern. Die transkribierten Sätze können also nichts Genaueres aussagen als die Sätze in ihrer ursprünglichen Form.

Ein weiterer Unterschied, der mit dem Vorteil der Begriffsschrift relativ zu einem sehr spezifischen Zweck zusammenhängt, ist der Anwendungsbereich, den Frege und Wittgenstein jeweils für ihre Notationen vorsehen. Freges Begriffsschrift hat einen spezifischen Anwendungsbereich – die Arithmetik, die er als Wissenschaft auffasst und der er eine Formelsprache analog zu anderen Wissenschaften, wie Physik und Chemie, schaffen möchte. In seiner Analogie vom Vergleich zwischen Auge und Mikroskop grenzt Frege explizit den Bereich der „Sprache des Lebens“ vom Bereich, in dem seine Begriffsschrift Anwendung finden kann, ab:

Das Verhältnis meiner Begriffsschrift zu der Sprache des Lebens glaube ich am deutlichsten machen zu können, wenn ich es mit dem des Mikroskops zum Auge vergleiche. Das Letztere hat durch den Umfang seiner Anwendbarkeit, durch die Beweglichkeit, mit der es sich den verschiedensten Umständen anzuschmiegen weiss, eine grosse Ueberlegenheit vor dem Mikroskop. Als optischer Apparat betrachtet, zeigt es freilich viele Unvollkommenheiten, die nur in Folge seiner innigen Verbindung mit dem geistigen Leben gewöhnlich unbeachtet bleiben. Sobald aber wissenschaftliche Zwecke grosse Anforderungen an die Schärfe der Unterscheidung stellen, zeigt sich das Auge als ungenügend. Das Mikroskop hingegen ist

gerade solchen Zwecken auf das vollkommenste angepasst, aber eben dadurch für alle andern unbrauchbar. (Frege 1994a: XI)

Frege vergleicht die Begriffsschrift in dieser Passage mit einem Mikroskop, das im Gegensatz zum menschlichen Sehapparat nur für sehr spezifische Zwecke anwendbar ist. Wittgenstein hingegen möchte mit Hilfe seiner Notation die Funktionsweise der Umgangssprache und allgemeiner jeder möglichen Sprache klarlegen. Der Anspruch ist, dass sich jeder sinnvolle Satz in diese Notation übertragen lässt. Ihr Anwendungsbereich umfasst alle möglichen Zeichensprachen.

Mit diesem Unterschied im Bereich verbunden, unterscheiden sich Frege und Wittgenstein auch in Bezug auf die Frage, ob ihre Notation ein spezifisch philosophisches Mittel ist. Frege schreibt in der Einleitung, dass – insofern auch die Philosophie von den Unzulänglichkeiten der Sprache geplagt wird – seine Begriffsschrift auch hier Anwendung finden könnte, insofern sie für diese Zwecke entsprechend weiterentwickelt würde.

Wenn es eine Aufgabe der Philosophie ist, die Herrschaft des Wortes über den menschlichen Geist zu brechen, indem sie die Täuschungen aufdeckt, die durch den Sprachgebrauch über die Beziehungen der Begriffe oft fast unvermeidlich entstehen, indem sie den Gedanken von demjenigen befreit, womit ihn allein die Beschaffenheit des sprachlichen Ausdrucksmittels behaftet, so wird meine Begriffsschrift, für diese Zwecke weiter ausgebildet, den Philosophen ein brauchbares Werkzeug werden können. (Frege 1964a: XIIIf)

Frege kann sich also unter Umständen vorstellen, dass seine Begriffsschrift in der Philosophie Anwendung finden kann. Der Zweck von Wittgensteins logischer Notation ist hingegen ein explizit philosophischer.

Der Unterschied zwischen Freges und Wittgensteins Zugang zur Rolle einer logischen Notation wird nirgends deutlicher als auf der Ebene der Rhetorik. Im starken Kontrast zu Wittgensteins „Die Logik muß für sich selber sorgen“ schreibt Frege: „Schon das Erfinden dieser Begriffsschrift hat die Logik, wie mir scheint, gefördert.“ (Frege 1964a: XIII) Die Einsicht, dass die Logik, und damit die Sprache, für sich selber sorgen müssen, weist die mögliche Rolle einer speziellen logischen Notation in enge Grenzen. Da die Logik für Wittgenstein das Substrat jeder möglichen Sprache ist, ist sie immer dort, wo überhaupt etwas über die Welt ausgesagt wird, zur Gänze gegeben. Es kann daher keine Zeichensprache geben, die die Logik „fördert“. Eine Zeichensprache kann sich lediglich zum Zweck des Sichtbarmachens logischer Zusammenhänge besser eignen als eine andere. Daher ist die logische Notation des *Tractatus* missverstanden, wenn sie als Idealsprache im Sinne Freges und Russells aufgefasst wird.

Die in dieser Arbeit entwickelte Interpretation der Rolle der logischen Notation des *Tractatus*, die diese von einer Idealsprache abhebt, ergibt sich aus Wittgensteins Auffassung von Logik als Grundlage jeder sprachlichen Darstellung und Philosophie als Erläuterung der Sprache. Im letzten Abschnitt soll dieses Philosophieverständnis mit Bezug auf die Frage der Kontinuität zwischen Wittgensteins Auffassung von Philosophie im *Tractatus* und seiner späteren Auffassung, wie er sie in den *Philosophischen Untersuchungen* darlegt, noch einmal aufgegriffen werden.

4.2.4. Kontinuitäten in Wittgensteins Auffassung von Philosophie

Die Sätze, mit denen Wittgenstein den *Tractatus* in seiner Endfassung beginnen lässt, lassen ein ganz anderes Bild von Wittgensteins methodischem Vorgehen entstehen, als bisher in diesem Kapitel gezeichnet wurde. Statt von Fragen nach der Beschaffenheit der Wirklichkeit Abstand zu nehmen und sich auf die Gegebenheiten der Sprache zu beschränken, scheint Wittgenstein genau das Gegenteil zu tun: der *Tractatus* beginnt mit einer Reihe von Sätzen, in denen Wittgenstein die letzten Bestandteile der Welt zu beschreiben scheint. Diese „metaphysischen“ oder „ontologischen“ Festlegungen, die Wittgenstein in den Untersätzen der ersten beiden Hauptsätze trifft, scheinen, ganz im Gegenteil zu der in diesem Kapitel entwickelten Charakterisierung Wittgensteins methodischem Vorgehen als sprachinterner Erläuterung, die Grundlage für seine Untersuchung der Sprache darzustellen.

Die Auffassung, dass Wittgenstein im *Tractatus* eine „realistische“ Perspektive einnimmt, aus der sich die Sprache übersteigende Fragen, wie jene nach den letzten Bestandteilen der Wirklichkeit, beantworten lassen und aus der Wittgenstein die Darstellbarkeit der Welt in der Sprache auf eine Strukturgleichheit von Sprache und Welt zurückführt, ist, laut Warren Goldfarb, die dominante: „As for realism, it is true that most commentators on the *Tractatus* confidently ascribe a metaphysical or uncritical realism to it, and the received view among nonspecialists mirrors this.“ (Goldfarb 1997: 64) Er erkennt diese Art den *Tractatus* zu lesen zum Beispiel im Werk von David Pears wieder:

As Pears puts it, „the *Tractatus* is basically realistic in the following sense: language enjoys certain options on the surface, but deeper down it is founded on the intrinsic nature of objects, which is not our creation but is set over against us in mysterious independence“. (Pears, David: *The False Prison*, vol. 1. Oxford: 1987: 8, zitiert nach Goldfarb 1997: 64)

Mit dieser geläufigen Annahme, dass Wittgenstein im *Tractatus* ein realistisches Programm verfolgt, in dessen Rahmen er die Funktionsweise der Sprache auf die Erfordernisse der Welt

zurückführt, geht eine Auffassung vom Übergang zwischen Wittgensteins Frühwerk, vor allem dem *Tractatus*, und seinem Spätwerk, vor allem den *Philosophischen Untersuchungen*, einher, der zufolge der Umbruch im Verwerfen dieser realistischen Perspektive und der Hinwendung zu den Gegebenheiten der Sprache besteht. Wittgensteins philosophische Entwicklung findet demzufolge auf der Ebene der philosophischen Methode statt. Der methodische Zugang Wittgensteins in den *Philosophischen Untersuchungen* stellt laut dieser Auffassung einen kompletten Neuanfang dar, im Zuge dessen die Philosophie des *Tractatus* restlos verworfen wird.

Im Lichte der in diesem Kapitel entwickelte Interpretation von Wittgensteins methodischem Vorgehen im *Tractatus* findet die Abwendung Wittgensteins von dieser Art des Philosophierens nicht zwischen *Tractatus* und den *Philosophischen Untersuchungen*, sondern bereits vor der Fertigstellung des *Tractatus* statt.⁵⁶ Dadurch verschiebt sich die Einschätzung Wittgensteins philosophischer Entwicklung und insbesondere des Übergangs zwischen *Tractatus* und *Philosophischen Untersuchungen*.

Dass das Verhältnis zwischen *Tractatus* und *Philosophischen Untersuchungen* komplexer ist als jenes einer totalen Ablehnung und Neuorientierung lässt sich auch an Wittgensteins Bezug auf den *Tractatus* im Vorwort der *Philosophischen Untersuchungen* ablesen. Dort schreibt Wittgenstein:

Vor zwei Jahren aber hatte ich Veranlassung, mein erstes Buch (die „Logisch-Philosophische Abhandlung“) wieder zu lesen und seine Gedanken zu erklären. Da schien es mir plötzlich, daß ich jene alten Gedanken und die neuen zusammen veröffentlichen sollte: daß diese nur durch den Gegensatz und auf dem Hintergrund meiner älteren Denkweise ihre rechte Beleuchtung erhalten könnten. (PU S. 232)

Obwohl Wittgenstein sich in dieser Passage auch auf den „Gegensatz“ zwischen *Tractatus* und den *Philosophischen Untersuchungen* bezieht, deutet sein Vorschlag, die beiden Texte gemeinsam zu veröffentlichen, auf eine komplexere Form der Entwicklung seines Philosophierens hin.

Während die „realistische“ Lesart des *Tractatus* den radikalen Bruch zwischen *Tractatus* und den *Philosophischen Untersuchungen* zur Folge hat, bringt die in diesem Kapitel entwickelte

⁵⁶ Wie die ersten Sätze des *Tractatus* zu lesen sind stellt aus der Perspektive einer „anti-metaphysischen“ Interpretation des *Tractatus* ein Rätsel dar. Da Wittgenstein diese Sätze im *Tractatus* selbst als Unsinn bezeichnet (Vgl. T 6.54) ist ihre Interpretation aber auch im Rahmen einer „realistischen“ Lesart nicht unproblematisch. Eine Lösung im Rahmen einer „anti-metaphysischen“ Interpretation bietet Marie McGinn, die die „metaphysischen“ Sätze als Reflexionen der Bedingungen von Repräsentation allgemein auffasst. (Vgl. McGinn 2006: 134-161)

Interpretation von Wittgensteins methodischem Vorgehen im *Tractatus* Linien der Kontinuität zum Vorschein. Einige von diesen sollen in diesem Kapitel nachgezeichnet werden. Eine erste Parallele lässt sich bereits aus der bisherigen Charakterisierung ableiten: Wittgensteins Ablehnung metaphysischer Fragen und Beschränkung der philosophischen Tätigkeit auf Erläuterung dessen, was die Sprache selbst zeigt, in den *Philosophischen Untersuchungen* erscheint in dieser Lesart nicht als Unterschied zum *Tractatus*, sondern als Gemeinsamkeit der beiden Texte.

Ungeachtet der vielen Unterschiede, die zwischen dem *Tractatus* und den *Philosophischen Untersuchungen* bestehen und die sich schon aufgrund der äußeren Form der beiden Texte und der Tatsache, dass Wittgenstein in den *Philosophischen Untersuchungen* an vielen Stellen explizit Kritik am *Tractatus* übt, nicht leugnen lassen, ist dieser Fokus auf die Gemeinsamkeiten in Bezug auf das methodische Vorgehen aus der Perspektive einer Interpretation des *Tractatus* von besonderem Interesse und lässt das historische Projekt einer *Tractatus*-Interpretation an die systematische Frage nach der richtigen Methode und den Möglichkeiten und Grenzen der Philosophie anschließen.

Eine Konstante, die sich in diesem Zusammenhang durch Wittgensteins gesamtes philosophisches Werk zieht, ist die strikte Unterscheidung zwischen Philosophie und Wissenschaft bzw. die Kritik an einer Philosophie, die sich an wissenschaftlichen Paradigmen orientiert und versucht empirische Fragen zu beantworten. Dieses Thema findet sich in Wittgensteins Schriften bereits sehr früh. In den *Aufzeichnungen über Logik* aus dem Jahr 1913 schreibt Wittgenstein: „Die Philosophie kann die wissenschaftliche Forschung weder bestätigen noch widerlegen.“ (AL S. 206) Auch der Satz, „Das Wort ‚Philosophie‘ sollte stets etwas bezeichnen, was über oder unter, aber nicht neben den Naturwissenschaften steht.“ (AL S. 207) findet sich hier, der in einer ähnlichen Fassung in den Text des *Tractatus* übernommen wurde:

Die Philosophie ist keine der Naturwissenschaften.

(Das Wort „Philosophie“ muß etwas bedeuten, was über oder unter, aber nicht neben den Naturwissenschaften steht.) (T 4.111)

In den *Tagebüchern* kritisiert Wittgenstein Russell für den Versuch sich methodisch an den Wissenschaften zu orientieren. Er schreibt: „Russells Methode in seiner ‚Scientific Method in Philosophy‘ ist geradezu ein Rückschritt von der Methode der Physik.“ (TB 1.5.1915, S. 136) und hält fest: „Es ist eine Hauptkunst des Philosophen, sich nicht mit Fragen zu beschäftigen, die ihn nichts angehen.“ (ibd.) In dieser Trennung von philosophischer und wissenschaftlicher

Untersuchung besteht eine Parallele zum Spätwerk, die Wittgenstein in den *Philosophischen Untersuchungen* bekräftigt, wenn er schreibt:

Richtig war, daß unsere Betrachtungen nicht wissenschaftliche Betrachtungen sein durften. Die Erfahrung ‚daß sich das oder das denken lasse, entgegen unserm Vorurteil‘ – was immer das heißen mag – konnte uns nicht interessieren. (Die pneumatische Auffassung des Denkens.) Und wir dürfen keinerlei Theorie aufstellen. Es darf nichts Hypothetisches in unsern Betrachtungen sein. Alle *Erklärung* muß fort, und nur Beschreibung an ihre Stelle treten. Und diese Beschreibung empfängt ihr Licht, d.i. ihren Zweck, von den philosophischen Problemen. Diese sind freilich keine empirischen, sondern sie werden durch eine Einsicht in das Arbeiten unserer Sprache gelöst, und zwar so, daß dieses erkannt wird: *entgegen* einem Trieb, es mißzuverstehen. Diese Probleme werden gelöst, nicht durch Beibringen neuer Erfahrung, sondern durch Zusammenstellung des längst Bekannten. Die Philosophie ist ein Kampf gegen die Verhexung unsres Verstandes durch die Mittel der Sprache. (PU 109)

Aus der Formulierung „Richtig war...“ und dem Zusammenhang einer Kritik am *Tractatus*, in der dieser Paragraph steht, geht hervor, dass Wittgenstein an dieser Stelle die Kontinuität in seinem Philosophieren in Bezug auf die Abgrenzung zur Wissenschaft anerkennt. Wie in den *Tagebüchern*, ist die Abgrenzung von einer wissenschaftlichen Vorgehensweise damit verbunden, dass Erfahrungen (hier die Erfahrung, dass sich etwas denken lasse) in der Philosophie keine Rolle spielen dürfen. Das philosophische Vorgehen ist, im Gegensatz zum Vorgehen der Wissenschaft, von solchen speziellen Erfahrungen unabhängig und befasst sich mit dem „längst Bekannten“.

Im *Tractatus* geht die Abgrenzung der Philosophie von der Wissenschaft (Vgl. T 4.111) der Feststellung, dass die Philosophie keine „Lehre“ ist und das Resultat des Philosophierens keine „philosophischen Sätze“ sind (Vgl. T 4.112) voraus. Ähnlich fährt Wittgenstein in den *Philosophischen Untersuchungen* fort, wenn er die Abgrenzung von einer wissenschaftlichen Betrachtung damit in Zusammenhang bringt, dass es in der Philosophie nicht um das Aufstellen von „Hypothesen“ im Rahmen von „Theorien“ geht.⁵⁷

In den *Philosophischen Untersuchungen* ist die Unterscheidung zwischen Philosophie und Wissenschaft mit der Unterscheidung zwischen „Erklärung“ und „Beschreibung“ verbunden: Während die „Erklärung“ als paradigmatisch für die Methode der Wissenschaft steht, steht das Konzept der „Beschreibung“ als Paradigma für Wittgensteins Art des Philosophierens.

⁵⁷ Cora Diamond erkennt in der Ablehnung des Thesenhaften ebenfalls eine Parallele zwischen Wittgensteins Früh- und Spätwerk: „Whether one is reading Wittgenstein’s *Tractatus* or his later writings, one must be struck by his insistence that he is not putting forward philosophical doctrines or theses; or by his suggestion that it cannot be done, that it is only through some confusion one is in about what one is doing that one could take oneself to be putting forward philosophical doctrines or theses at all.“ (Diamond 1988: 5).

Erklärungen stellen Behauptungen über Zusammenhänge auf, die nicht offensichtlich sind und einen Wissensgewinn darstellen. Sie beruhen auf Hypothesen im Rahmen von Theorien. Im Gegensatz dazu ist eine Beschreibung lediglich eine Zusammenstellung des Bekannten zu einem bestimmten Zweck. Der Zweck der Beschreibungen ist, wie Wittgenstein festhält, durch philosophische Probleme bestimmt, die keine empirischen sind und „durch eine Einsicht in das Arbeiten unserer Sprache“ gelöst werden können. Auch wenn Wittgenstein die „Einsichten“ des *Tractatus* in Bezug auf das Arbeiten der Sprache zu einem großen Teil verwirft, lassen sich in der Abgrenzung vom Vorgehen der Wissenschaft, der Ablehnung des Empirischen und Hypothetischen und der Beschränkung auf das, was die Sprache zeigt, Parallelen in Bezug auf den Zugang zu Problemen der Philosophie erkennen.

Bisher wurde Wittgensteins methodisches Vorgehen im *Tractatus* vor allem durch den Begriff der „Erläuterung“ charakterisiert, der Begriff der „Beschreibung“ spielte eine nebensächliche Rolle und kommt im *Tractatus* selbst nicht vor. Die Aussage, dass die Philosophie beschreibend vorgeht, findet sich allerdings bereits in den *Aufzeichnungen über Logik*: „In der Philosophie gibt es keine Deduktionen: *sie* ist rein deskriptiv.“ (AL S. 206)⁵⁸ Kennzeichen eines Satzes, der als Erläuterung verwendet wird, ist, dass der Satz nicht für sich von Bedeutung ist, sondern auf etwas verweist, das sich in der Sprache selbst zeigt. Ähnliches kann für das Konzept einer „Beschreibung“, wie Wittgenstein den Begriff in den *Philosophischen Untersuchungen* verwendet, geltend gemacht werden. Gemeinsam ist beiden Begriffen jedenfalls die Abgrenzung vom thesenhaften Behauptungssatz der Wissenschaft, der empirische Zusammenhänge postuliert.⁵⁹

McGinn bringt die beschreibende Haltung Wittgensteins im *Tractatus* mit der Einsicht, dass die Logik für sich selbst sorgen muss, in Zusammenhang:

The force of the claim that philosophy is ‚purely descriptive‘ is to be understood, in part at least, as a call to allow language itself to reveal how it functions, that is to reveal its nature. The aim is to make perspicuous how logic (language) ‘takes care of itself’. Wittgenstein’s belief that his task is purely one of description arises from his conviction that ‘I cannot need to worry about language’ (NB, p. 43): everything that is essential to how a proposition expresses its sense must be manifest in the way language functions. (McGinn 2006: 20f)

⁵⁸ Eine mögliche Parallele zu der Aussage, dass es in der Philosophie keine Deduktionen gibt, findet sich in PU 126: „Die Philosophie stellt eben alles bloß hin, und erklärt und folgert nichts.“

⁵⁹ Vgl. auch PU 128: „Wollte man *Thesen* in der Philosophie aufstellen, es könnte nie über sie zur Diskussion kommen, weil Alle mit ihnen einverstanden wären.“ Ein weiteres Konzept, das Ähnlichkeiten mit „Erläuterung“ und „Beschreibung“ als Gegenbegriffe zur wissenschaftlichen „Erklärung“ hat, ist das Konzept einer „übersichtlichen Darstellung“. (Vgl. PU 122)

Wenn die Logik und damit die Sprache für sich selbst sorgen müssen, dann zeigt sich alles, was in der Philosophie relevant ist, in den Formen der Sprache selbst. Es genügt also die Funktionsweise der Sprache zu beschreiben. Dass Wittgensteins Untersuchung als das Projekt einer Beschreibung verstanden werden kann, ist laut McGinn auch darauf zurückzuführen, dass er beim Versuch die Sprache zu erklären nicht über diese hinausgeht. (Vgl. McGinn 2006: 283)

Die Frage nach den Kontinuitäten in Wittgensteins Philosophieren bringt als Kehrseite jene nach den Diskontinuitäten mit sich. Diese kann auch von Autorinnen und Autoren, die auf Kontinuitäten in Wittgensteins Philosophieren hinweisen, nicht außer Acht gelassen werden und findet in der Sekundärliteratur verschiedenste Antworten.

McGinns Variante dieser Antwort lässt sich in Bezug auf Wittgensteins methodische Maxime, „Denk nicht, sondern schau“, die er in den *Philosophischen Untersuchungen* formuliert (Vgl. PU 66), als Scheitern des *Tractatus* am methodischen Anspruch, der *Tractatus* und *Philosophischen Untersuchungen* gemeinsam ist, zusammenfassen. Die Aufforderung „Denk nicht, sondern schau“, findet in der Aussage, dass es die Aufgabe der Philosophie ist der Sprache zuzusehen, aus den *Tagebüchern* einen Vorläufer aus der Zeit der Arbeit am *Tractatus*. Allerdings scheitert Wittgenstein im *Tractatus* McGinn zufolge an dieser Vorgabe: „Although he set out to look, not think, he now recognizes that he was subject to preconceptions or influences that frustrated his purely descriptive intentions.“ (McGinn 2006: 14) Laut McGinn ist es zwar Wittgensteins Intention zur Zeit der Arbeit am *Tractatus*, der Sprache zuzusehen und ihr Funktionieren durch Erläuterungen und Beschreibungen herauszustellen, dies kann ihm aber nur in Grenzen, die durch unreflektierte Vorurteile das Funktionieren der Sprache betreffend vorgegeben sind, gelingen.⁶⁰ Was Wittgenstein im *Tractatus* letzten Endes erläutert ist weniger die Funktionsweise der Sprache als die von einem Modell der Sprache, das er selbst sich schafft:

The logical order that he uncovers belongs to his method of representing language, and not to language itself; his method is descriptive, but what he has described are the properties of his idealized representation. (McGinn 2006: 285)

⁶⁰ Diese Art von Vorurteil beschreibt Wittgenstein in den *Philosophischen Untersuchungen* über das Motiv der Brille: „Das Ideal, in unsern Gedanken, sitzt unverrückbar fest. Du kannst nicht aus ihm heraustreten. Du mußt immer wieder zurück. Es gibt gar kein Draußen; draußen fehlt die Lebensluft. – Woher dies? Die Idee sitzt gleichsam als Brille auf unsrer Nase, und was wir ansehen, sehen wir durch sie. Wir kommen gar nicht auf den Gedanken, sie abzunehmen.“ (PU 103)

McGinn beschreibt dieses Vorurteil der Sprache gegenüber als „preconceived idea of language as an exact calculus“ (Vgl. McGinn 2006: 279) und betont vor allem drei Annahmen, die dieses Ideal bestimmen:

Wittgenstein's conception of what it is that needs to be made clear is completely determined by his unexamined commitment to the idea that there is an essence of representation, that where there is sense there must be perfect logical order and that sense must be determinate. (McGinn 2006: 283f)

Wittgensteins Bild der Sprache ist von den Vorannahmen geprägt, dass es mit der Logik ein gemeinsames Wesen aller Repräsentation gibt, dass überall wo Sinn ist logische Ordnung herrschen muss und dass Sinn bestimmt sein muss. Die Wende in Wittgensteins Philosophie lässt sich an McGinns Einschätzung anknüpfend als Aufdecken dieser Vorurteile und Befreiung von ihnen auffassen. Der Übergang ist somit als Änderung des Objekts der Untersuchung zu verstehen: von einem selbstgeschaffenen Ideal der Sprache hin zum „spatial and temporal phenomenon of language-in-use“ (McGinn 2006: 288)⁶¹

Zwar spielt der Gebrauch der Sprache bereits im *Tractatus* eine Rolle – so schreibt Wittgenstein etwa:

Um das Symbol am Zeichen zu erkennen, muß man auf den sinnvollen Gebrauch achten.

Das Zeichen bestimmt erst mit seiner logisch-syntaktischen Verwendung zusammen eine logische Form. (T 3.326-3.327)

und im Zusammenhang mit seinen Ausführungen zur Mathematik:

(In der Philosophie führt die Frage „wozu gebrauchen wir eigentlich jenes Wort, jenen Satz“ immer wieder zu wertvollen Einsichten.) (T 6.211)

– allerdings ist dieser Begriff von Gebrauch verkürzt. McGinn führt diese Verkürzung auf Wittgensteins Konzentration auf Repräsentation als Funktion der Sprache zurück. (Vgl. McGinn 2006: 2) Erst in den *Philosophischen Untersuchungen* gelingt es Wittgensteins philosophischer Betrachtung der Bedeutung und Vielfalt des Gebrauchs der Sprache gerecht zu werden. Der Übergang zwischen *Tractatus* und *Philosophischen Untersuchungen* lässt sich

⁶¹ Okaari Kuusela entwickelt eine ähnliche Interpretation vom Übergang, in der der Wandel aber als methodischer gefasst wird: Wittgenstein hört auf, das Ideal auf den Gegenstand der Untersuchung zu projizieren und geht dazu über es als Modell bzw. Vergleichsobjekt zu verwenden. Kuusela fasst diese Interpretation des Übergangs als Übergang vom Ideal als „Vorurteil“ zum Ideal als „Vorbild“ zusammen: „To sum up now the idea of Wittgenstein's turn: It can be characterized as a shift from the ideal as a *Vorurteil* (preconception) to which the object of investigation must correspond to the ideal as a *Vorbild* (model, object of comparison) that is used as an instrument of presenting the object of investigation.“ (Kuusela 2005: 121)

somit auch als Weiterentwicklung in Bezug auf die Gebrauchsdimension der Sprache fassen.⁶²

Trotz dieser Unterschiede kann Wittgensteins methodisches Vorgehen in den *Philosophischen Untersuchungen* als Weiterentwicklung der Überlegungen zur Zeit des *Tractatus*, statt als Abwendung von diesen, aufgefasst werden. Wittgensteins philosophisches Arbeiten bleibt, aus dieser Perspektive, von der frühen Einsicht, dass die Logik für sich selber sorgen muss und deren Konsequenzen in Bezug auf die Philosophie geprägt.

⁶² Eng damit zusammenhängend kann der Übergang auch als Weiterentwicklung des Kontextprinzips aufgefasst werden, in dem der Kontextbegriff vom Satzverband auf die Umstände seines Gebrauchs ausgeweitet wird.

5. Zusammenfassung

Diese Arbeit nimmt ihren Ausgang von der Annahme, dass Wittgenstein im *Tractatus* eine eigene logische Notation entwickelt und dass sich von dieser aus Rückschlüsse für die Interpretation des Textes ziehen lassen. Ausgehend davon wurden zunächst einige Begriffe geklärt, die für Wittgensteins Auseinandersetzung mit Fragen der formal-logischen Darstellung im *Tractatus* von Bedeutung sind. Es wurde gezeigt, inwiefern sich Wittgensteins Begriff der „Variable“ von einem heute gebräuchlichen Variablenbegriff unterscheidet und wie er sich zu den ebenfalls grundlegenden Begriffen „Operation“ und „Funktion“ verhält. Der Begriff der Variable nimmt im *Tractatus* eine besondere Stellung ein, da sich laut Satz 5.501 auch Operations- und Funktionsdarstellungen als Festsetzungen der Werte einer Variablen auffassen lassen. Neben der Trias der logischen Grundbegriffe, „Variable“ – „Operation“ – „Funktion“, wurden die Begriffe „interne“ Eigenschaft und Relation bzw. „formale“ Eigenschaft und Relation und „formaler Begriff“ erläutert. Diese hängen stark mit Wittgensteins konsequenter Unterscheidung zwischen logischen und nicht-logischen Eigenschaften und Beziehungen zusammen.

Danach wurden die drei unterschiedlichen Konventionen, aus denen sich die logische Notation des *Tractatus* rekonstruieren lässt, mit Bezug auf diese Grundbegriffe erläutert. Obwohl Wittgenstein sich im *Tractatus* nicht immer an die von ihm entwickelten Begriffe und Konventionen zu halten scheint, lassen sich einige Verbindungen zwischen den logischen Grundbegriffen und der Einführung der Notation ausmachen: So ist etwa die allgemeine Satzform nur unter Berücksichtigung von Wittgensteins speziellem Variablenbegriff als Variable zu verstehen. Bei der Debatte um die Adäquatheit der allgemeinen Satzform spielt die Auffassung der allgemeinen Satzform als allgemeines Glied einer Formenreihe, die eng mit Wittgensteins Operationsbegriff zusammenhängt, eine entscheidende Rolle. Eine weitere Debatte in der Sekundärliteratur betrifft die Frage, ob Wittgensteins Notation geeignet ist um Quantifikation auszudrücken. In diesem Zusammenhang ist Wittgensteins Hinweis auf verschiedene Möglichkeiten die Werte einer Variablen festzusetzen zentral. Obwohl Wittgenstein die verschiedenen Konventionen selbst nicht integriert und es daher den Anschein machen kann, als würden diese auseinanderfallen, konnte gezeigt werden, dass sie sich zu einer kohärenten und eigenständigen Notation schließen lassen, deren Ausdrucksstärke zur üblichen Prädikatenlogik erster Stufe mit Identität äquivalent ist.

Im letzten Kapitel wurde die so umrissene logische Notation des *Tractatus* einerseits als Ausdruck von Wittgensteins Logikverständnis und andererseits als philosophisches Mittel im Rahmen einer bestimmten Auffassung von Philosophie dargestellt. Dazu wurde Wittgensteins Auffassung von Logik, wie sie sich aus dem Text des *Tractatus* entnehmen lässt, in Abgrenzung zu den Positionen Russells und Freges dargestellt und mit den Eigenschaften der logischen Notation in Bezug gesetzt. In diesem Zusammenhang spielen die im Satz, „Die Logik muß für sich selber sorgen“ (T 5.473) zum Ausdruck kommende Auffassung der Autonomie der Logik und der „Grundgedanke“ (Vgl. T 4.0312) Wittgensteins im *Tractatus*, demzufolge logische Konstanten nicht referieren, eine zentrale Rolle. Wittgensteins Auffassung von Logik kommt in der logischen Notation des *Tractatus*, deren einzige Konstante die allgemeine Form des Satzes ist, zum Ausdruck. Während auch die Junktoren, Quantoren und Gleichheitszeichen anderer Notation für Wittgenstein nicht referieren, wird die Funktionsweise der Sprache in der logischen Notation des *Tractatus* besonders deutlich. Das Entwickeln einer logischen Notation wird so zu einem geeigneten philosophischen Mittel, im Rahmen einer Auffassung von Philosophie, die es als ihre Aufgabe sieht die Funktionsweise der Sprache durch Beschreibung und Erläuterung klarer hervortreten zu lassen. Ausgehend von der ersten Erwähnung des Satzes, „Die Logik muß für sich selber sorgen“, zu Beginn des ersten Eintrags der Tagebücher, die Wittgenstein zur Zeit der Abreit am *Tractatus* führte, wurde ein Wandel in Wittgensteins Auffassung von Philosophie nachgezeichnet, weg von einem Verständnis, das die logische Analyse der Sätze zum Zweck der Etablierung einer Ontologie als Aufgabe der Philosophie sieht. Diese Interpretation von Wittgensteins früher Auffassung in Bezug auf die Möglichkeiten und Grenzen des Philosophierens und der richtigen philosophischen Methode bringt eine Verschiebung in Bezug auf das Verhältnis zwischen *Tractatus* und Wittgensteins Spätwerk mit sich: Gemäß der in dieser Arbeit entwickelten Lesart findet die Abwendung Wittgensteins von einer Philosophie, die eine Korrelation zwischen den Strukturen der Sprache und den letzten Bestandteilen der Wirklichkeit herstellen will und seine Hinwendung zu den Gegebenheiten der Sprache nicht zwischen *Tractatus* und *Philosophischen Untersuchungen* statt, sondern schon während er Arbeit am *Tractatus*.

Literaturverzeichnis

Wittgenstein :

T Tractatus logico-philosophicus

In: Wittgenstein, Ludwig (1984): Werkausgabe Band 1. Tractatus logico-philosophicus, Tagebücher 1914-1916, Philosophische Untersuchungen. Frankfurt am Main: Suhrkamp, 7-85.

TB Tagebücher 1914-1916

In: Wittgenstein, Ludwig (1984): Werkausgabe Band 1, 87-187.

AL Aufzeichnungen über Logik

In: Wittgenstein, Ludwig (1984): Werkausgabe Band 1, 188-208.

PU Philosophische Untersuchungen

In: Wittgenstein, Ludwig (1984): Werkausgabe Band 1, 225-580.

BR Wittgenstein, Ludwig (1980): Briefe. Hrsg. v. B.F. McGuinness und G.H. von Wright. Frankfurt am Main: Suhrkamp.

Andere Autorinnen und Autoren:

Bazzocchi, Luciano (2014): The Tractatus According to Its Own Form. Supplements and Other Shavings. Raleigh, N.C.: Lulu.

Berger/ Krieger/ Mahr (o.J.): Grundlagen der elektronischen Datenverarbeitung. Eigenverlag Berger/ Krieger/ Mahr.

Church, Alonzo (1936): "A Note on the Entscheidungsproblem" In: The Journal of Symbolic Logic, 1 (1) (Mar., 1936), 40-41.

Diamond, Cora (1984): „What Does a Concept Script Do?“ In: The Philosophical Quarterly, 34 (136), Special Issue: Frege (Jul. 1984), 343-368.

Diamond, Cora (1988): "Throwing Away the Ladder" In: Philosophy, 63 (243) (Jan. 1988), 5-27.

- Dobler, Tamara (2008): "Logic Must Take Care of Itself" In: Alexander Hieke (Hrsg.): Reduktion und Elimination in Philosophie und den Wissenschaften: Beiträge des 31. Internationalen Wittgenstein-Symposiums; 10. - 16. August 2008, Kirchberg am Wechsel, 70-72.
- Fogelin, Robert J. (1976): Wittgenstein. London: Routledge & Kegan Paul.
- Fogelin, Robert J. (1982): „Wittgenstein's Operator N“ In: Analysis 42 (3), 124–127.
- Fogelin, Robert J. (1995): Wittgenstein. Second edition. New York: Routledge.
- Frege, Gottlob (1884): Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl. Breslau: Koebner.
- Frege, Gottlob (1918): „Der Gedanke. Eine Logische Untersuchung“ In: Beiträge zur Philosophie des deutschen Idealismus I (1918–1919), 58–77.
- Frege, Gottlob (1964a): Begriffsschrift. In: Ders.: Begriffsschrift und andere Aufsätze. Zweite Auflage. Mit E. Husserls und H. Scholz' Anmerkungen. Herausgegeben von Ignacio Angelelli. Hildesheim: Georg Olms, V-88.
- Frege, Gottlob (1964b): „Über den Zweck der Begriffsschrift“ In: Ders.: Begriffsschrift und andere Aufsätze. Zweite Auflage. Mit E. Husserls und H. Scholz' Anmerkungen. Herausgegeben von Ignacio Angelelli. Hildesheim: Georg Olms, 97-106.
- Frege, Gottlob (2009): Grundgesetze der Arithmetik. Begriffsschriftlich abgeleitet. Band I und II. In moderne Formelnotation transkribiert und mit einem ausführlichen Sachregister versehen von Thomas Müller, Bernhard Schröder und Rainer Stuhlmann-Laeisz. Paderborn: mentis.
- Geach, P. T. (1981): „Wittgenstein's Operator N“ In: Analysis 41 (4), 168–171.
- Geach, P. T. (1982): "More on Wittgenstein's Operator N" In: Analysis 42 (3), 127–128.
- Glock, Hans Johann (1996): A Wittgenstein Dictionary. Oxford, Blackwell.
- Goldfarb, Warren (1997): "Metaphysics and Nonsense: On Cora Diamond's The Realistic Spirit" In: Journal of Philosophical Research, Volume XXII, 57-73.
- Hintikka, K. Jaakko and J. (1956): "Identity, Variables, and Impredicative Definitions" In: The Journal of Symbolic Logic 21 (3), 225–245.
- Kuusela, Oskari (2005): "From Metaphysics and Philosophical Theses to Grammar: Wittgenstein's Turn" In: Philosophical Investigations 28 (2), 95-133.

- McGinn, Marie (2006): *Elucidating the Tractatus. Wittgenstein's Early Philosophy of Logic and Language*. Oxford, New York: Clarendon; Oxford University Press.
- Milkov, Nikolay (2003): "The Method of the Tractatus" In: *Contributions of the Austrian Ludwig Wittgenstein Society* 11, 139-41.
- Milkov, Nikolay (2012): "Wittgenstein's Method: The Third Phase of Its Development (1933-36)" In: Antonio Marques (Hrsg.) *Knowledge, Language and Mind: Wittgenstein's Early Investigations*. DeGruyter, 65-79.
- Moore, G.E. (1919): "Internal and External Relations" In: *Proceedings of the Aristotelian Society, New Series*, 20, 40-62.
- Potter, Michael D. (2009): *Wittgenstein's Notes on Logic*. Oxford, New York: Oxford University Press.
- Rogers, Brian/Wehmeier, Kai F. (2012): "Tractarian First-Order Logic: Identity and the N-Operator" In: *The Review of Symbolic Logic* 5 (4), 538–573.
- Russell, Bertrand (1905): "On Denoting" In: *Mind, New Series*, 14 (56) (Oct., 1905), 479–493.
- Russell, Bertrand (1922): Introduction. In: Wittgenstein, Ludwig: *Tractatus logico-philosophicus*. London: Kegan Paul.
- Sheffer, Henry Maurice (1913): „A set of five independent postulates for Boolean algebras, with application to logical constants“ In: *Trans. Amer. Math. Soc.* 14, 481-488.
- Soames, Scott (1983): "Generality, Truth Functions, and Expressive Capacity in the Tractatus" In: *The Philosophical Review* 92 (4), 573–589.
- Sullivan, Peter M. (1996): "The 'Truth' in Solipsism, and Wittgenstein's Rejection of the A Priori" In: *European Journal of Philosophy* 4 (2), 195-219.
- Sullivan, Peter M. (2001): "Wittgenstein's Context Principle" In: Wilhelm Vossenkuhl (Hrsg.): *Ludwig Wittgenstein, Tractatus logico-philosophicus*. Berlin: Akademie Verlag (Klassiker auslegen, Bd. 10), 65-88
- Sundholm, Göran (1992): "The General Form of the Operation in Wittgenstein's Tractatus" In: *Grazer Philosophische Studien* 42, 57–76.
- Ule, Andrej (2001): „Operationen im Tractatus“ In: Wilhelm Vossenkuhl (Hrsg.): *Ludwig Wittgenstein, Tractatus logico-philosophicus*. Berlin: Akademie Verlag (Klassiker auslegen, Bd. 10), 232–255.

- Van Heijenoort, Jean (1967): “Logic as Calculus and Logic as Language” In: *Synthese* 17 (3),
Language in Use Including Wittgenstein’s Comments on Frazer and a Symposium on
Mood and Language-Games (Sep., 1967), 324-330.
- Varga von Kibéd, Matthias (1993): „Variablen im Tractatus“ In: *Erkenntnis* 39 (1), 79–100.
- Wehmeier, Kai F. (2012): “How to Live Without Identity—And Why” In: *Australasian
Journal of Philosophy* 90 (4), 761–777.
- White, Roger M. (2006): *Wittgenstein’s Tractatus Logico-Philosophicus. Reader’s Guide.*
London: Continuum.

Anhang I: Abstract

[DE]

Die Arbeit beschäftigt sich mit der logischen Notation, die Ludwig Wittgenstein – bruchstückhaft und scheinbar unsystematisch – im *Tractatus-logico philosophicus* entwickelt und geht der Frage nach, wie diese mit seinem Logik- und Philosophieverständnis zur Zeit der Arbeit am *Tractatus* zusammenhängt. Diese Notation lässt sich aus drei Konventionen, die Wittgenstein an verschiedenen Stellen des *Tractatus* darlegt, rekonstruieren: der allgemeinen Satzform, einer Konvention zum Ausdruck von quantifizierten Sätzen und einer Festlegung in Bezug auf Identitätsaussagen.

Im Kapitel „Logische Grundbegriffe“ werden einige Begriffe, insbesondere die Begriffe „Variable“ und „Operation“, nachgezeichnet, denen Wittgenstein im *Tractatus* eine eigene Prägung gibt und auf die er sich bei der Einführung der Konventionen, die die logische Notation ausmachen, bezieht.

Im Kapitel „Die logische Notation des *Tractatus*“ werden die drei Konventionen, aus denen sich die logische Notation zusammenfügen lässt, erörtert. Es wird gezeigt, dass sie sich zu einem kohärenten Symbolismus schließen lassen. In diesem Zusammenhang wird auf eine Debatte über die Ausdrucksstärke der so gewonnenen Notation (in Bezug auf Quantifikation) eingegangen.

Im Kapitel „Die logische Notation des *Tractatus* im Kontext von Wittgensteins Auffassung von Logik und Philosophie“ wird die logische Notation einerseits als Ausdruck von Wittgensteins spezifischem Logikverständnis und andererseits als philosophisches Mittel im Rahmen von Wittgensteins Auffassung von der Aufgabe der Philosophie dargestellt. Dazu wird Wittgensteins Logikverständnis in Abgrenzung zu Frege und Russell skizziert und mit der logischen Notation in Bezug gesetzt. Anschließend wird Wittgensteins Haltung in Bezug auf Fragen die Möglichkeiten und Grenzen der Philosophie betreffend aus dem Text der *Tagebücher*, die Wittgenstein zur Zeit der Arbeit am *Tractatus* führt, rekonstruiert und gezeigt, inwiefern das Entwickeln einer eigenen logischen Notation in diesem Rahmen als philosophisches Mittel aufgefasst werden kann. In Bezug auf die Darstellung von Wittgensteins Auffassung von Logik und Philosophie spielt Wittgensteins Aussage, „Die Logik muß für sich selber sorgen“, eine zentrale Rolle. Die Arbeit schließt mit einer Einschätzung der philosophischen Entwicklung Wittgensteins, die Kontinuitäten von

Wittgensteins Zugang zur Philosophie im *Tractatus* und in den *Philosophischen Untersuchungen* hervorhebt.

[EN]

The topic of this thesis is the logical notation, which Ludwig Wittgenstein develops in *Tractatus logico-philosophicus* in a fragmentary and seemingly unsystematic way. It is discussed in relation to Wittgenstein's conception of logic and philosophy at the time of the *Tractatus*. The notation can be reconstructed from three distinct conventions that Wittgenstein introduces in different parts of the *Tractatus*: the general propositional form, a convention concerning quantified sentences and a convention concerning statements about identity.

In the chapter "Fundamentals of Logic" some concepts of which Wittgenstein develops a distinct version and which he relies on when introducing the different conventions making up the logical notation are delineated, especially the concepts "variable" and "operation".

In the chapter "The Logical Notation of the *Tractatus*" the three conventions that make up the logical notation are discussed. It is shown that they can be integrated into one coherent symbolism. A discussion about the expressional power of the notation (with respect to quantification) is summarized.

In the chapter "The Logical Notation of the *Tractatus* in the Context of Wittgenstein's Conception of Logic and Philosophy" the logical notation of the *Tractatus* is presented as an expression of Wittgenstein's specific understanding of logic and as a philosophical method in the context of Wittgenstein's conception of the task of philosophy. Wittgenstein's conception of logic is sketched in contrast to the positions of Russell and Frege and its connection to the logical notation is explored. Wittgenstein's position regarding the possibilities and limits of philosophy and the right philosophical method is reconstructed from the *Notebooks* that Wittgenstein kept at the time he was working on the *Tractatus*. In what respect devising a special logical notation can be seen as a philosophical method on this conception of philosophy is elucidated. Both with respect to Wittgenstein's conception of logic and his conception of philosophy the statement, "Logic must take care of itself", is of fundamental importance. The thesis concludes with an assessment of Wittgenstein's philosophical development that highlights several continuities between the *Tractatus* and *Philosophical Investigations*.

Anhang II: Lebenslauf

Katharina Anna Sodoma

Ausbildung

- seit 10/2011 Masterstudium Philosophie, Universität Wien
- 09/2010-06/2013 Kolleg für Berufstätige für Informatik, Ausbildungsschwerpunkt Software Engineering, HTL Spengergasse – Diplomprüfung mit ausgezeichnetem Erfolg
- 03/2008-12/2011 Bachelorstudium Deutsche Philologie, Universität Wien – mit Auszeichnung bestanden
- 10/2007-04/2011 Bachelorstudium Philosophie, Universität Wien – mit Auszeichnung bestanden; Bachelorarbeiten: Die Fremdheit des anderen Geschlechts. Phänomenologie des Fremden im Kontext der feministischen Konstruktivismusdebatte (Betreuer: Mag. Dr. Gerhard Unterthurner), „Propositions to the Rescue?“ Über den Begriff der Proposition im Kontext formaler Wahrheitstheorien (Betreuer: MMag. Dr. Georg Schiemer)
- 09/1999-06/2007 BRG Rainergasse, Matura mit Auszeichnung
- 09/1995-06/1999 Piaristenvolksschule

Beruflicher Werdegang

- 03/2015-07/2015 Tutorin am Institut für Philosophie, Universität Wien für die Lehrveranstaltung: Klassiker der Praktischen Philosophie, LV-Leiterin Ass.-Prof. Mag. Dr. Anja Weiberg
- 03/2015-07/2015 Tutorin am Institut für Philosophie, Universität Wien für die Lehrveranstaltung: STEOP: Einführung in die theoretische Philosophie, LV-Leiter Univ.-Prof. Dr. Martin Kusch

- 10/2014-02/2015 Tutorin am Institut für Philosophie, Universität Wien für die Lehrveranstaltung: „Principles of Biomedical Ethics“ von Tom Beauchamp und James Childress, LV-Leiterinnen Ass.-Prof. Mag. Dr. Anja Weiberg und Mag. DDr. Monique Leduc
- 10/2014-02/2015 Tutorin am Institut für Philosophie, Universität Wien für die Lehrveranstaltung: STEOP: Einführung in die theoretische Philosophie, LV-Leiter Univ.-Prof. Dr. Martin Kusch
- 03/2014-08/2014 Studienassistentin am Institut für Philosophie, Universität Wien bei ao. Univ.-Prof. Mag. Dr. Elisabeth Nemeth
- 09/2013-09/2014 Trainee Software-Entwicklung, Metasyst Informatik GmbH
- 03/2013-06/2013 Studienassistentin am Institut für Philosophie, Universität Wien bei ao. Univ.-Prof. i.R. Dr. Richard Heinrich
- 10/2012-01/2013 Studienassistentin am Institut für Philosophie, Universität Wien bei ao. Univ.-Prof. i.R. Dr. Richard Heinrich

Vorträge und Publikationen

„Denk nicht, sondern schau“ – Interne Relationen und die Kontinuität in Wittgensteins Philosophie, gehalten am 13.8.2014, 37. Internationales Wittgenstein Symposium, Kirchberg am Wechsel, veröffentlicht in:

Sonja Rinofner-Kreindl, Harald A. Wiltsche (Hrsg.): Analytische und Kontinentale Philosophie: Perspektiven und Methoden. Beiträge 37. Internationales Wittgenstein Symposium Kirchberg am Wechsel 10.-16. August 2014, 264-266.

Sonstiges

- 07/2011-06/2013 Vorsitzende der Studienrichtungsververtretung Philosophie, Universität Wien
- seit 03/2012 Mitglied des Wiener Forums für Analytische Philosophie