



universität
wien

MASTERARBEIT

Titel der Masterarbeit

„Vergleich von Methoden der Dekonvolution zur
Entzerrung der Impulsantworten von Hochtton-Chassis“

Verfasst von

Ludwig Kollenz, BA

angestrebter akademischer Grad

Master of Arts (MA)

Wien, 2015

Studienkennzahl lt. Studienblatt:

A 066 836

Studienrichtung lt. Studienblatt:

Masterstudium Musikwissenschaft

Betreuer:

Univ.-Prof. Dr. Christoph Reuter

Meiner innigst verehrten Frau Sabrina Kollenz gewidmet.

Danksagung

Ich möchte Prof. Dr. Reuter für die Betreuung und Unterstützung dieser Arbeit danken. Er ermöglichte die Vorstellung dieser Arbeit auf der DGM 2014 und Dank gilt allen Kollegen, die sich dafür interessiert haben.

Im Besonderen seien noch drei Kollegen hervorgehoben: DDr. Arnold Esper, der Literatur zur Verfügung stellte und die Messungen unterstützte, sowie Dipl. Phys. ETH Klaus-Hendrik Lorenz-Krierakiewitz, der Literatur und ein Matlab-Skript zur Verfügung stellte. Prof. Dr. Lubej hatte gute Ratschläge parat und einiges an hervorragender Literatur.

Dank an meine Familie, im Besonderen meiner Mutter, die immer ein offenes Ohr hat.

Dank an meine Frau, die mich stets unterstützt und als Historikerin ihr Leben mit einem Systematiker teilt.

Im Speziellen ist mein Kater Arlequin zu erwähnen, der auf der Tastatur liegt und heroisch allen Widrigkeiten des Alltags trotzt.

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Dirac mit Amplitudenfrequenzgang.....	6
Abbildung 2: Das Kaiser-Fenster mit Spektrum. Der Strich markiert die -3dB Grenze.....	39
Abbildung 3: Die einzelnen der Filter der Frequenzweiche.....	44
Abbildung 4: Die Impulsantworten der Filter übereinander.....	44
Abbildung 5: Addition aller Impulsantworten.....	45
Abbildung 6: Zoom auf die Summen-Impulsantwort.....	45
Abbildung 7: Frequenzgang der Summen-Impulsantwort.....	46
Abbildung 8: Das gefilterte Kaiser-Fenster.....	46
Abbildung 9: Frequenz- und Phasengang; der Strich markiert die -3dB Grenzen.....	47
Abbildung 10: Die Impulsantworten im Vergleich.....	49
Abbildung 11: Pole und Nullstellen des Vifa.....	51
Abbildung 12: Oben: Tiefpass mit Rechteckfensterung; Unten: mit Kaiser geglättet.....	61
Abbildung 13: Zwei Tchebyshev-Fenster im Vergleich.....	63
Abbildung 14: Tiefpass mit 4-Term Blackman-Harris.....	64
Abbildung 15: Impulsantwort und Zielfunktion übereinander.....	65
Abbildung 16: Ergebnis der Dekonvolution.....	66
Abbildung 17: Zoom auf den Stoß.....	66
Abbildung 18: Ergebnis der Entzerrung mit dem Kaiser-Fenster als Zielfunktion.....	67
Abbildung 19: Oben: Impulsantwort des inversen Filters. Unten: Kombination mit der Zielfunktion.....	68
Abbildung 20: Ergebnis der Entzerrung.....	68
Abbildung 21: Ergebnis der Faltung des inversen Filters mit der Impulsantwort.....	70
Abbildung 22: Zoom auf den Stoß.....	70
Abbildung 23: Sigma-Werte für das inverse Filter nach LS-Methode.....	73
Abbildung 24: Ein inverses FIR 2200ter Ordnung.....	74
Abbildung 25: Modell einer adaptiven inversen Filterung.....	83
Abbildung 26: Aufbau der Simulation in Scilab.....	84
Abbildung 27: Impulsantwort mit DNLMS nach 2 Sekunden Musik.....	85
Abbildung 28: Oben das Referenzsignal (Eingangssignal gefiltert mit Zielfunktion); unten der Fehlervektor.....	85
Abbildung 29: Die Lernkurve des adaptiven Algorithmus.....	86
Abbildung 30: Oben: Entzerrung des Vifa; Unten die des Neo.....	90
Abbildung 31: Oben: Impulsantwort; Mitte: Least-Squares; Unten: Spektrendivision.....	90
Abbildung 32: Obige Abbildung in dB FS.....	91
Abbildung 33: Vergleich der Entzerrungen in linearer Darstellung.....	91
Abbildung 34: Vergleich der Entzerrungen in dB FS.....	92
Abbildung 35: Frequenzgang; $\Delta f=44,1\text{Hz}$, Least Squares Entzerrung.....	92
Abbildung 36: Vergleich der Entzerrung des Vifa bei unterschiedlichen Lautstärken.....	93
Abbildung 37: Vifa und Fountec 15° neben der Achse in linearer Darstellung.....	93

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Bezeichnungen	9
Tabelle 2: Zusammenfassung des Messprotokolls	49
Tabelle 3: Daten des Messaufbaus	89

Inhaltsverzeichnis

I Einleitung.....	6
II Wahrnehmung des menschlichen Gehörs im Zeitbereich.....	10
III Grundlagen der Dekonvolution.....	13
III.1 Methode der kleinsten Quadrate.....	13
III.2 Faltungstheoreme.....	15
III.3 Adaptive Entzerrung.....	17
III.4 Verringerung des SNR durch inverse Filterung.....	22
IV Forschungsstand.....	24
IV.1 Allgemeine Betrachtungen.....	24
IV.2 Entzerrung mittels dem konjugiert komplexen Spektrum.....	24
IV.3 Entzerrung zu einer Bandpassfunktion.....	25
IV.4 Inverse Filter mit Regularisierung.....	27
IV.5 Entzerrung mit Frequenzweiche.....	28
IV.6 Inverse IIR-Filter.....	29
IV.7 Inverse IIR-Filter für nicht minimalphasige Lautsprecher.....	30
IV.8 Technologien.....	31
IV.8.a Pfeid TPS – Transducer Preset System.....	32
IV.8.b FIRTEC.....	32
IV.8.c DMC – Dynamische Membran Controlle.....	32
IV.8.d Neumann KH O500c.....	33
IV.8.e Four Audio HD2.....	33
IV.9 Hörtests.....	34
IV.10 Ziel dieser Arbeit im Vergleich zur bisherigen Forschung.....	38
V Messungen an Hochton-Chassis.....	48
VI Entfaltung über den Frequenzbereich.....	53
VI.1 Fensterfunktionen im Vergleich.....	54
VI.1.a Glättung von Filtern.....	57
VI.1.b Kaiser-Bessel.....	59
VI.1.c Dolph-Tchebyshev.....	62
VI.1.d Blackman-Harris.....	63
VI.2 Dekonvolution mittels Division im Frequenzbereich.....	64
VI.3 Dekonvolution mittels konjugiert komplexen Spektrums.....	67
VII Entfaltung im Zeitbereich.....	69
VIII Reduktion der Filterlänge.....	71
IX Adaptive Filter.....	74
X Messergebnisse.....	89
XI Résumé.....	94
XII Anhang A: Scilab Scripte.....	97
XIII Anhang B: Abstracts.....	100
XIII.1 Deutsch.....	100
XIII.2 English.....	101
XIV Lebenslauf des Autors.....	102
XV Literatur.....	103
XV.1 Internet-Quellen.....	106

I Einleitung

Es gibt viele Arten von Lautsprechern und mindestens ebenso viele Schallwandler-Prinzipien. In der Literatur zu Lautsprechern wird viel über Frequenzgänge, Klirrfaktoren und Klangqualität diskutiert. Studiomonitore zum Beispiel sollten höchsten Ansprüchen genügen; als Kriterien werden Richtcharakteristik, Klirrfaktoren und Frequenzgang genannt.¹ Der Amplitudenfrequenzgang ist von 40Hz bis 16kHz mit 4dB Toleranz definiert.² Sehr wenig wird hingegen über Impuls- bzw. Stoßantworten gesprochen. Die Darstellung eines Frequenzganges hängt natürlich von der Messung und dem verwendeten Fenster, sowie einer eventuellen Gewichtung ab. Je nach Fenster und Größe der FFT wird die Frequenzdarstellung anders aussehen. Die Darstellung der Frequenzgänge der Boxen ist also zu hinterfragen. Ebenso problematisch ist, dass die Darstellung des (Amplituden-)Frequenzganges nur die vorhandenen Frequenzen und deren Intensität wiedergibt, nicht deren Phase.

Viel aufschlussreicher über die Möglichkeiten einer Box ist deren Impulsantwort. Vorweg sei bemerkt, dass in dieser Arbeit keine Aussage über den Wohlklang eines Lautsprechers getroffen werden soll. Das Ziel ist ein anderes: Eine Monitorbox, wie sie in Tonstudios eingesetzt werden, soll eine Aufnahme möglichst ohne Verzerrungen wiedergeben. Von diesen Boxen wird ein linearer Frequenzgang erwartet. Ein Dirac-Impuls hat ein perfekt lineares Frequenzspektrum; sein Spektrum entspricht einer DC-Funktion.³

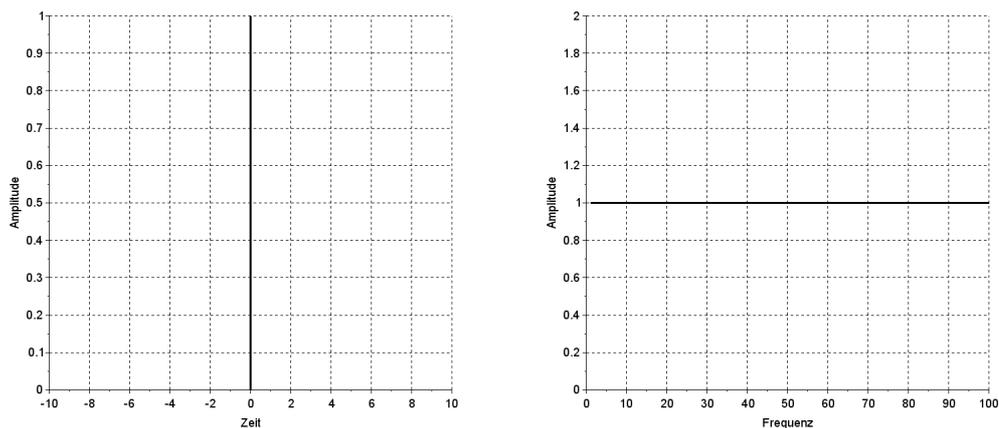


Abbildung 1: Dirac mit Amplitudenfrequenzgang.

- 1 Dickreiter, Michael; Dittel, Volker; Hoeg, Wolfgang: *Handbuch der Tonstudioteknik*, München: K.G.Saur 2008, S. 176.
- 2 Ebenda, S. 1163.
- 3 Grünigen: Daniel Ch. von: *Digitale Signalverarbeitung*, München: Hanser 2008, S. 29f.

Die Impulsantwort ist die Reaktion eines Lautsprecherchassis auf einen kurzen Spannungspuls;⁴ mit einer Impulsantwort lässt sich ein lineares zeitinvariantes System charakterisieren.⁵ Es ist nicht möglich einen Dirac zu erzeugen, also wird behelfsweise ein möglichst schmaler Impuls genutzt. Meist wird der Stoß mit einigen Nachschwingern vom Lautsprecher umgesetzt und oft ist der Stoß nicht mehr so schmal, da die Membran eine gewisse Anstiegszeit benötigt. (Verzerrungen durch den Verstärker oder andere Teile des Signalwegs werden ausgeklammert, es ist von einem idealen System auszugehen). Könnte aber ein Lautsprecher einen Dirac wiedergeben, so wäre der Frequenzgang automatisch perfekt linear, daher soll in dieser Arbeit das Augenmerk ausschließlich auf die Impulsantwort gelegt werden. Denn es gilt: Ist die Impulsantwort eines Systems bekannt, so sind Vorhersagen über die Beeinflussung eines durchlaufenden Signals möglich.⁶ Praktisch bedeutet das: Wird die Impulsantwort eines Lautsprechers mit einer Aufnahme eines Musikstücks gefaltet, so sind Verzerrungen durch die Box vorhersagbar.

Oft ist die Faltung nicht gewollt, speziell bei analoger Datenübertragung, wenn ein Signal mit einem Störsignal gefaltet wird. Ein typisches Beispiel aus dem visuellen Bereich wäre ein verschwommenes Bild durch eine wackelige Kamera. Mit der Dekonvolution wird versucht das originale Signal wiederherzustellen. Das gestaltet sich schwierig, wenn das Störsignal nicht bekannt ist (man spricht hier von „blinder Dekonvolution“),⁷ jedoch ist das in dieser Arbeit nicht gegeben, denn das gestörte Signal, also die Impulsantwort des Lautsprechers, kann gemessen werden und das Ausgangssignal ist bekannt.

Ziel der Arbeit ist es über die Dekonvolution eine „Gegenfunktion“ also ein inverses Filter zu einer gegebenen Impulsantwort zu errechnen, das im Vorfeld mit der abzuspielenden Musik gefaltet wird und so die Wiedergabe durch den Lautsprecher entzerrt, denn die Impulsantwort gefaltet mit ihrem inversen Gegenstück ergibt einen Stoß.

Das ist deutlich hervorzuheben, denn „Entzerrung“ kann auf unterschiedliche Arten definiert werden. In der digitalen Nachrichtenübertragung dürfen Nachbarzeichen nicht beeinflusst werden, was durch das 1. Nyquist-Kriterium beschrieben wird: Ein Impuls des Senders darf beim Empfänger nur einen von Null verschiedenen Abtastwert hervorrufen;

4 Weinzierl, Stefan (Hrsg.): *Handbuch der Audiotechnik*, Berlin u.a.: Springer 2008, S. 476.

5 Grünigen: *Digitale Signalverarbeitung*, Hanser 2008, S. 105.

6 Ebenda, S. 105f.

7 Smith, Stephen W.: *Digital Signal Processing*, New York u.a.: Newnes An Imprint of Elsevier 2003, S. 300.

unabhängig von der zeitlichen Dauer der Verzerrungen.⁸ Hat der Impuls die Form einer Si-Funktion dürfen die Vor- und Nachläufer stets nur beim Nulldurchgang abgetastet werden.

In der vorliegenden Arbeit wird „Impulstreue“ als die Wiedergabe eines definierten Stoßes ohne (hörbare) Verzerrungen bezeichnet und damit folgend eine entsprechende Übertragungsfunktion des Lautsprechers. Verzerrungen werden als unhörbar definiert, wenn sie um -80dB FS gedämpft sind. In Kapitel IV.10 wird der angestrebte Stoß und dessen Spektrum näher definiert.

Der Entwurf solcher Entzerrfilter kann sowohl im Zeit- wie im Frequenzbereich erfolgen, wobei letzteres Verfahren stets nur eine Approximation ist, da der Frequenzgang nie exakt dargestellt werden kann.⁹

Eines noch vorweg: In dieser Arbeit wird von FIR- (Finite Impulse Response) und IIR-Filtern (Infinite Impulse Response) im Sinne nicht-rekursiver und rekursiver Filter gesprochen. Diese Unterscheidung ist zwar ungenau, denn ein nicht-rekursives ideales Tiefpassfilter hat eine unendliche Impulsantwort, jedoch hat sich diese Unterscheidung eingebürgert und soll ebenso verwendet werden.

Auf die unkorrekte Unterscheidung zwischen den Filtertypen verweist schon Hamming: Er verwendet konsequent die Ausdrücke rekursiv bzw. nicht rekursiv. Rekursive Filter werden über

$$y_n = \sum_{k=0}^N c_k u_{n-k} + \sum_{k=1}^N d_k y_{n-k} \quad (\text{I.1})$$

definiert. Sollten alle d_k gleich 0 sein, ergibt sich trivialerweise ein nicht rekursives Filter.¹⁰ Hamming bezeichnet diese Form auch als „physically realizable“ bzw. „one-sided physically realizable“, da diese Filter keine Werte der Zukunft verwenden. Dieses Problem betrifft speziell Echtzeitanwendungen, in anderen Fällen sind physikalisch nicht umsetzbare Filter denkbar. Rekursive Filter werden häufig als IIR bezeichnet, da sie aus einem einzelnen Puls eine beliebig lange Impulsantwort produzieren können.¹¹

8 Gerdson, Peter: *Digitale Nachrichtenübertragung*, Stuttgart: Teubner 1996, S. 96.

9 Ebenda, S. 165f.

10 Hamming, R. W.: *Digital Filters*, 3. Auflage, New York u.a.: Dover 1998, S. 230.

11 Ebenda, S. 231.

Ehe es in medias res geht sei vorausgeschickt, dass alle Entzerrungen und Messungen bei 192kHz Abtastrate erfolgen. Zur Übersicht sind in Tab. 1 Bezeichnungen aufgelistet:¹²

Faltung	*
Multiplikation ¹³	·
Geschätzte Größen	\hat{x} , \hat{X}
Korrelationsfunktion	r_{XX} bzw. r_{XY}
Zeitkontinuierliches Signal	$y(t)$
Zeitdiskretes Signal	$y(n)$, y_n , X_n
Abtastfrequenz	f_s bzw. f_A
Abtastzeit	Δt bzw. T_A
DFT-Auflösung	Δf
Laplace-Transformierte	$H(s)$
z-Transformierte	$H(z)$
Frequenz, Kreisfrequenz	f , ω
Kontinuierliches Spektrum	$X(f)$, $X(\omega)$, $X(\Theta)$
Zeitdauer, Bandbreite	Δ_t , Δ_f
DFT-Spektrum	$X(k)=X(e^{j\Omega})$
Normierte Kreisfrequenz	$\Omega = k \frac{2\pi}{N}$
Komplexe Zahl	j (statt i)
Norm ¹⁴	$\ x\ $
Erwartungswert	$E\{\}$
Varianz / Leistung	σ^2

Tabelle 1: Bezeichnungen

12 Vgl.: Lechner, Werner; Lohl, Norbert: *Analyse digitaler Signale*, Braunschweig u. a.: Vieweg 1990, S. 3.

13 Der Multiplikations-Operator wird nicht immer geschrieben.

14 $\|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle}$; Norm eines Energiesignals; sh. Grünigen: *Digitale Signalverarbeitung*, Hanser 2008, S. 24.

II Wahrnehmung des menschlichen Gehörs im Zeitbereich

Lautsprecher lassen häufig Informationen des gespeicherten Signals bei der Wiedergabe weg und fügen in Form von Ein- und Ausschwingvorgängen sogar noch welche hinzu. Seit Mitte des 19. Jahrhunderts ist die Bedeutung der Frequenzspektren für die Musikwahrnehmung bekannt und dies ist mit ein Grund für die Entwicklung den Frequenzgang als alleiniges Maß für Musikwiedergabe zu betrachten. Dennoch scheint das menschliche Ohr gegenüber zeitlicher Veränderungen sehr empfindlich; dies wird im Spektrum durch die Phase beschrieben. Durch Helmholtz kam der Trend die Phase zu ignorieren, da er feststellte, dass die Klangfarbe nur von den Teiltönen, nicht aber der Phase beeinflusst würde. Dabei schloss er allerdings geräuschhafte Schallereignisse aus. Schon in den dreißiger Jahren des 20. Jahrhunderts gab es Versuche die zeigten, dass das Gehör Phasenverschiebungen von Teiltönen recht empfindlich wahrnimmt. Zwicker zeigte 1967, dass die Phasenänderung von Teiltönen innerhalb einer Frequenzgruppe mit großer Wahrscheinlichkeit gehört wird.¹⁵

Zwicker und Feldkeller untersuchten eben wahrnehmbare Phasenänderungen; was sie in ihrem Buch von 1967 publizierten. Schwierig war hierbei die Tatsache, dass die Änderung der Phase eines Teiltones die anderen beeinflusst. Um eine Aussage über die Phasenänderung und ihre Bedeutung machen zu können vergleichen sie die eben wahrnehmbare Frequenzänderung mit der eben wahrnehmbaren Pegeländerung. Bei einer frequenzmodulierten und einer amplitudenmodulierten Schwingung kann das Gehör, bei kleiner Modulationsfrequenz 4Hz, den Änderungen gut folgen. Steigt die Modulationsfrequenz beginnen die Klänge rau zu wirken; ab 500Hz kann zwischen den Modulationsarten nicht unterschieden werden, die Autoren schließen daraus, dass die Phasenlage über dieser Frequenz keine Rolle mehr spielt. Diese Grenzfrequenz für die Phasenwahrnehmung steigt mit der Trägerfrequenz und ist stets die Hälfte der Breite der Frequenzgruppe. Solange die Phasen einer Trägerschwingung mit ihren Nebenschwingungen innerhalb einer Frequenzgruppe liegen hat die Phasenlage Einfluss auf den Klangeindruck, das verliert sich allerdings sobald die Nebenschwingungen in einer anderen Frequenzgruppe liegen. Daraus folgt für einen Klang, dass wenn mindestens drei

¹⁵ Esper, Arnold: *Hörbarkeit mikrozeitlicher Strukturen im Musiksinal*, Frankfurt u.a.: Peter Lang 2002, S. 9 – 11.

Teiltöne innerhalb einer Frequenzgruppe liegen, die Phasenlage hörbar ist.¹⁶

Bei der Nachrichtenübertragung machen sich Änderungen der Phase als Laufzeitverzögerungen bemerkbar. So kann es sein, dass ein Puls höherer Frequenz länger durch die Signalkette braucht als ein tieferer. Solche Laufzeitverzerrungen werden schon ab wenigen Millisekunden wahrgenommen. Bei tiefen Frequenzen werden Verzögerungen ab 5ms wahrgenommen, bei höheren schon ab 2ms. Bei Pulsfolgen wird eine Laufzeitverzerrung als Veränderung der Klangfarbe wahrgenommen; auch hier reichen wenige Millisekunden aus. Die Autoren meinen aber auch, dass bei Musik und Sprache die Toleranz des Gehörs deutlich größer ist.¹⁷

Die zeitliche Verdeckung ist eine weitere Eigenschaft des Gehörs, die für Musikwahrnehmung von Bedeutung ist. Dabei werden drei Zustände der Verdeckung unterschieden: Die Vorverdeckung, welche vor dem Beginn des maskierenden Schallereignisses stattfindet, die Simultanverdeckung sowie die Nachverdeckung, die nach Verklingen des Maskierers empfunden wird. Die Vorverdeckung findet statt, da ein Reiz sich erst aufbaut; im Schnitt dauert die Vorverdeckung 20ms. Die Nachverdeckung hingegen dauert mit bis zu 200ms deutlich länger.¹⁸ Für die simultane Verdeckung gilt, dass ein maskiertes Schallereignis umso weniger Pegel benötigt, um eben wahrgenommen zu werden, je länger es dauert.¹⁹

Zur Wahrnehmung der Zeitfunktion von Musiksignalen bezieht sich Esper auf eine Studie von Zwicker. Gegenstand der Forschung war die Wahrnehmung von Pulsen, die von einem 40Hz Sinus maskiert wurden. Variiert wurden dabei der Zeitversatz der Pulse und ihr Pegel. Die Wahrnehmung der Pulse hing dabei stark von ihrer Lage auf der Zeitachse ab, also dem Versatz zum Druckminimum des Maskierers. Es zeigte sich, dass der Puls im Druckmaximum des Maskierers, sowie beim Nulldurchgang besonders gut zu hören war, im Druckminimum hingegen weniger.²⁰

Die simultane Verdeckung ist bei der Wiedergabe über einen Lautsprecher für Verzerrungen im Zeitbereich von Bedeutung, z.B. wenn die Membran Schwingungsmoden aufbaut. Für die Impulsantwort ist jedoch die Vor- und Nachverdeckung noch wesentlicher. Wird ein eventuelles Einschwingen gehört; oder das Nachschwingen der Membran bei

16 Zwicker, Eberhard; Feldtkeller, Richard: *Das Ohr als Nachrichtenempfänger*, Stuttgart: Hirzel 1967, S. 170 – 173.

17 Zwicker; Feldtkeller: *Das Ohr*, 1967, S. 175f.

18 Fastl, Hugo; Zwicker, Eberhard: *Psychoacoustics Facts and Models*, Berlin u.a.: Springer 2006, S. 78f.

19 Ebenda, S. 79 – 82.

20 Esper: *Hörbarkeit*, 2002, S. 33f.

Rückkehr in die Ruheposition? Die Vorverdeckung dauert unabhängig vom Pegel des Maskierers 20ms. Die Hörschwelle steigt während dieses Intervalls an. Fastl und Zwicker räumen der Vorverdeckung wenig Bedeutung ein, da sie sehr kurz ist. Die Nachverdeckung scheint ihnen wichtiger, da sie etwa 5ms nach Beendigung des Maskierers einsetzt und etwa 200ms später die Ruhehörschwelle erreicht. Allerdings hängt die Nachverdeckung hauptsächlich von der Dauer des Maskierers ab, je kürzer, desto schneller sinkt die Hörschwelle ab.²¹

Über die zeitliche Wahrnehmung gibt auch das räumliche Hören Aufschluss: Im Horizontalen wird die akustische Ortung des Gehörs vornehmlich über Laufzeit- und Pegeldifferenzen zwischen den beiden Ohren bestimmt. Vertikale Ortung ist dank der HRTF (Head Related Transfer Function), die inkludiert die Form des Außenohres, möglich. Das Außenohr mit der Ohrmuschel hilft auch besonders bei der vorne/ hinten Wahrnehmung. Bei frontalen Schallquellen kann schon 1° Winkeländerung in der Horizontalen wahrgenommen werden. Die daraus resultierende minimale Laufzeitdifferenz beträgt etwa 0,01ms. Die maximale Laufzeitdifferenz tritt bei 90° Einfall ein und ergibt sich aus dem durchschnittlichen Abstand der Ohren von etwa 17cm sowie der Umrundung des Kopfes mit etwa 21cm Weg. Die Differenz beträgt hier 0,61ms.²² Das Richtungshören hängt zusätzlich noch von bestimmten (individuellen) Frequenzbändern ab, allerdings nimmt das Gehör seitliche Abweichungen ab durchschnittlich 4° wahr; vertikale ab etwa 10° . Für Zeitdifferenzen zwischen den Ohren sind Phasen- sowie Gruppenlaufzeitdifferenzen wesentlich; ersteres beschreibt die Feinstruktur eines Signals; letzteres die Hüllkurve.²³

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass das menschliche Gehör offensichtlich eine gute zeitliche Auflösung besitzt, aber noch nicht hinreichend geklärt wurde, inwiefern die zeitliche Wahrnehmung des Ohres für Lautsprecher relevant ist.

21 Fastl; Zwicker: *Psychoacoustics Facts and Models*, 2006, S. 82f.

22 Görne, Thomas: *Tontechnik*, München. Hanser 2011, S. 126f.

23 Weinzierl: *Handbuch der Audiotechnik*, 2008, S. 94 – 98.

III Grundlagen der Dekonvolution

Zu bestehenden, zeitdiskreten Systemen kann ein inverses System gestaltet werden, welches am Ausgang das Signal vom Eingang rekonstruiert. Solche Systeme werden z.B. bei Datenkanälen verwendet, um Verzerrungen zu korrigieren. Die Veränderung durch ein Übertragungssystem wird mithilfe seiner Impulsantwort modelliert und ein Entzerrfilter hat die Aufgabe jegliche Veränderungen rückgängig zu machen. Nicht nur Datenkanäle, sondern auch die Raumakustik ist ein Anwendungsgebiet solcher Filter, wobei speziell Nachhall unterdrückt werden soll. Die Impulsantwort eines Entzerrfilters ergibt sich aus:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} h(n-k)h_i(k)=\delta(n-N_0) \quad (\text{III.1})$$

Sei eine Impulsantwort $h(n)$ eines FIR-Filters gegeben und dazu soll ein inverses Filter mit der Impulsantwort $h_i(n)$ bestimmt werden. Beide Filter haben eine endliche Länge N bzw. N_i . Eine Faltungsmatrix H mal der Impulsantwort h_i ergibt einen Deltastöß, gemäß der obigen Gleichung. Da allerdings H meist nicht quadratisch ist,²⁴ lässt sich $Hh_i=\delta$ nicht exakt lösen. Eine näherungsweise Lösung liefert die Methode der kleinsten Quadrate.²⁵ Eine Impulsantwort kann als Filter aufgefasst werden und für diese gilt, dass sie nur invertierbar sind wenn sie keine Nullstellen am Einheitskreis der z -Ebene oder außerhalb besitzen. (Hat ein Filter am Einheitskreis Nullstellen, so besitzt sein Frequenzgang Sperrbereiche.) Daraus folgt auch, dass ein solches Filter streng minimalphasig ist.²⁶ Nicht minimalphasige Systeme lassen sich in einen Allpass und einen minimalphasigen Anteil zerlegen.²⁷ Manche Entzerrungen invertieren dann nur den minimalphasigen Anteil.

III.1 Methode der kleinsten Quadrate

Die Methode der kleinsten Quadrate wurde von Gauss 1795 entwickelt, als der Astronom Piazzi den Planetoiden Ceres beobachtete und verlor. Gauss konnte die Bahn des Planetoiden mit dieser Methode berechnen und der Astronom Zach fand den Himmelskörper wieder.²⁸ Ausgangssituation der Herleitung der Methode ist eine gegebene

24 H ist hier eine $(N+N_i-1) \times N_i$ Matrix.

25 Doblinger, Gerhard: *Matlab-Programmierung in der digitalen Signalverarbeitung*, Weil der Stadt: J. Schlembach 2001, S. 31 – 33.

26 Ebenda, S. 48.

27 Roderer, Pecher: *Digitale Signalverarbeitung*, 2010, S. 178 – 180.

28 Roderer, Helmut; Pecher, Alfred: *Digitale Signalverarbeitung*, Würzburg: Vogel 2010, S. 62.

Funktion, die durch Approximationsfunktionen dargestellt werden kann. Anders ausgedrückt: Die Funktion $x(t)$ wird im Funktionenraum $g(t)$ dargestellt. Für jede Funktion $g_k(t)$ gibt es einen Gewichtungsfaktor c_k .

$$x(t) = \sum_{k=1}^{m=\infty} c_k g_k(t) \quad (\text{III.1.1})$$

Die Formel ist im allgemeinen Fall nur für unendlich viele Approximationsfunktionen gültig und daher nicht lösbar, da die numerische Berechnung nur zu diskreten Zeitpunkten t_i möglich ist und auch nur endlich viele Gewichtungsfaktoren c_k verwendet werden können. Die Gleichung muss deswegen umformuliert werden:

$$x(t_i) = x_i = \sum_{k=1}^{m < \infty} c_k g_k(t_i) \quad \text{für } i=1,2,\dots,n \quad ^{29} \quad (\text{III.1.2})$$

Es wird unterstellt, dass die Erfassung der Funktion zu den diskreten Zeitpunkten äquidistant ist, jedoch ist das keine notwendige Bedingung für die Methode. Es hat den Vorteil, dass die x_i als Abtastwerte interpretiert werden können. Die Darstellung lässt sich auch im Sinne von Matrizen und Vektoren gestalten:

$$\begin{aligned} X^T &= (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \\ C^T &= (c_1, c_2, c_3, \dots, c_n) \\ G &= \begin{pmatrix} g_1(t_1) & g_2(t_1) & \cdots & g_m(t_1) \\ g_1(t_2) & g_2(t_2) & \cdots & g_m(t_2) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ g_1(t_n) & g_2(t_n) & \cdots & g_m(t_n) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{III.1.3})$$

Jede Spalte von G ist ein Spaltenvektor mit Stützstellen bzw. Abtastwerten einer Approximationsfunktion. Damit kann die Approximationsgleichung als

$$X = G \cdot C \quad (\text{III.1.4})$$

geschrieben werden. Ist G eine quadratische reguläre Matrix kann die Formel invertiert werden:

$$C = G^{-1} X \quad ^{30} \quad (\text{III.1.5})$$

Das Problem besteht im allgemeinen Fall darin, dass $n > m$ und das Gleichungssystem überbestimmt ist, womit sich die Frage ergibt welche Zeilen zu streichen sind. Gauss führte dazu einen Fehlervektor ein, mit der Forderung, dass die Fehlerquadrate minimal zu sein

29 Ebenda, S. 61f.

30 Ebenda, S. 62.

hätten:

$$X + F = G \cdot C \quad \text{bzw.} \quad F = GC - X \quad \text{und} \quad (III.1.6)$$

$$F^T F = \sum_{i=1}^n f_i^2 \Rightarrow \text{Minimum} \quad . \quad (III.1.7)$$

Damit ergibt sich in Matrix-Form:

$$F^T F = C^T G^T GC - X^T GC - C^T G^T X + X^T X \quad (III.1.8)$$

Dieser Ausdruck wird nach C differenziert

$$\frac{\delta F^T F}{\delta C} = 2 G^T GC - 2 G^T X \stackrel{!}{=} 0 \quad ^{31} \quad (III.1.9)$$

und es entsteht die Normalgleichung

$$G^T GC = G^T X \quad . \quad (III.1.10)$$

Da aber $G^T G$ eine quadratische Matrix ist wird die Lösung

$$C = \text{pinv}(G) \cdot X \quad ^{32} \quad (III.1.11)$$

Um zu zeigen, dass die Fehlerquadratsumme minimal wird, muss (III.1.9) nochmals differenziert werden.

$$\frac{\delta F^T F}{\delta C^2} = 2 G^T G \quad (III.1.12)$$

Die Ableitung wird positiv, da $G^T G$ symmetrisch ist und die Fehlerquadratsumme ist minimal.³³ Die Entfaltung mittels dieser Methode wird in Kap. VII näher besprochen.

III.2 Faltungstheoreme

Ein anderer Ansatz zur Dekonvolution führt über die Faltungstheoreme: Statt der Faltung im Zeitbereich mithilfe des Faltungsintegrals kann auch die Faltung mithilfe der z-Transformierten vorgenommen werden. Es gilt:

$$f(n) = x(n) * y(n) \Leftrightarrow F(z) = X(z) \cdot Y(z) \quad (III.2.1)$$

Die Faltung wird somit als Polynomprodukt der z-Transformierten der beiden Signale

31 Anm.: Das Rufzeichen über der Gleichheitsrelation bedeutet, dass sich hier nicht automatisch eine Gleichheit ergibt, sondern es bedeutet „soll gleich sein“. Es ist also eine Gleichheit von außen.

32 Anm.: pinv() steht hier für die Pseudoinverse im Sinne der linksseitigen Moore-Penrose-Pseudoinversen.

33 Roderer; Pecher: *Digitale Signalverarbeitung*, 2010, S. 62f.

ausgedrückt.^{34 35} Die schnelle Faltung kann auch mithilfe der DFT durchgeführt werden,³⁶
³⁷ denn die Konvolutionstheoreme sind auch für die Fourier-Transformation gültig:

$$f_1(t) * f_2(t) = F_1(\omega) \cdot F_2(\omega) \quad . \quad (\text{III.2.2})$$

Der Satz ist gültig solange die Funktionen f_1 und f_2 sowie ihre Quadrate absolut integrierbar sind.³⁸ Die z-Transformation und die diskrete Fourier-Transformation stehen natürlich in Beziehung zueinander, denn wenn $z = re^{j\omega}$ und $r=1$, also $|z|=1$, dann wird die z-Transformation zur DFT.³⁹ Hamming zeigt den Zusammenhang der Konvolutionstheoreme ausführlicher: Die Faltung zweier Signale $g_1(t)$ und $g_2(t)$ ist definiert als

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g_1(m) g_2(t-m) dm \quad , \quad (\text{III.2.3})$$

die Fouriertansformierte von $h(t)$ ist

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j2\pi ft} \quad . \quad (\text{III.2.4})$$

Für $h(t)$ lässt sich substituieren

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} g_1(m) e^{-j2\pi fm} \left[\int_{-\infty}^{\infty} g_2(t-m) e^{-j2\pi f(t-m)} \right] = G_1(f) \cdot G_2(f) \quad . \quad (\text{III.2.5})$$

Die Fouriertansformierte der Faltung zweier Signale entspricht dem Produkt der jeweiligen Transformationen der Signale.⁴⁰ Die Ausführung der Dekonvolution mittels der Faltungstheoreme erfolgt in Kap. VI. Es ist offensichtlich, dass eine Division im Frequenzbereich das Gegenstück zur Faltung sein muss: Wenn $h(t) * h_i(t) = \delta(t) \Leftrightarrow H(f) \cdot H_i(f) = 1$, da $\delta(t) \Leftrightarrow 1(f)$,⁴¹ dann gilt

$$H_i(f) = \frac{1}{H(f)} \quad (\text{III.2.6})$$

Oppenheim und Schafer weisen darauf hin,⁴² dass zu einem Filter $h(n)$ das Filter $h_1(n)$, dessen Fourier-Transformierte $1/H(k)$ ist, nicht das gesuchte inverse Filter ist. Sei ein Filter

34 Roderer; Pecher: *Digitale Signalverarbeitung*, 2010, S. 27. Die Autoren schreiben $f^*(t)$ für ein zeitdiskretes Signal; hier wird durch (n) eben dieses ausgedrückt.

35 Ebenso zu finden bei: Grünigen, *Digitale Signalverarbeitung*, Hanser 2008, S. 113.

36 Sh. Zölzer, Udo: *Digitale Audiosignalverarbeitung*, Wiesbaden: Vieweg+Teubner, 2005, S. 167 – 171.

37 Sh. Smith: *Digital Signal Processing*, 2003, S. 182 – 184.

38 Papula, Lothar: *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler Band 2*, Wiesbaden: Vieweg+Teubner 2012, S. 584.

39 Oppenheim, Alan V.; Schafer, Ronald W.: *Digital Signal Processing*, Englewood Cliffs u.a.: Prentice-Hall 1975, S. 46.

40 Sh. Hamming: *Digital Filters*, 1998, S. 176f.

41 Sh. Grünigen: *Digitale Signalverarbeitung*, Hanser 2008, S. 29.

42 Oppenheim; Schafer: *Digital Signal Processing*, 1975, S. 132.

$h(n) = \delta(n) - \frac{1}{2} \delta(n - n_0)$ gegeben. Für $N = 4n_0$ wird die DFT durchgeführt und $H(k)$ ermittelt. Wäre nun das inverse Filter über $H_1(k) = \frac{1}{H(k)}$ $k = 0, \dots, N-1$ bestimmt, ergäbe die inverse DFT die Impulsantwort des vermeintlichen inversen Filters. Bei periodischer Faltung von h mit h_1 lässt sich zeigen, dass h_1 nicht das inverse Filter zu h ist, da keine Delta-Stoß erzeugt wird; das gilt ebenso bei linearer Faltung. Stattdessen schlagen die Autoren vor die z -Transformation zu benutzen und h_1 über $H_1(z) = \frac{1}{H(z)}$ zu bestimmen. Für die Beziehung zwischen den beiden Filter wird auch eine andere Stelle des Buches verwiesen,⁴³ wo besprochen wird, dass eine 10-Punkte DFT eines Signals eine Abtastung dessen Spektrums mit 10 Stützstellen entspricht. Natürlich ist die DFT nur eine Approximation der DTFT, d.h. eine Abtastung an $\Omega = k \frac{2\pi}{N}$ Punkten.⁴⁴ Das optimale inverse Filter wäre natürlich unendlich lang (also mit kontinuierlichem Frequenzgang); da dies in der Praxis jedoch nicht gegeben ist, können Effekte der zyklischen Faltung entstehen. Es soll für die Entzerrung der Lautsprecher allerdings reichen, wenn Verzerrungen um 80dB gedämpft werden; die Bezeichnung inverses Filter wird in dieser Arbeit im weiteren Sinne benutzt.

III.3 Adaptive Entzerrung

Letztlich ist noch eine dritte Variante der Dekonvolution denkbar: Der Einsatz adaptiver Filter. Diese haben keine festen Koeffizienten – sie besitzen eine Steuereinheit, welche die Koeffizienten bei veränderten Bedingungen anpassen kann. Das eigentliche Filter wird nach einer beliebigen Methode berechnet; die Steuereinheit erstellt einen Satz Koeffizienten für jeden diskreten Moment und benötigt dazu ein Referenzsignal.⁴⁵ Ein typisches Einsatzgebiet ist die Unterdrückung von Echos eines Raumes bei Audioübertragung, z.B. einer Freisprecheinrichtung. Das Entzerrfilter kann hier die Rückkopplung und Echos unterdrücken und muss adaptiv sein, um sich einer veränderten Raumakustik anpassen zu können. Wird ein FIR-Filter eingesetzt, so werden viele

43 Oppenheim; Schaffer: *Digital Signal Processing*, 1975, S. 129.

44 Grünigen: *Digitale Signalverarbeitung*, Hanser 2008, S. 173.

45 Van den Enden, Ad/ Verhoeckx, Niek A. M.: *Digitale Signalverarbeitung*, Braunschweig: Vieweg & Sohn 1990, S. 200f.

Koeffizienten benötigt, um eine gute Entzerrung zu garantieren, und es kommt zu langen Adaptionszeiten. Grundsätzlich gibt es zwei Methoden adaptive Filter umzusetzen: Zum einen Zeitbereichsverfahren, die den Filter adaptiv implementieren und zum anderen die Verwendung der FFT, um die Koeffizienten im Frequenzbereich anzupassen. Letztere Methode ist meist schneller.⁴⁶

Eine typische Struktur ist ein Transversalfilter, dessen Ausgangssignal $y(n)$ mit einem Wunschsinal $d(n)$ verglichen wird, um das Fehlersignal $e(n)$ zu ermitteln. Der adaptive Algorithmus versucht die Filterkoeffizienten c so einzustellen, dass das Fehlersignal möglichst kleine Werte aufweist.⁴⁷ Die Koeffizienten werden iterativ berechnet:

$$c_i[n+1] = c_i[n] + \Delta c_i[n] \quad . \quad (\text{III.3.1})$$

Der Koeffizient c_i wird um einen kleinen Wert Delta verändert, wodurch sich $c_i[n+1]$ ergibt. Diese Annäherung wird durchgeführt, bis ein optimaler Wert erreicht ist. Das Delta wird durch eine Konstante μ und ein Fehlersignal Epsilon ermittelt, wobei das Eingangssignal $x[n]$ unterschiedlich verzögert wird:

$$\Delta c_i[n] = \mu e[n] x[n-i] \quad . \quad (\text{III.3.2})$$

Diese Variante gehört zur Klasse der Gradientenalgorithmien und ist der Least-Mean-Squares Algorithmus von Widrow.⁴⁸

Die theoretische Umsetzung adaptiver Filter basiert auf der Minimierung des mittleren quadratischen Fehlers am Ausgang des Filters. Von einem stochastischen Signal sind in der Digitaltechnik nur eine bestimmte Anzahl Abtastpunkte bekannt. Mittelwert oder Leistung müssen anhand dieser Stichprobe mithilfe einer Schätzfunktion ermittelt werden. Der Erwartungswert sollte bei geringer Varianz möglichst gut dem realen Wert entsprechen. Der mittlere quadratische Fehler berücksichtigt die Varianz sowie den Bias und ist über die mittlere quadratische Abweichung des Schätzers vom realen Wert definiert. Der MSE (Mean Square Error) ist somit ein gutes Maß für die Qualität einer Schätzung.⁴⁹

Die Lösung des Minimum-Mean-Square-Errors enthält Korrelationsfunktionen, die geschätzt werden müssen. Der schon vorgestellte LMS-Algorithmus ermittelt das Minimum der Fehlerfunktion anhand des steilsten Abstiegs, also eines Gradienten. Varianten davon sind der normalisierte LMS und der rekursive Least-Squares Algorithmus.

46 Doblinger, Gerhard: *Signalprozessoren*, Wilburgstetten: Schlembach 2004, S. 132f.

47 Grünigen, Daniel Ch. von: *Digitale Signalverarbeitung*, Egg: Fotorotar 2008, S. 147.

48 Van den Enden; Verhoeckx: *Digitale Signalverarbeitung*, 1990, S. 201f.

49 Grünigen: *Digitale Signalverarbeitung*, Hanser 2008, S. 150f.

Das Verfahren der affinen Projektion hat den Vorteil schneller als der LMS bzw. NLMS zu konvergieren, aber hat auch geringere Rechenlast als der RLS.⁵⁰

Die Lösung für das Minimieren des mittleren quadratischen Fehlers lässt sich mit folgendem Modell herleiten: Ein Signal $s(n)$ wird von einem additiven Signal $n(n)$ gestört und ergibt so das Signal $x(n)$. Dieses durchläuft ein Filter mit der Impulsantwort $h(n)$, wodurch $y(n)$ am Filterausgang entsteht, welches mit dem Referenzsignal $y_{Ref}(n)$ verglichen wird. Für das Referenzsignal gilt, es sei eine Funktion von $s(n)$, im einfachsten Fall $s(n)=y_{Ref}(n)$. Die Minimierung der Leistung des Fehlers $e(n)=y(n)-y_{Ref}(n)$ ist das Kriterium für den Entwurf der Impulsantwort des Filters.⁵¹ Alle Signale werden im Folgenden als stationäre Zufallsprozesse angenommen und mit Großbuchstaben angeführt. Das Fehlersignal kann als

$$E(n) = X(n) * H(n) - Y_{Ref}(n) \quad (III.3.3)$$

geschrieben werden. Die Leistung des Fehlersignals muss in Abhängigkeit von $h(n)$ minimiert werden.

$$\sigma_E^2 = E\{|E(n)|^2\} \quad (III.3.4)$$

Da alle (zeitdiskreten) Signale als Vektoren aufgefasst werden können, lässt sich die Faltung als Skalarprodukt ausdrücken und die Fehlerleistung umformulieren

$$\begin{aligned} \sigma_E^2 = & h^H E\{X^*(n)X^T(n)\}h - h^H E\{X^*(n)Y_{Ref}(n)\} \\ & - E\{Y_{Ref}^*(n)X^T(n)\}h + E\{|Y_{Ref}(n)|^2\} \end{aligned} \quad (III.3.5)$$

Die diversen Erwartungswerte können nun substituiert werden:

$$\begin{aligned} E\{X^*(n)X^T(n)\} & \stackrel{\Delta}{=} R_{XX} \\ E\{X^*(n)Y_{Ref}(n)\} & \stackrel{\Delta}{=} r_{XY_{Ref}} \\ E\{|Y_{Ref}(n)|^2\} & \stackrel{\Delta}{=} \sigma_{Y_{Ref}}^2 \end{aligned} \quad (III.3.6)$$

Damit lässt sich eine knappe Formulierung treffen

$$h_{MMSE} = \underset{h}{\operatorname{argmin}} \{ h^H R_{XX} h - h^H r_{XY_{Ref}} - r_{XY_{Ref}}^H h + \sigma_{Y_{Ref}}^2 \} \quad (III.3.7) \quad .^{52}$$

Durch quadratische Ergänzung und Setzen eines Termes gleich Null entsteht die geschlossene MMSE-Lösung

50 Kammeyer, Karl-Dirk; Kroschel, Kristian: *Digitale Signalverarbeitung*, Wiesbaden: Springer Vieweg, 2012, S. 209f.

51 Ebenda, S. 210f.

52 Ebenda, S. 211f.

$$h_{MMSE} = R_{XX}^{-1} r_{XY_{Ref}} \quad (III.3.8)$$

Die minimale Fehlerleistung ist

$$\min \{ \sigma_E^2 \} = \sigma_{Y_{Ref}}^2 - r_{XY_{Ref}}^H R_{XX}^{-1} r_{XY_{Ref}} \quad (III.3.9)$$

Ein Filter, das die mittlere Fehlerleistung minimiert wird Wiener-Filter genannt. Die Lösung für die unbekannt Impulsantwort ist optimal und eindeutig, sowie verhältnismäßig einfach. Allerdings ist eine Lösung nur dann möglich, wenn das Wunschsignal näherungsweise durch eine Linearkombination der Werte des Eingangssignals beschrieben werden kann.⁵⁴ Hingegen ist das Fehlersignal eines optimalen Schätzfilters nicht mit dem Eingangssignal korreliert. Die Kreuzkorrelation des Eingangssignals mit dem Fehlersignal lässt sich in vektorieller Form darstellen:

$$r_{XE} = R_{XX} h_{MMSE} r_{XY_{Ref}} \quad (III.3.10)$$

Durch Substitution zeigt sich:

$$R_{XX} (R_{XX}^{-1} r_{XY_{Ref}}) - r_{XY_{Ref}} = 0 \quad (III.3.11)$$

$$\Rightarrow E \{ X^*(n-j) E(n) \} = 0 \quad \text{für } 0 \leq j \leq m$$

Das Filter wird also so eingestellt, dass das Fehlersignal orthogonal zum Eingangssignal ist. Aber auch das Ausgangssignal des Filters ist orthogonal zum Fehlersignal, weshalb ein optimales Schätzfilter ein Dekorrelationsfilter ist.⁵⁶ Norbert Wiener beschäftigte sich in den 1940ern mit Rauschunterdrückung durch Filter und definierte das Referenzsignal als

$$y_{ref}(n) = s(n-l) \quad (III.3.12)$$

und definierte über die Verzögerung l drei Fälle: $l > 0$ entspricht eine Prädiktion, $l = 0$ einer Filterung und $l < 0$ einer Interpolation. Gleichung (III.3.8) wird in diesem Fall als Wiener-Hopf-Gleichung bezeichnet.⁵⁷ Sie kann auch als

$$\sum_j r_{xx}(i-j) c(j) = r_{dx}(i) \quad \text{für } i = \dots, -1, 0, 1, \dots \quad (III.3.13)$$

geschrieben werden. (Die Impulsantwort $c(j)$ ist hier die h_{MMSE} Lösung, $y_{Ref} = d$ für „desired signal“.) Linksseitig wird die Autokorrelation mit der Impulsantwort gefaltet und in den Frequenzbereich transformiert entspricht die Autokorrelation dem Leistungsdichtespektrum der Eingangsfolge. Die Kreuzkorrelation wird zum

53 Kammeyer; Kroschel: *Digitale Signalverarbeitung*, 2012, S. 212.

54 Grünigen: *Digitale Signalverarbeitung*, Fotorotar 2008, S. 161.

55 Kammeyer; Kroschel: *Digitale Signalverarbeitung*, 2012, S. 213f.

56 Grünigen: *Digitale Signalverarbeitung*, Fotorotar 2008, S. 165f.

57 Kammeyer; Kroschel: *Digitale Signalverarbeitung*, 2012, S. 214f.

Kreuzleistungsdichtespektrum und aufgrund des Faltungstheorems gilt:

$$C(k) = H_{MMSE}(k) = \frac{S_{dx}(k)}{S_{xx}(k)} \quad (III.3.14)$$

Damit zeigt sich warum $d(n)$ mit $s(n)$ korrelieren muss, denn sonst ist S_{dx} gleich 0 und das Spektrum des Filters 0. Die Lösung aus der Matrizenform nach Gl. (III.3.8) ist aufgrund der Matrixinversion aufwändig und wird wenig angewandt. Die Autokorrelationsmatrix selbst ist symmetrisch und eine Toeplitz-Matrix. Ein solches lineares Gleichungssystem ist mit dem Levinson-Algorithmus zu lösen.⁵⁸

Eingangs wurde erwähnt, dass eine Annäherung an die minimale Fehlerfunktion durch einen Gradienten stattfindet. Die MSE-Zielfunktion (Gl. (III.3.4)) hat die Form eines Hyperparaboloiden. Der Gradient ist ein Vektor, steht senkrecht auf einer Höhenlinie, zeigt in Richtung des steilsten Anstiegs und wäre im Minimalpunkt ein Nullvektor. Der Gradient ist definiert als

$$\frac{\partial \sigma_E^2}{\partial c} = -2r_{dx} + 2R_{xx}c \quad (III.3.15)$$

Und da er im Minimalpunkt 0 ist ergibt sich wieder Gl. (III.3.8). Statt der direkten Lösung dieser Gleichung kann sie iterativ angenähert werden. Diese Methode des steilsten Abstiegs lässt sich anwenden solange die Zielfunktion konvex ist und ein globales Minimum aufweist. Es wird ein beliebiger Startpunkt für die Koeffizienten c gewählt und der Gradient berechnet. Dann wird ein Schritt entgegen der Gradientenrichtung gemacht und der Gradient erneut berechnet. Dies wird solange ausgeführt bis das Minimum erreicht ist. Die Schrittweite μ ist gut zu wählen; bei zu kleiner Schrittweite dauert die Annäherung sehr lange und bei zu großer Schrittweite wird das Minimum nie erreicht. Die Rekursion der Koeffizienten lässt sich ausdrücken als

$$c[k+1] = c[k] - 2\mu(R_{xx}c[k] - r_{dx}) \quad (III.3.16)$$

Von Interesse sind geschlossene adaptive Filter, die auf das Ein- und Ausgangssignal zurückgreifen. So wird konstant das System überwacht und eine optimale Leistung garantiert. Allerdings kann die Adaption manchmal nicht konvergieren und das Filter liefert schlechte Ergebnisse. Trotzdem wird diese Struktur in vielen Bereichen verwendet.⁶⁰

58 Grünigen: *Digitale Signalverarbeitung*, Fotorotar 2008, S. 163f.

59 Ebenda, S. 166 – 169.

60 Embree, Paul M.; Danieli, Damon: *C++ Algorithms for Digital Signal Processing*, Upper Saddle River: Prentice-Hall 1999, S. 55.

Es gibt verschiedene Grundkonfigurationen adaptiver Filter, je nach Aufgabengebiet; hier interessiert die inverse Modellierung. Das Wunschsinal $d(n)$ durchläuft ein unbekanntes System mit Ausgang $x(n)$ und wird verzögert mit dem Ausgang $y(n)$ des adaptiven Filters verglichen, um das Fehlersignal $e(n)$ zu ermitteln. Das Ausgangssignal des unbekanntes Systems soll möglichst dem verzögertem Wunschsinal $d(n)$ entsprechen und das adaptive Filter ist entsprechend einzustellen. Unter idealen Bedingungen ist die Übertragungsfunktion des Entzerrfilters gleich der inversen Übertragungsfunktion des unbekanntes Systems, weshalb von Entfaltung gesprochen wird.⁶¹ Eine Anwendungsform dieser Methode ist die inverse Regelung: Der Ausgang eines Systems (hier der Lautsprecher) wird durch ein stochastisches Signal gestört. Das adaptive Filter wird vor das System geschaltet und so eingestellt, dass das System wieder das Wunschsinal ausgibt. Das Wunschsinal kann über ein Referenzsystem erzeugt werden, welches das Eingangssignal durchläuft. Das Eingangssignal durchläuft ebenso eine Systemnachbildung und wird in den adaptiven Algorithmus eingespeist, damit dieser zusammen mit dem Fehlersignal die neuen Koeffizienten ermitteln kann. Diese Anordnung wird filtered-x LMS genannt.⁶² Die verschiedenen Methoden (LMS, RLS, etc.) der adaptiven Filterung werden in Kap. IX für die Lautsprecher-Entzerrung besprochen, Algorithmen werden vorgestellt und der Einsatz wird simuliert.

III.4 Verringerung des SNR durch inverse Filterung

Zu beachten ist letztlich die Rauschverstärkung durch eine inverse Filterung: Sei eine Messung mit additivem Rauschen vorhanden und der Erwartungswert des Rauschens 0. Die Varianz des Rauschens sei σ^2 und die Fehler ϵ_n seien nicht korreliert. Das Signal wird modelliert als $u_n + \epsilon_n$. Dass die Fehler unkorreliert sind ist eine Annahme, die oft zutrifft.

$$E\{\epsilon_n \epsilon_m\} = \begin{cases} \sigma^2, & m=n \\ 0, & m \neq n \end{cases} \quad (\text{III.4.1})$$

Ein FIR-Filter über diesem Signal sei definiert als

$$y_n = \sum_{k=-N}^N c_k (u_{n-k} + \epsilon_{n-k}) \quad . \quad (\text{III.4.2})$$

Der Erwartungswert für das Ausgangssignal ist demnach

61 Grünigen: *Digitale Signalverarbeitung*, Fotorotar 2008, S. 152.

62 Ebenda, S. 154.

$$E\{y_n\} = \sum_{k=-N}^N c_k u_{n-k} \quad (\text{III.4.3})$$

Die Berechnung der Varianz erfolgt über

$$E\left\{\left[\sum_{k=-N}^N c_k (u_{n-k} + \epsilon_{n-k}) - E(y_n)\right]^2\right\} ; \quad (\text{III.4.4})$$

da aber die Fehler nicht korrelieren und der Erwartungswert des Rauschens 0 ist gilt

$$\sum c_k^2 E\{\epsilon_k^2\} = \sigma^2 \sum_{k=-N}^N c_k^2 \quad (\text{III.4.5})$$

Die Summe der Quadrate der Koeffizienten misst also die Rauschverstärkung eines FIR-Filters.⁶³ Es ist offensichtlich, dass die inverse Filterung das SNR verschlechtern wird, die obigen Ausführungen sind für die inversen FIR-Filter zutreffend, die in späteren Kapiteln über verschiedene Methoden ermittelt werden. Allerdings sollte bei einer guten Messung der Impulsantworten das SNR sehr hoch sein und damit die Filterung nicht ins Gewicht fallen.

⁶³ Hamming: *Digital Filters*, 1998, S. 17f.

IV Forschungsstand

Die nachfolgend genannten Arbeiten sind in einer bestimmten Reihenfolge angeführt: Zunächst Putzeys Vortrag, der sich allgemein mit dem Thema auseinandersetzt, danach sind Arbeiten, die eine Entzerrung über den Frequenzbereich vornehmen, chronologisch geordnet.

IV.1 Allgemeine Betrachtungen

Putzeys besprach in seinem Vortrag auf der AES 2007⁶⁴ digitale Filter für Lautsprecher. Als Standard-Variante gibt er die Impuls-Inversions-Methode an; alle linearen Verzerrungen sind damit zu korrigieren. Allerdings verändert sich die Übertragungsfunktion des Lautsprechers 30° horizontal versetzt im Vergleich zur axialen. In der Vertikalen verändert sich die Übertragungsfunktion sogar noch stärker. Daher kann eine axiale Entzerrung nicht auch 30° versetzt entzerren. Nach Putzeys Meinung verschlimmert eine Korrektur akustische Probleme und führt neben der Achse zum pre-ringing-Effekt. Insgesamt sorgt die Korrektur nach seiner Auffassung zu einem verschmierten Klang. Die Korrektur sollte eher gering ausfallen, um die Klangqualität zu heben. Statt mit digitalen Mitteln zu korrigieren ist es besser die Ursachen von Verzerrungen zu finden. Die Methode der Impuls-Inversion ist laut Putzeys generell ungeeignet.

IV.2 Entzerrung mittels dem konjugiert komplexen Spektrum

Berkhout et al. schlagen in ihrem Artikel⁶⁵ ein Verfahren zur Ermittlung von Raum-Impulsantworten mithilfe eines inversen Filters vor. Um die Impulsantwort $u(t)$ aus einer Messung zu ermitteln

$$s(t) = w(t) * u(t) + n(t) \quad (\text{IV.2.1})$$

muss ein inverses Filter die Impulsantwort des Lautsprechers, des Mikrophons und des Quellsignals entfernen

$$w(t) = w_0(t) * w_s(t) * w_r(t) \quad (\text{IV.2.2})$$

Das inverse Filter kann nicht über

64 Putzeys, Bruno: „The Bits In-Between“, AES 2007, <http://www.hypex.nl/docs/papers/AES123BP.pdf>
Zuletzt aufgerufen am: 18.5.2015.

65 Berkhout, A.J.; Vries, D. de; Boone, M.M.: „A new method to acquire impulse responses in concert halls“, JASA Vol. 68(1) 1980, S. 179 – 183.

$$f(t) * w(t) = \delta(t) \quad (\text{IV.2.3})$$

definiert werden, da starkes Rauschen bei Frequenzen mit niedriger Signalenergie auftritt. Stattdessen wird ein least-squares Kriterium angewandt

$$E \{ [f(t) * s(t) - u(t)]^2 \} \rightarrow \min \quad (\text{IV.2.4})$$

und das optimale Filter mit

$$f(t) * [R_{ww}(t) + R_{nn}(t)] = w(-t) \quad (\text{IV.2.5})$$

definiert. Die Autokorrelation kann im Frequenzbereich mithilfe des konjugiert Komplexen als

$$F(\omega) = \frac{W^*(\omega)}{[|W(\omega)|^2 + R_{nn}(\omega)]} \quad (\text{IV.2.6})$$

geschrieben werden. Das kann umformuliert werden zu

$$F(\omega) = \left\{ \frac{|W(\omega)|}{[|W(\omega)|^2 + R_{nn}(\omega)]} \right\} e^{-j\phi(\omega)} = A(\omega) e^{-j\phi(\omega)} \quad (\text{IV.2.7})$$

daher kann die Anwendung des inversen Filters als Korrektur der Phase und Formung des Amplitudenfrequenzgangs verstanden werden. Die Raum-Impulsantwort lautet somit

$$s'(t) = f(t) * [w(t) * u(t) + n(t)] = w'(t) * u(t) + n'(t) \quad (\text{IV.2.8})$$

Es ist möglich dieses Verfahren für inverse Regelung zu nutzen sh. dazu Kap. VI.3.

IV.3 Entzerrung zu einer Bandpassfunktion

Dieses Unterkapitel bespricht einen Artikel von Dieter Leckschat und Uwe Heyder.⁶⁶ Schon 1990 zeigten Leckschat und Heyder in ihrem Artikel auf, dass bei Lautsprechern in erster Linie der Frequenzgang linearisiert wird, jedoch das Zeitverhalten wenig Beachtung findet, obwohl ein Lautsprecher als LTI aufgefasst werden kann und daher durch seine Impulsantwort vollständig charakterisiert wird. Für die verzerrungsfreie Wiedergabe von Lautsprechern werden in dem Artikel folgende Bedingungen aufgestellt:

$$|H(\omega)| = \text{const.} \quad (\text{IV.3.1})$$

$$t_{gr} = -\frac{d\phi}{d\omega} = \text{const.} \quad (\text{IV.3.2})$$

Das bedeutet alle Frequenzen werden mit gleicher Amplitude abgestrahlt und die Gruppenlaufzeit, also die Zeitverzögerung ist für alle Frequenzen gleich.

$$h(t) = h_0 \delta(t - t_0) \quad (\text{IV.3.3})$$

⁶⁶ Leckschat, Dieter; Heyder, Uwe: „Verbesserung der Impulsantworten durch digitale Signalverarbeitung“, in *Acustica*, Stuttgart: S. Hirzel 1990, Vol. 70, S. 55 – 60.

Die Impulsantwort wäre also ein Dirac. Aufgrund der Eigenschaften des menschlichen Gehörs schränken die Autoren die Bedingung für hohe Frequenzen auf 20kHz Maximum ein und begrenzen ebenso die Wiedergabe für tiefe Frequenzen, da Lautsprechern auch hier Grenzen gesetzt sind. Daraus ergibt sich ein theoretischer Bandpass-Filter dessen Impulsantwort als

$$h_{BP}(t) = 2f_0 \operatorname{si}(2\pi f_0 t) - 2f_u \operatorname{si}(2\pi f_u t) \quad (\text{IV.3.4})$$

definiert wird, wobei $\operatorname{si}(x) = \sin(x)/x$ ist. Damit geben die Autoren an, eine Si-Funktion sei die ideale Impulsantwort eines Lautsprechers. Das inverse Filter wird über die Übertragungsfunktion hergeleitet:

$$G(\omega) = S(\omega) H(\omega) \frac{1}{H(\omega)} = S(\omega) \quad (\text{IV.3.5})$$

woraus folgt

$$h(t) * h_{inv}(t) = \delta(t) \quad .^{67} \quad (\text{IV.3.6})$$

Da aber ein Lautsprecher einen Delta-Puls nicht wiedergeben kann, greifen die Autoren auf die Si-Funktion des Bandpasses zurück (Übertragungsfunktion $B(\omega)$) und definieren dadurch die Entzerrung als:

$$E(\omega) = B(\omega) / H(\omega) \quad (\text{IV.3.7})$$

Zur Umsetzung wurden Impulsantworten mit 50kHz Abtastrate und 16bit Auflösung mithilfe von Maximallängfolgen gemessen. Als Rechenhardware stand ein IBM-AT zur Verfügung. Die Impulsantwort wurde mit der FFT transformiert, der Kehrwert der Übertragungsfunktion gebildet und die Bewertung durch den Bandpass-Filter durchgeführt. Mit der Rücktransformation in den Zeitbereich wurde der Filter gebildet.

Gemessen und entzerrt wurden eine 3-Wege-Box sowie ein Breitband-Lautsprecher, leider werden keine näheren Angaben gemacht. Bei ersterem soll die Entzerrung gut, beim zweiten weniger gelungen sein.

Die Beispiele der Autoren zeigen deutlich: Die Impulsantworten der Lautsprecher zeigen erst nach dem Impuls unregelmäßige Verzerrungen. Mit der Entzerrung gibt es deutliche Einschwingverhalten, bedingt durch die Si-Funktion, die Verzerrungen nach dem Puls sind regelmäßiger. Die Impulsantworten wurden mit 4096 Samples gespeichert, woraus sich schließen lässt, dass auch die FFT mit dieser Länge durchgeführt wurde und das resultierende FIR-Filter ebenso viele Koeffizienten besaß.

67 sh. Gl. (III.1)

IV.4 Inverse Filter mit Regularisierung

Kirkeby et al. präsentieren in ihren Artikel von 1997⁶⁸ ein System zur Berechnung inverser Filter über die FFT kombiniert mit einer LS-Optimierung und Regularisierung. Damit sollen mehrere Kanäle parallel entzerrt werden. Die Autoren benutzen eine Matrix aus FIR-Filtern für die Entzerrung, die aufgrund der hohen Frequenzauflösung jedoch relativ lang sind. Effekte durch die zyklische Faltung werden durch einen Parameter β kompensiert.

Ziel der Forschung war es mit einer bestimmten Anzahl Lautsprecher ein Schallfeld für eine bestimmte Anzahl Punkte möglichst exakt nachzubilden. Eine weitere Anwendung sahen die Autoren in der Korrektur von Raumimpulsantworten. Im Artikel wird eine Cross-Talk Cancellation Matrix präsentiert, deren inverse Filter durch LS-Inversion im Frequenzbereich ermittelt werden.

Durch Setzen von z auf den Einheitskreis wird ein stabiler, wenn auch nicht notwendigerweise kausaler Filter angestrebt. Es wird eine Kostenfunktion aus dem aktuellen Fehler und der Energie aller Eingänge der Lautsprecher erstellt. Die optimale Matrix der inversen Filter ergibt sich aus:

$$H_I(z) = [C^T(z^{-1})C(z) + \beta I]^{-1} C^T(z^{-1}) \quad (\text{IV.4.1})$$

In der Praxis gestaltet sich der Algorithmus verhältnismäßig einfach: Die Impulsantwort des Filters wird mit der FFT in den Bildbereich überführt, dann wird $H_I(k)$ für alle N Stellen der FFT berechnet (nach Gl. (IV.4.1)); das rücktransformiert in den Zeitbereich und um die Hälfte der Länge der FFT verschoben, um die Impulsantwort zu erhalten. In dieser Funktion ist der Parameter β enthalten, um den Kostenausdruck zu gewichten. Die schnelle Faltung erzeugt Artefakte, die bei der Division der Spektren unvermeidbar sind. In diesem Verfahren wird das inverse Filter auf $N/2$ Punkte gekürzt ($N = \text{FFT-Länge}$) indem β so gewählt wird, dass die Pole des (exakten) inversen Filters mindestens $10/N$ entfernt sind.

Die Autoren führen ein Beispiel an, um die Wirkungsweise von β zu demonstrieren. Tatsächlich werden für die Entfaltung hohe Filterordnungen benötigt; eine Zufallssequenz mit 32 Samples sollte zu einen Delta-Vektor entfaltet werden und dazu wurde ein FIR-Filter mit 1024 Samples Länge entworfen. Wenn β optimal eingestellt ist, konzentriert sich die Energie des Filters um sein Zentrum. Die Autoren verweisen darauf, dass dies zeigt,

68 Tokuno, Hironori; Kirkeby, Ole; Nelson, Philip A., Hamada, Hareo: „Inverse Filter of Sound Reproduction Systems Using Regularization“, in *IEEE* Vol. E80-A 1997, S. 809 – 820.

warum nur etwa die Hälfte der Koeffizienten des inversen Filters benutzt werden können. Der Frequenzgang des entzerrten Signals enthält allerdings einige Frequenzen, die stark gedämpft werden, es gibt quasi „Löcher“. Die Begründung liegt in Nullstellen, die nahe sich dem Einheitskreis befinden. Das optimale β zu finden wird von Autoren nicht als wesentlich bezeichnet und vorgeschlagen es nach Trial-and-Error zu finden. Sie geben eine Möglichkeit an für einen einzelnen Kanal β numerisch zu bestimmen: Zunächst wird ein p-Kreis definiert, der einen Radius $1+(10/N)$ hat (also größer als der Einheitskreis ist), dann β festgelegt und auf Nullstellen zwischen dem Einheitskreis und dem p-Kreis überprüft. Je nachdem wird β erhöht oder verkleinert (die Nullstellen hinausgeschoben oder herangezogen). Die Schritte werden wiederholt, bis β um einen optimalen Wert konvergiert.

Die Methode ist für die vorliegende Aufgabenstellung zwar grundsätzlich interessant, da annähernd ein Stoß erreicht wird, jedoch sind die „Löcher“ inakzeptabel und daher wird dieser Ansatz in dieser Arbeit nicht weiter verfolgt. Außerdem erscheint der Aufwand β zu berechnen relativ hoch, speziell da einfachere Verfahren (sh. Kap. VI.2) gute Ergebnisse erzielen.

IV.5 Entzerrung mit Frequenzweiche

Swen Müller beschäftigte sich in seiner Doktorarbeit 1999 mit den Möglichkeiten der digitalen Signalverarbeitung zur Ansteuerung von Mehrweglautsprechern.⁶⁹

Sein Forschungsgegenstand war die digitale Umsetzung von Frequenzweichen und die Linearisierung des Frequenzgangs, womit die Unterdrückung von Verzerrungen inkludiert wird. Die Umsetzung dieser Ziele erfolgte mit FIR-Filtern. In seiner Arbeit bespricht Müller nur kurz eine Entzerrung mit IIR-Filtern 2. Ordnung, die eine analoge vergleichbare Anordnung imitieren sollte (parametrischer Equalizer). Dieser Aufbau dient dazu den Frequenzgang mit Bandpassfiltern, deren Gain, Breite und Mittenfrequenz einstellbar ist zu linearisieren. Beispielhaft wurden die einzelnen Chassis eines Lautsprechers entzerrt, d.h. deren Frequenzgänge linearisiert und die Laufzeiten der Impulsantworten mit Delays korrigiert. Müller zeigt einen Vergleich mit der FIR-Entzerrung, die einen lineareren Frequenzgang erzeugt und weniger Rechenleistung benötigt.

Die Lösung mit FIR-Filtern eine Frequenzweiche zu bilden, deren Wege einen Frequenzgang aufweisen, erfolgt mit der inversen Fouriertransformation von

⁶⁹ Müller, Swen: *Digitale Signalverarbeitung für Lautsprecher*, Diss. RWTH Aachen 1999.

Wunschspektren der Filter. Es wurden diverse Maßnahmen getroffen um möglichst gute Ergebnisse zu erzielen, z.B. Laufzeitanpassung, Fehlerminimierung und Gleichanteilbefreiung.

Um das Entzerr-Filter zu errechnen folgt Müller dem Weg über die Faltungstheoreme und dividiert das Wunsch-Bandpassspektrum durch das gemessene Spektrum des Lautsprechers (wie bei Leckschat und Heyder geht auch Müller von einer unteren und oberen Begrenzung des Gesamtspektrums aus; alle Wege des Lautsprechers werden also mit einem passenden Bandpassspektrum entzerrt). Danach kann die Phase geändert werden, um ein linearphasiges oder minimalphasiges System zu erzeugen. Bei unveränderter Phase wird die durch die inverse Fouriertransformation errechnete Impulsantwort nicht symmetrisch ausfallen. Allerdings können durch die Fensterung der Impulsantwort im Amplitudenfrequenzgang des Filters Pegelbrüche in bestimmten Bereichen entstehen, was Müller durch ein Iterations-Verfahren korrigiert bzw. durch eine Verbreiterung des Fensters und damit Verlängerung der Impulsantwort des Filters. Dieses System wird mit 3 Bandpässen umgesetzt, die den Frequenzgang eines Lautsprechers in Summe linearisieren. Um einen optimal linearen Summenfrequenzgang zu erreichen, wurde ein Iterationsverfahren zur Feinabstimmung der Filter eingesetzt.

Müller bespricht leider nur den Frequenzbereich, über die Auswirkungen im Zeitbereich gibt es kaum Auskünfte. Er geht auch der Frage nach wie sinnvoll bzw. hörbar eine Entzerrung ist, was im Kapitel über Hörtests noch erläutert wird.

IV.6 Inverse IIR-Filter

Kim schlägt in seinem Artikel⁷⁰ ein Methode vor ein nicht kausales, stabiles IIR-Filter durch ein kausales und stabiles FIR-Filter zu approximieren. Die Methode sei besser zur Inversion von Allpässen geeignet, aber es werden auch Beispiele für allgemeine Filter gegeben. Als Hauptanwendungsgebiet wird die Entzerrung von Datenkanälen angegeben. Für Allpass-Kanäle ist die Impulsantwort des inversen FIR die Spiegelung des Kanals.

Als Dekonvolutionsmethode bespricht Kim speziell die Division im Frequenzbereich. Die Inversion von nicht minimalphasigen Systemen wird erläutert als Aufspaltung in einen minimalphasigen und einen Allpass-Anteil. Pole oder Nullstellen außerhalb des Einheitskreises werden am Einheitskreis gespiegelt und fallen so innerhalb des

⁷⁰ Kim, Sung-Jin: „An Inverse Filtering Technique for the Recursive Digital Filter Model“, in *IEEE*, 2001, S. 1934 – 1940.

Einheitskreises. Es wird also ein kausales, minimalphasiges System zu einem kausalen, nichtminimalphasigen System gebildet.

Das Verfahren basiert grundsätzlich nur auf $1/H(z)$, d.h. Pole und Nullstellen werden vertauscht. Dann wird die Konvergenzregion bestimmt und mithilfe des Residuensatzes die Impulsantwort bestimmt. Die Beispiele im Artikel zeigen recht gute Ergebnisse, jedoch sind die zu invertierenden Filter sehr niedriger Ordnung. Es ist fraglich, ob bei Lautsprechern gute Ergebnisse erzielt werden können. Hier scheint der folgende Artikel aufschlussreicher.

IV.7 Inverse IIR-Filter für nicht minimalphasige Lautsprecher

Mit inversen Filtern für nicht minimalphasige Lautsprecher beschäftigen sich auch Marques und Freitas.⁷¹ Es wird eine Inversion aller Pole und Nullstellen durchgeführt und ein Kriterium der kleinsten Quadrate angewandt, um mit einem iterativen Verfahren die Koeffizienten zu ermitteln, wobei eine variable Verzögerung verwendet wird. Das Wunschsignal wird mit einem entsprechendem Delay versehen, um das Filter kausal zu halten. Die Koeffizienten des inversen rekursiven Filters werden über die Minimierung des mittleren Fehlerquadrats der Ausgabe minus der Wunschfunktion ermittelt. Da die Zielfunktion nicht linear ist, muss ein iteratives Verfahren mittels eines Gradienten angewandt werden, um die Minimierung hinreichend anzunähern. Es gibt verschiedene Prozeduren zum Lösen solcher Probleme; die Autoren verweisen auf die Matlab-Funktion `lsqnonlin`. Die vorgeschlagene Methode erzeugt ein IIR-Filter, indem die minimale Fehlerfunktion für eine Anzahl Pole und ein (begrenztes) Delay ermittelt wird; mit dem Mittelwert der Gruppenlaufzeit des Lautsprechers als Untergrenze für das Delay-Intervall. Sollte im Iterationsverfahren ein Pol der Lösung für das Delay-Intervall außerhalb des Einheitskreises liegen wird er um diesen gespiegelt. Ausgang des Verfahrens ist eine Differenzgleichung des zu ermittelnden Filters:

$$y(n) = \sum_{i=0}^M b_i(n)h(n-i) - \sum_{i=1}^N a_i(n)y(n-i) \quad (\text{IV.7.1})$$

Der Filter hat also M Nullstellen und N Pole mit einem Delay Δ . Das LS-Kriterium für den Fehler $e(n)=d(n)-y(n)$ lautet:

71 Marques, Avelino; Freitas, Diamantino: „Infinite Impulse Response (IIR) Inverse Filter Design for the Equalization of Non-Minimum Phase Loudspeaker Systems“, in *IEEE* 2005, S. 170 – 173.

$$J(b, a) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{L-1} \{y(n) - d(n)\}^2 \quad (\text{IV.7.2})$$

Der Gradient für die a Koeffizienten lautet

$$\frac{\partial y(n)}{\partial a_p(n)} = -y(n-p) - \sum_{i=1}^N a_i(n) \frac{\partial y(n-i)}{\partial a_p(n-i)} \quad (\text{IV.7.3})$$

Und für die b Koeffizienten

$$\frac{\partial y(n)}{\partial b_q(n)} = h(n-q) - \sum_{i=1}^N a_i(n) \frac{\partial y(n-i)}{\partial b_q(n-i)} \quad (\text{IV.7.4})$$

Für praktische Versuche haben die Autoren eine Zwei-Wege-Box mit ventiliertem Gehäuse gemessen (48kHz Abtastrate) und die ersten 512 Samples der Impulsantwort entzerrt. Es wurden IIR Filter mit 64 Nullstellen und 12 – 64 Polen ermittelt. Als Delay kamen 12 bis 48 Samples zum Einsatz. Die diversen Lösungen zeigen nur ~40dB Dämpfung der Verzerrungen im Zeitbereich, was eher unzureichend erscheint. Leider sind die Entzerrungen nur berechnet, nicht gemessen; Tests zum praktischen Einsatz wären aufschlussreicher gewesen. Es ist zu bemerken, dass die 48kHz-Abtastrate zu gering gewählt ist, da eine Impulsantwort damit nicht genau genug erfasst wird und ein Puls verhältnismäßig breit ist.

IV.8 Technologien

Im Folgenden wurde versucht die Technologien chronologisch zu ordnen. KS Digital sowie Backes und Müller werden gemeinsam behandelt. Beide geben an ihre Lautsprecher wären dank elektronischer Regelung optimal bezüglich ihres Frequenz- und Phasenganges und beide nutzen FIRTEC™ sowie DMC™. B&M zeigt sogar die Impulsantwort eines Lautsprechers vor und nach der digitalen Entzerrung. Behauptet wird:

„In der Graphik ist die Reaktion des Lautsprechers auf einen unendlichen Impuls dargestellt. In der ersten Messung erkennt man ein Nachschwingen (z.B. der Lautsprechermembranen). Nach FIRTEC™ Entzerrung ist der Impuls fast ideal kurz, dementsprechend ist kein Nachschwingen erkennbar.“⁷²

Mittel- und Hochtonbereich werden mit FIRTEC entzerrt, der Tieftonbereich mit DMC. Letztere Technologie hat einen Sensor im Tiefton-Chassis, der dessen Abweichung in der Bewegung vom Musiksignal an die Endstufe übermittelt, was Impulstreue garantieren soll.

⁷² <http://www.backesmueller.de/bm/de/technology.htm> Zuletzt aufgerufen am: 5.10.2014

Auf der Homepage von KS Digital steht fast wörtlich das Gleiche (wobei die Technologien von KS Digital entwickelt worden sind).^{73 74}

IV.8.a Pflleid TPS – Transducer Preset System

Umgesetzt wurde das System mit einer analogen Rechenschaltung; Phasen- und Amplitudenfrequenzgang werden linearisiert. Nach Pfliederers Ansicht wäre damit eine exakte Wiedergabe von Rechtecksignalen ermöglicht worden. Eigenartig ist die Patentanmeldung, die als Grundlagenpatent dargestellt wird: Wann immer ein Lautsprecher durch eine Entzerrung (egal ob analog oder digital) in der Lage ist ein Rechtecksignal wiederzugeben, ist diese Erfindung benutzt worden.⁷⁵

IV.8.b FIRTEC

KS Digital verweist auf die Tatsache, dass meist nur der Frequenzgang korrigiert wird, was das Impulsverhalten allerdings verschlechtern kann. Die Impulsantwort ist wichtiger, da sie das tatsächlich vorhandene Schallereignis repräsentiert. FIRTEC besteht aus einer FIR-Frequenzweiche (>90B/Oktave) und einem inversen Filter, das zu jedem verbauten Chassis, abhängig vom Gehäuse, extra berechnet wird.⁷⁶ Die Frequenzweiche scheint hier ein Problem darzustellen: So steile FIR-Filter haben eine hohe Ordnung und damit eine lange Impulsantwort; es zeichnet sich eine starke SI-Funktion als Ausgabe der Chassis ab.

IV.8.c DMC – Dynamische Membran Kontrolle

Um ein Nachschwingen der Membran zu vermeiden wird ein Sensor in der Schwingspule genutzt, um Informationen über Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung zu erhalten. Das vom Sensor übermittelte Signal wird mit dem Eingangssignal verglichen, um eine Korrektur zu ermöglichen.⁷⁷

Görne erwähnt dieses Verfahren unter dem Schlagwort Prozessor-Box. (Ein Bewegungssensor an der Membran liefert das Rückkopplungssignal, welches mit dem Eingangssignal verglichen wird.) Laut Görne unterdrücken solche geregelte aktive Systeme nichtlineare Verzerrungen und heben den Wirkungsgrad. Dadurch sei ein enormer

73 <http://studio.ksdigital.de/de/technologien/firtec.html> Zuletzt aufgerufen am: 14.07.2015

74 <http://studio.ksdigital.de/de/technologien/dmc.html> Zuletzt aufgerufen am: 14.07.2015

75 <http://www.pfleid.de/> Zuletzt aufgerufen am: 14.07.2015

76 [http://studio.ksdigital.de/de/technologien/firtec.html?](http://studio.ksdigital.de/de/technologien/firtec.html?file=tl_files/external_files/pdf/de/technology/FIRTEC.pdf)

[file=tl_files/external_files/pdf/de/technology/FIRTEC.pdf](http://studio.ksdigital.de/de/technologien/firtec.html?file=tl_files/external_files/pdf/de/technology/FIRTEC.pdf) Zuletzt aufgerufen am: 14.07.2015

77 [http://studio.ksdigital.de/de/technologien/dmc.html?](http://studio.ksdigital.de/de/technologien/dmc.html?file=tl_files/external_files/pdf/de/technology/DMC.pdf)

[file=tl_files/external_files/pdf/de/technology/DMC.pdf](http://studio.ksdigital.de/de/technologien/dmc.html?file=tl_files/external_files/pdf/de/technology/DMC.pdf) Zuletzt aufgerufen am: 14.07.2015

Schalldruck bei geringen Verzerrungen möglich und eine Überlastung des Chassis ausgeschlossen.⁷⁸

IV.8.d Neumann KH O500c

Goertz und Wolff präsentierten auf der DAGA 2002⁷⁹ digitale Filter zur Anpassung von Studiomonitoren an unterschiedliche Raumakustik. Zunächst bemerken die Autoren, dass Impulsantwort, Schrittantwort und komplexes Frequenzspektrum gleichzusetzen sind und ein lineares, zeitinvariantes System vollständig charakterisieren. Möglichkeiten der Entzerrung werden anhand der Klein und Hummel O500c besprochen. Die Autoren sehen FIR-Filter als ideal zur Entzerrung, da deren Phasengang vom Amplitudengang größtenteils unabhängig ist. So ist es möglich den ungeraden Phasen- und Frequenzgang eines Lautsprecherchassis mit so einem vorgeschalteten Filter zu korrigieren, wenn eine Messung durchgeführt und daraus ein passendes Filter berechnet wird. In der O500c wird pro Signalweg ein Filter eingesetzt, also drei insgesamt, da dieser Lautsprecher ein 3-Wege-System ist. Die Filter sind Bandpassfilter, die sich zu einer linearphasigen Gesamtfunktion addieren. Die Filterung des Bass-Segments sorgt für eine enorme Signalverzögerung, allerdings kann die Phasentzerrung unterlassen und nur der Amplitudengang korrigiert werden, was die Verzögerung reduziert. Die Sprungantwort bei minimalphasiger Einstellung zeigt starke Verzerrungen, teilweise oder komplette Phasenkorrektur hingegen ergeben eine verhältnismäßig glatte Sprungantwort. Die Autoren bemerken, dass im Bass die Korrektur der Phase besonders auffällt, obwohl die Sprungantworten bei totaler Entzerrung und nicht korrigiertem Bass sehr ähnlich ausfallen. Die vollständige Entzerrung soll vor allem durch eine präzisere Wiedergabe im Bass auffallen.⁸⁰ Die Impulsantwort der O500c zeigt eine deutliche Si-Funktion, die vermutlich durch die Bandpassfunktion im Frequenzbereich und deren Umsetzung als FIR-Filter-System bedingt ist. Die O500c ist als historisches Produkt gelistet und wurde von 2000 – 2011 gefertigt.⁸¹

IV.8.e Four Audio HD2

Die Firma Four Audio (gegründet 2007) bietet mit dem HD2 eine Frequenzweiche an,

⁷⁸ Görne: *Tontechnik*, 2011, S. 298.

⁷⁹ Goertz, Anselm; Wolff, Markus: „Neue Methoden zur Anpassung von Studiomonitoren an die Raumakustik mit Hilfe digitaler Filterkonzepte“, in *Fortschritte der Akustik*, DAGA 2002, Teil 1 von 2.

⁸⁰ Ebenda.

⁸¹ http://www.neumann-kh-line.com/neumann-kh/home_de.nsf/root/prof-monitoring_discontinued-monitors_studio-products_O500C Zuletzt aufgerufen am: 14.07.2015

deren Filter auch so eingestellt werden können, dass Frequenzgänge linearisiert werden. Mit dem Zusatzsystem Monkey Forest werden Lautsprecher und auch Räume akustisch vermessen, worauf die Berechnung der Entzerrfilter beruht.⁸²

IV.9 Hörtests

Goertz und Wolff bemerken, dass aus den Zeitfunktionen wenig abgelesen werden kann und die getrennte Darstellung von Amplitudenfrequenz- und Phasengang anschaulicher ist. Sie kommen zu dem Schluss, der Amplitudenfrequenzgang wäre ausschlaggebend für den Höreindruck, die Phase würde weniger wahrgenommen. Minimale Änderungen im Amplitudenfrequenzgang würden deutlich wahrgenommen, obwohl sie in der Impulsantwort kaum erkennbar sind. Die Höreindrücke der verschiedenen Entzerrungen der O500c seien mit ausgiebigen Hörtests ermittelt worden und so die Aussage über den Einfluss der Phase entstanden.⁸³ Leider ist der Versuchsaufbau der Hörtests nicht näher beschrieben, so dass die Aussagekraft dieser Versuche unklar bleibt.

Auch Leckschat und Heyder führten einige Hörversuche durch: Die Testgruppe war sehr klein, vorgespielt wurde ein Klavierstück J. S. Bachs einmal entzerrt und einmal nicht. Die Hörer fanden die entzerrte Version besser, was die Autoren zu dem Schluss veranlasst, die Entzerrung wäre eine deutliche Verbesserung des Klangeindrucks.⁸⁴ Auch hier ist ein Schluss eigentlich schwer möglich: Zum einen ist zu wenig über den Versuchsaufbau bekannt, jedoch lässt die Stichprobengröße von etwa 12 Personen deutlich werden, dass dies mehr als qualitative, denn quantitative Studie taugt.

Swen Müller verweist auf Arbeiten von Spiess und Leckschat, laut denen eine Linearisierung über 17kHz für Hörer nicht hörbar und daher nicht sinnvoll ist. Die Stichprobengröße umfasst 14 Probanden mit einem Durchschnittsalter von 25 Jahren.⁸⁵ Auch hier muss die geringe Stichprobengröße bemängelt werden, die kaum als repräsentativ bezeichnet werden kann. Müller erwähnt in seiner Einleitung, dass Klangverbesserungen durch Entzerrungs-Filter nur in reflexionsarmen Räumen wahrnehmbar seien, jedoch kaum in typischen Räumen wie einem Wohnzimmer.⁸⁶

Andreas Rotter beschäftigte sich in seiner Magisterarbeit⁸⁷ aus einem anderen

82 http://www.four-audio.com/data/Flyer_FourAudio_HD2.pdf Zuletzt aufgerufen am: 14.07.2015

83 Goertz; Wolff: „Neue Methoden“, Teil 1 von 2.

84 Leckschat; Heyder: „Verbesserung“, 1990, S. 59f.

85 Müller: *Digitale Signalverarbeitung*, 1999, S. 165.

86 Müller: *Digitale Signalverarbeitung*, 1999, S. 2.

87 Rotter, Andreas: *Wahrnehmbarkeit klanglicher Unterschiede von Hochtonlautsprechern unterschiedlicher*

Blickwinkel mit der Entzerrung von Hochtönern: Es ging um die Frage, ob eine Begradigung des Phasen- und Frequenzgangs Unterschiede in der (wahrgenommenen) Klangfarbe verschiedener Wandlertypen auslöscht. Getestet wurden sechs verschiedene Chassis mit unterschiedlichen Membranmaterialien; die Wandlungsprinzipien schränken sich auf elektrodynamisch und magnetostatisch ein. Gemessen wurden die Chassis auf einer quasi-unendlichen Schallwand in einem reflexionsarmen Raum. Bei der Generierung der Entzerrung verweist Rotter auf die Arbeit von Müller; Ziel der Entzerrung ist es die Amplitudenfrequenz- und Phasengänge der Hochtöner zu entzerren – mit einer Trennfrequenz von 2kHz zu einem Tiefmitteltöner. Die Obergrenze der Entzerrung wird mit 22kHz angegeben. Die Filter wurden mit Monkey-Forest-Express erstellt und von der Four Audio HD2 für die Lautsprecher umgesetzt.

Rotter zeigt in seiner Arbeit auch Graphiken⁸⁸ der Impulsantworten nach der Entzerrung. Bei allen Impulsantworten fallen starke Verzerrungen auf; teils vor dem eigentlichen Impuls. Rotter sieht einen vollen Erfolg der Entzerrung, da die Amplitudenfrequenzgänge auf +/- 1dB linearisiert wurden wie auch die Phasengänge geringe Abweichungen aufwiesen. Zusätzlich wurden noch binaurale Impulsantworten gemessen und Hörversuche durchgeführt.

Die Hörversuche wurden in einem Tonstudio der TU Berlin durchgeführt. Die Stichprobengröße war mit 10 Probanden verhältnismäßig klein. Ergebnis der Studie war laut Rotter, dass alle Probanden keine Unterschiede der Hochtöner wahrnehmen, woraus er folgerte, dass in einem reflexionsarmen Raum „der Amplitudenfrequenzgang das wichtigste Kriterium für die Wahrnehmung darstellt“.⁸⁹

Esper nahm mit verschiedenen Mikrophonierungen ein 22 Mann Jazz-Orchester sowie Solo-Klavier auf. Weiters wurden Aufnahmen der Wiedergabe über Lautsprecher unter verschiedenen Bedingungen angefertigt. Als Hörtest wurden 38 Probanden über elektrostatische Kopfhörer die verschiedenen Aufnahmen vorgespielt. Die Probanden waren über das Ziel der Tests nicht informiert und die Musikbeispiele wurden paarweise dargeboten mit der Frage ob eines der beiden besser klinge. Die Ergebnisse zeigen, dass beim Klavier Unterschiede deutlicher gehört wurden als beim Orchester, was an der Raumakustik liegen dürfte; beim Klavier waren die Mikrophone deutlicher näher am

Wirkprinzipien, Mag. TU Berlin 2010.

88 Rotter: *Wahrnehmung*, 2010, S. 68.

89 Rotter: *Wahrnehmung*, 2010, S. 87.

Instrument. Die Versuche mit den Klavieraufnahmen zeigen, dass Verformungen des Zeitsignals deutlich wahrgenommen werden; speziell, da die verwendeten Lautsprecher einen linearen Frequenzgang aufwiesen.⁹⁰

Esper bemerkt, dass Phasenvarianzen bisher nur bei (quasi-)periodischen Signalen untersucht wurden, nicht jedoch bei Schlaggeräuschen. Bei Musik reagiert nach seinen Untersuchungen das Gehör bereits auf zeitlichen Varianzen innerhalb weniger Millisekunden äußerst empfindlich.⁹¹

Norcross, Soulodre und Lavoie vergleichen in ihrem Artikel⁹² verschiedenen Methoden der inversen Filterung. Die Filterung kann Artefakte erzeugen, die zum einen von der Impulsantwort und zum anderen von der Methode der Filterung abhängen. Laut den Autoren kann dies die Hörerfahrung sogar verschlechtern. Die Autoren führten Tests durch um die Grenzen der Methoden zu finden. Diverse Methoden der inversen Filterung (verfügbar in einer kommerziellen Audibearbeitungs-Software) wurden an verschiedenen Lautsprechern getestet und verschiedene Artefakte beobachtet. Die Impulsantworten von Lautsprechern sind oft nicht minimalphasig, was durch ein Delay korrigiert werden kann, jedoch entstehen eventuell gerade dadurch hörbare Artefakte. Die Impulsantwort in ihren minimalphasigen und Allpassanteil zu zerlegen wäre eine Möglichkeit das zu umgehen, wenn nur der minimalphasige Anteil invertiert wird. Für einen typischen Frequenzgang eines Lautsprechers gilt, dass es eine untere und ober Grenzfrequenz gibt, ab der Frequenzen gedämpft werden, d.h. der Frequenzgang ist eine Bandpassfunktion. Die Autoren argumentieren, dass ein inverses Filter die Sperrfrequenzen extrem anheben wird um einen linearen Frequenzgang zu erreichen, da im Zeitbereich ja ein Dirac-Stoß angestrebt wird. Mit Hilfe einer Regularisierung kann die Übertragungsfunktion des Lautsprechers im Vorhinein geglättet werden. Des weiteren wird eine Impulsantwort stets nur an einem Punkt gemessen und daher auch die Entzerrung nur für einen Punkt ermittelt.

Im Artikel werden dann speziell zwei Methoden verglichen: Die oben erklärten Methoden der LS- (Least Squares=kleinste Quadrate) und Frequenz-Dekonvolution. Letztere wird von den Autoren als schneller charakterisiert, allerdings entstehen auch Artefakte, die durch höhere Filterordnungen zwar gedämpft aber anders verteilt werden, was unter Umständen den Höreindruck verschlechtert. Deshalb wurden diverse

90 Esper: *Hörbarkeit*, 2002, S. 90 – 95.

91 Esper: *Hörbarkeit*, 2002, S. 96f.

92 Norcross, Scott G.; Soulodre, Gilbert A.; Lavoie, Michel C.: „Subjective Investigations of Inverse Filtering“, in *Journal Audio Engineering Society*, Vol. 52 2004.

Maßnahmen ergriffen, um diese Effekte zu unterdrücken und die Wirksamkeit der Maßnahmen zu bestimmen. Die LS-Entfaltung erscheint den Autoren als robuster, jedoch aufwändiger.

Getestet wurden ein konventioneller und ein koaxialer Lautsprecher, beides 2-Wege-Systeme. Die Impulsantwort wurde axial und im 45° Winkel horizontal gemessen. Als Abtastrate geben die Autoren 44,1kHz an, außerdem wurde eine Mittelung durchgeführt um ein hohes SNR zu erhalten. Die Länge der Impulsantworten betrug 1024 Samples (23,2ms). Die Impulsantworten werden im Original sowie entzerrt im Artikel abgebildet; tatsächlich werden annähernd Dirac-Stöße erzeugt, Verzerrungen vorher und nachher sind bei LS-Entzerrung um etwa 50-60dB gedämpft, bei Frequenz-Entfaltung in den ersten 40ms nach dem Stoß um über 100dB, vorher und nach 50ms jedoch um weniger als 40dB.

Um den subjektiven Höreindruck zu ermitteln wurden Tests mit Kopfhörern (Stax Lambda Pro) durchgeführt nach der „Multiple Stimulus with Reference Anchors“ Methode. Die Autoren beschreiben fünf Experimente mit verschiedensten Aspekten: Zunächst den Vergleich der LS- gegen die Frequenz-Entfaltung. Letztere schnitt schlechter ab, aufgrund von Artefakten, und in einigen Fällen fiel die Bewertung des nicht-entzerrten Signals besser aus. Im zweiten Experiment wurden speziell Filter höherer Ordnung der Frequenz-Methode getestet. Die Artefakte wurden stärker verzögert und der subjektive Höreindruck fiel etwas besser aus. Experiment drei zeigte, dass eine Verzögerung einer minimalphasigen Impulsantwort das inverse Filter verschlechterte. Regularisierung konnte das Ergebnis ebenso verschlechtern, Glättung hingegen zeigte immer eine Verbesserung.

Die Aussagekraft der Studie lässt sich nicht leicht einschätzen, da die Stichprobengröße zwischen den einzelnen Experimenten zwischen 3 und 17 Probanden schwankte und allgemein sehr klein ist. Die Audiodateien der Tests wurden mit den Impulsantworten gefiltert, dann mit den inversen Filtern und über die Stax-Kopfhörer abgespielt. Aber wie würde der tatsächliche Lautsprecher auf den inversen Filter reagieren? Schließlich ist das inverse Filter auf die Summe der Chassis ausgelegt und vor die Box geschaltet wäre da noch die Frequenzweiche dazwischen. Als Vergleich der Methoden mag es ausreichen, über die Effekte im praktischen Einsatz sagt es jedoch wenig aus.

Das Hauptproblem jeglicher empirischer Daten zu diesem Thema ist die geringe Stichprobengröße, womit repräsentative Aussagen nicht möglich sind. In Kap. II wurde die zeitliche Wahrnehmung des Gehörs dargelegt und daraus folgt die Annahme, dass die

Einflüsse der Verzerrungen der Impulsantwort durchaus hörbar sind, auch wenn der Amplitudenfrequenzgang linear innerhalb eines bestimmten Bereichs ist.

IV.10 Ziel dieser Arbeit im Vergleich zur bisherigen Forschung

Im 2. Teil ihres Beitrages zur DAGA 2002 besprechen Goertz und Wolff die Überlagerung des Lautsprechers mit der Raumimpulsantwort und diverse Effekte der Raumakustik, etwa die Tatsache, dass tiefe Töne an Wänden besonders laut sind und in der Raummitte eher schwächer. Als Beispiel wird eine Messung der O500c in einem Tonstudio gebracht: Der Frequenzgang ist sehr unregelmäßig und speziell unter 100Hz zeigen sich Eigenfrequenzen des Raumes. Die Autoren schlagen vor eher einen einzelnen Bereich des Studios zu entzerren, wie den Platz am Mischpult. Dort ist eine Vielzahl Messungen durchzuführen und die Amplitudenfrequenzgänge sind zu mitteln, was der Übertragungsfunktion des Lautsprechers und der gemittelten des Raumes entspricht. Eine nochmals geglättete Variante dient als Vorlage für die Entzerrung. Die Autoren sprechen sich gegen klassische Equalizer aus, die zu ungenau für eine Korrektur des Frequenzganges sind und auch die zehn parametrischen IIR-Filter der O500c sind nach ihrer Auffassung ungünstig aufgrund von Phasenverzerrungen. Stattdessen wird vorgeschlagen die drei FIR-Filter der Segmente des Lautsprechers zu nutzen.⁹³

Dass Leckschat eine Bandpassfunktion anstrebt und sich im Zeitbereich eine Si-Funktion ergibt, wurde bereits angesprochen; das Gleiche gilt allerdings für Sven Müllers Arbeit: Auch er strebt einen Bandpass an – in Anlehnung an Leckschats Arbeit. Er spricht von einem tiefpass-gefilterten Dirac.⁹⁴

All diese Arbeiten eint die Konzentration auf den Frequenzbereich, speziell auf den Amplitudenfrequenzgang. Einzig das FIRTEC-System scheint eine Entzerrung im Zeitbereich anzustreben, die nach der Darstellung auf der Homepage allerdings nicht allzu stark die Verzerrungen zu dämpfen scheint. Vermutlich hat das inverse Filter relativ wenige Koeffizienten, um das Delay kurz zu halten. Ziel dieser Arbeit ist im Grunde dasselbe wie bei FIRTEC: Einen annähernd idealen Stoß im Zeitbereich zu erzwingen. Damit ergibt sich die Frage, wie dieser aussehen sollte, da ein Dirac selbst nur eine theoretische Funktion ist. Eine naheliegende Variante zeigt sich in den besprochenen Arbeiten zur Entzerrung im

⁹³ Goertz, Anselm; Wolff, Markus: „Neue Methoden zur Anpassung von Studiomonitoren an die Raumakustik mit Hilfe digitaler Filterkonzepte“, in *Fortschritte der Akustik*, DAGA 2002, Teil 2 von 2.

⁹⁴ Müller: *Digitale Signalverarbeitung für Lautsprecher*, Diss. 1999, S.

Zeitbereich: Gegeben sei ein Vektor, dessen Samples ausschließlich aus Nullen besteht, bis auf das zentrale Sample, welches 1 ist. Diese Funktion könnte auf zwei Arten interpretiert werden: Zum einen als sehr schmales Dreiecks- bzw. Bartlettfenster, unter der Annahme, dass die Stützstellen linear interpoliert werden. Als Amplitudenfrequenzgang ergibt sich das Spektrum eines solchen Fensters. Zum anderen könnte angenommen werden, dass dieses Signal einen DA-Wandler samt Rekonstruktionstiefpass durchläuft; dann ergibt sich die Impulsantwort des jeweiligen Filters, auch hier eine Si-Funktion im Falle eines typischen FIR-Filters.

Da es sowieso unrealistisch ist, dass ein Lautsprecher bei 192kHz Abtastrate einen Stoß im Sinne eine Delta-Vektors wiedergibt muss der Stoß anders gewählt werden. Wird z.B. ein schmales Kaiser-Fenster im Zeitbereich angestrebt, so hätte es genügend Bandbreite für das menschliche Gehör (der Hauptlappen wird sehr breit).

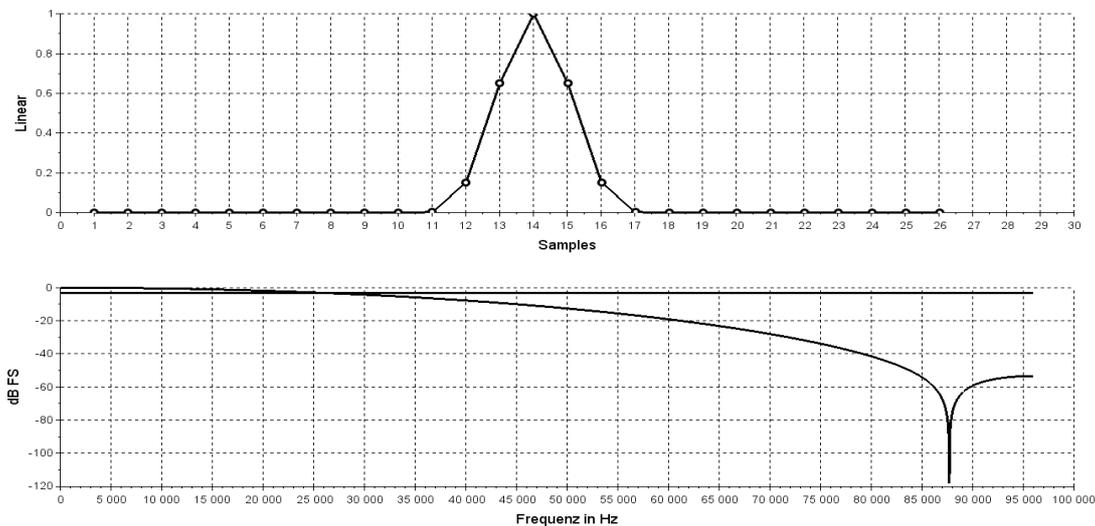


Abbildung 2: Das Kaiser-Fenster mit Spektrum. Der Strich markiert die -3dB Grenze.

Das Kaiser-Fenster wird in Kap. VI.1.b näher besprochen, die äquivalente Rauschbandbreite in Kap VI.1. Das Kaiser-Fenster ist variabel und je nach Faktor α (bzw. β) fällt die Seitenlappendämpfung unterschiedlich aus.⁹⁵ Bei $\alpha=3,5$ wäre der höchste Seitenlappen nur noch bei -82dB.⁹⁶ Hier wurde eine recht hohe Seitenlappendämpfung ($\beta=8$) gewählt, da zum einen das Fenster im Zeitbereich steiler wird und zum anderen Frequenzen über der gewünschten Bandbreite besser gedämpft werden. Die Dauer beträgt 7 Samples bei 192kHz Abtastrate, also etwa 0,04ms. Bezüglich der Bandbreite sei auf das

95 Sh. Harris, F. J.: „On the Use of Windows for Harmonic Analysis with the Discrete Fourier Transform“, in *Proceedings of the IEEE*, Vol. 66, No. 1, 1978, S. 73f.

96 Ebenda S. 55.

Zeitgesetz der Nachrichtentechnik verwiesen, welches besagt, Energiesignale langer Dauer schmalbandig und welche kurzer Dauer breitbandig sind. Sei der Schwerpunkt t_0 eines Energiesignals definiert als

$$t_0 = \int_{-\infty}^{\infty} t |\dot{x}(t)|^2 dt \quad , \quad \text{wobei} \quad \dot{x}(t) = \frac{x(t)}{\|x\|} \quad . \quad (\text{IV.10.1})$$

Es handelt sich also um das normierte Signal mit der Energie 1. Analog sei der spektrale Schwerpunkt

$$f_0 = \int_{-\infty}^{\infty} f |\dot{X}(f)|^2 df \quad , \quad \text{wobei} \quad \dot{X}(f) = \frac{X(f)}{\|X\|} \quad . \quad (\text{IV.10.2})$$

Daraus lassen sich Dauer Δt und Bandbreite Δf definieren als:

$$\Delta_t = \left(\int_{-\infty}^{\infty} (t - t_0)^2 |\dot{x}(t)|^2 dt \right)^{\frac{1}{2}} \quad \Delta_f = \left(\int_{-\infty}^{\infty} (f - f_0)^2 |\dot{X}(f)|^2 df \right)^{\frac{1}{2}} \quad .^{97} \quad (\text{IV.10.3})$$

Das Zeitdauer-Bandbreite-Produkt eines Fensters wird aus Δt und Δf errechnet:

$$\Delta_t^2 \cdot \Delta_f^2 = \int_{-\infty}^{\infty} t^2 \cdot \frac{|w(t)|^2}{\|w(t)\|^2} dt \cdot \int_{-\infty}^{\infty} f^2 \cdot \frac{|W(f)|^2}{\|W(f)\|^2} df \quad (\text{IV.10.4})$$

Durch Anwendung des Satzes von Parseval, der Schwarzischen Ungleichung und Berechnung des Innenprodukts zeigt sich, dass das Produkt von Δt und Δf nie kleiner als $1/4\pi$ wird. Dieser Sachverhalt wird auch als Unschärferelation bezeichnet. Eine Fensterfunktion $w(t)$, die im Zeitbereich sehr schmal ist, muss im Frequenzbereich sehr breit sein.⁹⁸ Abbildung 2 zeigt die Zeitfunktion sowie das Spektrum des Fensters. Die -3dB-Grenze liegt bei etwa 26,3kHz. Es ist offensichtlich, dass das Fenster hier im Sinne eines Moving Average Tiefpassfilters benutzt wird.

Bei Anwendung der Entzerrung in einem Lautsprecher ist zu beachten, dass diese meist 2 bis 3 Wege aufweisen. Daher muss die sogenannte Frequenzweiche das Eingangssignal in passende Frequenzbänder aufteilen. Unterschieden werden passive und aktive Weichen, wobei letztere stets vor dem Leistungsverstärker verbaut sind.⁹⁹ Frequenzweichen bestehen grundsätzlich aus drei Filtertypen: Tief-, Band- und Hochpass. Solche Filter werden durch drei grundlegende Eigenschaften beschrieben: Sperrwirkung, Resonanzbereich und Güte.¹⁰⁰ Zum Beispiel wird die Güte Q eines digitalen Bandpassfilters als Verhältnis von

97 Grünigen: *Digitale Signalverarbeitung*, Hanser 2008, S. 41.

98 Kiencke, Uwe; Schwarz, Michael; Weickert, Thomas: *Signalverarbeitung*, München: Oldenbourg 2008, S. 25f.

99 Weinzierl: *Handbuch der Audiotechnik*, 2008, S. 456f.

100 Dickason, Vance: *Lautsprecherbau*, Aachen: Elektor 2001, S. 181

Mittenfrequenz zu Bandbreite angegeben.¹⁰¹ Aktive Filter haben den Vorteil erheblich weniger Material zu benötigen und eine geringere Verlustleistung aufzuweisen. Außerdem kann jedes Chassis mit einer eigenen Endstufe betrieben werden.¹⁰²

Ziel jeder Frequenzweiche ist es einen flachen Übergang zwischen den Wiedergabebereichen des Chassis zu ermöglichen. In diesem Sinn wird ein linearer Summen-Amplitudenfrequenzgang gefordert, denn beim Übergang von einem zum nächsten Chassis sollen keine Einbrüche oder Überhöhungen auftreten. Wie sich Schallquellen addieren hängt natürlich von deren Phase ab.¹⁰³ Für einen impulstreuen Lautsprecher muss aber auch die Summe der Impulsantworten der Filter der Frequenzweiche wieder annähernd einen Stoß ergeben. Aufgrund der Linearität der FFT muss bei Linearkombination der einzelnen Impulsantworten eine Linearkombination der Spektren erfolgen.^{104 105}

Analoge Schaltungen können mit IIR-Filtern digital nachgebildet werden:¹⁰⁶ Besonderes Augenmerk soll hier auf Bessel-Filter gelegt werden. Dickason bespricht analoge 2-Wege Frequenzweichen mit unterschiedlichen Filtertypen: Zu Bessel-Filtern 2. Ordnung bemerkt er, dass sie ein Q von 0,58 aufweisen und für 1kHz Trennfrequenz die Trennfrequenzen der Filter um einen Faktor 1,1 auseinander gezogen werden mussten um einen linearen Summen-Amplitudenfrequenzgang zu ermöglichen.¹⁰⁷ Bezüglich Bessel-Filter 4. Ordnung vermerkt Dickason, dass ein flacher Summenverlauf zwar möglich ist, diese Filter jedoch wenig attraktiv seien, da sehr heikel gegenüber Parameteränderungen.¹⁰⁸ Bessel-Filter besitzen aber einige Vorteile: Ihr Phasengang ist beinahe linear im Passband, was für digitale Besselfilter leider weniger zutrifft als für analoge. Beim Entwurf eines analogen Filters und Übertragung in die digitale Domäne wird durch die bilineare Transformation der Phasengang etwas verzerrt. Eine Eigenschaft, die hingegen erhalten bleibt, ist das geringe Überschießen bei der Schrittantwort.¹⁰⁹ Die bilineare Transformation bildet den gesamten analogen Frequenzbereich auf den digitalen innerhalb der Nyquistfrequenz ab,

101 Steppat, Michael: *Audio-Programmierung*, München: Hanser 2014, S. 87.

102 Weinzierl: *Handbuch der Audiotechnik*, 2008, S. 458f.

103 Dickason: *Lautsprecherbau*, 2001, S. 182f.

104 Papula: *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler Band 2*, 2012, S. 571.

105 Grünigen: *Digitale Signalverarbeitung*, Hanser 2008, S. 35.

106 Weinzierl: *Handbuch der Audiotechnik*, 2008, S. 459.

107 Dickason: *Lautsprecherbau*, 2001, S. 196f.

108 Ebenda, S. 204 – 206.

109 Stearns, Samuel D.; David, Ruth A.: *Signal Processing Algorithms*, Englewood Cliffs, N.J. (u.a.): Prentice-Hall 1988, S. 148.

daher treten Verzerrungen auf, die allerdings kompensiert werden können.¹¹⁰ Mit der Impulsantwort steht das zeitliche Verhalten im Vordergrund und war ausschlaggebend für die Wahl dieses Filtertyps.

Analoge Bessel-Filter besitzen nur Pole, deren Zähler-Polynom sich aus der Besselfunktion ergibt. Für ein Tiefpass L-ter Ordnung gilt:

$$H(s) = \frac{d_0}{B_L(s)} \quad (\text{IV.10.5})$$

Die Koeffizienten ergeben sich aus dem Zusammenhang $H(s)=D(s)/C(s)$:

$$B_L(s) = \sum_{k=0}^L c_k s^k = C(s) \quad , \quad (\text{IV.10.6})$$

mit

$$c_k = \frac{(2L-k)!}{2^{L-k} k! (L-k)!} \quad k=0,1,\dots,L \quad . \quad (\text{IV.10.7})$$

Der Koeffizient des Nenners ist eine Konstante, die bei $s=0$ ein Gain von 1 erzeugt:

$$d_0 = \frac{(2L)!}{2^L L!} = c_0 \quad . \quad (\text{IV.10.8})$$

Die Übertragungsfunktion lautet somit

$$H(s) = \frac{c_0}{c_L s^L + \dots + c_0} \quad . \quad (\text{IV.10.9})$$

Für das Passband gilt, dass es umso steiler wird, je höher die Filterordnung ist, jedoch wird gleichzeitig die Dämpfung des Sperrbereichs schlechter.¹¹¹ Es ist anzumerken, dass die Impulsantwort umso weniger Nachschwinger aufweist, desto niedriger die Ordnung ist. Zusammen mit der verbesserten Dämpfung im Sperrbereich ist dies ein weiterer Grund diesen Filtertyp zu wählen, denn die einzelnen Filter der Frequenzweiche dürfen keine hohe Ordnung aufweisen, da sonst die Summen-Impulsantwort zu starken Überschwingen tendiert.

Definiert werden die Filter in der kontinuierlichen Domäne und mittels der bilinearen Transformation in den digitalen Bereich überführt. Diese besitzt einige vorteilhafte Eigenschaften, wie die Übertragung von Polen und Nullstellen links der $j\Omega$ -Achse der s-Ebene innerhalb des Einheitskreises der z-Ebene. Da die $j\Omega$ -Achse allerdings auf den

110 Weinzierl: *Handbuch der Audiotechnik*, 2008, S. 460.

111 Stearns; David: *Signal Processing Algorithms*, 1988, S. 147f.

Einheitskreis der z-Ebene übertragen wird, gibt es Verzerrungen der Frequenzen, womit sich Amplitudenfrequenz- und Phasengang des digitalen Filters gegenüber der analogen Variante verschlechtern können. Durch Skalierung kritischer Frequenzen vor der Transformation kann dieser Effekt gemildert werden. Die Transformation ist definiert als:

$$s = \frac{z-1}{z+1} \quad (\text{IV.10.10})$$

Der Entwurf eines digitalen IIR-Filters kann nun so erfolgen, dass zunächst ein analoger Tiefpass mit einer Grenzfrequenz von 1rad/s definiert wird. (Bei Stearns und David steht Ω für die Frequenz in rad/s.) Dieser wird gemäß der gewünschten normalisierten Grenzfrequenz des digitalen Filters skaliert

$$\begin{aligned} \Omega_c &= \tan\left(\frac{\omega_c}{2}\right) = \tan(\pi f_c T) \\ \hat{H}(s) &= H\left(\frac{s}{\Omega_c}\right) \end{aligned} \quad (\text{IV.10.11})$$

und s mit z substituiert

$$H(z) = \hat{H}(s) \Big|_{s=(z-1)/(z+1)} \quad (\text{IV.10.12})$$

Für die Erstellung von Hoch- und Bandpässen sind zusätzliche Substitutionen nötig:

$$\begin{aligned} \text{Hochpass: } s &\leftarrow \frac{1}{s} \\ \text{Bandpass: } s &\leftarrow \frac{s^2 + \Omega_0^2}{Ws} \end{aligned} \quad (\text{IV.10.13})$$

Mit W ist die analoge Bandbreite definiert und mit Ω_0 die Mittenfrequenz auf einer logarithmischen Skala. Die analogen Eckfrequenzen Ω_L und Ω_H sind ebenfalls in rad/s definiert:

$$\begin{aligned} W &= \Omega_H - \Omega_L \\ \Omega_0 &= \sqrt{\Omega_L \Omega_H} \end{aligned} \quad (\text{IV.10.14})$$

Ziel ist es eine Frequenzweiche zu entwerfen, deren Summen-Impulsantwort nahezu einen Stoß ergibt und deren Frequenzgang innerhalb einer bestimmten Bandbreite linear ist. Folgende Lösung wird vom Autor vorgeschlagen: Es werden ausschließlich Bessel-Filter 2. Ordnung genutzt; die Trennfrequenz des Tiefpassfilters liegt bei 150Hz, die des Hochpasses bei 1kHz. Der Mittenbereich wird durch ein Bandpassfilter ausgeglichen, so dass ein etwa linearer Amplitudenfrequenzgang entsteht.

112 Stearns; David: *Signal Processing Algorithms*, 1988, S. 124 – 127.

113 Ebenda, S. 129.

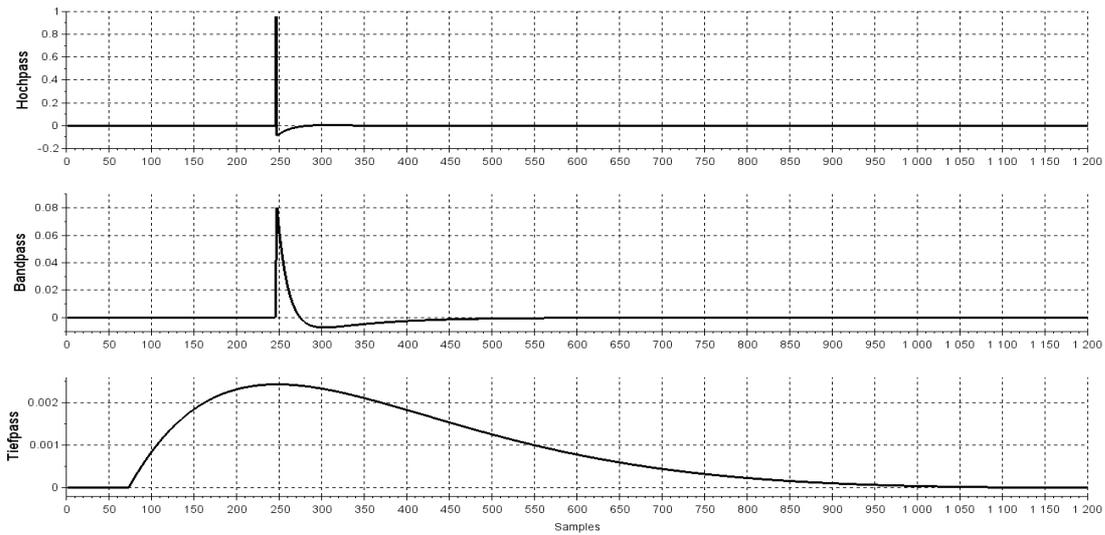


Abbildung 3: Die einzelnen der Filter der Frequenzweiche.

Die Impulsantworten liegen zeitlich leicht versetzt, so dass der Überschwinger des Hochpasses durch den Band- und Tiefpass ausgeglichen wird.

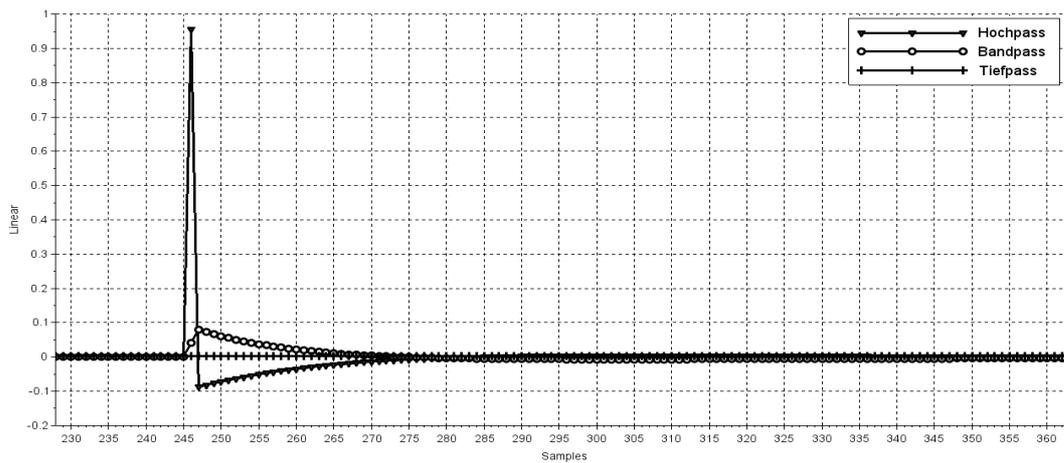


Abbildung 4: Die Impulsantworten der Filter übereinander.

Daraus ergibt sich die Summen-Impulsantwort.

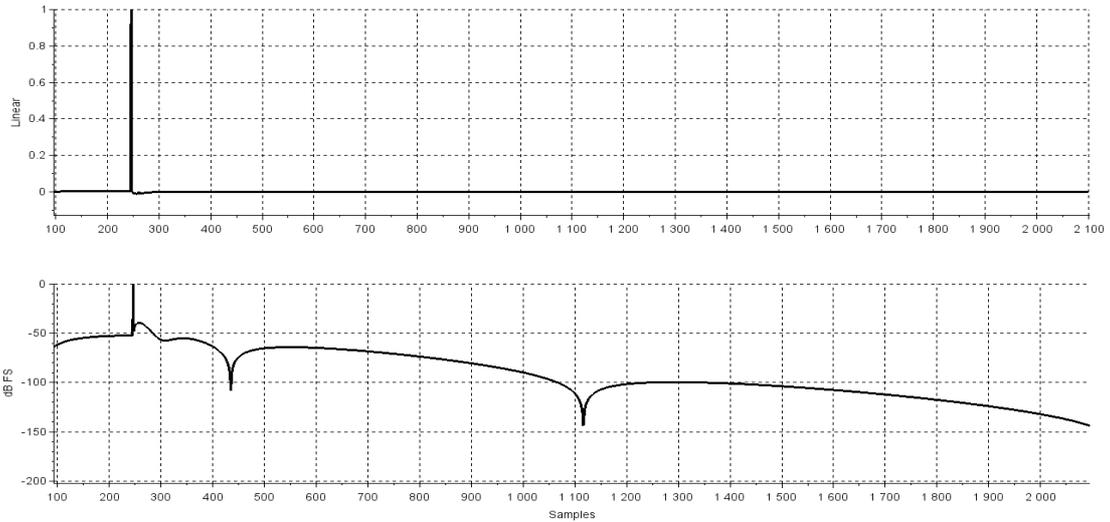


Abbildung 5: Addition aller Impulsantworten.

Die Summe der einzelnen Impulsantworten kommt einem idealen Stoß sehr nahe.

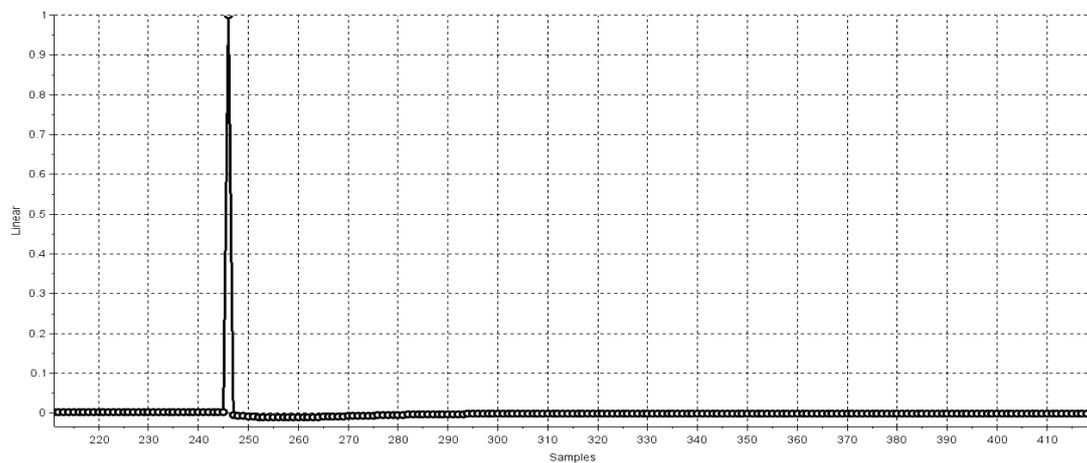


Abbildung 6: Zoom auf die Summen-Impulsantwort.

Für einen ersten Entwurf ist diese Frequenzweiche sicherlich akzeptabel; sie ließe sich aber noch weiter optimieren. Der Amplitudenfrequenzgang zeigt bei 164Hz ein Tief von -2dB FS und ebenso bei 1065Hz eines von -1,6dB FS. Bei 4kHz hingegen schlägt die Frequenzweiche 0,4dB FS auf. Der Phasengang zeigt sich linear.

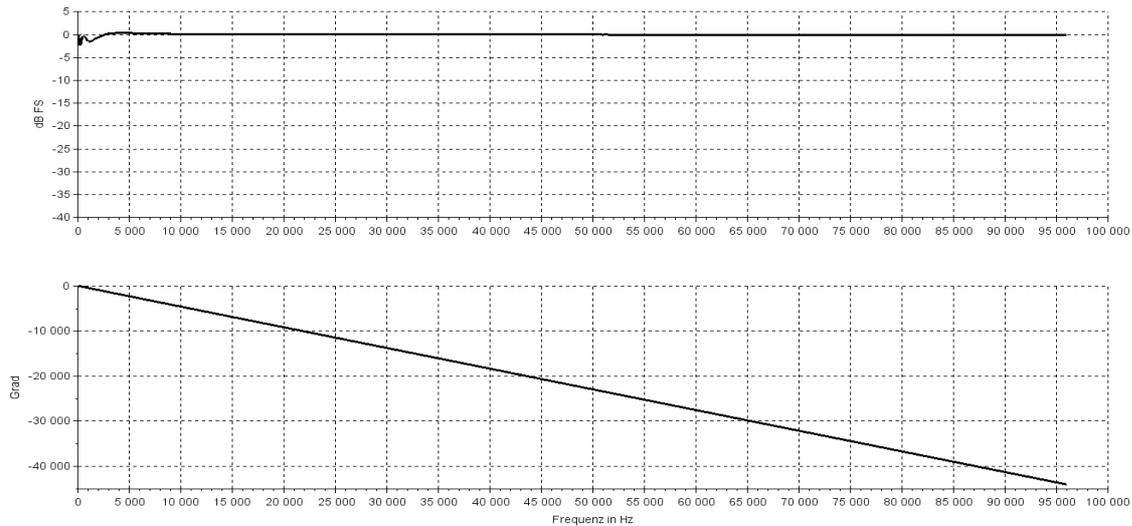


Abbildung 7: Frequenzgang der Summen-Impulsantwort.

Für zukünftige Forschung wäre eine Verbesserung angebracht, so dass der Frequenzgang linearer wird und die Summen-Impulsantwort weniger Nachschwinger aufweist. Es wäre nun vorteilhaft die Frequenzweiche mit der Entzerrung zu kombinieren, vergleichbar Sven Müllers Ansatz (sh. Kap. IV.5). Die Zielfunktion (das 7 Punkte Kaiser-Fenster) wurde mit dem Bessel-Hochpass 2. Ordnung gefiltert. Das Ergebnis soll als Zielfunktion für die Dekonvolution dienen.

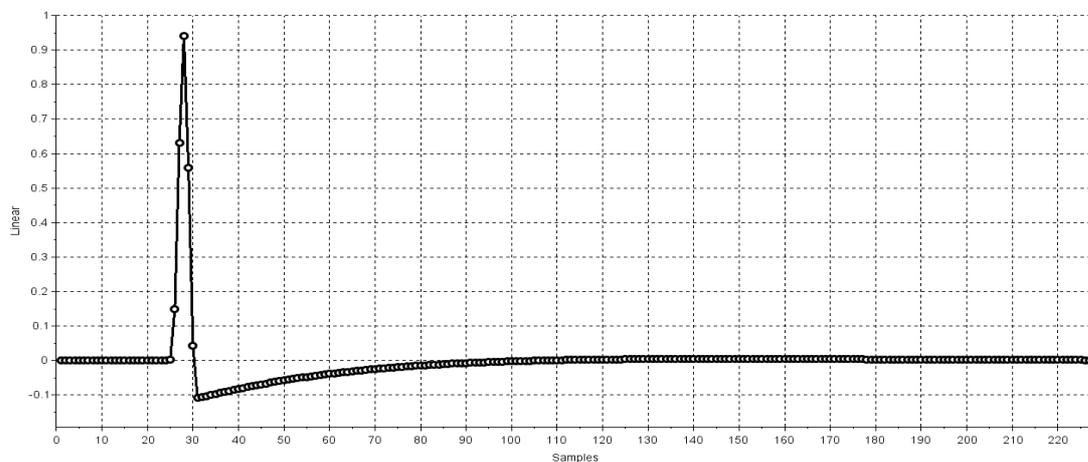


Abbildung 8: Das gefilterte Kaiser-Fenster.

Der Frequenzgang zeigt die -3dB Grenzen bei 971 und 26300Hz; die Phase ist bis auf 180° Sprünge linear (- ein weiterer Grund für die niedrige Ordnung des Hochpasses).

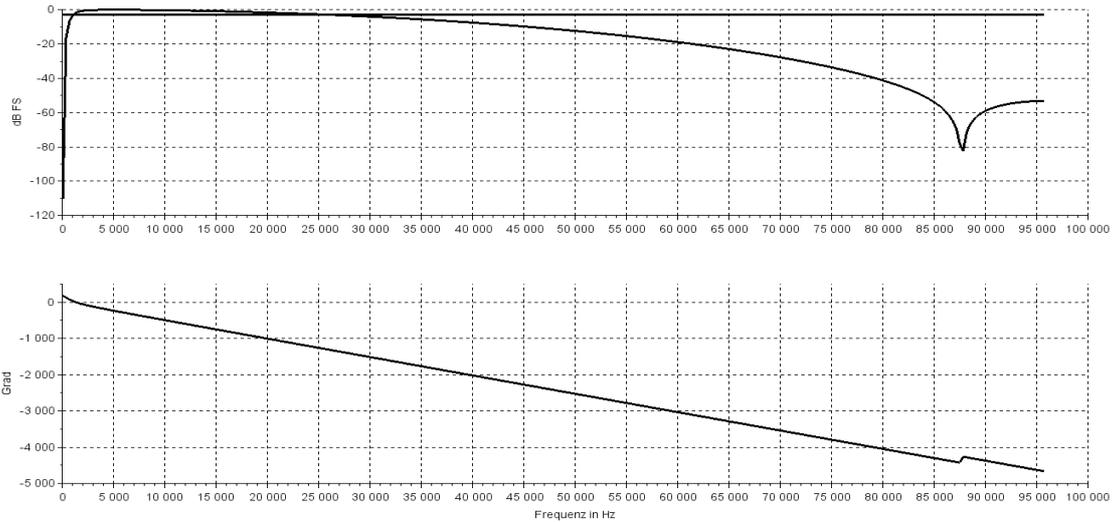


Abbildung 9: Frequenz- und Phasengang; der Strich markiert die -3dB Grenzen.

Aufgrund der Faltungstheoreme (Gl. (III.2.1)) lassen sich die Fensterfunktion und das IIR-Filter zusammenfassen. Das Besselfilter besitzt nur Pole also Koeffizienten im Nennerpolynom; das Fenster als MA-Filter hingegen kein Nennerpolynom, wodurch sich

$$\begin{aligned}
 H(z) \cdot D(z) &= \frac{c_0}{c_L z^L + \dots + c_0} \cdot (d_0 + \dots + d_n z^n) \\
 \Leftrightarrow HD(z) &= \frac{c_0 d_0 + \dots + c_0 d_n z^n}{c_L z^L + \dots + c_0}
 \end{aligned}
 \tag{IV.10.15}$$

ergibt, mit c als Koeffizienten des Bessel-Filters (Anzahl L) und d als Koeffizienten (Anzahl n) des Kaiser-Fensters. Damit lautet die Differenzengleichung

$$h(n) = \sum_{i=0}^M (c_0 d(i)) x(n-i) - \sum_{j=1}^N c(j) y(n-j)
 \tag{IV.10.16}$$

In der weiteren Arbeit wird die Impulsantwort dieses Filters als Zielfunktion für die Entzerrung genutzt. Da eine unendlich lange Impulsantwort in einem Computer weder numerisch machbar noch sinnvoll ist, wird sie auf eine endliche Länge von 584 Samples begrenzt wo sie um ~ 170 dB FS abgeklungen ist.

V Messungen an Hochtton-Chassis

Für die Dekonvolution wurden mehrere Hochtöner gemessen und ihre Impulsantwort gespeichert. Alle Messungen fanden im reflexionsarmen Raum des Instituts für Musikwissenschaft statt. Mit dem Programm HOLMImpulse wurden Frequenzgang und die Impulsantwort der Lautsprecher mit einer Maximallängenfolge ermittelt. Die Soundkarte war eine Steinberg UR22, die mit 192kHz und 24bit eingestellt wurde, als Endstufe kam ein Peavey PV260 zum Einsatz. Die Aufnahme erfolgte mit einem Microtech-Gfell MK301E (Seriennr.: 0172), angeschlossen am UR22. Die Überprüfung der Ausgabe der Endstufe erfolgte mit einem Rigol DS1202 Oszilloskop.

Die Chassis wurden liegend auf einem Podest aus Holz gemessen. Das Mikrofon wurde senkrecht über dem Chassis axial positioniert. Variable Abstände der Chassis zum Mikrofon ergeben sich aus der unterschiedlichen Tiefe der Chassis. Der Main Out des UR22 war halb ausgesteuert, jede weitere Aussteuerung erfolgte über die Endstufe.

Es wurden zur Messung Maximallängenfolgen (MLS) benutzt, da sie einen rauschartigen Charakter besitzen und das SNR gegenüber einer Einzelpulsmessung deutlich besser ist. MLS beruht auf Pseudozufallsfolgen und die Auswertung erfolgt verhältnismäßig simpel im Zeitbereich. Die MLS-Folgen bestehen aus 2^N-1 Samples die nur die Werte 1 oder 0 annehmen können. Der Konstruktionsalgorithmus erzeugt alle möglichen Kombinationen der Länge N, außer den Nullvektor. Die MLS-Folge wird in den Lautsprecher eingespeist und die Ausgabe aufgenommen. Die Korrelation des aufgenommenen und ursprünglichen Signals ergibt die Impulsantwort des Systems. Die Korrelationsfunktion kann allerdings dank des speziellen Aufbaus von MLS durch die Hadamard-Transformation deutlich vereinfacht werden. Das verbessert SNR ergibt sich aus dem konstantem (abgesehen vom Gleichanteil) Spektrum der MLS bei minimalem Scheitelfaktor.¹¹⁴

¹¹⁴ Möser, Michael (Hrsg.): *Messtechnik der Akustik*, Berlin u.a.: Springer 2010, S. 123f.

Hochtonchassis	Abstand ¹¹⁵	Volt ¹¹⁶	Typ
Dayton PT2C	38	10	Bändchen
Fountec NeoCD2 ¹¹⁷	33	20	Bändchen
Vifa XT25	58	5	Dynamisch
Mivoc KFT130	36	5	Bändchen
Hygeia RT5002	37,8	5	AMT ¹¹⁸
Bel AMT HT80K ¹¹⁹	44	10	AMT

Tabelle 2: Zusammenfassung des Messprotokolls

Alle Messungen wurden mehrfach durchgeführt. Da sich die Ergebnisse decken, wird im Folgenden stets nur eine repräsentative Impulsantwort herausgegriffen. Speziell zwei Chassis zeigen gute Impulsantworten: Das Vifa XT25 und das Fountec NeoCD2.

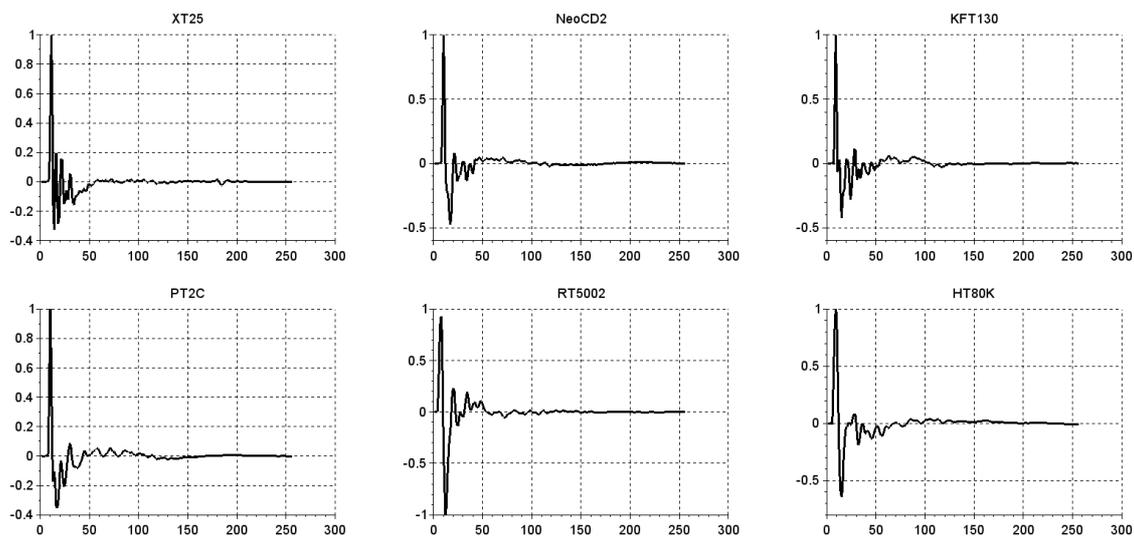


Abbildung 10: Die Impulsantworten im Vergleich.

Es ist aufschlussreich die Impulsantworten als Filter zu betrachten und deren Pole, sowie Nullstellen zu ermitteln. Es sei an Kap. III erinnert: Ein System ist nur invertierbar wenn es keine Nullstellen am oder außerhalb des Einheitskreises besitzt.

Ehe eine Pol-Nullstellen-Diskussion erfolgen kann, muss zunächst die Impulsantwort eines Chassis in eine Übertragungsfunktion umgewandelt werden. Die Ausgabe eines

115 Membran des Lautsprechers zu Membran des Messmikrophons in cm

116 Peak to Peak

117 Als Widerstand wurden 15 Ohm plus einem RC-Glied mit 6,8 μ Farat genutzt.

118 Air Motion Transformer

119 Dieses Chassis lag mit seinem Rand auf zwei Holzstäben, da es rückwärtig offen ist.

Filters beruht auf der Faltung des Eingangssignals mit der Impulsantwort; d.h. für die Impulsantwort ist das Eingangssignal theoretisch ein Dirac-Stoß. Aufgrund von Gl. (III.2.1) ist die z-Transformierte das Verhältnis des Ausgangssignals zum Eingangssignal:

$$F(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} \quad .^{120} \quad (V.1)$$

Die z-Transformierte eines Einheitspulses

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n=0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases} \quad .^{121} \quad (V.2)$$

ist

$$\Delta(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta[n] z^{-n} = z^0 = 1 \quad .^{122} \quad (V.3)$$

Damit müssen nur die Impulsantwort transformiert und eventuelle Doppelbrüche aufgelöst werden, um die Übertragungsfunktion zu erhalten. Die Übertragungsfunktion eines Filters kann bekanntlich als

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}} \quad (V.4)$$

geschrieben werden. Die Nullstellen des Zählerpolynoms bestimmen dabei die Sperrfrequenzen (, auch Nullstellen genannt) des Filters; die Nullstellen des Nennerpolynoms werden Pole genannt und sind die Resonanzfrequenzen des Filters.¹²³

Die Lage dieser Stellen ist demnach von Interesse und eine Aufspaltung der Übertragungsfunktion sinnvoll. Die Polynome werden dazu als Funktionen von z geschrieben:

$$H(z) = z^{N-M} \frac{\sum_{k=0}^M \bar{b}_k z^k}{z^N \sum_{k=0}^{N-1} \bar{a}_k z^k} \quad , \quad (V.5)$$

wobei $\bar{b}_k = b_{M-k}$ und \bar{a}_k analog a_{N-k} . Durch Faktorisierung der Polynome wird eine Darstellung nach Pol- und Nullstellen erreicht.¹²⁴

120 Lechner; Lohl: *Analyse digitaler Signale*, 1990, S. 56.

121 Hamming: *Digital Filters*, 1998, S. 106.

122 Grünigen: *Digitale Signalverarbeitung*, Hanser 2008, S. 111.

123 Doblinger: *Matlab-Programmierung*, 2001, S. 45.

124 Doblinger: *Matlab-Programmierung*, 2001, S. 46f.

Die direkte Berechnung der Pole und Nullstellen ist bei Impulsantworten recht aufwändig,¹²⁵ es ist aber auch möglich die z-Übertragungsfunktion aus dem Frequenzgang mithilfe der LS-Methode zu schätzen,^{126 127} was in Scilab mit dem Befehl `frep2tf` durchgeführt wird.¹²⁸ Eine Pol-Nullstellen-Darstellung der Impulsantworten wurde vom Autor in Scilab durchgeführt. Das Vifa XT25 wurde repräsentativ herausgegriffen.

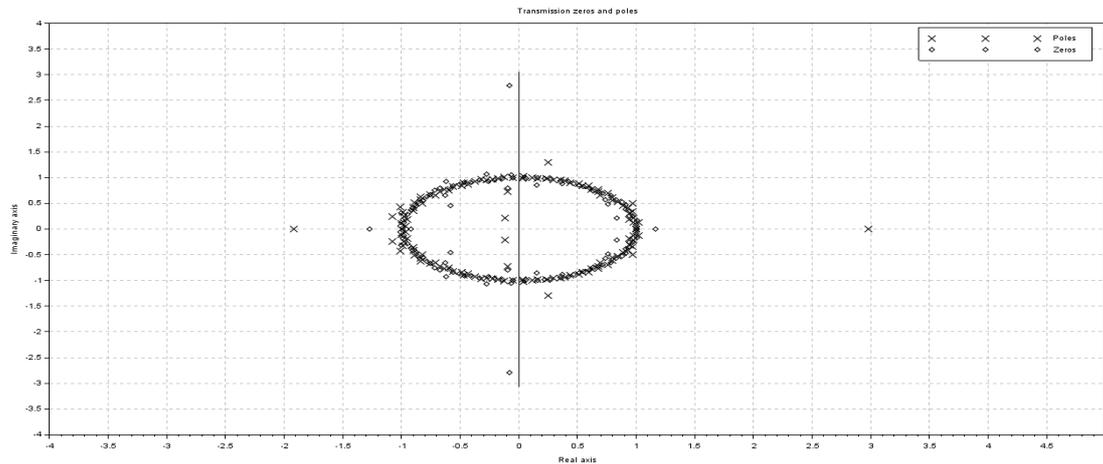


Abbildung 11: Pole und Nullstellen des Vifa.

Zur Diskussion seien noch ein paar Eigenschaften zusammengefasst, die sich aus Polen und Nullstellen ablesen lassen. Als Stabilitätskriterium lässt sich BIBO (Bounded In Bounded Out) nutzen:

$$\sum_{i=-\infty}^{\infty} |h(i)| < \infty \quad .^{129} \quad (V.6)$$

Die Gewichtungsfunktion muss also begrenzt und die Summe ihrer Werte endlich sein.¹³⁰ Die Region der Stabilität für Filter ist innerhalb des Einheitskreises der z-Ebene, d.h. sind alle Pole innerhalb des Einheitskreises, so ist das Filter stabil; schon ein Pol außerhalb würde für die Instabilität genügen. Ist dies der Fall steigt die Amplitude des Ausgangssignals stetig an, sobald das Eingangssignal nicht Null ist.¹³¹ Eine Polstelle am Einheitskreis bedeutet eine unendliche Verstärkung dieser Frequenz.¹³² Sind alle Pole

125 Lechner; Lohl: *Analyse digitaler Signale*, 1990, S. 58.

126 Roederer; Pecher: *Digitale Signalverarbeitung*, 2010, S. 258.

127 Kiencke; Schwarz; Weickert: *Signalverarbeitung*, 2008, S. 339 – 343.

128 http://help.scilab.org/docs/5.5.2/en_US/frep2tf.html Zuletzt aufgerufen am 14.07.2015

129 Kammeyer; Kroschel: *Digitale Signalverarbeitung*, 2012, S. 14.

130 Roderer; Pecher: *Digitale Signalverarbeitung*, 2010, S. 104.

131 Lyons, Richard G.: *Understanding Digital Signal Processing*, Reading, Massachusetts: Addison Wesley Longman 1997, S. 240 – 242.

132 Meyer-Bäse, Uwe: *Schnelle digitale Signalverarbeitung*, Berlin u.a.: Springer 2000, S. 215.

innerhalb des Einheitskreises ist das System stabil und kausal oder instabil und antikausal; sind alle Pole außerhalb ist das System kausal und instabil oder antikausal und stabil. Gibt es Pole innerhalb und auf dem Einheitskreis ist ein kausales System quasistabil. Ebenso sind antikausale Systeme quasistabil, deren Pole außerhalb und auf dem Einheitskreis liegen.¹³³ Reelle Filter haben einfache Pol- und Nullstellen auf der reellen Achse, komplexe treten als konjugiert komplexe Paare auf: Eine Pol-/Nullstelle bei $a+ja$ erfordert auch eine Pol-/Nullstelle bei $a-ja$.¹³⁴

Es ist offensichtlich, dass Lautsprecherchassis schwerlich exakt invertierbar sind. Auffallend ist, dass alle Pole und Nullstellen gespiegelt zur reellen Achse liegen; es handelt sich eindeutig um reellwertige Filter. Der Vifa scheint stabiler und linearer zu sein, was am Wandlerprinzip liegen dürfte. Es ist hinzuzufügen, dass die LS-Schätzung natürlich einen gewissen Restfehler aufweist. Außerdem verweist Gomez darauf, dass der Befehl `frep2tf` nie ein stabiles System liefert,¹³⁵ was die Pole außerhalb des Einheitskreises erklärt. Selbst wenn diese Pole möglicherweise rechnerisch korrekt sind, wären sie irrelevant, da ein Chassis ein (verlustbehafteter) Energieumsetzer ist (Wirkungsgrad $\approx 1\%$)¹³⁶ und damit nicht, wie etwa ein instabiles Filter, schwingen wird.

133 Kammeyer; Kroschel: *Digitale Signalverarbeitung*, 2012, S. 76f.

134 Meyer-Bäse: *Schnelle digitale Signalverarbeitung*, 2000, S. 215.

135 Gomez, Claude (Hrsg.): *Enginerring and Scientific Computing with Scilab*, New York: Springer 1999, S. 205.

136 Weinzierl: *Handbuch der Audiotechnik*, 2008, S. 25f.

VI Entfaltung über den Frequenzbereich

Jede Sinuswelle eines Signals kann in ihrer Phase und Amplitude verändert werden und für die Entzerrung muss ein Filter entworfen werden, der diese Veränderungen rückgängig macht.¹³⁷ Eine Faltung im Zeitbereich entspricht dem natürlichen Produkt im Frequenzbereich,¹³⁸ daher ist die Umkehrung des Prozesses eine Division in demselben Bereich. Es muss also das Spektrum des erwünschten Pulses durch das Spektrum des gemessenen Pulses dividiert werden. Ist ein gemessener Puls asymmetrisch, so ist seine Phase nicht Null und seine Fouriertransformierte wird komplex sein, also muss auch komplex dividiert werden. Durch Rücktransformation in den Frequenzbereich wird ein „maßgeschneiderter“ Filter erzeugt.¹³⁹ Aufgrund der Faltungstheoreme lautet die Entfaltung:

$$Y(z) = \frac{D(z)}{X(z)} \quad 140 \quad (\text{VI.1})$$

Um einen „maßgeschneiderten“ Filter zu erzeugen muss vom gewünschten Frequenzgang von jeder Frequenz die Amplitude und Phase bekannt sein. Im diskreten Bereich kann zum Beispiel ein Array, welches reale und komplexe Anteile enthält, definiert werden. Auf dieses Array kann eine inverse FFT angewandt werden. Damit wird die Impulsantwort des Filters erzeugt, jedoch eignet sich nicht als Kernel eines FIR-Filters. Der Filter muss noch verschoben, gekürzt und gefenstert werden. Soll der Filter z.B. 41. Ordnung haben (M=40, also 0 bis 40 ergeben 41 Punkte), so muss die Impulsantwort auf diese Länge gekürzt, um M/2 nach rechts verschoben werden und mit einem Fenster gewichtet werden.¹⁴¹ Die zunächst aus der Dekonvolution errechnete Impulsantwort ist hier nicht zu verwenden, da nur diskrete Punkte verwendet werden und keine Informationen über das Verhalten der Impulsantwort zwischen diesen Punkten vorhanden ist. Sei ein gewünschtes Frequenzspektrum mit unendlich vielen Punkten bis zu Nyquist-Frequenz gegeben, so wäre die Transformierte in den Zeitbereich eine unendlich lange Impulsantwort. Das kann ein Computer nicht verarbeiten und es werden stattdessen N/2+1 Stützpunkte im Frequenzbereich genutzt, wodurch N Stützpunkte im Zeitbereich

137 Smith: *Digital Signal Processing*, 2003, S. 300.

138 Grünigen: *Digitale Signalverarbeitung*, Hanser 2008, S. 46.

139 Smith: *Digital Signal Processing*, 2003, S. 303.

140 Roderer; Percher: *Digitale Signalverarbeitung*, 2010, S. 27.

141 Smith: *Digital Signal Processing*, 2003, S. 297 – 299.

entstehen. Damit tritt allerdings ein Aliasing-Effekt auf, der durch die Fensterung reduziert werden kann.¹⁴² Im Frequenzbereich äußert sich die Begrenzung des Filters in Form des Gibbsschen Phänomens, welches in Kap. VI.1.a näher erläutert wird.

Es gibt Grenzen für die Dekonvolution: Soll der gewünschte Impuls sehr schmal sein, sind sehr hohe Frequenzen in seinem Spektrum zu finden, die in der gemessenen Impulsantwort meist stark gedämpft sind. Das bedeutet, sie müssen enorm verstärkt werden, woraus weiter folgt, dass sehr genaue Werte verwendet werden müssen. Leider ist jede Messung fehlerbehaftet durch Rauschen, Temperaturveränderungen und vielen anderen Variablen. Rauschen ist kann sehr problematisch werden: Viele Störeinflüsse wirken sich wie ein Tiefpassfilter aus; sie dämpfen hohe Frequenzen. Fallen die Amplituden dieser unter das Niveau des Hintergrundrauschens, sind sie nicht mehr rekonstruierbar.¹⁴³

Im vorliegenden Fall ist nun die Transformierte der Wunschfunktion durch jene der Impulsantwort zu dividieren, um das inverse Filter zu berechnen. Da zunächst die gemessene Impulsantwort mit einer Fensterfunktion zu gewichten ist und ebenso die errechnete Impulsantwort des inversen Filters gewichtet werden muss, sollen Fensterfunktionen examiniert werden, um eine optimale Auswahl zu treffen.

VI.1 Fensterfunktionen im Vergleich

Es gibt einen Zusammenhang zwischen der DFT und Filter Analysis. Ein Fenster kann als Filter betrachtet werden, denn der Ausgang eines (kontinuierlichen) Filters ist gegeben durch:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau \quad . \quad (\text{VI.1.1})$$

Das Ergebnis einer zeitbegrenzten Fourier-Transformation eines Zeitausschnitts $x(t)$ gefenstert mit einer Gewichtungsfunktion $w(t)$ lässt sich ausdrücken als:

$$Y(f) = \int_0^T x(\tau) w(\tau) e^{-j2\pi f \tau} d\tau \quad . \quad (\text{VI.1.2})$$

Die Zeitfunktion davon bei einer Frequenz f_0 lässt umformulieren zu

$$Y(t) = \int_{t-T}^t x(\tau) w_h(t-\tau) e^{j2\pi f_0(t-\tau-T)} d\tau \quad (\text{VI.1.3})$$

¹⁴² Smith: *Digital Signal Processing*, 2003, S. 299f.

¹⁴³ Ebenda, S. 304.

Das ist wieder Gl. (VI.1.1), denn die inverse FT des Fensters kann zusammengefasst werden als $h_{FT}(t) = w_h(t) e^{j2\pi f_0(t-T)}$.¹⁴⁴ Die DFT/ FFT liefert äquidistante Spektrallinien, die als Filter mit der Frequenz der Spektrallinie als Mittenfrequenz interpretiert werden können. Die Form der Filter hängt von der jeweiligen Gewichtungsfunktion, dem Fenster ab.¹⁴⁵ Smith rät ein Blackman- oder Hamming-Fenster zur Gewichtung der Impulsantwort des inversen Filters zu nutzen (alle anderen seien nutzlos);¹⁴⁶ Swen Müller hingegen schlägt in seiner Arbeit ein Kaiser-Bessel-Fenster vor und rät vom Tuckey-Fenster ab.¹⁴⁷ Es ist aber durchaus denkbar, dass andere Fenster bessere Ergebnisse liefern.

Harris vergleicht in seinem Artikel von 1978 verschiedenste Fenster bezüglich ihrer Eigenschaften. Fenster sind Gewichtungsfunktionen, mit welchen ein Signal multipliziert wird, um Unstetigkeiten der begrenzten DFT zu verringern. Außerdem werden Signale beliebiger Frequenz außerhalb des Basis-Sets auf die Basisvektoren dieses Sets abgebildet. Die Fourier-Transformation des gewichteten Signals ist die Transformation eines Produkts und äquivalent zur Faltung der Transformationen des Fensters mit der des Signals. Die DFT, wie auch das Fenster sind um den Koordinatenursprung definiert, in einem Rechner muss die Summe jedoch von 0 bis N-1 statt -N/2 bis +N/2 gebildet werden. Die begrenzte Summation ist eine Approximation der infiniten Summation. Dadurch findet eine lineare Phasenverschiebung statt und der Wert einer spektralen Komponente ist die Summe aller Komponenten gewichtet durch die Si-Funktion der Transformierten des Fensters. Das Fenster kann also als spektraler Filter aufgefasst werden.¹⁴⁸

Die äquivalente Rauschbandbreite eines Fensters ist die Bandbreite eines idealen, also rechteckigen Bandpassfilters, der bei gleicher Amplitude ebenso viel Rauschleistung erfasst, wie die spektrale Funktion des Fensters. In der digitalen Domäne ist es sinnvoll diese als ein Vielfaches des Spektrallinienabstandes Δf anzugeben.¹⁴⁹ Dieser Wert ist wichtig, da die Verzerrung der Amplitude einer Frequenz vom breitbandigen Rauschen innerhalb der Bandbreite des Fensters abhängt. Für die Analyse, im Sinne des Findens von Teiltönen, sollte diese Verzerrung möglichst gering ausfallen und daher die Fenster-

144 Gade, Svend; Herlufsen, Henrik: „Use of Weighting Funktionen in DFT/FFT Analysis (Part II)“, in *Technical Review*, No. 4, Brül & Kjaer 1987, S. 2 – 4.

145 Gade, Svend; Herlufsen, Henrik: „Use of Weighting Funktionen in DFT/FFT Analysis (Part I)“, in *Technical Review*, No. 3, Brül & Kjaer 1987, S. 2.

146 Smith: *Digital Signal Processing*, 2003, S. 286.

147 Müller: *Digitale Signalverarbeitung für Lautsprecher*, Diss. 1999, S. 160f.

148 Harris: „On the Use“, 1978, S. 51 – 54.

149 Hesselmann, Norbert: *Digitale Signalverarbeitung*, Würzburg: Vogel 1987, S. 125.

Funktion schmalbandig sein. Die äquivalente Rauschbandbreite (engl.: equivalent noise bandwidth; ENBW) wird über

$$ENBW = \frac{\sum_n w^2(nT)}{\left[\sum_n w(nt) \right]^2} \quad (\text{VI.1.4})$$

ermittelt. Die Formel ist bereits normalisiert auf die Rauschleistung pro Stützpunkt des Spektrums. Mit diesem Effekt ist der Gewinn bzw. Verlust während der Verarbeitung nahe verwandt. Zu Verlust kann es kommen, da viele Fenster-Funktionen an den Rändern des Zeitausschnitts gegen Null tendieren, um Unstetigkeiten zu vermeiden. Dieser Amplituden-Zuschlag ist die Summe der Terme des Fensters und damit der Gleichanteils-Gain des Fensters. Der sogenannte „Processing Gain“ ist der Reziprok-Wert der ENBW, also

$$PG = \frac{\left[\sum_n w(nt) \right]^2}{\sum_n w^2(nT)} \quad (\text{VI.1.5})$$

Je größer also die ENBW, desto kleiner der PG.^{150 151} Ein anderer wesentlicher Effekt basiert auf den Seitenlappen der Spektralfunktion eines Fensters: Eine spektrale Komponente wird durch die Verstärkung der Fensterfunktion an dieser Stelle einen Einfluss auf andere spektrale Komponenten haben. Das bedeutet, die spectral leakage hat einen Einfluss auf die Verstärkung der Amplituden der Teiltöne; es handelt sich um eine Verzerrung. Um diese möglichst gering zu halten sollte eine Fensterfunktion stark gedämpfte Seitenlappen haben.¹⁵²

Der maximale spektrale Fehler tritt genau dann ein, wenn ein Teilton zwischen zwei Stützstellen der DFT fällt. Bei einem Rechteckfenster beispielsweise liegt der maximale Abtastfehler bei 3,92dB.¹⁵³ Ein ähnliches Problem ist die minimale Auflösung eines Fensters: Da die Fenster-Funktion auf einen Teilton eine gewisse Bandbreite aufschlägt, stellt sich die Frage, wie weit zwei spektrale Anteile gleicher Stärke auseinander liegen müssen, um getrennt wahrgenommen werden zu können. Die -3dB Grenzen der Bandbreite des Fensters sind hier ausschlaggebend: Zwei Hauptlappen, die weniger als ihre -3dB Grenzen voneinander entfernt liegen, werden durch eine einzige Spektrallinie repräsentiert.

150 Harris,: „On the Use“, 1978, S. 54 – 56.

151 Gade; Herlufsen: „Use of Weigting Funktions (Part II)“, 1987, S. 16.

152 Harris,: „On the Use“, 1978, S. 57.

153 Hesselmann: *Digitale Signalverarbeitung*, 1987, S. 124.

Eine Separation der beiden Komponenten ist nicht mehr möglich. Allerdings sind die Werte der DFT-Ausgabe die kohärente Addition der spektralen Komponenten, welche durch die Fenster-Funktion gewichtet werden. Sind also zwei Kernels beteiligt, so muss die Summe am Überschneidungspunkt kleiner als die Peaks sein, sonst wird nur ein Peak wahrgenommen. Daraus leitet sich die -6dB-Grenze ab, welche dieses Phänomen reflektiert und die eigentliche Auflösung der gefensterten DFT darstellt.¹⁵⁴

Aus diesen Überlegungen heraus bespricht Harris diverse Fenster-Funktionen unter einem bestimmten Blickwinkel: Die Differenz der -3dB Grenze und der ENBW in Prozent bezogen auf die -3dB Grenze. Er meint dies sei ein guter Indikator, denn ist der Index nicht innerhalb 4 – 5,5%, so hat das Fenster entweder einen sehr breiten Hauptlappen oder wenig gedämpfte Nebenlappen. In einer Graphik, die den „Worst Case Processing Loss“ dem stärksten Nebenlappen gegenüberstellt, zeigen besonders das Blackman-Harris, das Kaiser-Bessel und das Dopplh-Tchebyshev-Fenster ein gutes Verhältnis, da sowohl die Nebenlappen gut gedämpft sind als auch der „Processing Loss“ verhältnismäßig gering ausfällt.¹⁵⁵ Diese drei Fenster scheinen für die Dekonvolution über den Frequenzbereich besonders gut geeignet, da die FFT so eine gute Detektion der spektralen Komponenten der Impulsantworten liefern sollte und auch die Glättung des Filters vorteilhaft ausfallen sollte. Daher sollen diese drei Fenster und ihr Einfluss auf die FFT, sowie die Glättung von Filtern näher beleuchtet werden.

VI.1.a Glättung von Filtern

Konvergenzeigenschaften von Fourier-Reihen können durch Veränderung der Summationsmethoden verbessert werden, um bei Wunschfunktionen (von Filtern) mit eventuellen Sprungstellen das Gibbssche Phänomen zu vermeiden. Der mittlere quadratische Fehler wird so zwar nicht minimal, jedoch wird in erster Linie eine annähernde Erfüllung des Toleranzschemas angestrebt. Erreicht wird dies durch Gewichtung der Impulsantwort des Systems mit einer Fensterfolge:

$$h_M(n) = h_f(n) \cdot f(n) \quad (\text{VI.1.6})$$

Daraus folgt:

$$H_{0m}(e^{j\Omega}) = \frac{1}{2\pi} H_{\omega} * F_0(e^{j\Omega}) \quad \text{mit} \quad (\text{VI.1.7})$$

¹⁵⁴ Harris, : „On the Use“, 1978, S. 57f.

¹⁵⁵ Ebenda, S. 58.

$$F_0(e^{j\Omega}) = f(0) + 2 \sum_{k=1}^N f(k) \cos(k\Omega) \quad . \quad (\text{VI.1.8})$$

Die Funktion $f(n)$ bzw. deren Frequenzgang ist geeignet zu wählen.¹⁵⁶ Das Gibbssche Phänomen ist nach J. W. Gibbs benannt und enorm wichtig für Filtertheorie. Ein einfaches Beispiel dafür ist die rechteckige Puls-Funktion und deren Expansion

$$g(\Theta) = \begin{cases} -\frac{1}{2} & \text{für } -\pi < \Theta < 0 \\ \frac{1}{2} & \text{für } 0 < \Theta < \pi \end{cases} \quad , \quad (\text{VI.1.9})$$

welche eine Sprungstelle bei $\Theta=0$ besitzt, deren Magnitude 1 beträgt. Deren Fourier-Expansion wäre natürlich eine unendliche Summe

$$g(\Theta) = \frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(2k+1)\Theta}{2k+1} \quad (\text{VI.1.10})$$

und die gekürzte Serie der partiellen Summen als Integral wäre

$$g_N(\Theta) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\Theta} \frac{\sin 2(N+1)u}{\sin u} du \quad . \quad (\text{VI.1.11})$$

Es zeigt sich, dass das Gibbssche Phänomen immer dann auftritt, wenn eine Fourier-Serie gekürzt wird. Die Funktion der partiellen Summen tendiert dann zu einem Über- bzw. Unterschwingen, ehe sie sich auf den Sollwert einpendelt.¹⁵⁷ Aufgrund der Faltungstheoreme (sh. Kap. III Gl. (III.2.1)f.) ist die Kürzung einer Fourier-Reihe

$$g(\Theta) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{jk\Theta} \quad \text{auf die endlichen Summationsgrenzen } -N < k < N, \quad \text{was der}$$

Multiplikation der c_k mit einem Rechteckfenster entspricht, äquivalent zur Faltung des Spektrums mit dem Spektrum des Rechteckfensters. Wenn nun eine rechteckförmige Spektralfunktion mit diesem Spektrum gefaltet wird, zeigt dies deutlich, wie das Gibbssche Phänomen entsteht.¹⁵⁸ Die Faltung einer rechteckförmigen Spektralfunktion mit einer Si-Funktion ist praktisch die Integration der Si-Funktion. Zunächst werden die abgeschwächten Bögen integriert, die stärker werden bis der Hauptbogen in das Rechteck eintritt. Danach werden die gespiegelten Ausläufer integriert.¹⁵⁹

Da die spektrale Form des Rechteckfensters einer Si-Funktion mit schmalen

156 Schüßler, Hans W.: *Digitale Signalverarbeitung 2*, Berlin u.a.: Springer 2010, S. 33f.

157 Hamming: *Digital Filters*, 1998, S. 107 – 109.

158 Ebenda, S. 112f.

159 Ebenda, S. 188.

Hauptlappen aber wenig gedämpften Seitenlappen entspricht, wird durch die Faltung mit dem Rechteckplus zwar ein steiler Anstieg, aber auch eine starke Welligkeit hervorrufen. Die Begrenzung der Fourier-Reihe durch ein anderes Fenster wird, abhängig von dessen spektraler Funktion, das Gibbssche Phänomen beeinflussen.

Die bisherigen Überlegung zeigen, dass sowohl für die Fourier-Transformation der Impulsantwort als auch die Verminderung des Gibbsschen Phänomens ein schmaler Hauptlappen sowie eine hohe Seitenlappendämpfung nötig sind.

VI.1.b Kaiser-Bessel

Optimal wäre ein Fenster, das sowohl im Zeit- wie auch im Bildbereich schmal ist. J. F. Kaiser lieferte eine gute Approximation,¹⁶⁰ die eine Möglichkeit darstellt die Konvergenz zu verbessern:

$$f_K(n) = \begin{cases} I_0(\alpha \sqrt{1-n^2/N^2})/I_0(\alpha), & |n| \leq N \\ 0 & , |n| \geq N \end{cases} \quad (VI.1.12)$$

Der Wert α erlaubt eine Anpassung an das Toleranzschema; Abweichungen sind in Sperr- und Durchlassbereich etwa gleich groß. I_0 steht hier für eine modifizierte Besselfunktion erster Art und nullter Ordnung. Für N gilt allgemein:

$$N = \frac{\pi D}{\Delta \Omega} \quad (VI.1.13)$$

Die Güte der Approximation wird durch $D(\delta_D, \delta_S)$ angegeben. Für a gilt:

$$a = -20 \log \delta \text{ dB} \quad \text{mit} \quad (VI.1.14)$$

$$\delta = \min(\delta_D, \delta_S) \quad \text{und für } D \quad (VI.1.15)$$

$$D =: D_K = \frac{a - 7,95}{14,36} \quad ; \text{ daher gilt auch} \quad (VI.1.16)$$

$$N = \frac{\pi D_K}{\Delta \Omega} \quad (VI.1.17)$$

Aus (VI.1.14) lässt sich auch α bestimmen:

$$\alpha = \begin{cases} 0,1102(a-8,7) & \text{für } a > 50\text{dB} \\ 0,5842(a-21)^{0,4} + 0,07886(a-21) & \text{für } 21\text{dB} < a < 50\text{dB} \end{cases} \quad \cdot^{161} \quad (VI.1.18)$$

Die Besselfunktion ist definiert als

¹⁶⁰ Hamming: *Digital Filters*, 1998, S. 189.

¹⁶¹ Schüßler: *Digitale Signalverarbeitung 2*, 2010, S. 34 – 36.

$$I_0(x) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(x/2)^n}{n!} \right]^2 \quad (\text{VI.1.19})$$

Hamming bemerkt dazu, dass die Gewichtung dem Hamming-Fenster ähnelt, da sie am Rand nicht gegen 0 sondern 1 läuft. Zwei Werte bestimmen die Form des Fensters: N ist die halbe Breite und α die Flanke der Nebenlappen.¹⁶² Bei Hamming wird α aus Gl. (VI.1.14) als A bezeichnet und Gl. (VI.1.18) ist bei ihm erweitert:

$$\alpha = \begin{cases} 0,1102(A-8,7) & \text{für } A > 50\text{dB} \\ 0,5842(A-21)^{0,4} + 0,07886(A-21) & \text{für } 21 < A < 50\text{dB} \\ 0 & \text{für } A \leq 21\text{dB} \end{cases} \quad (\text{VI.1.20})$$

Je größer α , desto stärker die Dämpfung der Seitenlappen auf Kosten der Auflösung, denn der Hauptlappen wird immer breiter. Grünigen bestimmt α (er bezeichnet es als β) wieder anders als die anderen Autoren:

$$\alpha = \begin{cases} 0,12438(A+6,3) & \text{für } 60 \leq A < 120\text{dB} \\ 0,7661(A-13,26)^{0,4} + 0,0983(A-13,26) & \text{für } 13,26 \leq A < 60\text{dB} \\ 0 & \text{für } A < 13,26\text{ dB} \end{cases} \quad (\text{VI.1.21})$$

Hamming zeigt auch, dass N indirekt proportional zu ΔF ist (der Übergangs-Bandbreite; gemeint ist hier der Übergangsbereich eines Filters):

$$N \geq \frac{A-7,95}{28,72 \Delta F} \quad (\text{VI.1.22})$$

Für ein festes δ ist das Produkt D aus Fensterbreite und Übergangs-Bandbreite konstant, womit sich für D

$$D = \begin{cases} \frac{A-7,95}{14,36} & \text{für } A > 21 \\ 0,9222 & \text{für } A < 21 \end{cases} \quad (\text{VI.1.23})$$

ergibt und für N

$$N = \frac{A-7,95}{14,36(2 \Delta F)} \quad (\text{VI.1.24})$$

Der Übergangsbereich ΔF ist auf die Abtastfrequenz f_A normiert und ist gegeben über

$$\Delta F = \frac{f_s - f_D}{f_A} \quad (\text{VI.1.25})$$

¹⁶² Hamming: *Digital Filters*, 1998, S. 189f.

¹⁶³ Ebenda, S. 193.

¹⁶⁴ Grünigen: *Digitale Signalverarbeitung*, Hanser 2008, S. 192.

¹⁶⁵ Hamming: *Digital Filters*, 1998, S. 193 – 195.

Das Kriterium nach dem das Fenster entworfen wurde war für eine begrenzte Energie eine endliche Zeitfunktion zu finden, welche die Energie in den Frequenzbändern W maximiert. Andere Forscher haben dazu die prolate (=verlängerte) ellipsoide Funktion nullter Ordnung bestimmt; Kaiser lieferte eine einfache Approximation davon.¹⁶⁷ Bezüglich des Kaiser-Bessel-Fensters bemerken Gade und Herlufsen, dass es eine gute Selektivität aufweist und eine geringe Differenz zwischen dem besten und dem schlechtesten Fall der Detektion besteht.¹⁶⁸ Typische Werte für α (Kammeyer und Kroschel bezeichnen diesen Wert ebenfalls mit β) sind zwischen 4 und 9; bei ersterem ist das Maximum der Nebenlappen um 30 dB gedämpft und die Flankensteilheit beträgt $5,2\pi$, bei letzterem um 74dB und die Steilheit beträgt $10,5\pi$. Über den Zusammenhang aus Gl. (VI.1.20) lässt sich das Fenster auch über die Dämpfung der Seitenlappen definieren.¹⁶⁹

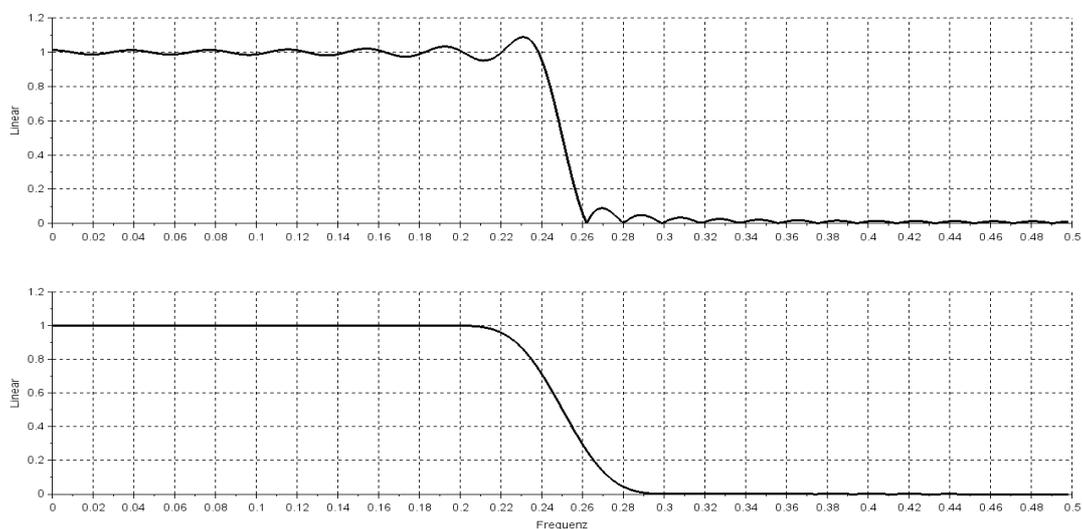


Abbildung 12: Oben: Tiefpass mit Rechteckfensterung; Unten: mit Kaiser geglättet.

Die obige Abbildung zeigt deutlich, weshalb die Glättung eines Filter enorm wichtig ist: Keine Glättung, also das Rechteckfenster, überzeugt zwar mit einem steilen Übergang zwischen Durchlass und Sperrbereich, aber das Gibbsche Phänomen tritt deutlich zu Tage. Die Glättung mit einem Kaiser-Fenster hingegen erzeugt zwar einen etwas breiteren Übergang, aber auch einen sehr linearen Durchlass- und Sperrbereich.

166 Kammeyer; Kroschel: *Digitale Signalverarbeitung*, 2012, S. 177. f_s =Grenzfrequenz Sperrbereich; f_D =Grenzfrequenz Durchlassbereich; f_A =Abtastfrequenz

167 Harris: „On the Use“, 1978, S. 73.

168 Gade; Herlufsen: „Use of Weighting Functions (Part I)“, 1987, S. 16f. Es ist zu bemerken, dass hier das Kaiser-Fenster festgelegte Werte besitzt.

169 Kammeyer; Kroschel: *Digitale Signalverarbeitung*, 2012, S. 177f.

VI.1.c Dolph-Tchebyshev

Gesucht ist ein Fenster, das über einer begrenzten Dauer eine möglichst geringe Bandbreite besitzt. Die Lösung ist eine minimale Breite des Hauptlappens bei gegebener Dämpfung der Seitenlappen. Dazu werden ein Tchebyshev-Polynom und ein trigonometrisches Polynom nter Ordnung in Beziehung gesetzt: $T_n(X) = \cos(n\Theta)$. Über diese Beziehung ist das Fenster im Frequenzbereich definiert:

$$W(k) = (-1)^k \frac{\cos \left[N \cos^{-1} \left[\beta \cos \left(\pi \frac{k}{N} \right) \right] \right]}{\cosh [N \cosh^{-1}(\beta)]}, \quad 0 \leq |k| \leq N-1, \quad \text{wobei} \quad (\text{VI.1.26})$$

$$\beta = \cosh \left[\frac{1}{N} \cosh^{-1}(10^\alpha) \right] \quad \text{und} \quad (\text{VI.1.27})$$

$$\cos^{-1}(X) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} [X / \sqrt{1-X^2}] & \text{für } X \leq 1 \\ \ln [X + \sqrt{X^2-1}] & \text{für } X \geq 1 \end{cases} \quad (\text{VI.1.28})$$

Die inverse DFT und Normierung auf 1 liefern die Zeitfunktion des Fensters. Das logarithmische Verhältnis von Hauptlappen- zu Seitenlappen-Pegel ist im Parameter α enthalten. Der Wert $\alpha=3$ entspricht einer Dämpfung der Seitenlappen um 60dB. Bemerkenswert ist, dass die Seitenlappen alle praktisch den gleichen Pegel besitzen.¹⁷⁰ Es lässt sich eine einfache Formel für die Seitenlappendämpfung angeben:

$$r = 20\text{dB} \cdot \alpha \quad .^{171} \quad (\text{VI.1.29})$$

Die Spektralfunktion des Fensters wird zunächst reell definiert, womit die Zeitfunktion vorläufig nicht kausal ist:

$$F_0^{DT}(e^{j\Omega}) = \begin{cases} \cosh \left\{ (N-1) \cdot \operatorname{arccosh} \left[\frac{\cos(\Omega/2)}{\cos(\Omega_s/2)} \right] \right\}, & 0 \leq \Omega \leq \Omega_s \\ \cos \left\{ (N-1) \cdot \operatorname{arccos} \left[\frac{\cos(\Omega/2)}{\cos(\Omega_s/2)} \right] \right\}, & \Omega_s \leq \Omega \leq \pi \end{cases} \quad (\text{VI.1.30})$$

Zu beachten ist der Wert Ω_s , der die Grenzfrequenz für den Sperrbereich festlegt, wodurch sich die spektrale Auflösung definieren lässt. Um die Kausalität zu gewährleisten wird das Signal im Zeitbereich um $(N-1)/2$ Abtastpunkte verschoben, was spektral eine Multiplikation mit $e^{-j(N-1)\Omega/2}$ bedeutet. Die Spektralfunktion ist einer Fensterlänge N

¹⁷⁰ Harris, „On the Use“, 1978, S. 71 – 73.

¹⁷¹ Roderer; Percher: *Digitale Signalverarbeitung*, 2010, S. 354.

zugeordnet, d.h. die Zeitfunktion wird durch konjugiert komplexe Spiegelung um $\Omega=\pi$ und Abtastung an N äquidistanten Spektralstellen mit der IDFT gewonnen

$$f^{DT}(k) = DFT^{-1}\{F^{DT}(e^{j2\pi n/N})\}, k=0, \dots, N-1 \quad . \quad (VI.1.31)$$

Bei fester Fensterbreite N und vorgegebener Dämpfung des Sperrbereichs a_{\min} lässt sich Ω_S schätzen

$$\Omega_S \approx \frac{1,46 \pi [\log 2 + a_{\min}/20]}{N-1} \quad .^{172} \quad (VI.1.32)$$

Beim Dolph-Tchebyshev-Fenster kann die Erhöhung der Fensterbreite (bleiben die anderen Werte konstant) zur Erhöhung der Auflösung oder zur stärkeren Dämpfung der Seitenlappen benutzt werden.¹⁷³

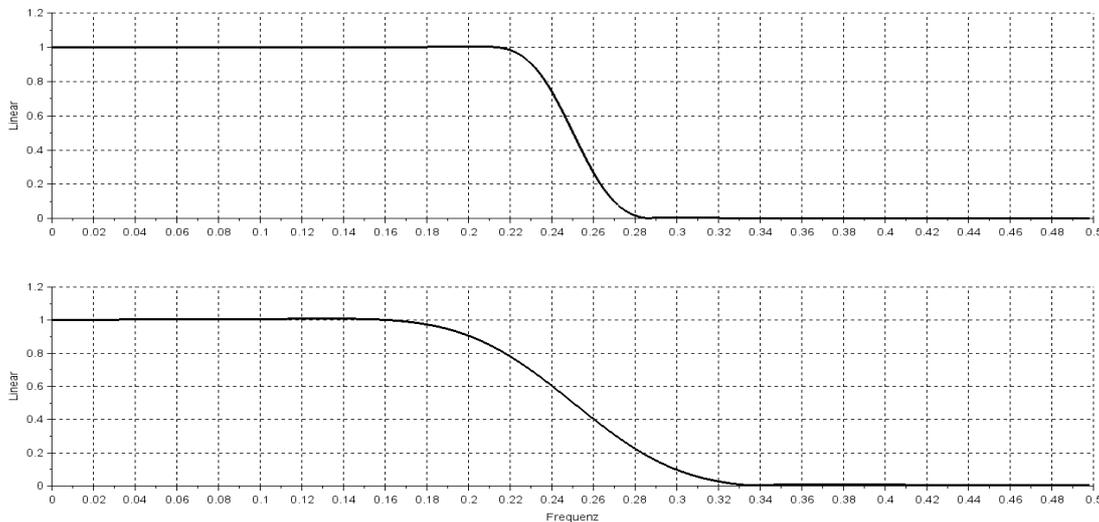


Abbildung 13: Zwei Tchebyshev-Fenster im Vergleich.

Abbildung 13 zeigt einen Tiefpassfilter geglättet mit zwei verschiedenen Einstellungen für das Fenster. Obwohl der Frequenzgang leicht wellig ist, fällt der Übergang verhältnismäßig breit aus. Dieses Fenster scheint für die Glättung des inversen Filters weniger geeignet.

VI.1.d Blackman-Harris

Ein Blackman-Harris mit vier Termen besitzt die Koeffizienten $a_0=1$, $a_1 \approx 1,36$, $a_2 \approx 0,39$ und $a_3 \approx 0,032$. Es ist in seinen Eigenschaften dem Kaiser-Fenster ähnlich, allerdings werden Nebenlappen um -92dB gedämpft, jedoch bei mehr Rausch-Bandbreite (ENBW= $2 \cdot \Delta f$).¹⁷⁴ Harris ging vom Blackman-Fenster aus und schuf eine Familie von 3

¹⁷² Kammeyer; Kroschel: *Digitale Signalverarbeitung*, 2012, S. 303f.

¹⁷³ Ebenda, S. 305.

¹⁷⁴ Gade; Herlufsen: „Use of Weighting Functions (Part II)“, 1987, S. 26f.

bzw. 4-termigen Fenstern, wo ein Kompromiss aus hoher Seitenlappendämpfung und Hauptlappenbreite getroffen wurde. Ein minimales 4-Term-Fenster erreicht -92dB Dämpfung für die Nebenlappen. Definiert sind die Fenster über

$$w(n) = a_0 - a_1 \cos\left(\frac{2\pi}{N}n\right) + a_2 \cos\left(\frac{2\pi}{N}2n\right) - a_3 \cos\left(\frac{2\pi}{N}3n\right), n=0, \dots, N-1 \quad \text{(VI.1.33)}$$

Für die vier Koeffizienten des Fensters mit -92dB Dämpfung gibt Harris allerdings andere Werte als Gade und Herlufsen an: $a_0=0,35875$, $a_1=0,48829$, $a_2=0,14128$ und $a_3=0,01168$. Eine gute Approximation des Blackman-Harris ist aus der Frequenzfunktion des Kaiser-Bessel-Fensters möglich; Harris wandte auf diese Prototypen ein Gradientenverfahren an, um bei gleichbleibendem Hauptlappen die Nebenlappen möglichst stark zu dämpfen. Das Ergebnis sind die Blackman-Harris-Fenster.¹⁷⁵

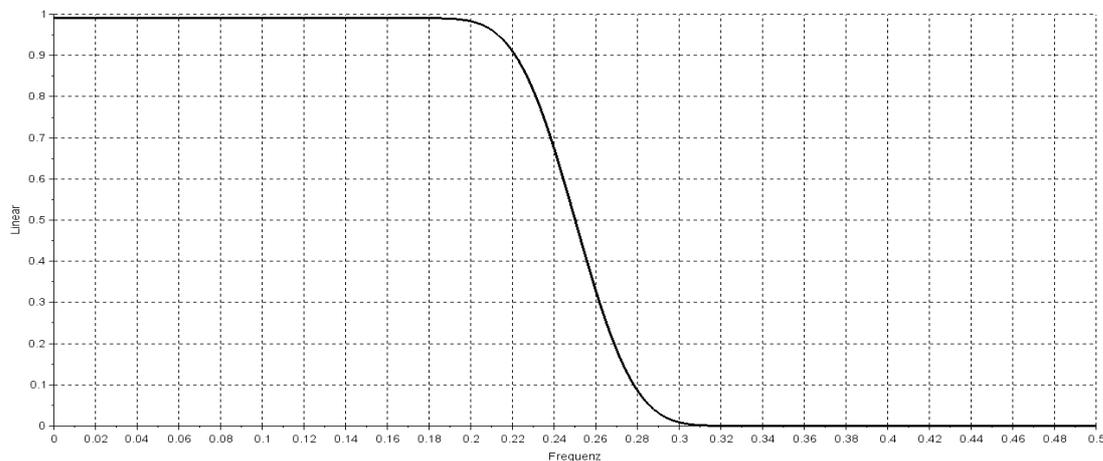


Abbildung 14: Tiefpass mit 4-Term Blackman-Harris.

Die obige Abbildung zeigt ein Tiefpassfilter mit einem 4-Term Blackman-Harris nach Harris geglättet. Dieses Fenster scheint für die Glättung der Filter sehr gut geeignet. Aufgrund der hohen Dämpfung scheint es auch für eine Analyse gut geeignet und wird zur Fensterung der Impulsantwort des jeweiligen Chassis benutzt.

VI.2 Dekonvolution mittels Division im Frequenzbereich

Nach der Untersuchung zu Fensterfunktionen steht das Blackman-Harris-Fenster für die Verwendung fest und das Verfahren wird nach Smith mit der FFT umgesetzt. Da der Vifa XT25 schon im Test verhältnismäßig geringe Verzerrungen aufwies, scheint eine Entzerrung sinnvoll. Zur Berechnung des Filters werden die ersten 256 Samples der

¹⁷⁵ Harris,.: „On the Use“, 1978, S. 64f.

Impulsantwort des Vifa verwendet, mit zero padding auf 16384 Samples erweitert und mit einem Blackman-Harris-Fenster geglättet. Die Abtastung im Frequenzbereich wird dadurch deutlich genauer: Der Abstand der Spektrallinien wird aus

$$\Delta f = \frac{1}{N \Delta t} \quad (\text{VI.2.1})$$

berechnet, wobei

$$\Delta t = \frac{1}{2 \cdot f_{max}} \quad ^{176} \text{ bzw. } \Delta t = \frac{1000}{f_s} \quad \text{in ms.} \quad (\text{VI.2.2})$$

Bei den vorliegenden 16384 Punkten und 192kHz Abtastrate ergeben sich $\sim 11,7\text{Hz}$ Δf . Dieser „Lattenzauneffekt“ wird auch bei Gabe und Herlufsen besprochen, nebst einer Möglichkeit diesen zu kompensieren, jedoch ist das nur möglich wenn es sich um eine einzelne Frequenzkomponente handelt.¹⁷⁷ Im vorliegenden Fall kann davon nicht ausgegangen werden. Das zero padding wurde so ausgeführt, dass die Impulsantwort mittig unter dem Fenster liegt; ihr Maximum exakt unter dem Maximum des Fensters. Die Fensterfunktion soll die Impulsantwort nicht verfälschen, indem deren Maximum durch das Fenster „gedrückt“ wird.¹⁷⁸ Ebenso wurde die Zielfunktion mit Nullen erweitert und ihr Maximum deckt sich mit jenem der Impulsantwort.

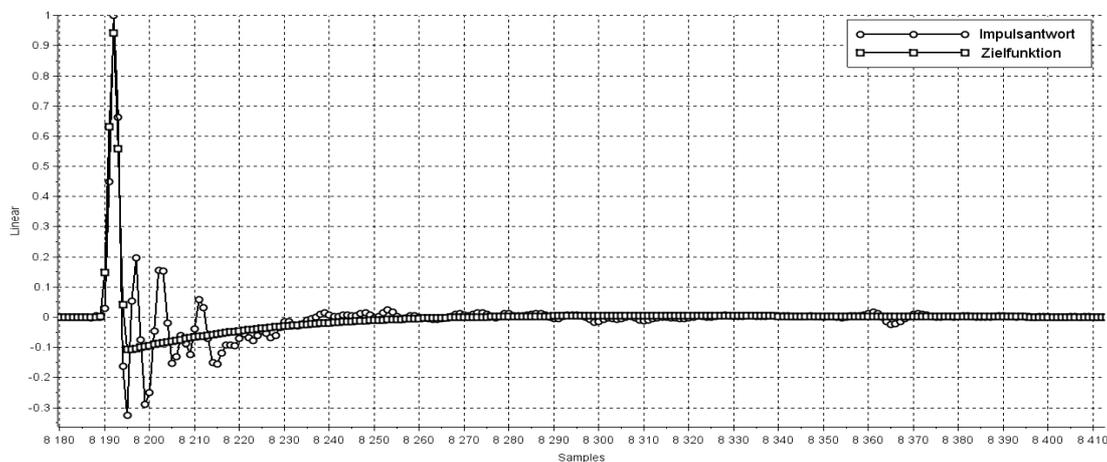


Abbildung 15: Impulsantwort und Zielfunktion übereinander.

Der errechnete Filterkernel wird auf 8192 Samples gekürzt und wie die gemessene Impulsantwort mit einem Blackman-Harris geglättet. Die Ergebnisse sind gut; es werden \sim

¹⁷⁶ Hesselmann: *Digitale Signalverarbeitung*, 1987, S. 116.

¹⁷⁷ Gade; Herlufsen: „Use of Weighting Functions (Part II)“, 1987, S. 28 – 31.

¹⁷⁸ Vgl. Hesselmann: *Digitale Signalverarbeitung*, 1987, S. 134f.

-80dB FS Dämpfung erreicht.

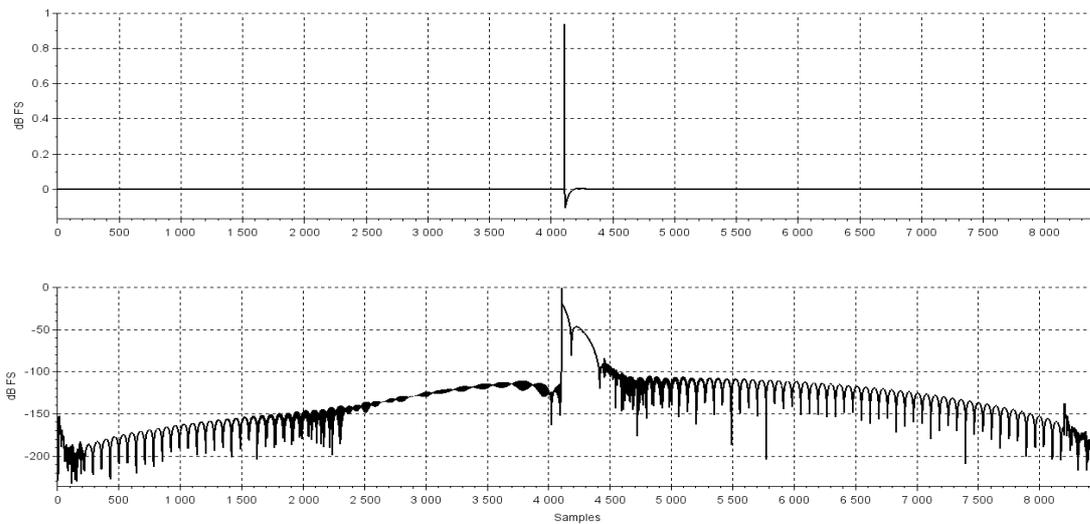


Abbildung 16: Ergebnis der Dekonvolution.

Die Verminderung des SNR beträgt bei diesem Beispiel 16,2dB FS. Bei einer guten Messung sollte das SNR >90dB betragen; die Filterung fällt aus diesem Blickwinkel nicht ins Gewicht.

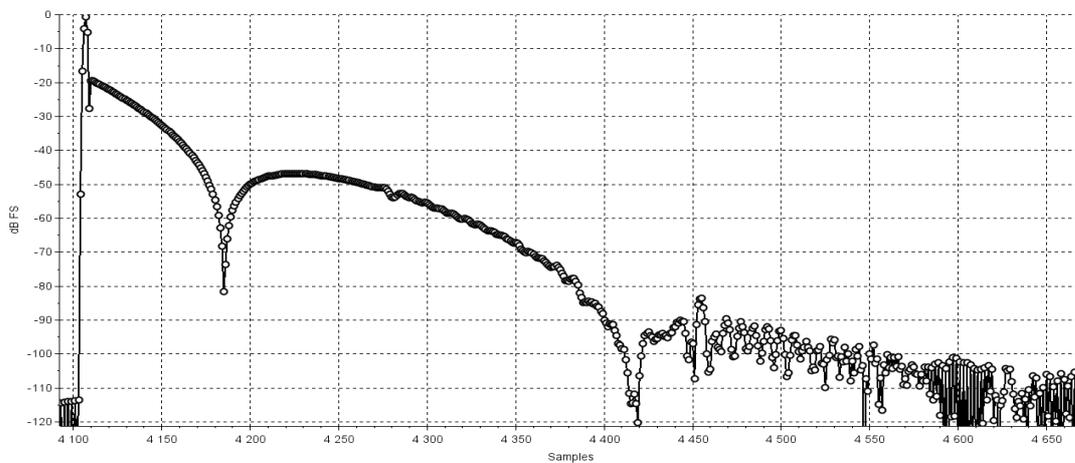


Abbildung 17: Zoom auf den Stoß.

Es gibt nach der Filterung noch einige Verzerrungen, die mit einiger Verzögerung auftreten, danach klingt die gefilterte Impulsantwort jedoch aus. Eine Verbesserung ist nur durch noch höhere Filterordnungen möglich, jedoch wäre das Delay zu groß. Da beim Zielsignal der Stoß mittig gesetzt wurde, erfolgt die Ausgabe des entzerrten Systems ab der Hälfte der Impulsantwort. Bei 192kHz gelten $\sim 0,005\text{ms}$ pro Sample und mit 4223 Samples bis zum Stoß, ergeben die 21,9ms.

Abschließend sei noch bemerkt, dass bei Dekonvolution mit dem 7-Punkte Kaiser-Fenster allein als Zielfunktion bei gleicher Filterlänge die Dämpfung schlechter ausfällt.

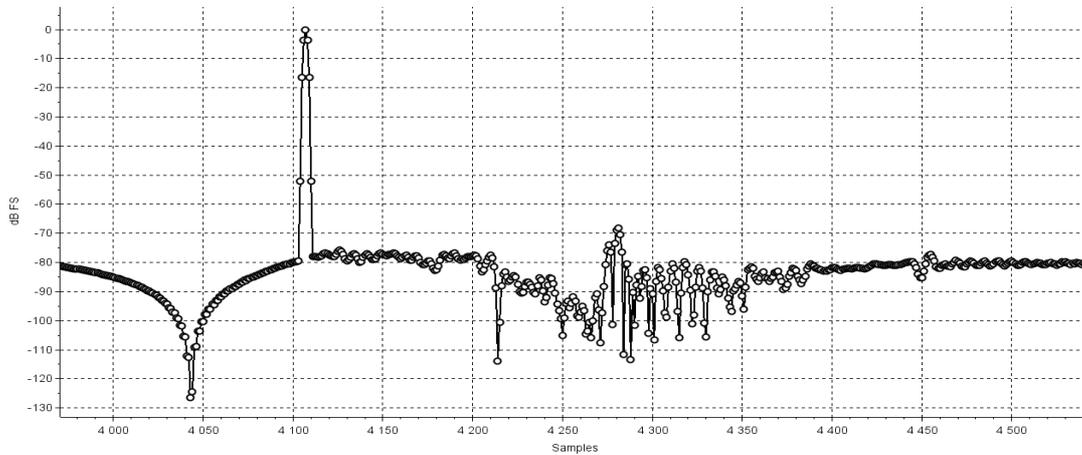


Abbildung 18: Ergebnis der Entzerrung mit dem Kaiser-Fenster als Zielfunktion.

VI.3 Dekonvolution mittels konjugiert komplexen Spektrums

Diese Technik bietet gewisse Vorteile gegenüber dem vorherigen Ansatz. Zwar ist für eine gute Dämpfung eine vergleichbare Ordnung nötig und es wird auch hier eine gewisse Latenz vorhanden sein, allerdings ist das resultierende FIR-Filter asymmetrisch und erzeugt deutlich weniger Latenz. (Asymmetrisch ist hier so zu verstehen, dass das Maximum der Impulsantwort des inversen Filter nicht mittig liegt.) Wie im vorherigen Verfahren wird die Impulsantwort des Chassis mit Nullen erweitert, um die spektrale Auflösung zu verbessern; auch hier liegt das Maximum der Impulsantwort nach dem zero padding mittig. Sie wird aber nicht gefenstert! Die Überführung in die Frequenzdomäne erfolgt mit der FFT; dort wird das konjugiert komplexe Spektrum gebildet und durch das Quadrat des Amplitudenfrequenzgangs dividiert. Die Rücktransformation geschieht mit der inversen FFT und die resultierende Impulsantwort ist noch zu verschieben. Anders als in der vorherigen Methode wird sie jedoch nicht um ihre Hälfte verschoben, sondern um etwa $\frac{2}{3}$. Danach muss das Kernel des inversen Filters noch geglättet werden.

Die Impulsantwort des Vifa wurde auf 8192 Samples erweitert und das inverse Filterkernel berechnet; die bereits verschobene und gefensterte Impulsantwort zeigt Abb. 19. Die Glättung erfolgte auch hier mit einem Blackman-Harris.

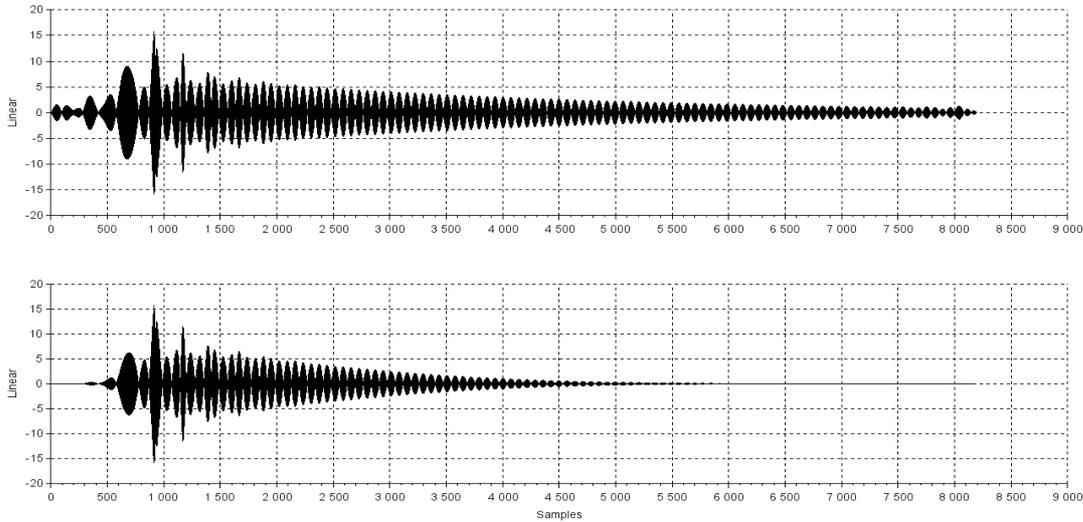


Abbildung 19: Oben: Impulsantwort des inversen Filters. Unten: Kombination mit der Zielfunktion.

Das Ergebnis der inversen Filterung ist deutlich besser als bei der vorherigen Methode; vor allem ist weniger Latenz vorhanden. Das Maximum des Pulses liegt bei Samples 960; was einer Latenz von 5ms entspricht. Die Dämpfung fällt in Summe besser aus; allerdings zeigt sich ein leichtes pre-ringing.

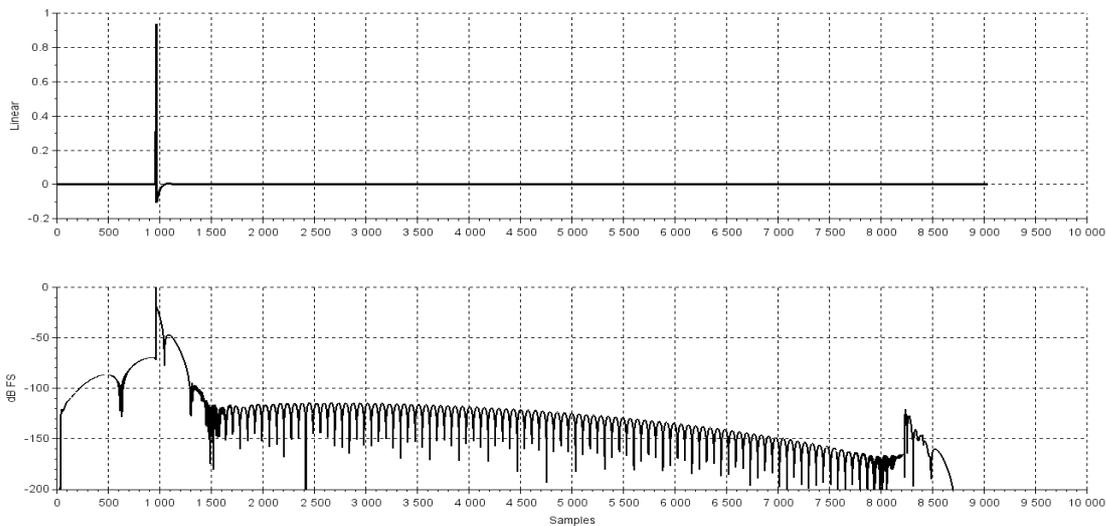


Abbildung 20: Ergebnis der Entzerrung.

Ein wesentlicher Nachteil ist die Aussteuerung des inversen Filters auf +/- 16; das wird allerdings durch die Kombination mit der Zielfunktion korrigiert (sh. Abb. 19). Diese Methode ist durchaus vielversprechend; der Rechenaufwand ist gering und das Ergebnis gut.

VII Entfaltung im Zeitbereich

Die Berechnung eines inversen Systems über den Zeitbereich basiert meist auf die Methode der kleinsten Quadrate. Es wurden bereits in Kap. III.1 die Grundlagen und in Kap. IV diverse Arbeiten vorgestellt; hier folgt nun die Umsetzung in Scilab.

Nach (III.1) ergibt ein Filter gefaltet mit seinem inversen Filter einen Dirac-Stoß; das inverse Filter wird durch Umformung ermittelt. Die Faltungsmatrix H des Filters ist meist nicht quadratisch und überbestimmt, d.h. es gibt mehr Gleichungen als Unbekannte. Doblinger schlägt in seinem Buch vor, dem Matlab Operator `\` zur Lösung des Problems zu verwenden.¹⁷⁹ Bei diesem Operator handelt es sich um eine Division eines Array A durch B , im Sinne einer Lösung zu $A \cdot x = B$. A ist ein Galois Array und sollte es quadratisch sowie nicht singular sein, ist die Lösung $\text{inv}(A) \cdot B$ ¹⁸⁰ In Scilab ist der Operator unverändert implementiert; auch hier gilt: Ist A quadratisch und nicht singular, so ist $x = A \setminus B$ die Lösung zu $x = \text{inv}(A) \cdot B$. Sollte A nicht quadratisch sein, ist die Lösung nach der Methode der kleinsten Quadrate, im Sinne einer minimalen euklidischen Norm (die Norm von $A \cdot X - B$ ist minimal!). Sollte der Rang der Matrix gleich der Anzahl der Zeilen sein, so ist die Lösung eindeutig und die Norm minimal, also $X = \text{pinv}(A) \cdot B$.¹⁸¹ (Es sei daran erinnert, dass pinv die Pseudoinverse ist).

Für die Berechnung der Lösung ist es also sinnvoll die Faltung als Matrix darzustellen, was durch eine Töplitz-Matrix erreicht wird.¹⁸² Ähnlich dem Verfahren via Division im Frequenzbereich wird auch hier ein FIR-Filter ermittelt, das ebenso eine relativ hohe Ordnung benötigt. Die Ergebnisse fallen besser als bei der Frequenzdivision aus: Bei 4096 Punkten Filterlänge werden über 100dB FS Dämpfung erreicht.

¹⁷⁹ Doblinger: *Matlab-Programmierung*, 2001, S. 32f.

¹⁸⁰ <http://de.mathworks.com/help/comm/ref/mldivide.html> Zuletzt aufgerufen am 14.07.2015

¹⁸¹ https://help.scilab.org/docs/5.5.1/en_US/backslash.html Zuletzt aufgerufen am 14.07.2015

¹⁸² Doblinger: *Matlab-Programmierung*, 2001, S. 18f.

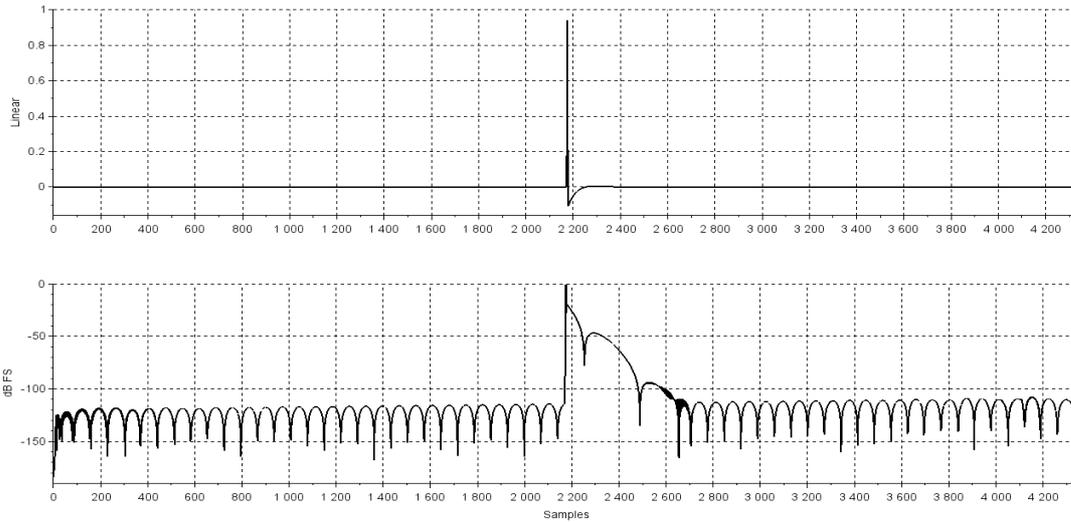


Abbildung 21: Ergebnis der Faltung des inversen Filters mit der Impulsantwort.

Die Verzerrungen sind gleichmäßiger unterdrückt als bei der Frequenzdivision, deren Fehlerquadrat nicht minimal ist.

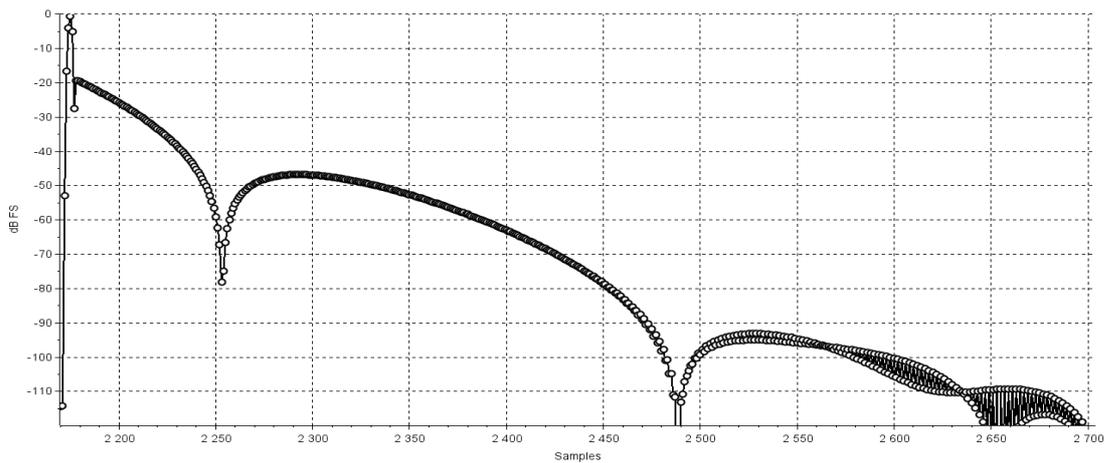


Abbildung 22: Zoom auf den Stoß.

Die geringere Filterordnung ist dem Delay eines Lautsprechers zuträglich; bei 192kHz sind hier (da der Stoß auch hier mittig sitzt) $\sim 11,3\text{ms}$ Verzögerung zu erwarten. Nachteilhaft ist hier die Verschlechterung des SNR um 16,1dB FS; trotz geringerer Filterordnung ist die LS-Lösung hier der Division der Spektren nicht überlegen.

VIII Reduktion der Filterlänge

Eine Möglichkeit die Filterlänge zu reduzieren wäre ein IIR-Filter mit vergleichbaren Eigenschaften. Es gibt Verfahren ein FIR- in ein IIR-Filter umzuwandeln; eine Herangehensweise, die aufgrund des einfachen Entwurfs von FIR-Filtern sinnvoll ist. Typische Methoden der Approximation sind die Überführung in eine symmetrische Zustandsraum-Darstellung, Reduktion der Ordnung und Rückführung in eine Transferfunktion.¹⁸³ Maamar et al. schlagen in ihrem Artikel von 2009¹⁸⁴ eine vereinfachte Methode vor. Die Umwandlung erfolgt nach der Standard-Prozedur durch Überführen der FIR-Übertragungsfunktion in ein IIR-System. Ein FIR-Filter wird in der z-Domäne als

$$F(z) = c_0 + c_1 z^{-1} + \dots + c_n z^{-n} \quad (\text{VIII.1})$$

geschrieben. Im Zeitbereich ist eine Matrizenbeschreibung möglich:

$$\begin{aligned} y(n) &= CX(n) + Du(n) \\ X(n+1) &= AX(n) + Bu(n) \end{aligned} \quad (\text{VIII.2})$$

Hierbei ist $y(n)$ das Ausgangssignal und $x(n)$ das Eingangssignal. $AX(n)$ ist die zeitliche Abfolge des Eingangssignals als Matrix; B ein Delta-Vektor, $u(n)$ der Einheitsstoß, C ein Vektor mit Filterkoeffizienten und D ist c_0 . Dies ist eine Zustandsdarstellung, wobei $y(n)$ ein lineares Gleichungssystem repräsentiert und $X(n+1)$ eine Vektordifferenzgleichung 1. Ordnung. Damit wird das zeitliche Verhalten für $t=nT \geq t_0$ dargestellt. Die Matrix A wird Transitionsmatrix, B Eingangsmatrix, C Ausgangsmatrix und D Durchgangsmatrix genannt.¹⁸⁵

Die Autoren¹⁸⁶ verweisen darauf, dass $F(z)$ damit auch anders geschrieben werden kann:

$$\begin{aligned} F(z) &= c_0 + F_1(z) \\ F_1(z) &= \frac{z^{-1}CB}{I - z^{-1}A} \end{aligned} \quad (\text{VIII.3})$$

Die Markov-Parameter H_k ergeben die Impulsantwort des IIR-Filters:

$$H_k = CA^{k-1}B, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad .^{187} \quad (\text{VIII.4})$$

Die Hankel-Matrix H enthält die Markov-Parameter H_k , welche sich für das FIR-System

183 Kale, I.; Gryka, J.; Cain, G.D.; Beliczynski, B.: „FIR filter order reduction: balanced model truncation and Hankel-norm optimal approximation“, in *IEE* 1994, Vol. 141, S. 168.

184 Maamar, Ahfir; Kale Izzet; Daoud, Berkani: „Inverse Filter Order Reduction for Room Acoustics Equalization“, in *IEEE* 2009, S. 672 – 675.

185 Roderer; Percher: *Digitale Signalverarbeitung*, 2010, S. 147f.

186 Maamar; Kale; Daoud: „Inverse Filter Order Reduction“, 2009, S. 672 – 675.

187 Beliczynski, Bartlomiej; Kale, Izzet; Cain, Gerald. D.: „Approximation of FIR by IIR Digital Filters: An Algorithm Based on Balanced Model Reduction“, in *IEEE* 1992, Vol. 40, S. 534.

folgendermaßen gestaltet:

$$H = \begin{pmatrix} c_1 & c_2 & \cdots & c_n \\ c_2 & c_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_n & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \quad (VIII.5)$$

Für diese Matrix besprechen die Autoren¹⁸⁹ einige Eigenschaften, die für die Konversion ausgenutzt werden können. Da der Rang von H der Filterordnung entspricht, resultiert die Reduktion des Ranges in einer Reduktion der Filterordnung. Um die mögliche Reduktion zu ermitteln, sind die Eigenwerte der Matrix graphisch darzustellen und zu entscheiden, ab wann sie nicht mehr signifikant sind. Die Anzahl k an verbleibenden Werten ist die gekürzte Hankel-Matrix der Ordnung k. Sie entspricht einer Übertragungsfunktion

$$F_{1,k} = \frac{C_k B_k}{zI_k - A_k} \quad (VIII.6)$$

Die einzelnen Matrizen und Vektoren sind gegeben über:

$$\begin{aligned} A_k &= V(2:n, 1:k)^T V(1:n-1, 1:k) \\ B_k &= V(1, 1:k)^T \\ C_k &= CV(1:n, 1:k) \end{aligned} \quad (VIII.7)$$

Die Matrix V enthält die Eigenvektoren von H; V(i;j,k:m) ist ein Ausschnitt davon. Die komplette Übertragungsfunktion des gekürzten Systems lautet:

$$F_k(z) = c_0 + F_{1,k}(z) \quad (VIII.8)$$

So beschreiben die Autoren die Standard-Methode. Die Vereinfachung erfolgt in der Hinsicht, dass die Übertragungsfunktion des FIR-Filters anders geschrieben werden kann:

$$\begin{aligned} F(z) &= c_0 + c_1 z^{-1} + \dots + c_n z^{-n} = c_0 + z \frac{d}{dz} \left(c_0 - c_1 z^{-1} - \frac{c_2}{2} z^{-2} - \dots - \frac{c_n}{n} z^{-n} \right) \\ &= c_0 z \frac{d}{dz} G(z) \end{aligned} \quad (VIII.9)$$

Und G(z) lässt sich wieder aufspalten in

$$G(z) = c_0 + G_1(z) \quad (VIII.10)$$

Auf G(z) lässt sich das obige Verfahren zur Kürzung anwenden und es ergibt sich G_k(z). Die gekürzte Filterfunktion lautet somit:

188 Beliczynski; Kale; Cain: „Approximation“, 1992, S. 534.

189 Maamar; Kale; Daoud: „Inverse Filter Order Reduction“, 2009, S. 672 – 675.

$$F_k(z) = c_0 \frac{z}{dz} G_k(z) \quad . \quad (\text{VIII.11})$$

Die Autoren haben das System auch umgesetzt: Ein FIR-Filter zur Linearisierung einer Raumimpulsantwort wurde von 1000ster Ordnung zu einem IIR-Filter 20ter Ordnung konvertiert und die Autoren sehen für die Sprachqualität des Raumes eine ausreichende Leistung. Kale et al. verweisen darauf, dass vornehmlich minimalphasige Filter in ihrer Ordnung reduziert werden können, maximalphasige hingegen können meist nicht auf eine geringere Ordnung herabgesetzt werden. Speziell schmalbandige Bandpassfilter lassen sich gut umwandeln. Das resultierende IIR-Filter einer Umwandlung ist beinahe linearphasig, ist das ursprüngliche FIR-Filter linearphasig.¹⁹⁰

Da die Least-Squares-Lösung bessere Ergebnisse liefert als die Division im Frequenzbereich, scheint es sinnvoll die Konversion für das inverse Filter mit 4096 Samples Länge zu testen.

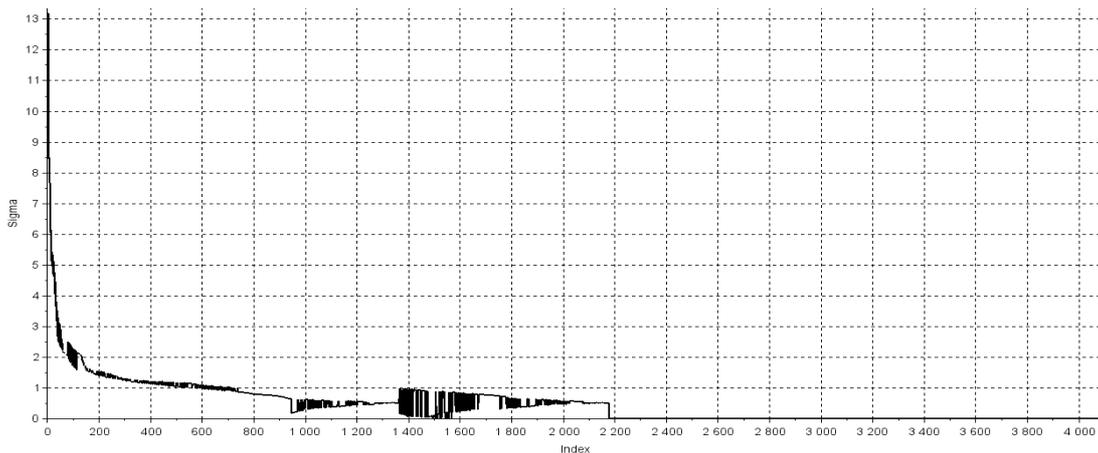


Abbildung 23: Sigma-Werte für das inverse Filter nach LS-Methode.

Die Darstellung der σ -Werte lässt vermuten, dass eine Reduktion auf 2200 möglich wäre. Für die Hälfte beträgt $\sigma_{2048} = 0,5646048$, sehr klein werden die Werte erst darüber: $\sigma_{2200} = 0,001241$.

Leider war das resultierende IIR-Filter instabil; beim Test des Skripts an einem FIR-Tiefpass 51. Ordnung entstand ein stabiles IIR-Filter 20. Ordnung, woraus folgt dass das Skript korrekt funktioniert. Natürlich ist ein Vergleich mit einem inversen FIR-Filter mit 2200 Koeffizienten naheliegend. Ein solches Filter nach LS-Methode berechnet zeigt $\sim 6,4$ ms Delay und ~ 100 dB FS Dämpfung. Das scheint ein guter Kompromiss zu sein.

¹⁹⁰ Kale; Gryka; Cain; Beliczynski: „FIR filter order reduction“, 1994, S. 168.

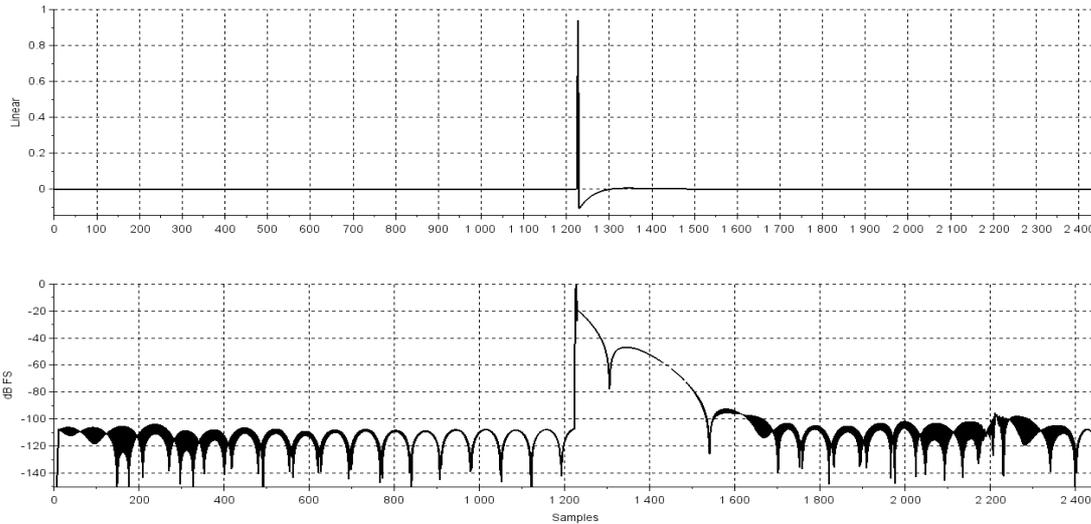


Abbildung 24: Ein inverses FIR 2200ter Ordnung.

IX Adaptive Filter

Adaptive Filter werden nur in einer Simulation getestet; der Einsatz in der Praxis gestaltet sich schwierig. Am Hörplatz müsste ein Mikrofon positioniert sein, um das Ausgangssignal konstant zu messen. Außerdem wäre ein schallarmer Raum nötig, um Einflüsse der Raumimpulsantwort zu vermeiden. Selbst dann besteht ein großes Delay zwischen Ausgabe und Aufnahme bzw. Anpassung, z.B. wenn das Mikrofon 1m vom Chassis entfernt ist. Ein Sensor in der Spule (sh. DMC) hilft nicht, da dann immer noch nicht das Verhalten der Membran bekannt ist. Dennoch soll die Möglichkeit zumindest in Scilab simuliert werden, um zu sehen, wie leistungsfähig ein solches System unter idealen Bedingungen wäre.

Einen Filter nach der MMSE-Lösung zu entwerfen erfordert die Autokorrelation des Eingangssignals und die Kreuzkorrelation von Eingangs- und Referenzsignal. Für adaptive Verfahren in Echtzeit ist das nicht möglich; die Korrelationswerte müssen geschätzt werden.¹⁹¹ In nicht-stationären Umgebungen variiert die MMSE-Lösung mit dem Eingangssignal, weshalb der adaptive Algorithmus ihr stets folgen muss. Dennoch kann angenommen werden, dass sich die statistischen Eigenschaften des Eingangssignals langsam ändern, ergo kann von einem stationärem Signal ausgegangen werden. Erreichen die Koeffizienten die MMSE-Lösung, wird der Gradient 0 und die Koeffizienten nicht

¹⁹¹ Kammeyer; Kroschel: *Digitale Signalverarbeitung*, 2012, S. 216.

mehr geändert.¹⁹² Der LMS-Algorithmus wurde 1960 von Widrow und Hoff vorgeschlagen und ist bis heute sehr verbreitet, da er einfach und robust ist. Nach der Gradientenmethode wird ein neuer Koeffizientenvektor zu jedem Abtastzeitpunkt berechnet, daher handelt es sich um ein zeitvariantes Transversalfilter. Die Minimierung der Leistung des mittleren quadratischen Fehlers ist also die Zielfunktion:

$$E_{MSE}(c) = E\{|X^T(n)c - D(n)|^2\} \quad . \quad (IX.1)$$

Da die Funktion nicht negativ und quadratisch ist, hat sie eine konvexe Form. Durch Bewegung entgegen des Gradienten wird das Minimum angenähert. Da der Erwartungswert der Zielfunktion nicht verfügbar ist wird er durch einen Momentanwert ersetzt:

$$J = e^2[n] \quad \text{statt} \quad J = E\{e^2[n]\} \quad . \quad (IX.2)$$

Mit dem Momentanwert der Filterausgangsleistung lässt sich Gl. (IX.1) umformulieren:

$$E_{MSE}^{\wedge}(c(i), x(i)) = |x^T(i)c(i) - d(i)|^2 \quad . \quad (IX.3)$$

Die Momentanwerte zum Zeitpunkt i sind $x(i)$ und $d(i)$. Die Gleichung für die Koeffizienten lautet somit

$$c[n+1] = c[n] - \mu \frac{\partial e^2[n]}{\partial c[n]} \quad , \quad (IX.4)$$

wobei der Gradient hier zu einer Zufallsgröße wird, daher die Bezeichnung stochastische Gradientenmethode. Mit dem Fehler- und Ausgangssignal lässt sich die i -te Komponente des Gradienten ermitteln und damit wird die Rekursionsgleichung des LMS-Algorithmus gegeben:

$$c[n+1] = c[n] + 2\mu e[n]x[n] \quad . \quad (IX.5)$$

Gleichung (IX.5) ist natürlich nichts anderes als Gl. (III.3.1) und (III.3.2) zusammengesetzt. Es ist deutlich zu erkennen, dass der Rechenaufwand verhältnismäßig gering ausfällt. Bei stationären Eingangssignalen konvergiert das Filter gegen das Wienerfilter; ist das nicht gegeben konvergiert das Filter mit seinem Ausgangssignal gegen das Wunschsignal und minimiert den mittleren quadratischen Fehler, daher der Name des Algorithmus.^{193 194}

Als Lernkurve wird der Erwartungswert der diskreten Zielfunktion definiert; eine

¹⁹² Stearns; David: *Signal Processing Algorithms*, 1988, S. 255.

¹⁹³ Grünigen: *Digitale Signalverarbeitung*, Fotorotar 2008, S. 169f.

¹⁹⁴ Kammeyer; Kroschel: *Digitale Signalverarbeitung*, 2012, S. 217f.

Näherung gibt es über einen Ausdruck der Eigenwerte der Korrelationsmatrix R_{xx} , welche bei adaptiven Anwendungen noch nicht bekannt ist. Stattdessen ist eine Aussage über die Obergrenze für den größten Eigenwert möglich, die einer L-fache Leistung der Eingangssignals entspricht:

$$\lambda_{max} \approx LE \{x^2[n]\} \quad . \quad (IX.6)$$

Der Startvektor $c[0]$ wird meist als Nullvektor gewählt und definiert den Adaptivfiltervektor zum Zeitpunkt $n=0$. Für die Konvergenz kann gezeigt werden, dass sie erreicht wird, wenn μ zwischen 0 und $1/\lambda_{max}$ liegt; es folgt also die Stabilitätsbedingung:

$$0 < \mu < \frac{1}{LE \{x^2[n]\}} \quad (L=\text{Länge des Filters}). \quad (IX.7)$$

Da der Algorithmus den Gradienten stets nur schätzen kann, wird nie die Wiener-Lösung erreicht, d.h. der Filter verursacht einen zusätzlichen Fehler, genannt excessive error.¹⁹⁵ Es ist offensichtlich, dass ein großes μ schnell gegen das Minimum konvergiert, jedoch ein großer Fehler bleibt, der auch Gradientenrauschen genannt wird. Ein kleines μ verringert dieses Rauschen, allerdings werden mehr Iterationen benötigt ehe das Minimum annähernd erreicht wird.¹⁹⁶ Sollte μ zu klein gewählt werden, konvergiert der Algorithmus nicht in nicht-stationären Umgebungen, da nicht schnell genug auf veränderte statistische Bedingungen reagiert werden kann.¹⁹⁷ Zumindest theoretisch hängt die maximale Geschwindigkeit der Konvergenz im Endeffekt von den Eigenwerten der Autokorrelationsmatrix R_{xx} ab. Die iterative Einstellung lässt sich durch $m+1$ entkoppelte Systeme erster Ordnung beschreiben, da für die Analyse des Konvergenzverhaltens eine Eigenwertzerlegung der Autokorrelationsmatrix nötig ist. Damit können die einzelnen Systeme getrennt auf Stabilität und Konvergenz untersucht werden. Für die Schrittweite

$$\mu = \frac{1}{\lambda_{max}} \quad (IX.8)$$

liegt der Pol des Teilsystems mit dem maximalen Eigenwert im Ursprung der z-Ebene und die Einlaufgeschwindigkeit beträgt genau 1 Iteration; für den kleinsten Eigenwert, dessen Pol nahe dem Einheitskreis liegt ist die Einschwingzeit am längsten. Allgemein lässt sich sagen, dass der LMS-Algorithmus gegen die MMSE-Lösung konvergiert und seine Stabilität ist gegeben, wenn μ positiv und den doppelten Kehrwert des maximalen

¹⁹⁵ Grünigen: *Digitale Signalverarbeitung*, Fotorotar 2008, S. 171f.

¹⁹⁶ Kammeyer; Kroschel: *Digitale Signalverarbeitung*, 2012, S. 219.

¹⁹⁷ Stearns; David: *Signal Processing Algorithms*, 1988, S. 256.

Eigenwerts der Autokorrelationsmatrix weder gleich ist noch überschreitet. Die Geschwindigkeit des Einschwingens wird aus dem Verhältnis von maximalem zu minimalem Eigenwert der Autokorrelation bestimmt. Es erweist sich als günstig wenn dieses Verhältnis möglichst klein ist. In der Praxis werden Schrittweiten weit unterhalb der Obergrenze gewählt; die theoretische Obergrenze von

$$0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{max}}, \quad \lambda_{max} \triangleq \max\{\lambda_0, \dots, \lambda_m\} \quad (\text{IX.9})$$

würde zu einem enorm starken Gradientenrauschen führen. Grundsätzlich ist das Verhältnis der Eigenwerte jedoch gültig.¹⁹⁸

Der LMS-Algorithmus kann sowohl für FIR- wie IIR-Filter verwendet werden. Ein adaptives FIR-Filter kann als

$$y(n) = \sum_{q=0}^{Q-1} b_q(i) x(n-q) \quad (\text{IX.10})$$

beschrieben werden. Die b_q sind hier variable Koeffizienten. Sie sind vom adaptiven Algorithmus so einzustellen, dass bei variierendem Eingangssignal das Filter der MMSE-Lösung folgt, die in der Praxis jedoch oft nicht erreicht wird.¹⁹⁹ Die Koeffizienten werden nach Gl. (IX.5) angepasst. Die Differenzgleichung adaptiver IIR-Systeme lautet:

$$y(n) = \sum_{q=0}^{Q-1} b_q(i) x(n-q) - \sum_{p=0}^{P-1} a_p(i) y(n-p) \quad (\text{IX.11})$$

Da das Nennerpolynom eines IIR-Filters nicht 1 ist, gibt es hier natürlich a und b Koeffizienten, die variabel sind. Problematisch ist hier die Tatsache, dass die Oberfläche der MSE-Leistung im Raum der Filterkoeffizienten nicht mehr quadratisch ist und daher mehrere Minima aufweisen kann, weshalb der Algorithmus vielleicht nie die MMSE-Lösung erreicht. Zusätzlich können Pole des IIR-Filters aus dem Einheitskreis heraus wandern, wodurch das Filter instabil wird. Deswegen sind solche Filter häufig auf wenige Pole begrenzt, was die Einsatzfähigkeit einschränkt. Auch hier werden die Koeffizienten nach der Methode des steilsten Abstiegs abgeändert:

$$C_{i+1} = C_i - M \nabla_i \quad (\text{IX.12})$$

In C_k sind die a und b Koeffizientenvektoren enthalten, in M – eine Diagonalmatrix – die Konvergenzparameter für a und b und der Gradient wird durch das ∇ (genannt Nabla)

¹⁹⁸ Kammeyer; Kroschel: *Digitale Signalverarbeitung*, 2012, S. 221 – 223.

¹⁹⁹ Embree; Danieli: *C++ Algorithms for Digital Signal Processing*, 1999, S. 59.

$$\nabla_i \approx -2 e_i [\alpha_0 \dots \alpha_{Q-1} \beta_1 \dots \beta_P] \quad (\text{IX.13})$$

ausgedrückt, mit

$$\alpha_n(i) = x(i-n) + \sum_{q=0}^{Q-1} b_q(i) \alpha_n(i-q) \quad (\text{IX.14})$$

$$\beta_n(i) = y(i-n) + \sum_{p=0}^{P-1} b_p(i) \beta_n(i-p) \quad (\text{IX.15})$$

Auch Embree und Danieli verweisen darauf, dass die Konvergenzparameter mit Bedacht zu wählen sind, da bei zu großen Werten das Filter instabil wird oder sich dem Rauschen im Signal anpasst. Zudem schlagen die Autoren vor einen Test der Pole im Algorithmus zu implementieren ehe die Koeffizienten abgeändert werden, um Instabilitäten zu vermeiden.²⁰⁰

Es gibt diverse Varianten des LMS-Algorithmus; ohne ins Detail zu gehen seien hier einige vorgestellt. Statt eines Gradienten wäre es möglich die Inversion der Autokorrelationsmatrix zu nutzen, also die MMSE-Lösung direkt zu nutzen, welche R_{xx} und R_{xd} voraussetzt, die bei adaptiven Anwendungen nicht bekannt sind. Der Recursive Least Squares Algorithmus versucht die Autokorrelationsmatrix zu schätzen und iterativ zu invertieren. Die aktuelle Schätzung und Inversion sind demnach gemeinsam schrittweise durchzuführen. Dies geschieht mit einer rekursiven Mittelung deren ältere Werte schwächer gewichtet werden. Pro Iterationsschritt werden also das aktuelle Filterausgangssignal, das Fehlersignal, die sogenannte Kalmanverstärkung, die neue Schätzung der Autokorrelationsmatrix und der aktualisierte Koeffizientenvektor berechnet.

Die Affine Projektion nimmt L Samples des Filterausgangs, vergleicht diese mit dem Referenzsignal und löst nach der Methode der kleinsten Quadrate auf. Da eine Matrixinversion enthalten ist, die einen erheblichen Aufwand bedeutet, wird auf ein unterbestimmtes Gleichungssystem zurückgegriffen, das unendlich viele Lösungen besitzt. Es wird dann jene Lösung mit der geringsten Energie ausgewählt. Der Aufwand ist so zwar erheblich geringer, es können jedoch negative Effekte entstehen, weshalb die Methode iterativ gelöst wird mit einer Normierung der Momentanleistung des Filterausgangs. Für einen Beobachtungszeitraum $L=1$ ergibt sich der Normalized LMS Algorithmus.²⁰¹

Da die Konvergenzgeschwindigkeit vom LMS-Algorithmus von den Eigenwerten der

200 Embree; Danieli: *C++ Algorithms for Digital Signal Processing*, 1999, S. 60f.

201 Kammeyer; Kroschel: *Digitale Signalverarbeitung*, 2012, S. 225 – 231.

Autokorrelationsmatrix abhängt, welche abhängig vom Eingangssignal stark variieren können, wird auch die Konvergenz bei festem μ schwanken. Eine Anpassung des Konvergenzverhaltens wird durch variable Schrittweite entsprechend der momentanen Leistung des Eingangssignals mit dem NLMS-Algorithmus erreicht. Die Bedingung für eine variable Schrittweite lautet:

$$0 < \mu(n) < \frac{2}{\|x(n)\|^2} \leq \frac{2}{\lambda_{\max}} \quad .^{202} \quad (\text{IX.16})$$

Bei Forderung, dass das Fehlersignal 0 sein möge werden die Filterkoeffizienten stark schwanken; für eine bessere Konvergenz dürfte das nicht der Fall sein. Um die Abweichung der Koeffizienten zu minimieren wird als Maß für die Abweichung die Länge des Differenzvektors verwendet. Sie kann als L_2 -Vektornorm dargestellt werden, im Sinne von

$$\|x\|_2 = \sqrt{\sum_{k=1}^N x_k^2} \quad . \quad (\text{IX.17})$$

Es ergibt sich damit ein Optimierungsproblem:

$$\begin{aligned} \|c(n) - c(n-1)\|_2^2 &\rightarrow \min \\ d(n) - c^T(n)x(n) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{IX.18})$$

Zur Lösung kann eine Kostenfunktion erstellt werden, die bezüglich des neuen Koeffizientenvektors minimiert werden soll. Es ergibt sich

$$c(n) = c(n-1) + \lambda x(n) \quad . \quad (\text{IX.19})$$

Der Lagrangesche Multiplikator λ ergibt sich aus der Nebenbedingung der Optimierungsaufgabe, dass das Fehlersignal 0 sein soll:

$$\lambda = \frac{e(n)}{\|x(n)\|_2^2} \quad .^{203} \quad (\text{IX.20})$$

Da μ von der Leistung (σ^2) des Eingangssignals abhängt, kann eine normalisierte Variante genutzt werden:

$$\mu_n = \frac{\mu}{(L+1)\sigma^2}, \quad 0 < \mu < 1 \quad , \quad (\text{IX.21})$$

Wobei die Signalleistung durch eine variable Schätzung ersetzt werden kann (für nicht-stationäre Umgebungen):

202 Kammeyer; Kroschel: *Digitale Signalverarbeitung*, 2012, S. 224.

203 Doblinger: *Signalprozessoren*, 2004, S. 135f.

$$\hat{\sigma}_k^2 = \alpha x_k^2 + (1 - \alpha) \hat{\sigma}_{k-1}^2 \quad . \quad (\text{IX.22})$$

Hierbei ist x_k das aktuelle Sample des Eingangssignals und α ein forgetting factor, also eine geringere Gewichtung älterer Werte, mit $0 < \alpha \ll 1$. Vergangene x_k werden mit einer Zeitkonstante von $1/\alpha$ Iterationen exponentiell geringer gewichtet.²⁰⁴ Der NLMS-Algorithmus kann als

$$c(n+1) = c(n) - \frac{\mu_0}{\|x(n)\|^2 + \varepsilon} e(n)x(n) \quad (\text{IX.23})$$

formuliert werden. Die Regulierungskonstante ε verhindert zu große Gradienten bei sehr kleiner Momentanleistung des Eingangssignals und ist ebenso wie die Konstante μ_0 empirisch zu ermitteln.²⁰⁵ Um den Rechenaufwand zu mindern, ist eine rekursive Berechnung der Vektornorm vorteilhaft:

$$\|x(n)\|_2^2 = \|x(n-1)\|_2^2 + x^2(n) - x^2(n-N) \quad . \quad (\text{IX.24})$$

Im Ablauf werden zunächst die Koeffizienten mit 0, das vergangene Eingangssignal mit 0 und natürlich die Norm mit 0 initialisiert. Nach Einspeisung des aktuellen Blocks des Eingangssignals wird die Norm nach Gl. (IX.24), dann der Fehler und schließlich die Koeffizienten nach Gl. (IX.17) berechnet.²⁰⁶ Anstatt die Signalenergie anhand der L_2 -Norm nach Gl. (IX.24) zu berechnen ist es möglich die Leistung des Eingangssignals mit einem IIR-Tiefpass 1. Ordnung zu filtern:

$$\|x(n)\|_2^2 = (1-b)\|x(n-1)\|_2^2 + bx^2(n) \quad . \quad (\text{IX.25})$$

Erstere Variante wird Rechteckfenster-, zweite Exponentialfenster-Methode genannt. Grünigen empfiehlt Erfahrungswerte für die Initialisierung zu verwenden, statt alles mit 0 zu starten, falls solche Werte vorliegen. Der Parameter b ($0 < b < 1$) bestimmt die Schmalbandigkeit des Tiefpassfilters; je schmaler (also je kleiner b), desto träger liefert das Filter eine Schätzung der Energie. Vorteilhaft ist gegenüber dem Rechteckfenster, dass die Signalglättung eingestellt werden kann. Die Regulierungskonstante ε sollte sehr klein gewählt werden; ihre Aufgabe ist es eine Division durch 0 zu verhindern. Grünigen schlägt eine experimentelle Bestimmung der Parameter vor, gibt allerdings auch einen Vorschlag: Bei einer Filterlänge L sollte für die Rechteckmethode μ_0 0,01 und für ε 0.001 gewählt werden. Für die Exponentialfenstermethode bleibt ε unverändert und μ_0 wird mit b

204 Stearns; David: *Signal Processing Algorithms*, 1988, S. 256f.

205 Kammeyer; Kroschel: *Digitale Signalverarbeitung*, 2012, S. 224f.

206 Doblinger: *Signalprozessoren*, 2004, S. 137.

multipliziert, also $0,01b$; wobei $b = 1/L$ ist.²⁰⁷

Der NLMS-Algorithmus ist leider in seiner Konvergenz sehr langsam, wenn das Eingangssignal eine hohe Korrelation der Samples aufweist. Abhilfe schafft eine Dekorrelation durch Vorfilterung, die trotz geringen Aufwands (Filter 1. Ordnung reichen aus) die Konvergenz deutlich verbessert.²⁰⁸ Der Vorfilter soll das Eingangssignal einem weißem Rauschen annähern, da der Algorithmus dabei am schnellsten konvergiert. Für ein Sprachsignal mit vorwiegend tieffrequenten Anteilen würde sich also ein Hochpass eignen.²⁰⁹ Der dekorrelierte NLMS-Algorithmus ist eine ganz ähnliches Konzept, jedoch wird das Eingangssignal mit einem Korrelationskoeffizienten dekorreliert.

$$u(n) = x(n) - k(n)x(n-1) \quad (\text{IX.26})$$

Der Korrelationskoeffizient ist nicht statisch, sondern ändert sich mit dem Eingangssignal:

$$k(n) = \frac{x^T(n)x(n-1)}{x^T(n-1)x(n-1)} \quad (\text{IX.27})$$

Allerdings bezieht sich der Korrelationskoeffizient nur auf die Nachbarwerte, was den Vorteil der Anpassung wieder mindert. Doblinger gibt für den DNLMS-Algorithmus noch einige Modifikationen an: Für den Korrelationskoeffizienten wird eine Minimumsfunktion verwendet, um zu verhindern, dass sein Wert über 1 steigt. Der Algorithmus soll deutlich schneller lernen als der NLMS-Algorithmus.²¹⁰

Eine weitere sinnreiche Verbesserung ist die Einführung variabler Schrittgrößen, da ja bei großem μ eine hohe Fehlerleistung und bei kleinem μ langes Einschwingen zu erwarten sind. Die grundlegende Idee ist bei großer Fehlerleistung große Schrittweiten und bei kleiner Fehlerleistung kleine zu verwenden. Nach Berechnung der neuen Koeffizienten wäre also auch die Schrittweite neu zu berechnen:

$$\tilde{\mu}(n+1) = \alpha\mu(n) + \gamma e^2(n) \quad (\text{IX.28})$$

Allerdings ist eine obere wie untere Grenze zu verwenden. Als Obergrenze schlägt Grünigen $2/L$ vor und als Untergrenze $0,01 \cdot 2/L$. Die Differenzgleichung (IX.28) entspricht einer Tiefpassfilterung des Fehlersignals, ähnlich Gl. (IX.25). Für α schlägt

207 Grünigen: *Digitale Signalverarbeitung*, Fotorotar 2008, S. 176f.

208 Doblinger: *Signalprozessoren*, 2004, S. 137.

209 Grünigen: *Digitale Signalverarbeitung*, Fotorotar 2008, S. 178.

210 Doblinger: *Signalprozessoren*, 2004, S. 138 – 140.

Grünigen 0.97 und für γ 0,00048 vor.²¹¹

Es gibt noch weitere Verfeinerungen des Algorithmus, wie Filtered LMS, bei dem das inverse Filter in einen stationären und adaptiven Teil zerlegt wird, um den Rechenaufwand zu verringern sowie die Konvergenz zu beschleunigen.²¹² Eine andere Möglichkeit den Algorithmus zu beschleunigen führt über die FFT: In Kap. III.3 wurde bereits angesprochen, dass adaptive Filter sowohl im Zeit- wie im Frequenzbereich umgesetzt werden können. Die oben vorgestellten Lösungen für NLMS bzw. DNLMS arbeiten im Zeitbereich. Es ist naheliegend die schnelle Faltung auch für adaptive Filter zu nutzen; diese Variante wird Fast-Block-LMS genannt. Ein Vektor der Länge L für die Filterkoeffizienten ist so groß wie das zu bildende System zu wählen und um $N-L$ Nullen zu erweitern, wobei N das Doppelte von L sein sollte und eine Zweierpotenz. Der Vektor x für das Eingangssignal besteht aus M Nullen und M Abtastwerten, wobei $M = N/2$, also wieder ein Vektor der Länge N . Die Leistung s von x wird im Frequenzbereich mit dem konjugiert komplexen Spektrum ermittelt ($X(0) \cdot X^*(0)$) und mit ihr die Schrittweite $\mu(0)$ ermittelt. Die Filterung findet im Frequenzbereich statt und die inverse FFT ergibt das Zeitsignal. Hierbei ist zu beachten, dass nur M Komponenten unverzerrt und für das Zeitsignal zulässig sind. Der Fehler wird im Zeitbereich berechnet, mit Nullen erweitert und transformiert. Die Leistung $S(m)$ wird im Frequenzbereich berechnet und die Schrittweite $\mu(m)$ ebenso im Frequenzbereich mit $S(m)$ ermittelt. Der Filtervektor wird nach Gl. berechnet, nur dass auch hier das Eingangssignal, der Fehler und μ in die Frequenzdomäne übertragen wurden. Ein Vorteil sind die dekorrelierenden Eigenschaften der DFT; selbst bei stark korrelierten Eingangssignalen kann die Konvergenzzeit sehr klein gehalten werden.²¹³

Kammeyer und Kroschel stellen in ihrem Buch einen Vergleich diverser adaptiver Algorithmen vor, die sie anhand von Echokompensation getestet haben. Als Eingangssignale dienten weißes und rosa Rauschen. Für das weiße Rauschen schwingen alle Varianten am schnellsten ein; bei rosa Rauschen brauchen sie deutlich länger. Am langsamsten konvergiert stets LMS, am schnellsten stets RLS. Ein weiterer Test wurde mit einem Sprachsignal vorgenommen; auch hier zeigt RLS die stärkste Unterdrückung, NLMS zeigt auch gute Werte, LMS konvergiert langsamer und hat einen größeren

211 Grünigen: *Digitale Signalverarbeitung*, Fotorotar 2008, S. 180. Für die Werte der Parameter beruft sich Grünigen auf einen Artikel von Kwong und Johnston.

212 Grünigen: *Digitale Signalverarbeitung*, Fotorotar 2008, S. 184 – 187.

213 Ebenda, S. 181 – 183.

Restfehler. Mit größerer Filterlänge konvergieren alle Algorithmen deutlich langsamer.²¹⁴

Für die Entzerrung von Lautsprechern wäre die adaptive inverse Regelung von Interesse: Ein adaptives Filter wird vor das System (der Lautsprecher) geschaltet und stellt sich so ein, dass das System ein gewisses Verhalten zeigt, gemäß dem Referenz-Signal. Ist die Übertragungsfunktion des Referenz-Signals 1, muss das Filter die Form $1/h(z)$ annehmen ($h(z)$ ist die Übertragungsfunktion des Lautsprechers). Solche Verfahren werden zum Beispiel bei „active noise control“ angewandt, um Lärm zu unterdrücken.²¹⁵ Für die Entzerrung eines Lautsprechers wäre das gewünschte Signal d natürlich das abgespielte Signal x ; $d(n)=x(n)$. Das Filter $inv_h(z)$ wird vor das Chassis $h(z)$ geschaltet und vom adaptiven Algorithmus gesteuert. Der Fehler ergibt sich aus dem Zielsignal und der Ausgabe $y(n)$ des Lautsprechers; $e(n)=d(n)-y(n)$.

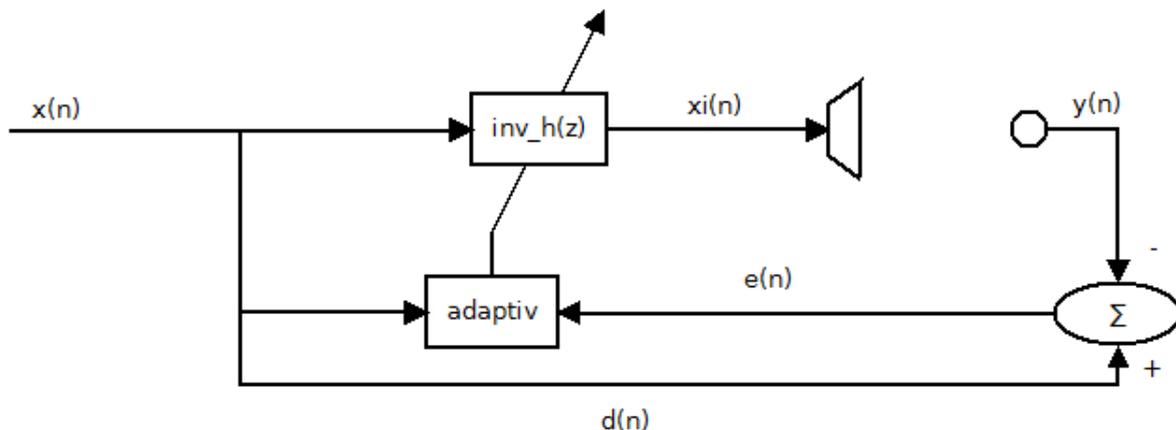


Abbildung 25: Modell einer adaptiven inversen Filterung.

Bei einer praktischen Anwendung wären Einflüsse durch das Messmikrofon und den Raum zu beachten; für die Simulation in Scilab kann das Modell vereinfacht und nur die Übertragungsfunktion des Chassis genutzt werden.

Bezüglich der inversen Regelung besprechen Widrow und Bilello, dass eine stabile Inverse auch für nicht minimalphasige Übertragungsfunktionen erreicht werden kann. Die Schätzung der inversen Übertragungsfunktion nach MMSE ist eine optimale LS-Lösung und die Inverse hat im einfachsten Fall alle Pole und Nullstellen der Übertragungsfunktion vertauscht ($1/H(z)$!). Für nichtminimalphasige Systeme bedeutet das instabile Pole, falls die Inverse kausal sein muss. Dürfte sie aber auch nicht kausal sein, gibt es eine zweiseitige stabile Inverse, deren verzögerte Variante von einem FIR-Filter approximiert werden kann. Als Verzögerung schlagen die Autoren die halbe Länge des inversen Filters

214 Kammeyer; Kroschel: *Digitale Signalverarbeitung*, 2012, S. 232 – 236.

215 Grünigen: *Digitale Signalverarbeitung*, Fotorotar 2008, S. 187 – 189.

vor.²¹⁶ Anstatt des Delays kann auch ein Modell verwendet werden, damit die Ausgabe des Systems und des inversen Filters sich diesem Modell annähert.²¹⁷

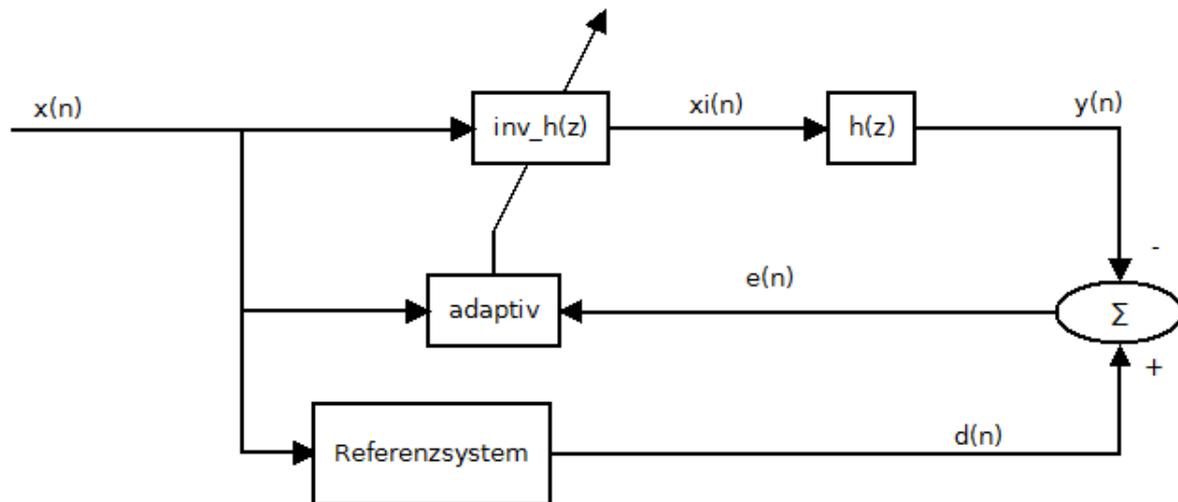


Abbildung 26: Aufbau der Simulation in Scilab.

Embree und Danieli geben in ihrem Buch verschiedene Algorithmen in C++ für adaptive Anwendungen an. Etwa wie LMS zur Verbesserung der Signalqualität genutzt werden kann, Signalschätzung mit ARMA-Systemen und spektrale Schätzung mit einem AR-System.²¹⁸ Auch Doblinger zeigt in seinem Buch eine Umsetzung des LMS-, sowie DNLMS-Algorithmus für DSPs.²¹⁹ Eine weitere Variante bespricht Smith. Seine Methode scheint jedoch für diesen Zweck ungeeignet: Ein IIR-Filter soll zu einem beliebigen Amplitudenfrequenzgang mithilfe eines adaptiven Algorithmus erstellt werden. Dazu werden die Koeffizienten der Reihe nach um eine Zahl Δ vergrößert und jeweils der Fehler berechnet. Diese Trial-and-Error-Methode verlangt nach jeder Veränderung eines Koeffizienten die Ermittlung des Fehlers.²²⁰

Für eine Umsetzung mittels FIR-Filter scheint Doblingers Algorithmus gut geeignet. Dieser wurde vom Autor in Scilab nach Abb. 26 umgesetzt und um eine adaptive Schrittweite erweitert (sh. Gl. (IX.28)). Smith warnt davor die Filterkoeffizienten willkürlich zu initialisieren, da dies zu Konvergenzproblemen führen kann; er schlägt die Identitätsmatrix vor.²²¹ Da aber Widrow darauf hinweist, dass die MMSE-Lösung eine optimale LS-Lösung ist,²²² scheint es sinnvoll, das inverse Filter mit der LS-Lösung aus

216 Widrow, Bernard; Bilello, Michel: „Adaptive Inverse Control“, in *IEEE* 1993, S 1f.

217 Ebenda, S 2.

218 Embree; Danieli: *C++ Algorithms for Digital Signal Processing*, 1999, S. 309 – 327.

219 Doblinger: *Signalprozessoren*, 2004, S. 141 – 147.

220 Smith: *Digital Signal Processing*, 2003, S. 476 – 480.

221 Ebenda, S. 476.

222 Widrow; Bilello: „Adaptive Inverse Control“, 1993, S. 1.

Kap. VII zu initialisieren und für jeden Zeitpunkt durch das adaptive Verfahren optimieren zu lassen.

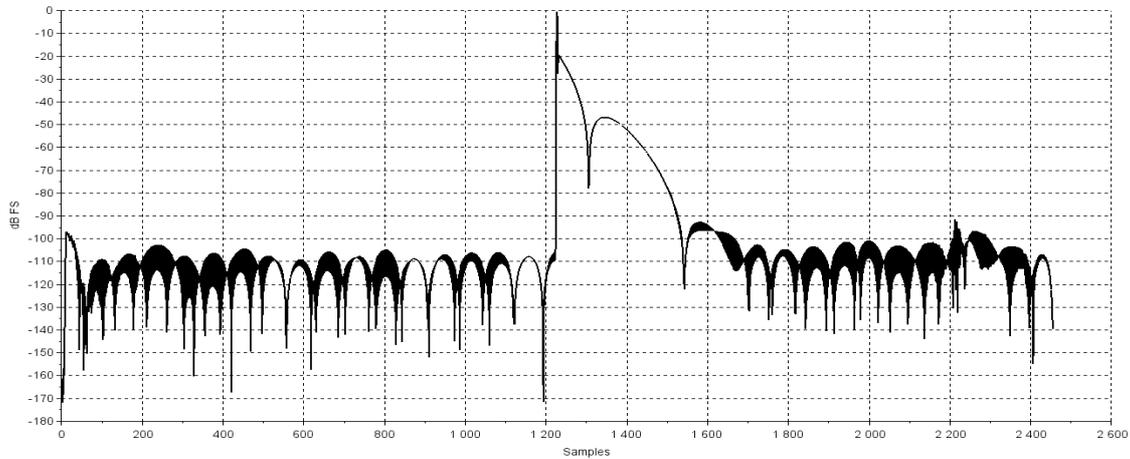


Abbildung 27: Impulsantwort mit DNLMS nach 2 Sekunden Musik.

Beim Test an einer Musikdatei (willkürlich ausgewählt) zeigte eine Stichprobe der entzerrten Impulsantwort die Adaption des Systems (Vgl. Abb. 27 mit Abb. 21). Ein Plot des Fehlers zeigt, dass sich der Algorithmus recht schnell adaptiert.

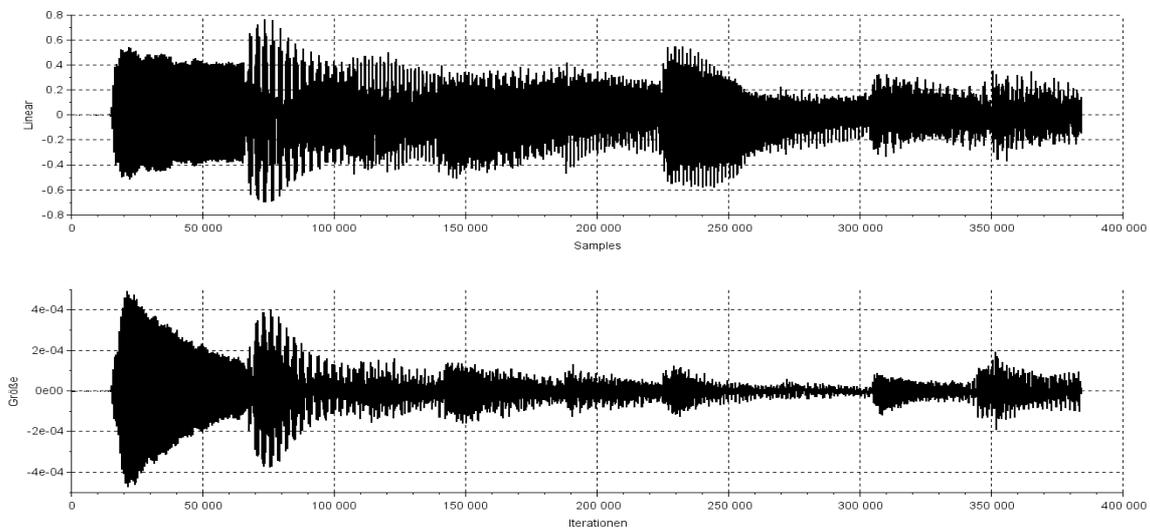


Abbildung 28: Oben das Referenzsignal (Eingangssignal gefiltert mit Zielfunktion); unten der Fehlervektor.

Um die Lernkurve des Algorithmus zu ermitteln wurde er an 8 Musikdateien getestet, teils rein instrumental, teils mit Gesang und das Fehlerquadrat als Momentanwert (sh. Gl. (IX.2)) gemittelt. Die Auswahl der Musik war willkürlich, enthaltene Genres waren Klassik und Jazz.

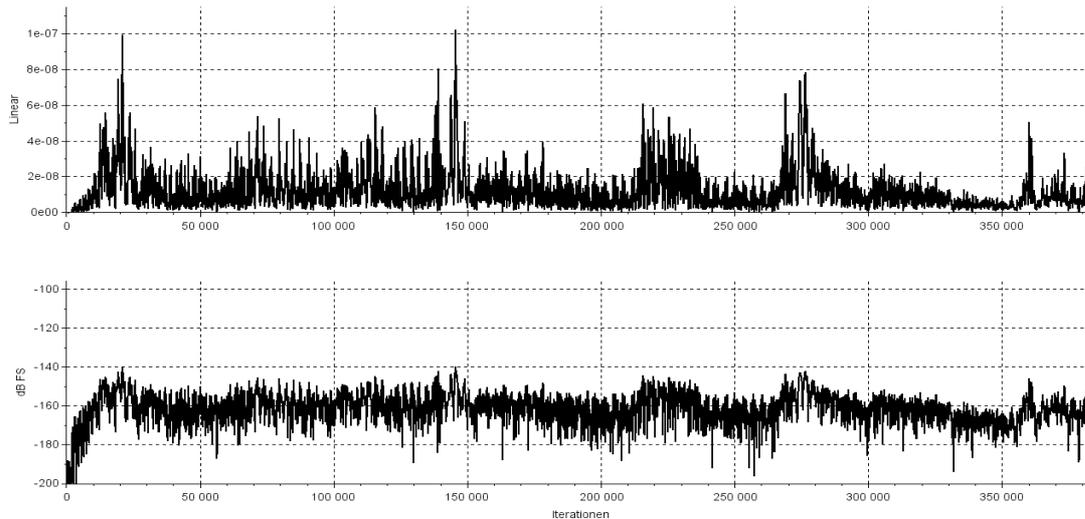


Abbildung 29: Die Lernkurve des adaptiven Algorithmus.

Wie bei der statischen Entzerrung wäre es auch hier wünschenswert die Ordnung des inversen Filters zu reduzieren, was ein IIR-Filter erfordert. Ein LMS-Algorithmus wurde auf Basis von Gl. (IX.11) bis (IX.15) umgesetzt. Natürlich besteht die Problematik der Konvergenz aufgrund mehrerer lokaler Minima der Fehlerfunktion, außerdem bemerken Embree und Danieli, dass IIR LMS Algorithmen generell langsamer konvergieren als FIR Varianten.²²³ Als Vorlage diente eine C++ Umsetzung des adaptiven IIR-LMS nach Embree und Danieli. Problematisch ist bei diesem Buch, dass die Autoren die Konvergenzmatrix M zwar erwähnen, jedoch nicht besprechen wie sie die unterschiedlichen Konvergenzparameter ermitteln. Sie verweisen nur darauf, dass diese Parameter gut gewählt werden müssen.²²⁴ In der Datei ARMA.CPP (auf der Begleit-CD zum Buch) gibt es für jeden a und b Koeffizienten eine eigens definierte Schrittweite. Auffallend ist dabei nur, dass mit steigendem Koeffizientenindex der jeweilige Konvergenzparameter immer kleiner wird. Für die Pole ist die Schrittweite dabei generell kleiner als für die Nullstellen.²²⁵ Für die a-Koeffizienten lauten die Konvergenzparameter [0,2;0,1;0,06] und für die b [0,04;0,02]. Das würde dem ersten Wert 0,2 bzw. 0,04 durch den jeweiligen Index entsprechen: $0,2/2=0,1$; $0,2/3=0,06$ (abgerundet; eigentlich 0,6 periodisch); $0,04/2=0,02$. Der Wert 0,04 der v ist $\mu/5$. Landau et al. besprechen in „Adaptive Control“ Gradientenverfahren mit der Adaption-Gain-Matrix F

$$F = \alpha I ; \alpha > 0 \quad , \quad (IX.29)$$

223 Embree; Danieli: *C++ Algorithms for Digital Signal Processing*, 1999, S. 313 – 320.

224 Ebenda, S. 60f.

225 Ebenda, S. 320.

was zwar eine Diagonalmatrix ähnlich M ist, jedoch nur einen Konvergenzparameter für alle Koeffizienten nutzt. Als zweite Möglichkeit für F geben sie

$$F > 0 \quad (\text{IX.30})$$

an. Das bedeutet F ist eine symmetrische, quadratische Matrix, die positiv definit ist

$$x^T F x > 0 \quad \forall x \neq 0, x \in \mathbb{R}^n \quad .^{226} \quad (\text{IX.31})$$

Natürlich ist das Ziel der adaptiven Regelung in diesem Zusammenhang die Parameter eines Reglers einzustellen; es handelt sich nicht notwendigerweise um eine inverse Filterung. Dennoch soll der Regler so eingestellt werden, dass ein bestimmter „desired output“ erreicht wird. Für α geben die Autoren folgendes Stabilitätskriterium an:

$$\alpha < \frac{1}{\phi^T(t)\phi(t)} \quad , \quad (\text{IX.32})$$

wobei $\phi(t)$ für einen Vektor mit Messwerten zum Zeitpunkt t steht. Als verbesserten Gradienten-Algorithmus geben die Autoren zunächst

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + F \phi(t) \epsilon(t+1) \quad (\text{IX.33})$$

an, was natürlich ähnlich Gl. (IX.5) ist. Das ϵ ist der Fehler und θ ist der Parametervektor. Allerdings muss $\epsilon(t+1)$ als eine Funktion von $\epsilon^0(t+1)$ ausgedrückt werden, um den Algorithmus implementieren zu können. Das führt zu

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + \frac{F \phi(t) \epsilon^0(t+1)}{1 + \phi^T(t) F \phi(t)} \quad (\text{IX.34})$$

Dieser Algorithmus ist laut den Autoren immer stabil, unabhängig von der Gain-Matrix F . Die Division führt eine Normalisierung ein, welche die Sensitivität des Algorithmus reduziert.²²⁷ Das ist ähnlich dem normalisierten LMS Algorithmus (sh. Gl. (IX.23)).

Die Autoren besprechen noch weitere Varianten wie RLS in Bezug auf adaptive Kontrolle. Aufschlussreich scheint der Abschnitt über die Wahl der Adaption-Gain-Matrix für RLS. Die rekursive Bestimmung der inversen der zeitlich variablen Matrix $F(t+1)^{-1}$ kann generalisiert werden:

$$\begin{aligned} F(t+1)^{-1} &= \lambda_1(t) F(t)^{-1} + \lambda_2(t) \phi(t) \phi^T(t) \\ 0 < \lambda_1(t) &\leq 1; 0 \leq \lambda_2(t) < 2; F(0) > 0 \end{aligned} \quad . \quad (\text{IX.35})$$

Die Werte λ_1 und λ_2 können unterschiedliche Werte annehmen und damit den

226 Landau, Ioan Doré; Lozano, Rogelia; M'Saad, Mohammed: *Adaptive Control*, London u.a.: Springer 1998, S. 55.

227 Ebenda, S. 56 – 58.

Algorithmus beeinflussen. Zum Beispiel können beide Werte konstant sein und $\lambda_1 < 1$ mit $\lambda_2 = 1$. Das entspricht einer geringeren Gewichtung älterer Werte. Alternativ können λ_1 und λ_2 variabel gewählt werden, so dass die Summe der Terme von $F(t+1)$ stets gleich ist. Statt einer Matrix kann ein Skalar μ verwendet werden, was zwar einfacher, jedoch weniger leistungsfähig ist. Der Startpunkt $F(0)$ kann so gewählt werden:

$$F(0) = \frac{1}{\delta} I = (GI)I; \quad 0 < \delta \ll 1 \quad , \quad (\text{IX.36})$$

wobei GI für initial gain steht.²²⁸ Als Diagonalmatrix scheint F der Matrix M bei Embree und Danieli sehr ähnlich, obgleich deren Algorithmus kein RLS ist.

Die Umsetzung soll vergleichbar zu Embree und Danieli erfolgen (einfacher LSM-Algorithmus). Da v bei den Autoren $\mu/5$ ist und die Koeffizienten μ/index bzw. v/index sind, kann die variable Schrittweite nach Gl. (IX.28) verwendet werden. Fraglich bleibt natürlich ob diese Einstellungen für die inverse Filterung geeignet sind, da viele Koeffizienten verwendet werden und diese mit steigendem Index gegen 0 tendieren. Im Test zeigte das IIR-Filter (500/500) keine Konvergenz gegen die optimale Lösung, es ist durchaus denkbar, dass ein lokales Minimum die Konvergenz verhindert. Da auch die FIR-IIR-Konversion kein stabiles IIR-Filter ergab, mussten die Koeffizienten mit 0 initialisiert werden. Das adaptive FIR-Filter ist zu bevorzugen, da der adaptive Algorithmus mit IIR-Filter deutlich langsamer und ein Echtzeit-Einsatz fraglich ist.

²²⁸ Landau; Lozano; M'Saad: *Adaptive Control*, 1998, S. 58 – 68.

X Messergebnisse

Um zumindest ansatzweise die Funktion der Filter in der Praxis zu testen, wurden ausgewählte Chassis im reflexionsarmen Raum des Instituts für Musikwissenschaft mit Maximallängenfolgen gemessen, die resultierenden Impulsantworten in die Scilab-Routinen eingespeist und so inverse Filter ermittelt. Der Messaufbau erfolgte analog zu Kap. V; es wurden auch das selbe Interface sowie Messmikrofon verwendet. Die verwendeten Chassis waren das Vifa und das Fountec; da ihre Impulsantworten anderen Produkten überlegen waren.

	Abstand (cm)	Volt
Vifa XT25	33	20 / 5
Fountec NeoCD2 ²²⁹	33	20 / 5

Tabelle 3: Daten des Messaufbaus

Neben der axialen Impulsantwort mit Entzerrung wurde auch die Impulsantwort 15° (horizontal) neben der Achse gemessen. Die Messung der entzerrten Impulsantwort erfolgte ebenso mit HOLMImpulse: Mit der Messung der Impulsantwort wurde die jeweilige MLS-Folge gespeichert. Das inverse Filter zur Impulsantwort wurde in Scilab berechnet, mit der MLS-Folge gefaltet und abgespielt. Die Korrelation der Aufzeichnung mit der MLS-Folge ergibt hierbei die entzerrte Impulsantwort. Die Messungen hatten 55dB FS Rauschabstand; zwar lässt sich nicht ablesen wie gut die Entzerrung bei -100dB FS ist, aber es sind doch signifikante Verbesserungen beobachtbar.

²²⁹ Als Widerstand wurden 15 Ohm plus einem RC-Glied mit 6,8 μ Farat genutzt.

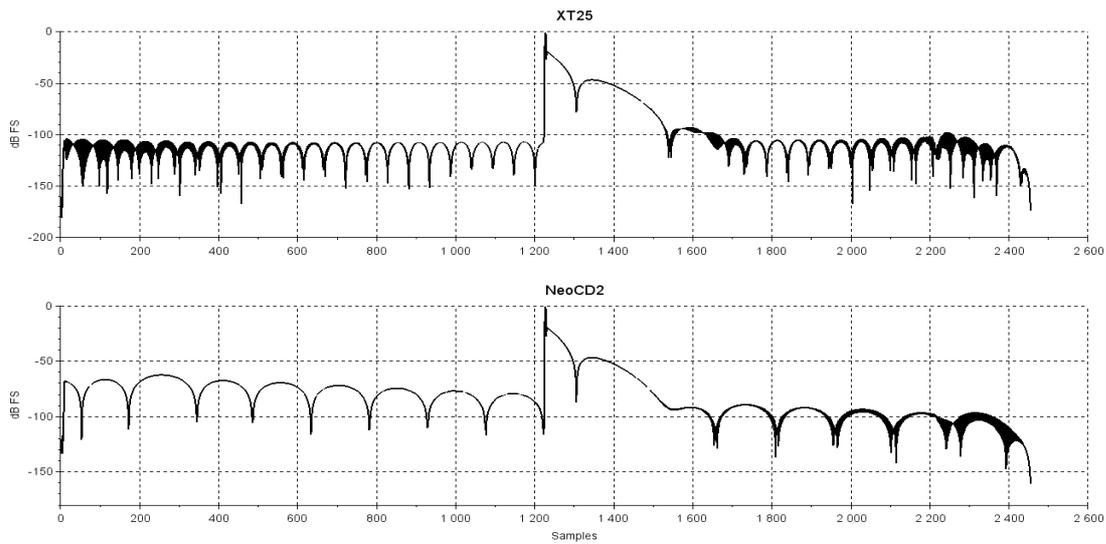


Abbildung 30: Oben: Entzerrung des Vifa; Unten die des Neo.

In der Praxis sind die Ergebnisse durchaus vergleichbar; wenn auch von Rauschen überlagert.

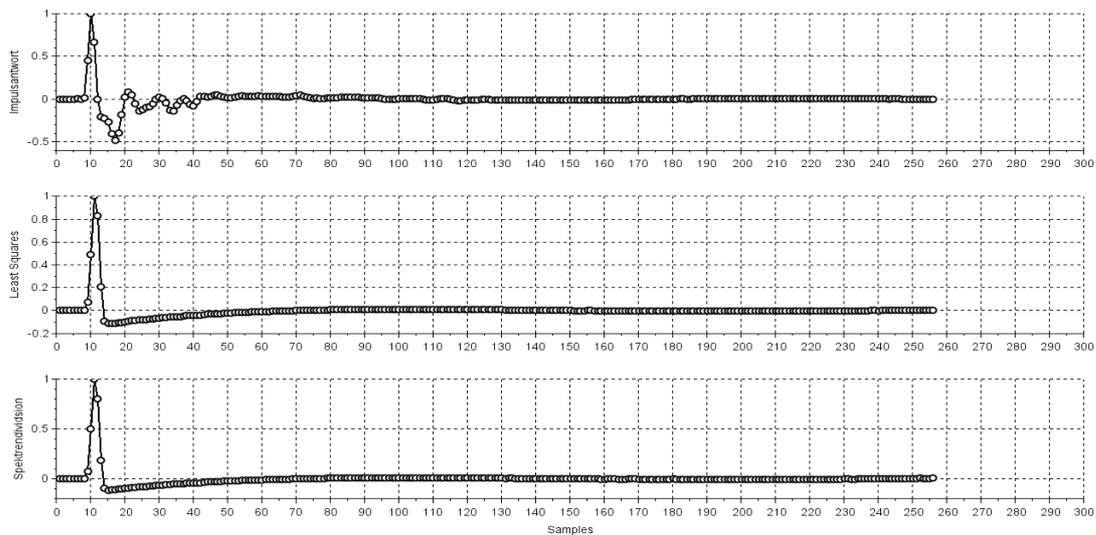


Abbildung 31: Oben: Impulsantwort; Mitte: Least-Squares; Unten: Spektrendivision

Die Least-Squares-Entzerrung zeigt deutlich weniger Artefakte.

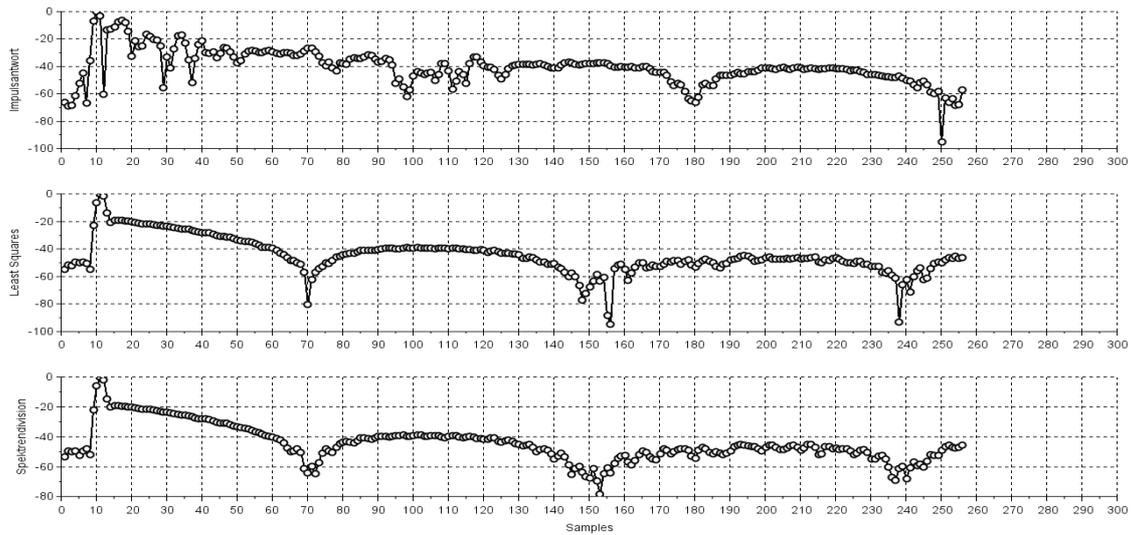


Abbildung 32: Obige Abbildung in dB FS.

Es zeigt sich deutlich, dass die Least Squares Methode bessere Ergebnisse erzielt. Ähnlich sind die Ergebnisse für das Vifa XT25.

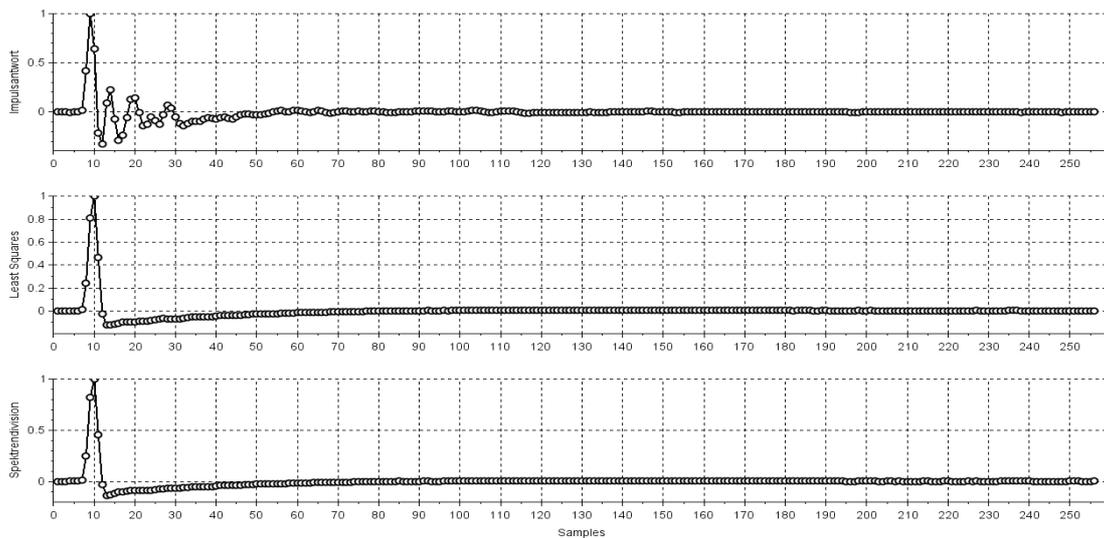


Abbildung 33: Vergleich der Entzerrungen in linearer Darstellung.

Die Entzerrung, egal nach welcher Methode, zeigt eine signifikante Verbesserung.

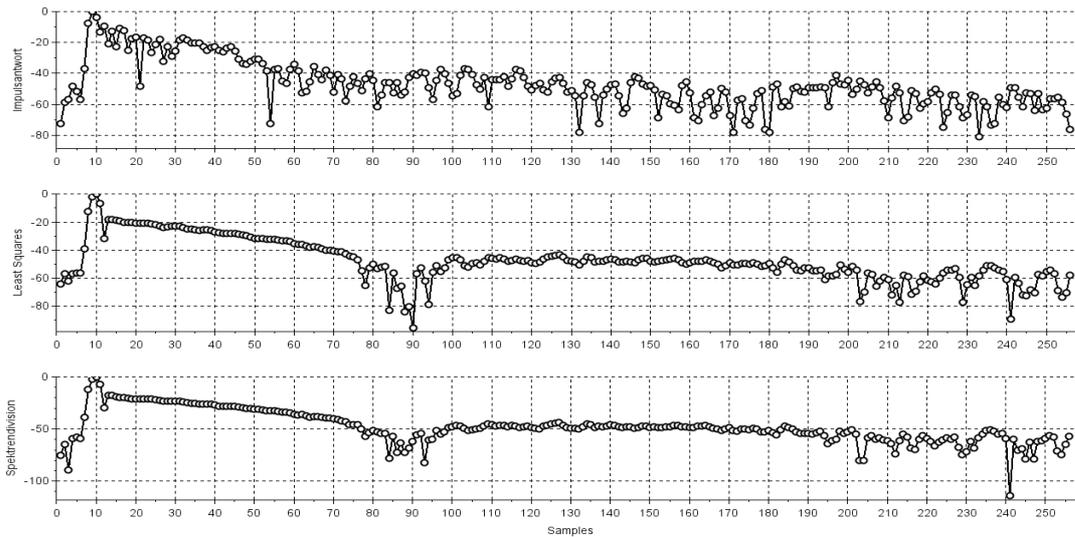


Abbildung 34: Vergleich der Entzerrungen in dB FS.

Der Frequenzgang entspricht der Vorhersage.

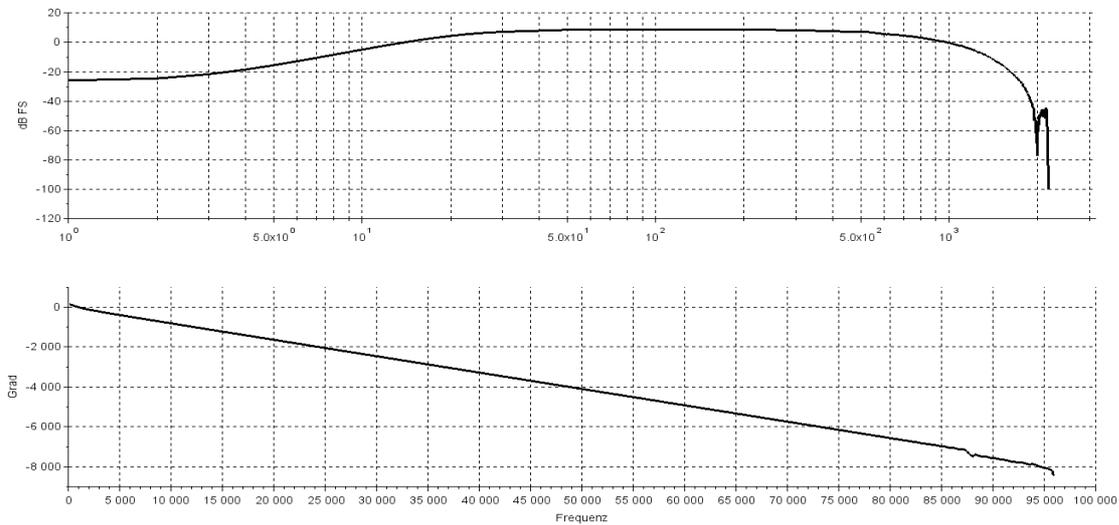


Abbildung 35: Frequenzgang; $\Delta f=44,1\text{Hz}$, Least Squares Entzerrung

Beim Vifa wurde die Entzerrung an zwei verschiedenen Lautstärken erprobt: Für die Messung mit 20 Volt wurde das inverse Filter nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet. Dieses Filter wurde bei 20 Volt und bei 5 Volt (Spitze-Spitze) Aussteuerung des Verstärkers getestet. Es waren kaum Abweichung zu beobachten wodurch nahe liegt, dass die Entzerrung auch bei wechselnden Lautstärken funktioniert.

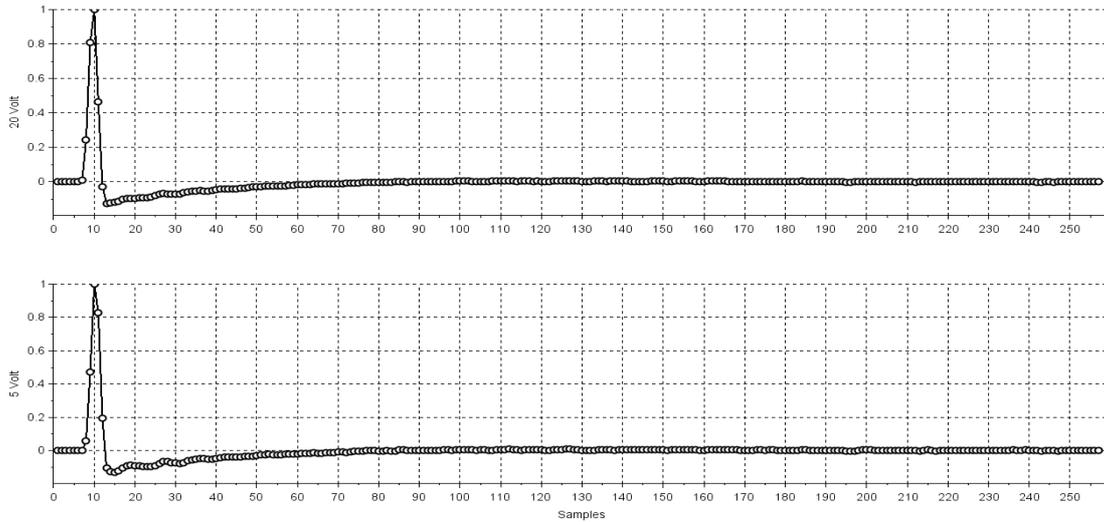


Abbildung 36: Vergleich der Entzerrung des Vifa bei unterschiedlichen Lautstärken.

Wie nicht anders zu erwarten funktioniert die Entzerrung nur axial; 15° neben der Achse sind starke Verzerrungen zu beobachten.

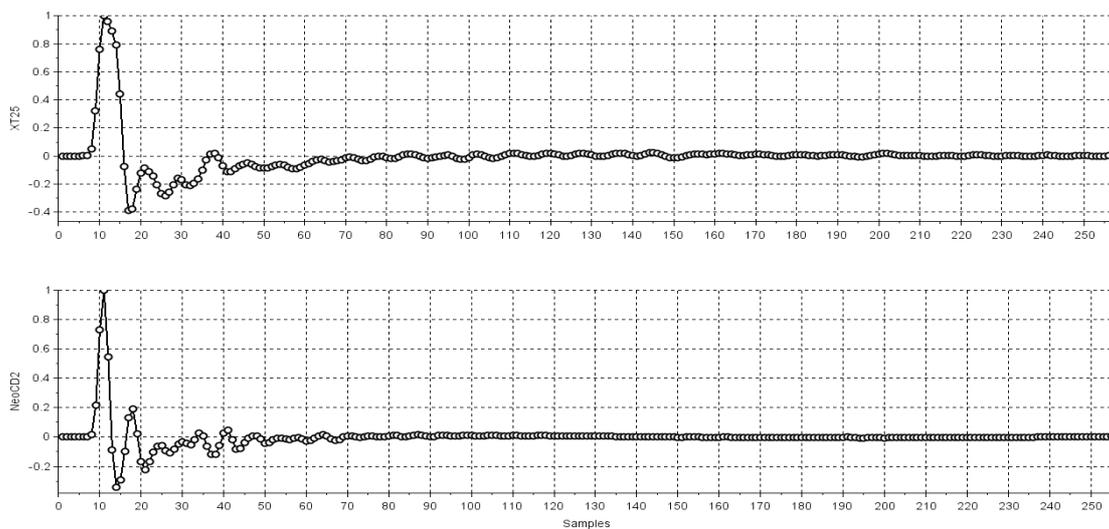


Abbildung 37: Vifa und Fountec 15° neben der Achse in linearer Darstellung.

Beim Vifa fallen die Verzerrungen neben der Achse insgesamt geringer aus; das liegt vermutlich an der Bauweise: Das Vifa ist ein Rundstrahler, während das Fountec Neo eine Zylinderwelle abstrahlt.

XI Résumé

In dieser Arbeit wurden Möglichkeiten der Entzerrung von Impulsantworten vorgestellt, getestet und verglichen. Die Untersuchung fand im Hinblick auf eine spätere Anwendung in einem Lautsprecher statt. Ausgangsbasis für die Notwendigkeit einer Entzerrung waren Studien zur Wahrnehmung des Gehörs im Zeitbereich. Es wurde versucht darzulegen, dass diese keineswegs restlos erforscht ist und viele Fragen offen bleiben. Nicht zuletzt widersprechen sich Hörversuche zur Fragestellung, ob die Impulsantwort oder der Amplitudenfrequenzgang relevanter für das Gehör ist.

Auf den Forschungsstand zum Thema Entzerrung für Lautsprecher wurde ebenso eingegangen; er erstreckt sich auf Arbeiten aus den 90ern bis in die 2000er. Einige Studien konzentrieren sich auf den Amplitudenfrequenzgang, andere auf die Impulsantwort. Keine der Forschungen dämpft Verzerrungen auf 80dB FS oder mehr. Abgesehen von der Firma KS Digital scheint die Lautsprecher-Industrie eine Entzerrung der Impulsantwort zu ignorieren. Stattdessen steht meist der Amplitudenfrequenzgang im Vordergrund.

Drei Methoden der Entzerrung wurden behandelt: Die Methode der kleinsten Quadrate, die Faltungstheoreme und die MMSE-Lösung. Zu allen drei Methoden wurden in Scilab Skripte erstellt und an einer Impulsantwort in der Simulation getestet, wobei die Methode der kleinsten Quadrate am besten geeignet scheint. Sie ist der Division im Frequenzbereich deutlich überlegen und einfacher in der Praxis umzusetzen als die adaptive Entzerrung, obgleich diese theoretisch bessere Ergebnisse liefert.

Trotz eines hohen Delays konnten in der Simulation kaum Artefakte beobachtet werden, wie Norcross et al. sie beschreiben. Selbst die Artefakte bei der Entfaltung mittels der FFT werden vermutlich nicht gehört, da sie um >70 dB FS gedämpft sind. Allerdings gilt dies nur für sehr hohe Filterlängen, was möglicherweise ein Grund für die bessere Beurteilung hoher Filterordnungen in Norcross' Experiment war. Die Ansicht von Norcross et al., das Delay verschlechtere das Filter, konnte nicht nachvollzogen werden, da das errechnete FIR-Filter Vorschwinger benötigt und ein hohes Delay dies ermöglicht.

Bei der Umsetzung der inversen Filterung in einem DSP wäre die schnelle Faltung zur Beschleunigung der Berechnungen vorteilhaft. Kirkeby et al. beschreiben Artefakte durch die schnelle Faltung und stellen eine Verbesserung mittels Regularisierung vor (sh. Kap. IV.4). Die lineare Faltung kann als zyklische Faltung formuliert werden, wenn ein Zeitausschnitt periodisiert wird. Ist die Periode groß genug gewählt stimmt das Ergebnis

mit der linearen Faltung überein.²³⁰ Die Faltung kann durch Verschieben und Skalieren ausgedrückt werden und aufgrund der Faltungstheoreme ist es möglich die FFT für die Faltung zu nutzen.²³¹ Bei der Faltung langer Signale mit einer Impulsantwort werden Signalausschnitt und Impulsantwort transformiert, multipliziert und das Ergebnis rücktransformiert. Das Ausgangssignal wird durch überlappende Addition der Teilfaltungsergebnisse erzeugt.²³² Um die Effekte der schnellen Faltung empirisch zu erfassen wurde ein Vergleich ausgeführt: Das 2200-Punkte inverse Filter nach LS-Methode wurde mit der Impulsantwort des Vifa gefaltet; einmal im Zeitbereich (Zeilenvektor mal Spaltenvektor) und einmal mit der schnellen Faltung (Scilab Befehl convol²³³). In der Simulation war kein Unterschied feststellbar. Die Messung zeigte Artefakte bei der Dekonvolution via Spektrendivision; jedoch fielen diese äußerst gering aus und waren schwer vom Rauschen zu trennen.

Für die weitere Forschung wäre es lohnend die Entzerrung auf die anderen Wege eines Lautsprechers auszudehnen. Eine entsprechende Frequenzweiche wurde in dieser Arbeit entworfen, die Zielfunktion für ein Mittenchassis wäre die Bandpassimpulsantwort ohne weitere Veränderungen; der Tiefpass benötigt eventuell noch eine untere Begrenzung. Ebenso wäre es zielführend eine Entzerrung für einen 60° Kegel zu ermitteln; 30° Grad Abweichung von der Achse in jede Richtung. Das ist notwendig um die Sitzposition im Stereodreieck zu erweitern.

Für die adaptive Entzerrung sind Chassis mit Sensoren in der Membran nötig; auch hier ist weitere Forschung nötig. Schließlich reicht ein Sensor in der Spule nicht. Welche Sensoren sind für die Membran geeignet? Wie ändert sich das Verhalten der Membran durch den Sensor? Wie gut kann der Algorithmus Moden der Membran ausgleichen? Das führt gleich zu einem weiteren Forschungsthema: Nichtlinearitäten. Lautsprecher weisen diverse Nichtlinearitäten auf, die durch ein inverses Volterra-Filter kompensiert werden können. Ursachen für nichtlineares Verhalten sind die Auslenkung der Schwingspule, die Eigeninduktion, sowie Materialeigenschaften der Aufhängung. Nichtlinearitäten elektrodynamischer Lautsprecher können mit einer Voltterreihe modelliert werden.²³⁴

230 Roderer; Percher: *Digitale Signalverarbeitung*, 2010, S. 25f.

231 Boulanger, Richard; Lazzarini, Victor: *The Audio Programming Book*, London u.a.: The MIT Press 2011, S. 529 – 531.

232 Zölzer: *Digitale Audiosignalverarbeitung*, 2005, S. 171 – 173.

233 https://help.scilab.org/docs/5.5.2/en_US/convol.html Zuletzt aufgerufen am 14.07.2015

234 Frank, Walter; Reger, Rita; Appel, Ulrich: „Loudspeaker Nonlinearities – Analysis and Compensation“, in *IEEE* 1992, S. 756 – 760.

Volterra-Filter wurden auch benutzt, um Verzerrungen kleiner Lautsprecher bei hohen Wiedergabepegeln zu verbessern. Die Anwendung sind hier vornehmlich Smartphones, die bei Multimedia-Anwendungen meist etwas vom Hörer entfernt sind und hohe Wiedergabepegel benötigen.²³⁵ ²³⁶ Bei der Entzerrung mit Volterra-Filtern ist meist deren Komplexität ein Hindernis, welche den Echtzeiteinsatz unterbindet. Es gibt Möglichkeiten die Komplexität für eindimensionale Filter zu verringern und die 2. sowie 3. Harmonische zu unterdrücken.²³⁷ Es wäre aufschlussreich die Entzerrung auf diese Techniken zu erweitern, so dass ein impulstreuer Lautsprecher bei hohen Pegeln keine Verzerrungen aufweist.

Nicht zuletzt ist weitere psychoakustische Forschung an der Wahrnehmung des Gehörs im Zeitbereich und an der Relevanz des Verhaltens von Lautsprechern im Zeitbereich nötig.

235 Lashkari, Khosrow: „High Quality Sound from Small Loudspeakers Using the Exact Inverse“, in *IEEE* 2004, S. 430 – 434.

236 Lashkari, Khosrow: „A Novel Volterra-Wiener Model For Equalization Of Loudspeaker Distortions“, in *IEEE* 2006, S. V-117 – V-120.

237 Mu, Yongsheg; Ji, Peifeng; Ji, Wei; Wu, Ming; Yang, Jun: „Modeling and Compensation for the Distortion of Parametric Loudspeakers Using a One-Dimension Volterra Filter“, in *IEEE* 2014, S. 2169 – 2181.

XII Anhang A: Scilab Scripte

```
0001 //////////////////////////////////////
0002 //Dekonvolution mittels Polynomdivision von Spektren
0003 //////////////////////////////////////
0004
0005 //Blackman-Harris
0001 function [w]=blackharr(M)
0002 n=(1:M);
0003 w=(1:M);
0004 for i=1:1:M,
0005
w(i)=0.35875-0.48829*cos((2*%pi*n(i))/(M-1))+0.14128*cos((4*%pi*n(i))/(M-1))-0.01168*cos((6*
%pi*n(i))/(M-1));
0006 end
0007 endfunction
0013
0014 //Zielfunktion
0001 function [sg]=stoss(yg)
0002 //Zielfunktion wird geladen...
0003
w2=loadwave("C:\Users\Ludwig\Desktop\esper\masterarbeit\frequenzweiche\bessel_mit_kaiser.wav");
0004 //...und um Nullen erweitert:
0005 M1=length(yg);
0006 [m,k]=max(w2);
0007 N1=(floor(M1/2))-k;
0008 N2=(floor(M1/2))-(length(w2)-k);
0009 sg=[zeros(1:N1),w2,zeros(1:N2)];
0010 endfunction
0025
0026 //////////////////////////////////////
0027 //Einstiegspunkt des Programms
0028 //////////////////////////////////////
0029 //Datei Laden:
0030 y=loadwave("C:\Users\Ludwig\Desktop\2-6-2015\vifa\vifa.wav");
0031 //Impulsantwort erweitern
0032 [m,k]=max(y); //m= Wert des Maximums; k= x-Koordinate
0033 M=16384; //Setzt die Länge der Impulsantwort fest; 2048,4096,8192,16384,65536
0034 i=M/2-k;
0035 s=zeros(1:M);
0036 s(1,i+1:i+length(y))=y;
0037 //Fensterung
0038 w0=blackharr(M);
0039 yg=s.*w0; //Fensterung der Impulsantwort
0040 clear ('m','k','i','s')
0041 //Referenz-Signal: Kaiser-Bessel-Funktion mit Bessel-Hochpass
0042 s=stoss(yg);
0043 //////////////////////////////////////
0044 //Berechnung des Filters
0045 //////////////////////////////////////
0046 //Dividieren im Frequenzbereich
0047 fts=fft(s);
0048 ftyg=fft(yg);
0049 fte=pdiv(fts,ftyg); //Polynomdivision
0050 ergeb=ifft(fte);
0051 clear ('fts','ftyg','fte')
0052 //Filter erzeugen
0053 ergebnis=[erheb(1,M/2+1:M),erheb(1:M/2)];
0054 clear ('i','erheb')
0055 //Kürzen und Fenstern
0056 //Hier kann M neu definiert werden, um einen kürzeren Kernel zu berechnen
0057 clear M
0058 M=8192;
0059 w1=blackharr(M);
0060 [m,k]=max(ergebnis);
0061 kurz=ergebnis(1,k-M/2:k+M/2-1).*w1;
0062 clear ('m','k','i')
0063 //////////////////////////////////////
0064 //Ergebnis berechnen
0065 //////////////////////////////////////
0066 f=convol(y,kurz);
```

```

0001 //////////////////////////////////////
0002 //Entzerrung mit konjugiert komplexen Spektrum
0003 //////////////////////////////////////
0004
0005 //Blackman-Harris
0001 function [w]=blackharr(M)
0002 n=(1:M);
0003 w=(1:M);
0004 for i=1:1:M,
0005
w(i)=0.35875-0.48829*cos((2*pi*n(i))/(M-1))+0.14128*cos((4*pi*n(i))/(M-1))-0.01168*cos((6*
pi*n(i))/(M-1));
0006 end
0007 endfunction
0013
0014 y=loadwave("C:\Users\Ludwig\Desktop\esper\messungen\17.7.2014\vifa\vifa_ia.wav");
0015 //Impulsantwort erweitern
0016 [m,k]=max(y); //m= Wert des Maximums; k= x-Koordinate
0017 M=8192; //Setzt die Länge der Impulsantwort fest; 2048,4096,8192,16384,65536
0018 i=M/2-k;
0019 s=zeros(1:M);
0020 s(1,i+1:i+length(y))=y;
0021 clear ('i','m','k')
0022 sfft=fft(s);
0023 power=abs(sfft).^2;
0024 imginv=conj(sfft);
0025 invfft=imginv./power;
0026 invfilt=ifft(invfft);
0027 ergebnis=[invfilt(1,3176:M),invfilt(1:3175)]; //für 8192
0028 [m,k]=max(ergebnis); //m= Wert des Maximums; k= x-Koordinate
0029 w1=blackharr(2*(M-k)); //Fenster für hinteren Teil
0030 w2=blackharr(2*k); //Fenster für vorderen Teil
0031 vorne=ergebnis(1,1:k-1).*w2(1,1:(length(w2)/2)-1);
0032 hinten=ergebnis(1,k:M).*w1(1,length(w1)/2:length(w1));
0033 final=[vorne,hinten];
0034
hp=loadwave("C:\Users\Ludwig\Desktop\esper\masterarbeit\frequenzweiche\bessel_mit_kaiser.wav");
0035 ziel=conv(final,hp);
0036 d=conv(y,ziel);

0001 //////////////////////////////////////
0002 //Least-Squares Dekonvolutions-Skript
0003 //
0004 //////////////////////////////////////
0005
0006 //Impulsantwort laden
0007 y=loadwave("C:\Users\Ludwig\Desktop\esper\messungen\17.7.2014\vifa\vifa_ia.wav");
0008 y=y';
0009 M=2200; //Länge inverses Filter; Standard 4096; min: length(w2)*2
0010 //Ziel laden
0011
w2=loadwave("C:\Users\Ludwig\Desktop\esper\masterarbeit\frequenzweiche\bessel_mit_kaiser.wav");
0012 [m,k]=max(w2);
0013 N1=(floor((M+256-1)/2))-k;
0014 N2=(floor((M+256-1)/2))-(length(w2)-k)+1;
0015 s=[zeros(1:N1),w2,zeros(1:N2)]';
0016 //Faltungsmatrix aufbauen
0017 H=zeros(M+length(y)-1,M); //Länge y + Länge hi Zeilen; Länge hi Spalten
0018 //Matrix befüllen
0019 for i=1:1:M,
0020     H(i:i+length(y)-1,i)=y;
0021 end
0022 //Berechnung der Impulsantwort hi des inversen Filters
0023 hi=H\s;
0024 //Berechnung Ergebnis & Plot
0025 d=conv(y,hi);

0001 //////////////////////////////////////
0002 //FIR-IIR Konversion
0003 //////////////////////////////////////
0004
0005 f=loadwave("C:\Users\Ludwig\Desktop\esper\masterarbeit\ls_filter_4096.wav"); //Impulsantwort
inverses
FIR-Filter laden
0006 l=length(f);
0007 Han=zeros(1,l);
0008 for i=1:1:l,

```

```

0009 Han(i,1:l-i+1)=f(1,i:l);//Aufbau Hankelmatrix
0010 end
0011 clear i
0012 [E,V]=bdiag(Han);//E= Matrix mit Eigenwerten in der Diagonalen; V= Matrix mit Eigenvektoren
0013 for i=1:l:1
0014     sigma(1,i)=abs(E(i,i));//Eigenwerte aus E
0015 end
0016 clear i
0017 plot2d(sigma)
0018 k=2200;//Hat Benutzer einzutragen
0019 Ak=V(2:1,1:k)'*V(1:l-1,1:k);
0020 Bk=V(1,1:k)';
0021 Ck=f*V(1:l,1:k);
0022 D=0;
0023 [slk]=syslin(1/192,Ak,Bk,Ck,D);//LTI aus Ak, Bk, Ck und D; statt 'd': 1/192
0024 h=ss2tf(slk);//State-Space zu Übertragungsfunktion
0025 //Ergebnis berechnen und plotten
0026 den=h.den;//Nenner
0027 num=h.num;//Zähler
0028 y=rtitr(num,den,ones(1:4096));//Schrittantwort
0029 clf()
0030 plot2d(y)

0001 //////////////////////////////////////
0002 //DNLMS
0003 //FIR-Filter
0004 //////////////////////////////////////
0005
0001 function [s]=ziel(M)
0002
w2=loadwave("C:\Users\Ludwig\Desktop\esper\masterarbeit\frequenzweiche\bessel_mit_kaiser.wav");
0003 [m,k]=max(w2);
0004 N1=(floor((M+256-1)/2))-k;
0005 N2=(floor((M+256-1)/2))-(length(w2)-k)+1;
0006 s=[zeros(1:N1),w2,zeros(1:N2)]';
0007 endfunction
0013
0001 function [hi]=least(y, s, M)
0002     y=y';
0003     //Faltungsmatrix aufbauen
0004     H=zeros(M+length(y)-1,M);//Länge y + Länge hi Zeilen; Länge hi Spalten
0005     for i=1:1:M,
0006         H(i:i+length(y)-1,i)=y;
0007     end
0008     hi=H\s;//Berechnung der Impulsantwort hi des inversen Filters
0009 endfunction
0023
0024 N=2200;//Länge inverses Filter
0025 x_old=zeros(1:N);
0026 norm_old=0;
0027 r_old=0;
0028 mu=0.00001;//initiale Schrittweite: mu_min < mu < mu_max!
0029 mu_max=2/N;//Obergrenze
0030 mu_min=0.01*mu_max;//Untergrenze
0031 alpha=0.97;//Alpha
0032 gam=0.00048;//Gamma
0033 delta=1*10^-20;//Verhindert Division durch Null
0034 ref=ziel(N);//Referezzsignal
0035
ia=loadwave("C:\Users\Ludwig\Desktop\esper\messungen\17.7.2014\vifa\vifa_ia.wav");//Impulsantwort
Chassis
0036 c_old=least(ia,ref,N);//initiale Least-Squares-Lösung ermitteln
0037 c_old=c_old';//Zeilenvektor
0038 x=loadwave("C:\Users\Ludwig\Desktop\esper\masterarbeit\morgengrusz_192khz.wav");
0039 x=x(1,:);
0040 Ls=length(x);
0041 d=conv(x,ref);//Zielsignal
0042 xvektor=zeros(1:N);
0043 N2=length(ia);
0044 xvektor2=zeros(1:N2);
0045 err=zeros(1:Ls);//Array verzeichhnet Fehler jeder Iteration
0046 mu_tr=zeros(1:Ls);
0047 for i=1:1:Ls,
0048     xvektor=[x(1,i),xvektor(1,1:N-1)];//Block Eingangssignal
0049     y1=xvektor*c_old';//Filterung Eingangssignal mit adapt. Filter
0050     xvektor2=[y1,xvektor2(1,1:N2-1)];//Block Eingang für Impulsantwort
0051     y2=xvektor2*ia';//Filterung mit Impulsantwort Chassis

```

```

0052 e=d(1,i)-y2;//Fehlerberechnung
0053 r=r_old+xvektor(1,1)*xvektor(1,2)-xvektor(1,N-1)*xvektor(1,N-2);
0054 k=min(1,r/(delta+norm_old));//Korrelationskoeffizient
0055 normx=norm_old+xvektor(1,1)^2-xvektor(1,N-1)^2;//Leistung Eingangssignal
0056 c_new=c_old+mu*e.*((xvektor-k*x_old)/(delta+normx-k^2*norm_old));//Adaption der
Koeffizienten
0057 c_old=c_new;
0058 mu=alpha*mu+gam*e^2;//Aufdatierung my
0059 mu_tr(1,i)=mu;
0060 if mu>mu_max then//Obergrenze prüfen
0061     mu=mu_max;
0062 elseif mu<mu_min then//Untergrenze prüfen
0063     mu=mu_min;
0064 end
0065 x_old=xvektor;
0066 norm_old=normx;
0067 r_old=r;
0068 e_old=e;
0069 err(1,i)=e;
0070 clear ('r','k','c_new','normx','e')
0071 disp(i)
0072 end

```

XIII Anhang B: Abstracts

XIII.1 Deutsch

In dieser Arbeit werden Methoden zur Entzerrung der Impulsantworten von Lautsprechern untersucht. Zunächst erfolgt eine Darstellung der Verarbeitung des menschlichen Gehörs bezüglich der zeitlichen Struktur von akustischen Reizen. Danach erfolgt eine Diskussion von drei grundlegenden Methoden der Dekonvolution. Neben diesen Methoden wird der aktuelle Forschungsstand besprochen, zu dem auch Hörversuche zur auditiven Wahrnehmung im Zeitbereich gehören. Die Ergebnisse sind nicht schlüssig, manche Forschungen stellen den Amplitudenfrequenzgang in den Mittelpunkt der Wahrnehmung, andere die Zeitfunktion.

Der aktuelle Forschungsstand kann in zwei Richtungen eingeteilt werden: Jene Arbeiten, welche den Amplitudenfrequenzgang linearisieren, und jene, welche eine Annäherung an einen Dirac favorisieren. Letzteres ist auch der Ansatzpunkt dieser Arbeit, jedoch werden einige Modifikationen an dieser Bedingung vorgenommen. Um eine Dirac-Annäherung zu ermöglichen, muss die Frequenzweiche eines Mehrweglautsprechers ebenso einen Stoß ergeben. Das bedeutet Hoch-, Band- und Tiefpass müssen in Summe einen Stoß wiedergeben. Eine entsprechende Filteranordnung wird vom Autor mit Bessel-Filtern erstellt. Da die Dekonvolution ausschließlich an Hochtonlautsprechern getestet werden soll, muss statt dem Dirac der Hochpass genutzt werden. Ebenso, wie ein Hochtöner tiefe Frequenzen kaum wiedergeben kann, hat der Hochtöner auch eine Grenze für hohe Frequenzen, daher wird der Hochpass mit einem Tiefpass kombiniert, so dass ein Frequenzgang von 1kHz bis 26,3kHz entsteht, bei nahezu linearer Phase.

Um die Dekonvolutions-Methoden zu testen, werden vom Autor Skripte in Scilab entwickelt und Impulsantworten von Hochtonchassis verschiedener Wandlerprinzipien gemessen. Die getesteten Verfahren sind Polynomdivision im Spektralbereich, die Methode der kleinsten Quadrate und adaptive Filter (Decorrelated Normalized Least Mean Squares). In der Simulation zeigen die adaptiven Filter die beste Leistung, in der Praxis können nur die beiden statischen Verfahren getestet werden.

Hierbei zeigt die Methode der kleinsten Quadrate überlegene Ergebnisse, obgleich auch die Spektraldivision sehr gut Verzerrungen dämpft, jedoch erstere Methode weniger Latenz erzeugt. Zusammenfassend werden in der Simulation $>100\text{dB}$ FS Dämpfung für Verzerrungen bei $\sim 6,4\text{ms}$ Latenz erreicht. In der Messung kann die Dämpfung nur bis 55dB FS beobachtet werden, da dies der Rauschabstand der Messung ist. Die Ergebnisse zeigen aber signifikante Verbesserungen im Zeit- wie im Frequenzbereich.

XIII.2 English

This thesis presents a comparison of deconvolution-methods for impulse responses of loudspeakers. To explore the topic, the processing of the human ear in the time domain is discussed, to derive the importance of time patterns for sound reproduction. Three basic methods of deconvolution are discussed. Aside from those the state of research with variations of these methods is discussed. The discussion of the state of research includes experiments to determine the processing of the human ear in the time domain and hence the significance of the impulse response. Results are not conclusive, some researchers favor the amplitude frequency response, others the impulse response.

The state of research divides into two directions: Linearization of the amplitude frequency response and correction of the impulse response. The latter is with some modifications also the approach of the author. To enable a loudspeaker to have an approximation of a dirac as impulse response, it is imperative for the audio crossover to have almost an dirac as impulse response; i. e. the sum of low-, band- and highpass has to be an impulse. The author ist designing a correseponding audio crossover with bessel-filters. Since the focus of this thesis are tweeters, the ideal impulse response ist that of the highpass together with a lowpass, to guarantee a linear frequency response from 1kHz to $26,3\text{kHz}$.

To test the different deconvolution methods, the author creates scripts in scilab and measured impulse responses of different tweeters. The methods tested are polynominal

division in the frequency domain, least squares and adaptive filters (decorrelated normalized least mean squares). In the simulation the adaptive filters perform best, in practice only the first two methods can be tested.

The least squares method performs best, although spectral division also performs well, the latter has more delay. Summarizing $>100\text{dB}$ FS at 6,4ms delay are achieved in the simulation, the measurements had 55dB FS SNR, so the data is only conclusive to that point. Yet a significant enhancement due to the deconvolution can be seen, in both time and frequency domain.

XIV Lebenslauf des Autors

Ludwig Kollenz wurde 1983 in Wien geboren und erlangte die Matura 2003 am Goethegymnasium GRG 14 mit einer Fachbereichsarbeit über Grundlagen zu computergenerierten 3D Graphiken. In den folgenden Jahren studierte der Autor zunächst an der TU Wien Software & Information Engineering (2003 – 2005), dann ebendort Informatikmanagement (2005 – 2007) und ab 2010 Musikwissenschaft an der Universität Wien, wo er 2013 mit einem Bachelor of Arts abschloss. Es folgte ab 2013 das Masterstudium der Musikwissenschaft. Publikationen:

- Kollenz, Sabrina; Kollenz, Ludwig: „Tagore und die Beziehung zwischen indischer und westlicher Musik“, in Kuhnt-Saptodewo, Sri; Heidhues, Mary Somers; Zorn, Bettina (Hrsg.), *Getanzte Schöpfung. Asien zwischen den Welten*, Wien: Brandstätter 2013.
- Kollenz, Ludwig: *Impulstreue macht den Klang zum Genuss: Entzerrung der Impulsantworten von Hochtton-Chassis*, DGM 2014.
- Kollenz, Ludwig: *Audioverarbeitung in Matlab, Scilab und Octave*, Osnabrück: Epos 2015. (In Vorbereitung.)
- Kollenz, Ludwig: *Adaptive Lautheitsmessung mit dynamischen Frequenzgruppenbreiten*, DAGA 2015.
- Kollenz, Ludwig: *Impulstreue – Nicht nur sauber sondern rein! Entzerrung der Impulsantworten von Hochttonchassis*, DGM 2015.
- Kollenz, Ludwig: *Variatio delectat – Adaptive Frequenzgruppenbreiten*, DGM 2015.

XVLiteratur

- Beliczynski, Bartlomiej; Kale, Izzet; Cain, Gerald. D.: „Approximation of FIR by IIR Digital Filters: An Algorithm Based on Balanced Model Reduction“, in *IEEE* 1992, Vol. 40, No. 3, S. 532 – 542.
- Berkhout, A.J.; Vries, D. de; Boone, M.M.: „A new method to aquire impulse responses in concert halls“, *JASA* Vol. 68(1) 1980, S. 179 – 183.
- Boulanger, Richard; Lazzarini, Victor: *The Audio Programming Book*, London u.a.: The MIT Press 2011.
- Dickason, Vance: *Lautsprecherbau*, Aachen: Elektor 2001.
- Dickreiter, Michael; Dittel, Volker; Hoeg, Wolfgang: *Handbuch der Tonstudiotchnik*, München: K.G.Saur 2008.
- Doblinger, Gerhard: *Matlab-Programmierung in der digitalen Signalverarbeitung*, Weil der Stadt: J. Schlembach 2001.
- Doblinger, Gerhard: *Signalprozessoren*, Wilburgstetten: Schlembach 2004.
- Embree, Paul M.; Danieli, Damon: *C++ Algorithms for Digital Signal Processing*, Upper Saddle River: Prentice-Hall 1999.
- Esper, Arnold: *Hörbarkeit mikrozeitlicher Strukturen im Musiksignal*, Frankfurt u.a.: Peter Lang 2002.
- Fastl, Hugo; Zwicker ,Eberhard: *Psychoacoustics Facts and Models*, Berlin u.a.: Springer 2006.
- Frank, Walter; Reger, Rita; Appel, Ulrich: „Loudspeaker Nonlinearities – Analysis and Compensation“, in *IEEE* 1992, S. 756 – 760.
- Gade, Svend; Herlufsen, Henrik: „Use of Weighting Funktions in DFT/FFT Analysis (Part I)“, in *Technical Review*, No. 3, Brül & Kjaer 1987.
- Gade, Svend; Herlufsen, Henrik: „Use of Weighting Funktions in DFT/FFT Analysis (Part II)“, in *Technical Review*, No. 4, Brül & Kjaer 1987.
- Gerdson, Peter: *Digitale Nachrichtenübertragung*, Stuttgart: Teubner 1996.

- Goertz, Anselm; Wolff, Markus: „Neue Methoden zur Anpassung von Studiomonitoren an die Raumakustik mit Hilfe digitaler Filterkonzepte“, in *Fortschritte der Akustik*, DAGA 2002, Teil 1 von 2.
- Goertz, Anselm; Wolff, Markus: „Neue Methoden zur Anpassung von Studiomonitoren an die Raumakustik mit Hilfe digitaler Filterkonzepte“, in *Fortschritte der Akustik*, DAGA 2002, Teil 2 von 2.
- Görne, Thomas: *Tontechnik*, München: Hanser 2011.
- Grünigen, Daniel Ch. von: *Digitale Signalverarbeitung*, München: Hanser 2008.
- Grünigen, Daniel Ch. von: *Digitale Signalverarbeitung*, Egg: Fotorotar 2008.
- Hamming, R. W.: *Digital Filters*, 3. Auflage, New York u.a.: Dover 1998.
- Harris, F. J.: „On the Use of Windows for Harmonic Analysis with the Discrete Fourier Transform“, in *Proceedings of the IEEE* 1978, Vol. 66, No. 1, S. 51 – 83.
- Hesselmann, Norbert: *Digitale Signalverarbeitung*, Würzburg: Vogel 1987.
- Kale, I.; Gryka, J.; Cain, G.D.; Beliczynski, B.: „FIR filter order reduction: balanced model truncation and Hankel-norm optimal approximation“, in *IEE* 1994, Vol. 141, No. 3, S. 168 – 174.
- Kammeyer, Karl-Dirk; Kroschel, Kristian: *Digitale Signalverarbeitung*, Wiesbaden: Springer Vieweg, 2012.
- Kiencke, Uwe; Schwarz, Michael; Weickert, Thomas: *Signalverarbeitung*, München: Oldenbourg 2008.
- Kim, Sung-Jin: „An Inverse Filtering Technique for the Recursive Digital Filter Model“, in *IEEE*, 2001, S. 1934 – 1940.
- Lechner, Werner; Lohl, Norbert: *Analyse digitaler Signale*, Braunschweig u. a.: Vieweg 1990.
- Leckschat, Dieter; Heyder, Uwe: „Verbesserung der Impulsantworten durch digitale Signalverarbeitung“, in *Acustica*, Stuttgart: S. Hirzel 1990, Vol. 70, S. 55 – 60.
- Landau, Ioan Doré; Lozano, Rogelia; M'Saad, Mohammed: *Adaptive Control*,

London u.a.: Springer 1998.

- Lashkari, Khosrow: „High Quality Sound from Small Loudspeakers Using the Exact Inverse“, in *IEEE* 2004, S. 430 – 434.
- Lashkari, Khosrow: „A Novel Volterra-Wiener Model For Equalization Of Loudspeaker Distortions“, in *IEEE* 2006, S. V-117 – V-120.
- Lyons, Richard G.: *Understanding Digital Signal Processing*, Reading, Massachusetts: Addison Wesley Longman 1997.
- Maamar; Kale; Daoud: „Inverse Filter Order Reduction“, in *IEEE* 2009, S. 672 – 675.
- Marques, Avelino; Freitas, Diamantino: „Infinite Impulse Response (IIR) Inverse Filter Design for the Equalization of Non-Minimum Phase Loudspeaker Systems“, in *IEEE* 2005, S. 170 – 173.
- Möser, Michael (Hrsg.): *Messtechnik der Akustik*, Berlin u.a.: Springer 2010.
- Mu, Yongsheg; Ji, Peifeng; Ji, Wei; Wu, Ming; Yang, Jun: „Modeling and Compensation for the Distortion of Parametric Loudspeakers Using a One-Dimension Volterra Filter“, in *IEEE* 2014, S. 2169 – 2181.
- Müller, Swen: *Digitale Signalverarbeitung für Lautsprecher*, Diss. RWTH Aachen 1999.
- Norcross, Scott G.; Soulodre, Gilbert A.; Lavoie, Michel C.: „Subjective Investigations of Inverse Filtering“, in *Journal Audio Engineering Society*, Vol. 52 2004, S. 1003 – 1028.
- Oppenheim, Alan V.; Schaffer, Ronald W.: *Digital Signal Processing*, Englewood Cliffs u.a.: Prentice-Hall 1975.
- Papula, Lothar: *Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler Band 2*, Wiesbaden: Vieweg+Teubner 2012.
- Putzeys, Bruno: „The Bits In-Between“, AES 2007, <http://www.hypex.nl/docs/papers/AES123BP.pdf> Zuletzt aufgerufen am: 18.5.2015.
- Roderer, Helmut; Percher, Alfred: *Digitale Signalverarbeitung*, Würzburg: Vogel

2010.

- Rotter, Andreas: *Wahrnehmbarkeit klanglicher Unterschiede von Hochtonlautsprechern unterschiedlicher Wirkprinzipien*, Mag. TU Berlin 2010.
- Schüßler, Hans W.: *Digitale Signalverarbeitung 2*, Berlin u.a.: Springer 2010.
- Smith, Stephen W.: *Digital Signal Processing*, New York u.a.: Newnes An Imprint of Elsevier 2003.
- Stearns, Samuel D.; David, Ruth A.: *Signal Processing Algorithms*, Englewood Cliffs, N.J. (u.a.): Prentice-Hall 1988.
- Steppat, Michael: *Audio-Programmierung*, München: Hanser 2014.
- Tokuno, Hironori; Kirkeby, Ole; Nelson, Philip A., Hamada, Hareo: „Inverse Filter of Sound Reproduction Systems Using Regularization“, in *IEEE* Vol. E80-A 1997, S. 809 – 820.
- Van den Enden, Ad; Verhoeckx, Niek A. M.: *Digitale Signalverarbeitung*, Braunschweig: Vieweg & Sohn, 1990.
- Weinzierl, Stefan (Hrsg.): *Handbuch der Audiotechnik*, Berlin u.a.: Springer 2008.
- Widrow, Bernard; Bilello, Michel: „Adaptive Inverse Control“, *IEEE* 1993, S. 1 – 6.
- Zölzer, Udo: *Digitale Audiosignalverarbeitung*, Wiesbaden: Vieweg+Teubner, 2005.
- Zwicker, Eberhard; Feldtkeller, Richard: *Das Ohr als Nachrichtenempfänger*, Stuttgart: Hirzel 1967.

XV.1 Internet-Quellen

- http://www.neumann-kh-line.com/neumann-kh/home_de.nsf/root/prof-monitoring_discontinued-monitors_studio-products_O500C Zuletzt aufgerufen am: 14.7.2015
- <http://studio.ksdigital.de/de/technologien/firtec.html> Zuletzt aufgerufen am: 14.7.2015

- <http://studio.ksdigital.de/de/technologien/dmc.html> Zuletzt aufgerufen am: 14.7.2015
- <http://www.backesmueller.de/bm/de/technology.htm> Zuletzt aufgerufen am: 05.10.2014
- <http://de.mathworks.com/help/comm/ref/mldivide.html> Zuletzt aufgerufen am: 14.7.2015
- https://help.scilab.org/docs/5.5.1/en_US/backslash.html Zuletzt aufgerufen am: 14.7.2015
- http://help.scilab.org/docs/5.5.2/en_US/frep2tf.html Zuletzt aufgerufen am: 14.7.2015
- https://help.scilab.org/docs/5.5.2/en_US/convol.html Zuletzt aufgerufen am: 14.7.2015
- <http://www.pfleid.de/> Zuletzt aufgerufen am: 14.7.2015
- http://studio.ksdigital.de/de/technologien/firtec.html?file=tl_files/external_files/pdf/de/technology/FIRTEC.pdf Zuletzt aufgerufen am: 14.7.2015
- http://studio.ksdigital.de/de/technologien/dmc.html?file=tl_files/external_files/pdf/de/technology/DMC.pdf Zuletzt aufgerufen am: 14.7.2015
- http://www.four-audio.com/data/Flyer_FourAudio_HD2.pdf Zuletzt aufgerufen am: 14.7.2015