universität wien

DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit

"Eine empirische Betrachtung zum Einstieg in das Kapitel der Funktionen mittels physikalischer Aufgabenstellungen"

verfasst von

Barbara Gram

angestrebter akademischer Grad

Magistra der Naturwissenschaften (Mag.rer.nat)

Wien, 2015

Studienkennzahl lt. Studienblatt:	A 190 406 412
Studienrichtung lt. Studienblatt:	Lehramt: UF Mathematik und UF Physik
Betreuer:	ao. Univ.-Prof. Dr. Peter Raith

Vorwort

Diese Arbeit entstand als Diplomarbeit an der Universität Wien im Frühjahr 2015. Dafür wurde in einer Klasse das Thema Funktionen eingeführt und die angefertigten Unterlagen ausgewertet. Der Fragestellung zugrunde gelegt wurden zwei Umfragen unter den Schülern.

Diese Arbeit soll eine Möglichkeit aufzeigen, Funktionen im Rahmen des Mathematikunterrichts der 8. Schulstufe einzuführen. Da Physik neben Mathematik mein zweites Unterrichtsfach ist, wurde in dieser Arbeit speziell auf physikalische Beispiele Bezug genommen.

Weiters soll diese Arbeit untersuchen, ob die Schüler im Laufe dieser Unterrichtseinheiten zwei der drei wesentlichen Aspekte von Funktionen vermittelt werden konnten: der Zuordnungsaspekt und der Kovariationsaspekt.

Im Laufe dieser Arbeit bin ich jedoch zu der Erkenntnis gelangt, dass es unzählige Möglichkeiten gibt, den Schülern dieses Thema näher zu bringen, so dass die hier enthaltenen Stundenplanungen nur einen sehr kleinen Ausschnitt wiedergeben können. Ich hoffe, dass diese Arbeit und die darin enthaltenen Entwürfe für meine weitere Entwicklung als Lehrerin förderlich sein werden.

Mein besonderer Dank geht an die 4. Klasse des BG/BRG St.Pölten, die ich im Schuljahr 2014/15 begleiten durfte und deren Eltern. Insbesonders dafür, dass die Schüler zweimal meine schwierigen Fragestellungen beantworteten. Aber auch dafür, dass sie (fast) immer interessierte Fragen stellten und sich am Unterricht fleißig beteiligten.

Besonderer Dank geht natürlich auch an ao. Prof. Dr. Peter Raith, der mich beim Erstellen dieser Diplomarbeit unterstützt hat.

Bedanken möchte ich mich schlussendlich auch bei allen Personen, die mir während meines Studiums in welcher Weise auch immer geholfen und mich unterstützt haben, insbesonders an meine Familie.

Eidesstaatliche Erklärung der Urheberschaft

Ich erkläre hiermit, dass ich die vorliegende Diplomarbeit selbstständig verfasst habe und keine anderen als allfällig angeführte Hilfsmittel verwendet habe.
Verwendete Zitate wurden durch die Angabe der Herkunft kenntlich gemacht und sind im Literaturverzeichnis aufgeführt. Quellen aus dem Internet werden mit dem jeweiligen Link und dem Abrufdatum angeführt.
Weiters erkläre ich, dass alle verwendeten Tabellen und Abbildungen von mir selbstständig erstellt wurden. Dafür wurde einerseits GeoGebra bzw. OpenOffice verwendet.
Diese Arbeit wurde noch nicht andernorts zur Beurteilung eingereicht.

Inhaltsverzeichnis

1 Zusammenhang Mathematik und Naturwissenschaften

1.1 Fächerübergreifendes Unterrichten

> Das Instrument, welches die Vermittlung bewirkt zwischen Theorie und Praxis, zwischen Denken und Beobachten, ist die Mathematik; sie baut die verbindende Brücke und gestaltet sie immer tragfähiger. Daher kommt es, dass unsere ganze gegenwärtige Kultur, soweit sie auf der geistigen Durchdringung und Dienstbarmachung der Natur beruht, ihre Grundlage in der Mathematik findet. [1]

Dieser Teil einer Rede von Hilbert betont die Wichtigkeit der Mathematik als Grundlage für fächerübergreifendes Denken, sogar als Grundlage zahlreicher kultureller Errungenschaften.

Nicht umsonst wird auch im aktuellen Mathematik-Lehrplan bzw. im Bildungsplan auf die Wichtigkeit des vernetzenden Lehrens und Lernens hingewiesen. So ist immer wieder die Rede von der Verknüpfung mathematischer Kompetenzen mit Erfahrungen bzw. Bereichen aus der Lebenswelt von Schülern. [2] Besonders oft findet sich der Begriff in der Bildungsdebatte seit Einführung der ersten PISA bzw. TIMSS-Ergebnisse.

Von Schülerseite ist diese Vernetzung nicht immer erwünscht. Auch die Autorin hat schon mehrmals erlebt, dass zum Beispiel bei Verwendung von Mathematik im Physikunterricht der Oberstufe der Einwurf kam, dass ja jetzt Physik und nicht Mathematik dran sei. Dabei wird die strikte Trennung von einzelnen Gegenständen aus Schülersicht deutlich. Dass die jeweiligen Gegenstände Beziehungen untereinander haben, die den Unterricht bereichern und sogar spannender machen können, wird von den Schülern nicht oder nur ungern wahr genommen.

Dabei gibt es diverse Möglichkeiten fächerübergreifend zu arbeiten. Holzäpfel [3] gibt drei Varianten an. Bei der ersten erfolgt ein Blick im jeweiligen

---

[1] siehe [Hil]
[2] siehe [Lehr] und [Bild]
[3] siehe [Holz]

Gegenstand "über den Tellerrand". Dabei muss kein weiteres Schulfach beteiligt sein. Diese Vorgangsweise ist wohl die häufigste, da nur ein Lehrer betroffen ist, der seinen Unterricht adaptieren muss. Weitaus aufwändiger sind die beiden anderen Varianten, die mehrere Gegenstände involvieren. Dabei unterscheidet Holzäpfel zwischen der Kooperation einzelner Fächer (fächerverbindender Unterricht) und vieler Fächer (fächerübergreifender Unterricht). Beim fächerverbindenden Unterricht werden Überschneidungen im Curriculum zeitgleich behandelt, während beim fächerübergreifenden Unterricht ein größerer Themenbereich als Projekt behandelt wird.

Weitere Variationsmöglichkeiten gibt es auch in Hinblick auf die Komplexität bzw. die Intensität, so dass hier ingesamt beträchtliche Möglichkeiten gegeben sind.

1.2 Zusammenhang Mathematik und Physik

Physik und Mathematik wird sehr häufig eine enge Verwandtschaft nachgesagt. Schon Hilbert hielt mehrere Vorträge zu dieser Thematik [4] in denen er diverse Anknüpfungspunkte in diesen beiden Bereichen aufzeigte.

> Ohne Mathematik ist die heutige Astronomie und Physik unmöglich [...]. Trotzdem haben es alle Mathematiker abgelehnt, die Anwendungen als Wertmesser für die Mathematik gelten zu lassen. [5]

Daraus lässt sich herauslesen, dass die Mathematik als elementarer Baustein für die Naturwissenschaften und hier speziell die Physik gesehen werden kann, die Umkehrung jedoch nur bedingt.

Nicht umsonst müssen zu Beginn eines naturwissenschaftlichen Studiums in der Regel auch eine Vielzahl von mathematischen Vorlesungen absolviert werden. Diese bilden also sozusagen das "Fundament", auf das dann die jeweilige Wissenschaft aufbauen kann. Gerade in der Physik reichen jedoch meist bei Betrachtungen einer speziellen Situation Vereinfachungen oder nur Abschätzungen, die in der Mathematik nicht immer gerne gesehen werden. Ein Beispiel dafür ist die Verwendung des gerundeten Werts 10 für die Fallbeschleunigung. Für physikalische Abschätzungen reicht dieser gerundete Wert,

[4] siehe [Hil]
[5] siehe [Hil]

mathematisch exakt sind diese Berechnungen jedoch nicht.

Feynman wiederum stellt in seinen berühmten Vorlesungen [6] die Physik als Grundlage aller Naturwissenschaften dar. Die Physik ist für ihn "die grundsätzlichste und allumfassendste der Naturwissenschaften". Die Mathematik wiederum ist für ihn keine Naturwissenschaft im eigentlich Sinn. Dies begründet er damit, dass ein wesentliches Charakteristikum der Physik das Experiment ist, das jedoch in der Mathematik keinerlei oder nur in Ausnahmefällen Bedeutung hat. Trotzdem kommt auch er zu dem Schluss, dass die Mathematik und die Physik eine "bemerkenswerte Beziehung zueinander" [7] haben.

Dieser Zusammenhang zwischen Mathematik und Physik findet sich historisch gesehen bereits bei den Babyloniern und Ägyptern, die z.B. Mondfinsternisse im Vorhinein berechnen konnten. [8] In den nächsten Jahrhunderten entwickelten sich diese beiden Gegenstände miteinander weiter. Besonders bedeutende Zusammenarbeiten ergaben sich in der Astronomie und in der Seefahrt. Die Physik so wie wir sie heute kennen, wurde dann im 16. Jahrhundert durch Galileo Galilei begründet. Galilei führte das Experiment als wichtige Grundlage für das Entdecken und Überprüfen von Naturgesetzen ein [9]. Seitdem entwickelten sich beide Disziplinen nebeneinander, wobei immer wieder Erkenntnisse in der Mathematik zu Erkenntnissen in der Physik - und umgekehrt - führten. Ein Beispiel dafür findet sich bei der Entdeckung des Higgs-Bosons, das bereits in den 60er Jahren des 20.Jahrhunderts mathematisch vorhergesagt wurde, aber erst 2012 im Cern experimentell nachgewiesen werden konnte.

Die Deutlichkeit dieses Zusammenspiels ist ebenfalls noch einmal an der Entwicklung der Mathematischen Physik ersichtlich, die sich "mit der mathematisch strengen Behandlung von Modellen physikalischer Phänomene" [10] beschäftigt.

---

[6] siehe [Feyn]
[7] siehe [Feyn]
[8] siehe [Meyer]
[9] siehe [Wiki]
[10] siehe [Wiki2]

1.3 Zusammenhang Mathematik und andere (Natur-)wissenschaften

Die Mathematik nimmt unter den Wissenschaften einen eigenständigen Platz ein. Weder wird sie zu den Naturwissenschaften gerechnet, da in der Mathematik das Experiment keine Bedeutung hat, noch zu den Geisteswissenschaften. Diese singuläre Stellung führt aber auch dazu, dass die Mathematik als Grundlage bzw. als Erweiterung vieler Natur- und Geisteswissenschaften gesehen werden kann.

1.3.1 Chemie

Da die Physik und die Chemie einen großen Teil gemeinsam haben, ist es nicht verwunderlich, dass die Mathematik auch in der Chemie eine große Rolle spielt. In der Chemie wird die Mathematik verwendet, um Vorhersagen über den Ablauf von chemischen Reaktionen bzw. allgemeiner von chemischen Phänomenen zu treffen. [11] Beispiele dafür sind z.B. Energieberechnungen bei Teilchen mit Hilfe der Schrödingergleichung bzw. im Schulunterricht das Aufstellen von Reaktionsgleichungen.

1.3.2 Biologie

Eine weitere Naturwissenschaft, die mit der Mathematik interagiert ist die Biologie. Viele biologische Prozesse sind mit Hilfe der Physik erklärbar (Bsp: Nervenweiterleitung durch elektrische Impulse) Diese physikalische Erklärung kann dann wiederum mit der Mathematik verknüpft werden. Aber auch in anderen Teilbereichen der Biologie kann die Mathematik gewinnbringend eingesetzt werden. So dienen z.B. Modelle dazu, um Sachverhalte zu veranschaulichen (Bsp. Räuber-Beute-Modell).

1.3.3 Astronomie bzw. Raumfahrt

Ein besonders dankbares Gebiet ist sicherlich die Astronomie. Wie bereits im Abschnitt über Physik erwähnt, widmeten sich bereits die Babylonier

[11] siehe [Wiki3]

und Ägypter dieser Wissenschaft und berechneten das Auftreten von Mondfinsternissen. Detaillierte Berechnungen auf Tontafeln zeugen davon, wie intensiv sich die Babylonier damit auseinander setzten.

Aber auch in der heutigen Zeit spielt die Mathematik in der Astronomie und der Raumfahrt eine große Rolle. Berechnungen bei Raketenstarts und -landungen oder auch Andockmanöver von Raumfahrzeugen an die Internationale Raumstation ISS sorgen dafür, dass die Astronauten sicher ihre Arbeit erledigen können. Auch die geplante Mars-Mission wird mit Hilfe von Computern mathematisch simuliert (z.B. Aufnahmen einer geeigneten Landestelle durch das Zusammensetzen von hochauflösenden Satellitenaufnahmen).

Eine weitere interessante Einsatzmöglichkeit findet die Mathematik bei Computerprogrammen, die die Sternkonstellationen für beliebige Zeitpunkte berechnen können. So können auch wir (z.B. mit dem Programm Celestia) sehen, wie die Menschen vor einigen tausend Jahren den Sternenhimmel gesehen haben.

1.3.4 Psychologie

Weiters spielt die Mathematik auch eine große Rolle in der Psychologie. Hier finden vor allem statistische Methoden eine breite Anwendung. Doch auch Modellbildungen für bspw. Gruppendynamiken finden sich in dieser Wissenschaft.

1.3.5 Wirtschaftswissenschaften

Die Wirtschaftswissenschaften und die Mathematik haben ebenfalls einen engen Zusammenhang. Um nur ein Beispiel zu nennen, sei die lineare Funktion und deren Anwendung in der Wissenschaft als Kostenfunktion erwähnt. Gerade in der letzten Zeit wird auf diese Anwendung im Mathematikunterricht der Sekundarstufe 2 vermehrt Bezug genommen.

2 Funktionen

2.1 Funktionsbegriff in der Mathematik

Ein großer Teil der Mathematik widmet sich dem Studium der Funktionen und den damit verwandten Begriffen. Bereits in der Volksschule werden die Grundlagen dafür gelegt und diese jedes Jahr weiter vertieft und erweitert. Bei der Reifeprüfung ist dieses auch eines der großen Kapitel, in denen die Schüler ein fundiertes Wissen erworben haben sollen.

Nach Abschluss der Schule sollten die angehenden Studenten die grundlegenden Begriffe verinnerlicht haben, da diese auch in der weiteren Ausbildung (z.B. das Lesen und Interpretieren von Diagrammen in der Psychologie, den Wirtschaftswissenschaften, der Medizin, etc.) bzw. im Berufsleben (z.B. das Ablesen einer Temperaturkurve, eines Fahrtenschreibers, usw.) eine Rolle spielen können.

2.2 Definitionen von Funktionen

In der Fachliteratur findet sich keine einheitliche Definition. Leibniz verwendet diesen Begriff das erste Mal 1673 [12], jedoch sind bereits bei den Babyloniern Tabellen und somit eine Darstellungsform einer Funktion zu finden [13].

Die erste moderne Auslegung des Begriffs findet sich bei Dirichlet, der von einer Funktion verlangt, dass

> jedem x ein einziges, endliches y entsprechen soll

Er stellt auch fest, dass y nicht immer einem Rechengesetz folgen muss.

Einhundert Jahre später folgt dann eine weitere Definition von "Nicolas Bourbaki", einer Vereinigung von Mathematikern, die die Funktion als "rechtseindeutige Relation" darlegen.

Je nach Teilgebiet der Mathematik werden diese Definitionen nebeneinander verwendet und ausgelegt.

---

[12] siehe [Hisch]
[13] siehe [Hisch]

Diese große Bandbreite an Definitionsmöglichkeiten spiegelt sich auch in der Anzahl der Darstellungsformen wieder. So werden heute meist zwischen Diagrammen, Graphen, Wertetabellen, Funktionstermen, Beschreibungen und Abbildungen zwischen Mengen unterschieden.

2.3 Funktionsbegriff im Mathematikunterricht

Wie bereits im vorhergehenden Kapitel erwähnt, ist das Konzept der Funktionen eines der wichtigsten, das Schüler in der Schule lernen sollen. Schüler hingegen nehmen dieses Konzept in erster Linie als etwas fremdes und für sie nicht greifbares auf. Doch auch dieses Stoffgebiet findet sich in der Lebensumwelt der Schüler ständig. Daher muss es eines der Ziele des Mathematikunterrichts sein, Schüler vor allem zu Beginn darauf hinzuweisen, wenn sich eine Verbindung anbietet (z.B. Warenmenge - Preis).

Büchter [14] ist der Meinung, dass es das Ziel des Mathematikunterrichts sein soll, funktionale Abhängigkeiten innerhalb und außerhalb der Mathematik zu erkennen und diese mathematisch beschreiben und analysieren zu können. Für ihn ist es in erster Linie wichtig, dass die Schüler Funktionen nicht als abstrakte mathematische Gebilde wahr nehmen, sondern immer wieder Verbindungen zum Alltag herstellen und diese Alltagssituationen mathematisch abbilden können. Dazu ist es auch notwendig, falls nötig, Modelle zu bilden. Weiters sollen auch immer wieder abstraktere Beispiele eingestreut werden, um das Abstrahieren zu fördern. Dem zu Grunde legt er die die drei Grundvorstellungen bei Funktionen von Malle [15].

Dieser [16] spricht sich dafür aus, dass in der Sek 1 vor allem zwei Aspekte von Funktionen unterrichtet werden sollen: der Zuordnungs- und der Kovariationsaspekt. Der in der didaktischen Forschung dritte wesentliche Punkt, der Objektaspekt [17], bei dem die Funktion als ganzes betrachtet wird, tritt erst später, also frühestens in der Sek 2 auf.

Unter dem Zuordnungsaspekt versteht Malle, dass jedem x genau ein f(x) zugeordnet wird. Die Kovariation hingegen betrifft die Änderung einer Funk-

[14] siehe [Büch]
[15] siehe [Mal]
[16] siehe [Mal]
[17] siehe [Büch]

tion bei Veränderung einer Variablen (bspw. Wie ändert sich die Spannung, wenn die Stromstärke verdoppelt wird?).

Die diversen Darstellungsformen zeigen diese unterschiedlichen Aspekte verschieden stark. Der Zuordnungsaspekt ist bei allen Darstellungsformen gut ersichtlich. Der Kovariationsaspekt ist ebenfalls meist gut erkennbar, bei Formeln bzw. Funktionstermen jedoch nicht immer auf den ersten Blick. Deshalb ist es hier erforderlich, diese mit Schülern immer wieder zu üben, um sie darauf zu "trainieren".

3 Planung der empirischen Studie

3.1 Vorstellung der Schule

Das BG/BRG St.Pölten ist eines von drei Gymnasien in St.Pölten. Die Schule hat mehrere Zweige (naturwissenschaftlicher, sportlicher, realistischer mit wirtschaftlichem Schwerpunkt und humanistischer mit sprachlichem Schwerpunkt). Weiters gibt es seit kurzem Klassen mit Englisch als Arbeitssprache.

Der Lehrkörper setzt sich aus ca. 100 Lehrern zusammen, davon sind ungefähr die Hälfte weiblich.
Ca. 1000 Schüler besuchen diese Schule, aus jedem erdenklichen Milieu. Sowohl Kinder aus gut situierten als auch aus sozial schwächeren Familien sind an dieser Schule zu finden. Somit sind die Klassen bunt gemischt, so dass allfällige Konflikte durch eine Sozialarbeiterin, eine Konfliktmanagerin bzw. auch durch Peer-Mediatoren gelöst werden sollen.

3.2 Vorstellung der Klasse

Für die Evaluierung wurde eine 4.Klasse gewählt, die sich aus 27 Schülern - davon 15 männlich zusammensetzt. Der Schwerpunkt der Klasse ist auf den mathematisch-wirtschaftlichen Bereich ausgerichtet, trotzdem haben die Schüler pro Woche nur 3 Mathematikstunden, die von einer Stunde Mathematik mit Informatikunterstützung ergänzt werden. In dieser Zusatzstunde sollen die durchgenommenen Inhalte vertieft und ergänzt werden.

Der Mathematikunterricht orientiert sich am Lehrplan der AHS.
Während des Schuljahres wurden vier Schularbeiten durchgeführt, wobei der Themenbereich der Funktionen bei der zweiten, dritten und vierten Schularbeit dabei waren. Bei der zweiten wurde der Funktionsbegriff und die Zuordnungsfunktion abgefragt, bei der dritten spezielle Funktionen und Funktionsgleichungen und bei der vierten schließlich wurden speziell die linearen Funktionen geprüft. In dieser Arbeit wird daher die zweite Schularbeit näher betrachtet. Die Klasse ist im Großen und Ganzen durchaus motiviert und leistungsbereit, jedoch ist die Bereitschaft Hausübungen selbstständig zu machen, eher gering. Darauf ist auch ein Teil von allfälligen Verständnisproblemen zurückzuführen.

3.3 Schülervorstellungen

3.3.1 Allgemein

Guter Unterricht soll an Alltagserfahrungen der Schüler anknüpfen. Davon ausgehend können diese Alltagserfahrungen erklärt, vertieft und erweitert werden. Daher ist es notwendig, sich mit den Vorstellungen der Schüler auseinander zu setzen und sich diese bewusst zu machen.
Gerade der Begriff der Funktionen bietet hinsichtlich von Präkonzepten ein reiches Angebot. Diese wurden auch mehrmals wissenschaftlich untersucht. So führten 1991 Bakar und Tall eine Studie zu diesem Thema in England durch und 1994 publizierte Kösters einen Artikel dazu [18]. Darin analysierte sie Schülervorstellungen der Sek 2 und Studenten in Österreich und kam zu dem Schluss, dass für Schüler zu Funktionen

*ein **Graph** gehört, der*

- *zu beiden Seiten der zweiten Achse verläuft,*
- *nicht abrupt abbricht, schon gar nicht normal auf die erste Achse,*
- *nicht in sich geschlossen ist,*
- *nicht zu viele Ecken hat,*
- *nicht zu unregelmäßig ist,*
- *keine Sprünge aufweist,*
- *ein überschaubares Monotonieverhalten zeigt*

*Weiters gehört zu einer Funktion ein **Term** oder eine **Funktionsgleichung**,*

- *die auf der rechten Seite mindestens eine Variable enthalten muss,*
- *bei der x und y nicht auf derselben Seite stehen dürfen,*
- *die auf dem ganzen Definitionsbereich gültig ist.*

[18] siehe [Köst]

Außerdem ist der Definitionsbereich ein Intervall, dessen linker Randpunkt nicht rechts vom Ursprung liegt. [19]

Aus dieser Zusammenfassung lässt sich herauslesen, dass Schüler nach Abschluss der Sek 1, da sie ja bereits grundlegendes Wissen über Funktionen erworben haben sollten, zwar ein vages Bild einer Funktion entwickelt haben, das jedoch nicht in die Tiefe geht. Jegliche Variation von Beispielen, die von der Norm abweichen, führen zur Verunsicherung der Schüler.

3.3.2 Vorstellungen der 4.Klasse

Die Klasse hatte keinerlei Vorwissen bezüglich der neuen Thematik. Wie auch aus der 1. Befragung (siehe Kap. 4) hervorgeht, hatten die Schüler teilweise nur vage Vermutungen, die aber doch deutlich von der Alltagsbedeutung einer Funktion herstammen. Daher musste bei der Planung auf keinerlei (bzw. nur äußerst geringes) Vorwissen bezüglich Funktionen aufgebaut werden, wodurch der Zugang völlig frei gewählt werden konnte.
Nichtsdestoweniger muss trotzdem bemerkt werden, dass die Schüler ein Vorwissen in Hinsicht auf Proportionen und Schlussrechnungen hatten. Auf dieses konnte immer wieder zurückgegriffen werden, was den Lernprozess doch merklich einfacher machte.

3.4 Vorbereitungen und Planungen

Da die Funktionenlehre eines der wichtigsten Kapitel der 4.Klasse ist, wurde darauf besonderes Augenmerk gelegt. Ziel war es, die Schüler auf Grund ihrer Vorerfahrungen in Bezug auf Proportionen an dieses für sie völlig neuartige Konzept heranzuführen und sie langsam mit den neuen Begriffen bekannt zu machen. Dieses Ziel wurde teilweise erfüllt, teilweise werden in den nächsten Schuljahren Adaptionen daran vorzunehmen sein. Daher befasst sich auch ein Teil dieser Arbeit mit alternativen Ansätzen bzw. mit Analysen der behandelten Unterrichtsstunden.
Nach Durchsicht der vorhandenen Materialien und Lehrziele entschied ich mich dafür, den Schülern vor allem folgende Teilziele zu vermitteln:

[19] siehe [Köst]

- Funktionen sind eindeutige Zuordnungen von zwei Größen [20]

- Interpretation und Analyse von Funktionsgraphen

- Zuordnen von Funktionsgraphen zu Texten

- Anwendungen von Funktionen in der Physik

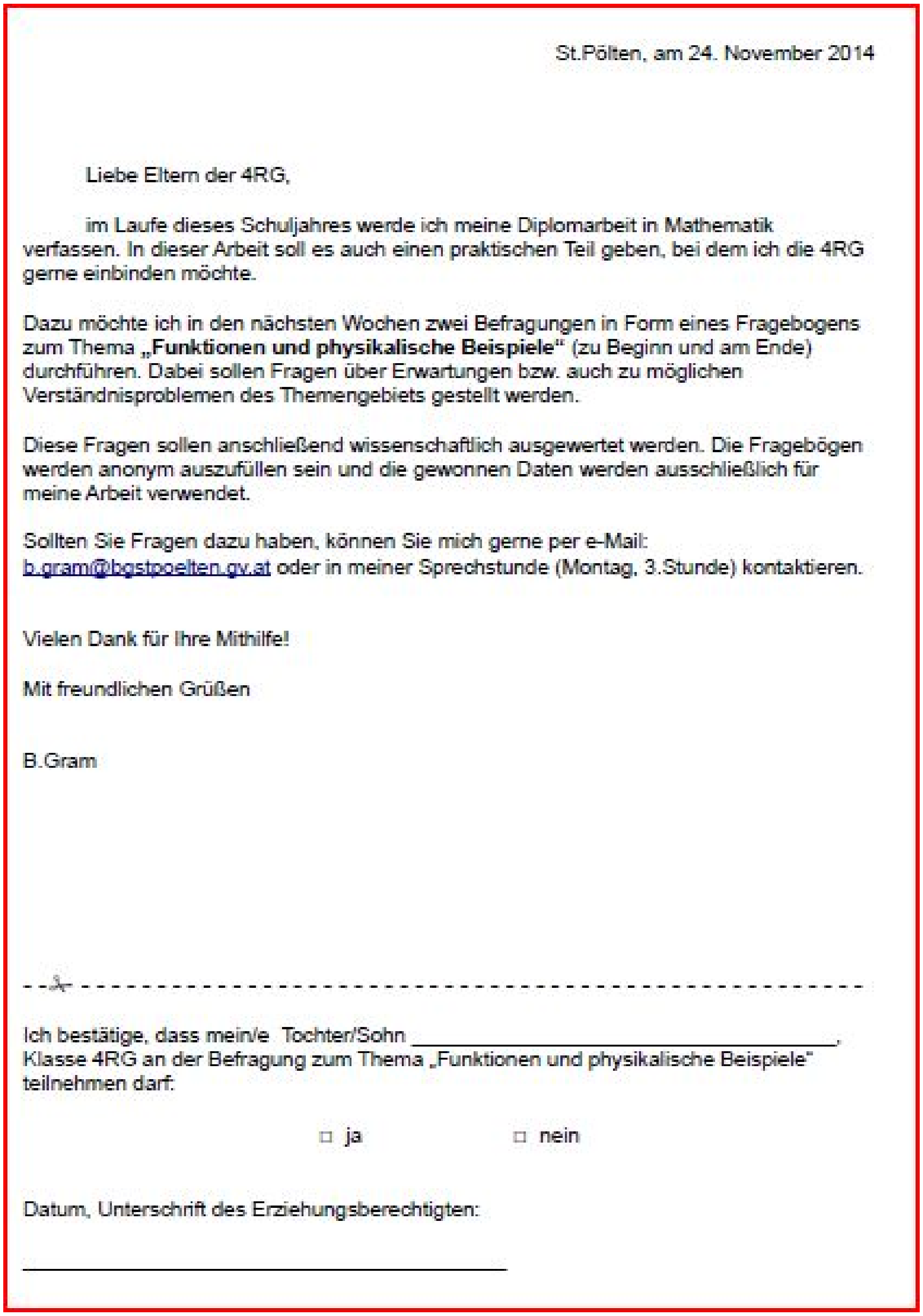
- Ko-Variationsaspekt

3.5 Elternbrief

Da die Befragung von Schülern der Zustimmung der Eltern bedarf, entwarf ich folgenden Elternbrief, den mir die Schüler ausgefüllt und unterschrieben wieder brachten. Rückfragen der Eltern diesbezüglich blieben aus, was mich doch wunderte. Jedoch nahmen einige Schüler nicht an der Befragung teil, teils weil sie die Unterschrift nicht mitbrachten, teils weil sie nicht befragt werden wollten. Schlussendlich nahmen 24 der 27 Schüler an der Befragung teil. Zusätzlich wechselte ein Schüler nach der ersten Befragung die Schule, so dass an der zweiten Befragung weniger Schüler teil nahmen.

Außerdem holte ich mir die Erlaubnis der Direktorin und des Klassenvorstands ein, die mich dabei unterstützen.

[20] siehe [Reich]



St.Pölten, am 24. November 2014

Liebe Eltern der 4RG,

im Laufe dieses Schuljahres werde ich meine Diplomarbeit in Mathematik verfassen. In dieser Arbeit soll es auch einen praktischen Teil geben, bei dem ich die 4RG gerne einbinden möchte.

Dazu möchte ich in den nächsten Wochen zwei Befragungen in Form eines Fragebogens zum Thema **„Funktionen und physikalische Beispiele"** (zu Beginn und am Ende) durchführen. Dabei sollen Fragen über Erwartungen bzw. auch zu möglichen Verständnisproblemen des Themengebiets gestellt werden.

Diese Fragen sollen anschließend wissenschaftlich ausgewertet werden. Die Fragebögen werden anonym auszufüllen sein und die gewonnen Daten werden ausschließlich für meine Arbeit verwendet.

Sollten Sie Fragen dazu haben, können Sie mich gerne per e-Mail: b.gram@bgstpoelten.gv.at oder in meiner Sprechstunde (Montag, 3.Stunde) kontaktieren.

Vielen Dank für Ihre Mithilfe!

Mit freundlichen Grüßen

B.Gram

- - ✂ -

Ich bestätige, dass mein/e Tochter/Sohn ______________________________, Klasse 4RG an der Befragung zum Thema „Funktionen und physikalische Beispiele" teilnehmen darf:

□ ja □ nein

Datum, Unterschrift des Erziehungsberechtigten:

____

Abbildung 1: Elternbrief

4 Erste Befragung

Das Hauptaugenmerk der ersten Befragung lag auf dem Vorwissen der Schüler. Da sie den Begriff einer Funktion bis zu diesem Zeitpunkt nicht kennen gelernt hatten, wurde versucht, diesen Begriff zu vermeiden und Begriffe zu verwenden, die schon einmal thematisiert worden waren.

4.1 Fragestellungen

Die fünf Fragen lassen sich grob in drei größere Bereiche gliedern: zuerst Schülervorstellungen zum Bereich der Funktionen bzw. Proportionen, anschließend ein Anwendungsbeispiel, um zu sehen, ob die Schüler das Prinzip der Kovariation anwenden können und der dritte Teil widmete sich vor allem den physikalischen Beispielen.

Die erste Frage sollte erforschen, ob die Schüler bereits eine Vorstellung zum Begriff der Funktionen haben. Daher wurde die Frage offen formuliert und den Schülern die Möglichkeit gegeben, mit möglichen Assoziationen zu antworten.

Die zweite Frage befasste sich dann mit dem Kapitel der Proportionen, das als Grundlage für die Funktionen herangezogen werden kann. Ziel war es hier, herauszufinden, welches Vorwissen die Schüler im Vorjahr erworben hatten und zwischen welchen Arten der Proportionalität unterschieden werden kann.Diese Frage wurde ebenfalls wieder offen formuliert, um den Schülern die Möglichkeit zu geben, eine Definition zu schreiben, die sie sich selber überlegen mussten.

Die dritte Frage war die ausführlichste und für mich interessanteste. Durch die Angabe einer Formel wurde die Fähigkeit der Schüler abgefragt, wie sich Größen bei der Änderung von anderen verändern. Deshalb wurden hier auch mehrere Teilfragen gestellt, um möglichst viele Aspekte abzufragen. Hier waren die Antwortmöglichkeiten vorgegeben und die Schüler konnten die für sie richtigen ankreuzen.

Die letzten beiden Fragen drehten sich dann um die Physik. Zuerst wurde nach der Sinnhaftigkeit und den Möglichkeiten von physikalischen Beispielen gefragt. Hier wurden die Antwortmöglichkeiten wiederum vorgegeben.

Bei der letzten Frage wurde dann nach einem für die Schüler typischen Physik-Beispiel im Mathematik-Unterricht gefragt. Dieses konnten die Schüler wiederum vollkommen frei formulieren.

4.2 Durchführung

Schon beim Durchführen der Befragung trat eine Frage auf, die mich doch wunderte. Die letzten beiden Fragen stellte die Schüler vor ein Problem, da sie meinten, bis zu diesem Zeitpunkt noch nie ein physikalisches Beispiel im Mathematik-Unterricht gerechnet zu haben. Da erst einige Wochen vorher ein Beispiel zur Dichte eines Körpers behandelt worden war, war ersichtlich, dass die Schüler nicht genau unterscheiden können, welcher Thematik die einzelnen Beispiele zuzuordnen sind.

4.3 Auswertung

4.3.1 Fragestellung 1

Bei der ersten Frage gab es nur gelegentliche Antworten. 11 Schüler, davon 5 weibliche antworteten auf diese Frage nicht, oder antworteten, dass sie keine Vermutung zur Fragestellung haben. Weitere Antworten waren bei den Schülern zuerst einmal die offensichtliche, nämlich dass sich das Kapitel der Funktionen mit Funktionen beschäftigt. Interessanter war hierbei die Ansicht von zwei Schülern und zwei Schülerinnen, dass es sich hier um die Funktion von Formeln oder auch von Figuren gehen könnte. Dieser Meinung war auch eine weitere Schülerin, die meinte, dass es hier vielleicht darum gehen könnte "*wie etwas funktioniert und zu was etwas fähig ist*". Zwei weitere Schülerinnen verbanden mit dem Begriff der Funktionen technische Geräte und hier speziell den Computer (PC) oder auch den Taschenrechner. Und eine weitere Schülerin meinte, dass das Kapitel mit Physik zu tun haben könnte.

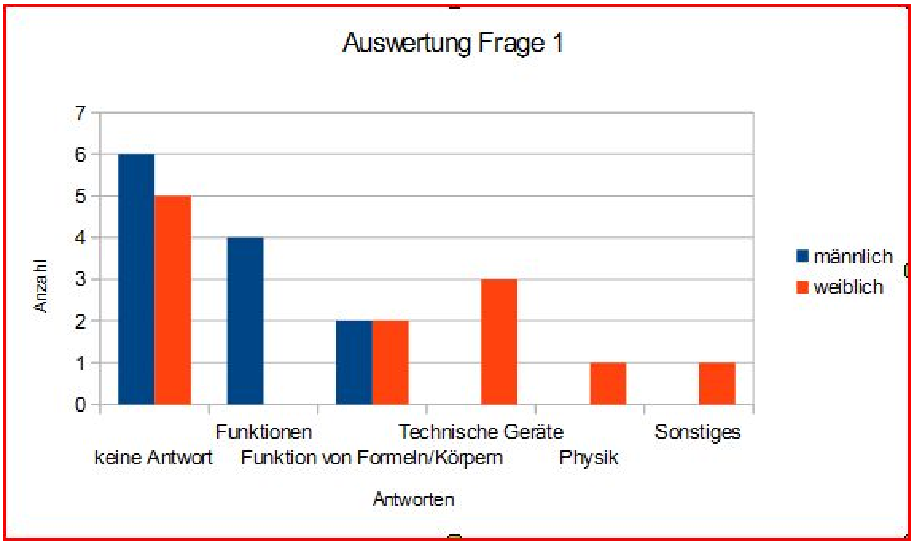


Abbildung 2: Auswertung Frage 1

4.3.2 Fragestellung 2

Bei der zweiten Fragestellung waren die Antworten bereits zielgerichteter. Trotzdem gaben auch hier vier Schüler und sieben Schülerinnen überhaupt keine Antwort. Bei den anderen finden sich vor allem vier Begriffe:

> direkte Proportionalität, indirekte Proportionalität, je mehr desto mehr, je mehr desto weniger

4.3.3 Fragestellung 3

Die Fragestellung zum Ohm'schen Gesetz lieferte vielfältige Ergebnisse. Beim ersten Teil lösten nur 8 Schüler bzw. Schülerinnen die Aufgabenstellung völlig richtig. Drei Schüler kreuzten bei dieser Aufgabe überhaupt keine der vier Antwortmöglichkeiten an. Nur falsche Antworten kamen von weiteren drei SchülerInnen. Der Rest war teilweise richtig, teilweise falsch, da entweder nur eine Antwort angekreuzt wurde oder eine davon falsch war. Besonders interessant war die Antwort einer Schülerin, die alle vier Antworten als richtig erachtete.

Beim zweiten Teil dieser Fragestellung antworteten sechs Schüler richtig, hingegen aber nur eine Schülerin. Ein Schüler beantwortete diese Frage gar

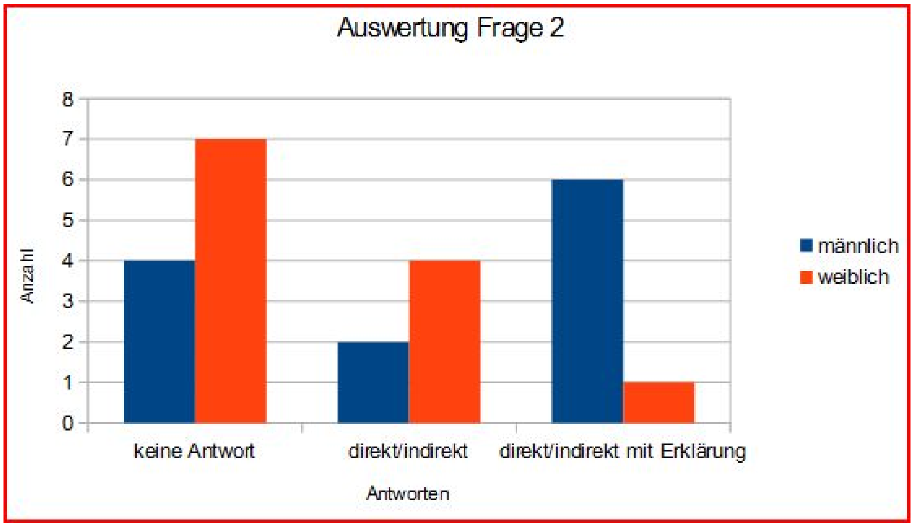


Abbildung 3: Auswertung Frage 2

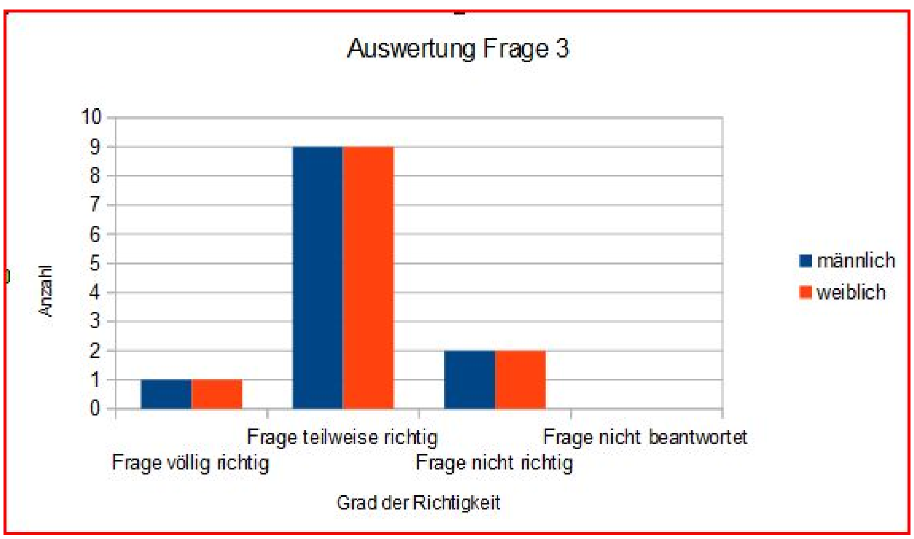


Abbildung 4: Auswertung Frage 3

nicht und eine Schülerin (dieselbe, die vorher alle vier Antwortmöglichkeiten gekreuzt hatte) kreuzte auch hier alle beide Möglichkeiten an.

Die abschließende Frage erfüllte nur ein Schüler korrekt. Ein weiterer Schüler und vier Schülerinnen antworteten zumindest, dass sich die Stromstärke erhöht, jedoch nicht in welchem Verhältnis. Der Rest der Antworten waren entweder falsch (wird weniger, reduziert sich um ein Drittel, ...) oder blieb leer.

4.3.4 Fragestellung 4

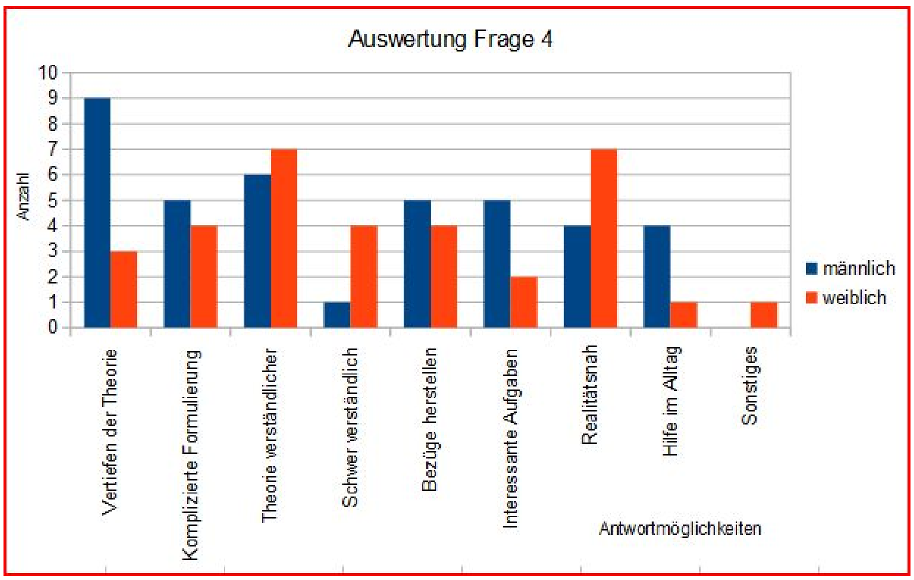


Abbildung 5: Auswertung Frage 4

Bei der vierten Frage, waren alle möglichen Antworten vertreten. Anhand der Abb. 5 sind die jeweiligen Häufigkeiten ersichtlich. Eine Schülerin beantwortete diese Frage zusätzlich mit der Bemerkung, dass physikalische Beispiele "mehr Spaß machen", jedoch keinerlei Zusatz, im Vergleich wozu sie mehr Spaß machen.

4.3.5 Fragestellung 5

Bei der letzten Aufgabe antwortete der Großteil (19 von 24) mit der Dichteformel. Einer Schülerin fiel noch das Ohm'sche Gesetz ein. Ein Schüler vermutete, dass der Lehrsatz von Pythagoras bzw. der Lehrsatz von Thales etwas mit physikalischen Beispielen zu tun haben könnte. Und vier Schülerinnen konnten kein Beispiel dafür nennen.

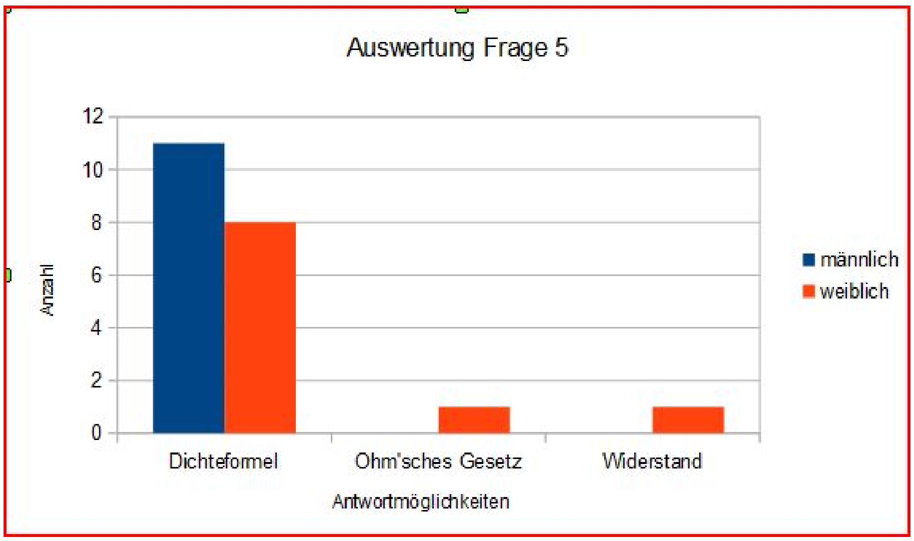


Abbildung 6: Auswertung Frage 5

4.4 Analyse und Interpretation

4.4.1 Fragestellung 1

Bereits aus der Beantwortung der ersten Frage geht hervor, dass die Schüler keine genaue Vorstellung von dem Kapitel Funktionen haben. Die Schüler, die etwas damit verbinden können, bleiben eher vage und ungenau, wobei jedoch einige eine Vermutung haben, die zumindest in die richtige Richtung geht.

Aus der Beantwortung dieser ersten Frage lässt sich der Schluss ziehen, dass SchülerInnen mit dem Begriff einer Funktion zu Beginn der vierten Klasse keine Verbindungen herstellen können. Da dieser Begriff auch im Alltag vorkommt, werden hiermit Assoziationen geknüpft, die jedoch mit dem mathematischen Begriff nichts zu tun haben. Daher ist im Hinblick auf die Unterrichtsplanung darauf zu achten, den Funktionsbegriff der Mathematik in klaren Kontrast zum Alltagsbegriff zu setzen.

Ein Unterschied zwischen Schülerinnen und Schülern war hier nicht sichtbar. Die Schülerinnen bemühten sich scheinbar mehr, die Frage überhaupt zu beantworten, bei den gegebenen Antworten gibt es aber keine erkennbar "*besseren*" Antworten der Schülerinnen.

4.4.2 Fragestellung 2

Da der Begriff der Proportionalität bereits im Jahr davor durchgenommen worden war, sind die Aussagen der Schüler zu dieser Thematik bereits zielgerichteter. Trotzdem ist herauszustreichen, dass dennoch ein großer Teil (immerhin beinahe die Hälfte) keine klare Vorstellung von Proportionen hatten, da sie keine oder eine falsche Antwort gaben.

Bei den gegebenen richtigen Antworten ergab sich ein Fokus auf die vier oben erwähnten grundlegenden Aussagen, die gerade in der Sekundarstufe immer wieder wiederholt werden.

Es war überaus interessant zu sehen, dass bei den Schülern nur wirklich Sprüche bzw. Leitsätze hängen bleiben. Phrasen, die immer wieder wiederholt werden, bleiben somit offensichtlich länger im Gedächtnis und sind auch später wieder abrufbar. Dieser Schluss lässt sich jedoch nur für einen Teil der Klasse ziehen. Schüler, die Mathematik nicht zu ihren Lieblingsfächern zählen, können auch dieses Basiswissen nicht mehr abrufen und verdrängen die vermittelten Inhalte sehr schnell wieder. Daraus lässt sich also für die weitere Unterrichtstätigkeit der Schluss ziehen, dass Grundgedanken immer wieder den Schülern in Erinnerung gerufen werden müssen.

4.4.3 Fragestellung 3

Diese Grundaufgabe zur Kovariation von Funktionen und im Speziellen eines physikalischen Beispiels war das Kernstück dieser ersten Befragung. Hier wurde nicht nur Wissen über einen Sachverhalt abgefragt, die Schüler mussten dieses Wissen auch gezielt anwenden.

Erfreulich war, dass immerhin ca. ein Drittel der Schüler mindestens einen Teil dieser Aufgabe lösen konnte. Auch aus der Praxis weiß die Verfasserin, dass Schüler sich bei dieser Art von Beispiel gerade zu Beginn überaus schwer tun.

Einerseits kommen auf einmal viele verschiedene Buchstaben vor, in den vorherigen Klassen gab es meist nur x und y.
Diese Buchstaben haben dann weiters auch eine Bedeutung, die zu kennen, für das Verständnis der Aufgabe hilfreich ist.

Weiters waren die Antwortmöglichkeiten so gestellt, dass genau und sinnerfassend gelesen werden musste, da diese sehr ähnlich formuliert waren.

Daraus lässt sich folgern, dass diese Art von Beispielen im Unterricht immer wieder vorkommen müssen, um die Schüler daran zu gewöhnen. Zu Beginn sollten diese Beispiele anhand von anschaulichen Alltagssituationen bearbeitet werden, die dann immer weiter abstrahiert werden, bis auch Formeln mit unbekannten Buchstaben und Zusammenhängen sicher und ohne große Mühe interpretiert werden können. Dies sollte eines der Ziele des Mathematikunterrichts bis zur Matura sein. Möglich ist dieses Üben jedoch schon viel früher. Proportionale Zusammenhänge können bereits mit Volksschülern bzw. auch schon spielerisch im Kindergarten erarbeitet werden.

4.4.4 Fragestellung 4

Interessanterweise waren bei dieser Frage alle möglichen Antworten vertreten. Hier hatte ich doch vermutet, eher negative Aussagen zu erhalten, erhielt jedoch genau das Gegenteil. In Anbetracht der Tatsache, dass die Schüler bei der nachfolgenden Frage nicht genau wussten, was physikalische Beispiele überhaupt sind, muss ich den Ausgang bei dieser Frage jedoch stark anzweifeln. Meiner Meinung nach kann aus diesen Ergebnissen kein eindeutiger Rückschluss auf die tatsächlichen Ansichten der Schüler gezogen werden.

4.4.5 Fragestellung 5

Die gegebenen Antworten auf diese Frage fielen etwas enttäuschend aus. Hier hatte sich die Schreiberin doch mehr erwartet. Physikalische Beispiele kommen bereits in der 5.Schulstufe bei der Einführung der Geschwindigkeit zum ersten Mal vor.

Offenbar konnten die Schüler hier nicht zwischen "rein mathematischen" und "anwendungsbezogenen mathematischen" Beispielen unterscheiden. Das war bei dieser Befragung sicherlich eine interessante Erkenntnis.

Weiters war die Antwort, dass der Lehrsatz von Thales bzw. von Pythagoras etwas mit physikalischen Beispielen zu tun haben könnten, ebenfalls aufschlussreich. Davon ausgehend, dass die Antwort ernst gemeint war, lässt sich hier schlussfolgern, dass Schüler, bevor sie keine Antwort geben, lieber mit Begriffen, die schon einmal vorgekommen sind, um sich werfen. Irgend eine davon könnte ja vielleicht doch damit zusammenhängen.

5 Unterrichtseinheiten

Auf Grund der durchgeführten Befragung konnte auf wenig bis kein Vorwissen der Schüler geschlossen werden. Daher wurden die Stundenplanungen daran angepasst. Für dieses Themengebiet standen ungefähr 5 Stunden zu je 50 Minuten zur Verfügung. Daraus ergab sich eine grobe Planung, die aus Tabelle 1 ersichtlich ist.

Stundenanzahl	Themengebiet	spezielle Anmerkungen
Stunde 1	Einführung in die Thematik "Graphen gehen"	Gruppenarbeit
Stunde 2	Def. einer Funktion, Ablesen von Werten	
Stunde 3	Beispiele zum Ablesen von Werten	
Stunde 4	Physikalische Beispiele	
Stunde 5	Kovariationsaspekt	

Tabelle 1: Stundenübersicht Funktionen 4.Klasse

5.1 Stundenplanungen

5.1.1 Stunde 1

Die Idee für diese Unterrichtsstunde wurde von Braun [21] übernommen. Der

Stundenübersicht

0-5	Organisatorisches	Lehrer
5-20	Schulweg	Lehrer-Schüler-Gespräch
20-25	Hinweise zur Beschriftung	Lehrer
25-35	Gruppenarbeit "Graphen gehen"	Schüler
35-45	Vorstellung der anderen Gruppen/Kontrolle	Schüler
45-50	HÜ + WH der Stunde	Lehrer-Schüler-Gespräch

Zugang zu diesem Kapitel sollte durch ein Thema aus dem Alltag der Schüler erleichtert werden. Gewählt wurde dafür der Schulweg, den eine Schülerin exemplarisch für alle erzählte. Die wichtigsten Eckdaten davon wurden auf

[21] siehe [Braun]

der Tafel notiert und anhand dieser Eckpunkte anschließend ein Bewegungsdiagramm gezeichnet. Die Entfernung der Orte und der Zeitpunkte wurden dabei anfangs nur grob geschätzt.

Viel Wert wurde auch hier schon auf die Beschriftung der Achsen gelegt. Anschließend wurde versucht, einen intuitiven Funktionsbegriff zu schaffen, indem die Zuordnung von Orten zu bestimmten Zeitpunkten angesprochen wurde.

Auch der bereits in diesem Schuljahr verwendete Begriff eines Intervalls wurde wieder aufgegriffen und mit dem gezeichneten Diagramm verknüpft.

Anschließend sollte der intuitive Funktionsbegriff verstärkt werden. Dazu wurde auf die Unterrichtsidee von Braun [22] zurückgegriffen, bei der die Schüler anhand von vorgegebenen Bewegungsdiagrammen Bewegungen ausführen sollen.

Dazu wurden die Schüler in kleine Gruppen eingeteilt (hier mit je 3 Schülern) und jeder Gruppe jeweils ein Diagramm ausgeteilt. Darauf abgebildet war ein Bewegungsdiagramm, das die Bewegung im Klassenzimmer relativ zu einem Stuhl angab. Die Aufgabe der Schüler war es, sich in den Gruppen die dafür nötige Bewegung zu überlegen und anschließend der Klasse vorzuspielen. Die anderen Gruppen wiederum, sollten die gezeigten Bewegungen in vorbereitete leere Diagramme einzeichnen.

Als Hausübung erhielten die Schüler ein Arbeitsblatt. Dabei war einerseits das Bewegungsdiagramm in Bezug auf einen Stuhl zu analysieren, weiters eine Geschichte zu einem Diagramm zu schreiben zu und zu einer Geschichte ein Diagramm zu zeichnen.

5.1.2 Stunde 2

Zuerst wurde gemeinsam die Hausübung verglichen. Mehrere Schüler durften ihre Beschreibung der Bewegung vorlesen, während die anderen zuhörten und bei Bedarf verbesserten. Beim zweiten Beispiel gab es das Problem, dass die Schüler teilweise zu kompliziert gedacht hatten. Für sie stieg der Schüler

[22] siehe [Braun]

Stundenübersicht

0-5	Organisatorisches	Lehrer
5-20	Wh der letzten Stunde + HÜ-Vergleich	Lehrer-Schüler-Gespräch
20-25	Besprechung von Geraden parallel zur y-Achse	Lehrer
25-28	Merksatz + Formales	Lehrer
29-39	Bsp. Temperaturverteilung	Schüler
39-45	Bsp. Flugzeug	Schüler
45-50	HÜ + WH der Stunde	Lehrer-Schüler-Gespräch

nach der ersten Busfahrt bei einer Haltestelle aus und anschließend gingen sie zu einer zweiten Haltestelle, von der ein Bus direkt in die Schule fuhr. Nach der Diskussion dieses Beispiels wurde anschließend die Wegbeschreibung besprochen. Hier gab es Probleme in Hinblick auf die Skalierung der Achsen. Viele Schüler trugen die Zeitpunkte in beliebigen Abständen auf und daher bekamen sie teilweise sehr merkwürdige Graphen, die mit der Realität nichts mehr zu tun hatten. Außerdem gab es Probleme beim genauen Lesen des Textes. Teilweise wurden Details übersehen oder verändert, so dass ein großer Teil der Klasse diese Aufgabe nicht richtig löste.

Nach der Kontrolle wurde anschließend kurz wiederholt, was in der letzten Stunde durchgenommen worden war. Als Fortsetzung wurde ein Diagramm besprochen, das eine Gerade parallel zur y-Achse zeigte. Hier wurde mit den Schülern diskutiert, ob hier eine Funktion dargestellt ist. Für die Schüler war schnell einsichtig, dass es nicht möglich ist, sich an zwei Orten gleichzeitig aufzuhalten und dass hier deshalb kein funktioneller Zusammenhang vorliegt.

Als nächstes wurde ein Merksatz formuliert, der sich an der Definition von Dirichlet orientiert:

> Eine Funktion ist eine eindeutige Zuordnung zwischen zwei Größen. Dabei ist meist x die unabhängige Variable und y die davon abhängige Variable.

Anschließend wurden typische Anwendungsbeispiele aus dem Schulbuch durchgenommen, so zum Beispiel eine Temperaturverteilung zeichnen und das Ablesen von Höhen eines Flugzeugs zu bestimmten Zeiten. Dabei wurde mit den Schülern diskutiert, ob es immer sinnvoll ist, Punkte des Funktionsgraphen zu verbinden und woran erkennbar ist, welche der gegebenen Größen die abhängige bzw. die unabhängige ist.

Als Hausübung sollten die Schüler einerseits den Graphen einer Autofahrt beschreiben, andererseits wiederum Temperaturen zu bestimmten Zeitpunkten aus einem Diagramm herauslesen.

5.1.3 Stunde 3

Die dritte Stunde diente als Übungsstunde der in der vorhergehenden Stunde erarbeiteten Theorie. Das Hauptaugenmerk lag auf der Beschriftung bzw. Skalierung der Achsen, der Interpretation von Graphen, dem Darstellen von Wertepaaren und dem Ablesen von Funktionswerten. Hierfür wurden in erster Linie Beispiele aus dem Schulbuch [23] gewählt. Diese wurden durch das Pisa-Beispiel "Geschwindigkeit eines Rennwagens" ergänzt.
Zu Beginn wurde die Hausübung der letzten Stunde kontrolliert. Hier gab

Stundenübersicht

0-5	Organisatorisches	Lehrer
5-15	Wh der letzten Stunde + Hü-Vergleich	Lehrer-Schüler-Gespräch
15-22	Bsp PKW-Fahrt	Schüler
22-29	Bsp Anhalteweg	Schüler
29-38	Bsp Geschwindigkeit eines Rennwagens	Schüler
38-45	Bsp Schaubilder	Schüler
45-50	Besprechung der Bsp + HÜ	Lehrer-Schüler-Gespräch

es Probleme bei der Beschreibung der Autofahrt, da für viele Schüler nicht einsichtig war, dass sich die Geschwindigkeit in einem Zeit-Weg-Diagramm nicht ändert, wenn der Graph (konstant) ansteigt. Daher wurde dieser Punkt besprochen. Beim zweiten Beispiel waren die Hauptfehler darauf zurückzuführen, dass die Schüler nur ungenau die entsprechenden Werte ablasen. Dadurch gab es große Unterschiede zwischen den Zeitpunkten. Zu vermuten ist auch, dass bei dieser Aufgabenstellung keinerlei Geo-Dreieck verwendet, sondern nach Augenmaß abgeschätzt wurde.

[23] siehe [Reich]

Anschließend wurden die angeführten Beispiele zuerst von den Schülern bearbeitet und danach verglichen. Hier war in erster Linie darauf zu achten, dass die Schüler teilweise sehr ungenau arbeiteten. Beschriftungen der Achsen wurden nur teilweise angegeben, die Graphen wurden geschätzt und teilweise auch mit Kugelschreiber skizziert. Keinerlei Probleme gab es beim Ablesen der Werte. Die Schüler verstanden die Vorgangsweise sehr schnell.

Das Pisa-Beispiel "Geschwindigkeit eines Rennwagens" wurde von den Schülern auch gut gelöst, Probleme gab es jedoch bei der 4.Frage, bei der die Streckenführung auf Grund des Graphen bestimmt werden soll. Praktisch jede Streckenführung war als Antwort zu finden. Darauf wurde in einer anschließenden Diskussion eingegangen. Dazu wurde der Graph Stück für Stück analysiert und den Schülern in Erinnerung gerufen, welche Werte auf den Achsen aufgetragen sind.

Im letzten Teil der Stunde hatten die Schüler einem Text bzw. einer Situation ein Schaubild zuzuordnen. Die erste der beiden Aufgaben stellte die Schüler insofern vor Probleme, dass stückweise lineare Funktionen bis zu diesem Zeitpunkt noch nicht vorgekommen waren und daher für die Schüler keine Möglichkeit darstellten. Für sie waren Funktionen nur möglich, wenn diese durchgehend verbunden sind. Ebenfalls ein Problem stellte das anschließende Formulieren von Texten zu den restlichen Schaubildern dar. Diese mussten schließlich gemeinsam fertig gestellt werden. Weniger problematisch war hingegen das Zuordnen von Situationen zu Graphen. Diese wurden von den Schülern in relativ kurzer Zeit richtig gelöst.

Die Hausübung behandelte wieder die durchgenommenen Inhalte. Einerseits war wieder eine Temperaturkurve zu analysieren und im zweiten Beispiel galt es, das Diagramm einer brennenden Kerze zu interpretieren.

5.1.4 Stunde 4

Die vierte Unterrichtsstunde beschäftigte sich ausschließlich mit physikalischen Beispielen und deren Interpretation. Weiters wurde hier der bereits angesprochene Aspekt der Zuordnung weiter vertieft.

Zu Beginn wurde die Hausübung verglichen. Bei der Temperaturkurve

Stundenübersicht

0-5	Organisatorisches	Lehrer
5-15	Wh der letzten Stunde + Hü-Vergleich	Lehrer-Schüler-Gespräch
15-25	Bewegungsbeispiel	Schüler
25-35	Energie beim Aufprall eines Autos	Lehrer-Schüler-Gespräch
35-45	Boyle-Mariotte'sches Gesetz	Lehrer-Schüler-Gespräch
45-50	Hausübung + WH der Stunde	Lehrer-Schüler-Gespräch

gab es wieder die selben Probleme wie in der Stunde davor. Die Schüler schätzten die Messwerte und daher waren teilweise sehr stark divergierende Lösungen zu finden. Bei der zweiten Aufgabenstellung - der Analyse einer brennenden Kerze - überlegte sich ungefähr die Hälfte der Schüler einen genauen Rechenweg um die Frage nach der Brenndauer zu beantworten. Die andere Hälfte schätzte die Antworten wiederum. Erfreulich ist hier zu erwähnen, dass zwei Schülerinnen diesen Versuch auch tatsächlich zu Hause selbst nachstellten und ein Diagramm dazu anfertigten.

Der Rest der Stunde widmete sich der Analyse von physikalischen Gesetzmäßigkeiten. Dazu wurden die Formeln einfacher mechanischer und thermodynamischer Zusammenhänge verwendet und mit Hilfe von Wertetabellen bzw. deren Funktionsgraphen veranschaulicht. Mit Hilfe dieser Funktionsgraphen wurden dann weitere Messwerte abgelesen und somit der Zuordnungsaspekt weiter vertieft.

Die erste behandelte Funktion war die Bewegungsgleichung eines mit gleichförmiger Geschwindigkeit bewegten Körpers. Die Schüler kannten diesen Zusammenhang bereits aus dem Physik-Unterricht, so dass ein Erklären der Formel bzw. der Variablen nicht erforderlich war. Ansonsten gab es hier keine größeren Probleme.

Das zweite Beispiel beschäfigte sich mit dem Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und kinetischer Energie. Diese Formel war den Schülern noch nicht bekannt, so dass zuerst die Formel erklärt und anschließend wiederum analysiert wurde.

Zum Abschluss betrachteten wir noch das Gesetz von Boyle-Mariotte.

Dieses Gesetz war für die Schüler vollkommen neu, so dass hier auch auf die physikalischen Grundlagen näher eingegangen werden musste. Das Zeichnen des Graphen mittels der angegebenen Werte stellte die Schüler jedoch vor keinerlei Probleme.

Als Hausübung sollten die Schüler die Abhängigkeit der Zeit von der Weglänge bei konstanter Geschwindigkeit und das Ohm'sche Gesetz betrachten.

5.1.5 Stunde 5

Diese Stunde widmete sich ausschließlich dem Kovariationsaspekt. Dazu wurden die physikalischen Beispiele der letzten Stunde näher betrachtet und weitere physikalische Zusammenhänge interpretiert.

Stundenübersicht

0-5	Organisatorisches	Lehrer
5-15	HÜ + WH der letzten Stunde	Lehrer-Schüler-Gespräch
15-22	Bewegungsbeispiel	Lehrer-Schüler-Gespräch
22-29	Energie bei Aufprall eines Autos	Lehrer-Schüler-Gespräch
29-38	Boyle-Mariotte'sches Gesetz	Lehrer-Schüler-Gespräch
38-45	Weitere physikalische Formeln	Schüler
45-50	Hausübung + WH der Stunde	Lehrer-Schüler-Gespräch

Diese Stunde diente dem Abschluss dieser Unterrichtsreihe. Zu Beginn wurden die Hausübungen kontrolliert, wobei die Schüler diese zu einem großen Teil richtig gelöst hatten. Probleme gab es wie in den letzten Stunden bei Ungenauigkeiten und Oberflächlichkeiten (Beschriften der Achsen, Skalierung, ungenaues Zeichnen des Graphen, ...).

Anschließend wurden die Beispiele der letzten Stunde wieder aufgegriffen und näher betrachtet. Dazu hatten die Schüler Fragen zu beantworten, z.B.

- Wie verändert sich s, wenn t kleiner wird?
- Wenn t dreimal so groß wird, wie groß wird s?

Zu Beginn war dieses Konzept für die Schüler ungewohnt und die Antworten kamen nur zögernd, jedoch wurde dies mit der Zeit besser. Problematisch war wiederum die Schüler dazu zu bringen, die gemachten Vermutungen mathematisch korrekt und anschaulich ins Heft zu übertragen.

Als weitere Formeln wurden mechanische Zusammenhänge gewählt, etwa die Fallgeschwindigkeit eines Körpers, die Ausflussgeschwindigkeit von Wasser aus einem Behälter, usw.

Als Hausübung hatten die Schüler die Fragen der Schulübung bei den beiden Beispielen der letzten Hausübung zu beantworten. Dies gelang ihnen teilweise, so dass dieser Aspekt noch einiger Wiederholung bedarf.

5.2 Analyse der durchgeführten Stunden

5.2.1 Stunde 1

Der Zugang war für die Schüler eine willkommene Änderung des Unterrichtsablaufs. Vor allem die Gruppenarbeit wurde gut angenommen und die Schüler waren sehr bemüht.

Unter dem Schulweg konnten sich alle Schüler etwas vorstellen und sie halfen sich gegenseitig beim Ergänzen und Erweitern.

Auch bei der Gruppenarbeit gab es intensive Diskussionen unter den Schülern, wie man sich denn nun bewegen muss. Probleme gab es bei der Analyse eines Diagramms mit zwei gleichzeitigen Bewegungen. Einen kleinen Denkanstoß benötigte auch die Gruppe, die ein Diagramm interpretieren sollten, bei dem die Entfernung vom Stuhl immer gleichbleibend ist. Doch schlussendlich löste diese Gruppe diese Aufgabenstellung.

Größere Probleme gab es beim Zeichnen der Diagramme anhand der gezeigten Bewegung. Daraus war ersichtlich, dass das Interpretieren doch nicht alle verstanden hatten.

Zusammenfassend kann man diese Stunde als gut bewerten. Sowohl die Schüler als auch die Schreiberin hatten Freude daran und die Schüler konnten sich bewegen und mussten nicht die ganze Zeit statisch an ihren Plätzen verbringen.

5.2.2 Stunde 2

In dieser Stunde wurde in erster Linie die notwendige Theorie vermittelt. Trotzdem hatten die Schüler auch hier wiederum die Möglichkeit an bereits bekanntes Wissen anzuschließen. Die Gruppenarbeit wurde wieder thematisiert und den Schülern in Erinnerung gerufen. Dadurch war eine direkte Verbindung zur vorhergehenden Stunde gegeben.

Zudem wurde damit begonnen, den Schülern den Zuordnungsaspekt näher zu bringen. Dazu wurden einfachste physikalische Zusammenhänge verwendet, die auch im Alltag vorkommen. Die Schüler verstanden sehr schnell, was sie zu tun hatten und wie das Ablesen der Werte funktioniert. Der einzige Kritikpunkt war hier wiederum das ungenaue Ablesen der Schüler.

5.2.3 Stunde 3

Ziel dieser Stunde war es den Zuordnungsaspekt weiter zu vertiefen und dies gelang sehr gut. Die Zusammenhänge waren für die Schüler verständlich formuliert. Fragen gab es zum richtigen Auftragen der Werte auf den beiden Achsen. Für die Schüler war nicht immer gleich ersichtlich, welche die abhängige Variable ist und somit auf der y-Achse aufgetragen werden muss.

Als zusätzliches Beispiel wurde das Pisa-Beispiel "Geschwindigkeit eines Rennwagens" gewählt. Dies konnten sich die teilweise sehr sportbegeisterten Schüler gut vorstellen, so dass der Großteil der Fragen keinerlei Probleme bereitete. Die Interpretation der Rennstrecke (Frage 4) war dann allerdings eine Herausforderung an der über die Hälfte der Klasse scheiterte. Daher wurde diese Teilfrage besonders genau besprochen.

5.2.4 Stunde 4

Das Ziel der 4. Unterrichtseinheit war diesmal die Interpretation von physikalischen Formeln. Bis zur dritten Stunde wurden Werte in Tabellenform vorgegeben. Hier mussten die Schüler diesmal auch die passenden Werte ermitteln (Ausnahme: Boyle-Mariotte). Das nahm daher einen Großteil der

Unterrichtszeit ein.

Der weitere Vorgang bei der Analyse war den Schülern bereits bekannt, so dass hier keine größeren Probleme mehr erkennbar waren.
Gefordert waren die Schüler diesmal auch beim Unterscheiden der verschiedenen Funktionsarten, die hier ebenfalls angesprochen wurden. Da diese einige Stunden später noch einmal detaillierter durchgenommen wurden, war dies ein guter Einstieg um den Schülern zu zeigen, dass Funktionen auch verschiedene spezielle Formen annehmen können und woran diese erkennbar sind.

5.2.5 Stunde 5

Diese Stunde baute wiederum auf den Formeln der vorhergehenden Stunde auf, so dass diese bereits bekannt waren. Dafür war der Kovariationsaspekt für die Schüler neu. Anfangs war das auch deutlich bemerkbar. Anhand der Diagramme war die Tendenz jedoch leicht erkennbar. Probleme bestanden bis zum Ende der Stunde beim Erkennen dieser Tendenz anhand der Formel. Hier wäre sicherlich eine weitere Stunde zum Üben sinnvoll gewesen.

5.3 Weitere Möglichkeiten/alternative Unterrichtssequenzen

Das Kapitel der Funktionen bietet viele Möglichkeiten der Bearbeitung an. Wichtig dabei ist immer Alltagserfahrungen der Schüler anzusprechen, damit sie an bereits vorhandenes Wissen anknüpfen und dieses vertiefen können. Die klassischen Zuordnungen Menge - Preis, Zeit - Weg, Zeit - Geschwindigkeit, Zeit - Temperatur, usw. lassen sich in vielen Schulbüchern finden. Hier sollen zwei weitere Zugänge aufgezeigt werden, die nicht so geläufig sind, die sich jedoch für einen Zugang oder eine Vertiefung dieser Thematik eignen würden oder auch in Form eines Projektunterrichts erarbeitet werden können. Da sich diese Arbeit in erster Linie auf physikalische Beispiele konzentriert, wurden diesen Zugänge auch aus diesem Themengebiet gewählt.

Tauchen

Bereits in der zweiten Klasse der Sekundarstufe 1 wird im Physikunterricht durchgenommen, wann ein Körper in Wasser sinkt, schwebt und schwimmt. Ist die Gewichtskraft dabei größer als die Auftriebskraft so kann der Körper sinken. Für den Druck, der dabei auf den Körper wirkt, gilt folgender Zusammenhang (Pascal'sches Gesetz):

$$p = \rho \cdot g \cdot h \tag{1}$$

$p \ldots Druck, \rho \ldots Dichte, g \ldots Fallbeschleunigung, h \ldots$ Höhe

Da ρ und g als konstant angenommen werden können, ergibt sich daraus ein linearer Zusammenhang, der von den Schülern bearbeitet werden kann. Folgende Vorgangsweise bietet sich dafür an:
Die Schüler bekommen zu Beginn der Unterrichtssequenz einen Artikel zu lesen [24]. Dieser kann optional anschließend nach physikalischen Gesichtspunkten besprochen werden.

Die Schüler sollen sich jedoch in erster Linie mit der bereits oben erwähnten Formel auseinander setzen. Dazu können Fragen formuliert werden, z.B.:

1. Überlege dir, wie sich der Druck verändert, wenn du immer tiefer tauchst. Nimmt der Druck dabei zu oder wird er weniger?

2. Betrachte nun die angegebene Formel zum Wasserdruck. Argumentiere deine oben getroffene Annahme mit Hilfe dieser Formel!

3. Ist der Druck zur Wasserhöhe direkt oder indirekt proportional?

4. Verwende nun die Graphik links vom Text. Erstelle eine Wertetabelle, die den Druck in Abhängigkeit von der Tauchtiefe angibt. (vom Meeresspiegel bis 100 m Tiefe)

[24] siehe [Apolin]

5. Formuliere einen Merksatz: Alle zehn Meter nimmt der Wasserdruck um zu.

6. Erstelle ein Diagramm zu deiner Wertetabelle. Achte dabei, die Abhängigkeiten auf den Achsen richtig aufzutragen!

7. Die Funktion, die du gezeichnet hast, ist eine

Lösungsvorschlag:

1. Der Druck steigt mit zunehmender Wassertiefe.

2. Setzt man z.B. für $\rho = 1000 kg/m^3$, $g = 10 m/s^2$ und h = 10 m ein, so erhält man
$$p = 1000 \cdot 10 \cdot 10 = 100.000 Pa = 1 bar. \tag{2}$$
D.h. dass in 10 m Tiefe ein um 1 bar größerer Druck herrscht, als auf Meeresniveau.
Verwendet man nun für $\rho = 1000 kg/m^3$, $g = 10 m/s^2$ und h = 20 m, so erhält man
$$p = 1000 \cdot 10 \cdot 20 = 200.000 Pa = 2 bar. \tag{3}$$
Daraus kann geschlossen werden, dass der Druck mit steigender Wassertiefe zunimmt.

3. Der Druck ist direkt proportional.

4. Siehe 7

5. Alle 10 m nimmt der Wasserdruck um 1 bar zu.

6. Siehe 8

7. Die Funktion, die sich ergibt, ist eine lineare inhomogene Funktion.

Schwierig bei diesem Beispiel ist sicherlich, dass der Luftdruck auf Meereshöhe dazu gerechnet werden sollte. Daraus ergibt sich, dass der Druck in 10 m Tiefe nicht 1 bar sondern bereits 2 bar beträgt. Auf diesen Unterschied sollte durchaus in einer Diskussion eingegangen werden, für die mathematische Aufbereitung ist er jedoch nicht unbedingt erforderlich.

Trotzdem ist dieses Beispiel eine gute Ergänzung im Mathematik-Unterricht. Wesentliche Kompetenzen der Schüler werden angesprochen und abgefragt, z.B. das Ablesen von Werten aus einer Graphik, der Kovariationsaspekt und das graphische Darstellen und Interpretieren von Messdaten.

	A	B	C
1	Wassertiefe in m	Druck in bar	
2	0	1	
3	10	2	
4	20	3	
5	30	4	
6	40	5	
7	50	6	
8	60	7	
9	70	8	
10	80	9	
11	90	10	
12	100	11	
13			
14			
15			

Abbildung 7: Wertetabelle Wasserdruck (erstellt mit GeoGebra)

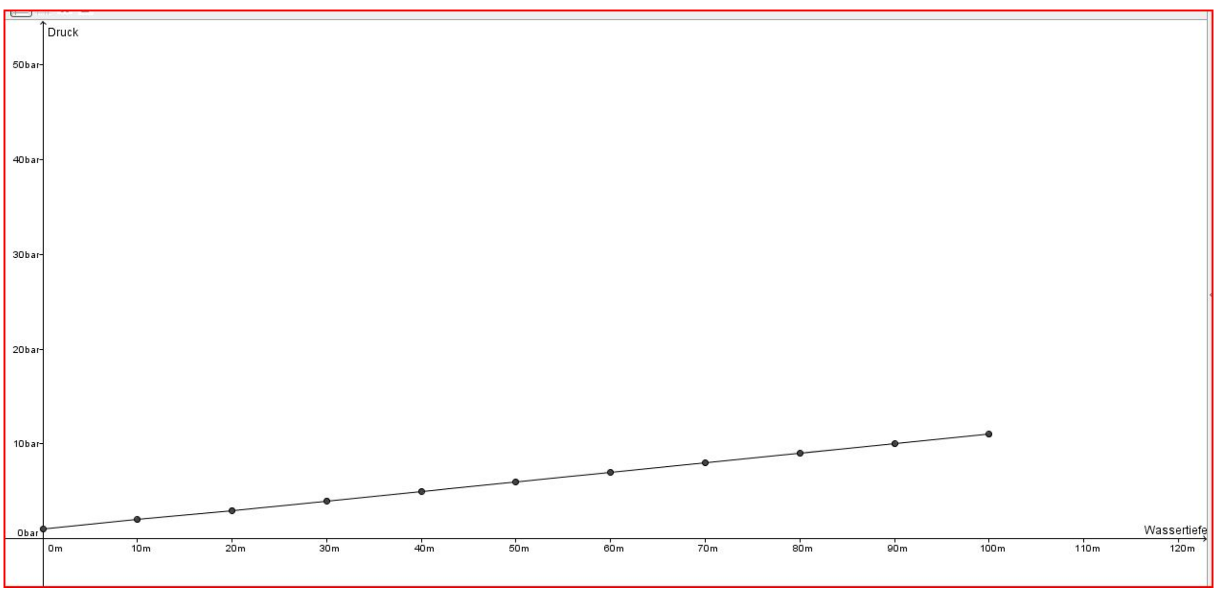


Abbildung 8: Diagramm Wasserdruck (erstellt mit GeoGebra)

Lautsprecherkabel

Ein weiteres Beispiel aus dem Alltag ist das folgende. Elektronische Geräte sind aus dem Alltag der Schüler nicht mehr weg zu denken und häufig werden dabei auch Lautsprecher oder Kopfhörer verwendet. Üblicherweise werden dafür niedrig-ohmige Kabel aus Kupfer verwendet. Um passende Kabel zu dimensionieren, kann folgende Formel für den Widerstand eines Leiters verwendet werden:

$$R = \frac{\rho \cdot l}{A} \tag{4}$$

R ... Widerstand, ρ ... spezifischer Widerstand (materialabhängig),
l ... Länge des Leiters, A ... Querschnitt des Leiters

ρ und l sollen hier als konstant angenommen werden und die Proportionalität zwischen A und R untersucht werden.

Die Schüler erhalten zu Beginn folgenden Text: [25]
Du willst deine neuen Boxen an deine Stereoanlage anschließen. Leider werden keine Anschlusskabel mitgeliefert. Selbstverständlich willst du die bestmögliche Klangqualität haben, aber es sind nur noch 20 € übrig. [...] Der Verkäufer gibt dir verschiedene Kabelsorten zum Probieren mit.
Entscheide, welche davon für dich am besten geeignet ist. Du benötigst ein Kupferkabel ($\rho = 0,017 \frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$) mit einer Länge von 15m.

Zur besseren Illustration können auch verschiedene Kabel mitgebracht werden und eventuell auch noch verschiedene Preisschilder daran geheftet werden.
Anschließend wird die Widerstandsformel 4 mit den Schülern besprochen und wiederholt. Weiters muss besprochen werden, wovon die Klangqualität der Lautsprecherkabel abhängt. Die Schüler sollen anschließend folgende Aufgaben bearbeiten:

1. Gib an, wovon der Widerstand des Kabels abhängig ist!

[25] siehe [Münch]

2. Überlege dir, wann der Widerstand klein ist, wenn die Länge und das Material gleich bleiben! Muss der Querschnitt dafür eher klein oder groß sein?

3. Nun verwende die Formel für den Widerstand, um deine oben getroffene Annahme zu zeigen!

4. Verhalten sich der Querschnitt und der Widerstand zueinander direkt oder indirekt proportional?

5. Erstelle nun eine Wertetabelle für Kabelquerschnitte zwischen $0,1mm^2$ und $15mm^2$!

6. Formuliere folgenden Merksatz fertig: Steigt der Querschnitt des Kabels, dann

7. Erstelle ein Diagramm zu deiner Wertetabelle! Welchen Graphen hast du erhalten?

8. Woran unterscheidet sich dein Graph von einem gebrochen rationalen Graphen? Erkläre den Unterschied!

9. Entscheide dich für eine Kabelart, so dass du mit den 20 €auskommst!

Lösungsvorschlag:

1. Der Widerstand eines Kabels ist abhängig vom Material, der Länge und der Querschnittsfläche. Außerdem noch von der Temperatur.

2. Der Widerstand wird bei Ansteigen des Querschnitts immer kleiner.

3. Wird für l = 15 m und der spezifische Widerstand eines Kupferkabels (0,017 $\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$)eingesetzt, kann z.B. für $A = 5mm^2$ gewählt werden und man erhält:
$$R = \frac{0,017 \cdot 15}{5} = 0,051\Omega \tag{5}$$
Wird der Querschnitt größer gewählt, z.B. $A = 20mm^2$, so ergibt sich:
$$R = \frac{0,017 \cdot 15}{15} = 0,017\Omega \tag{6}$$
Man erkennt, dass bei steigendem Querschnitt der Widerstand immer geringer wird.

4. Querschnitt und Widerstand verhalten sich indirekt proportional zueinander.

5. Siehe 9

6. Steigt der Querschnitt des Kabels, so verringert sich der Widerstand.

7. Siehe 10. Man erhält einen Teil eines gebrochen rationalen Graphen.

8. Es fehlt der zweite Teil des gebrochen rationalen Graphen. Das liegt daran, dass es keine negativen Querschnitte und auch keine negativen Widerstände gibt.

9. Dieses Bsp. muss je nach Preisverteilung des Lehrers beantwortet werden.

	A	B
1	Querschnittsfläche in mm²	Widerstand in Ohm
2	0,1	2,55
3	0,5	0,51
4	0,75	0,34
5	1	0,23
6	2	0,13
7	5	0,05
8	10	0,03
9	15	0,02
0		
1		
2		

Abbildung 9: Wertetabelle Lautsprecherkabel (erstellt mit GeoGebra)

Bei diesem Beispiel werden ebenfalls wieder vielfältige Kompetenzen der Schüler angesprochen. So sollen sie aus einer Problemstellung mit Hilfe (bei jüngeren Schülern unter Anweisung des Lehrers) eine Entscheidung in einer alltagsrelevanten Situation treffen. Dafür müssen sie sich zuerst anhand eines Textes die nötigen Informationen überlegen. Anschließend werden wieder verschiedene Teilbereiche angesprochen, die Schüler sollen Daten (graphisch) darstellen und den Kovariatonsaspekt beurteilen.

Der Lehrer hat bei diesem zweiten Beispiel die Möglichkeit den Schwierigkeitsgrad zu variieren. Die Informationen über den spezifischen Widerstand und die Länge können wie oben vorgegeben werden, als Hausübung zur Recherche an die Schüler übertragen werden oder in der Stunde recherchiert werden. Weiters können die Preise bzw. auch die Längen der Drähte je nach Bedarf angepasst werden.

5.4 Schularbeit

Im Zuge der zweiten Schularbeit war das Themengebiet der funktionalen Abhängigkeiten durch ein Beispiel vertreten. Dabei sollten die Schüler bestimmen, ob Aussagen zu einem Diagramm zutreffen oder nicht. Gewählt

Abbildung 10: Diagramm Lautsprecherkabel (erstellt mit GeoGebra)

wurde die Fahrt eines Aufzugs in einem Wohnhaus [26]. Dieses Beispiel hatte ein großer Teil der Schüler richtig beantwortet, was auch damit zusammenhängt, dass sich die Schüler bei dieser Art von Diagramm gut in die Situation hineinversetzen konnten. Schwierigere Beispiele (z.B. die Fahrt eines Autos), die für die Schüler abstrakter sind, hätten vermutlich ein schlechteres Ergebnis nach sich gezogen. Dieser Schluss lässt sich aus der Beurteilung der Fahrt eines Autos (siehe Hausübung der 2. Stunde - Diagramm eines fahrenden Autos) ziehen.

5.5 Interpretation

Das Kapitel der Funktionen bietet ein reiches Feld an Möglichkeiten. In diesem Kapitel wurden eine Reihe davon aufgezeigt, diese Liste lässt sich aber beliebig erweitern. Gerade die Physik ist hier ein dankbares Gebiet, da hier sehr viele Zusammenhänge mittels Formeln dargestellt werden und somit ideal für Interpretationen geeignet sind. Auch andere Naturwissenschaften bieten eine Reihe von weiteren interessanten Aufgabenstellungen, die je nach Klassenstufe adaptiert werden können. Dabei erwähnen möchte ich einerseits

[26] siehe [Math]

die Astronomie, die Schüler für gewöhnlich sehr anspricht. Hier finden sich, da diese beiden Gebiete ja auch eng miteinander verwandt sind, ebenfalls viele Zusammenhänge als Formeln. Aber auch weitere technische Fächer (Elektronik, Elektrotechnik, Maschinenbau, etc.) sind eng mit der Physik verbunden und eignen sich daher, auch wenn hier bemerkt werden muss, dass diese Aufgabenstellungen meist von der Komplexität schwieriger sind und daher wohl erst in der Sekundarstufe 2 durchgenommen werden sollten.

Zu meinen gehaltenen Stunden möchte ich folgenden Schluss ziehen: Wichtig ist es, die Schüler von Beginn an zur Genauigkeit anzuhalten und konsequent die richtige Beschriftung der Achsen einzufordern.

Der Zuordnungsaspekt wurde von den Schülern schnell aufgefasst und stellte sie vor keine Probleme, vermutlich auch, weil diese Art der Zuordnung im Alltag häufig vorkommt. Der Kovariationsaspekt kam leider zu kurz. Hier wären definitiv noch mehrere Stunden nötig gewesen, um die Schüler damit genauer vertraut zu machen. Dieses Vorhaben musste jedoch auf Grund von Zeitmangel zurückgestellt werden. Es ist jedoch zu vermuten, dass dieser Aspekt in der 9.Schulstufe wieder aufgegriffen und somit vertieft wird.

Bei allen Beispielen sollte jedoch die Relevanz für die Schüler berücksichtigt werden (gerade zu Beginn), so dass für die Schüler die Aufgabenstellungen interessant und eventuell auch spannend gestellt sind. Gerade hier ist eine Motivation der Schüler möglich, auch wenn sich diese nicht unbedingt für Mathematik interessieren.

6 Zweite Befragung

Besonders interessant war für mich natürlich die zweite Befragung. Aus organisatorischen Gründen konnte diese aber erst einige Zeit nach Beendigung des Themengebiets statt finden. Diesmal nahmen 22 Schüler daran teil. Ziel der Befragung war es, eine Rückmeldung von den Schülern zu erhalten und zu sehen, ob die oben formulierten Ziele erreicht wurden.

Diese Befragung war auch im Hinblick auf den Umfang um einiges länger und beinhaltete auch einen Teil bei dem die Schüler 4 Situationen den zugehörigen Funktionsgraphen zuordnen sollten.

6.1 Fragestellungen

Die zweite Befragung gliederte sich in zwei Teile. Der erste Teil bestand aus Fragen, ähnlich der ersten Befragung und der zweite Teil dann aus der Zuordnung von Situationen zu den passenden Funktionsgraphen.

Die ersten beiden Fragen behandelten direkt die Definition einer Funktion. Dabei sollte erkennbar sein, ob die Schüler einen intuitiven Funktionsbegriff entwickelt hatten und diesen auch eigenständig formulieren konnten.

Die dritte Frage war bereits bei der ersten Befragung zu finden. Wiederum wurde das Ohm'sche Gesetz angeführt und Fragen zu den Abhängigkeiten und zur Kovariation gestellt.

Die vierte Frage war ebenfalls bereits beim früheren Fragebogen vorhanden. Wiederum wurde nach dem Sinn bzw. Nutzen von physikalischen Beispielen im Mathematikunterricht gefragt.

Der nächste Teil war dann wieder ein freier Teil. Hier konnten die Schüler anführen, welche Teile des Unterrichts ihnen gefallen oder nicht so gut gefallen hatten und abschließend welche Teile möglicherweise unverständlich geblieben waren.

Der zweite Teil stellte vier Situation dar [27], bei denen jeweils drei Funk-

[27] siehe [Schl]

tionsgraphen einer Situation zugeordnet werden sollten. Diese Situationen stellten Szenen aus dem Alltag dar (Bewegung eines Autos, Skifahren, Angeln, usw.). Das Ziel war hier, herauszufinden, ob den Schülern das Lesen und Interpretieren von Graphen möglich ist.

6.2 Auswertung

6.2.1 Fragestellung 1

Vier der Fragebogen lieferten auf diese Frage keine Antwort. Die weiteren Antworten gaben verschiedene Aspekte von Funktionen wieder, die genaue Definition, die notiert worden war, gab niemand an. Drei Schüler schrieben, dass Funktionen Diagramme sind, die etwas ausdrücken, ein weiterer gab Beispiele an (Hyperbel, Parabel). Eine Schülerin schrieb, dass es verschiedene Funktionen gibt. Die Mehrheit der Schüler war aber der Meinung, dass Funktionen Graphen in einem Koordinatensystem sind, die zeigen, wie eine bestimmte Handlung abläuft (11x). Ein Schüler erwähnte noch, dass Funktionen gezeichnete Darstellungen des Alltags sind und eine Schülerin beschrieb Funktionen mit "Abhängigkeit zweier Zustände".

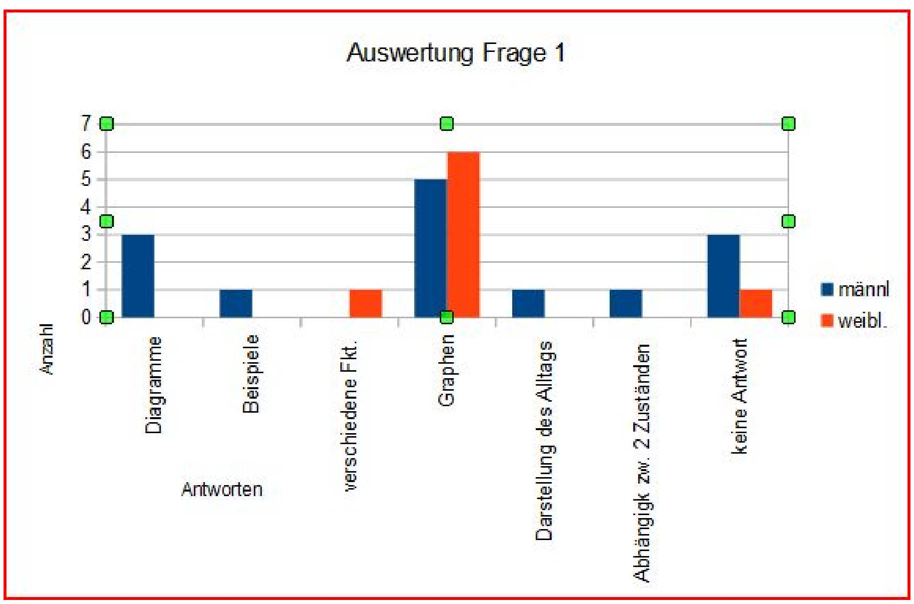


Abbildung 11: Auswertung Frage 1

6.2.2 Fragestellung 2

Bei dieser Frage waren alle Antwortmöglichkeiten vertreten. Teilweise wurden sogar zwei konträre Punkte gewählt. Großteils waren jedoch nur Teile richtig gekreuzt, wobei kein Schüler alle Punkte richtig beantwortete.
Bei der Unterscheidung der Zuordnungen von Funktionen gaben 7 Schüler keine Zuordnung an, ein Schüler kreuzte beide und drei antworteten, dass einem y ein x zugeordnet wird. 11 Schüler beantworteten diese Frage richtig, also weniger als die Hälfte.

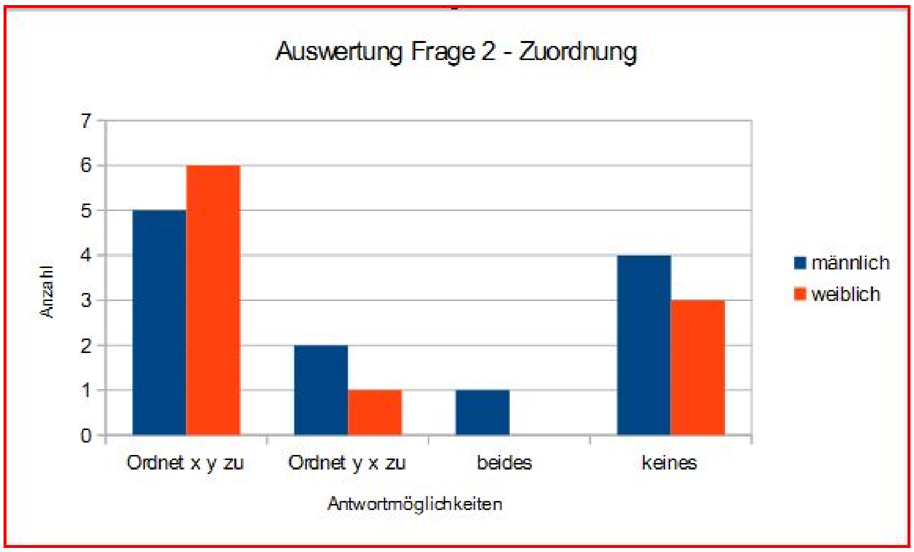


Abbildung 12: Auswertung Frage 2

6.2.3 Fragestellung 3

Auch bei dieser Frage wurden alle möglichen Antworten gegeben.
Im ersten Teil waren vier Schüler und sechs Schülerinnen der Meinung, dass die Spannung von der Stromstärke und drei Schüler bzw. drei Schülerinnen, dass die Stromstärke von der Spannung abhängt. Drei Schüler bzw. eine Schülerin beantworteten diesen Teil gar nicht.

Beim zweiten Teil der Fragestellung antwortete kein einziger Schüler vollkommen richtig. Immerhin acht Schüler hatten einen Teil (eine der beiden richtigen Antworten) gekreuzt, die andere jedoch nicht. Ein Schüler war der

Meinung, dass alle vier Antwortmöglichkeiten richtig sind. Drei weitere hatten diese Frage vollkommen falsch beantwortet. Interessanterweise hat eine Schülerin dieses Beispiel vollkommen richtig gelöst, weitere fünf hatten diese teilweise korrekt (eine Antwort richtig). Drei Schülerinnen beantworteten diesen Teil der Frage gar nicht, eine weitere antwortete falsch.

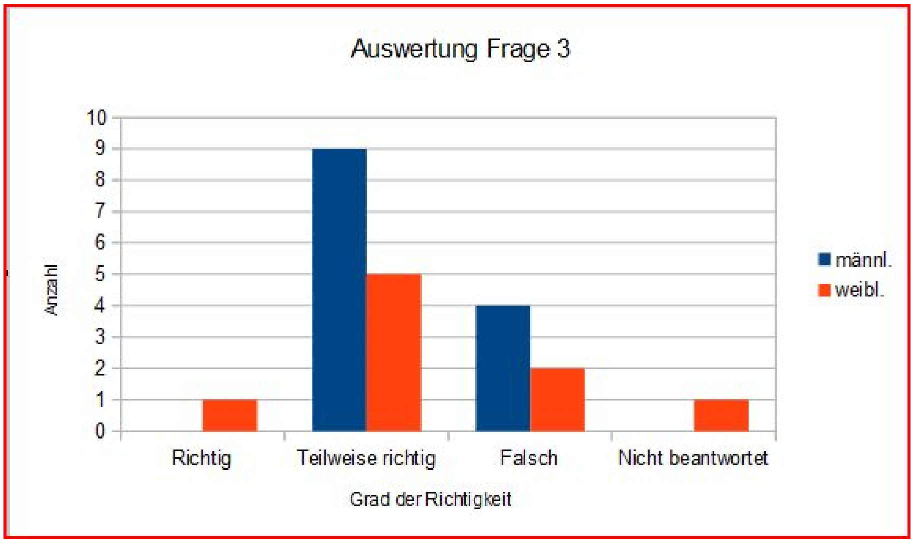


Abbildung 13: Auswertung Frage 3

6.2.4 Fragestellung 4

Bei dieser Frage hatte sich die Verteilung der Antworten doch geändert. Für vier Schüler bzw. zwei Schülerinnen waren physikalische Beispiele eine Vertiefung der Theorie, weitere sieben Schüler/sechs Schülerinnen fanden diesmal, dass physikalische Beispiele kompliziert formuliert sind. Nur zwei Schüler und eine Schülerin waren dafür, dass diese Beispiele die Theorie verständlicher machen. Zwei Schüler und fünf Schülerinnen waren der Meinung, dass sie im Allgemeinen für sie schwer verständlich sind, jedoch vier Schüler bzw. zwei Schülerinnen, dass sie Bezüge herstellen. Keinerlei Zustimmung bei den Schülern fand die Antwortmöglichkeit "interessante Aufgabenstellung", jedoch zwei Schülerinnen befürworteten diese Antwortmöglichkeit. Drei Schüler und vier Schülerinnen empfanden Physik-Beispiele als realitätsnah und drei Schüler waren der Meinung, dass ihnen diese Art von Beispielen schon einmal im Alltag geholfen hat. Ein Schüler gab unter Sonstiges noch an, dass er der

Meinung ist, dass physikalische Beispiele nicht in den Mathematikunterricht sondern in den Physik-Unterricht gehören sollen.

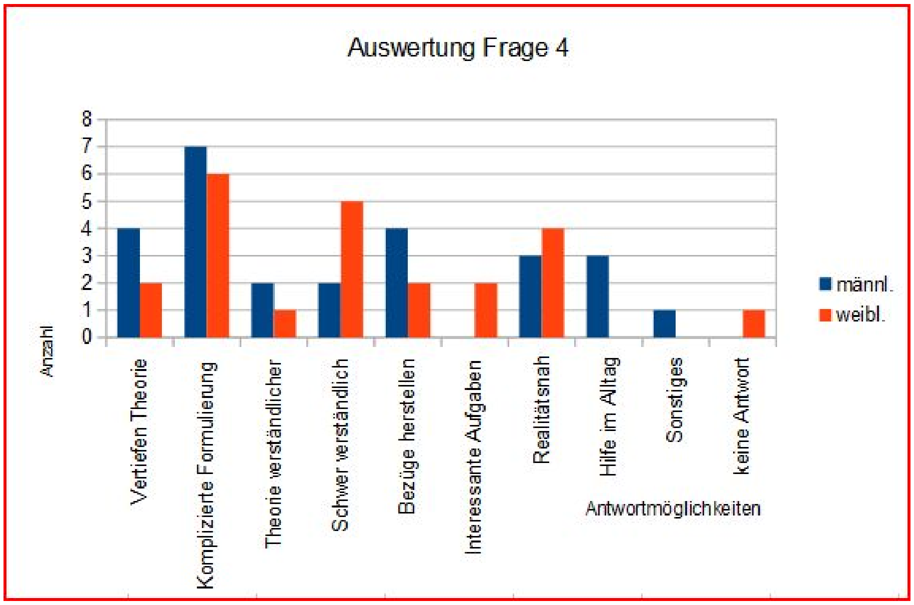


Abbildung 14: Auswertung Frage 4

6.2.5 Fragestellung 5

Bei dieser freien Aufgabenstellung gaben fünf Schüler an, dass ihnen am besten das Zeichnen gefallen hat, einem weiteren Schüler gefiel das "Darstellen". Fünf Schüler hatten wenig oder gar keinen Spaß an dieser Thematik und zwei konnte sich an dieses Thema gar nicht mehr erinnern.
Den Schülerinnen gefiel auch in erster Linie das Zeichnen der Graphen am Besten. Sechs beantworteten diese Frage mit dieser Antwort. Eine weitere Schülerin mochte das Ausrechnen der Werte am meisten, wiederum eine andere das Ablesen von Werten, eine weitere die verschiedenen Arten von Funktionen, eine anderen mochte die Tatsache, dass zwischen Werten Abhängigkeiten bestehen können und schließlich erinnerte sich eine Schülerin am liebsten an die Unterrichtsstunde bei der wir mit der Simulation des "Bewegten Mannes" arbeiteten.

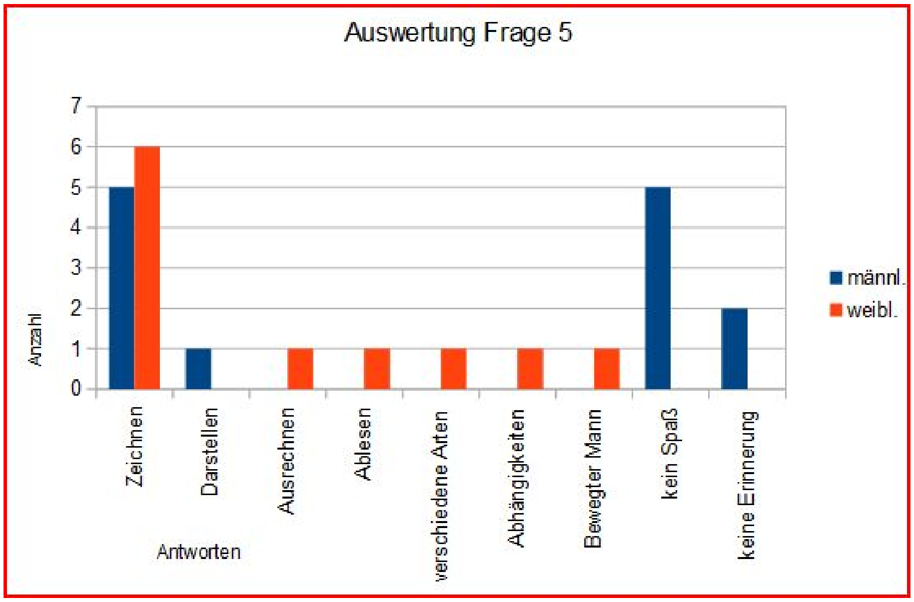


Abbildung 15: Auswertung Frage 5

6.2.6 Fragestellung 6

Hier variierten die Antworten der Schüler zwischen nichts (viermal) und alles (zweimal). Einer der beiden Schüler, der sich bei der letzten Frage an nichts mehr erinnern konnte, beantwortete diese Frage auch diesmal nicht. Zwei Schüler hatten wenig Spaß am Ausrechnen der Werte/Rechnen, zwei an den Hausübungen und ein Schüler empfand das Rechnen und Aufzeichnen als kompliziert und mochte auch die Unterscheidung zwischen den Funktionsarten nicht.
Bei den Schülerinnen waren die Antworten großteils die selben. Drei Schülerinnen mochten das Ausrechnen von Werten der Wertetabelle nicht, eine Schülerin das Zeichnen der Funktionsgraphen, eine mochte das Erkennen der Funktionsart nicht, drei gaben darauf keine Antwort und zwei Schülerinnen gefiel an diesem Themengebiet alles.

6.2.7 Fragestellung 7

Bei dieser Frage waren alle bereits oben angeführten Punkte wieder zu finden. Vier Schüler fanden, dass nichts unverständlich war, zwei wussten nicht mehr,

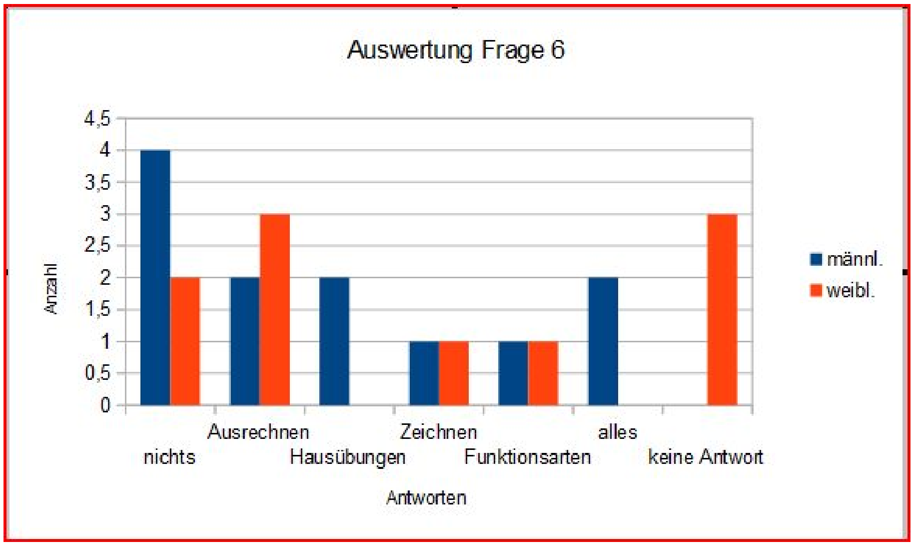


Abbildung 16: Auswertung Frage 6

was Funktionen sind, zwei Schüler fanden, dass die Unterscheidung zwischen den Funktionsarten unverständlich geblieben war, einer das Aufzeichnen der Punkte bzw. ein weiterer das Ausrechnen der Punkte. Ein Schüler empfand dieses Kapitel als "ziemlich leicht" und ein Schüler antwortete mit der lakonischen Bemerkung "Mathe halt". Bei den Schülerinnen fanden vier, dass alles verständlich war, zwei gaben an, dass die Unterscheidung bei der Auswahl, welche Daten auf die x-Achse und welche auf die y-Achse gehören nicht klar geworden war. Eine Schülerin gab an, dass ihr das Ausrechnen unklar geblieben war, eine weitere das Auswählen der Zahlen in der Tabelle (Anmerkung: gemeint ist hier die Definitionsmenge) und eine mochte nicht, dass teilweise für sie kompliziert formuliert worden war. Eine Schülerin missverstand diese Frage etwas und antwortete ehrlich, dass ihr die Zinsrechnung unverständlich geblieben war.

6.2.8 Funktionsgraphen zuordnen

Bei dieser Aufgabenstellung gab es keine Unterscheidung zwischen männlich/weiblich, so dass diese hier gemischt betrachtet werden.
Der zweite Teil der Befragung wurde von den Schülern teilweise sehr gut interpretiert. Bei der ersten Aufgabenstellung (Fahrt eines Autos in einer

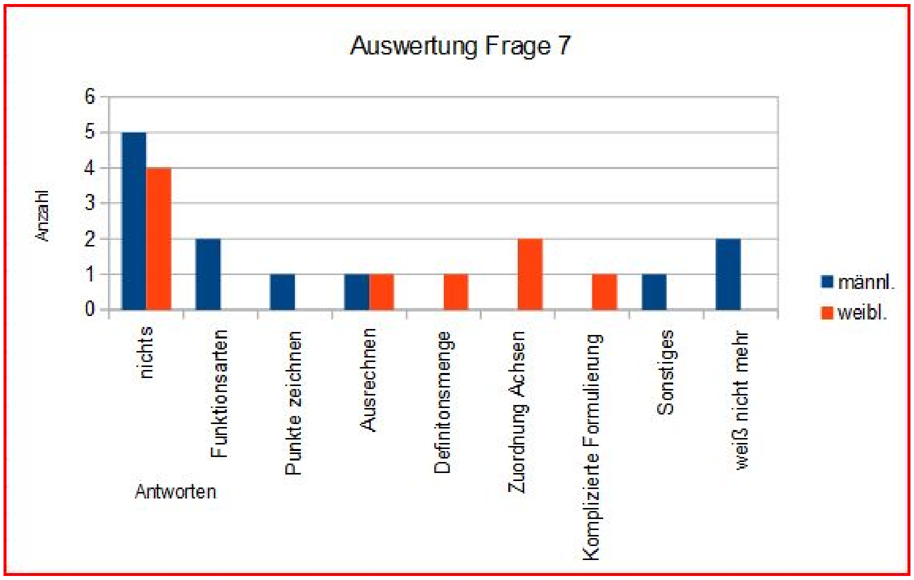


Abbildung 17: Auswertung Frage 7

Kurve) gaben 17 SchülerInnen die richtige Antwort. Die zweite Situation (Auto fährt gegen Mauer) analysierten 16 SchülerInnen richtig. Die dritte Fragestellung (Skifahren) hatten immerhin noch 14 Schüler richtig, wobei aber hier zu bemerken ist, dass einige Schüler das Diagramm wählten, das die Form des Berges wiedergab. Bei der Situation eines Anglers beurteilten nur mehr 4 SchülerInnen richtig. Der Großteil entschied sich hier wieder für die Form, die die Angel im Bild beschrieb.

6.3 Analyse und Interpretation

6.3.1 Fragestellung 1

Bemerkenswert war bei dieser Frage, dass kein einziger Schüler die genaue Definition einer Funktion wieder geben konnte. Trotzdem konnte der Großteil zumindest einige Begriffe damit verbinden, die auch zu Funktionen passen. In der Zukunft muss hier noch genauer auf die Definition eingegangen werden.

6.3.2 Fragestellung 2

Diese Frage zeigt noch einmal auf, dass ein großer Teil der Schüler die Definition bzw. die Zuordnungsfunktion nicht wirklich verstanden hatten. Vor allem die Antworten, wo beide Varianten gewählt wurden, zeigen dies deutlich.

6.3.3 Fragestellung 3

Die Frage drei war bereits bei der ersten Befragung dabei. Hier zeigte sich, dass die richtigen Antworten ungefähr gleich geblieben sind. Obwohl in der letzten Stunde besprochen wurde, wie sich Funktionen bei Änderungen verändern, hatte das keine Auswirkung auf den Wissensstand der Schüler. Das unterstützt noch einmal die Vermutung, dass für die Vermittlung des Kovariationsaspekts eine Unterrichtsstunde nicht ausreichend ist.

6.3.4 Fragestellung 4

Im Vergleich zur ersten Befragung fällt hier vor allem auf, dass die Schüler weniger oft angaben, dass durch physikalische Beispiel die Theorie vertieft werden kann, dafür stärker betonten, dass physikalische Beispiele kompliziert formuliert sind. Der größte Unterschied findet sich jedoch in der Abnahme der Behauptung, dass die Theorie dadurch verständlicher wird und dass physikalische Beispiele interessanter als andere sind.
In Anbetracht der Tatsache, dass Schüler in der ersten Befragung mit physikalischen Beispielen nicht besonders viel assoziieren konnten, ist diese Verschiebung doch interessant zu beobachten.

6.3.5 Fragestellung 5-7

Offenbar fanden die Schüler verschiedene Dinge bei Funktionen interessant. Nur ein kleiner Teil hat keinen Zugang zu Funktionen gefunden. Die Mehrheit der Klasse fand zumindest einen Teil bei diesem Kapitel, der ihm zusagte. Auch erwähnenswert ist die Nennung der Simulation "Bewegter Mann", die in einer Informatikstunde mit den Schülern als Ergänzung durchgenommen wurde.

6.3.6 Funktionsgraphen zuordnen

Die ersten drei Beispiele wurden von den Schülern hervorragend gelöst. Dabei liegt die Vermutung nahe, dass sie sich in diese Situationen besonders gut hinein versetzen konnten. Interessant hier war, dass viele Schüler sich bei der Entscheidung die Beschriftung der Achsen genau ansahen. Dies folgt daraus, dass sich viele die Bedeutung der Variablen dazuschrieben, um das Diagramm besser verstehen können. Das kann durchaus schon als Erfolg gedeutet werden.
Die vierte Situation war von der Aufgabenstellung bereits ein wenig schwieriger und für die Schüler ungewohnter. Daher wählten viele der Schüler das falsche Diagramm aus. Vermutlich hätte eine genauerer Analyse zusammen mit den Schülern ein besseres Ergebnis gebracht.

7 Resümee

Das Kapitel der Funktionen bietet sich für fächerübergreifenden Unterricht hervorragend an. Zwar sind physikalische Aufgabenstellungen von der Komplexität für Schüler nicht immer einfach zu verstehen, trotzdem sind hier wie in kaum einem anderen Themengebiet unzählige Anwendungsbeispiele zu finden. Sollen diese unterstützend in den Unterricht eingebaut werden, ist es wichtig diese in Verbindung mit der Lebenswelt der Schüler zu bringen, so dass sie trotz der Komplexität, an ihr bereits vorhandenes Wissen anschließen können.
Bei der Vermittlung sind folgende Dinge zu beachten:
Erstens ist es wichtig, den Begriff einer Funktion sauber einzuführen, nötigenfalls mit einer Definition, die die Schüler auch wiedergeben können müssen.
Zweitens muss darauf geachtet werden, dass die Schüler von Beginn an sauber arbeiten, d.h. dass die Achsen richtig beschriftet werden und dass die Graphen genau und anständig gezeichnet werden.
Drittens ist es notwendig, vor allem die zwei zentralen, von Malle [28] geforderten Aspekte (Zuordnung, Kovariation) immer wieder mit den Schülern zu wiederholen und diese auch einzufordern. Dies konnte in den fünf analysierten Stunden nur zum Teil erreicht werden. Die Schüler konnten einfache, für sie greifbare Situationen gut analysieren und bearbeiten. Stieg jedoch die Komplexität bzw. war die Situation für die Schüler ungewohnt oder neu, hatten sie Probleme mit den an sie gestellten Aufgaben. Häufigeres Wiederholen und langsames Steigern der Schwierigkeit ist hier sicherlich notwendig.
Schüler treffen in diesem Kapitel auf einige Probleme, die in der Unterrichtsplanung bereits berücksichtigt werden können, z.B. der Zuordnung der Variablen zu den Achsen. Darauf sollte von Beginn an Rücksicht genommen werden.
Daher ist es erforderlich die Unterrichtsvorbereitung gewissenhaft durchzuführen, allfällige Schülervorstellungen bzw. -fehlvorstellungen im Vorhinein abzuklären und aktiv anzugehen. Möglich wäre es hier Beispiele zu wählen, die die Schüler verblüffen bzw. die sie zum Hinterfragen ihrer bisherigen Vorstellungen bringen können.
Weiters ist es wichtig, die Schüler auch zum Mitmachen anzuregen. Das wurde zwar in den gezeigten Unterrichtsplanungen nur in einer Stunde (Graphen gehen) gemacht, jedoch kann jedes der gezeigten Beispiele mit Hilfe eines

[28] siehe [Mal]

Experiments oder auch eines Projekts ergänzt und somit lebendiger gestaltet werden. Dadurch wäre definitiv ein noch tiefer gehendes Verständnis der Schüler für dieses Kapitel zu erwarten gewesen. Vermutlich wäre damit auch deutlicher geworden, woran zu erkennen ist, welche Variable auf welcher Achse aufgetragen werden muss. Dies musste aber auf Grund fehlender zeitlicher und räumlicher Ressourcen hier verworfen werden.
In Hinblick auf die folgenden Unterrichtsjahre denke ich, dass der von mir gewählte Einstieg in das Kapitel der Funktionen ein durchaus gutes ist. Die weiteren Unterrichtsstunden sind definitiv ausbaufähig, bzw. die Beispiele austauschbar.

Literatur

[Apolin] Formelsammlung Atemlos: $www.oebv.at/sixcms/media.php/229/AT_Physics_Apnoe.pdf$ (abgerufen am 12.April 2015)

[Bild] Bundesländerübergreifender BildungsRahmenPlan für elementare Bildungseinrichtungen in Österreich: $https://www.bmbf.gv.at/ministerium/vp/2009/bildungsrahmenplan_18698.pdf?4dtiae$ (abgerufen am 19. Dezember 2014)

[Büch] Büchter, Andreas: Funktionale Zusammenhänge erkunden in Mathematik lehren (2008)

[Braun] Brauner, Uli: Graphen gehen in Mathematik lehren (2008)

[Feyn] Feynman, Richard, et. al: Feynman - Vorlesungen über Physik - Teil 1 (2007 - 5. Auflage)

[Hil] Hilbert, David: http://math.sfsu.edu/smith/Documents/HilbertRadio/HilbertRadio.pdf (abgerufen am 19.Dezember 2014)

[Hisch] Hischer, Horst: Grundlegende Begriffe der Mathematik: Entstehung und Entwicklung: Struktur - Funktion - Zahl (2012)

[Holz] Holzäpfel, Lars: Lernen im Zusammenhang - Mathematik und andere Fächer in Mathematik lehren (2013)

[Köst] Kösters, Claudia: Was stellen sich Schüler unter Funktionen vor? in Mathematik lehren (1996)

[Lehr] Verordnung der Bundesministerin für Bildung, Wissenschaft und Kultur: $https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/11668_11668.pdf?4dzgm2$ (abgerufen am 19. Dezember 2014)

[Mal] Malle, Günther: Zwei Aspekte von Funktionen: Zuordnung und Kovariation in Mathematik lehren (2000)

[Math] Das ist Mathematik - Übungsbuch

[Meyer] Meyers kleine Enzyklopädie Mathematik (1995)

[Münch] Stereoanlage in $http : //www.didaktik.physik.uni - muenchen.de/archiv/inhalt_materialien/schueler_elektro/index.html$ (abgerufen am 12. April 2015)

[Reich] Reichel, Humenberger: Das ist Mathematik - Teil 4 (2004)

[Schl] Schlögelhofer, Franz: Vom Foto-Graph zum Funktions-Graph in Mathematik lehren (2000)

[Wiki] "Geschichte der Physik" in Wikipedia (abgerufen am 10. April 2015)

[Wiki2] "Mathematische Physik" in Wikipedia (abgerufen am 10. April 2015)

[Wiki3] "Theoretische Chemie" in Wikipedia (abgerufen am 10. April 2015)

Abbildungsverzeichnis

Curriculum vitae

Persönliche Daten

Name:	Barbara Gram
Nationalität:	Österreich
Familienstand:	ledig

Ausbildung

Sept. 1995 – Juni 2003	BG u. BRG St. Pölten
seit 2003	Studium an der Universität Wien
seit 2004	Studienrichtungswechsel zu Mathematik und Physik Lehramt

Praktische Erfahrungen

seit 2006	regelmäßige Mathematik - Nachhilfe
2011 - 2014	Mitarbeit/Assistenz beim Kolpingkurs St.Pölten
Sept./Okt. 2012	Lehrtätigkeit am BG/BRG Lilienfeld
Dez. 2012 – Jun.13	Lehrtätigkeit am BRG 14
seit Sept. 13	Lehrtätigkeit am BG/BRG St.Pölten
2006	Mitwirkung an Universitätsprojekten • „Projekt Farbe", St. Pölten • Kinderuniversität, Wien
seit 2006	Mitarbeit bei diversen Sport – Veranstaltungen der Fa. Kobli KG
seit 2005	Mitarbeit als Volunteer bei zahlreichen Veranstaltungen (z.B. UEFA Euro 2008, Special Olympics 2010, AIDS Konferenz 2010, Tischtennis Mannschafts-WM 2012,...)

Spezielle Kenntnisse

PC – Kenntnisse: Windows, MS-Office, Open Office, LaTeX, GeoGebra

Sprachen: Deutsch (Muttersprache)
Englisch (fließend in Wort und Schrift)
Russisch (Grundkenntnisse)

Maschinschreibkenntnisse (10-Finger-System)

Erste Hilfe Kurs 2012

St. Pölten, 11. Mai 2015

B Kurzfassung

Diese Arbeit beschäftigt sich in erster Linie mit dem wichtigen mathematischen Kapitel der Funktionen und deren Einführung im Schulunterricht der 8.Schulstufe.

Zuerst soll ein Überblick über die Wichtigkeit des fächerübergreifenden Unterrichtens im Allgemeinen gegeben werden. Anschließend wird die Entwicklung des Funktionsbegriffs anhand verschiedener Definitionen aufgezeigt, bevor im Hauptteil eine Befragung das Vorwissen der Schüler zu diesem Thema analysiert. In den darauf folgenden Unterrichtssequenzen bzw. -stunden soll eine Möglichkeit der Einführung in dieses Kapitel gezeigt werden. Der Unterrichtsertrag wird anhand einer zweiten anschließenden Befragung ermittelt. Daraus sollen dann Schlüsse für die weitere Unterrichtsarbeit gezogen werden.
In der gesamten Arbeit wird vor allem auf die beiden wesentlichen Aspekte der Zuordnung und der Kovariation eingegangen.

C Abstract

This thesis deals with the important mathematical topic of functions in school grade 8.

First there is a review of cross-curricular teaching. Then there is an overview on the evolution of the concept of functions on the basis of different definitions. In the main part of this thesis there is a survey to find out which preconcepts students have about this theme. In the following lesson concepts you can find a possibility to introduce functions in school. The outcome is evaluated in another survey to draw conclusions for future lessons.
The main focus in this thesis lies on the two important aspects of correlation and covariation.