universität wien

DIPLOMARBEIT / DIPLOMA THESIS

Titel der Diplomarbeit / Title of the Diploma Thesis

„Anwendungsorientierung im Mathematikunterricht“

Die Relevanz von Realitätsbezügen des Unterrichtsstoffs der Sekundarstufe I aus lernpsychologischer und historischer Perspektive

verfasst von / submitted by

Diana Daschütz

angestrebter akademischer Grad / in partial fulfilment of the requirements for the degree of

Magistra der Naturwissenschaften (Mag. rer. nat.)

Wien, 2016 / Vienna, 2016

Studienkennzahl lt. Studienblatt / degree programme code as it appears on the student record sheet:	A 190 406 299
Studienrichtung lt. Studienblatt / degree programme as it appears on the student record sheet:	Lehramtsstudium UF Mathematik UF Psychologie und Philosophie
Betreut von / Supervisor:	Doz. Dr. Franz Embacher

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich an Eides statt, dass ich die vorliegende Diplomarbeit selbstständig und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Die aus fremden Quellen direkt oder indirekt übernommenen Gedanken sind als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit wurde bisher in gleicher oder ähnlicher Form keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und auch noch nicht veröffentlicht.

Wien, __________________ ________________________

Ort, Datum Unterschrift

Vorwort

Das Thema dieser Arbeit „Anwendungsorientierung im Mathematikunterricht“ hatte mich schon seit einigen Jahren beschäftigt und ich war froh, endlich mit der Bearbeitung dieser tiefgreifenden Thematik beginnen zu können. Dieser Fragestellung wollte ich seit meiner Lehrtätigkeit auf einem Feriencamp der Kinderfreunde NÖ nachgehen, wo von Schülerinnen und Schülern der Sekundarstufe I immer wieder die Frage nach der Nützlichkeit und dem tatsächlichen Gebrauch der Mathematik aufkam. Diese Arbeit ist hauptsächlich dafür gedacht, eine einleuchtende Aufklärung zu bieten, da ich damals keine geeignete Antwort parat hatte. Im Laufe der Bearbeitung musste ich feststellen, wie weitläufig dieses Thema ist und, dass bereits viel dahingehend erforscht wurde und wird. Aufgrund der getätigten Einschränkungen wird kein Anspruch auf Vollständigkeit erhoben. Die hier vorliegende Diplomarbeit stellte einen großen Meilenstein meines Studiums dar und war mitunter die größte Herausforderung, mit der ich zu kämpfen hatte und deren Bearbeitung sich über die letzten Monate hinweg erstreckt hat.

Ich bin so vielen wichtigen Menschen zu Dank verpflichtet, die mich über diese Zeit hinweg immer wieder unterstützt und motiviert haben, weiter zu machen und das Ziel nicht aus den Augen zu verlieren. Zu Beginn möchte ich meinen Eltern Monika und Helmut den größten Dank aussprechen, ohne deren finanzielle Unterstützung ein Studium gar nicht möglich gewesen wäre. Im Besonderen möchte ich mich bei meiner Mutter bedanken, die mich Zeit meines Lebens gelehrt hat nie aufzugeben. Ohne der Unterstützung und dem Enthusiasmus meiner Schwester Julia wäre das Verfassen dieser Diplomarbeit nicht möglich gewesen. Ihr stetiger Ehrgeiz hat mich immer wieder angespornt und wirkte vorbildlich auf mich. Ein großes Dankeschön geht ebenfalls an meinen lieben Freund Christoph, der eine große Unterstützung bei der Korrektur dieser Arbeit war. Meinem toleranten Partner Daniel, der mir seit Beginn des Studiums zur Seite stand, auch wenn es manchmal schwierig war, möchte ich Danke sagen.

Zum Schluss möchte ich meinen Dank Herrn Doz. Dr. Franz Embacher für die kurzfristige Übernahme der Betreuung meiner Diplomarbeit aussprechen, sowie Herrn ao. Univ.-Prof. Dr. Karl Auinger, mit dessen Unterstützung mein Studium doch noch abgeschlossen werden konnte.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung und Erkenntnisinteresse

„Mathematik ist Teil unserer Welt und zugleich in ihr verborgen.“[1]

1.1 Wozu Mathematik?

„Kinder und Jugendliche leben in einer Kultur, zu der die Mathematik und mathematisches Wissen genauso gehören wie Musik, Kunst und Literatur.“[2]

Mathematik ist ein Kulturgut und beeinflusst einen Großteil unseres täglichen Lebens.

Mathematik wird als Bestandteil der Allgemeinbildung angesehen und repräsentiert einen Grundpfeiler des weltlichen Kulturkreises. Es ist wirklich bemerkenswert, welche notwendigen Erkenntnisse zu unserer heutigen Lebensführung zählen, die ohne Mathematik nicht entstanden wären. Der heutige Stellenwert der Mathematik für die Gesellschaft zeichnet sich vor allem an den zahlreichen Errungenschaften, die aus ihr hervorgehen, ab.

Mathematik ist viel mehr als ein bloßes Unterrichtsfach. Nach HEYMANN gilt „*Mathematik als kulturelle Errungenschaft, als gesellschaftliches Faktum, als akademische Wissenschaft und als lehrbares Wissensgebiet*“[3]. Darüber hinaus gilt Mathematik ebenso als Weltorientierung, da sich die Wissenschaft und deren Erkenntnisse darauf stützen und sich die Menschheit im täglichen Leben an mathematischen Errungenschaften ausrichtet.

Es gilt eine Brücke zwischen dem Weltbezug der Mathematik zur direkten Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler zu schlagen. Mit Weltorientierung ist nicht nur das simple Lösen von praxisnahen Beispielen gemeint, sondern ebenso die Einsicht, welche Zusammenhänge und kritische Reflexion verknüpft.[4]

---

[1] HEYMANN, Hans Werner: „Allgemeinbildung und Mathematik“, Weinheim/Basel: Beltz, 1996, Seite 183

[2] REISS; Christina; HAMMER, Christoph: „Grundlagen der Mathematikdidaktik“, Basel: Springer Basel, 2013, Seite 3

[3] HEYMANN: Seite 131

[4] Vgl. REISS; HAMMER: Seite 3ff

Die Lernenden sollen verstehen, dass mathematische Kenntnisse zum Verständnis und zur Erklärung von alltäglichen Problemen beitragen. Das Konzept des Unterrichts soll einen Teil des Wissens für die Bewältigung wesentlicher gesellschaftlicher Prozesse vermitteln und zusätzlich solche Erfahrungen zwischen der Mathematik und dem Alltag ermöglichen.

Die Fragestellung dieser Arbeit fokussiert sich zwar auf das Thema der Anwendungsorientierung, jedoch ist Mathematik weit mehr als nur das Lösen von realitätsnahen Aufgaben. Durch die reine Bearbeitung von anwendungsorientierten Beispielen kann diese breite Masse an Wissen nie vermittelt werden. Andererseits, sollten diese Praxisaufgaben jedoch komplett ausgeblendet werden, wäre der Allgemeinbildungsaspekt nicht erfüllt und eine Wissenslücke drohe zu entstehen. Der Mathematikunterricht sollte unterschiedliche Wege und Arten des Denkens schulen, wie beispielsweise die Technik des Problemlösens.

Dies ist nur eine Art von Rechtfertigung, warum der Mathematikunterricht im Lehrplan so reichhaltig vorkommt. In der vorliegenden Arbeit wird jedoch der Blickwinkel auf die lebenspraktische Mathematik mit ihren alltagsbezogenen Anwendungen gerichtet – sozusagen eine Art, die Mathematik als Hilfsmittel zur Bewältigung des Lebensweges sieht.

In mehreren Studien, welche alle ähnliche Ergebnisse vorweisen konnten, wurde untersucht, welche Aspekte des Mathematikunterrichts im Berufsleben später angewandt werden. Es konnte zusammengefasst festgestellt werden, dass hauptsächlich Themen aus der Sekundarstufe I in Verwendung sind. Einige genannte Bereiche waren: Grundrechenarten, Rechnen mit Größen und Maßeinheiten, Bruchrechnung, Prozentrechnung, Schlussrechnung, Überschlagen und Schätzen, Kenntnisse über Figuren und Körper und deren Eigenschaften und der Umgang mit Tabellen und Grafiken.[5] Obwohl die oben genannten Bereiche direkt anwendbar scheinen, haben nach HEYMANN trotzdem viele Schülerinnen und Schüler Probleme damit, diese im praktischen Alltag zu

[5] Für die exakten Titel der Studien vgl. HEYMANN: Seite 136f

verwenden, da sich diese radikal von den Aufgabensituationen im Mathematikbuch unterscheiden.[6]

Daraus lässt sich ableiten, dass die Themenbereiche aus der Sekundarstufe I im späteren Berufsleben von erheblicher Relevanz sind. Die Notwendigkeit und Bedeutung dieser Stoffgebiete ist für Schülerinnen und Schüler auf den ersten Blick wahrscheinlich nicht ersichtlich. Manchmal ist es gar nicht möglich, einen Bezug zur Lebenswelt dieser herzustellen und dies ist auch nicht immer hilfreich, obgleich gewisse Lehrpunkte selbsterklärend sind und so die Verbindung für den späteren individuellen Lebensweg darstellen.

Manche Themengebiete würden durch den Anwendungsaspekt nur verkompliziert werden und wären dadurch für einige Schülerinnen und Schüler zu komplex und undurchschaubar.[7]

Ausgehend von der These, dass anwendungsorientierte Aufgaben notwendig sind, um den Alltagsbezug von Mathematik aufzuzeigen, wird diese Arbeit aufgebaut.

1.2 Aufbau der Arbeit

Das Thema der Anwendungsorientierung, im Spezifischen auf den Mathematikunterricht bezogen, wurde schon von einigen Wissenschaftern bearbeitet und tiefgründig erforscht. Deshalb wird in dieser Arbeit der Schwerpunkt der Themensetzung von Realitätsbezügen im Unterricht der Sekundarstufe I aus einem neuen Blickwinkel hergeleitet: Ausgehend von psychologischen Konzeptionen, welche die theoretische Basis dieser These darstellen, wird zusätzlich noch der geschichtliche Aspekt der Mathematik herangezogen. Daraus werden die Erkenntnisse abgeleitet und die Notwendigkeit von Anwendungsorientierung im Unterricht begründet.

Um die hier vorliegenden Forschungsthesen zu begründen und zu beweisen, wird auf vorhandene wissenschaftliche Literatur, sowie aktuelle Studien zurückgegriffen.

---

[6] Vgl. HEYMANN: Seite 142f
[7] Vgl. HEYMANN: Seite 191

Im folgenden und somit zweiten Teil dieser Arbeit werden sowohl die theoretischen Erkenntnisse aus der Lernpsychologie bezüglich anwendungsorientierter Aufgaben im Mathematikunterricht dargestellt, aber auch relevante Theorien aus der Pädagogik, wie das didaktische Prinzip der Lebensnähe präsentiert und diskutiert. Zum weiteren Verständnis werden zusätzlich motivationale Konzepte, aber auch lerntheoretische Thesen, vorgestellt.

Inhalt des dritten Teils ist die geschichtliche Entwicklung der Mathematik und dessen Richtung, nämlich von der Praxis zur Theorie. Einige geschichtliche Beispiele aus Schulbüchern, welche auch direkt im Unterricht angewandt werden können, werden vorgestellt.

Im vierten Teil wird das Konzept der Anwendungsorientierung präsentiert und bildet mit dem fünften Teil den Kern der hier vorliegenden Arbeit. Das Konzept der Anwendungsorientierung wird wie das „Modellieren" vorgestellt, sowie dessen Probleme und Schwierigkeiten bei der direkten Durchführung im Unterricht im Allgemeinen. Danach wird Bezug auf die Sekundarstufe I genommen und eine Auswahl von Themengebiete werden auf die Anwendungsorientierung hin analysiert. Es werden Beispiele präsentiert, die die Ausübung von praxisnahen Aufgaben von eher theoretischen Inhalten erleichtern sollten.

Am Schluss werden alle gewonnen Erkenntnisse in einem Resümee zusammengefasst und die vorliegenden Forschungsfragen beantwortet.

1.3 Definition der Begriffe

Der Begriff der Anwendungsorientierung ist noch relativ jung, da die Diskussion über Realitätsbezüge im Mathematikunterricht erst in den 1960er / 1970er Jahren aufkam. Auf die genaue geschichtliche Entwicklung wird im Kapitel 3.1.2 näher eingegangen.

Unter *Anwendungsorientierung* ist ein Unterrichtskonzept zu verstehen, welches realitätsnahe und praxisorientierte Beispiele behandelt. Im Speziellen sind außermathematische Anwendungen gemeint, welche realitätsnahe Situationen aus dem Alltag abbilden.

Nach BECKER meint Anwendungsorientierung: *„Das Einbeziehen von Anwendungen der Mathematik in den Unterricht*“.[8] Das Wort *Orientierung* bedeutet, dass sich der Mathematikunterricht an den Realsituationen orientiert. Von Anwendung wird gesprochen, da ein mathematisches Modell oder ein Lösungsweg an einem Alltagsproblem angewandt wird, um dieses zu bearbeiten. Weitere Ausdrücke, die im Prinzip synonym verwendet werden sind: Realitätsnähe, Alltagsbezug und Praxisorientierung.

Unter *Modellierung* ist ebenfalls eine Unterrichtsmethode zu verstehen, in welcher jedoch rein Situationen aus der Realität mit mathematischen Modellen behandelt werden. Dieses Konzept stellt einen Aspekt der Anwendungsorientierung dar und wird im vierten Kapitel näher beschrieben. In der Volksschule wird hauptsächlich der Terminus „Sachrechnen“ verwendet, welcher jedoch das gleiche ausdrückt und noch von einfacherer Komplexität ist. Unter dem Begriff Sachrechnen versteht der Volksschuldidaktiker *„die Beschäftigung mit Sachaufgaben*“.[9]

1.4 Forschungsfragen und Erkenntnisinteresse

Der Anwendungsorientierung und dem Einsatz von Realitätsbezügen kommt trotz vielfältiger Beispiele noch nicht die Bedeutung im Mathematikunterricht zu, wie sie in der fachdidaktischen Diskussion und in den Bildungsstandards erwähnt wird.

Nach einem durchgeführten Versuchsprogramm in den Jahren von 1998-2003 von Katja MAAß und Gabriele KAISER, in dem die „mathematischen Beliefs“[10] von Lehrenden untersucht wurden, lässt sich zeigen, dass viele Lehrerinnen und Lehrer, aber dementsprechend auch die Schülerinnen und Schüler ein sehr theoretisches Bild von Mathematikunterricht haben. Selbst nach der Studie

---

[8] BECKER, Gerhard; et al.: „Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I“, Bad Heilbrunn: Klinkhardt, 1979, Seite 9

[9] GLATFELD, Martin (Hrsg.): „Anwendungsprobleme im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I“, Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg, Seite 41

[10] KAISER, Gabriele; MAAß, Katja: „Vorstellungen über Mathematik und ihre Bedeutung für die Behandlung von Realitätsbezügen“ in: BÜCHTER; et al. (Hrsg.): „Realitätsnaher Mathematikunterricht – vom Fach aus und für die Praxis“, Hildesheim/ Berlin: Franzbecker, 2006, Seite 85

konnten nur wenig Veränderungen im Umdenken, bezogen auf Realitätsbezüge im Unterricht, ausgemacht werden. Die diesbezüglichen Einstellungen der Lehrkräfte stehen laut diesen Ausführungen in direktem Zusammenhang mit dem Bild der Schülerinnen und Schüler, wie Mathematikunterricht sein muss. In den Köpfen der Lernenden ist dieser inständig mit „Rechnen“ verknüpft.[11]

Davon ausgehend wird in dieser vorliegenden Arbeit versucht herauszufinden, wie es möglich ist, Anwendungsorientierung im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I, zu integrieren. Außerdem wird analysiert, um die Notwendigkeit von Realitätsbezügen aus der psychologischen, sowie pädagogischen, aber auch aus der historischen Perspektive zu rechtfertigen.

Folgende Forschungsfragen werden versucht in der hier vorliegenden Arbeit zu beantworten:

FF 1: Kann im Lehrplan des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe I Anwendungsorientierung festgestellt werden?

FF1a: Mit welchen Methoden und Möglichkeiten wird versucht Anwendungsorientierung in den Unterricht einzubauen?

FF1b: Welche Vorkehrungen müssen vom Lehrpersonal getroffen werden?

FF 2: Inwiefern ist es möglich, den Unterrichtsstoff der Sekundarstufe I anwendungsorientiert zu gestalten?

FF2a: Welche Inhalte eignen sich besonders, um Anwendungsorientierung im Unterricht zu bearbeiten?

FF2b: Welche Themengebiete der Sekundarstufe I werden im Alltag am meisten benötigt?

FF 3: Warum ist es ratsam, einen anwendungsorientierten Mathematikunterricht anzubieten?

[11] Vgl. KAISER; MAAß: Seite 83-93

2. Theoretische Konzeption: Psychologischer Aspekt

HUMBOLDT definierte Bildung als *„die Anregung aller Kräfte des Menschen, damit diese sich über die Aneignung der Welt entfalten und zu einer sich selbst bestimmenden Individualität und Persönlichkeit führen“*.[12]

Die Schule hat einen Bildungsauftrag, dies bedeutet nach dem einleitenden Zitat, dass Schülerinnen und Schüler zu ihrer bestmöglichen Persönlichkeit heranerzogen werden sollen.

Die Psychologie, im Speziellen die Lernpsychologie, sowie die Pädagogik stellen Eckpfeiler einer didaktischen Lehrmethode dar. Für den Unterricht ist es für jede Lehrerin und jeden Lehrer notwendig über gewisse Grundlagen bezüglich des Lernverhaltens Bescheid zu wissen. Dieses Basiswissen, um Anwendungsorientierung im Unterricht anwenden zu können, wird im folgenden Kapitel behandelt. Um in weiteren Schwerpunkten der Arbeit auf diese Erkenntnisse zurückgreifen zu können, wird hier das theoretische Fundament gelegt. Zuerst wird auf die Lernpsychologie eingegangen, indem einzelne Lernarten vorgestellt werden, die direkten Einfluss auf realitätsbezogenen Unterricht ausüben. Eine spezielle Form davon ist das Problemlösen, welche in diesem Textabschnitt vorgestellt wird, aber im Laufe der Arbeit immer wieder aufgegriffen werden wird. Ein weiterer wichtiger Teilaspekt der Psychologie ist die Motivation, im Besonderen unter dem Hinblick der Unterrichtsgestaltung.

Um bestimmte Prozesse verstehen zu können, muss auch das didaktische Prinzip der Lebensnähe näher betrachtet werden. Dieses stellt einen wichtigen Punkt im Lehrplan und der Unterrichtsdidaktik dar und fungiert als Eckpfeiler der Theorie der Anwendungsorientierung. Danach wird die Didaktik der Mathematik näher betrachtet, um eine realitätsnahe Unterrichtsgestaltung zu ermöglichen.

[12] Bildungsbegriff nach HUMBOLDT zitiert nach http://www.bildungsxperten.net/wissen/was-ist-bil-dung/ 27.10.2015, 13:58 Uhr

2.1 Lernpsychologie

Die Lernpsychologie ist ein Teilgebiet der allgemeinen Psychologie und beschäftigt sich einerseits damit, wie wir lernen, aber auch wie die zu lernenden Inhalte besser im Gedächtnis verankert werden können, um diese danach schneller wieder abrufen zu können.

In diesem Kapitel soll behandelt werden, was man generell unter dem Begriff Lernen versteht, welche Maßnahmen im Unterricht gesetzt werden können, damit dieser Prozess den größten Nutzen für die Schülerinnen und Schüler hat und wie die Lernmotivation stets hoch gehalten werden kann. Außerdem werden verschiedene Arten des Lernens vorgestellt, welche in direktem Zusammenhang mit dem Anwendungsaspekt stehen. Zusätzlich wird versucht zu verdeutlichen, von welch hoher Bedeutung ein Realitätsbezug im Unterricht für den Lernenden ist, speziell im Mathematikunterricht.

2.1.1 Was ist Lernen?

Um diese Frage beantworten zu können, muss eine genaue Definition und Eingrenzung des Begriffs vorgenommen werden. Es finden sich zahlreiche unterschiedliche Beschreibungen, was den Begriff Lernen betrifft, je nachdem ob Psychologen, Pädagogen oder auch Biologen herangezogen werden.

Auf den ersten Blick wird Lernen häufig mit Schule in Verbindung gebracht, jedoch ist dieses nicht unbedingt auf diese beschränkt, sondern vollzieht sich im alltäglichen Leben.

Nun folgt eine psychologische Definition von Lernen:

> *„Lernen ist ein Prozess, bei dem es zu überdauernden Änderungen im Verhaltenspotenzial als Folge von Erfahrungen kommt.“*[13]

---

[13] Definition von Lernen nach HASSELHORN, Marcus; GOLD, Andreas: „Pädagogische Psychologie“ Stuttgart: Verlag W. Kohlhammer, 2013, Seite 37

Laut diesem Zitat würde dies bedeuten, dass Handlungsweisen langanhaltend umgestaltet werden, vor allem dadurch, dass neue Erkenntnisse gewonnen werden. Genau dies gilt es im Unterricht durchzuführen und zu berücksichtigen, indem eine Vielzahl von Lehr- und Lernmethoden vom Lehrkörper dargeboten werden.

Das Lernen in der Schule beschränkt sich zu einem Großteil hingegen auf das Erlernen und Verarbeiten von Symbolsystemen und dessen Anwendungen (z.B.: Schreiben, Rechnen, Lesen, ...). Andere Lernformen finden sich dann vermehrt beispielsweise im Sport- oder Musikunterricht oder in künstlerischen Lerngegenständen (z.B.: Singen, Malen, Laufen, ...), können sich aber auch in Form von Gedichten oder Vokabellernen äußern.

THORNDIKE meinte, dass Lehrerinnen und Lehrer die Wissensübertragung begünstigen können, indem die Schülerinnen und Schüler darauf hingewiesen werden, welche Situationen zu dieser ähnlich sein könnten.[14] Warum Ähnlichkeiten das Erinnern begünstigen, darauf wird im nachfolgenden Kapitel näher eingegangen.

Mit gewissen Strategien kann dieses Lernen unterstützt und erleichtert werden. Von diesen Methoden gibt es wissenschaftlich betrachtet zahlreiche, jedoch werden in dieser Forschungsarbeit nur jene erwähnt, welche im Zusammenhang mit Realitätsnähe als relevant betrachtet werden. HASSELHORN und GOLD haben hierzu Hilfestellungen aufgezählt, die das Lernen erleichtern.

<u>Lernfördernde Hilfen</u>:

1) Beziehung zwischen den neu zu lernenden Inhalten und dem schon Gelernten aufbauen
2) Aufmerksamkeit erwecken
3) Inhalte klar und anschaulich formulieren (nicht theoretisch)

Außerdem kann gesagt werden, dass je vertrauter die zu erlernenden Konzepte sind, desto leichter werden diese gemerkt und enkodiert. [15]

---

[14] Vgl. LEFRANÇOIS, Guy R.: „Psychologie des Lernens“, Heidelberg: Springer Medizin Verlag, 2006, Seite 84

[15] Vgl. HASSELHORN; GOLD: Seite 51, 58

Hierbei muss auch der Novitätseffekt beachtet werden. Das Wort „Novität“ bezeichnet etwas Neues oder eine Neuigkeit.[16] Dieser Effekt beschreibt das Phänomen, welches bei Experimenten auftritt, dass die Versuchspersonen auf die neue und spannende Situation mit großem Interesse reagieren. Dieser Effekt baut jedoch rasch wieder ab.[17]

Für den Unterricht kann dieser Effekt so interpretiert werden, dass Schülerinnen und Schüler anfangs auf eine neu eingeführte Methode besonders positiv reagieren. Doch gilt es das Interesse auch danach noch hoch zu halten, indem man als Lehrkraft Kenntnis über diesen Effekt besitzt und Wege findet die Lernenden zu motivieren. Das Thema Motivation wird im folgenden Unterkapitel noch intensiver behandelt.

Nachdem jetzt die Frage geklärt wurde, was denn unter Lernen zu verstehen ist, wird als Nächstes der Blickwinkel darauf gerichtet, wie Lernen und auch Denken entsteht.

2.1.2 Kognitive Psychologie

Kognitive Psychologie erforscht, als ein Teilgebiet der allgemeinen Psychologie, vor allem intelligente menschliche Handlungen und Leistungen. Es wird erforscht, „wie das Denken im Kopf entsteht“[18]. Dies bedeutet, dass die Informationsverarbeitungsprozesse, aber auch mentale Vorgänge behandelt werden.

Kognitive Handlungen, hier im Speziellen Lernen, laufen meist wie folgt ab:

Relationen werden durch das Verknüpfen einzelner Punkte (oder Items) mit Objekten hergestellt. Dies bedeutet, dass diese in Beziehung zueinander gesetzt werden. Dadurch werden die Informationen im Gedächtnis abgespeichert – diese Items werden sozusagen enkodiert. Durch das Bilden von Assoziationen können

---

[16] http://www.duden.de/rechtschreibung/Novitaet, 1.2.2016, 13:27 Uhr

[17] Vgl. DÖRING, Nicola; BORTZ, Jürgen: „Forschungsmethoden und Evaluation in den Sozial- und Humanwissenschaften“, Berlin/Heidelberg: Springer Verlag, 2016, Seite 101

[18] WENTURA, Dirk; FRINGS, Christian: „Kognitive Psychologie“, Wiesbaden: Springer VS Verlag, 2013, Seite 10

diese Lerninhalte noch besser eingeprägt und somit auch wieder in Erinnerung gerufen werden.

Nach einem Experiment von GODDEN und BADDELEY konnte herausgefunden werden, dass deutlich mehr Inhalte erinnert werden, wenn sich Lern- und Abrufkontext ähneln, da das Erinnerungsvermögen kontextabhängig arbeitet.

Wie dadurch festgestellt wurde, sind diese Gedächtnisinhalte, durch diese kontext- und beziehungsabhängige Enkodierung, auch in ähnlichen Situationen abrufbar.[19] Es kann gesagt werden, dass dadurch eine Nähe zu der Übungssituation und eine Vertrautheit zu den gelernten Inhalten entsteht. WENTURA und FRINGS sprechen in diesem Zusammenhang von einem „*vertrautheitsbasierten Wiedererkennen*“.[20]

Demnach verfügen wir Menschen über sogenannte kognitive Schemata, die dann aktiviert werden, sobald gewisse Themenbereiche von Sachwissen betrachtet werden. Durch Vertrautheit, aber auch durch Ähnlichkeiten werden diese Verknüpfungen aktiviert, dann wenn wir diese brauchen.[21]

Jedoch kann es auch passieren, dass diese Kognitionen nicht mehr verfügbar sind. Dann sprechen wir von Vergessen. Vergessen kann nach WENTURA und FRINGS einerseits den Verlust einer Kodierung bedeuten, aber auch das Überlappen durch neuerlernte Inhalte. Dies bedeutet, dass Überlernt wurde und neues oder ähnliches Wissen an bereits bestehende Schemata angeknüpft wurde. Dennoch können gewisse Wissensstränge auch schlummern, wenn diese nicht sofort aktiviert werden. Dabei wird aber nicht von Vergessen gesprochen.[22]

Ein spezieller Typus, welcher von der kognitiven Psychologie behandelt wird, ist das *intuitive Denken*. Die vorher genannten Erkenntnisse dienen als dessen wissenschaftliche Basis und stellen eine relevante These für die vorliegende Arbeit dar. Um dieses Thema weiter ausführen zu können, bedarf es zuallererst einer Begriffsdefinition von EDELMANN und WITTMANN.

---

[19] Vgl. WENTURA; FRINGS: Seite 106ff

[20] WENTURA; FRINGS: Seite 115ff

[21] Vgl. EDELMANN, Walter; WITTMANN, Simone: „Lernpsychologie“, Basel: Beltz Verlag, 2012, Seite 131

[22] Vgl. WENTURA; FRINGS: Seite 110

Intuitives Denken *„geht von einzelnen Erfahrungen aus, zielt auf Erfassung des Problems in seiner Gesamtheit, ermöglicht neuartige Lösungen und ist relativ einfallsartig.“*[23]

Diese Denkmethode gründet auf einer Vertrautheit mit gewissen Themengebieten und den damit einhergehenden Strukturen. Deshalb ist schnelles Umdenken und „Herumspringen“ möglich. Diese Kenntnisse sind wichtig für den Mathematikunterricht, da dieses Phänomen auch als Merkmal von Problemlöseprozessen gilt (siehe Kapitel 2.1.4).[24]

Nachdem ein Überblick über die allgemeine kognitive Psychologie und der Entstehung von Denkvorgängen gegeben wurde, wird nun im Speziellen auf die Entstehung mathematischer Denkprozesse Bezug genommen.

Die Entwicklung mathematischen Denkens

Eine Handlungsweise, wie sich mathematisches Denken entwickeln kann, nennt sich *„die operative Methode“*. Neben dieser bestehen noch weitere Theorien, jedoch steht diese Technik in direktem Zusammenhang mit dem Forschungsgebiet der Anwendungsorientierung. Beschrieben wurde diese von Hans AEBLI (1923-1990), welcher die Sichtweisen von PIAGET und BRUNER heranzog und erweiterte. Er beschäftigte sich mit den Erfahrungen, die notwendig sind, um gewisse Denkoperationen durchführen zu können. Seine Erkenntnisse wurden zwar allgemein für die Schule formuliert, das Konzept lässt sich jedoch direkt im Mathematikunterricht anwenden. Im Zentrum seiner Theorie steht das selbstständige Handeln der Schülerinnen und Schüler, einerseits das manuelle Handeln, aber auch Denkhandlungen.

Nach den Ausführungen von AEBLI ist es wichtig den aktuellen Erfahrungs- und Wissensstand der Schülerinnen und Schüler einzuschätzen, um daraufhin festzulegen, wie anschaulich neue Inhalte dargeboten werden sollten. Diese Denkoperationen erfolgen nach AEBLI stufenweise und müssen schrittweise

[23] EDELMANN; WITTMANN: Seite 127
[24] Vgl. EDELMANN; WITTMANN: Seite 127

gefestigt werden, im Gegensatz zu PIAGET, wo sich die Denkentwicklung zwar auch in Stufen vollzieht, aber altersabhängig ist.[25]

Er wies explizit in seiner Theorie auf Folgendes hin: „*Das Ziel ist Beweglichkeit, die sich darin ausdrückt, dass man gedankliche Operationen zusammensetzen kann, sie in unterschiedlicher Zusammensetzung planbar sind und ggf. auch rückgängig gemacht werden können.*“[26]

Durch dieses Zitat wird verdeutlicht, dass dieses Endergebnis auf verschiedene Wege erreichbar ist. Ein Beispiel hierfür ist die Assoziativität und das Assoziativgesetz für ganze Zahlen aus der Mathematik:

$$[\ (a + b) + c = a + (b + c)\ ]$$

Dieses legt dar, dass beide Rechenwege zu dem gleichen Ergebnis führen. Dies bedeutet für die operative Methode, dass das Ziel hier der Aufbau von Verständnis und nicht das bloße Anwenden von einstudierten Rechenabläufen ist.[27]

Man kann festhalten, dass diese gewonnenen Erkenntnisse, bezüglich Denkoperationen, eine wichtige Grundlage für den Mathematikunterricht sind. Um dieses Wissen direkt in der Praxis anwenden zu können, bedarf es noch der Vorstellung unterschiedlicher Lerntypen. Die im nachfolgenden Kapitel vorgestellten Formen des Lernens beeinflussen den Schulunterricht und damit den Schwerpunkt der Arbeit.

[25] Vgl. REISS; HAMMER: Seite 34
[26] REISS; HAMMER: Seite 34
[27] Vgl. REISS; HAMMER: Seite 34f

2.1.3 Arten des Lernens

a) <u>Sinnvolles Lernen</u>

Sinnvolles Lernen meint, dass das Gelernte stets sinnvoll für den Lernenden sein muss und somit die Lernaufgabe inhaltlich einen Sinn erfüllen sollte.

Nach den Ausführungen von AUSUBEL, ist der Kernpunkt eines sinnvollen Lernprozesses, dass die zu erlernenden Inhalte in Bezug gesetzt werden mit den Inhalten, die der Lernende bereits weiß und an die bestehende Wissensstruktur anknüpfen. [28]

EDELMANN und WITTMANN formulierten kurz und knapp: *„Der wichtigste Faktor, der das Lernen beeinflusst, ist das, was der Lernende bereits weiß.“*[29]

Bezugnehmend auf das Zitat sind die vorhandenen Wissensstrukturen der Anker, damit diese Lernform überhaupt stattfinden kann und eine Interaktion mit bereits gelerntem Lehrstoff darauffolgend ausgeübt wird. Dieser Vorgang nennt sich *Assimilation* und ist ursprünglich in der Biologie angesiedelt. Geprägt wurde dieser Begriff von Jean PIAGET und meint wörtlich übersetzt „Anpassung“. Im wissenschaftlichen Sinn bedeutet dies, dass der Mensch die Welt an seine Vorstellungen anpasst und eine Uminterpretation stattfindet, welche eine Erleichterung mit sich bringt. Diese These ist für den Unterricht von enormer Bedeutung, da neu zu erlernende Inhalte so präsentiert werden sollten, damit sich eine Anpassung vollziehen kann. Dieser Prozess verläuft individuell, da jede Schülerin und jeder Schüler über unterschiedliches Vorwissen verfügt. Diese differenzierten Vorkenntnisse und Vorerfahrungen bilden somit den Rahmen dieses aktiven Lernprozesses.[30] Als Lehrerin und Lehrer gilt es diesen bestmöglich zu begleiten und zu beaufsichtigen.

Betrachtet man beispielsweise im Speziellen das Erlernen von Vokabeln unter dem Gesichtspunkt des sinnvollen Lernens, ist das sture Auswendiglernen weniger geeignet, jedoch nicht weniger wichtig.

---

[28] Vgl. AUSUBEL, David: „Psychologie des Unterrichts - Band 1“, Weinheim/Basel: Beltz Verlag, 1974, Seite 39f

[29] EDELMANN; WITTMANN: Seite 124

[30] Vgl. HASSELHORN; GOLD: Seiten 63ff

In einer Studie mit dem Titel „*Demonstration des rekonstruktiven Charakters des Verstehens und Behaltens von Texten*“ hat BARTLETT im Jahr 1932 versucht herauszufinden, wie schwierige Texte leichter verständlich gemacht werden können. Dadurch wurde die Theorie der Assimilation in praktischer Form verdeutlicht.

Dafür bekamen die Probanden einen Text über eine indianische Sage vorgelegt, welcher gelesen werden sollte. Danach mussten sie die Geschichte mit nicht vertrautem Inhalt wiedergeben. Bei der Reproduktion wurde von den Probanden für den Inhalt irrelevante Passagen teilweise weggelassen und Unverständliches wurde so umstrukturiert, um es dadurch verständlicher und sinnvoller darzustellen.

Dadurch zeigte sich, dass bei der Wiedergabe auf bereits bekannte Wissensstrukturen zurückgegriffen wurde. Schwer verständliche oder nicht klar dargestellte Inhalte mussten zuerst in individueller Weise transformiert werden, bevor diese sinnvoll verarbeitet werden konnten.

Für den Unterricht ist diese Erkenntnis deshalb von enormer Bedeutung, da der Sprache hierbei eine große Bedeutung zugeschrieben wird. Verwendete Begriffe werden als bereits bekannt angenommen, oder sollten durch Umschreibungen verstanden werden können. Noch nie gehörte und unbekannte spezifische Fachbegriffe benötigen daher eine vorhergehende Definition.[31]

Um einen Lernprozess im Unterricht herzustellen, der den Schülerinnen und Schülern sinnvoll erscheint, sollten die Aufgaben in realitätsnahen und passenden Situationen dargestellt werden. Dadurch können die Lernenden einen Bezug herstellen und sollten die Ähnlichkeit zu echten Alltagssituationen erkennen.[32] Gewisse Themengebiete der Mathematik gestalten sich ziemlich schwierig, diese in einen Realkontext zu stellen. Jedoch ist es nicht notwendig, dass alle durchgeführten Beispiele anwendungsorientiert sind. Die Mathematik ist schließlich und endlich eine logische Wissenschaft, die es auch durch

[31] Vgl. EDELMANN; WITTMANN: Seite 148

[32] Vgl. LEFRANÇOIS: Seite 179

theoretische Aufgaben zu erlernen gilt, sodass beispielsweise (2a+3a) berechnet werden kann.

Die nächste vorgestellte Lernform weist ähnliche Ansätze auf, unterscheidet sich jedoch indem das Entdecken der Lernerkenntnisse im Vordergrund steht.

b) Entdeckendes Lernen

Bei der Methode des *entdeckenden Lernens* ist der eigentliche Hauptlerninhalt nicht gegeben. Das bedeutet, dass das zu Lernende, also die tatsächliche Bedeutung, von der Schülerin und vom Schüler selbst entdeckt werden muss.[33]

EDELMANN und WITTMANN stellen fest, dass hautsächlich die alltäglichen Probleme des Lebens vor allem durch entdeckendes Lernen gelöst werden.[34]

Dieser Lernprozess wird wissenschaftlich auch *Induktion* genannt. Dabei wird vom besonderen Einzelfall auf die große Gesamtheit geschlossen.[35] Durch diese induktive Herangehensweise im Unterricht, wird hauptsächlich versucht, dass die Regeln und die Vorgehensweise einer Methode erlernt werden. Durch den Prozess des Entdeckens, welcher rein aufs selbstständige Tun ausgerichtet ist, wird versucht die Struktur hinter gewissen Rechenbeispielen zu erforschen.[36]

Der Lernende soll Einsicht gewinnen, indem die Beispiele, die gelöst werden sollen, nicht durch das reine Aneignen einzelner Schritte bewältigt werden können, sondern ein Hinterfragen und logisches Denken verlangt und vorausgesetzt wird. In diesem Zusammenhang gibt es nicht nur einen richtigen Weg, der zur Lösung des Problems führt, sondern unterschiedliche Lösungsarten.

Wichtig für diese Art des Lernens ist, dass die Lehrerin und der Lehrer nicht direkt die Aufgabe löst, sondern eher den Lernenden die Richtung vorzeigen und sie so zur Aufdeckung anleiten soll.[37] Dadurch kommt es zur Entdeckung eines möglichen Handlungsweges, welche namensgebend für diese Technik ist.

---

[33] Vgl. EDELMANN; WITTMANN: Seite 125f
[34] EDELMANN; WITTMANN: Seite 126
[35] Vgl. EDELMANN; WITTMANN: Seite 127
[36] Vgl. EDELMANN; WITTMANN: Seite 150
[37] Vgl. LEFRANÇOIS: Seite 179

Diese Art des Lernens ist dem „Problemlösen“ sehr ähnlich, welche im Kapitel 2.1.4 ausführlicher erklärt und beschrieben wird.

c) <u>Authentisches Lernen</u>

Niemand würde abstreiten, dass Lernen in der Schule authentisch sein sollte, was einerseits die Auswahl der Aufgaben, aber andererseits auch das Material betrifft. Dennoch kommen immer wieder Themenbereiche vor, wo sich so manche Schülerin und mancher Schüler folgende Fragen stellen: Welchen Nutzen bringt mir das Gelernte? Werde ich das jemals brauchen?

Genau da kann auf das hier beschriebene Modell zurückgegriffen werden. Der Begriff des *authentischen Lernens* wird von REITZER wie folgt definiert: *„Darunter versteht man ein Lernen, das sich direkt mit dem jeweiligen Lerngegenstand befasst, anstatt lediglich darüber zu sprechen.“*[38]

Laut diesem Zitat würde dies bedeuten, dass es hierbei zu einer Verbindung von theoretischem Wissen mit praktischen Anwendungen kommt. Diesen geeigneten zweckdienlichen Nutzen sollte jeder Mensch stets vor Augen haben und somit auch als Lernziel formuliert werden.

Nach REITZER werden, infolge des Praxisbezugs, die Inhalte als spannender und realitätsnäher verortet und so im Gehirn abgespeichert, dass das Wissen in bestimmten Situationen abrufbereit und anwendbar ist. Dies würde bedeuten, dass neuerlangtes Wissen häufiger erinnert wird und Chancen hat, dauerhaft bestehen zu bleiben, falls es mit Situationen verknüpft wird, welche für den Lernenden von besonderer Relevanz sind.[39]

REITZER fasst dies wie folgt zusammen:

„Nur 30% des Materials, das der Lernende durch Hören und Sehen aufgenommen hat, bleibt ihm in Erinnerung. Wenn er nachhaltig mit dem Stoff vertraut werden soll, müssen praktische Anwendungen folgen, um das Verstandene in die Praxis umzusetzen.“[40]

---

[38] REITZER, Christine: „Erfolgreich lehren: Ermutigen, motivieren, begeistern“, Berlin: Springer VS Verlag, 2014, Seite 124

[39] Vgl. REITZER: Seite 122ff

[40] REITZER: Seite 128

Als Konsequenz für die Schule ist daraus abzuleiten, dass immer wieder in den Unterricht Anwendungsbeispiele eingebaut werden sollten, um die Inhalte dauerhaft verfügbar zu machen. Dies schließt dennoch mit ein, dass Schülerinnen und Schüler konzentriert arbeiten und mitlernen.

Eine Methode, um anwendungsorientierte Aufgaben im Mathematikunterricht zu behandeln, ist das Problemlösen. Wie bereits erwähnt vereint dieses Modell, die schon oben genannten Lernformen. Im folgenden Kapitel wird dieser Prozess näher vorgestellt und die unterschiedlichen Arten des Problemlösens dargeboten.

2.1.4 Der Prozess des Problemlösens

In der Mathematik wird man des Öfteren vor ein Problem gestellt, wo es darum geht einen geeigneten Weg zu finden, um dieses zu lösen. Ein „Problem" sei, betrachtet man die offizielle Definition des Duden, eine schwierige ungelöste Aufgabe.[41]

ZECH versteht unter diese Methode, dass der *„Problemlöser durch eigene Überlegung lernt*."[42] Dies bedeutet, dass die Schülerin oder der Schüler auf bereits bekannte Regeln und Begriffe zurückgreift und diese selbstständig in einer neuen Situation anwendet. Kognitive Muster, sowie logische vorabbekannte Strategien können vom Lernenden angewandt werden, um eigenständig zu einem Lösungsweg zu gelangen. Das Wichtige bei diesem Prozess ist weniger das Problem, als dass etwas Neues erlernt wird.[43] Diese Unterrichtsmethode versteht sich als *„entdecken lassendes Verfahren*."[44] Die Rolle der Lehrerin und des Lehrers besteht darin die Lernenden anzuleiten und denkstrategische Hilfanstöße zu geben. Solche Denkhilfen können

---

[41] http://www.duden.de/suchen/dudenonline/problem, 11.1.2015, 22:01 Uhr

[42] ZECH, Friedrich: „Grundkurs Mathematikdidaktik", Weinheim/Basel: Beltz Verlag, 1996, Seite 154

[43] Vgl. ZECH: Seite 154

[44] ZECH: Seite 309

beispielsweise Hinweise auf bestimmte Regeln oder Strategien sein, aber auch die Möglichkeit zur Selbstkontrolle.[45]

Den Gegensatz stellt hierbei eine „normale“ Routineaufgabe aus dem Unterricht dar, wo schon vorab bekannt ist, welche Regeln und welches Wissen angewandt werden müssen, um eine Lösung zu erreichen.[46] Bei einem Problem ist jedoch im Vorhinein noch unbekannt, welche Methode zur Lösung führt. Die Identifizierung, ob es sich um eine Problemaufgabe oder eine Routineaufgabe handelt, ist ganz individuell von den persönlichen Vorkenntnissen der Schülerinnen und Schüler abhängig. Viele Problemlösebeispiele stammen aus dem alltäglichen Leben und stehen somit in einer direkten Beziehung zur Anwendungsorientierung im Mathematikunterricht.

Betrachtet man rein das Wort „Problem“, so muss festgehalten werden, dass in der Mathematik viele noch heute ungelöste Probleme bestehen, die nicht am Alltag orientiert sind. Auch im nächsten Kapitel wird versucht darzustellen, welche mathematischen Probleme sich im geschichtlichen Verlauf ergeben haben. Beispielsweise haben die Irrationalzahlen eine Grundlagenkrise der Mathematik ausgelöst. (siehe dazu 3.1.3)

POLYA teilt den Problemlöseprozess in vier Arbeitsschritte und nennt ihn „Problemlöseplan“, da dieser als Anleitung dient, um eine Lösung zu finden:

1) Aufgabe verstehen
2) Plan ausdenken
3) Plan durchführen
4) Überprüfung und Rückblick[47]

Dieser Ablauf vollzieht sich jedes Mal in unterschiedlicher Art und Weise, abhängig von der Aufgabe. Zu Beginn des Prozesses (bei Punkt 1) gilt es sich zu fragen, was bekannt und gegeben ist. Bei Punkt 2 kann man sich die Frage stellen, ob man eine ähnliche Aufgabe bereits gelöst hat oder eventuell die Aufgabe anders formulieren kann. Bei der eigentlichen Ausführung (Punkt 3)

---

[45] Vgl. ZECH: Seite 309

[46] Vgl. EDELMANN; WITTMANN: Seite 178

[47] Vgl. LINK, Frauke: „Problemlöseprozesse selbstständigkeitsorientiert begleiten“, Wiesbaden: Vieweg+Teubner, 2011, Seite 12

sollte bei jedem einzelnen Schritt überlegt werden, ob er denn auch korrekt ist und bei Punkt 4 wirft sich die Frage auf, ob und wie das Endergebnis kontrolliert werden kann, ob eine Rechenprobe zusätzlich durchgeführt werden sollte.

Das Hauptaugenmerk liegt darauf, dass die Frage bzw. die Problemstellung so formuliert wird, dass möglichst viele Schülerinnen und Schüler zu einem Ergebnis gelangen.[48]

EDELMANN und WITTMANN beschreiben fünf Methoden, um solche Probleme zu lösen und einen Nutzen aus der Aufgabe zu ziehen. Jede einzelne angeführte Form kann so im Unterricht vorkommen.

Als Lehrerin und Lehrer sollte man sich des jeweiligen Beispieltypus bewusst sein, wenn Problemlösebeispiele im Unterricht behandelt werden, um passende Hilfestellungen anzubieten.

1) Problemlösen durch Versuch und Irrtum: Es wird so lange experimentiert bis ein passendes und zufriedenstellendes Ergebnis erzielt wurde. Angewendet wird dies meist bei unübersichtlichen Problemstellungen.

2) Problemlösen durch Umstrukturieren: Die Problemstellung wird so lange umstrukturiert, gegliedert und vereinfacht, bis eine Lösung gefunden wurde. Komplizierte sprachliche Formulierungen können Hindernisse darstellen.

Beispiel: MatheFit 4 - Aufgabe 14

Wuffi und sein Frauchen waren spazieren. Sein Frauchen geht mit einer Geschwindigkeit von 5 km/h. 4,5 km bevor sie zu Hause ankommt, beginnt ihr Ehemann, ihr entgegen zu gehen, und zwar mit einer Geschwindigkeit von 4 km/h. Wuffi läuft mit einer Geschwindigkeit von 10 km/h zum Ehemann, dort angekommen kehrt er wieder um und läuft zum Frauchen, dort wieder angekommen läuft er erneut zum Ehemann. Dies macht er so lange bis beide einander treffen. Welche Strecke hat Wuffi dabei zurückgelegt?[49]

[48] Vgl. ZECH: Seite 312f

[49] HANISCH, Günter; et al.: „MatheFit 4 – Lehrer/innenausgabe“, Verlag Besseres Buch, 2011, Seite 12

Lösung: Anfangs scheint das Problem unlösbar und mit vielen Rechenwegen verbunden. Jede einzelne Strecke des Hundes bis zum Treffen mit Frauchen oder Herrchen auszurechnen, würde eine große Herausforderung darstellen. Durch eine simple Umformulierung der Frage kann man ganz leicht ohne Rechnung zur Lösung gelangen.

Die neue Frage könnte lauten: Wie lang dauert es, bis sich Frauchen und Herrchen treffen? Es dauert eine halbe Stunde. Frauchen geht mit einer Geschwindigkeit von 5 km/h und legt in einer halben Stunde 2,5 km zurück. Das Herrchen legt mit 4 km/h Gehgeschwindigkeit 2 km in einer halben Stunde zurück. Also muss Wuffi 5 km zurück gelegt haben, da dieser sich mit einer Geschwindigkeit von 10 km/h fortbewegt.

3) Problemlösen durch Anwendung von Strategien: Die Planung und die Durchführung werden von einem Algorithmus festgelegt. Die Abfolge sowie die Vorgehensweise sind standardisiert und folgen exakten Regeln.

4) Problemlösen durch Kreativität: Es erfolgt eine originelle Nutzung von Wissensbeständen. Inspiration und Eingebung sind Voraussetzungen. HANISCH beschreibt diesen kreativen Prozess des Problemlösens noch detaillierter, indem dieser Ablauf aus psychologischer Perspektive beleuchtet wird.[50] Typisch dafür sind FERMI-Aufgaben, welche später in Kapitel 4 noch näher beschrieben werden.

5) Problemlösen durch Systemdenken: Um zu einem Lösungsweg zu gelangen, wird hierbei nach geeigneten Mitteln gesucht, indem alle möglichen vorliegenden Informationen zusammengesammelt werden. Der Zielzustand ist meist offen und auch mehrfach-erreichbare Lösungen sind möglich.

Die Lösungssuche variiert je nach Art des Problems und ist individuell von Kompetenzen abhängig. Nach einer erfolgreichen Lösungssuche kann ein Schema dahinter ausgemacht werden. Problemlösen als Fähigkeit muss erlernt

---

[50] Vgl. HANISCH, Günter: „Kreativitätsförderung im Mathematikunterricht“ in: GROSSER (Hrsg.): „Didaktik-Reihe der ÖMG“, Heft 9, 1982, Seiten 71-88

und eingeübt werden.[51] Problemlösungsbeispiele ermöglichen eine Überprüfung, ob die Schülerinnen und Schüler die gelernten Inhalte auch verstanden haben und nicht nur verbal wiedergeben können.[52] Eine Kontrolle, ob die Lernenden wirklich Einsicht gewonnen haben, lässt sich unter anderem dadurch testen, indem ein ähnliches Beispiel bearbeitet wird.

BRUNER schreibt diesem Lösungsprozess eine eigene Kompetenz zu und nennt sie „Problemlösefähigkeit“. Diese Fähigkeit wird sogar im Lehrplan der Sekundarstufe I erwähnt, die es zu erlernen gilt. Wie BRUNER feststellte, ist es unmöglich die Schülerinnen und Schüler mit allen Fähig- und Fertigkeiten auszustatten, die sie im weiteren Leben benötigen.[53] Daher ist ein gezieltes Einüben der Problemlösefähigkeit im Unterricht notwendig. Er bringt es auf den Punkt, indem er Folgendes erklärt: Gerade *„deshalb ist es eine vordringliche Aufgabe, ihn* [den Schüler; Anmerkung des Verfassers] *zu veranlassen, das Problemlösen zu üben, damit er Problemlösestrategien erwirbt, die er später anwenden kann*.“[54]

Zunächst wurde im bisherigen Teil dieser Arbeit das theoretische Fundament gelegt und jetzt wird genauer erläutert, wie diese Theorien im Unterricht angewandt werden können, speziell im Mathematikunterricht.

2.1.5 Angewandte Lernpsychologie

Man kann sagen, dass angewandte Lernpsychologie die Anwendung von schulischem Wissen in Alltagssituationen meint. Dies bedeutet, dass erlerntes Wissen unmittelbar verwendet und angewendet werden könnte.

Die Inhalte sollten daher im Unterricht so aufbereitet werden, dass ein direkter Bezug zu Realsituationen gegeben ist. Einerseits ist das nicht bei allen

[51] Vgl. EDELMANN; WITTMANN: Seiten 178-194

[52] Vgl. AUSUBEL, David: „Psychologie des Unterrichts - Band 2“, Weinheim/Basel: Beltz Verlag, 1974, Seite 526

[53] Vgl. EDELMANN; WITTMANN: Seite 126

[54] EDELMANN; WITTMANN: Seite 126

Unterrichtsthemen möglich und andererseits schafft es nicht jeder im Unterricht vermittelte Inhalt in das Langzeitgedächtnis der Schülerinnen und Schüler.

Wenn jedoch die gelernten Wissensinhalte angewandt werden können, ist dies ein Indiz für einen erfolgreichen Wissenserwerb.

HASSELHORN und GOLD unterscheiden beim Lerntransfer zwischen zwei Arten, darauf basierend ob nur der Inhalt oder auch der dazugehörige Kontext übertragen wurde:

1) Inhaltskomponente (was wird übertragen?): gibt die Fertigkeiten an, die von Lern- in Alltagssituation transferiert werden. Es wird differenziert, ob nur die Ähnlichkeit zur Lernsituation ausschlaggebend war, um eine gewisse, zur Lösung führende, Taktik anzuwenden oder ob mehrere Gegebenheiten zur Wahl standen.

2) Kontextkomponente (Wann und wo wird transferiert?) – Wie groß ist der zeitliche Abstand? Gleichen die beiden Orte einander? Ist der Zweck oder die soziale Komponente ähnlich?

Die zugrundeliegende wissenschaftliche Theorie geht auf THORNDIKE zurück, welcher als Gründer der „Theorie der identischen Objekte“ gilt. Darin geht er davon aus, dass ein positiver Lerntransfer nur dann stattfindet, wenn Lern- und Alltagssituation ident sind. Laut dem Wissenschafter sollten nur Inhalte gelernt werden, die in Anwendungssituationen auch tatsächlich genutzt werden können. Zusätzlich zweifelte er an, dass generelle Modelle der Lern- und Denkfähigkeit durch den Unterricht vermittelt werden können.

DETTERMAN sieht diese Annahme genauso und riet nur Wissen zu vermitteln, welches auch später angewandt werden kann und soll. Dies gilt vor allem für ähnliche oder in etwa identen Situationen, welche die Theorie der identischen Objekte befürwortet. Er betont jedoch, dass wiederholtes Üben notwendig und die Voraussetzung dafür ist, um diese Handlungsmuster langfristig zu internalisieren.[55]

Die angeführte Theorie bestätigt zwar die Annahme, dass realitätsnahe Inhalte im Mathematikunterricht eingebaut werden sollten, aber die Schülerinnen und

[55] Vgl. HASSELHORN; GOLD: Seite 149-152

Schüler nicht zu einem gebildeten Menschen machen. Nach der Definition von Bildung nach HUMBOLDT sollen alle individuellen Kräfte angeregt werden, um sich die Umwelt anzueignen.

Dieses erwähnte Modell stellt nur eine Richtung des anwendungsorientierten Unterrichts dar, denn durch das Eingliedern in bereits Gelerntes, sowie durch Assoziationen zur Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler, gewinnt der Lernstoff an Vertrautheit. Vieles, was den Lernenden in der Schule vermittelt wird, ist naturgemäß vorerst neu oder hat zu Beginn keinerlei Bedeutung für diese. Es lässt sich dadurch folgern: je mehr Verknüpfungen zu bereits erworbenen Inhalten hergestellt werden können, desto mehr gewinnt die gelernte Information an Bedeutung und Relevanz. Dann kann man von nachhaltigem Lernen sprechen.

Wenn jedoch das zu erlernende Stoffgebiet komplett neu ist und man keine Verbindungen zum Vorwissen herstellen kann, dann ist es die Aufgabe der Lehrerin und des Lehrers bedeutungsvolle Zusammenhänge herzustellen. Es wird von GAGE und BERLINER abgeraten, diese Kontextsetzung ganz allein den Lernenden zu überlassen, da sonst falsche Verknüpfungen erlernt werden können.[56]

Ein einfaches mathematisches Problem:

Wir wollen einen Küchenboden neu verfliesen. Die Fliesen, die wir ausgesucht haben, sind quadratisch mit einer Seitenlänge von 30 cm. Die rechteckige Küche ist 4,3 m lang und 2,9 m breit. Die Fliesen kosten 1,39 € das Stück. Wie viel kosten die Fliesen für den gesamten Raum?

Für das Lösen müssen geeignete Rechenstrategien entwickelt werden, die auch angewandt werden können.[57] Das Beispiel ist zwar anwendungsorientiert, dennoch steckt viel mehr dahinter, als das bloße Anwenden von Regeln.

Lösung: Schülerinnen und Schüler hätten womöglich die Raumgröße mit $12{,}47\ m^2$ berechnet und diese durch die Fliesengröße von $0{,}09\ m^2$ dividiert. Dann würden sie auf eine Stückanzahl von aufgerundet 139 Fliesen $(12{,}47 : 0{,}09 =$

[56] Vgl. GAGE Nathaniel; BERLINER, David: „Pädagogische Psychologie", Weinheim: Beltz Verlag, 1996, Seite 289, 295

[57] Vgl. HASSELHORN; GOLD: Seite 135f

$138{,}556)$ kommen. Dies würde Kosten in Höhe von $193{,}21$ € verursachen. Jedoch wurde hierbei kein Verschnitt miteingerechnet.

Ein weiterer Weg wäre es, indem die Stückzahl für die Länge und die Breite des Raumes berechnet werden würde. Dadurch kommt die lange Seite der Küche auf rund 15 Stück $(4{,}3 : 0{,}3 = 14{,}334)$ und die kürzere Seite auf rund 10 Stück $(2{,}9 : 0{,}3 = 9{,}667)$. Durch die Multiplikation $15 * 10 = 150$ würden wir auf eine Stückzahl von insgesamt 150 Fliesen kommen und dadurch auf Kosten von $208{,}5$ €. Nachdem Fliesen im Allgemeinen per Quadratmeter oder mehr verkauft werden, muss die Antwort nochmals überdacht werden. Bei diesen beiden Rechengängen entsteht zwar eine Differenz von elf Fliesen, nachdem jedoch auch Reservefliesen für Reparaturen eingerechnet gehören, würde der zweite Rechenweg besser kalkulieren.

Für diese Raumgröße würden dann 10 Packungen Fliesen benötigt werden, wenn 15 Stück in jeder Packung befinden und dafür für $1{,}35\ m^2$ reichen. Die anfallenden Kosten würden rund $208{,}5$ € verursachen.[58]

Das Wichtige bei solchen Aufgaben ist es den Schülerinnen und Schülern zu vermitteln, dass erst durch ein Hinterfragen der Antwort das Beispiel fertig gelöst ist und nicht durch das Unterstreichen des Endergebnisses. Genauer wird darauf noch im Kapitel 4 eingegangen, wenn der Modellierungsprozess vorgestellt wird.

Um einen Lösungsweg zu erhalten bedarf es einerseits an „Welt- und Allgemeinwissen“, aber auch Wissen über bereits gelernte Konzepte, sowie lösungsstrategisches Wissen und Methoden zur exakten Berechnung und Ausführung. Das fundierte Beherrschen und Anwenden der notwendigen Lösungsoperationen ist somit eine Voraussetzung.[59]

Die subjektiv wahrgenommene Ähnlichkeit zwischen Lern- und Anwendungssituation, wie THORNDIKE in der Theorie der identischen Objekte schon postulierte, ist ausschlaggebend für eine positive Wissensaneignung.

---

[58] Der Fliesenpreis wurde der Internetseite www.hornbach.at entnommen.

[59] Vgl. HASSELHORN; GOLD: Seiten 136

Somit muss die Gleichartigkeit bewusst vom Individuum wahrgenommen werden, um erfolgreich angewendet werden zu können.

JUDD hingegen sieht dies differenziert und konstatiert in seiner These, dass allgemein gelernte Prinzipien und Regeln ebenso in Anwendungssituationen verwendet werden können. Voraussetzung hierfür ist jedoch, dass das System dahinter verstanden wurde und die gelernte Regel aus Aufgabe 1 auch für die Lösung von Aufgabe 2 nützlich ist. Der Lernende hat sozusagen in der Lernphase das System zur Anwendung kennengelernt und war dadurch fähig, diese zu verallgemeinern und auch in ähnlichen (nicht identen) Situationen anzuwenden. Dabei muss aber ein Abstraktionsprozess stattfinden. Abschließend kann festgestellt werden, dass vermehrt verstehensorientierte Methoden gelehrt werden sollten.[60] JUDD fasst wie folgt zusammen:

„Erfolgreiches Lernen besteht demzufolge eben nicht darin, Wissenselemente memorierend abzuspeichern, sondern setzt im Abstrahieren vom Spezifischen das Generieren von Regelwissen und Prinzipien voraus.“[61]

Vernetztes Denken und Lernen sollte im Unterricht nähergebracht werden, welches eine Verknüpfung von Theorie und Praxis meint. Dies sollte eine der vielen Aufgaben der Lehrerinnen und Lehrer sein und zusätzlich die Schülerinnen und Schüler auf das praktische Leben vorbereiten. Der Lehrende stellt dafür die nötigen Materialien und Ideen zur Verfügung, um einen einfachen Einstieg in die Praxis zu ermöglichen.[62] Optimalerweise sollte der Lehrkörper jedem Lerntyp gerecht werden und für jede Schülerin und jeden Schüler etwas Passendes anbieten können, denn *„mit anschaulich gestalteten Unterrichtsmaterialien lernt man leichter und lieber.*[63]*“* Bilder und Grafiken können als zusätzliches Material im Unterricht eingesetzt werden, da positiv verankertes neu Gelerntes mit Emotionen verbunden, leichter in Erinnerung bleibt.[64] Wie REITZER herausfand, führt eine Verknüpfung von der praxisorientierten Anwendung mit einer visuellen

---

[60] Vgl. HASSELHORN; GOLD: Seiten 152f
[61] HASSELHORN; GOLD: Seite 153
[62] Vgl. REITZER: Seite 128f
[63] REITZER: Seite 135
[64] Vgl. REITZER: Seite 139

Darbietung bei den Lernenden zu einer Sicherung des Lernstoffs im Langzeitgedächtnis.

Ziel des Unterrichts sollte es demnach sein, die Schülerinnen und Schüler zu einem selbst regulierten Lernen zu motivieren, das zum Nachmachen anregt. Denn „*Wissen ohne Verbindung zum Alltag*"[65] erscheint oft sinnlos und als Zeitverschwendung für Schülerinnen und Schüler.

Um die Theorie der angewandten Lernpsychologie auch tatsächlich im Unterricht anwenden zu können, werden nun zwei Lernformen vorgestellt, die die These dieser Arbeit verdeutlichen:

a) Situiertes Lernen

Unter dem Begriff der Situiertheit ist zu verstehen, dass das Lernen im Unterricht auf eine spezifische Situation bezogen sein soll. Konkret wird diese Methode von HASSELHORN und GOLD wie folgt definiert:

„*Situiertes Lernen ist die konstruktive Auseinandersetzung mit Aufgaben oder Problemen in einer konkreten Situation*."[66]

Dieser Vorgang bedeutet allgemein, dass der Lernprozesse in die Lebenswirklichkeit der Schülerinnen und Schüler eingebunden sein soll. Die Nützlichkeit des Gelernten ist dadurch stets mit dem Lernkontext und der Lernsituation verbunden.[67] Hierbei wirft sich die Frage auf, wie denn die aktuelle und auch individuelle Lebenswelt der Lernenden ermittelt werden kann. Der Beantwortung dieser Fragestellung wird im Kapitel 2.3 nachgegangen, wo auch das generelle Unterrichtprinzip der Lebensnähe vorgestellt wird.

Wie bereits erläutert wurde schon festgestellt, dass neu zu erlernende Inhalte am besten mit schon bestehendem Wissen verknüpft werden sollten, um dieses leichter abrufen und anwenden zu können. Führt man diese Theorie noch weiter, dann kann Folgendes behauptet werden:

---

[65] REITZER: Seite 124

[66] HASSELHORN; GOLD: Seite 306

[67] Vgl. HASSELHORN; GOLD: Seite 304

„Wird (schulisches) Wissen anhand ungeeigneter Beispiele erworben, ist es nicht transferierbar und kann in realen Situationen (‚im wirklichen Leben') nicht genutzt werden."[68]

Dies sollte jedoch nicht so eng gesehen werden. Der Kreisumfang beispielsweise wird für gewöhnlich nicht im realen Leben benötigt. Falls doch, kann dennoch auf die Berechnungsformel zurückgegriffen werden. Ausgehend von WYGOTSKIS Theorie sollten die Lernsituationen den Alltagssituationen ziemlich ähnlich sein, sodass der schulische Wissenserwerb authentischer ist und auch so erlebt wird, wie auch schon THORNDIKE postulierte. Auf dieser Grundlage betrachtet kann noch nicht erörtert werden, wodurch sich unangemessene Beispiele hervorheben. Im Hinblick auf den Mathematikunterricht kann es sich hierbei entweder um Aufgaben handeln, die keinen Realitätskontext aufweisen oder auch „verschleierte" Aufgaben. Darunter sind Textaufgaben zu verstehen, deren Sinn eigentlich das bloße Anwenden von zuvor gelernten Rechenabläufen darstellt. Auf die verschiedenen Typen von Textaufgaben wird im Kapitel 4.4 näher eingegangen.

Dieses oben angeführte Zitat bringt zum Ausdruck, dass schulische Inhalte teilweise einen Realitätsbezug ausweisen sollten, damit diese auch von Nutzen sind. Oft wird beklagt, dass mathematisches Wissen (z.B.: mathematische Operationen oder physikalische Gesetze) realitätsfern ist und nur schwer im Alltag Verwendung findet.[69]

Wenn das theoretische Wissen zwar vorhanden ist, jedoch in der Praxis nicht angewandt werden kann, dann spricht man in der Lernpsychologie von *„trägem Wissen"*.[70] Um genau dieses Auftreten im Unterricht zu vermeiden, wird dieses Thema in der hier vorliegenden Arbeit so intensiv bearbeitet.

<u>Beispiel</u>**:** Eine Schülerin oder ein Schüler kann zwar die Berechnung $\frac{3}{4} * \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$ durchführen, versteht jedoch nicht den Hintergrund der Berechnung. Eine praktische Anwendung wäre es, wenn ein Messbecher mit 500 ml Fassungsvolumen zu zwei Drittel mit Wasser gefüllt ist, da für das Kochrezept

---

68 HASSELHORN; GOLD: Seite 304
69 Vgl. HASSELHORN; GOLD: Seite 304ff
70 Vgl. HASSELHORN; GOLD: Seite 272

diese Menge benötigt wird. Für eine geringere Masse werden jedoch nur drei Viertel des jeweiligen Wasseranteils benötigt. Durch die Berechnung sollte klarwerden, dass nur 250 ml der eingefüllten Flüssigkeit verwendet werden können.

Dieses Beispiel verdeutlicht, dass situatives Lernen im Unterricht von erheblicher Relevanz ist. Eine Veränderung des Schulunterrichts bezüglich der Methodenvielfalt wäre notwendig, um den Erfordernissen der Lebenswirklichkeit gerecht zu werden. Alle wichtigen Lebenssituationen können im Unterricht nicht nachgestellt und „durchgespielt" werden. Ebenfalls ist es nicht möglich, dass Schule auf einen bestimmten Beruf vorbereitet, sondern für vielfältige Jobmöglichkeiten einen Beitrag leistet. Beim situativen Lernen ist es von Wichtigkeit, dass durch einen Lerntransfer und durch Anpassungsfähigkeit das Gelernte auf verschiedene Situationen angewandt werden kann. Dafür wäre eine Verankerung der Handlungen im Gehirn und die folgende Anwendung von Wissen wünschenswert.[71]

CARRAHER, CARRAHER und SCHLIEMANN haben eine Studie in der 1980er Jahren zum situierten Lernen in Mathematik durchgeführt:

„Sie beobachteten brasilianische Straßenkinder und ihre Rechenkenntnisse. Es zeigte sich, dass manche Kinder in einem realen Kontext durchaus in der Lage waren, mathematikhaltige Aufgaben zu lösen. So gab ein neun Jahre altes Mädchen den korrekten Preis für drei Kokosnüsse zu je 40 Cent an, indem sie die Folge 40, 80, 120 nannte. Die formal präsentierte Aufgabe $3 * 40$ konnte dieses Kind hingegen nicht lösen."[72]

In diesem Prozess spiegelt sich der umgekehrte Vorgang des trägen Wissens wider. Die Studie verdeutlicht, dass wenn nur situatives Lernen im Unterricht dargeboten wird, dies ebenfalls nicht zielführend ist. Eine Kombination aus theoretischen und praxisorientierten Beispielen im Unterricht sollte angeboten werden. Der Zusammenhang zwischen der Rechnung $3 * 40$ und der Folge 40, 80, 120 muss klar vermittelt werden.

---

[71] Vgl. HASSELHORN; GOLD: Seite 306
[72] REISS; HAMMER: Seite 24

Bei dieser Methode steht die kreative Ausführung von situativen Beispielen im Vordergrund, wobei die Schülerinnen und Schüler aktiv daran beteiligt sind.[73]

b) Sinnerzeugendes Lernen

Der Begriff des sinnerzeugenden Lernens geht auf das sinnvolle Lernen zurück, welches im Kapitel 2.1.3 erwähnt wurde. Von sinnerzeugendem Lernen wird dann gesprochen, wenn der Lernstoff von den Schülerinnen und Schülern so umgestaltet wird, dass persönliche bedeutungsvolle Informationen herausgefiltert werden können. Der Prozess vollzieht sich folgendermaßen: Neu zu erlernender Stoff wird auf persönlich schon vorhandene Inhalte bezogen und dadurch erhält dieser eine individuelle Note und Bedeutung. Jedem allgemeinen Lernproblem wird ein persönlicher Sinn zugeteilt, wodurch es zu einem individuell zu lösendem Problem wird. Wie bereits aus der Studie von BARTLETT im Kapitel 2.1.3 bekannt wurde, wird diese Methode hier ebenfalls angewandt: Inhalte werden so umgestaltet oder gefiltert, damit ein persönlicher Bezug entsteht.

Durch die Technik des sinnerzeugenden Lernens konnte WITTOCK in einer im Jahr 1989 durchgeführten Forschung zeigen, dass sich die Leistungen der Schülerinnen und Schüler dadurch signifikant gesteigert hatten. Die Lernenden haben den Lernstoff für sich selbst so umstrukturiert, dass dieser bedeutungsvoll wurde. Dies geschah unter Verwendung von Organisationshilfen (Gliederung, Unterstreichen, ...) oder auch bildhaften Vorstellungen (Bilder, Videos, ...).[74]

Nachdem jetzt die theoretische Grundlage vorliegt mitsamt dem Wissen, wie diese im Unterricht angewandt werden könnten, drängt sich jetzt folgende Frage auf: Wie kann bei den Schülerinnen und Schülern das Interesse geweckt und aufrechterhalten bleiben?

Die Antwort bezüglich der Lernmotivation und Motivationshilfen im Schulunterricht wird nun geklärt.

---

[73] Vgl. REISS; HAMMER: Seite 25

[74] Vgl. GAGE; BERLINER: Seite 297, 320

2.2 Motivation im Unterricht

Die Betrachtung von Motivation im Unterricht ist notwendig für die nachfolgende Fokussierung auf die Anwendungsorientierung im Mathematikunterricht. Dadurch soll explizit verdeutlicht werden, welchen motivationalen Einfluss realitätsnahe Anwendungen haben können. Um der Frage nachgehen zu können, welche erhebliche Wirkung Lernmotivation hat, muss zuvor eine genaue Definition und Eingrenzung des Begriffs gegeben werden.

In der Psychologie versteht man unter *Motivation* Folgendes: *„Unter Motivation versteht man die Gesamtheit der begleitenden Prozesse der Person-Situation-Interaktionen*.“[75] Dies bedeutet, dass darunter alle emotionalen, kognitiven und physiologischen Prozesse, sowie Verhalten steuernde Effekte begriffen werden.[76] Eine *Lernmotivation* im Speziellen liegt dann vor, wenn die Schülerin und der Schüler den „*Wunsch oder die Absicht hat, bestimmte Inhalte oder Fähigkeiten zu erlernen*.“[77]

AUSUBEL führt diese Definition noch weiter aus und gibt an, welche Hintergründe Menschen zum Lernen motivieren:

„*Trotz der Tatsache, dass ein großer Anteil dessen, was Menschen im Laufe ihres Lebens lernen, keinen unmittelbaren Nutzen hat und auf keines der dringlichen Anpassungsprobleme anwendbar ist, sind die Menschen trotzdem stark motiviert zu lernen, um sich selbst, das Universum und die menschliche Natur besser verstehen zu können*.“[78]

Führt man den Gedankengang weiter, so kann postuliert werden, dass Motivation im Unterricht auch dann vorliegen kann, wenn theoretisches Wissen ohne Anwendungsbezug vermittelt wird. Denn in der Motivationsforschung wurde herausgefunden, dass die Entdeckung, in diesem Fall die gelernte Erkenntnis, als Belohnung fungiert. Der Selbstzweck dessen ist beim entdeckenden Lernen, aber auch beim sinnvollen Lernen, höher als beim Auswendiglernen und der

---

[75] TRIMMEL, Michael: „Allgemeine Psychologie 1“, Wien: Facultas Verlag, 2010, Seite 28
[76] Vgl. TRIMMEL: Seite 28
[77] REISS; HAMMER: Seite 40
[78] AUSUBEL: Seite 538 (Band 2)

Wunsch sich selbst Wissen aneignen zu wollen steigt automatisch. Die Lösung des direkten Problems ermöglicht eine sofortige Belohnung.

Es kann festgehalten werden: Motivation erleichtert zwar das Lernen, ist aber keineswegs eine notwendige Bedingung für eine erfolgreiche Wissensaneignung.[79]

Ungeachtet dessen, dass AUSUBEL zwar meint, dass Realitätsbezüge keine Notwendigkeit des Lernens darstellen, ist der Nutzwert einer Aufgabe trotzdem stets von beachtlicher Bedeutung für ein lernendes Individuum. Dieser Sinngehalt gibt jeweils an, *„ob eine Aktivität zu gegenwärtigen und zukünftigen Zielen passt*.“[80] Je höher dieser Wert ist, desto höher ist die intrinsische Motivation. Dies führt dazu, dass die Lernenden ein Gefühl von Selbstwirksamkeit und Kompetenz entwickeln, welches wiederum die Motivation für zukünftige Wissensaneignung steigert.[81] AUSUBEL meint ebenfalls dazu: *„Auch wenn einzelne Fälle von Lernen weitgehend unmotiviert sein können, ist es zweifellos richtig, daß das entsprechende Stoffgebiet auf empfundene Bedürfnisse bezogen sein muß, wenn signifikantes, langfristiges sinnvolles Lernen stattfinden soll.“* [82]

Nach dessen Ausführungen sei ebenfalls F.M. YOUNG zu erwähnen, der in einer zu diesem Thema durchgeführten Untersuchung zu dem Ergebnis kam, dass sich ein nicht vorhandener Realitätsbezug negativ auf die Lernmotivation auswirken kann. Er fand explizit heraus, dass *„die Unfähigkeit, für ein Fach irgendeine Notwendigkeit zu sehen, ist der von Schülern am häufigsten genannte Grund für den Verlust ihres Interesses an einem High School Studium.“* [83]

Daraus kann gefolgert werden, dass Wissen als Selbstzweck die Grundlage für effektives Lernen und Behalten auch im schulischen Kontext darstellt. Für den Unterricht bedeutet dies, dass die Lehrerinnen und Lehrer mehr Fragen stellen als Antworten liefern sollten, denn das Lernen und Denken bleibt letztendlich den Schülerinnen und Schülern überlassen. Der Lehrkörper kann nur dazu anregen

[79] Vgl. AUSUBEL: Seite 402ff (Band 2)
[80] LEFRANÇOIS: Seite 304
[81] Vgl. LEFRANÇOIS: Seite 304, 307
[82] AUSUBEL: Seite 404 (Band 2)
[83] AUSUBEL: Seite 404 (Band 2)

und Ideen sinnvoll darbieten. Die Aufgabe der Lernenden ist es, nach der vorgestellten Theorie, diese Ideen in einen persönlichen Bezug zu setzen, um eine individuelle Relevanz aus den Inhalten ziehen zu können.[84]

Von hoher Bedeutung ist dies nach AUSUBEL vor allem deshalb, *„da man mit Recht annehmen kann, daß nur Stoffmaterial, das für Interessengebiete in dem psychologischen Feld des Individuums relevant ist, sinnvoll und effizient auf langfristiger Grundlage in die kognitive Struktur inkorporiert und integriert werden kann.“*[85]

Nach den einführenden Definitionen und einiger dargelegter grundlegender Thesen bezüglich des Zusammenhangs von Motivation und Realitätsbezug von Lerninhalten, wird nun speziell auf die Motivation im Mathematikunterricht eingegangen. Dafür ist es im Vorhinein jedoch notwendig das Gesetz von YERKES und DODSON vorzustellen.

2.2.1 Lernmotivation und das Yerkes-Dodson-Gesetz

Motivation, wie schon vorher beschrieben, ist nicht direkt erfassbar, sondern kann nur erschlossen werden. Das Verhalten, die physiologischen Prozesse und die Selbstbeobachtung sind Indizien, die auf Motivation schließen lassen. Darunter versteht man beispielsweise die menschliche Körpersprache, die Reaktionsgeschwindigkeit oder die Anstrengung, die auf sich genommen wird. Physiologische Aspekte der Motivation sind gekennzeichnet durch Augenaktivität (Blickkontakt), muskuläre Aktivität oder Endokrinologie (z.B.: Adrenalin). Die Deutung des subjektiven Erlebens kann durch Interviews oder Beschreibungen erfolgen.[86]

Ein wichtiger Leitsatz für den Unterricht stellt das *Yerkes-Dodson-Gesetz* dar. Es erklärt den Zusammenhang zwischen Leistung (y-Achse) und Motivationsstärke (x-Achse). Daraus lässt sich ablesen, dass bei geringer Komplexität und

---

[84] Vgl. AUSUBEL: Seite 405 (Band 2)
[85] AUSUBEL: Seite 404 (Band 2)
[86] Vgl. TRIMMEL: Seite 28ff

Anforderung der Aufgabe am Besten bei hoher Motivation gelernt wird.[87] Eine mittlere Motivation kann zu strategisch ausgerichteten Lernprozessen führen, wie beispielsweise Reflexion oder Vertiefungen. Bei sehr starker Motivation kann es zu einem Leistungsabfall kommen.[88] (Siehe Grafik)

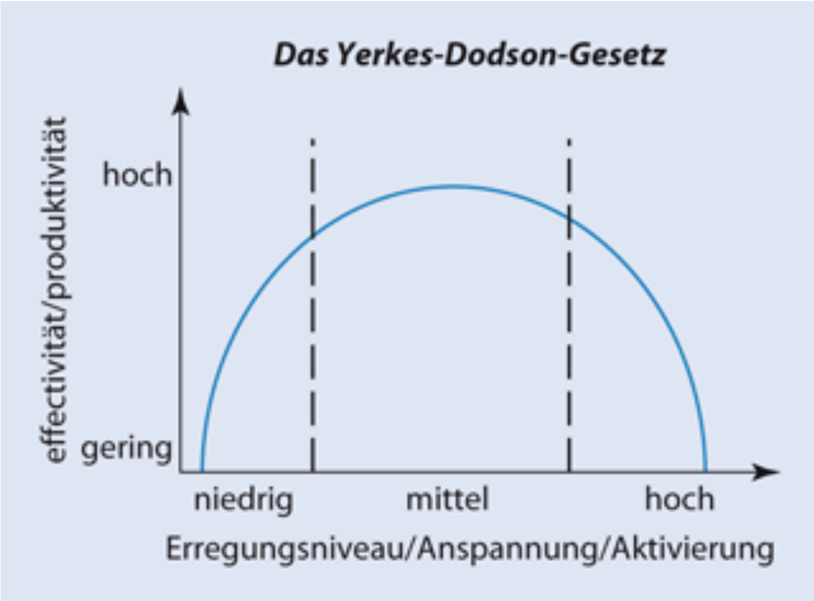


Abbildung 1: Das Yerkes-Dodson-Gesetz[89]

Die Abbildung verdeutlicht, dass die Leistungsmotivation mit dem sozialen Kontext der Aufgabe ansteigt. Der persönliche Bezug hat direkten Einfluss auf den Anreiz, sich selbst Wissen anzueignen. HECKHAUSEN fand ebenfalls heraus, dass das Anspruchsniveau (d.h. Ansprüche an die eigene Leistung) bei größerer Ich-Beteiligung ansteigt, das bedeutet, wenn die Aufgabe eine höhere Relevanz für die eigene Person besitzt. Auch FERGUSAN bestätigte diese These und wies darauf hin, dass es für den eigenen Erfolg bedeutsamer ist, wenn eine höhere Ich-Beteiligung existiert. Demnach liegt den Schülerinnen und Schülern mehr daran, bei der Wissensaneignung erfolgreich zu sein.[90] Dieses Gesetz mit dessen

---

[87] Vgl. TRIMMEL: Seite 74

[88] http://arbeitsblaetter.stangl-taller.at/MOTIVATION/MotivationModelle.shtml, 27.2.2016, 12:44 Uhr

[89] http://static-content.springer.com/image/chp%3A10.1007%2F978-3-642-12856-1_21/MediaObjects/978-3-642-12856-1_21_Fig2_HTML.gif, 9.12.2015, 11:18 Uhr

[90] Vgl. OFFE, Susanne: „Psychische und gesellschaftliche Bedingungen der Leistungsmotivation“, Darmstadt: Steinkopff, 1977, Seite 22ff

Auswirkungen gilt es im Unterricht zu berücksichtigen, vor allem die Auswahl der Aufgabe betreffend. Demnach sollten eventuell unterschiedliche Schwierigkeitsgrade bei Rechenbeispielen berücksichtigt werden, denn verschiedene Menschen erreichen mit vergleichsweise gleichem Lernaufwand jedoch unterschiedliche Erfolgsniveaus.[91] Die Schwierigkeit dessen wird im Kapitel 4 noch näher beleuchtet.

2.2.2 Motivation im Schulunterricht

Motivation im Schulunterricht ist von verschiedenen Faktoren abhängig: Sei es Begabung, Interesse, die Begeisterung der Lehrperson, der Alltagsbezug oder andere Hintergründe.[92] Demnach ist es eine Kunst Schülerinnen und Schüler zum Lernen zu motivieren. Dabei sind vor allem die „inneren" Methoden der Motivation (Bedürfnis nach Wissen) wichtig. „Innere Methoden" sind aufgabenbezogene, ichbezogene oder sozialbezogene Aufgaben und unter „äußeren Methoden" versteht man etwa Lob, Belohnung oder Anerkennung. Nachdem die intrinsischen Motive für die Themenstellung bedeutend sind, werden nur diese näher vorgestellt. POSAMENTIER kategorisiert diese „inneren Antriebe" folgendermaßen in:

1) Schülerinnen und Schüler, die Fähigkeiten entwickeln wollen, denn Herausforderungen wirken reizvoll für die Lernenden
2) Schülerinnen und Schüler, die unabhängig sein wollen und den eigenständigen Wunsch haben, ein Problem zu lösen.

Die angeführten Punkte verdeutlichen, dass die Lernenden generell motiviert sind, sich neue Inhalte anzueignen. Die Geometrie beispielsweise mit ihrer Anschaulichkeit scheint geeignet zu sein, um Motivation im Unterricht erfolgreich zu aktivieren. Jedoch handelt es sich dabei teilweise lediglich um künstliche Probleme, die figurativ bearbeitet werden. Damit Motivation nicht auf ein Themengebiet beschränkt bleibt, beschreibt POSAMENTIER fünf Methoden, um

---

[91] Vgl. SCHIEFELE, Hans: „Motivation im Unterricht", München: Ehrenwirth, 1963, Seite 111
[92] Vgl. SCHIEFELE: Seiten 111ff

den Unterrichtseinstieg attraktiv zu gestalten und die Aufmerksamkeit der Lernenden zu erhalten:

1) Eine Lücke im Wissen der Schüler aufzeigen

Dies verläuft nicht durch Bloßstellung, sondern indem von bekannten Methoden ausgegangen wird, um neue ähnliche Problemstellungen aufzudecken. Die Schülerinnen und Schüler erkennen diese Wissenslücken und verspüren den Drang, diese zu füllen.

2) Schrittweise Aneignung

Von den Schülerinnen und Schülern wird bevorzugt, wenn sie eine klare Struktur im Unterrichtsaufbau erkennen können und stets den Überblick haben. Dadurch können Zusammenhänge besser erklärt und Hintergründe herausgearbeitet werden.

Beispiel: Haus der Vierecke

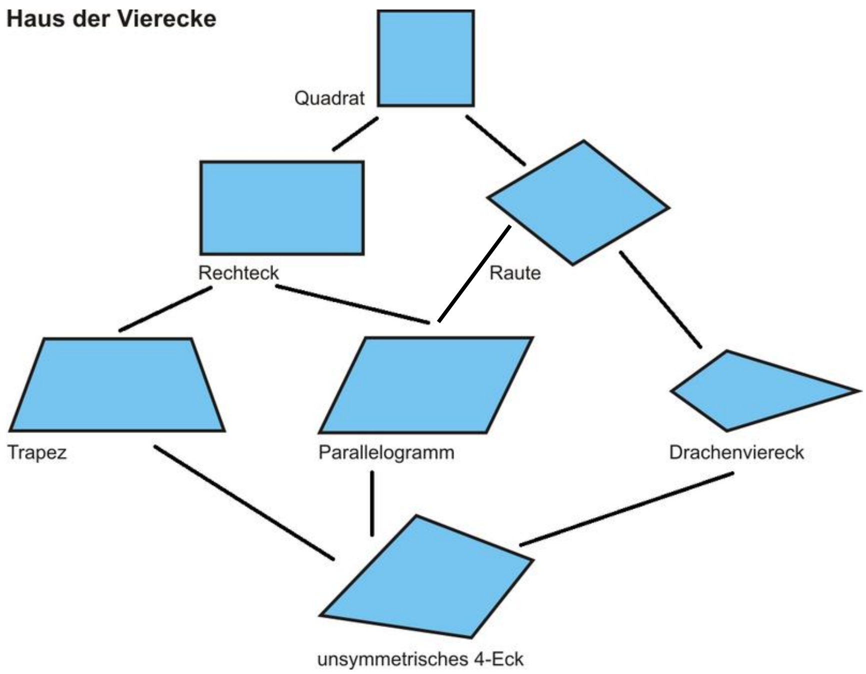


Abbildung 2: Haus der Vierecke[93]

[93]http://static.cosmiq.de/data/question/de/638/8c/6388c43b165bda805a3ab3af2c921dfb_1_orig.jpg, 22.12.2015, 13:30 Uhr

3) Eine Herausforderung präsentieren

Durch Problemlöseprozesse und Zurückgreifen auf bereits vorhandenes Wissen funktioniert diese Motivationsmethode.

Beispiel: Gegeben ist ein Kreis und die Länge von $\overline{ED}$ ist 3. Gesucht ist der Kreisinhalt.

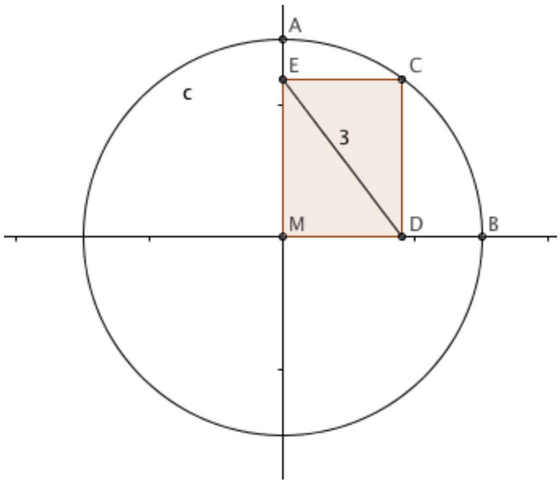


Abbildung 3

Die Formel für die Kreisfläche sollte den Schülern bereits bekannt sein: $A = r^2\pi$. Die Lösung dieser Aufgabe scheint am Anfang unmöglich, da das Gefühl entsteht, dass zu wenig Maße angegeben sind. Nach ein bisschen überlegen, sollten die Schülerinnen und Schüler erkennen, dass die Diagonalen im Rechteck gleich lang sind und somit der Radius des Kreises schon gegeben ist. Damit kann der Flächeninhalt leicht berechnet werden.

4) Die Nützlichkeit eines Gebietes aufzeigen

Den Schülerinnen und Schülern soll aufgezeigt werden, in welchen Bereichen Mathematik im Alltag gebraucht wird.

5) Der Reiz von mathematischen Kuriositäten

Mathematische Spielereien und Rätsel können Spaß machen und vermitteln Motivation.

Beispiel: *Wenn von einem beliebigen Viereck die Mittelpunkte der Seiten verbunden werden, entsteht ein Parallelogramm.*[94]

[94] Vgl. POSAMENTIER, Alfred: „Motivation im Mathematikunterricht: Eine vernachlässigte Kunst" in: ml 50, 1992, Seiten 6-11

Um diese Methoden auch im Unterricht anwenden zu können, muss ebenfalls betrachtet werden, welche Rolle der Lehrkörper hierbei spielt und welche Schritte dieser setzen kann. Die Funktion der Lehrerin und des Lehrers besteht zu allererst einmal darin, zu entscheiden, welche Inhalte diese oder dieser als wichtig empfindet, um sie den Schülerinnen und Schülern näher zu bringen und als Zukunftsbezug anvertrauen möchte.[95] Die unterrichteten Lehrinhalte sollten ebenfalls eine Nähe zur direkten Umwelt der Lernenden aufweisen. In diesem Fall wird das didaktische Prinzip der Lebensnähe angewandt. Um der Frage, warum dies für den Unterricht von großer Bedeutsamkeit ist, weiter nachgehen zu können, muss eine Definition des Begriffs und eine Vorstellung des Konzeptes gemacht werden.

2.3 Das Unterrichtsprinzip der Lebensnähe

Schon ein altes Sprichwort besagt *„Non scholae, sed vitae discimus“* - „Nicht für die Schule, sondern für das Leben lernen wir.“

Ursprünglich wurde der Ausspruch genau umgekehrt formuliert. *„Non vitae, sed scholae discimus“* ist ein Zitat von SENECA, in dem er Kritik an den damaligen römischen Philosophenschulen üben wollte. Die bekannte Version, wie schon oben erwähnt, stellt das komplette Gegenteil dar. Diese wird hauptsächlich dafür verwendet, um aufzuzeigen, dass das in der Schule Gelernte, fürs Leben von Relevanz ist.[96]

Schule hat eine zentrale Funktion, einen gesellschaftlichen Auftrag, aber auch eine praktische und lebendige Kulturaufgabe.[97] Schule als Institution, hat die Funktion die Schülerinnen und Schüler zum Leben hin zu erziehen und somit hat Unterricht auch einen lebensnahen Anspruch. Obwohl man der Schule diesen riesigen, unmöglich erscheinenden, Auftrag „lebensnah“ zu sein, erteilt hat, liegt

---

[95] Vgl. SCHIEFELE: Seite 123

[96] Vgl. http://worterbuchdeutsch.com/de/non-scholae-sed-vitae-discimus, 24.11.2015, 14.23 Uhr

[97] Vgl. ELZER; Hans-Michael: „Von der Lebensnähe der Schule“ in: Bildung und Erziehung, 1954, Vol. 7, Seite 449

es weit über dem Verantwortungsbereich der Schule, alle Lernenden individuell auf ein Leben vorzubereiten, sei es während oder auch nach der Schule.

Der Unterricht und seine Themengestaltung sollen nah am Bereich der kindlich-jugendlichen Erfahrungen sein, der sich aus Neigungen und Wünschen, Empfindungen und Erlebnissen, Wahrnehmungen und Handlungen zusammensetzt.[98]

Daher ist es wichtig, als Lehrperson die Kinder nicht zu überfordern, denn nur was zur seelischen Welt der Schülerinnen und Schüler gehört, wird als lebensnah bezeichnet. Die zukünftige Lebenswelt des Heranwachsenden wird ebenfalls in das Prinzip der Lebensnähe eingeschlossen, also auch der Lebensumkreis, in dem das Kind einmal zu tun haben wird. Sei es Berufsvorbereitung oder Vorbereitung auf das Leben in einer Gesellschaft.[99]

2.3.1 Das Prinzip der Lebensnähe in der Schule

Das Konzept der Lebensnähe wird als ein Grundprinzip der Unterrichtsgestaltung verstanden. Die Unterrichtsprinzipien galten lange Zeit als Leitthemen und Regeln, wie Lehren und Lernen funktionieren soll. Heutzutage stellen sie noch Eckpfeiler der modernen Didaktik dar, die in die Unterrichtsarbeit einkalkuliert werden sollen.[100] Das Prinzip der Lebensnähe gilt als Forderung, einerseits für die Lehrenden, aber ist auch auf die damit verbundenen Institutionen bezogen.[101]

Unterrichtsprinzipien können allgemein als handlungsdienliche Anweisungen betrachtet werden. Lebensnähe fordert sozusagen auf, dass die Unterrichtsinhalte dem Leben der Schülerinnen und Schüler nahe sein sollen. Nach dem Unterrichtsleitspruch, dass man eigentlich für das Leben und nicht für die Schule lernt, ist es daher nicht verwunderlich, dass postuliert wird, der Unterricht soll lebensnah sein, da wir doch für das Leben lernen. Hier werfen sich dann die Fragen auf, welche Argumente denn für das Prinzip der Lebensnähe im

---

[98] ELZER: Seite 454

[99] Vgl. ELZER: Seiten 454ff

[100] Vgl. CHOTT, Peter: „Das Prinzip der Lebensnähe in der Schule“, Frankfurt am Main: Verlag Peter Lang, 1988, Seite 34

[101] Vgl. CHOTT: Seite 38f

Unterricht sprechen? Warum sollten die gelehrten Inhalte dem Leben nahestehen?

Unter dem Begriff *Leben*[102] in Lebensnähe kann am Ehesten ein Entwicklungsprozess verstanden werden.[103] Dieses Leben schließt das Gegenwärtige, aber auch das Zukünftige und das Vergangene mit ein. Deshalb meint ELZER in seinem Artikel: „*Und doch ist Lebensnähe als pädagogisches Prinzip weit davon entfernt, nur ‚Gegenwartskunde' zu meinen*."[104] Laut diesem Zitat würde dies bedeuten, dass Lebensnähe einerseits zwar die aktuelle Umwelt der Lernenden miteinschließen soll, dass auch die Unterrichtsinhalte auf die zukünftigen Lebensbedingungen ebenso vorbereiten sollen und das bereits erworbene Wissen berücksichtigt wird. Um für den Alltag nach der Schule bereit zu sein, ist es wichtig das alltägliche „Leben" in den Unterricht einzubauen und in den Unterricht hereinzuholen.[105] KERSCHENSTEINER sieht diese Annahme genauso, fordert jedoch auf, dass Lebensnähe als Entwicklungsgemäßheit verstanden werden soll und eine „*wirklichkeitsnahe, sachliche Einstellung dieser Umgebung gegenüber verstanden werden müsse*."[106] Für das Unterrichtsprinzip der Lebensnähe spricht nun die Aktualität der Lehrinhalte und die Einbeziehung der Lernenden. Wie bereits dargestellt, lernen Schülerinnen und Schüler effektiver, wenn neu zu erwerbendes Wissen mit bereits bekannten Inhalten verknüpft wird und eine Bedeutung für diese darstellt.

Aus dem Prinzip der Lebensnähe ist ebenso die Forderung nach Nützlichkeit abzuleiten, dass die vermittelten Unterrichtsinhalte zukünftig oder gegenwärtig „brauchbar" sind. Nachdem der Anspruch an die Schule lautet, den Schüler „lebenstüchtig" zu machen, sollte die Anwendung des Prinzips nachvollziehbar sein. Die Aussage, dass alles „Unbrauchbare" aus dem Lehrplan entfernt werden soll und durch „Brauchbares" ersetzt werden soll, ist per se schnell aufgestellt.

---

[102] Definition „Leben" nach dem Duden: „der Alltag, die Wirklichkeit, in der sich das Leben abspielt; die Gesamtheit der Lebensformen"; http://www.duden.de/rechtschreibung/Leben, 18.1.2015, 11:18 Uhr

[103] Vgl. CHOTT: Seite 43

[104] ELZER: Seite 462

[105] Vgl. CHOTT: Seite 39f

[106] LOSER, Fritz: „Die Unterrichtsgrundsätze der Lebensnähe und der Anschauung und ihr Beitrag für eine pädagogische Theorie des Lehrens und Lernens" in: Bildung und Erziehung, 1969, Vol. 22, Seite 16

Doch wer bestimmt, was nützlich ist und was nicht? Auf diese Frage würde man sicher eine Vielfalt unterschiedlicher subjektiver Antworten erhalten. Zunächst wären die praktischen Fähig- und Fertigkeiten darunter zu verstehen, die eine eigenständige Bewältigung des Alltags ermöglichen. Es gibt eine unzählige Fülle an nützlichen Kenntnissen, die jedoch unmöglich alle in der Schule gelehrt werden können. Es gilt daher eine Auswahl zu treffen, welche der Lehrplan zur Gänze vorgibt. Die Gestaltung der einzelnen Themen im Unterricht bleibt dennoch der Lehrerin und dem Lehrer überlassen, aber das gewählte Schulbuch bietet eine Stütze bei der Zusammenstellung und Planung der Inhalte.[107]

CHOTT fasst das Prinzip der Lebensnähe kurz zusammen, indem er meint: *„Man versucht also, die Schularbeit auf das Lebensdienliche (‚Praxisorientierung'), vor allem auf das Berufsrelevante (‚Berufsorientierung') abzustimmen, wobei die außerhalb der Schule bestehende Wirklichkeit mit ihrem zusammenleben der Menschen und den Arbeitsprozessen der Ausgangspunkt ist.“* [108] Dadurch soll der Lernende zu aktivem und selbständigem Handeln angeregt werden. Die spezifische Berufsvorbereitung kann nur von Berufsschulen oder berufsbildenden Schulen geleistet werden. In allgemeinbildenden Schulen kann lediglich ein kurzer Überblick über relevante Themengebiete dargebracht werden. Wie bereits in der Einleitung erwähnt, konnte erforscht werden, dass die mathematischen Inhalte, die im weiteren Berufsleben am häufigsten gebraucht werden, in der Sekundarstufe I unterrichtet werden.

STÖCKER postuliert auf die Frage, was denn im Unterricht lebensnah sein soll: die Bildungsinhalte, aber auch die Methoden der Unterrichtsvermittlung.[109] Daraus lässt sich ableiten, dass nicht alle Lehrinhalte lebensnah sein müssen. Einzig und allein durch eine lebensnahe Vermittlung stellt sich ein Gefühl der Vertrautheit bei den Schülerinnen und Schülern ein, welches sich positiv auf die Lernmotivation auswirken kann.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass Lebensnähe somit eher ein strukturgebendes Prinzip zur Unterrichtsgestaltung ist, denn der lebensnahe

---

[107] Vgl. CHOTT: Seite 42ff
[108] CHOTT: Seite 43
[109] Vgl. CHOTT: Seiten 40f

Unterricht soll in der Schülerin und im Schüler etwas hervorbringen und Interesse erwecken.[110]

2.3.2 Der lebensnahe Unterricht

Die Frage, die sich zu Beginn dieses Kapitels stellt, ist generell formuliert: Wie unterscheidet sich lebensnaher Unterricht von „normalem“ Unterricht? Sollte nicht jeder stattfindende Unterricht eigentlich auch lebensnah sein? LOSER hat in seinem Artikel versucht zu beschreiben, was Lebensnähe im Schulgeschehen ausmacht: *„Das Prinzip der Lebensnähe verweist auf einen Unterricht, der die Sachen zu handgemeinen, im praktischen Umgang erfahrbaren werden läßt und der das Kind zu einem praktisch begabten, aus Erfahrung lernenden erzieht.“*[111]

Dieses Zitat zieht eigenständiges arbeiten mit sich und ist von großer Relevanz, um Kompetenzen der Anwendungsorientierung zu erwerben. Ebenso kann es so ausgelegt werden, dass das Unterrichtsgeschehen ebenfalls am Kind orientiert sein soll. Das wiederum bedeutet, dass der Erziehungsgehalt lebensnah sein soll. Nach H. RÖHRS bedeutet lebensnahe Erziehung: *„Lebensnah ist die Erziehung dann, wenn sie der kindlichen Entwicklung gemäß ist, wenn sie der altersspezifischen Wirklichkeit des Kindes nahe bleibt.“*[112]

Auf das Themengebiet der Anwendungsorientierung bezogen heißt das, dass die Auswahl der Beispiele und Lerninhalte altersgemäß angepasst werden muss. Realitätsbezogene Aufgaben müssen eventuell vereinfacht und modelliert werden, damit diese der Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler entsprechen. Richtet man den Blick auf die Unterrichtsinhalte, so sollten diese ebenfalls lebensnah sein, wie schon vorab postuliert. Wenn Mathematik mit mehreren Sinnen erfahren werden kann, dann wird von Erfahrungstatsachen gesprochen. Doch die Erfahrung ist sehr individuell auf die Person bezogen, die sie macht. Genau an dieser Stelle sollte lebensnaher Unterricht ansetzen und auf den

---

[110] Vgl. LOSER: Seite 16
[111] LOSER: Seite 31
[112] LOSER. Seite 21

differenzierten Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler aufbauen. Das Problem stellt der individuelle Erfahrungsschatz dar.

Diese Anforderung, dass die Unterrichtsinhalte lebensnah und somit den subjektiven Erfahrungshorizonten der Lernenden entsprechen, scheint unmöglich als Lehrerin oder Lehrer erfüllbar zu sein. Eine mögliche Aufgabe des Lehrenden könnte es sein, einen Weg zu finden, um neues Wissen in den aktuellen Erfahrungskreis der Schülerinnen und Schüler einzubauen mit dem Ziel, dass es zu einem Element der persönlichen Welt wird.[113] Die Intention nach LOSER dahinter wäre eine „*Aufhebung der Ferne eines allgemeinen Wissens durch seine Einbeziehung in die durch Erfahrung und Umgang erschlossene Nähe*“.[114]

Der lebensnahe Unterrichtsaufbau sieht daher vor, durch Einbeziehung neuen und fremden Wissens, den subjektiven Erfahrungskreis der Lernenden auszuweiten, indem der Ausgangspunkt ein schon verstandenes Problem ist und für die Bewältigung der Aufgabenstellung relevantes Wissen aus den eigenen Quellen benutzt wird. Man kann sagen, es handelt sich dabei um eine „*durch Erfahrung und Umgang erschlossene Praxis*“[115] und kann immer dann angewandt werden, wenn sich eine Problemsituation auftut. Durch diesen Lernprozess soll die wissenschaftliche Theorie der eigenen Erfahrung zugänglich gemacht werden und dadurch „dem Leben nahe“ positioniert werden.[116] Die Idee dahinter ist, dass man von der individuellen „Kinderwelt“ ausgeht und die Lerninhalte darin so integriert, dass diese Teil der individuellen Erfahrungswelt werden.

WEGMANN beschreibt drei Aspekte von lebensnaher Pädagogik:

1) „Pädagogik, die ***für*** das Leben erzieht und bildet“
2) „Pädagogik, die ***durch*** das Leben erzieht und bildet“
3) „Pädagogik, die ***wie*** das Leben erzieht und bildet“[117]

---

[113] Vgl. LOSER: Seiten 17ff
[114] LOSER: Seite 19
[115] LOSER: Seite 20
[116] Vgl. LOSER: Seiten 19ff
[117] STÖCKER, Karl: „Neuzeitliche Unterrichtsgestaltung“, München: Ehrenwirth, 1978, Seite 102

Infolge einer lebensnahen Unterrichtsgestaltung wird der Bedeutungsgehalt des Unterrichtsmaterials erhöht und aufgewertet. Die vorliegende Motivation, die durch anwendungsorientierte und lebensnahe Aufgaben vorliegt, verstärkt demnach das Lernen, Behalten und unterstützt die Übertragung auf weitere sinnvolle Themenbereiche.

Kurz gesagt: Persönlich vertraute Inhalte fördern den Verstehensprozess.[118]

HASSELHORN und GOLD haben Tipps zur lebensnahen Unterrichtsgestaltung beschrieben: Allen voran stand die Demonstration und Erprobung des Gelernten in möglichst realistischen Beispielen.[119] Dies bedeutet, dass Brauchbarkeit und Nützlichkeit der Unterrichtsinhalte angestrebt werden. Darunter werden Lerninhalte verstanden, die direkt im Alltag Gebrauch finden und verwendet werden können.[120]

Wichtig ist, dass die Lehrperson stets eine lebensnahe Unterrichts- und Lebenseinstellung nach außen trägt und versucht, diese an ihre Schülerinnen und Schüler weiter zu geben. In dem Sinn, dass nicht nur vom Leben geredet wird, sondern dieses Konzept auch „gelebt“ wird.[121] Die Frage, die sich dadurch stellt ist: Nach welchen Kriterien wird ausgesucht, welche Lehrplaninhalte lebensnah sind? Zusätzlich sollte man sich fragen, ob das Curriculum noch zeitgemäß die heutige geistige Welt der Schülerinnen und Schüler abdeckt.

Trotz alledem ist es bemerkenswert, dass das institutionelle Lernen primär schulgebunden und weniger auf das Leben ausgerichtet ist. Die Gründe, die Schülerinnen und Schüler angeben, warum sie generell lernen, sind: eine gute Note, um die Abschlussprüfung zu bestehen oder etwa um die Eltern stolz zu machen, fand STÖCKER heraus.[122] Dieser weist explizit darauf hin:

> *„Je mehr die Schule diese zwischen Bildungsgut und Kind sich einschiebenden Faktoren (Zeugnis, Versetzung, Prüfung) überbetont, um so mehr wird der Schüler in seiner Meinung bestärkt, nur für die Schule lernen zu müssen, die Lebensbedürfnisse gering zu achten und zu glauben, daß es*

[118] Vgl. AUSUBEL: Seite 525 (Band 2)
[119] Vgl. HASSELHORN; GOLD: Seite 157
[120] Vgl. STÖCKER: Seite 100
[121] Vgl. STÖCKER: Seite 110
[122] Vgl. STÖCKER: Seiten 154ff

dann im wirklichen Leben auf ganz andere Dinge ankomme, die man im Unterricht eben nicht oder nur unzureichend lerne."[123]

Laut diesem Zitat wäre es an der Lehrerin und dem Lehrer die Stoffauswahl zu hinterfragen, in dem Sinn welche Bedeutung diese Inhalte in der Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler spielen. Fragen, die sich hierbei stellen sind: Welche Bezugspunkte könnten aufgebaut und an welchen Wissensinhalten angeknüpft werden? Welches Vorwissen ist notwendig? Zeitgleich sollte man sich auch fragen, warum genau dieses Stoffgebiet erarbeitet wird und wie ein Realitätsbezug aufgebaut, erarbeitet und auch eingesetzt werden kann.[124]

Die Beantwortung dieser Fragen ist didaktischen Ursprungs. Nun wird ein Abriss der Mathematikdidaktik geboten, welche den Grundstein eines generellen Mathematikunterrichts, im Speziellen des Konzepts der Anwendungsorientierung, darstellt.

2.4 Didaktik der Mathematik

2.4.1 Bildung

Eine weitere Definition von Bildung wird hier angegeben, welche als Erweiterung der HUMBOLDT'schen aufgefasst werden kann und als Basis des Mathematikunterrichts angesehen werden kann.

„Education is, at least, the endeavour to get people to do things they could not previously do, to understand things they did not previously understand, and perhaps, to become the people they did not expect to become."[125]

Aus dem Zitat von Hugh SOCKETT ist abzuleiten, dass Bildung etwas in jedem Menschen hervorbringt und Fähigkeiten entfaltet, von denen man vorab womöglich gar nicht wusste, dass man diese besitzt. Zusätzlich, wie im einleitenden Zitat nach HUMBOLDT, versteht man unter ‚Bildung' ebenfalls die

---

[123] STÖCKER: Seite 156

[124] Vgl. STÖCKER: Seiten 156ff

[125] Bildungsdefinition nach Hugh SOCKETT, zitiert nach http://www.jstor.org/stable/1085251?seq=1#page_scan_tab_contents, 27.10.2015, 14:14Uhr

Fähigkeiten zur Lebens- und Alltagsbewältigung. Die Fertigkeit lernen zu können, ist überhaupt die Voraussetzung für Bildung.

Schule hat einen Bildungsauftrag und speziell den Auftrag Allgemeinbildung zu vermitteln. Dies kann bei der Orientierung an Anwendungen ziemlich ausufern. Es gilt im Unterricht sich vom Speziellen zum Allgemeinen vorzuarbeiten. Daraus können sich dann individuelle Interessen ergeben, aber auch persönliche Berufswünsche sind möglich.[126] Der Bildungsinstitution ist es nicht möglich jede Schülerin und jeden Schüler auf einen bestimmten Beruf vorzubereiten. Diese Aufgabe hat dann im Konkreten die Berufsschule zu leisten, sonst gilt es eher eine generelle Wissensbasis mit gesellschaftlichen Werten und Normen zu vermitteln.

Die Bildung im Mathematikunterricht sollte sich so vollziehen, dass mathematische Inhalte so im Leben der Schülerinnen und Schüler verankert werden, damit sich diese als essenziell darstellen und dadurch motivierend wirken.[127]

FÜHRER führt diese These noch aus und meint:

„Es ist für jeden mathematisch Gebildeten offensichtlich, daß die Herleitung des mathematischen Schulstoffs aus alltäglichen oder naiv zugänglichen Anwendungsinteressen nur gelegentlich gelingen kann und daß die Legitimation der üblichen Sekundarstufenmathematik allein aus solchen Interessen unsinnige Vorstellungen von der Mathematik und ihrer gesellschaftlichen Bedeutung bestärken würde.“[128]

Daraus lässt sich folgern, dass Mathematik im Unterricht nicht immer realitätsbezogen sein kann und auch nicht muss. Genauso wenig wird die Realitätsnähe literarischer Werke, wie beispielsweise Goethes „Faust“, hinterfragt und dennoch werden diese Schriften im Deutschunterricht behandelt und stellen eine wichtige Quelle an Basisliteratur dar. Gewisse Themengebiete

[126] Vgl. FÜHRER, Lutz: „Pädagogik des Mathematikunterrichts“, Braunschweig/Wiesbaden: Verlag Vieweg, 1997, Seite 117

[127] Vgl. FÜHRER: Seite 111

[128] FÜHRER: Seite 112

im Lehrplan sind einfach deshalb notwendig unterrichtet zu werden, da diese die Schönheit der Mathematik vermitteln und relevante Bausteine in dessen Konstrukt darstellen. Natürlich werden gewisse mathematische Inhaltsbereiche häufiger im Alltag verwendet und können leichter integriert werden, wie Prozentrechnung, Ähnlichkeiten oder Mittelwerte.[129] Generell ist es aber unmöglich, die Lernenden auf alle Situationen des Lebens optimal vorzubereiten.

Im Unterricht handelt es „*sich eher um Versuche, bessere und differenzierte Orientierung der Schüler in der Außenwelt durch Anwendung von Mathematik zu erreichen, als um Anwendungsorientierung des Mathematikunterrichts selbst*“[130], führt FÜHRER weiter aus. Dadurch wird gezeigt, dass und wie Mathematik uns alle betrifft.

Manchmal kann es auch lustvoll sein eine Gleichung ohne direkten Realitätskontext zu lösen. Die Wirklichkeitsbezüge sollen dennoch nicht erzwungen und an den Haaren herbeigezogen werden, sondern in eine sinnvolle Beziehung gesetzt werden. Ein berühmtes Beispiel für anwendungsorientierte Aufgaben, die keinerlei Nutzen besitzen, sind Kapitänsaufgaben.

Unter Kapitänsaufgaben versteht man Textaufgaben, die nicht gelöst werden können, da die Fragestellung und die angegebenen Daten nicht übereinstimmen. Das wohl berühmteste Beispiel lautet:

> *„Auf einem Schiff befinden sich 26 Schafe und 10 Ziegen. Wie alt ist der Kapitän?“*[131]

Als Antwort gaben die meisten Schülerinnen und Schüler der Volksschule (76 von 97 Befragten), die diese Aufgabe gestellt bekamen, an, dass der Kapitän 36 Jahre alt ist. Denn sie hatten ja im Unterricht gelernt, dass die Zahlen in Textaufgaben in irgendeiner Weise kombiniert werden müssen. Darauf wurden die beiden vorkommenden Zahlen einfach addiert, um zu einem Ergebnis zu gelangen.[132]

---

[129] Vgl. FÜHRER: Seiten 112ff
[130] FÜHRER: Seite 118
[131] BARUK, Stella: „Wie alt ist der Kapitän?“, Basel/Boston/Berlin: Birkhäuser, 1989, Seite 29
[132] Vgl. BARUK: Seite 29

Obwohl das Beispiel als unlösbar gekennzeichnet ist, glauben viele Lernende, dass eine Antwort existieren muss. Entdeckendes Lernen sollte deshalb auch sinnvoll gestaltet sein.

Ausgehend von paradoxen Anwendungsbeispielen, stellt FÜHRER klar: „*Bilden kann Mathematik die Schüler allerdings nur, wenn sie sie irgendwann betrifft, berührt und zu vernünftigen Urteilen bewegt*.“[133] Dies bedeutet, dass die Berührungspunkte von Mathematik und Realität dort gesucht werden sollten, wo diese auch tatsächlich vorkommen, um adäquate, aber auch lebensnahe Beispiele entwickeln zu können.

Andererseits muss beachtet werden, dass wenn ausschließlich der Nützlichkeitsaspekt des Mathematikunterrichts betrachtet wird, indem bloß die Inhalte unterrichtet werden, um im Alltag bestehen zu können, dann könnte der Mathematikunterricht in der 3.Klasse der Sekundarstufe I enden. Denn alles darüber hinaus, spielt später kaum noch eine Rolle. Genau an diesem Punkt muss vom individuellen Nutzen weggegangen werden und der Blick auf die allgemeine Nützlichkeit von Mathematik gelenkt werden.[134] Schon H.-W. HEINEMANN meinte zu Recht: „*Ein Mathematikunterricht, der sich auf unmittelbare Lebensvorbereitung zu beschränken sucht, bereitet unzureichend auf das Leben vor*.“[135]

Die Mathematik ist schließlich mehr als nur ein Werkzeug, um den Alltag zu bestehen und sollte nicht nur deshalb unterrichtet werden, um den Nützlichkeitsaspekt aufzuzeigen. Wie am besten der Unterricht aufgebaut werden sollte, um den größten Nutzen daraus zu ziehen, wird sogleich erörtert.

2.4.2 Unterrichtsgestaltung

„*Unterricht, sagt WYGOTSKI, ist nur dann guter Unterricht, wenn er der persönlichen Entwicklung vorausgeht*.“[136]

---

[133] FÜHRER: Seite 119
[134] Vgl. FÜHRER: Seiten 119 ff
[135] FÜHRER: Seite 122
[136] GAGE; BERLINER: Seite 122

Dies Zitat meint, dass Unterricht ein Reifungsprozess ist, in dem soziales Wissen zu individuellem Wissen wird und dadurch an Komplexität gewinnt. Man kann postulieren: Unterricht ist ein Geschehen, dass sich an der direkten Umwelt orientiert und Keime anpflanzt, die dann zu persönlichen Begabungen und Interessen werden.

Die Grundlagen guten Unterrichts hat KLAFKI durch vier didaktische Grundfragen beschrieben. Diese sollen den fachlichen Unterrichtsinhalt beurteilen:

- die Bedeutung des Inhalts für Gegenwart und Zukunft der Schülerinnen und Schüler
- die exemplarische Bedeutung des Inhalts
- die Struktur des Inhalts
- die Zugänglichkeit des Inhalts

Die angeführten Punkte gilt es nun auf den Mathematikunterricht umzulegen und zu beurteilen. Auf dieser Grundlage betrachtet heißt das, dass es primär darum geht *WIE* unterrichtet wird. Ein allgemeinbildender Mathematikunterricht sollte stets die individuelle Sichtweise der Schülerinnen und Schüler respektieren und differenzierte Lösungswege ermöglichen.[137] Wie schon erläutert, wird ebenfalls ein Gegenwart- und Zukunftsbezug gefordert, was wiederum mit dem Prinzip der Lebensnähe einher geht. Das Lernen im Unterricht verfolgt das Ziel, die Lernenden auf ihren beruflichen, sowie privaten Alltag vorzubereiten („Lebensvorbereitung“). Andererseits soll Unterricht aber auch Kultur vermitteln und *„einen Überblick über unsere Welt und ihre Probleme*“[138] geben („Weltorientierung“).

Auch neue Lernerfahrungen müssen erfahrbar gemacht und in das bisherige Wissen einigermaßen eingegliedert werden können.[139] Als weitere Kriterien guten Unterrichts werden von REISS und HAMMER folgende Punkte angeführt: Ein Kriterium guten Unterrichts ist die *Schülerorientierung*. Dies meint das Eingehen auf persönliche Potentiale der Lernenden und deren individuelle Bedürfnisse. Des Weiteren werden die *Unterrichts- und Klassenführung*, sowie die *kognitive Aktivierung* genannt. Koordinierte Führung bedeutet eine klar strukturierte

[137] Vgl. REISS; HAMMER: Seite 6f
[138] REISS; HAMMER: Seite 2
[139] Vgl. GAGE; BERLINER: Seite 125

Instruktion und einen organisierten Ablauf. Der dritte Punkt spielt auf die Komplexität des Lerninhalts und Intensität des Lernens an.[140]

Theoretisch betrachtet klingt dies alles durchaus einleuchtend, jedoch was macht den Bildungswert eines Unterrichtsinhalts aus? Welchen konkret praktischen Wert hat die Multiplikation von Bruchzahlen? Viele Erwachsende würden bestätigen, den Alltag auch ohne dieses Wissen bewältigen zu können. So einfach kann man jedoch wichtige von unwichtigen Inhalten nicht trennen. Die Schülerinnen und Schüler werden zukünftig individuelle Wege gehen, unterschiedliche Berufslaufbahnen einschlagen und hierfür komplett verschiedene Voraussetzungen zu erfüllen haben. Das mathematische Alltagswissen ist sehr tiefgreifend – reicht es von der Teilnahme an einem Fernsehquiz bis zur Benutzung des Computers. Ohne jegliche Frage wird die Mathematik in vielen Arbeitsbereichen und Studiengängen gebraucht. Einerseits in den Natur- und Ingenieurwissenschaften, aber auch in den Sozialwissenschaften werden mathematische Modelle und Inhalte benötigt und gelehrt, um Ergebnisse statistisch darstellen und interpretieren zu können. In zahlreichen Berufsfeldern, angefangen beim Bankwesen, sowie Versicherungen, aber auch im Baugewerbe werden mathematische Fähigkeiten täglich benötigt. Die Basis dafür bildet ein gut fundiertes Schulwissen, auf dem aufgebaut werden kann und Spezialisierungen vorgenommen werden können.[141] Jedoch wie schon im vorherigen Kapitel erläutert wurde, besitzt Mathematikunterricht schließlich mehr als nur den Nützlichkeitsaspekt.

Ungeachtet dessen, dass Unterricht, allen voran Mathematikunterricht, nicht nur dem alltäglichen Leben genügen muss, sondern viele Berufsgruppen das mathematische Wissen benötigen, um ihrer Arbeit nachgehen zu können. Ebenfalls die Forschung, Wissenschaft oder Technik beruht auf diesen Kenntnissen.
Um diese grundlegenden und notwendigen mathematischen Erkenntnisse stets vor Augen zu halten, hat WINTER einige Grunderfahrungen beschrieben, die unter den *Allgemeinbildungsaspekt der Mathematik* fallen und unbedingt im Unterricht vermittelt werden sollten:

---

[140] Vgl. REISS; HAMMER: Seite 16
[141] Vgl. REISS; HAMMER: Seite 2f

1) „Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen
2) mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennenzulernen und zu begreifen
3) in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinausgehen (heuristische Fähigkeiten), zu erwerben“ [142]

Diese angegebenen Aspekte finden sich mitunter im Lehrplan der Mathematik wieder. Unter den ersten Aspekt fallen Beispiele, die mit dem täglichen Leben verbunden sind, in denen sich die tatsächliche Anwendung der Mathematik spiegelt.

Die Erkenntnis, von welcher Größe und welchem Nutzen Mathematik ist, besteht nicht erst seit Kurzem. Über die Jahrtausende hinweg wurde Mathematik zum Teil um des Mathematikwillens betrieben, weil dieses Wissen notwendig war. Im nächsten Kapitel wird ein kurzer Einblick in die frühen historischen Entwicklungen der Mathematik gegeben. Diese werden dahingehend behandelt und erörtert, um relevante Erkenntnisse daraus zu ziehen.

[142] REISS; HAMMER: Seite 7

3. Die Geschichte der Mathematik

Die geschichtliche Entfaltung der Mathematik über die Jahrtausende hinweg, erlaubt es uns, die These aufzustellen, dass sich aus der alltäglichen Praxis die theoretische Mathematik entwickelt hat. Diese Erkenntnis soll nun so adaptiert werden, dass sie uns Aufschluss für das direkte Unterrichtsgeschehen bietet.

Wie im folgenden Kapitel beschrieben wird, kann erkannt werden, dass sich Mathematik aus einer Notwenigkeit heraus entwickelt hat – sozusagen aus der Praxis Theorie wurde. Es wird ein kurzer Abriss über die frühe Entstehung der Mathematik bis hin zur Wissenschaft gegeben. Im Speziellen wird auf die orientalische und griechische Mathematik eingegangen. Daraus können die notwendigen Erkenntnisse für die hier vorliegende Arbeit abgeleitet werden. Wichtige Mathematiker und deren Erkenntnisse, welche direkten Einfluss auf den Lehrstoff der Sekundarstufe I haben, werden vorgestellt.

Darauf aufbauend wird kurz die Entstehung der angewandten Mathematik beschrieben, sowie die Erläuterung, wie sich die Anwendungsorientierung daraus entwickeln konnte. Einige Beispiele werden zum besseren Verständnis ebenfalls angeführt.

3.1 Die Entwicklung von der Praxis zur Theorie und die frühe Geschichte der Mathematik

Die Mathematik ist schon fast so alt wie die Menschheit selbst. Erste Versuche des Zählens ergaben sich bereits in der Jungsteinzeit. Die frühesten mathematischen Aufzeichnungen findet man jedoch erst bei den Ägyptern um 3000 v. Chr. und Babyloniern um 2500 v. Chr. Die Mathematik ergab sich damals aus praktischen Erfordernissen. Die Menschen seinerzeit haben den Anwendungsaspekt nicht hinterfragt, sondern Mathematik einfach genutzt, da sie einen erheblichen Aspekt ihres Lebens ausgemacht hat.

Die historischen Erkenntnisse der Mathematik haben diese maßgeblich bis heute beeinflusst und zu dem jetzigen Konstrukt gemacht. Mathematik vereint sozusagen Kunst und Wissenschaft.

STRUIK bestätigt diese These in seinen Vorlesungen und meint: *„Die orientalische Mathematik entstand als eine praktische Wissenschaft, um*

Kalenderberechnungen, die Verwaltung der Ernte, die Organisation der öffentlichen Bauten und die Eintreibung der Steuern zu erleichtern.“[143]

Unsere Kenntnisse über die orientalische Mathematik sind jedoch äußerst lückenhaft, da man nur auf die überlieferten und erhaltenen Papyrusrollen der Ägypter oder Tontäfelchen der Babylonier zurückgreifen kann.[144] Um diese Erkenntnisse jedoch näher zu beleuchten, werden in den nachfolgenden Punkten die historischen Entwicklungen beschrieben:

3.1.1 Die ägyptische Mathematik

Die Mathematikaufgaben der *Ägypter* wurden auf Papyrus niedergeschrieben und waren vor allem praktischer Natur. Davon sind noch zwei bedeutende Rollen erhalten: das Papyrus Rhind (enthält 85 Aufgaben) und das Moskauer Papyrus (enthält 25 Aufgaben). Auf den beiden heute noch bestehenden Rollen befinden sich eine Tafel von Stammbrüchen, Verteilung von Lohnsummen auf mehrere Arbeiter, die Berechnung von Raum- und Flächeninhalten.[145] Außerdem behandelten die Textaufgaben die Themen wie Fütterung von Tieren oder auch der Gehalt von Brot wurde bearbeitet. Wie man leicht feststellen kann, waren die meisten Beispiele somit rein praxisorientiert und dienten der Erleichterung des Alltags.[146]

Ihre entwickelte Arithmetik war additiver Natur, sogar die Multiplikation wurde als wiederholte Addition aufgefasst.[147] Die Ägypter beherrschten die Bruchrechnung, wobei sie jeden Bruch als Summe von Stammbrüchen schrieben (Siehe Kapitel 3.1.4). Außerdem konnten sie einfache Gleichungen mit einer Unbekannten lösen.[148] Die unbekannte Variable in den Gleichungen wurde mit „Hau“ bezeichnet, weshalb diese auch oft „Hau-Rechnung“ genannt wird. Dies meint so

---

143 STRUIK, Dirk J.: „Abriß der Geschichte der Mathematik“, Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1972, Seite 32

144 Vgl. STRUIK: Seite 33

145 Vgl. KAISER; Hans; NÖBAUER, Wilfried: „Geschichte der Mathematik für den Schulunterricht“, Wien: Hölder-Pichler-TEMPSKY, 1998, Seite 12f

146 Vgl. STRUIK: Seite 35f

147 Vgl STRUIK: Seite 34

148 Vgl. KAISER; NÖBAUER: Seite 13

viel wie „Menge“ oder „Haufen“, wofür auch eine ganz spezielle Hieroglyphe verwendet wurde.

Geometrische Aufgaben waren durchweg Beispiele, die Messungen betrafen oder die dreidimensionalen geometrischen Figuren darstellten, welche meist Getreidespeicher symbolisierten. In der Geometrie verfügten die Ägypter aber auch über das Wissen und die Formeln zur Flächeninhaltsberechnung von Dreiecken, Vierecken, Trapezen, sowie zur Volumsberechnung vom quadratischen Pyramidenstumpf. Obwohl diese zu dieser Zeit noch keinerlei Kenntnis vom Satz des Pythagoras (laut Aufzeichnungen) hatten, stellten sie die Formel für den quadratischen Pyramidenstumpf auf $V = \frac{h}{3}(a^2 + ab + b^2)$, die vollkommen korrekt ist und Gültigkeit aufweist.[149]

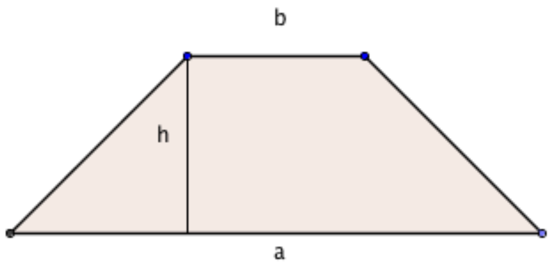


Abbildung 4: Pyramidenstumpf

Ebenso besaßen sie eine erstaunlich genaue Näherung für π $(= 3{,}14159\ldots)$. Zu dieser Zeit wurde der Wert $(\frac{16}{9})^2 \approx 3{,}1605$ zur Berechnung herangezogen.

3.1.2 Die mesopotamische Mathematik

Die *Babylonier* (auch mesopotamische Mathematik genannt) verwendeten ein Sexagesimalsystem (Basis 60), welches sie in Keilschrift in Tontafeln drückten und hauptsächlich für Verwaltungstätigkeiten nutzten. In der Zeit- sowie Winkelmessung findet man dieses System heute noch wieder und ist für den heutigen Mathematikunterricht von durchaus erheblicher Bedeutung.

---

[149] Vgl. BAXA, Christoph: Mitschrift zu „Geschichte der Mathematik“, SS 1015

Von diesen Keilschrifttäfelchen sind einige mehr überliefert worden als Papyrusrollen, wodurch sich besser eruieren lässt, über welche mathematischen Kenntnisse die Babylonier bereits vor Christus verfügten. Die Bewohner Mesopotamiens führten die Grundrechnungen in einem Positions- oder Stellenwertsystem, ähnlich unserem heutigen Dezimalsystem, durch.[150]

Beispiel: II bedeutete $61 = 1 * 60 + 1$ und 563 (wir würden 5,6,3 schreiben) bedeutete $5 * 60^2 + 6 * 60 + 3 = 18\,363$.

Das Zahlensystem war noch nicht komplett ausgereift, denn es konnten unterschiedliche Zahlen mit gleicher Darstellung gemeint sein. Die genaue Interpretation der Zahl musste stets dem spezifischen Kontext entnommen werden.[151] Außerdem beherrschten sie schon einen Algorithmus für das Ziehen von Quadratwurzeln und verfügten über weitere Fertigkeiten, speziell was das Lösen von Gleichungen ersten und zweites Grades betrifft.

In der Geometrie wandten sie bereits den Satz des Pythagoras, sowie den Satz des Thales an (obwohl diese beiden Griechen noch gar nicht lebten, jedoch namensgebend waren) und konnten bereits Winkel konstruieren. Als Näherungswert für π verwendeten sie einerseits manchmal 3, aber auch der Wert $3\frac{1}{8}$ = $3{,}125$ taucht als Näherung auf, welcher nicht annähernd so genau war wie die ägyptische Näherung.

Größtenteils waren die Aufgaben ebenso praktische Beispiele, die sich vor allem auf die Zinseszinsrechnung bezogen und auch hier das tägliche Leben einfacher und strukturierter machen sollten.[152] In der gesamten orientalischen Mathematik findet man keinerlei Aufzeichnungen, die auf einen Beweis hindeuten. Es wurden lediglich Regeln und Sätze beschrieben, wie jedoch der Findungsprozess gestaltet war, bleibt reine Spekulation.[153] Dies wäre in der heutigen Mathematik unmöglich, da alle behaupteten Sätze auch einen Beweis verlangen. Diese Vorgehensweise änderte sich jedoch sich mit dem Aufkommen der griechischen Mathematik, wie im nächsten Abschnitt erläutert wird. Die Mathematik,

[150] Vgl. KAISER; NÖBAUER: Seite 13
[151] Vgl. STRUIK: Seite 37
[152] Vgl. KAISER; NÖBAUER: Seite 13f
[153] Vgl. STRUIK: Seite 41

besonders die universitäre Ausbildung, hat oft den Ruf zu theoretisch zu sein. Dies entspricht jedoch nicht zur Gänze der Wahrheit, da diese zwar einen streng logischen Aufbau hat, indem bestimmte Regeln anzuwenden sind, die schulische Mathematik sich jedoch um einen praxisorientierten Zugang bemüht.

3.1.3 Die griechische Mathematik

Es kann festgehalten werden, dass die mathematischen Erkenntnisse in der Antike eigentlich hauptsächlich von den *Griechen* stammen. Daher ist es zureichend, von einer rein griechischen Mathematik zu sprechen. In dieser Zeit wurde sozusagen die moderne Mathematik geboren, mit all ihrer strikt durchdachten Formation.

„*Die Mathematik diente dazu, Ordnung im Chaos zu schaffen, Ideen in logischen Ketten anzuordnen und fundamentale Prinzipien zu entdecken*.“[154], so erläutert STRUIK seine Erkenntnisse in seinen Vorlesungen. Zum ersten Mal in der Geschichte wurde versucht, „*Probleme mathematischer Natur mehr im Geiste des Verstehens als in dem der Nützlichkeit*“[155] zu untersuchen. Dies war der Grundstein für die weitere theoretische Entwicklung. Wie nachfolgend erkannt wird, sind die erforschten Erkenntnisse rein wissenschaftlicher Natur.

Der Abschnitt der griechischen Mathematik lässt sich in vier Phasen teilen:

1) Die ionische Periode
2) Die athenische Periode
3) Die alexandrinische Periode
4) Die Spätzeit

Im folgenden Abschnitt werden nun einige bedeutende Mathematiker der jeweiligen Periode genannt, welche nachhaltig relevante Erkenntnisse herausgefunden haben, die auch für den heutigen Unterricht in der Sekundarstufe I von enormer Relevanz sind.

[154] STRUIK: Seite 48f
[155] STRUIK: Seite 50

Die *ionische Periode* dauerte in etwa von 600 v. Chr. bis 400 v. Chr. Den Anfang macht **THALES VON MILET**, denn er war der Erste, der Beweise für seine Sätze angab. Er entdeckte zudem, dass der Durchmesser den Kreis halbiert, sowie dass die Basiswinkel in einem gleichschenkligen Dreieck gleichgroß sind und den Winkel-Seite-Winkel Satz bezüglich der Kongruenz von Dreiecken. Außerdem bewies er als Erster, dass jeder Winkel in einem Halbkreis über einer Strecke ein rechter Winkel ist (Satz von Thales). Dieser wurde wie bereits erwähnt, schon von den Babyloniern angewandt.

Der nächste einflussreiche Mathematiker war **PYTHAGORAS VON SAMOS,** der eine Art Naturreligion gründete. Seine Anhänger nannten sich ‚die Pythagoreer', deren Leitsatz die Harmonie war. Diese Philosophie beruhte auf den Verhältnissen ganzer Zahlen („Alles ist Zahl."). Aufgrund dessen beschäftigten sie sich hauptsächlich mit der Zahlentheorie und stellten so die Regel zur Berechnung von pythagoreischen Zahlentripel (Drei natürliche Zahlen, die als Längen für rechtwinklige Dreiecke vorkommen können) auf. Zusätzlich beschäftigten sie sich mit Proportionen, wodurch sie auch die Irrationalität von $\sqrt{2}$ entdeckten. Die Pythagoreer lösten sozusagen die erste Grundlagenkrise der Mathematik aus, da die Harmonie, aufgrund der Inkommensurabilität von Strecken gestört wurde. Auch in der Geometrie konnten sie einige Erkenntnisse gewinnen: Die Lehre der Ähnlichkeiten, aber auch der Flächengleichheit erforschten sie, sowie die der Parallelen, Winkeln und Dreiecken. Ebenfalls konnten sie ein regelmäßiges Fünfeck konstruieren mit Bleistift und unskaliertem Lineal. Am wohl bekanntesten ist natürlich der Satz des Pythagoras. Dieser besagt, dass in jedem rechtwinkligen Dreieck die Fläche der beiden Kathetenquadrate zusammen so groß sind wie die Fläche des Hypothenusenquadrats. Diese Formel fand ebenfalls schon bei den Babyloniern Verwendung.

DEMIKRITOS hingegen entdeckte die Volumsformel für die Pyramide und den Kegel. **HIPPOKRATES VON CHIOS** auf der anderen Seite konnte das regelmäßige

Sechseck konstruieren und wurde für seine Kreismöndchen (Quadratur einer krummlinigen Fläche) bekannt.[156]

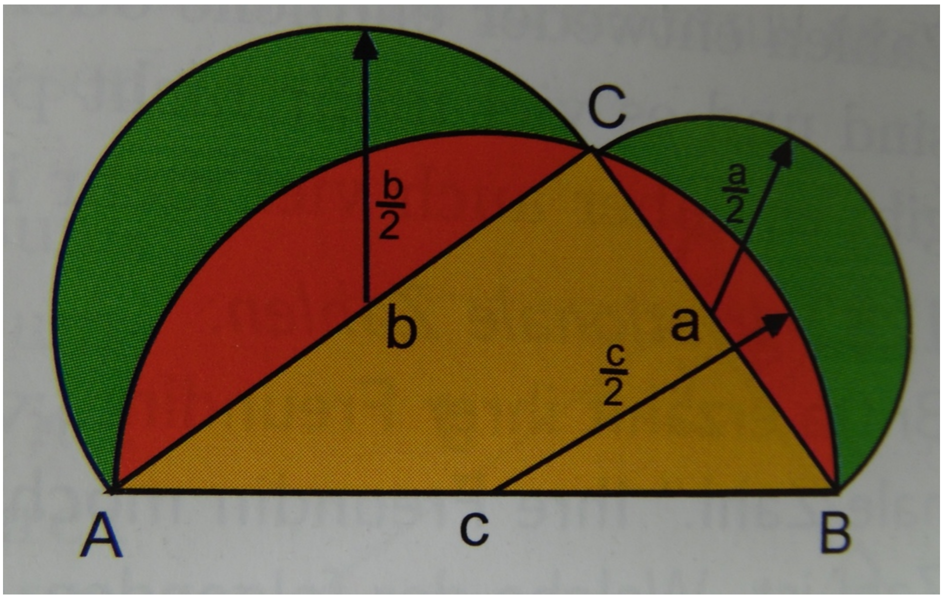


Abbildung 5: Die Möndchen des Hippokrates[157]

Die schraffierte Fläche der Möndchen ist flächengleich mit dem rechtwinkligen Dreieck. Die genaue Überprüfung kann ab der 8. Schulstufe nachgerechnet werden, sobald die Formeln für den Kreis den Schülerinnen und Schülern bekannt sind, wie im Schulbuch MatheFit 4 angegeben wird.

Beispiel: *Monde des Hippokrates* - MatheFit 4 – Aufgabe 1286

> *Beweise, dass die Summer der Flächeninhalte der „Monde" (grüne Flächen) über den Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks gleich dem Flächeninhalt des rechtwinkligen Dreiecks ist.*[158]

Die *athenische Periode* lässt sich zwischen 400 und 300 v. Chr. einordnen. Ein wichtiger Mathematiker dieser Zeit war **EUDOXOS VON KNIDOS**, denn er beschrieb seine Proportionenlehre, als erste Theorie der Irrationalzahlen. Es wurde behauptet, er hätte die Krise der Mathematik überwunden, indem er die Theorie der Kommensurabilität der Pythagoreer weiter ausformulierte.[159]

---

[156] Vgl. KAISER; NÖBAUER: Seite 16ff
[157] HANISCH, Günter; et al.: „MatheFit 4 – Lehrer/innenausgabe", Seite 316
[158] HANISCH Günter; et al.: „MatheFit 4 – Lehrer/innenausgabe", Seite 316
[159] Vgl. KAISER; NÖBAUER: Seite 18ff

Die *alexandrinische Periode* verlief von circa 300 bis 200 v. Chr. und **EUKLID** war der große Mathematiker dieser Zeit, indem jener den Grundstein der heutigen Mathematik legte. In seinem Hauptwerk „Die Elemente“ fasste er die gesamten mathematischen Kenntnisse seiner Zeit zusammen, welches als Lehrbuch galt und sozusagen als die „mathematische Bibel“ angesehen wurde. Der Geometrieunterricht stützt sich bis heute auf dieses Werk. Dies gilt als der Beginn der theoretischen Mathematik. Das gesamte Werk (welches aus 13 Bänden besteht) folgt einem strikt logischen Aufbau bestehend aus Definitionen, Axiomen, Sätzen und Konstruktionen, jedoch gänzlich ohne praktische Beispiele.[160] Der „Euklidische Algorithmus“, zur Findung des größten gemeinsamen Teilers sowie der „Satz des Euklid“ werden in dem Werk „Elemente“ genau beschrieben und bewiesen. Der „Satz des Euklid“ besagt, dass es unendlich viele Primzahlen gibt. Auch **ARCHIMEDES** war sehr bedeutend zu dieser Zeit, denn er erarbeitete eine sehr genaue Näherung für π , indem er dem Kreis regelmäßige Vielecke (bis zum 96-Eck) einschrieb[161] und er gab die „heronische Flächeninhaltsformel“ für das Dreieck an. Zusätzlich bewies er die Flächeninhalts-, Oberflächen- und Volumsformeln von diversen Flächen und Körpern. **ERATOSTHENES VON KYRENE** verfasste eine Berechnung für den Erdumfang und erfand das berühmte Primzahlensieb.[162]

Das *Sieb des Eratosthenes* bezeichnet eine Methode, um alle Primzahlen, die kleiner als eine bestimmte gegebene natürliche Zahl sind, herauszufiltern. Es funktioniert so, dass alle natürlichen Zahlen, die keine Primzahlen sind, rausgestrichen werden. Das Themengebiet der Primzahlen ist zwar erst im Lehrplan der 9. Schulstufe vorgesehen, jedoch werden einige Teilbarkeitsregeln schon in der Unterstufe unterrichtet und dabei können Schülerinnen und Schüler bereits über Primzahlen aufgeklärt werden. Im Schulbuch „MatheFit 2“ wird diese Methode bereits für die 6. Schulstufe aufbereitet und verständlich dargestellt.

Beispiel: MatheFit 2 – Aufgabe 245

Finde die Primzahlen zwischen 1 und 100! Gehe dabei so vor:

---

[160] Vgl. KAISER; NÖBAUER: Seite 20f
[161] Vgl. STRUIK: Seite 60f
[162] Vgl. KAISER; NÖBAUER: Seite 21ff

1. *Schreibe die Zahlen von 1 bis 10 in eine Reihe, darunter die Zahlen von 11 bis 20 usw... Streiche nun zuerst die Zahl 1. Denn die muss auf jeden Fall raus, sie ist ja keine Primzahl.*
2. *2 bleibt stehen! 2 ist ja eine Primzahl! Aber alle Vielfachen von 2 sind zu streichen, denn das sind sicher keine Primzahlen! Überlege: Welche Spalten können daher komplett gestrichen werden?*
3. *Nun ist 3 an der Reihe: 3 bleibt stehen, denn 3 ist eine Primzahl! Alle Vielfachen von 3 sind zu streichen!*
   Die Zahl 4 ist schon gestrichen und auch alle ihre Vielfachen. Warum?
   5 bleibt stehen, die Vielfachen von 5 musst du streichen!
   Mit der Zahl 6 verhält es sich so wie mit 4. Kannst du auch das erklären?
   7 bleibt wieder stehen, die Vielfachen von 7 musst du streichen!
4. *Jetzt hast du es geschafft! Wenn du genau gearbeitet hast, kommen in der Zahlentafel nur mehr Primzahlen vor, alle anderen Zahlen sind gestrichen!*[163]

In der darauffolgenden *Spätzeit* (ab 150 v. Chr.) geriet die Mathematik ein wenig in Vergessenheit, denn die Römer legten kaum Wert auf die Mathematik und deren Weiterentwicklung. Diese wurde lediglich in verschiedensten Gebieten, wie der Mechanik, Physik, Astronomie und Optik angewandt und auch dort gefördert. **HERON VON ALEXANDRIA** bewies die „heronische Flächeninhaltsformel“ für das Dreieck und war somit auch namensgebend, nicht so Archimedes.[164]

Mit dem Hochmittelalter um 1100 entwickelte sich offiziell die Mathematik als Wissenschaft und wurde ab diesem Zeitpunkt nur theoretisch nach dem Muster in Euklids „Elementen“ betrieben und axiomatisch aufgebaut.[165] Der große Aufschwung zur Weltmathematik folgte mit der Aufklärung. Der Schritt von einer praktischen Wissenschaft zu einer theoretisch basierten war vollbracht.

Die Frage, die sich nach diesem Entwicklungsverlauf stellt, ist, wie es die Anwendungsorientierung trotzdem in den Mathematikunterricht geschafft hat und

---

[163] HANISCH, Günter; et al.: „MatheFit 2 – Lehrer/innenausgabe“, Verlag Besseres Buch, 2009, Seite 61

[164] Vgl. KAISER; NÖBAUER: Seite 23, 25

[165] Vgl. KAISER; NÖBAUER: Seite 33

sich etablieren konnte. Dieser wird nach dem kurzen Ausschnitt über die explizite Entwicklung von Brüchen nachgegangen.

3.1.4 Die Entstehung der Bruchzahlen

Ein relativ wichtiges Themengebiet aus dem Lehrplan der Sekundarstufe I stellen „Brüche“, oder auch „Bruchzahlen“ genannt, dar. Diese werden über alle vier Schulstufen hinweg und darüber hinaus im Mathematikunterricht thematisiert.

Deshalb ist deren Entwicklung über die letzten Jahrtausende von bedeutender Relevanz für die Schülerinnen und Schüler, aber auch für die Lehrkräfte und die Gestaltung des Unterrichts.

Die erste Bruchrechnung tauchte bei den Ägyptern auf dem Papyrus Rhind auf.

Das dazu passende Beispiel lautete wie folgt (Beispiel Nr. 26): *„Eine Menge und ihr Viertel geben zusammen 15.“*

Die Lösung wird mittels der „Methode des falschen Ansatzes“ ermittelt und ist ebenfalls auf der Rolle enthalten. Diese Angabe behandelt zwar einerseits Bruchzahlen, vereint diese jedoch wiederum mit dem Thema Gleichungen.

Der Lösungsansatz lautet: „Rechne mit 4, davon musst du ein Viertel nehmen, nämlich 1; zusammen 5.“

„Sodann wird 15 durch 5 dividiert und das Ergebnis mit 4 multipliziert. 4*3 = 12 ist also die gesuchte Menge, ihr Viertel ist 3; zusammen 15.“[166]

Eine ähnliche Aufgabe findet sich ebenfalls im Schulbuch „MatheFit 2“ und zeigt damit auf, dass historische Beispiele leicht in das Unterrichtsgeschehen eingebaut werden können. Der Lösungsprozess verläuft analog zu dem zuvor genannten Ansatz.

---

[166] KAISER; NÖBAUER: Seite 111f

<u>Beispiel</u>: MatheFit 2 – Aufgabe 808

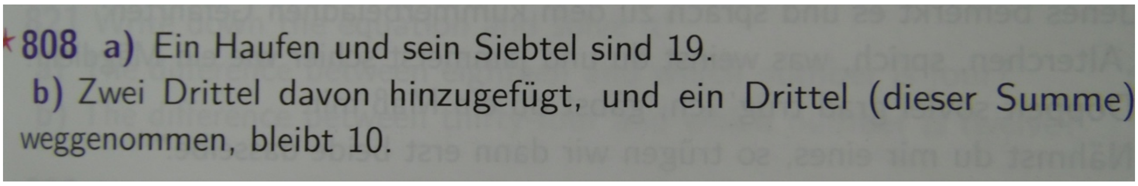

808 a) Ein Haufen und sein Siebtel sind 19.
b) Zwei Drittel davon hinzugefügt, und ein Drittel (dieser Summe) weggenommen, bleibt 10.

Abbildung 6[167]

In Ägypten wurden hauptsächlich Stammbrüche verwendet, darunter versteht man Brüche mit dem Zähler 1. Allgemeine Brüche wurden als Summe von Stammbrüchen angegeben. Herkömmliche Bruchzahlen, mit denen auch Berechnungen durchgeführt wurden, tauchen dann bei den Babyloniern zu allererst auf. Sie besaßen eine Tabelle mit reziproken Werten, wodurch die Division als Umkehrung der Multiplikation angewendet wird. Das oberste Gebot der Griechen lautete „Harmonie" und „Einheit" und daher fassten sie Brüche nur als Verhältnisse auf. Darauf aufbauend entwickelte sich die Proportionenlehre und Berechnungen wurden stets auf geometrischem Weg, als Streckenteilungen, durchgeführt. Diese Rechenoperationen konnten jedoch nur durchgeführt werden, solange die Strecken kommensurabel (ganzzahlige Vielfache voneinander) sind. Ab der Entdeckung der Inkommensurabilität von Seite zu Diagonale im Quadrat musste die ganze Theorie revidiert werden. Die heute übliche Bruchschreibweise stammt der Überlieferung nach wahrscheinlich aus Indien.[168] Der Bruchstrich wurde schon von LEONARD VON PISA wie folgt beschrieben:

„*Wenn über irgendeine Zahl ein Strich gezogen ist, und über diesem eine andere Zahl geschrieben ist, dann bezeichnet die obere Zahl den Teil oder die Teile der unteren Zahl; und daher wird die untere Zahl der Nenner und die obere Zahl der Zähler genannt.*"[169]

Die Sexagesimalbrüche wurden teilweise aus dem Zahlensystem der Babylonier übernommen und finden sich heutzutage als Minuten oder Sekunden wieder, weswegen sie auch „physische" Brüche genannt werden, da sie in der

---

[167] HANISCH, Günter; et al.: „MatheFit 2 – Lehrer/innenausgabe", Seite 173
[168] Vgl. KAISER; NÖBAUER: Seite 112f
[169] KAISER; NÖBAUER: Seite 113

Zeitmessung oder bei der Bezeichnung von Winkeln zum Einsatz kommen. Dezimalbrüche und dadurch auch die Dezimalzahlen tauchten erstmals bewusst im 16. Jahrhundert auf.[170]

Ein Bruch als Summe von Stammbrüchen

Bei der Darstellung einer Bruchzahl als Summe von Stammbrüchen, wie es die Gelehrten der ägyptischen Hochkultur gehandhabt haben, wird kein Stammbruch doppelt verwendet.

Brüche werden schon ab der 1. Klasse im Unterricht behandelt, jedoch werden die Rechenregeln von Bruchzahlen erst in der 2. Klasse genauer unterrichtet. Vor allem für das hier vorliegende Beispiel empfiehlt es sich, dass die Schülerinnen und Schüler bereits über ein Verständnis von Teilbarkeit von großen Zahlen verfügen.

Beispiel: $\frac{2}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$ wäre falsch, sondern $\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$ wäre korrekt!

Eine Tabelle auf dem Papyrus Rhind beschreibt die Darstellung von Brüchen der Art $\frac{2}{n}\ f\ddot{u}r\ n = 5,6,\dots,101.$

Beispiel für den Unterricht: Suche dir zwei Bruchzahlen aus der oben genannten Tabelle aus und versuche, diese als Summe von Stammbrüchen darzustellen.

Eine mögliche Lösung wäre:

$\frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{18}$ und $\frac{2}{99} = \frac{1}{66} + \frac{1}{198}$ [171]

Dabei ist allerdings zu beachten, dass es mehrere korrekte Darstellungsformen gibt. Für den Bruch $\frac{2}{99}$ gibt es sogar sieben verschiedene Darstellungsmöglichkeiten: $\frac{2}{99} = \frac{1}{50} + \frac{1}{4950} = \frac{1}{51} + \frac{1}{1683} = \frac{1}{54} + \frac{1}{590} = \frac{1}{63} + \frac{1}{231} = \frac{1}{90} + \frac{1}{110} = \frac{1}{55} + \frac{1}{495} = \frac{1}{66} + \frac{1}{198}$ [172]

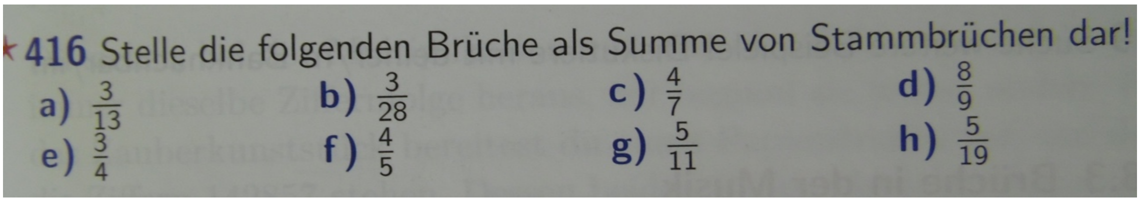
[170] Vgl. KAISER; NÖBAUER: Seite 113ff

[171] Vgl. BAXA: Mitschrift zu „Geschichte der Mathematik“ SS 2015

[172] Für die genaue Berechnung der Darstellungen siehe: COFMANN, Judita: „Einblicke in die Geschichte der Mathematik“, Heidelberg/Berlin: Spektrum Akademischer Verlag, 1999, Seite 119f

Im Schulbuch „MatheFit 2“ findet sich die Tabelle des Ahmes, welche Brüche als Summe von Stammbrüchen darstellt. Die folgende Aufgabe wird in diesem Zusammenhang genannt und verdeutlicht, dass diese Thematik bereits in der 6. Schulstufe unterrichtet werden kann.

Beispiel: MatheFit 2 – Aufgabe 416



416 Stelle die folgenden Brüche als Summe von Stammbrüchen dar!

a) $\frac{3}{13}$ b) $\frac{3}{28}$ c) $\frac{4}{7}$ d) $\frac{8}{9}$

e) $\frac{3}{4}$ f) $\frac{4}{5}$ g) $\frac{5}{11}$ h) $\frac{5}{19}$

Abbildung 7[173]

3.2 Die Entwicklung der anwendungsorientierten Mathematik

Mit der Jahrhundertwende wurde erstmals im deutschsprachigen Raum im Rahmen der Meraner Reform und der Arbeitsschulbewegung, die Berücksichtigung von Realitätsbezug im Unterricht behandelt.

Um 1880/90 herum entstand ein großer Bedarf an mathematisch ausgebildeten Technikern und Ingenieuren, hervorgerufen durch die industrielle Revolution. Davon ausgehend wurde ein neuer Lehrplan entwickelt[174] und es kam zu einer *„Forderung nach Umgestaltung des Mathematikunterrichts unter voller Anerkennung des formalen Bildungswertes der Mathematik gemäß einem psychologischen, einem didaktischen und einem utilitarischen Prinzip.“*[175] (Meraner Lehrpläne)

Die Arbeitsschulbewegung begann ziemlich zeitgleich wie die Meraner Reform und war eine Bildungsrichtung aus der Reformpädagogik. Ihr oberstes Ziel war

---

[173] HANISCH, Günter; et al.: „MatheFit 2 – Lehrer/innenausgabe“, Seite 99

[174] Vgl. KAISER, Gabriele: „Realitätsbezüge im Mathematikunterricht – Ein Überblick über die aktuelle und historische Diskussion“ in: GRAUMANN, Günter (Hrsg.): „Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht: Schriftenreihe der ISTRON Gruppe - Band 2“, Hildesheim: Franzbecker, 1995, Seite 75

[175] KAISER: Seite 75

es, das Leben mit der Schulbildung zu verbinden, indem Lernen in praktischer und sozialer Form erfahren wurde.[176]

Von äußerster Relevanz war es, dass sich die Anwendungen der Aufgaben im täglichen Leben widergespiegelt haben und vor allem lebensweltliche und berufsnahe Situationen behandelt wurden. Durch den später bestehenden Nationalsozialismus um 1940 wurden jedoch jegliche lebensweltlichen Ansätze zu Nichte gemacht. Nach KAISER kam es zu einem „*Bedeutungsverlust von Anwendungen*“[177], da die Nazis keine realitätsnahe Bildung schätzten.

International ist erst seit Mitte der 1960er-Jahren wieder die Forderung von Realitätsbezügen im Mathematikunterricht zur didaktischen Diskussion hinzugekommen. Im deutschsprachigen Raum jedoch erst in den 1970er-Jahren. Davor orientierte sich der Unterrichtsaufbau an der streng logischen Struktur der Mathematik. Durch diesen Aufschwung und der Fokussierung auf die Lernenden, stand die direkte und vor allem praktische Anwendbarkeit der Mathematik im Vordergrund.

„*Die Relevanz und die Bedeutung der außermathematischen Realitätsbezüge ist gestiegen, sie werden zunehmend ernst genommen und dienen nicht nur Zwecken der Veranschaulichung.*“[178], betont KAISER, die an dem Aufschwung maßgeblich beteiligt war und die Anwendbarkeit bis heute nachhaltig verteidigt.

Folgende Diskussion teilte sich in mehrere Phasen: Beginnend damit, dass kritisiert wurde, der Mathematikunterricht sei realitätsfern und die gelernten Inhalte nutzlos. Daraufhin wurde gefordert, dass realistische Beispiele als Anwendungen im Unterricht thematisiert werden und nicht nur Physik als Anwendung der Mathematik herangezogen wird. Heutzutage kann festgestellt werden, dass es zu einem sichtlichen Anstieg anwendungsorientierter Beispiele im Unterricht gekommen ist, wie dies durch die Sichtung diverser Schulbücher bestätigt werden kann. Insbesondere tauchen nichtphysikalische Themengebiete wie Ökonomie, Sport und Chemie auf.[179] KAISER greift diese Veränderung nochmals auf und formuliert treffend:

---

[176] Vgl. KAISER: Seite 77
[177] KAISER: Seite 76
[178] KAISER: Seite 67
[179] Vgl. KAISER: Seite 66f

„Eine Abkehr vom Lösen isolierter und letztlich doch nur fachsystematisch sinnvoller Übungsaufgaben und eine Hinwendung zum geistigen Ordnen und Deuten von Situationskomplexen in ihrer mathematisch-sachkundlichen Doppelnatur.“[180]

Durch die Einführung der Bildungsstandards und der Verankerung grundlegender Kompetenzen im Lehrplan kann behauptet werden, dass sich Lehrerinnen und Lehrer tiefgreifender mit diesem Themengebiet auseinander setzen mussten. Das Kompetenzmodell wird im 5. Kapitel vertiefend analysiert und präsentiert. Der zweite Teil der neuen standardisierten schriftlichen Reifeprüfung besteht hauptsächlich aus anwendungsorientierten Aufgaben und solchen, die dem Anschein nach realitätsnah sind. Solche „eingekleidete Aufgaben“ werden im vierten Kapitel konkret dargestellt und erwähnt. Die Probleme, die beim Entwerfen anwendungsorientierter Aufgaben auftreten können, werden im Kapitel 4.3 näher erklärt.

Die Erkenntnisse, die sich durch diese Entwicklung ergeben, sind folgende:

- Die geschichtliche Entwicklung der Mathematik sollte ein Teilgebiet des Unterrichtsstoffes darstellen, da sich dadurch allgemeinbildende Erkenntnisse vermitteln lassen. Ein Blick hinter die Kulissen sozusagen. Welche Fragen in welcher Epoche die Menschen bewegt haben und wie diese gelöst wurden, kann mitunter sehr spannend für Schülerinnen und Schüler sein, wenn es darum geht, die Relevanz der Mathematik zu erkennen.
- Aus der mathematischen Geschichte kann man erkennen, dass sich aus praktischen Fragestellungen theoretische Modelle entwickelt haben. Die Ägypter und die mesopotamische Mathematik waren notwendig, damit sich die griechische Lehre entfalten konnten. Aus dem Alltag und der Realität hat sich die wissenschaftliche Mathematik entwickelt, mit ihrem theoretischen und streng logischen Aufbau.
- Diese Herangehensweise sollte sich auch im Unterricht widerspiegeln, denn wenn sich die Mathematik über die letzten Jahrtausende so

[180] KAISER: Seite 81

entwickelt hat und zu dieser Bedeutung gelang, kann diese Art des Vorgehens nicht per se falsch sein.

Durch eine praktische und lebensnahe Herangehensweise können die notwendigen Erkenntnisse durch entdeckendes Lernen vermittelt werden. Daraus lässt sich theoretisches Wissen ableiten.

Die im Text eingebauten Beispiele sollen hervorheben, dass einerseits die geschichtliche Entwicklung spielend leicht im Unterricht der Sekundarstufe I aufgegriffen und verdeutlicht werden kann, aber andererseits auch aufzeigen, dass gewisse Techniken heute noch Verwendung finden. Die Aufgaben geben der Lehrkraft die Möglichkeit diese Angaben direkt im Unterricht, passend zum jeweiligen Themengebiet, durchzunehmen und zusätzlich ein bisschen mathematische Geschichte zu erzählen. Die Schülerinnen und Schüler werden dadurch zum selbstständigen Denken und Handeln angeregt, wobei auch Problemlöseprozesse (siehe Kapitel 2.1.4) aktiviert werden.

Zusätzlich werden die Hintergründe offen dargebracht und die Lernenden werden zu einem weltoffenen mathematischen Verständnis geführt. WINTER fasst zusammen: „*Nichts scheint so inspirierend zu sein wie die Begegnung mit der Welt um uns.*“[181]

Abschließend kann festgehalten werden, dass all diese Entwicklungen notwendig waren, damit die Mathematik zu ihrer vollen Pracht und Aussagekraft, über die sie heute verfügt, aufblühen konnte. Diese These sollte allen Schülerinnen und Schülern vermittelt und nähergebracht werden, allen voran, dass Mathematik überall versteckt ist und schon eine lange Reise zurückgelegt hat. Die hier angegebenen Beispiele stehen in keinerlei Realitätsbezug, sondern stellen nur einen historischen Blick auf die Mathematik dar.

[181] KAISER: Seite 81

4. Anwendungsorientierung in der Mathematik

Mathematik ist fast allgegenwärtig in unserem Alltag, da wir von ihren Anwendungen fast täglichen Gebrauch machen. Ohne Mathematik könnten keine Häuser oder Brücken sicher stehen oder wir könnten keine Angebote im Supermarkt unterscheiden, wir könnten kein Handy bedienen. Natürlich tritt Mathematik in weit mehr Alltagsbereichen auf, in denen sie unverzichtbar ist.

Diesen Bezug gilt es im Unterricht den Schülerinnen und Schülern zu vermitteln. REISS und HAMMER stellen dazu fest: „*Die Bedeutung für das gegenwärtige Leben muss auch mit dem ganz normalen Alltag in Verbindung gebracht werden können*.“[182] Dies angeführte Zitat soll verdeutlichen, dass die Inhalte lebensnah aufgebaut und unterrichtet werden, damit diese adaptiert und ausgebaut werden könnten. Dadurch bleiben die erlernten Inhalte länger in Erinnerung und können im Alltagsgebrauch angewandt werden.

Ein Anliegen des Mathematikunterrichts sollte es sein, den Schülerinnen und Schülern nicht nur das abstrakte theoretische Konstrukt der Mathematik zu präsentieren, sondern Mathematik ebenso als „*brauchbares Instrument zur Beschreibung, Erfassung, Darstellung von Sachverhalten und zur Lösung von Problemen aus der uns umgebenen Realität erfahren zu lassen*.“[183] Dies sollte als Wechselspiel dargeboten werden, denn beide Aspekte sind gleich relevant.

Echte Anwendungsbeispiele aus den Bereichen Wirtschaft, Medizin oder auch Technik wären teilweise unmöglich für den Unterricht zu etablieren. Diese sind dahingehend zu komplex, als die Aufgaben zu viel außermathematisches Wissen voraussetzen würden. Die Problematik so zu vereinfachen, damit sie im Unterricht verwendet werden könnten, würde einerseits zu viel Zeit in Anspruch nehmen und andererseits den Kontext der Anwendung womöglich verfälschen oder verzerrt darstellen. Einzelne Aspekte könnten dennoch als Teilmodellierungsaufgaben in das Unterrichtsgeschehen eingebaut werden.

[182] REISS; HAMMER: Seite 7
[183] BECKER; et al.: Seite 9

Mathematik sollte auch manchmal nur wegen der Mathematik wegen unterrichtet werden, um deren Schönheit und „innere" Anwendungen darzustellen.[184] „*In der Praxis wird Mathematik noch immer viel zu oft mit schlichtem Rechnen in Verbindung gebracht, das man dann wiederum an den Taschenrechner delegieren kann*."[185]

Abbildung 8: Comic [186]

Dieser Comic illustriert die traurige Wahrheit, dass im Unterrichtsgeschehen Mathematik mit Rechnen assoziiert wird. Eine Abänderung der Methoden und die Art der behandelten Aufgaben könnte dem entgegenwirken. Eine Möglichkeit stellen beispielsweise realitätsbezogene Beispiele dar.

---

[184] Vgl. HUMENBERGER, Johann; REICHEL, Hans-Christian: „Fundamentale Ideen der angewandten Mathematik", Mannheim/Leipzig/Wien/Zürich: BI-Wissenschaftsverlag, 1995, Seite 20

[185] REISS; HAMMER. Seite 8

[186] http://w4tler.at/wp-content/uploads/2015/04/Mathematik_Gretl_Distelberger5.gif, 29.2.2016, 10:20 Uhr

4.1 Definition der Begriffe

Die verwendeten Begriffe werden, wie schon im einleitenden Kapitel dargestellt und definiert, verwendet. Anwendungsorientierung stellt daher ein Konzept dar, welches bloß einen Aspekt des Gesamtunterrichts einnimmt.

Realitätsbezüge im Unterricht lassen sich nach KAISER in verschiedene Arten unterteilen:

- Einkleidung mathematischer Situationen in die Alltagssprache
- Veranschaulichung mathematischer Termini
- Anwendung mathematischer Verfahren zur Lösung realer Probleme
- Modellierungsprozesse: Lösung außermathematischer Probleme mit mathematischen Modellen[187]

Anwendungsorientierung im Unterricht ist begrenzt, einerseits durch den Lehrplan, da nur Beispiele bearbeitet werden können, die dem Erfahrungshorizont der Schülerinnen und Schüler entsprechen. Eine zusätzliche Einschränkung birgt der Anschauungshorizont. Es können daher keine berufsspezifischen Aufgaben aus speziellen Anwendungsgebieten in der Sekundarstufe I behandelt werden, wie reale Probleme aus der Technik. Dies wäre dann echte angewandte Mathematik. Kernpunkte der Anwendungsorientierung sollte die vielfältige Auseinandersetzung mit der Mathematik darstellen.

Den Einstieg in die Thematik kann man mit Beispielen, die dem Konkreten entspringen beginnen und mit passenden Sachvorstellungen gestalten.[188] Langsam sollte eine Eingewöhnung an die Sprache und das Herauslesen von mathematisch relevanter Information erfolgen. Wenn dies zu schnell und undurchschaubar für die Lernenden erfolgt, kann ein Desinteresse für Textaufgaben im Allgemeinen die Folge sein. Wenn Lernende jedoch die Bedeutung von Mathematik erkennen, dann sind diese dadurch besser motiviert und arbeiten besser mit.[189] Dies hat unteranderem die durchgeführte Studie von

[187] Vgl. KAISER: Seite 67

[188] Vgl. GLATFELD: Seite 4f

[189] Vgl. HUMENBERGER, Hans: „Anwendungsorientierung im Mathematikunterricht – erste Resultate eines Forschungsprojekts“ in: JDM 18 (97) 1, Seite 34

HUMENBERGER und REICHEL in den Jahren 1994 bis 1996 herausgefunden. Des Weiteren zeigte sich, dass Schülerinnen und Schüler, die gut in Mathematik sind, die Motivation eher aus innermathematischen Problemen schöpfen.[190] Daraus lässt sich ableiten, dass die Aufgaben nicht immer außermathematisch motiviert sein müssen. Dennoch zeigte sich, dass die Lernenden am liebsten Anwendungsaufgaben behandelten.[191] Anwendungsorientierung sollte mit Aufgaben passieren, die sich leicht in den Lehrplan und die Schulpraxis integrieren lassen. Kernpunkt dieser These ist es, dass sich ausgewählte Themengebiete besser dazu eignen die Anwendbarkeit von Mathematik aufzuzeigen. Obgleich es nicht die Aufgabe des Schulunterrichts ist, nur lebensnahe Inhalte zu unterrichten.

Um die Sprache des Alltags in mathematische Modelle übersetzen zu können, benötigt es einiges an Einübung und Fertigkeit der Schülerinnen und Schüler. Umgekehrt benötigt das errechnete Ergebnis auch eine Interpretation dessen, was es für die Realität bedeuten könnte. Dieser Vorgang sind Teilaspekte des Modellierungsprozesses, welcher darauffolgend eingehender beschrieben wird.

4.1.1 Anwendungsorientierung im Mathematikunterricht

In der Schule muss der Prozess des Anwendens von den Schülerinnen und Schülern selbständig erlernt werden. Hierbei gilt vor allem der Grundsatz: Qualität vor Quantität![192] Besser weniger Beispiele, die die Umwelt realitätsnah abzeichnet, als viele Aufgaben, die bloß das Abspulen von Regeln festigen.

Einige Anwendungsbeispiele erscheinen auf den ersten Blick komplex und unverständlich, jedoch ist es die Aufgabe des Lehrkörpers, geeignete Aufgaben auszuwählen und diese womöglich zu verändern. Interpretationen und Analysen der Ergebnisse bzw. der Aufgabenstellungen können dadurch von vornherein gefördert und geschult werden. „Was kann man verbessern?“, „Welche

---

[190] Vgl. HUMENBERGER (1997): Seite 18

[191] Vgl. HUMENBERGER (1997): Seite 22

[192] Vgl. BÜCHTER, Andreas; HENN, Hans-Wolfgang: „Schulmathematik und Realität – Verstehen durch Anwenden“ in: BRUDER et al (Hrsg.): „Handbuch der Mathematikdidaktik“, Berlin Heidelberg: Springer Spektrum, 2015, Seite 25

Schwierigkeiten treten hier auf und welches außermathematisches Wissen ist notwendig, um diese Aufgabe lösen zu können?“ oder einfach „Kann dieses Beispiel so in der Realität vorkommen?“ sind Fragen, die sich Schülerinnen und Schüler, aber auch die Lehrenden beim Behandeln diverser Aufgabenstellungen stellen sollten. Weitere Probleme und Schwierigkeiten werden in den folgenden Unterkapiteln erörtert.

In einer durchgeführten Studie von Andreas ULOVEC im Zuge des EU-Programms „Math2Earth“ wurden Themen analysiert, die für Schülerinnen und Schüler interessant und realitätsnah sind. Dabei wurde folgendes ausgewertet: Musik, Umwelt, Beruf und Sport hatten einen hohen Stellenwert, wobei innermathematische Anwendungen, Einkaufen von Lebensmittel oder auch Lotto-Beispiele negativ behaftet waren. Als Ergebnis konnte festgestellt werden, dass realitätsbezogene Beispiele die Lust aufs Lernen steigern, da der Anwendungskontext direkt ersichtlich ist und das Rechnen mit realistischen Daten und Angaben mehr Spaß macht. Außerdem wurde postuliert, dass anwendungsorientierte Aufgaben nur einen Teil des Mathematikunterrichts beanspruchen soll.[193]

Wie schon im vorhergehenden Kapitel detailliert beschrieben wurde, gab es in der didaktischen Diskussion einen Trend hin zum realitätsbezogenen Mathematikunterricht. Folgende Ziele werden nach KAISER dadurch versucht zu vermitteln:

1) Stoffbezogene Ziele: Realitätsbezogene Aufgaben sollen an den Erfahrungshorizont der Schülerinnen und Schüler anknüpfen, sowie Ausgangslage von initiierten Lernprozessen sein. Außerdem soll dieser Prozess mathematische Begriffe veranschaulichen und dadurch die Merkfähigkeit mathematischer Inhalte verlängern.
2) Pädagogische Ziele: Der Realitätsbezug soll die Fähigkeit vermitteln, um die direkte Umwelt bewusster und kritischer wahrzunehmen und nützliche Anwendungsmöglichkeiten praktisch erfahren zu lassen. Dafür sollen Schülerinnen und Schüler darin geschult werden, mathematische Standardverfahren an außermathematischen Problemen anzuwenden.

[193] Vgl. ULOVEC, Andreas: „Realitätsbezogene Aufgaben“, in: Vorträge der 32. LehrerInnenfortbildungstagung am 9. April 2010 an der Fakultät für Mathematik der Universität Wien, Seite 2

Kritisches Hinterfragen und Reflexion soll ebenfalls praktiziert und eingeübt werden.

3) Psychologische Ziele: Anwendungsorientierung soll motivierend und fördernd auf die Lernenden wirken. Durch eine direkte Einsicht in den praktischen Nutzen von Mathematik wird den Schülerinnen und Schülern eine aufgeschlossene Einstellung gelehrt.
4) Wissenschaftsorientierte Ziele: Hierbei handelt es sich darum, Mathematik als Kulturgut aufzufassen und ein realistisches Bild von Mathematik zu vermitteln. Die praktische Verwendung dessen, einerseits als technisches Instrument und andererseits die Einsicht in die mathematische Umwelt, soll dargebracht werden.[194]

Arnold KIRSCH behauptete schon in seinem Artikel „Verstehen des Verstehbaren“, dass eine Beschäftigung mit mathematischen Anwendungen das Verstehen der Mathematik begünstigen würde. Zwischen dem Anwenden von Formeln und dem richtigen Verstehen derer, liegen große Differenzen. Wenn man gewisse Inhalte verstanden hat, so kann man diese auch erklären und verbal wiedergeben. Bezogen auf diesen Sachverhalt ist es ebenso relevant das Endergebnis zu verstehen. Eine gemeinsame Diskussion mit den Schülerinnen und Schülern kann Einsicht bringen und ist notwendig, um den Verstehensprozess zu aktivieren.[195] Wenn die Aufgaben im Unterricht in reiner Routinearbeit abgearbeitet werden ist es nachvollziehbar, dass Mathematik mit Rechnen assoziiert wird. Obgleich auch KIRSCH betont, dass keineswegs der gesamte Mathematikunterricht anwendungsorientiert aufgebaut sein muss.[196] Wie bereits erwähnt, sollen Realitätsbezüge im Mathematikunterricht bloß einen Aspekt einnehmen und zum besseren Verständnis beitragen. KAISER stimmt dieser Aussage zu und formuliert treffend, dass *„Realitätsbezüge ein unverzichtbarer Bestandteil des Mathematikunterrichts sein sollen, der Unterricht jedoch nicht auf Realitätsbezüge reduziert werden darf.*“[197]

---

[194] Vgl. KAISER: Seite 69f

[195] Vgl. KIRSCH, Arnold: „ ‚Verstehen des Verstehbaren’ – auch im anwendungsorientierten Mathematikunterricht“ in: DdM 23, 4, 1995, Seite 250ff

[196] Vgl. KIRSCH: Seite 251

[197] KAISER: Seite 71

4.1.2 Der Modellierungskreislauf

Bevor der Modellierungskreislauf vorgestellt wird, bedarf es zuerst noch einer genauen Definition des Begriffs *Modellieren*.

Modellieren meint nach BLUM einerseits das Aufstellen von mathematischen Modellen nach einer realen Situation, aber andererseits auch Problemlösen von anwendungsorientierten Aufgaben.[198] Der Modellierungskreislauf ist ein „*Prozessschema des Bearbeitens von realitätsbezogen Aufgaben*".[199]

Damit reale Probleme aus der direkten Umwelt mit Mathematik gelöst werden können, müssen beide Pole (also reale Welt und Mathematik) zusammenkommen und miteinander verknüpft werden. Dies geschieht indem mathematische Modelle angenommen und an der Realität probiert werden. Dies wird der Prozess des Modellierens genannt. Ein mathematisches Modell ist nach BÜCHTER und HENN „*die Nachbildung eines Vorgangs oder einer Situation in der Sprache der Mathematik*."[200]

<u>Der Modellierungskreislauf</u>:

Nach den Ausführungen von REISS und HAMMER nimmt der Modellierungskreislauf wie folgt seinen Anfang: „*Konkret liegt eine Situation aus dem realen Leben vor, die mit einem Problem oder einer Aufgabe verbunden ist. Diese Situation (Problem, Aufgabe) wird mit Hilfe der Mathematik so beschrieben, dass sie mit mathematischen Mitteln (und in der Welt der Mathematik) erfolgreich bearbeitet werden kann.*"[201]

Der Prozess des Modellierens vollzieht sich in einzelnen Schritten zwischen realem Problem und mathematischer Lösung, wie in nachfolgender Grafik dargestellt und welche nun konkret erläutert werden. Die Problemstellung stammt

---

198 Vgl. BLUM, Werner: „Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht" in: BÜCHTER; et al. (Hrsg.): „Realitätsnaher Mathematikunterricht – vom Fach aus für die Praxis", Hildesheim/Berlin: Franzbecker, 2006, Seite 9

199 BLUM (2006): Seite 9

200 BÜCHTER; HENN: Seite 32

201 REISS; HAMMER: Seite 59

meist aus der Umwelt und muss zu Beginn einmal überhaupt verstanden werden, indem der Kontext herausgearbeitet wird (1). Für die Bearbeitung dieser realen Situation muss darauf ein mathematisches Modell gefunden werden, das passend für die gegebene Problemstellung ist und lösungsbringend fungiert. Dafür ist es ebenfalls notwendig, Vereinfachungen durchzuführen oder das Problem gröber zu betrachten (2). Es können nicht alle belanglosen Details berücksichtigt werden, da die Situation sonst ausufern würde. Ein Beispiel für eine Vereinfachung kann sein, dass die Erde als Kugel angenommen wird oder der Luftwiderstand bei Aufgaben vernachlässigt werden kann. Die Übersetzung der Problemstellung in ein mathematisches Modell wird „*mathematisieren*" genannt (3). Verarbeitet wird das Problem dann anhand mathematischer Modelle und Kenntnisse (4). Verschiedene Ausführungen und Strategien können aber in dieselbe Lösung münden. Das Ergebnis muss dann wieder in die reale Welt transformiert werden und diesbezüglich interpretiert werden (5). Da gilt es, die Bedeutung der erhaltenen Lösung bezogen auf die Aufgabenstellung zu hinterfragen. Am Schluss folgt dann die Überprüfung des Ergebnisses indem es validiert (6) wird und die Brauchbarkeit des Resultats in der Realität hinterfragt und dargebracht wird (7). [202] (Siehe Grafik)

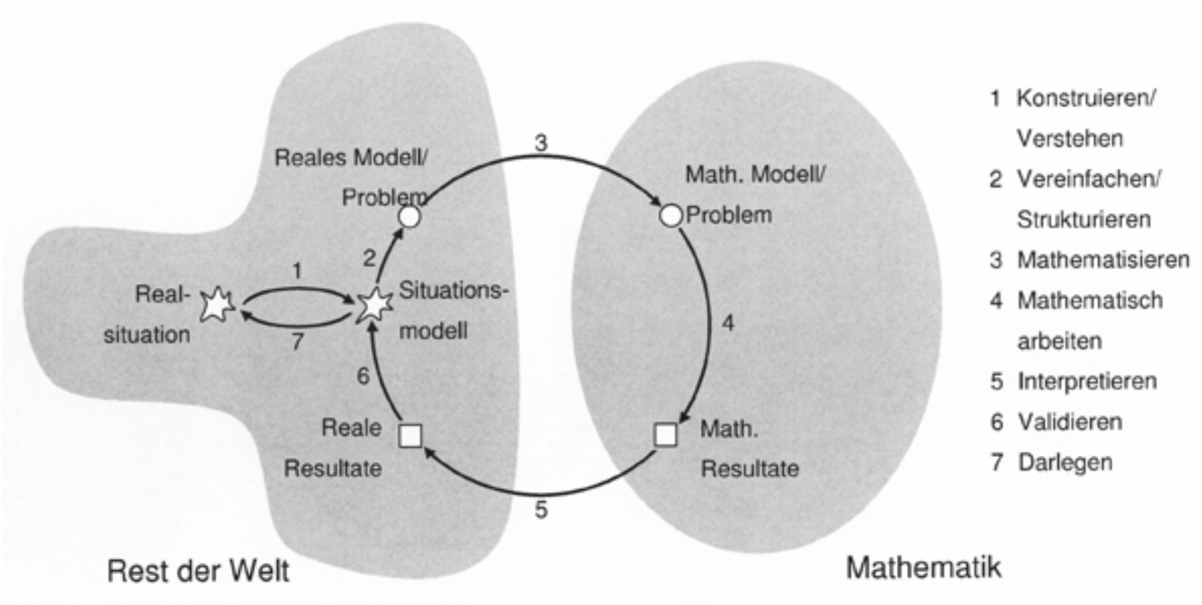


Abbildung 9: Modellierungskreislauf nach BLUM [203]

[202] Vgl. REISS; HAMMER: Seite 60f und HUMENBERGER; REICHEL: Seite 33f
[203] http://kira.dzlm.de/kirafiles/uploads/images/modellierungskreislauf.jpg, 16.2.2016, 13:18 Uhr

Dieser Prozess muss sich nicht immer in voller Länge vollziehen, sondern es können auch Zwischenschritte übersprungen werden, wenn beispielsweise ein ähnliches Problem bereits davor gelöst und bearbeitet wurde. Bei Modellierungsaufgaben steht der Anwendungsbezug im Vordergrund, im Gegensatz zu normalen Textaufgaben, wo die Anwendung mathematischer Tätigkeiten bearbeitet wird. Ein typisches Beispiel sind *Fermi-Aufgaben*, welche in Kapitel 4.4.3 vorgestellt werden.

Es wurde von BLUM auch ein „Lösungsplan“ für Modellierungsaufgaben entworfen, welcher Hilfestellung und Anregungen gibt. Diese Stütze bietet direkte Anleitungen, falls Schülerinnen und Schüler Schwierigkeiten im Lösungsprozess haben, so dass diese zu einem möglichen Lösungsweg geleitet werden. Die Handhabung dessen gehört ebenfalls geübt.

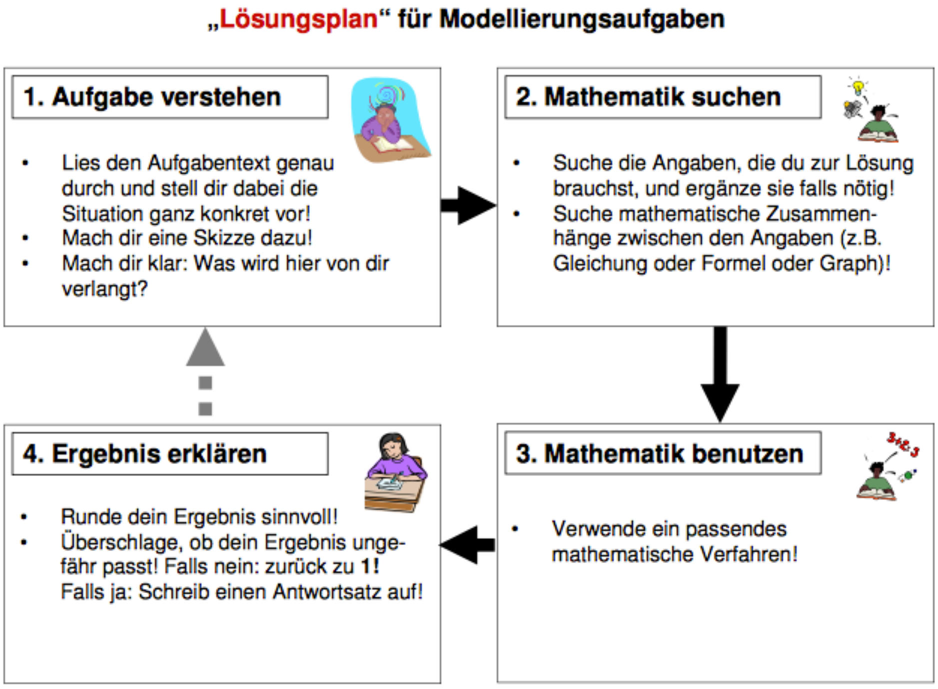


Abbildung 10: Lösungsplan nach BLUM[204]

Um Modellierungsaufgaben zu lösen, muss das Wissen aus unterschiedlichen Teildisziplinen aktiviert und zusammengetragen werden. Diese neuartige Zusammenfügung führt oft zu genialen Ergebnissen und Einfällen.[205] Diese

[204] http://www.mathematik-sehen.uni-paderborn.de/fileadmin/Mathematik/JdM/Lehrersemi-nar/Vortrag_Blum_Apr2010.pdf, 5.2.2016, 15:35 Uhr

[205] Vgl. BECKER; et al.: Seite 17

Verknüpfungen müssen jedoch Teil der jeweiligen Kenntnisse sein. Daraus kann man folgern: je niedriger die Klassenstufe, desto weniger Verbindungen sind möglich. Dies erschwert folglich die Auswahl der Anwendungsbeispiele.

Nach Studien von GOOS konnten kritische Situationen erforscht werden, welche Versagen des Modellierungsprozesses nach sich ziehen: Einerseits, wenn Fehler nicht erkannt werden, oder wenn eigenartige Ergebnisse entstehen oder Situationen, in denen Schülerinnen und Schüler nicht weiter kommen.[206] Dies zieht nach sich, dass die Lehrkräfte am aktuellen Unterrichtsgeschehen aktiv beteiligt sind und Hilfestellungen und Anregungen liefern. Es konnte gezeigt werden, dass der Kompetenzerwerb ohne bewusste Eigenaktivität der Schülerinnen und Schüler ausbleibt.[207] Demnach ist es weniger sinnvoll, wenn das Anwendungsbeispiel vom Lehrkörper vorgerechnet wird. Zusätzlich ergibt sich dadurch nur ein Lösungsweg, wobei Modellierungsaufgaben meist eine Vielzahl von Lösungswegen berücksichtigen. Diese Vielfalt würde dadurch übergangen werden.

Wie KAISER ET AL. beschreiben, konnte in einigen Studien gezeigt werden, dass nicht die Anwendungsaufgabe, sondern die Art und Weise wie die Bearbeitung im Unterricht stattfindet, entscheidet, wie lernwirksam realitätsbezogene Beispiele sind.[208]

Ein typisches Modellierungsbeispiel gibt MAAß in ihrem Artikel an und zeigt darin auf, welche Schwierigkeiten dabei eintreten können und worauf im Unterrichtsgeschehen zu achten ist. Der offen formulierte Arbeitsauftrag regt zum nachdenken an und verdeutlicht, dass jede Schülerin und jeder Schüler zu einer Lösung gelangen kann. Eine Argumentation und Begründung der Rechenschritte legitimieren das Endergebnis.

---

[206] Vgl. KAISER, Gabriele; et al.: „Anwendungen und Modellieren“ in: BRUDER et al.(Hrsg.): „Handbuch der Mathematikdidaktik“, Berlin Heidelberg: Springer Spektrum, 2015, Seite 374

[207] Vgl. KAISER; et al.: Seite 375

[208] Vgl. KAISER; et al.: Seite 377

Beispiel: **Bankgebühren-Aufgabe**

Information: Die Führung eines Girokontos kostet recht viel Geld. Die verschiedenen Banken berechnen die Kosten nach unterschiedlichen Modellen.

Die-österreichische-Bank: Grundgebühr pro Monat: 4 €, jede Buchung (Abheben und Einzahlen von Geld, Überweisungen, Abbuchungen): 0,30 €, jeder Kontoauszug: 0,60 €, das Einrichten von Daueraufträgen: 2,50 €, EC-Karte: 20 € pro Jahr.

Sparbank: Pauschalpaket: 11 € Gebühren pro Monat, darin sind alle Leistungen enthalten.

Dorfbank: Grundgebühr pro Monat: 2 €, jede Buchung, jeder Kontoauszug: 0,50 €, das Einrichten von Daueraufträgen: 2 €, EC-Karte: 10 € pro Jahr.

Arbeitsauftrag: Welcher Kunde sollte welche Bank auswählen? Gesucht ist eine übersichtliche Darstellung der monatlichen Gebühren in Abhängigkeit von den Nutzungsgewohnheiten. Entwickle mehrere Lösungsideen. Beschreibe deine Lösungsideen anhand des ganzen Modellierungsprozesses und vergleiche sie kurz miteinander: Stelle eine Lösungsidee ausführlich dar.[209]

4.2 Wozu anwendungsorientierter Unterricht?

Die Frage der Begründung zu beantworten stellt eine gewisse Schwierigkeit dar. Die Notwendigkeit der Anwendung von Anwendungsorientierung haben schon vorangegangene Kapitel dargelegt. Wie bereits im 2. Kapitel ausführlich erläutert, wird von FREUDENTHAL postuliert, dass die „Sinnfrage" im Mathematikunterricht für die Schülerinnen und Schüler gewährlistet sein muss. Dies bedeutet, dass diese eine Beziehung zu den Lerninhalten aufbauen können, indem an ihr Vorwissen angeknüpft wird und die Inhalte dadurch vorstellbar werden und sinnvoll erscheinen.[210]

[209] MAAß, Katja: „Modellieren – Aufgaben für alle?!" in: ml Heft 131, 2005, Seite 20

[210] Vgl. BÜCHTER; HENN: Seite 28

Die operative Methode, wie im 2.Kapitel bereits erwähnt, beschreibt den Gebrauch von Mathematik als Werkzeug. Dieses Prinzip folgt den Auffassungen von PIAGET und AEBLI.[211] Im Vordergrund hierbei steht das Schema einer mathematischen Aufgabe, das es ermöglicht Beziehungen zwischen unterschiedlichen Sachverhalten herzustellen. (Siehe Kapitel 2.1.2: Die Entwicklung mathematischen Denkens). Dieser Ansatz geht weg von auswendig gelernten Inhalten und stützt sich auf die Erschließung von mathematischen Kontexten und Inhalten. Anwendungsorientiertes Üben resultiert aus dem operativen Prinzip. Indem an Vorwissen angeknüpft wird, werden die Inhalte beweglicher und in unterschiedlichen Situationen einsetzbar. Dadurch können Lösungswege mit verschiedenen Modellen bestritten werden.

Das operative Prinzip durchläuft dabei drei Stufen: Handeln, Verinnerlichen und operatives Üben. Diese Elemente sind für eine gelungene Lernsequenz Voraussetzung. Beim ersten Aspekt, dem Handeln, ist es wichtig, die Inhalte anschaulich zu begreifen und mit entsprechend geeigneten konkreten Modellen zu arbeiten. Die Verinnerlichung wird dann durch das operative Üben gefestigt. Um ein operatives Üben zu ermöglichen, sollten die Aufgaben so gestaltet sein, dass dem Schüler und der Schülerin das Entdecken eigenständiger Zusammenhänge gewährt wird.

Beispiel für Operatives Üben:

> *Wie verändert sich der Flächeninhalt eines annähernd rechteckigen Gartens, wenn die eine Seitenlänge vom Nachbargrundstück vervierfacht und die andere nur halb so lang ist?*

Bei dieser Aufgabe kommt es nicht darauf an, auswendiggelernte Formeln anzuwenden, sondern Zusammenhänge zu sehen und zu verstehen.

Lösung: Weil $4 * \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$, ergibt sich daraus der 2-fache beziehungsweise doppelte Flächeninhalt. Somit weist das Nachbargrundstück die doppelte Fläche auf. Diese Aufgabe lässt sich einfach durch verändern der Größenverhältnisse variieren.[212]

---

[211] Vgl. REISS; HAMMER: Seite 74

[212] Vgl. REISS; HAMMER: Seite 75f

Eine weitere Frage, die sich hier aufwirft, ist: Wie sollen Schülerinnen und Schüler anwendungsorientierte Aufgaben überhaupt lösen, wenn diese nicht über das notwendige Grundwissen verfügen? Dies ist eines der Hauptargumente, welches gegen Realitätsbezüge im Mathematikunterricht dargeboten wird. Die Basiskenntnisse müssen zuallererst verinnerlicht und eingeübt werden, bis diese in einem Modellierungsbeispiel verwendet werden können. Das Üben kann beispielsweise auch durch „eingekleidete Aufgaben" passieren, welche ihren Beitrag für einen Teilaspekt des Modellierungsprozesses leisten. Durch die Art und Weise der Bearbeitung dieser Probleme kann dieser Ablauf trainiert werden und somit auf komplexere Beispiele vorbereiten. Manche Modellierungsaufgaben sind jedoch zu zeitintensiv, in dem Sinn, dass es ziemlich lang dauert, um überhaupt ein Ergebnis zu erhalten. Diese Vorgehensweise stellt eine Schwierigkeit für die vorgestellte Methode dar, welche im nächsten Kapitel intensiv behandelt wird. Eine zu langwierige Bearbeitung eines einzigen Problems kann demotivierend auf Schülerinnen und Schüler wirken, sodass ein mögliches Desinteresse an Textaufgaben im Allgemeinen einhergeht.[213]

Um die Frage nach dem Sinn von Anwendungsorientierung im Unterricht zu behandelt, wird auf BLUM zurückgegriffen, der einige *Gründe* für einen realitätsnahen Mathematikunterricht anführt:

1) Nur durch realitätsnahe Aufgaben kann der Mathematikunterricht direkten Einfluss zur Alltagsbewältigung, Berufsvorbereitung oder das Umweltgeschehen nehmen.
2) Im Lehrplan und auch den Bildungsstandards sind Realitätsbezüge vorgeschrieben.
3) Realitätsbezogene Beispiele helfen den Schülerinnen und Schülern ein adäquates Bild von Mathematik zu vermitteln und zusätzlich geben sie Hilfestellung zum besseren Verstehen und wirken motivierend.[214]

Diese angeführten Begründungen sollten als Zusammenfassung der dargelegten Inhalte erfasst werden und hiermit stärker ins Blickfeld gerückt werden.

[213] Vgl. HUMENBERGER; REICHEL: Seite 43
[214] Vgl. BLUM (2006): Seite 11

Nach den Ausführungen von BÜCHTER und HENN erfahren Schülerinnen und Schüler, die realitätsnahe Aufgaben in angemessener Weise im Unterricht genossen haben, dass „*Mathematik zum Verstehen der uns umgebenen Welt beitragen kann*“, dass „*Anwendungen zum Verstehen von Mathematik beitragen können*“ und, dass „*Anwendungen zum Entstehen neuer mathematischer Konzepte anregen können.*“[215] Wie schon von KIRSCH vorab postuliert, ist das Verstehen der Mathematik eines der Hauptziele von realitätsbezogenem Unterricht.

Wie bereits erwähnt, gaben viele Schülerinnen und Schüler in der erhobenen Studie von STÖCKER (Kapitel 2.3.2) an, nur für den nächsten Test oder die nächste Schularbeit intensiv zu lernen. Doch „*teaching to the test*“[216] sollte kein Leitsatz für den Mathematikunterricht sein. Die gelernten Grundlagen sollten im Alltag, dem weiterführendem Studium oder im Beruf gebraucht und angewandt werden können. Das heißt der Unterricht sollte für eine langfristige Nutzung der Inhalte angelegt sein.[217]

Der Unterricht im Allgemeinen sollte, so wird von REISS und HAMMER postuliert, über eine bloße Nutzung der Formeln hinausgehen. Indem die Schülerinnen und Schüler zu einem Gebrauch von Mathematik in verschiedensten Kontexten ausgebildet werden und diese auch begreifen können. Bei PISA wird dies mit dem „Konzept der mathematischen Grundbildung“ bezeichnet. Darunter wird die Fähigkeit verstanden, zu erfahren welche Bedeutsamkeit die Mathematik in unserer Welt spielt, mathematisch argumentieren und begründen zu können und sich mit den Inhalten und Anforderungen des Lebens zu beschäftigen, die gegenwärtig, aber auch zukünftig eine Rolle spielen. Mit anwendungsorientiertem Unterricht sollte diese Forderung doch leicht umsetzbar sein. Doch es geht noch darüber hinaus.[218]

Nach BECKER gibt es zwei *Zielsetzungen* warum Anwendungen in den Mathematikunterricht integriert werden sollten: einerseits wird Kenntnis bezüglich Situationen angestrebt, die ohne mathematisches Wissen nur lückenhaft

[215] BÜCHTER; HENN: Seite 26
[216] REISS; HAMMER: Seite 81
[217] Vgl. REISS; HAMMER: Seite 81
[218] Vgl. REISS; HAMMER: Seite 8f

behandelt werden könnten und andererseits wird auch darauf abgezielt die Anwendbarkeit von Mathematik anhand der Lösung von realen Problemen aufzuzeigen.[219] So betrachtet würde dies bedeuten, dass Modellierungsaufgaben in die Unterrichtsplanung miteinfließen sollten, um komplexe alltägliche Probleme bewältigen zu können. Obgleich gekontert werden kann, dass der Alltag auch ohne mathematischem Vorwissen bewerkstelligt wird. Die Idee dahinter ist dennoch der Allgemeinbildungsaspekt der Schule, den es zu erfüllen gilt. Dementsprechend sollten die gelehrten Inhalte wenigstens einen Lebensbezug vermitteln. Außerdem sollten diese Inhalte auch zu einem späteren Zeitpunkt nutzbar bleiben und anwendbar sein, wenn sie gebraucht werden. Ein Großteil des schulischen Wissens überdauert diesen Übergang leider nicht.[220] Eine mögliche Unterrichtsmethode um dem entgegen zu wirken, stellen realitätsbezogene Aufgaben dar.

In einer durchgeführten Studie von HUMENBERGER und REICHEL in den Jahren von 1994 – 1996 wurde in einer Lehrerbefragung herausgefunden, dass die Lehrenden zwar der Ansicht sind, dass anwendungsorientierte und theoretische Beispiele gleich verteilt im Unterricht bearbeitet werden sollten, aber die Umsetzung dessen in die Praxis doch anders aussieht. Die Sichtweisen stimmten nicht überein, da die Schülerinnen und Schüler dies verschiedenartig wahrnahmen. Der Grund, warum sich Anwendungsorientierung als Unterrichtsprinzip noch nicht ganz in den Schulalltag etabliert hat, wurde durch diese Befragung ebenfalls versucht herauszufinden.[221] Das Wissen darüber, dass Anwendungsorientierung zwar gewinnbringend im Unterricht fungieren würde, hat jedoch wenig Nutzen, wenn diese Methode im Unterrichtsalltag nicht zum Einsatz kommt.

Zusammenfassend betont BLUM nochmals, dass man stets vor Augen haben sollte, dass Anwendungsorientierung nur einen Aspekt des Mathematikunterrichts darstellt und man keine übersteigerten Erwartungen darin

---

[219] Vgl. BECKER; et al.: Seite 9f
[220] Vgl. REISS; HAMMER: Seite 85
[221] Vgl. HUMENBERGER; REICHEL: Seite 22

legen sollte.[222] Dadurch können sich nämlich etliche Probleme ergeben, wie sie im folgenden Kapitel (4.3) näher erläutert werden.

4.3 Probleme des anwendungsorientierten Unterrichts

Die Unterrichtskonzeption des anwendungsorientierten Rechnens ist immer wieder ein Kritikpunkt in der didaktischen Diskussion, da trotz Bemühen der Lehrerinnen und Lehrer der Erfolg ausbleibt (siehe PISA Ergebnisse[223]). Zusätzlicher Kritikpunkt sind die Textaufgaben, die nicht jene Inhalte lehren, die im tatsächlichen Leben benötigt werden. Die Problematik der Sachaufgaben, deren Ergebnisse von Nutzen sein sollen, wird im nächsten Unterkapitel stärker behandelt.[224]

Es werden drei wesentliche Gründe von Reiss und Hammer genannt, warum Schüler und Schülerinnen dennoch *Probleme* mit realitätsbezogenen Aufgaben haben:

1) *„Trotz der Betonung möglicher realer Bezüge dominieren im Unterricht noch immer die eher regelhaften und prozeduralen Aspekte*."[225] Die so genannten realitätsbezogenen Aufgaben sind teilweise nur in eine Alltagssituation eingekleidet, um Rechenoperationen routiniert abzuspulen.
2) Der Lebensweltbezug der Kinder ist sehr subjektiv und ständiger Änderung unterworfen. Dieser variiert je nach Alter und Geschlecht der Kinder und Jugendlichen und ist aber auch von den Interessen und persönlichen Erfahrungen abhängig. „Gute Aufgaben leben aber davon, dass sie zu eigenständigen Explorieren ermuntern, was letztendlich Kontextverständnis und eine gewisse Motivation zur Beschäftigung mit dem Kontext voraussetzt."[226]

---

[222] Zitiert nach: Humenberger; Reichel: Seite 21
[223] https://www.bifie.at/pisa2015, 14.3.2016, 10:16 Uhr
[224] Vgl. Glatfeld: Seite 8
[225] Reiss; Hammer: Seite 9
[226] Reiss; Hammer: Seite 9

3) Manche Alltagsprobleme scheinen vielleicht auf den ersten Blick geeignet, werden dann aber im Aufgabenkontext unrealistisch formuliert, so wie sie in der Realität nicht vorkommen würden. Beispielsweise wird bei einem Fernseher die Länge und Breite des Bildschirms angegeben und die Länge der Diagonale wäre zu berechnen. Jedoch ist in der Praxis nur die Diagonale (in Zoll) angegeben.

Beispiel: Im Zuge des Projekts „Math2Earth“ wurde diese Aufgabe als unrealistisch eingestuft:

> *„Ein Flugzeug fliegt von Frankfurt nach Wien (660 km) und kommt bei Rückenwind von 60 km/h in Wien um 6 Minuten früher an als bei Windstille. Wie groß ist die Eigengeschwindigkeit des Flugzeugs?“*[227]

Welche Fehler finden sich in diesem Beispiel?

- Die Entfernung und die Geschwindigkeit werden bei Flugzeugen in Meilen und Knoten berechnet und nicht wie hier in km und km/h.
- Die exakte Entfernung der beiden Flughäfen von Frankfurt und Wien beträgt 715 km.
- Die Fragestellung bei Piloten würde eher umgekehrt lauten: Je nach Geschwindigkeit wird die Ankunftszeit berechnet, um damit eine Verspätung oder frühere Landung vorherzusagen.

Die Fragstellung könnte auch so lauten: Wie muss die Geschwindigkeit eingestellt werden, damit es zu einer pünktlichen Landung kommt?[228]

Das Unterrichtsprinzip der *Sachbezogenheit* schließt folgende Methoden mit ein: Angewandte Aufgaben im Unterricht bearbeiten, mathematische Begriffe in realen Situationen verwenden oder Alltagsphänomene als Unterrichtseinstiege nutzen, um Lernprozesse zu aktivieren. Wie in Punkt 1 bereits genannt, können ebenfalls eingekleidete Aufgaben Realitätsnähe vortäuschen. Es gestaltet sich ziemlich schwierig, passende anschauliche Situation zu finden und diese nicht mit Pseudoanwendungen zu versehen. Der Anwendungsaspekt in diesen Aufgabentypen wird zu einem typischen Abspulen und Festigen von gelernten

---

[227] ULOVEC: Seite 3
[228] Vgl. ULOVEC: Seite 3

Handlungsabläufen. Meist läuft es darauf hinaus, dass konkrete Rechenabläufe in einen schönen Mantel gesteckt werden.[229] Eingekleidete Aufgaben können meist auch ein authentisches Bild von alltäglichen mathematischen Anwendungen vermitteln, sodass diese nicht komplett abzulehnen sind. Meist schildern sie ein für den Unterricht brauchbares Konzept, um Schülerinnen und Schülern einen Aspekt von Realitätsbezug aufzuzeigen, auch wenn dieser eventuell etwas verzerrter scheint, als bei komplexen Modellierungsprozessen. Der gesamte Unterrichtsaufbau sollte sich nicht in solchen „Pseudoanwendungen“ erschöpfen, dennoch bieten sie ansprechendes Material für notwendige Übungsphasen.[230] Abzulehnen sind diese nur, wenn jegliche praktische Relevanz fehlt, sie komplett realitätsfern sind und nur darauf abzielen gewisse Rechenabläufe einzutrainieren.[231] Jedoch muss ebenfalls gesagt werden, dass Anwendungsorientierung nie ohne Vereinfachungen oder eingeschränkte Annahmen passieren kann. Dies bedeutet aber nicht, dass diese vereinfachten Überlegungen miteingebaut werden können und in die Interpretation des Ergebnisses einfließen können.[232] Eine mögliche Anpassung der Angabe an die aktuellen Gegebenheiten und Lebenswelt sollte mitbedacht werden, damit die Schülerinnen und Schüler nicht gleich gehemmt sind und einen Ansatz finden.

Der anspruchsvollste Weg, Anwendungsorientierung im Unterricht zu behandeln, ist es jedoch, Alltagssituationen unter dem mathematischen Blick zu untersuchen (Siehe Kapitel 4.1.2: Prozess des Modellbildens). Die Problemstellungen gilt es zu allererst in die Sprache der Mathematik zu übersetzen und passende mathematische Modelle zur Behandlung zu finden. Dies bezeichnet zwar die kreativste Form von anwendungsorientiertem Unterricht, jedoch auch die Schwierigste.

WINTER stellt klar, dass es unmöglich ist ein eigenständiges Modellbilden zu forcieren, ohne dass die theoretische Grundlage dafür gegeben ist, wie dies bereits beim operativen Prinzip erläutert wurde. Umgekehrt, das heißt, dass nach

---

[229] Vgl. WINTER, Heinrich: „Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht“, Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg, 1989, Seite 217

[230] Vgl. HUMENBERGER; REICHEL: Seite 21

[231] Vgl. HUMENBERGER; REICHEL: Seite 44

[232] Vgl. BECKER; et al.: Seite 10

der Theorie die Praxisanwendung folgt, würde der These des Erlernens der Mathematik in Realsituation und dem zuvor vorgestellten historischen Aspekt widersprechen.[233]

Außerdem wirft sich die Frage nach dem pädagogisch wertvollen Inhalt auf. Woran erkennt man eine „gute“ Anwendungsaufgabe?

WINTER formulierte einige Kriterien anhand derer man Anwendungsbeispiele klassifizieren kann:

- Eignung der Aufgabe, um Schülerinnen und Schüler in ihrer heutigen Existenz zu einem besseren Verständnis ihrer aktuellen Lebenswelt zu führen
- Eignung für deren spätere Existenz, um sich in das Gemeinwohl einzugliedern
- Außerdem sollten die Aufgaben *authentisch* bezüglich des Materials, *zugänglich* bezüglich der Lebenssituation, r*eichhaltig* an mathematischen und sachkundlichen Problemstellungen und *bewältigbar* bezüglich des Wissensstand sein.[234] (Siehe Kapitel 2.1.3: authentisches Lernen)

Wenn die Lücke zwischen der Mathematik im Unterricht und der „Welt draußen“ nicht überbrückt werden kann, dann kann diese Verbindung leicht gestört werden. Abhilfe kann dabei mit echten Problemen aus dem Alltag der Schülerinnen und Schüler geschaffen werden. Die geeigneten Aufgaben können mit den Kindern und Jugendlichen gemeinsam im Unterricht entwickelt und thematisiert werden. Wichtig dabei ist, dass die Wichtigkeit der Mathematik im Alltag stets reflektiert wird, ebenso die Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler hinterfragt wird. Die Aufgabe des Unterrichts sollte es sein die Mathematik in die Welt der Lernenden hinein zu tragen, um die Sinnhaftigkeit zu verdeutlichen.[235]

Einige Möglichkeiten dies zu behandeln wäre mit projektartiges Vorgehen, Rückgriff auf bereits vorhandene Beispiele und Materialien (Schriftenreihe der ISTRON-Gruppe) oder sonstige vielfältige Literatur oder auch den

---

[233] Vgl. WINTER: Seite 219
[234] Vgl. WINTER: Seite 219f
[235] Vgl. REISS; HAMMER: Seite 9

Modellierungsprozess bewusst in den Unterricht miteinzubeziehen, indem Schülerinnen und Schüler selbst Aufgaben gestalten lassen, die sie als realitätsnah wahrnehmen.

Daraus ergibt sich allerdings ein weiteres Problem, nämlich das der *Fächerüberschreitung*. Diese lässt sich nicht vermeiden, wenn alltägliche Situation Eingang in den Mathematikunterricht finden sollen. Dabei stellt sich jedoch die Frage, inwiefern man dies ausufern lässt und vertieft behandelt.[236] Der Großteil der Aufgaben der standardisierten Reifeprüfung sind aus fächerübergreifenden Kontexten, wie zum Beispiel Chemie oder Physik. Eine Absprache und Teamwork mit den zuständigen Lehrkörpern kann eventuell angedacht werden.

Weitere Schwierigkeiten, die sich durch den Einsatz von Anwendungsorientierung ergeben und mögliche Lösungsansätze werden im Abschluss von diesem Kapitel erörtert und analysiert. Zusammenfassend konnten folgende Nachteile und Probleme erfasst werden:

- „Eingekleidete Aufgaben" und Pseudoanwendungen vermitteln ein falsches Bild von Mathematik und dessen Anwendungen.
- Zeitintensive Vorbereitung: Fächerübergreifende Aufgaben benötigen Zusammenarbeit mit Kolleginnen und Kollegen
- Beispiele sollten an individuelles Vorwissen der Schülerinnen und Schüler anknüpfbar sein
- Die Beispiele sind durch den Bezug zur Lebensnähe begrenzt, da das Vorwissen der Schülerinnen und Schüler voraussetzend ist und dieses ist beschränkt.
- Stoffgebiete können nicht nur durch den realitätsbezogenen Zugang geeignet vermittelt werden.

[236] Vgl. WINTER: Seite 217ff

4.4 Textaufgaben

„Bei einer Aufgabe im Mathematikunterricht handelt es sich im Wesentlichen um die Aufforderung, sich mit einem problemhaltigen (und selbstverständlich mathematikhaltigen) Thema zu beschäftigen.“[237]

Dieses angeführte Zitat verdeutlicht den Anspruch auf mathematische Inhalte, die in ein Problem verpackt werden, in jedem behandelten Beispiel. Aufgaben kann man einsetzen, um bestimmte Inhalte zu üben, zu festigen oder zu erweitern, um mathematische Begriffe zu erklären, Zusammenhänge auszuarbeiten oder unterschiedliche Problemlösestrategien zu erarbeiten. *„Aufgaben sind unverzichtbar.*“[238], so postulieren REISS und HAMMER. Es stellt sich allerdings die Frage, ob beziehungsweise inwieweit wahllos zusammengestellte Aufgaben ihren Sinn und Zweck erfüllen. Es gibt keinen Kriterienkatalog, in dem definiert wird, welche Eigenschaften ein mathematisches Beispiel erfüllen muss, um eine „gute“ Aufgabe zu sein. Die Bildungsstandards und die Kompetenzorientierung fungieren hier als Wegweiser. Zusätzlich kann die *„Einbettung in einen geeigneten und authentischen Kontext*“[239] ein weiteres Kriterium darstellen. Dabei handelt es sich um einen rein alltäglichen Anwendungskontext. Erhebliche Schwierigkeiten bereiten den Schülerinnen und Schülern Textaufgaben und deren sprachliche Formulierungen. Das Herausfinden des relevanten Kontexts stellt das größte Problem dar. Was den Mathematikunterricht betrifft, so zählt das Lösen von Textaufgaben eher zu den unbeliebten Tätigkeiten der Lernenden. Es gilt hierbei den versteckten Lösungsweg herauszufinden und danach die erlernten Rechenregeln anzuwenden. Oftmals sind sogar Probleme zu lösen, die jeglichen Realitätskontext abgegeben haben.

Es werden nach HEYMANN *unterschiedliche Aufgabentypen* unterschieden:

- „*Eingekleidete Aufgaben*“: Darunter versteht man Beispiele, wo das davor im Unterricht erlernte Lösungsverfahren anzuwenden ist. Der

---

[237] REISS; HAMMER: Seite 95
[238] REISS; HAMMER. Seite 96
[239] REISS; HAMMER: Seite 96

lebensweltliche Kontext geht bei diesem Typ verloren, da diese Beispiele in der Realität so nie zu Tage treten.

- *Teil-Modellierungsbeispiele*: Das sind Beispiele, wo viel Eigenaktivität von den Schülerinnen und Schülern verlangt wird und meist außermathematische Kontexte einfließen. Dabei wird ein gesamter Problembereich behandelt, bleibt aber auf einen Kontext bezogen.
- *Sachtexte*: Diese Beispiele stammen direkt aus der Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler und sollen helfen sich die Umwelt anzueignen. Der direkte und unmittelbare Gebrauch von Mathematik wird versucht zu demonstrieren und zu bearbeiten.[240]

REISS und HAMMER betonen ziemlich provokant:

„*Einschlägige Aufgaben wirken oft gekünstelt und theoretisch, warum sollte man nicht Mathematik mit den Anwendungen treiben, für die sie entwickelt wurde*?“[241]

Dieses Zitat kleidet ebenfalls innermathematische Anwendungen mit ein, denn diese waren ebenfalls ein Grund der mathematischen Entwicklung. Dies wurde bereits im dritten Kapitel ausführlich erläutert. Es wird darauf abgezielt die „Alltagstauglichkeit der Mathematik“, das heißt die mathematische Lösung und Bearbeitung von alltäglichen Problemen, als eines der Ziele des Mathematikunterrichts anzusehen. Jedoch ist es nicht ganz so einfach, entsprechende reale Alltagsprobleme zu finden, die mathematisch modelliert werden können.

Offene Aufgaben oder auch Beispiele mit unvollständigen Angaben können für Schülerinnen und Schüler einen gewissen Anreiz darstellen, da Vermutungen angestellt werden müssen. Das exakte Ergebnis ist vollkommen irrelevant, sofern die durchgeführten Rechenschritte hinterfragt und durchdacht wurden. Beispiele hierzu stellen Fermi-Aufgaben oder auch Problemlösungsaufgaben dar. Ein Blick in die tägliche Zeitung kann Abhilfe schaffen, um Alltagssituationen zu

[240] Vgl. HEYMANN: Seite 195f

[241] REISS; HAMMER: Seite 103

mathematisieren. Seien es Grafiken oder Prozentangaben, die guten Diskussionsstoff bieten.[242]

Es ist schwierig die Grenze zwischen eingekleideter Aufgaben („Pseudoanwendungen") und Unterrichtsrealität zu ziehen. Durch das zwanghafte Vermitteln anwendungsspezifischer Aufgaben, kann auch das falsche Bild vom Anwenden der Mathematik unterrichtet werden und kann nach HUMENBERGER mehr Schaden als Nutzen anrichten.[243]

Die Behandlung von Scheinproblemen in Textaufgaben „führt zu einem verzerrten Bild von Mathematik"[244]. Wie schon im Einleitungskapitel erläutert, garantiert ein anwendungsorientierter Unterricht nicht, dass Schülerinnen und Schüler den Zusammenhang zwischen Umwelt und Mathematik verstehen. Eingekleidete Textaufgaben haben primär den Sinn den soeben erlernten Stoff zu festigen und an einem Beispiel zu üben. KIRSCH behauptete, dass bei dieser Art der Aufgabenstellung die Rechnung zwar funktioniert, auch wenn der Sachverhalt gar nicht erfasst wurde.[245]

<u>Beispiel</u>: 100% Mathematik 4 - Aufgabe 344

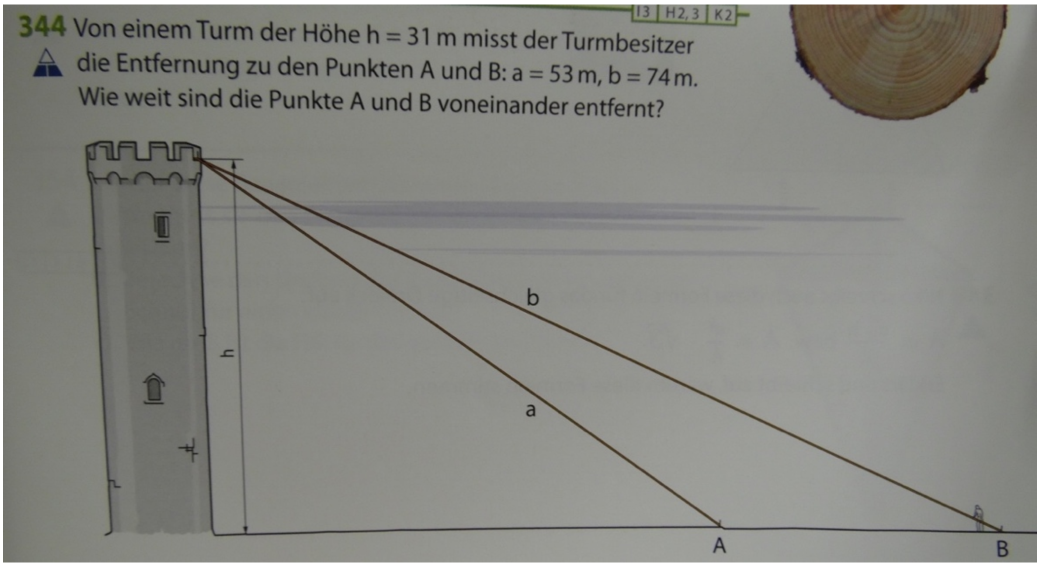


Abbildung 11[246]

---

[242] Vgl. REISS; HAMMER: Seite 101ff

[243] Vgl. HUMENBERGER; REICHEL: Seite 20

[244] HEYMANN: Seite 204

[245] Vgl. BLUM, Werner: „Mathematisches Modellieren – zu schwer für Schüler und Lehrer?", Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, 2007, Seite 2; https://eldorado.tu-dortmund.de/bitstream/2003/30832/1/001.pdf, 3.3.2016

[246] EßLETZBICHLER, Beate; et al.: „100% Mathematik 4", Wien: öbv Verlag, 2016, Seite 97

Das hier angegebene Beispiel zeigt deutlich auf, dass dieser Kontext realitätsfern ist. Niemand würde so die Entfernung von einem Turm messen. Hier geht es rein um die Anwendung des Pythagoreischen Lehrsatzes.

Nur weil „eingekleidete Aufgaben“ nicht den direkten Realitätskontext aufzeigen, sollte dennoch nicht darauf verzichtet werden. Die Erstellung einer Textaufgabe ist sehr anspruchsvoll und benötigt viel Zeit. In den einzelnen Schulbüchern sind ausreichend Beispiele vorhanden, bei denen es möglich ist, minimale Verbindungen zwischen der Lebenswelt und der Mathematik herzustellen. Dennoch muss bei den einzelnen Aufgaben differenziert werden, denn es existieren große Qualitätsunterschiede. Eine Umformulierung, indem die Fragestellung offen gestaltet wird, kann die Schülerinnen und Schüler ebenso dazu anregen selbstständig zu denken und dazu inspirieren, die Beispiele zu variieren oder selbstständig eigene Aufgaben zu erarbeiten und zu erfinden.

Aktuelle Themen können in den Unterricht eingebaut werden, indem Schülerinnen und Schüler entweder Diagramme oder auch Artikel aus Zeitungen mitbringen oder Geschehnisse aus dem Alltag erzählen, um diese dann gemeinsam zu hinterfragen und zu interpretieren oder auch nachzurechnen. Dadurch erkennen die Lernenden einen direkten Bezug zur individuellen Lebenswelt und werden obendrein aktiv in das Unterrichtsgeschehen eingebunden.

Ein Beispiel zum Thema „Funktionen“ könnte ein Vergleich der Mobilfunktarife sein. Jede Schülerin und jeder Schüler besitzt höchstwahrscheinlich ein Mobiltelefon, jedoch mit unterschiedlichen Gebühren. Durch das Aufstellen von Funktionstermen kann eine direkte Gegenüberstellung erfolgen. Dieses Modell mag vielleicht vor einigen Jahren noch interessanter gewesen sein, da unterschiedliche Grund- und Gesprächsgebühren erhoben wurden. Aktuell kann die Thematik mit dem kostenlosen Handy und der dadurch erhöhten monatlichen Rate behandelt werden. Eine ähnliche Aufgabenstellung findet sich im Mathebuch „MatheFit 4“, welche jedoch das Modell der Parkhausgebühren behandelt.

Beispiel: Parkhausgebühren aus MatheFit 4 – Aufgabe 792

In einem Parkhaus werden folgende Parkgebühren verlangt: Die erste Stunde kostet € 2,- und jede weitere angefangene Stunde kostet € 1,-. Welches Diagramm zeigt diesen Zusammenhang? Begründe!

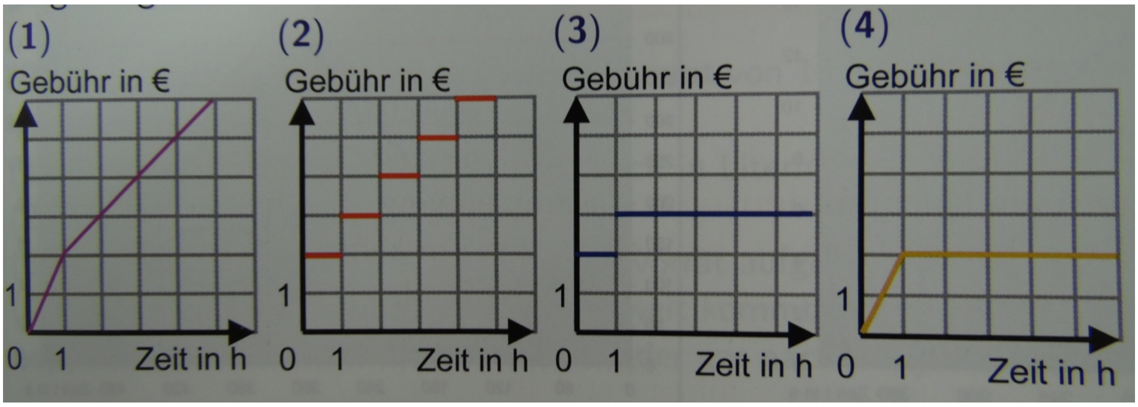


Abbildung 12[247]

Durch durchgeführte Studien, wie TIMSS oder PISA, ist die Anwendungsorientierung wieder Grundlage vieler Diskussionen geworden und verstärkt im Lehrplan anzutreffen. Die Einführung der Bildungsstandards und der damit verbundenen Kompetenzorientierung hat das Interesse der Lehrerinnen und Lehrer geweckt, um realitätsnahe Beispiele verstärkt im Unterricht einzubauen. Die PISA-Studie genießt mittlerweile große Bekanntheit, wobei die TIMSS-Untersuchung eher im Hintergrund abgehalten wird. Obgleich PISA alle drei Jahre an den 15- und 16-jährigen Schülerinnen und Schüler in unterschiedlichen Schwerpunkten ausgetestet wird, liegt der Schwerpunkt von TIMSS auf Mathematik und den Naturwissenschaften. Eine Vorstellung (im Kapitel 4.4.2) dieser Austestung anhand von Beispielen wird als relevant angesehen, da der Schwerpunkt auf der 8. Schulstufe liegt und ebenfalls anwendungsbezogene Aufgaben behandelt werden.

[247] HANISCH, Günter; et al.: „MatheFit4 - Lehrer/innenausgabe“, Seite 187

4.4.1 Die Sprache in Textaufgaben

Viele Schülerinnen und Schüler haben Schwierigkeiten mit Texten im Mathematikunterricht. Das kann einerseits nach HUMENBERGER und REICHEL daran liegen, dass die Fähigkeit fehlt Mathematik mit verbalen Worten ausdrücken zu können oder auch daran, dass die Lernenden den Text nicht verstehen und dadurch keine Vorstellung vom relevanten Inhalt entwickeln können.[248]

Nach der bereits im Kapitel 2.1.3 beschriebenen Studie von BARTLETT, wird ein Text mit unbekannten Begriffen so umgestaltet, dass dieser sinnvoll in bereits bekannte Erkenntnisse eingebaut werden kann. Notwendige und relevante Begriffe gehören demzufolge vorher erklärt und definiert, sodass diese auch in Erinnerung bleiben und zur Verwendung kommen. Einen Begriff zu verstehen bedeutet: ihn definieren zu können, Beispiele angeben zu können oder auch Eigenschaften dessen nennen zu können.

Die größten Probleme ergeben sich beim *Mathematisieren*. Dies ist, wie bereits im Modellierungskreislauf beschrieben, der Prozess, wo reale Probleme in die Sprache der Mathematik übersetzt werden. Dieses Verfahren wird bei jedem Textbeispiel angewandt.

Das Interpretieren des Ergebnisses ist ebenfalls ein sprachlicher Prozess.

Ein bekanntes Beispiel ist diese Aufgabe:

> *Drücke diesen Sachverhalt in einer Gleichung aus: Auf einer Universität gibt es 6-mal so viele Studenten wie Professoren*.[249]

Wir bezeichnen mit P die Anzahl der Professoren und mit S die Anzahl der Studenten. Die meisten Lernenden haben diesen Sachverhalt mit $6 * S = P$ übersetzt. Diese Gleichung ist jedoch falsch. Dieser Fehler ergibt sich aus der sprachlichen Äußerung „6-mal so viele Studenten“, welche mit $6 * S$ übersetzt wird. Wenn man jedoch den Sachverhalt durchdenkt und Zahlen einsetzen lässt,

---

[248] Vgl. HUMENBERGER; REICHEL: Seite 62

[249] WOLLMAN, Warren: „Determining the sources of error in translation from sentence to equation“ in: Journal for Research in Mathematics Education 1983, Vol. 14, No.3, Seite 169

wird den Schülerinnen und Schülern dieser Fehler schnell bewusst. Zusätzlich konnte herausgefunden werden, dass Lernende S mit Studenten und P mit Professoren übersetzen, anstatt die Anzahl dessen. Dies wurde in der Studie von CLEMENT ET AL. herausgefunden. Von 150 Technikstudenten beantworteten 37% die Frage falsch und bei Studenten anderer Studienrichtungen betrug die Fehlerquote sogar 57%.[250] Daraus lässt sich ableiten, dass sogar Studenten mit mathematischem Hintergrundwissen, Probleme beim Verstehen von Textaufgaben haben. Deshalb sollte diese Lesekompetenz verstärkt im Unterricht gelehrt und geübt werden. Dem Bereich „*Lesen mathematischer Texte*“ ist ein eigener Abschnitt im Lehrplan der Sekundarstufe I gewidmet. Das Ziel soll die korrekte Verwendung von mathematisch relevanten Begriffen sein, aber auch das erlangen der Fähigkeit, mathematische Texte in Skizzen darzustellen und verbal wiedergeben zu können.[251] Die Lernenden, die mathematische Erklärungen in Form von Texten oder Bildern verstehen, sind gegenüber den schwachen Lesern klar im Vorteil. Kommt es zu Problemen bei der Bearbeitung bestimmter Aufgaben, wenn beispielswiese, wichtige Informationen nicht erkannt werden, dann kann der Lösungsprozess und die Motivation gefährdet sein.[252] Nach dem Yerkes-Dodson-Gesetz lässt sich ableiten, dass je schwieriger der Text zu verstehen ist, desto weniger Motivation und Produktivität lässt sich abzeichnen.

Wie sich bereits aus der Studie von CLEMENT ET AL. ablesen lässt, sind die größten Schwierigkeiten beim „*Mathematisieren*“ angesiedelt. Dieser Prozess, wo Texte, die Realsituationen beschreiben, ins Mathematische übersetzt werden müssen.[253] Der Lehrkörper ist dahingehend gefordert, indem dieser gezielte Hilfestellung leistet, ohne den Lösungsweg vorweg zu nehmen. Folgende Aussagen könnten fallen: „Unterstreicht einmal die wichtigen Informationen aus dem Text.“, „Überlegt welche Angaben zentral sind.“, „Versucht eine Skizze

---

[250] Vgl. WOLLMAN: Seite 169f

[251] Lehrplan der Mathematik der Sekundarstufe I: Seite 3

[252] Vgl. SCHUKAJLOW, Stanislaw: „Lesekompetenz und mathematisches Modellieren“ in: BORROMEO FERRI; GREEFRATH; KAISER (Hrsg.): „Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule“; Wiesbaden: Springer Spektrum, 2013, Seite 128

[253] Vgl. HUMENBERGER; REICHEL: Seite 65

anzufertigen.“ oder etwa „Formuliert genau, was die in der Aufgabe von euch wissen wollen.“.[254]

Durch konkrete Fragestellungen können die Lehrerin und der Lehrer gezielt Hilfe leisten, was laut SCHUKAJLOW wiederum mit dem Leseverständnis einhergeht. Dieser meint, dass Lernende, welche über eine hohe Lesemotivation verfügen, nicht nur mehr lesen, sondern auch anspruchsvollere texte wählen, sich gegebenenfalls mehr anstrengen und ein höheres Selbstkonzept in diesem Bereich haben.[255] Zusätzlich wird vom ihm postuliert, dass sich die Aufgabenstellungen an der Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler orientieren sollten. Der Mathematisierungsprozess von vertrauten und bekannten Problemsituationen ist für Lernende einsichtiger und verständlicher.[256] Sprachliche Begründungen und Erläuterungen sollten Teil des Lehr- und Lerninhalts sein, indem diese bewusst geübt werden. Verbale Beschreibungen und Ausformulierungen finden sich heutzutage in jedem Schulbuch wieder, jedoch wird dieser Punkt nur selten explizit behandelt. Es kann behauptet werden, dass dadurch das Leseverständnis und die Lesekompetenz ansteigen würden, was sich wiederum auf die Lernmotivation auswirken könnte. Dies kann beispielsweise schon bei der gemeinsamen Korrektur der Hausübung beginnen, indem Schülerinnen und Schüler beschreiben, wie sie gerechnet haben und die einzelnen Schritte erklären.

4.4.2 TIMSS

TIMSS (**T**rends in **I**nternational **M**athematics and **S**cience **S**tudy) bezeichnet eine Studie, die im Abstand von vier Jahren die Kompetenzen in Mathematik und den Naturwissenschaften von Schülerinnen und Schülern austestet. Österreich nahm 1995 mit der 4., 8. und 12. Schulstufe an dieser Studie teil. Dies galt als der erste große internationale Schülerinnen- und Schülervergleichstest. In den Jahren 2007 und 2011 beteiligte sich nur noch die Volksschule an dieser

---

[254] Vgl. SCHUKAJLOW: Seite 137f
[255] Vgl. SCHUKAJLOW: Seite 134
[256] Vgl. SCHUKAJLOW: Seite 131

Untersuchung.[257] TIMSS testet zwar einerseits die Fähigkeiten und den aktuellen Wissensstand der Lernenden, schließt jedoch auch Faktoren wie das Elternhaus, das schulische Umfeld, aber auch die Schulverwaltung mit ein.[258]

Mathematikkompetenz basiert laut TIMSS nicht nur auf reinem Faktenwissen, sondern auch auf dem Anwenden von Wissen in unterschiedlichen Aufgabenstellungen und dem Begründen von Lösungswegen oder dem Ableiten von Schlussfolgerungen. Einen Aspekt des mathematischen Leistungstests stellt das Lösen von anwendungsbezogenen Aufgaben und innermathematischen Problemen dar.[259] Die Beispiele aus den unterschiedlichen Austestungen sind online in Englisch auf der Homepage von TIMSS abrufbar. Die deutsche Übersetzung der Aufgaben von 1995 wurden von Jürgen BAUMERT et al. herausgegeben, im Folgenden wird hier näher darauf eingegangen. Die nun vorgestellten Aufgabenstellungen stellen einen Bezug zur Anwendungsorientierung her.

Beispiel: Dieses Beispiel ist der Kategorie „Algebra“ entnommen. Es kann einerseits für den Inhaltsbereich „Variablen“, aber auch für „Gleichungen“ herangezogen werden.

T1. In zwei Kisten befinden sich 54 kg Äpfel.Die zweite Kiste Äpfel wiegt 12 kg mehr als die erste Kiste. **Wieviele Kilogramm Äpfel sind in jeder Kiste?** Schreibe Deine Lösungsschritte auf.

Abbildung 13[260]

Um diese Aufgabe zu lösen kann entweder eine Gleichung aufgestellt werden oder aber eine einfache Skizze mit logischen Überlegungen kann zum Ergebnis führen. Die erste Methode würde man eher als abstrakt bezeichnen und wäre zeitintensiver. Die grafische Darstellung kann sogleich zielführend und lebensnä-

[257] Vgl. https://www.bifie.at/timss, 26.2.2016, 11:30 Uhr

[258] Vgl. BAUMERT, Jürgen et al.: „TIMSS – Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich“, Opladen: Leske+Budrich, 1997, Seite 35

[259] Vgl. BAUMERT, Jürgen; et al.: „Testaufgaben Mathematik TIMSS 7./8. Klasse (Population 2)“, Berlin: Max-Planck-Institut für Bildungsforschung, 1998, Seite 8

[260] BAUMERT (1998): Seite 37

her sein. In Kapitel 5 werden themenspezifisch einige TIMSS-Aufgaben dargeboten. In der Schulbuchreihe „MatheFit“ der Sekundarstufe I wurden die vorhandenen TIMSS-Beispiele bereits eingearbeitet.

4.4.3 FERMI Aufgaben

Als Fermi Aufgaben, die nach Enrico FERMI benannt sind, welcher 1938 den Nobelpreis für Physik erhielt, bezeichnet man Beispiele, wo zunächst keine Daten vorhanden sind und nur durch reine Abschätzung eine Lösung angegeben wird. Der Gehalt dieser Aufgaben liegt darin, dass Schülerinnen und Schüler mit Spaß und Kreativität an die Bearbeitung dessen gehen und aus eigener Erfahrung versuchen zu einer Lösung zu gelangen. Die Exaktheit dieser wird nicht hinterfragt.

Die berühmteste Fermi-Frage lautet: „*Wie viele Klavierstimmer besitzt Chicago?*“

Die Beantwortung dieser Frage scheint auf den ersten Blick unmöglich, jedoch, wenn diese aufgespaltet und in kleinere Fragen zerlegt wird, ist ein Lösungsweg möglich. Die erste Annahme, die man trifft ist: Chicago hat circa 3 Millionen Einwohner (2013 waren es 2,7 Millionen)[261]. Durchschnittlich besteht eine Familie aus vier Mitgliedern und ein Drittel aller Familien, so wird spekuliert, besitzen ein Klavier. Das macht 250 000 Klaviere in Chicago, welche alle zehn Jahre gestimmt werden müssen, also 25 000 Stimmungen in einem Jahr. Des Weiteren wird angenommen, dass ein Klavierstimmer vier Klaviere pro Tag stimmen kann und pro Jahr 250 Arbeitstage vorbringt. Dann schafft er in einem Jahr 1000 Stimmungen, also muss es mindestens 25 Klavierstimmer in Chicago geben.

Die korrekte Lösung kann auch 100 oder 10 Klavierstimmer ausmachen, jedoch geht es bei diesen Aufgaben nur darum, Spekulationen zu treffen und aus Erfahrung argumentieren zu können, um eine Lösung zu erhalten.

Weitere Fragen könnten für den Unterricht in der Sekundarstufe I lauten:

- Wie viele Luftballons passen in dein Kinderzimmer?
- Wie viele Haare hat ein Mensch auf dem Kopf?

[261] http://www.cityofchicago.org/city/en/about/facts.html, 19.2.2016, 11 Uhr

➢ Wie viel Wasser verbraucht eine Familie pro Woche?[262]

Die nächste Art von Aufgaben ist den Fermi-Fragen ziemlich ähnlich, jedoch wird von angegeben Proportionen ausgegangen.

4.4.4 Problemlöseaufgaben

Der Prozess des Problemlösens wurde bereits im 2. Kapitel vorgestellt. Nun wird eine konkrete Aufgabe präsentiert, die auf den Kenntnissen des Ablaufes beruhen. Dieses Beispiel kann ebenso in der Rubrik „Offene Aufgaben“ gefunden werden, da kaum Angaben, die zum Lösungsprozess notwendig sind, gemacht wurden. Daher müssen Vermutungen angestellt und Annahmen getroffen werden. Ein exaktes Ergebnis wird bei diesem Beispieltypus nicht verlangt. Die hier angegebenen Aufgaben sind eng mit Fermi-Aufgaben verknüpft, da es hierbei ebenfalls gilt, mangels Angaben Annahmen zu treffen.

Auf großem Fuß müsste leben, wem dieser Riesenschuh passt. Antal Annus, ein 73 Jahre alter Schuhmacher aus dem ungarischen Dorf Csanádapáca, zeigt stolz sein beeindruckendes Werk. Ob er den Schuh jedoch für einen seiner Kunden maßgeschneidert hat, ist nicht bekannt.

Abbildung 14[259]

Der Riesenschuh von Antal ANNUS ist ein typisches Beispiel dafür, dass Zeitungsartikeln Material für Modellierungsaufgaben bieten. Die Frage zu diesem Bild (Abbildung 14[263])könnte lauten: „Welche Größe hat dieser Riesenschuh?“. Die Schülerinnen und Schüler können dafür unterschiedliche Lösungswege einnehmen, um die Größe abzuschätzen. Sei es die Brille, das Gesicht oder die Schürze – Dinge, die leicht in der Realität abzumessen sind. Jeder individuelle Lösungsweg wird akzeptiert, solange dieser argumentiert und gerechtfertigt werden kann. Das Beispiel ist jedoch nicht durch die bloße Abschätzung des Schuhes erledigt, sondern muss dann noch in eine passende Schuhgröße

[262] Vgl. HERGET, Wilfried: „Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe i“, Berlin: Cornelsen Verlag, 2005, Seite 14f

[263] HERGET: Seite 12

umgewandelt werden. Dafür eignet sich einerseits eine Recherche im Internet oder eine Nachfrage im Schuhgeschäft. Bei dieser Art von Aufgaben gibt es eben nicht nur ein richtiges Ergebnis, was die Schülerinnen und Schüler auch wiederum von dem Glauben wegführen soll, dass Mathematik ausschließlich „rechnen“ ist.[264]

Aufgaben dieser Art lassen sich unter dem Punkt „Messen, Schätzen, Probieren“ einordnen. Im 5. Kapitel werden hierzu weitere Beispiele vorgestellt.

4.5 Schwierigkeiten und Annäherungen

Die hier aufgezählten Problemstellungen haben sich im Laufe der Bearbeitung der Thematik der hier vorliegenden Arbeit ergeben und erheben dadurch keinen Anspruch auf Vollständigkeit. Die vorgestellten Annäherungen sind ebenfalls nicht als verpflichtende und geprüfte Hilfestellungen zu verstehen, sondern als Eingewöhnung an den Umgang mit diversen Schwierigkeiten. Zusätzlich kann es Überschneidungen kommen, da die Schwierigkeiten oftmals ineinander greifen.

- <u>Selbstständiges Arbeiten:</u>

Anwendungsorientierte Aufgabenstellungen eignen sich dahingehend außerordentlich, dass Schülerinnen und Schüler diese entweder allein oder in Kleingruppen bearbeiten. Diese Methode in unterschiedlichen Sozialformen anzubieten kann motivierend auf die Lernenden wirken. Sie fühlen sich dadurch nicht auf sich allein gestellt und können ihre Ideen im Klassenverband austauschen. Eine Variation der Sozialformen kann ebenso die Kreativität und den Gedankenfluss anregen. Die schwächeren Schülerinnen und Schüler ziehen einen Vorteil aus der Arbeit mit Leistungsstärkeren, indem diese komplexe Lösungswege präsentiert bekommen und Unterstützung erfahren. Die richtige Balance zwischen selbsttätigem Arbeiten der Schülerinnen und Schüler und Lehrerintervention muss gefunden werden und variiert je nach Klassendynamik.

---

[264] Vgl. HERGET: Seite12ff

Die Rolle der Lehrperson beschränkt sich im Laufe der Bearbeitung darauf, Hilfestellungen zu geben und Lösungsprozesse zu begleiten.

- Hilfestellung beim Lösungsprozess:

Wie soeben erwähnt, gehört der Lösungsprozess von realitätsbezogenen Aufgaben von der Lehrperson begleitet. Das Bearbeiten und Lösen anwendungsorientierter Beispiele gehört erlernt und geübt. Mögliche Fehler, die sich bei der intensiven Auseinandersetzung und beim Hinterfragen der Lösungen ergeben, können von Nutzen sein. Diese gehören hinterfragt und reflektiert, um die Angst vor dem Versagen zu nehmen. Zu Beginn muss das Verstehen der Sprache in Textaufgaben explizit eingeübt und gelehrt werden. Die Probleme, die sich hierbei ergeben können, werden in einem extra Punkt bearbeitet. Die Übersetzung in ein mathematisches Modell sollte von der Lehrkraft mit konstruktiven Fragestellungen begleitet werden und dadurch auch zum Weiterarbeiten motivieren. Bei Schwierigkeiten im Lösungsprozess kann der Lösungsplan herangezogen werden, um sich daran zu orientieren. Die richtige Handhabung des Plans sollte im Unterricht von der Lehrerin oder dem Lehrer vorgestellt werden, damit der Einsatz des Plans auch von Erfolg gekrönt ist. Das Hinterfragen und Reflektieren des Ergebnisses sollte am Ende nicht vergessen werden. Fehlende Problemlösefähigkeiten, um offene Aufgaben bearbeiten zu können, gehören im Vorfeld unterrichtet und gelehrt. Wenn Schülerinnen und Schüler über mehr Wissen bezüglich dem Problemlöseprozess verfügen, dann steigt die Erfolgsquote und die Motivation sich weiter mit dieser Problemstellung auseinanderzusetzen geht damit einher.[265]

- Unterschiedliche Lösungswege:

Realitätsbezogene Aufgabenstellungen sind meist offen formuliert, sodass das Ergebnis auf unterschiedliche Wege erreicht werden kann. Verschiedene

---

[265] Vgl. BRUDER, Regina: „Nutzung von Mathematik im Erfahrungshorizont von SchülerInnen – Beispiele und Materialien für Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht der Unterstufe" in: MAAß; SCHLÖGLMANN (Hrsg.): „Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht: Schriftenreihe der ISTRON-Gruppe – Band 5", Hildesheim/Berlin: Franzbecker, 1999, Seite 46

Lösungsarten gilt es zu akzeptieren, solange diese argumentativ gerechtfertigt werden können. Der Lehrkörper sollte die Schülerinnen und Schüler nicht auf eine spezielle Art hintrainieren. Meist bevorzugt der Lehrende den Lösungsweg, der selbst gewählt worden wäre. Dadurch verlieren offene Aufgabenstellungen ihre Ergebnisvielfalt und die Schülerinnen und Schüler müssen an Kreativität einbüßen. Die Lernenden sollen lernen zu verstehen, dass das Ergebnis auf unterschiedliche Wege und mit verschiedenen Modellen erreichbar ist. Zu einer Situation passen sozusagen mehrere Modelle, indem das Vorwissen in neuartiger Weise miteinander kombiniert wird.[266] Das Beispiel ist nicht mit dem Unterstreichen der Lösung abgeschlossen, sondern muss noch überprüft werden. Der Unterrichtsablauf wird dadurch komplett neugestaltet, da die Schülerinnen und Schüler oft darauf trainiert werden, den eben gelernten Inhalt an einer Scheintextaufgabe anzuwenden. Um den neuen Unterrichtsaufbau und –ablauf etabliert zu haben, muss eine Eingewöhnungsphase einkalkuliert werden.

- Aktuelle Lebenswelt:

Die Vorteile der Beachtung der Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler wurden bereits im zweiten Kapitel ausführlich erläutert. Demnach sollten die Aufgabenstellungen möglichst lebensnah gestaltet sein und nach diesem Kriterium gewählt werden, um einen persönlichen Bezug injizieren zu können. Nicht alle lebensnahen Aufgaben wecken auch Interesse bei Schülerinnen und Schülern. Hier wirft sich dann im Spezifischen die Frage auf, inwieweit alle Aufgaben persönlich interessant sein müssen? Es dürfen und müssen sogar zweifellos auch Inhalte unterrichtet werden, die keinerlei Bezug darstellen und nicht von individueller Relevanz sind. Anderenfalls wäre dies eine falsch interpretierte Schülerinnen- und Schülerorientierung.

Eine bewusste Miteinbeziehung der Lernenden in die Unterrichtsgestaltung und der Auswahl der Themen, kann das Interesse erwecken. Es würde sich

[266] Vgl. SCHUPP, Hans: „Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I zwischen Tradition und neuen Impulsen“, in: BLUM (Hrsg.): „Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht: Schriftenreihe der ISTRON-Gruppe - Band 1“, Hildesheim: Franzbecker, 1994, Seite 9

beispielsweise anbieten, die Schülerinnen und Schüler selbst Aufgaben entwickeln zu lassen, Zeitungsartikel aufzugreifen oder auch Beispiele aus dem Schulbuch umschreiben zu lassen. Zeitungsberichte können sehr wohl eine Bereicherung für den Unterricht darstellen und diesen ein wenig auflockern. Ein Hinterfragen der Grafiken und ein Nachrechnen kann die Lernenden auf Fehler in Zeitungsartikeln hinweisen und die Achtsamkeit schulen.

- „eingekleidete Aufgaben“:

Pseudoanwendungen wurden bereits mehrfach thematisiert, da diese in jedem Lehrbuch zu finden sind. Diese Beispiele gilt es auch nicht schlichtweg abzulehnen, sondern differenziert zu betrachten. Homogenität bezüglich des Unterrichtsverlaufs lässt sich nur durch einen Mittelweg erreichen. Entweder muss die Glaubwürdigkeit der Realitätsnähe oder die Mathematik dahinter einbüßen.[267] Mit anderen Worten formuliert heißt dies: entweder das Beispiel passt zum mathematischen Thema und die Angaben sind nicht ganz realitätsnah oder die Angabe ist komplett aus dem Alltag gegriffen, stimmt aber nicht zu 100% mit dem aktuellen Themenschwerpunkt überein.

Ob ein Beispiel bloß eine „Pseudoanwendung“ ist oder ob es eine „gute“ oder „schlechte“ Aufgabe um Anwendungsorientierung zu thematisieren, ist dem individuellen Blick der Lehrerin oder des Lehrers überlassen. „Gut“ meint in dem Fall, dass es den Absichten des Unterrichts entspricht.[268]

Beispiel**:** *Wasser Mischverhältnis* (nach KIRSCH)

> $3\ Liter$ heißes Wasser vermischt mit $8\ Liter$ Wasser von Zimmertemperatur ergeben $11\ Liter$ mit der Temperatur $31°C$; $8\ Liter$ heißes Wasser vermischt mit $3\ Liter$ Wasser von Zimmertemperatur ergeben Wasser von $56°C$. Berechne die Temperatur des heißen Wassers und die desjenigen mit Zimmertemperatur.

[267] Vgl. BECKER; et al.: Seite 18
[268] Vgl. HUMENBERGER; REICHEL: Seite 20

Daraus ergibt sich folgender Ansatz:

$$3x + 8y = 11 * 31$$

$$8x + 3y = 11 * 56$$[269]

Dieses Beispiel könnte problemlos Lehrstoff der 8.Schulstufe sein und so konkret im Schulbuch vorkommen. Die Schülerinnen und Schüler könnten dieses sicherlich nach einmaligen Vorzeigen an der Tafel „nachrechnen“, könnten jedoch nicht erklären was hinter der Multiplikation $11 * 56$ oder $11 * 31$ steckt, denn da wäre präzises Wissen aus der Wärmelehre notwendig. Trotz eventuellem Bemühen der Lehrkraft um eine exakte Erklärung, würden die Lernenden den Kontext nicht verstehen, da die Kenntnisse in der 4.Klasse noch nicht dafür vorhanden sind.

Nach KIRSCH sind diese Art von Beispielen, als Anwendungsorientierungen getarnt, abzulehnen. Diese Angabe dient einzig und allein dazu ein Gleichungssystem zu lösen und ist nur zu diesem Zweck konstruiert worden. Eine ganz spezielle Form stellen die schon vorgestellten „Kapitänsaufgaben“ (Kapitel 2.4.1) dar, wonach die Schülerinnen und Schüler die angegebenen Zahlen einfach kombinieren ohne diese zu hinterfragen, da eine mathematische Lösung (manchmal) erzwungen wird.

Für das Einüben gewisser Praktiken und Teilmodellierungsprozessen sind diese „eingekleideten Aufgaben“ sicherlich von Nutzen. Bezüglich obig dargestelltem Beispiel muss jedoch ausdrücklich betont werden, dass diese Art nichts mit Anwendungsorientierung zu tun hat beziehungsweise nicht dem Erfahrungsschatz der Schülerinnen und Schüler entspricht.[270] Eine gründliche Auslese wird demnach jeder Lehrkraft empfohlen, sodass es nicht zu einem mechanischen Ausführen von Rechenabläufen ohne Nachdenken kommt.

Beispiel: *In einem Stall werden 42 Tiere gezählt. Es sind Kühe und Fliegen. Zusammen haben sie 196 Beine. Wie viele Fliegen und wie viele Kühe sind es?*

---

[269] Zitiert nach: HUMENBERGER; REICHEL: Seite 46

[270] Vgl. HUMENBERGER; REICHEL: Seite 46ff

Viel sinnvoller wäre es die Art der Tiere zu zählen, anstatt ihrer Beine. Das Ziel dahinter ist einzig und allein das Aufstellen der Gleichung. Das Vorwissen das hierfür benötigt wird, ist, dass Kühe vier und Fliegen sechs Beine haben.[271]

<u>Beispiel</u>: 100% Mathematik 4 - Aufgabe 33

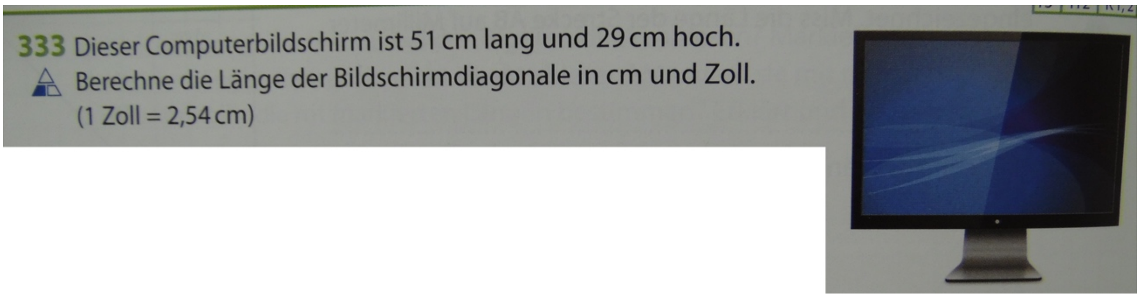


Abbildung 15[272]

Bei einem Fernseher wird nur die Bildschirmdiagonale in Zoll angegeben. Die Aufgabenstellung könnte daher umgekehrt lauten: Die Bildschirmdiagonale beträgt 40 Zoll. Welche Seitenmaße (in cm) könnte dieser Fernseher aufweisen?

- <u>Mathematisieren:</u>

Mathematisieren bezeichnet den Modellierungsprozess, indem eine reale Situation in ein mathematisches Modell übersetzt wird. Dieser Teilaspekt wirft einige Probleme auf, da der Zusammenhang zwischen realer Situation und mathematischem Lösungsprozess von Schülerinnen und Schülern nicht verstanden wird. Die Kompetenz des Modellierens und des Bearbeitens von realitätsbezogenen Aufgaben gehört erlernt und schrittweise angeeignet. Dies kann durch kontinuierliches Behandeln und Bearbeiten von Ausschnitten von anwendungsorientierten Beispielen erlernt werden. Eine Steigerung im Ausmaß und in der Komplexität der Aufgaben kann die Schülerinnen und Schüler an dieses Aufgabenformat langsam hinführen. Wenn die Problemstellungen von Beginn an zu umfassend und kompliziert sind, geht der positive Aspekt des Realitätsbezuges verloren.

---

[271] Vgl. GREEFRATH, Gilbert: „Didaktik des Sachrechnens in der Sekundarstufe“, Heidelberg: Spektrum, 2010, Seite 83

[272] EßLETZBICHLER; et al.: Seite 96

➢ Zeitlicher Aspekt:

Modellierungsaufgaben benötigen Zeit zur Eingewöhnung und viel Vorbereitung, denn anwendungsorientierter Unterricht ist anspruchsvoll. Einerseits den Anspruch an Lebensnähe betreffend und andererseits auf die Vorerfahrungen der Lernenden bezogen. Die Erarbeitung und das Einlassen auf die konkrete Arbeit mit Modellierungsaufgaben benötigt von Seiten der Lehrerinnen und Lehrer viel Engagement und Erarbeitungswillen, aber auch Lernbereitschaft.[273] Eine eher negativ ausfallende Reaktion von Seiten der Schülerinnen und Schüler auf diese Art der Aufgaben lässt die Motivation zur Weiterführung sinken. Teamwork mit Kolleginnen und Kollegen an der Schule kann einiges erleichtern – vor allem auch bei fächerübergreifenden Problemstellungen.

In der Sekundarstufe I wird Mathematik nur in *Einzelstunden* unterrichtet. Der 50-Minuten-Takt lässt nur kurze oder Teilaufgaben zu. Durch das Einführen von Unterricht in Doppelstunden könnten Anwendungsorientierte Aufgaben leichter und intensiver erarbeitet werden. Das Einüben von einzelnen Teilschritten gehört ebenso vertieft. Dafür sind einzelne Unterrichtsstunden ausreichend. Die weitere Vertiefung kann in der darauffolgenden Einheit oder zu Hause erfolgen, wobei die Reflexion im Unterrichtsgeschehen in der Gesamtgruppe stattfinden sollte. Unterschiedliche Rechenhilfsmittel, wie der Taschenrechner oder der Computer, können zusätzlich Zwischenschritte beschleunigen.[274] Dies ermöglicht, dass Schülerinnen und Schüler ein tieferes Verständnis für Problemstellungen entwickeln können, da die Kreativität und das Ausprobieren im Vordergrund stehen.

Eine zusätzliche zeitliche Erleichterung kann es sein, auf bereits verfügbare Modellierungsaufgaben zurückzugreifen. Die mathematisch-didaktische Zeitschrift „*mathematik lehren*", sowie die ISTRON-Gruppe veröffentlichen regelmäßig neue Aufgabenstellungen und Beispiele.

---

[273] Vgl. HUMENBERGER; REICHEL: Seite 22

[274] Vgl. PROFKE; Lothar: „Praktische Anwendungsaufgaben im Mathematikunterricht", in: MiS 29, 12, 1992, Seite 866

- <u>Fächerübergreifende Beispiele:</u>

Dieser Punkt überschneidet sich mit dem zeitlichen Aspekt beziehungsweise geht aus diesem hervor. Um realitätsbezogene Probleme zu bearbeiten und zu lösen, bedarf es einiges an Vorwissen. Diese Informationsaneignung, um den Schülerinnen und Schülern ein geeignetes Bild von Mathematik im Alltag vermitteln zu können, ist zeitintensiv. Die Absprache und Koordination mit Kolleginnen und Kollegen bedarf einiges an Mühe, kann jedoch arbeitserleichternd sein, wenn im entsprechenden Unterrichtsfach die gleiche Thematik behandelt wird. Team-Work zahlt sich dahingehend auch aus, da wie bereits erwähnt, einige Aufgaben der standardisierten Reifeprüfung, aber auch Beispiele der Bildungsstandards aus angewandten Disziplinen, wie beispielsweise Chemie, Physik oder Sport, stammen.

- <u>Lehramtsstudium</u>:

Die universitäre Ausbildung bietet wenig Vorbereitung auf den zukünftigen Unterricht und vermittelt wenig Wissen über Anwendungsorientierung für angehende Lehrerinnen und Lehrer. Nachdem das Lehramtsstudium hauptsächlich auf Fachmathematik aufgebaut ist, gehen die fertigen Studentinnen und Studenten mit diesem Bild in den Beruf, das ihnen von Mathematik über die Jahre zuvor vermittelt wurde. Zusätzlich gibt es im Laufe des Studiums nur geringfügige praktische Berufsvorbereitung und Realitätsbezüge wurden kaum thematisiert. Seit Kurzem wird an der Universität Wien ein diesbezügliches Seminar pro Semester angeboten. Eine Maximalanzahl von 30 Studentinnen und Studenten beschränkt jedoch den Zugang erheblich. BLUM fordert diesbezüglich eine Ausweitung von Modellierungs- und Problemlöseschulungen in der Lehreraus- und –fortbildung.[275]

[275] Vgl. BLUM (2007): Seite 9

- <u>Routinemäßiger Unterrichtsablauf:</u>

Aus dem vorherigen Punkt geht der routinemäßige Unterrichtsverlauf hervor. Dieser Begriff zielt darauf ab, dass der Unterricht vom Lehrkörper so gestaltet wird, wie dieser ihn selbst vermittelt bekommen hat. Sei es einerseits als Schülerin oder Schüler oder im darauffolgenden Studium. Nachdem die universitäre Ausbildung theoretisch fundiert ist, starten die abgeschlossenen Studenten mit ähnlichen Zugängen in der Klasse. Jedoch muss nochmals explizit erwähnt werden: Modellieren kann und muss erlernt werden – von den Lernenden, aber auch vom Lehrenden.[276]

Zusätzlich sollte angemerkt werden, dass BLUM in einer durchgeführten Studie beobachten konnte, dass Lehrerinnen und Lehrer in Modellierungsprozessen gerne ihre persönliche Lösungsstrategie an die Schülerinnen und Schüler vermittelten.[277] Daraus kann gefolgert werden, dass Lehrende gerne nur ein Ergebnis für richtig befinden, obgleich diese Aufgaben ein großes Spektrum an individuellen Lösungswegen zulassen. Neutrale Hilfestellungen und ein Hinterfragen der gewählten Zwischenschritte können eine differenzierte Ergebnisvielfalt hervorrufen.

- <u>Schwierigkeitsabstufungen</u>:

Eine Möglichkeit wäre es, unterschiedliche Schwierigkeitsabstufungen anzubieten, damit jede Schülerin und jeder Schüler zum Ergebnis gelangt und dadurch ein Erfolgserlebnis verspürt. Anwendungsbeispiele haben oft den Ruf zu anspruchsvoll und komplex für eine einstündige Unterrichtsstunde zu sein. Durch die Einbeziehung des Computers können schwierigere Aufgaben leichter gelöst und bearbeitet werden und es können unterschiedlich schwere Fragestellungen formuliert werden. Generell gilt es, den Computer als Hilfsmittel in den Unterricht einzubauen, sodass Angaben nicht vereinfacht werden müssen und real bleiben. Der Komplexitätsgrad der Aufgabe lässt sich dadurch reduzieren, indem die zu verwendeten Situationen oder Modelle vereinfacht werden. Die Qualität und die Authentizität der Aufgaben sind ausschlaggebend, ob diese ihren Beitrag zu

---

[276] Vgl. BLUM (2007): Seite 6
[277] Vgl. BLUM (2006): Seite 18

einem realitätsbezogenen Unterricht liefern.[278] Zusätzlich ist das Vereinfachen ein Abschnitt im Modellierungsprozess und Vereinfachen gehört als notwendiges Werkzeug dazu, um die Realität begreifen zu können.[279]

Unterschiedliche Schwierigkeitsstufen in einer Unterrichtsstunde bei circa 30 Schülerinnen und Schülern anzubieten, scheint unmöglich umsetzbar zu sein. Modellierungsbeispiele bieten meist eine Binnendifferenzierung an, indem auf die individuellen Fähigkeiten und Kenntnisse der Schülerinnen und Schüler eingegangen wird. Interessanter Weise scheinen diese Aufgaben selbst für lernschwache Schülerinnen und Schüler, durch den Realitätsbezug und die Lebensnähe von Interesse. Diese sind motiviert, da sie sich den Kontext direkt vorstellen können und nicht durch Abstraktheit abgeschreckt werden. Der offene Zugang und die neutral formulierte Aufgabenstellung bieten einen individuellen Einstieg an. Den eigenen Fertigkeiten angemessen, kann ein differenzierter Lösungsweg eingeschlagen werden.[280] BLUM postuliert einen langfristigen und gestuften Aufbau der notwenigen Kompetenzen. Eine Steigerung der Aufgabenschwierigkeiten, sowie oftmalige Übungsphasen hält er für angebracht.[281] Eine Variation der Sozialformen kann, wie bereits erläutert, dabei helfen, dass lernschwächere Schülerinnen und Schüler wieder neuen Anreiz finden und ebenso Erfolgserlebnisse und nicht nur Frustration verspüren.

SCHUPP meint dazu: „*Lieber eine hübsche Denksport-, eine interessante historische, eine offensichtlich eingekleidete Aufgabe als eine ernst gemeinte Scheinanwendung*."[282]

---

[278] Vgl. SCHUPP: Seite 9
[279] Vgl. PROFKE: Seite 866
[280] Vgl. MAAß: Seite 19, 21
[281] Vgl. BLUM (2007): Seite 7
[282] SCHUPP: Seite 9

- <u>Sprachlicher Aspekt:</u>

Das Textverständnis und der sprachliche Aspekt bei schriftlich formulierten Aufgabenstellungen stellt mitunter eine der größten Hürden im Mathematikunterricht dar. Die Schwierigkeiten liegen hauptsächlich beim Lesen und Verstehen der Textaufgabe. Eine bildhafte Darstellung oder das Anfertigen einer Skizze können schon eine Hilfestellung darstellen. Der Übersetzungsvorgang muss konkret im Unterricht erlernt werden und Thema in Übungsprozessen sein. Ein Hinterfragen und Erarbeiten in der Gesamtgruppe kann den verbalen Aspekt stärken. Im Kompetenzmodell der Sekundarstufe I bezeichnet „Argumentieren und Begründen“ einen der vier Handlungsbereiche, welche im folgenden Kapitel eingehender beschrieben werden. Dies wird mit der Methode der anwendungsorientierten Aufgaben gefördert, indem die Ergebnisse interpretiert und hinterfragt werden müssen. Dies bedeutet, dass eine Reflexion im Kontext der Ausgangssituation durchgeführt wird. Die formale Richtigkeit der Lösung steht nicht im Vordergrund, sondern das Endergebnis muss noch validiert werden, in dem Sinn, ob es sich in der Realität auch bewährt und Nützlichkeit aufweist.

5. Anwendungsorientierung in der Sekundarstufe I

Im folgenden Kapitel wird nun explizit Bezug auf die Anwendungsorientierung in der Sekundarstufe I genommen. Zunächst wird erläutert, welche Aufgaben die, im Jahr 2009[283] eingeführten, Bildungsstandards mit ihrem Kompetenzmodell haben und welche Rolle Realitätsbezüge hierbei spielen. Ebenso wird eine genaue Definition des Begriffs „Kompetenz" angeführt. Anschließend wird der Fokus auf den Mathematik-Lehrplan der AHS-Unterstufe gelegt. Es werden Inhalte erläutert und diskutiert, welche die Relevanz von Lebensnähe und Anwendungsorientierung hervorheben. Darauf folgen spezifische Themen des Lehrplans, welche im Hinblick auf das Thema der hier vorliegenden Arbeit bearbeitet werden. Es wird versucht, diese Wissensbereiche im Hinblick auf Realitätsnähe zu untersuchen und Beispiele anzuführen, wie diese in der Schule anwendungsorientierter unterrichtet werden könnten.

5.1 Kompetenzen und Bildungsstandards

Die unbefriedigenden und unerfreulichen Ergebnisse der durchgeführten PISA-Studien haben den Anlass gegeben, den Lehrplan zu verändern und die Bildungsstandards mit ihrem Kompetenzmodell einzuführen. Die Einführung im Jahr 2009 ermöglicht es nun, durch regelmäßige Überprüfungen vergleichbare Ergebnisse bezüglich des Kompetenzstands zu erhalten. Diese Vergleichsuntersuchungen, welche 2012[284] erstmals durchgeführt wurden, sind weit gefasst und lassen die individuelle Entwicklung der Lernenden anschaulich darstellen. Bildungsstandards sind als Leistungsstandards aufzufassen, welche überprüfbar sind und mit dem dazugehörigen Kompetenzmodell einhergehen.

Um diese Themenstellung tiefer behandeln zu können, muss eine spezifische Definition und Erklärung des Begriffs „Kompetenz" präsentiert werden. Der Kompetenzbegriff, der von den Bildungsstandards verwendet wird, stammt von

[283] Vgl. PESCHEK, Werner: „Warum Standards und wozu?" in: KRÖPFL; SCHNEIDER (Hrsg.): „Standards Mathematik unter der Lupe", München/Wien: Profil Verlag, 2012, Seite 13
[284] Vgl. PESCHEK: Seite 13

Franz WEINERT. Dieser wird als Forschungsgrundlage herangezogen und lautet wie folgt:

„*Dabei versteht man unter Kompetenzen die bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen, sowie die damit verbundenen motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten um die Problemlösungen in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können*.“[285]

Nach dem oben angeführten Zitat kann man Kompetenzen als kognitive Konstrukte ansehen, die nicht direkt beobachtbar sind, aber angewendet werden, um komplexe Probleme zu bewältigen. Kurz gesagt: Im Können vollzieht sich das Wissen.

Durch die eingeführten Standards soll der Unterricht, im Speziellen hier der Mathematikunterricht, transparenter, nützlicher und öffentlicher und die Qualität dessen auch messbar gemacht werden.[286] PESCHEK meint kritisch dazu, auf die Behauptung hin, dass es sich um reine Leistungsstandards handle: „*Ein Mathematikunterricht, der sich darauf beschränkt, die Schülerinnen und Schüler zur Lösung der Standards-Aufgaben zu befähigen, ist armselig und kommt an mathematische Bildung kaum heran*.“[287] Das Ziel der Bildungsstandards lautet wie folgt: Diese formulierten Kompetenzen sollten für alle Schülerinnen und Schüler erreichbar und bis zum Ende der 8.Schulstufe erworben worden sein. Nach dem angeführten Zitat zu urteilen, lässt sich die Behauptung aufstellen, dass das Kompetenzmodell in den Unterrichtsablauf und -aufbau integriert werden soll und somit einen Aspekt des Gesamtunterrichts darstellt, woraus ein kompetenzorientierter Unterricht entsteht. Weiterführend betonen HANISCH und BENISCHEK in einem Artikel, welche Rolle kompetenzorientierter Unterricht im Schulwesen spielt und wie die Umsetzung dessen aussehen kann. Zusätzlich werden anwendungs- und kompetenzorientierte Aufgaben präsentiert.[288]

---

[285] WEINERT, Franz E.: „Leistungsmessungen in Schulen“, Weinheim/Basel: Beltz Verlag, 2002, Seite 27f

[286] Vgl. PESCHEK: Seite 13

[287] PESCHEK: Seite 20

[288] Vgl. HANISCH, Günter; BENISCHEK, Isabella: „Kompetenzorientierter Mathematikunterricht – wie kann er umgesetzt werden? in: Didaktik-Reihe der ÖMG, Heft 45, 2012, Seiten 43 - 55

Die folgenden Grafiken stellen das Kompetenzmodell der 8.Schulstufe ausführlich dar:

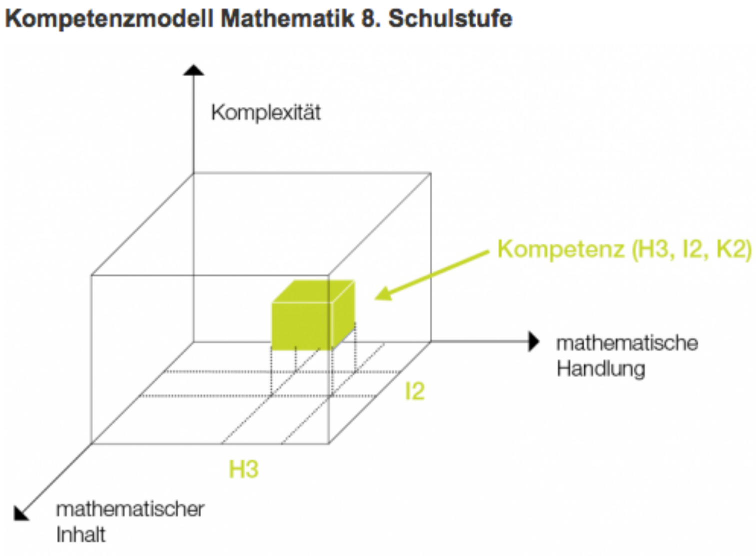


Abbildung 16: Mathematik-Kompetenzmodell[289]

mathematischer Inhalt	mathematische Handlung	Komplexität
• I1: Zahlen und Maße	• H1: Darstellen, Modellbilden	• K1: Einsetzen von Grundkenntnissen und -fertigkeiten
• I2: Variable, funktionale Abhängigkeiten	• H2: Rechnen, Operieren	• K2: Herstellen von Verbindungen
• I3: Geometrische Figuren und Körper	• H3: Interpretieren	• K3: Einsetzen von Reflexionswissen, Reflektieren
• I4: Statistische Darstellung und Kenngrößen	• H4: Argumentieren, Begründen	

Abbildung 17: Mathematik-Kompetenzmodell[290]

Die erste Bildungsstandardüberprüfung in Mathematik der 8. Schulstufe (M8) fand 2012 österreichweit statt. Es sind noch keine Vergleichswerte verfügbar, da

[289] https://www.bifie.at/node/49, 24.2.2016, 16:30 Uhr
[290] https://www.bifie.at/node/49, 24.2.2016, 16:30 Uhr

die Überprüfungen in großen Intervallen abgehalten werden und sich die Fächer Deutsch, Englisch und Mathematik abwechseln. Die Frage, welche sich nun hier stellt ist: Welche Rolle spielen Realitätsbezüge und anwendungsorientierte Aufgaben in diesem Modell? Anwendungsorientierung lässt sich auf alle mathematischen Inhalte anwenden (I1 bis I4). Ebenso ist der Realitätsbezug in jedem Komplexitätsbereich von Relevanz (K1 bis K3). Bei mathematischen Handlungen ist der Begriff des „Modellbildens" (H1) leicht irreführend, denn darunter versteht das **B**undes**i**nstitut für Bildungs**f**orschung, **I**nnovation und **E**ntwicklung des österreichischen Schulwesens (BIFIE) nicht, wie man vermuten könnte, den Prozess der Transformation von außermathematischen Situationen in mathematische Handlungen, sondern meint hier die Darstellung eines mathematischen Sachverhalts. Diesbezügliche charakteristische Tätigkeiten sind beispielsweise, dass geeignete mathematische Werkzeuge und Lösungswege gewählt werden, um Aufgabensituationen zu bewältigen, ebenso wird die Darstellung von problembehafteten mathematischen Zusammenhängen genannt.[291] Beide Handlungen vollziehen sich in der Bearbeitung von realitätsnahen Beispielen. Zusätzlich müssen die Handlungsbereiche „Interpretieren" (H3) und „Argumentieren, Begründen" (H4) explizit erwähnt werden, da jedes Ergebnis einer Anwendungsaufgabe hinterfragt, aber auch reflektiert werden muss. Der Vorgang des Interpretierens meint vorrangig das Verwenden der Mathematik als Kommunikationsmittel. PICHLER und SCHNEIDER sprechen diesem Handlungsbereich eine große Bedeutung zu, indem diese meinen: „*Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass „Interpretieren" im Hinblick auf (unmittelbare) Lebensvorbereitung wohl eine der wichtigsten mathematischen Tätigkeiten ist*."[292]

Abschließend kann festgestellt werden, dass sich die Bildungsstandards auf die Leistung, also die erlernten Fähig- und Fertigkeiten, konzentrieren und sich der Lehrplan auf den Einsatz, der im Unterricht gelehrten Inhalte, fokussiert.[293]

---

[291] Vgl. PESCHEK, Werner: „Darstellen, Modellbilden" in: KRÖPFL; SCHNEIDER (Hrsg.): „Standards Mathematik unter der Lupe", München/Wien: Profil Verlag, 2012, Seite 43f

[292] PICHLER, Franz; SCHNEIDER, Edith: „Interpretieren" in: KRÖPFL; SCHNEIDER (Hrsg.): „Standards Mathematik unter der Lupe", München/Wien: Profil Verlag, 2012, Seite 82

[293] Vgl. PESCHEK: Seite 15

HANISCH führt in seinem Vortrag im Jahr 2006 einen Vorschlag an, wodurch die Ergebnisse dieser nationalen oder internationalen Austestungen verbessert werden können: durch den Einsatz von Training. Er führt an, dass auffällig ist, dass die Aufgaben meist viel Text aufweisen, im Multiple-Choice-Format gehalten sind und die Tests länger als die 50-Minuten einer Unterrichtsstunde dauern. Es wird postuliert, dass ein spezifisches Einüben dieses Aufgabenformats nicht allein genügend ist, obwohl diese Aufgaben aus didaktischer Perspektive vernünftig scheinen. Die Nützlichkeit der Mathematik soll dabei im Vordergrund stehen. Ebenfalls könnten die Schülerinnen und Schüler bereits ab der 5. Schulstufe mit wenig Aufwand an die Aufgabenformate der Austestungen herangeführt werden.[294] Weiterführend muss gesagt werden, dass sich der Unterricht jedoch nicht darin erschöpfen sollte, nur Beispiele in dieser Formation zu bearbeiten.

5.2 Der Mathematik-Lehrplan

Der Lehrplan ist jederzeit auf der Webseite des Bundesministeriums für Bildung und Frauen einzusehen.[295] Er gliedert sich in einen allgemeinen und spezifischen Teil. Anwendungsorientierung bekommt im allgemeinen Lehrplan, sowie im Lehrplan für Mathematik einen besonderen Stellenwert zugeteilt. Beim Durchlesen sticht sofort ins Auge welche Bedeutung dem Alltagsbezug in Mathematik gegeben wird, indem der Aspekt der individuellen Erfahrungs- und Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler betont wird. Besonders im spezifischen Teil der Sekundarstufe I, auf welchen im Folgenden Bezug genommen wird, wird das Unterrichtsprinzip der Realitätsbezüge verstärkt behandelt.

Jene Forderungen und Aufgaben aus dem Lehrplan, die in direktem Zusammenhang mit dem Thema dieser Arbeit stehen, werden nun näher vorgestellt und erörtert. Es wird angewiesen, dass mathematische Kenntnisse aus unterschiedlichen lebensnahen Bereichen gewonnen und genutzt werden, ebenso gilt dies für die Bildung mathematischer Modelle. Dieser Prozess des

---

[294] Vgl. HANISCH, Günter: „Pisa, Timss, Bildungsstandards, Tests – und wie sollen wir LehrerInnen damit umgehen?“ in: Didaktik-Reihe der ÖMG, Heft 39, 2006, Seite 43, 53

[295] https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp_ahs_unterstufe.html, 14.3.2016, 18:27 Uhr

Modellierens bringt uns direkt zur Behandlung von Modellierungsaufgaben. Des Weiteren werden folgende relevante Unterrichtsziele formuliert: das Anstellen von Überlegungen, welche Bedeutung der Mathematikunterricht für die eigene Person hat und das Analysieren und Begründen mathematischer Problemstellungen. Generell gilt es, Problemlösefähigkeiten zu erwerben, welche essenziell für den Prozess des Problemlösens sind. Bezugnehmend auf das Lernen sowie dessen Motivation, wird postuliert, dass ein Aspekt im praktischen Handeln mit lebensweltlichen Problemstellungen, das situationsbezogen Lernen darstellen soll. Zusätzlich sollten diese Probleme dem Erfahrungs- und Interessenshorizont der Schülerinnen und Schüler entsprechen, um einen direkten Nutzen erkennbar zu machen und so motivierend zu wirken. Die Querverbindungen zur Lebenswelt der Lernenden werden an mehreren Stellen erwähnt, woraus sich schließen lässt, dass Lebensnähe als Unterrichtsprinzip nicht zu vernachlässigen ist. Die historische Entwicklung soll Einfluss auf den Unterrichtsalltag nehmen, sodass die Bedeutung der Mathematik verdeutlicht wird.[296]

Aus dem gesamten Lehrangebot der Sekundarstufe I ist es grundsätzlich möglich Aufgaben mit Realitätsbezug zu entwickeln. Manche Themengebiete eignen sich dafür besser, da sich diese von Beginn an anschaulicher präsentieren. Deshalb wird hier nur ein Aspekt von Lehrinhalten dargeboten, wie diese im Unterricht anwendungsorientiert unterrichtet werden können und worauf geachtet werden sollte. Die Entwicklung neuer anwendungsorientierter Aufgaben kann sehr zeitaufwändig sein und daher kann es sich als nützlich herausstellen, wenn auf bereits bestehende Modellierungsbeispiele zurück gegriffen werden kann und diese nur auf die aktuelle Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler angepasst werden müssen. Mittlerweile findet sich eine Vielzahl an Literatur mit Übungsaufgaben zu diesem Thema und Interessensgruppen, wie die ISTRON-Gruppe, die regelmäßig Beiträge und Aufgaben veröffentlicht. Zusätzlich wird empfohlen, Aufgaben aus dem Schulbuch zu verwenden und diese mit den Lernenden gemeinsam zu bearbeiten und zu hinterfragen. Das anwendungsorientierte Aufgabenangebot in den österreichischen Schulbüchern

[296] Vgl. AHS-Lehrplan der Mathematik der Sekundarstufe I: https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/ahs14_789.pdf?4dzgm2, 25.2.2016, 15:23 Uhr

hat sich in den letzten Jahren deutlich erhöht, was vor allem auf die Einführung des Kompetenzmodells zurückzuführen ist. Hierbei gilt jedoch immer: Qualität vor Quantität, denn den Wert der Nützlichkeit bestimmter Aufgaben gilt es stets zu hinterfragen.

5.3 Mögliche Anwendungsthemen mit Beispielen

Einige Themengebiete aus dem Lehrplan der Sekundarstufe I sind dafür bekannt, dass diese die Realität besser abbilden und manche aber auch weniger. Die hier ausgewählten Inhalte wurden aus beiden Bereichen ausgesucht. *Stochastik* gilt als das anschaulichste und alltagsbezogenste Lehrgebiet bei einigen Schülerinnen und Schülern. *Terme* und *Variable* wiederum haben den Ruf besonders abstrakt und realitätsfern zu sein. Zu dem jeweiligen Unterrichtsinhalt werden unterschiedliche Aufgaben präsentiert, die in Schulbüchern abgedruckt sind, die bei TIMSS gestellt wurden oder als produktive und offene Beispiele einzuordnen sind. Diese sollen verdeutlichen, dass man durch intensive Auslese und Recherche anwendungsorientierte Problemstellungen in (Schul-)Büchern vorfindet. Zusätzlich wird präsentiert, welche Lehrinhalte sich besser eignen um einen Realitätsbezug herzustellen und, dass die Bearbeitung direkt in das Unterrichtsgeschehen einfließen kann. Der Lehrplanaspekt wird kontextabhängig angegeben und auf die jeweilige Zuordnung zur entsprechenden Klassenstufe wird bei der Aufgabe direkt eingegangen. Einige ausgewählte TIMSS-Beispiele finden sich ebenfalls in der Schulbuchreihe „MatheFit 1 - 4“.

5.3.1 Negative Zahlen

Negative Zahlen hinterlassen den Anschein, als hätten diese keinerlei Bezug zum Alltag, was wiederum deren Stellenwert im Lehrplan ein wenig mindert. Geschichtlich betrachtet hatten negativen Zahlen einen schwierigen Start. Denn Mathematiker gingen ängstlich damit um oder bezeichneten negative Werte als falsche Lösungen.[297]

---

[297] Vgl. WINTER: Seite 141f

Lehrplanbezug: Negative Zahlen tauchen im Lehrplan der Sekundarstufe I in der 3.Klasse auf:

3.1 Arbeiten mit Zahlen und Maßen

- *rationale Zahlen in verschiedenen Formen deuten können,*
- *als Zustände gegenüber einem Nullpunkt,*
- *als Punkte auf einer Zahlengeraden,*
- *Erkennen und Beschreiben von Kleiner-Größer-Beziehungen*[298]

Im Unterricht sollte schon früher damit angefangen werden vergleichende Begriffe einzuführen, um sich langsam an die Thematik heranzutasten. Nach den Ausführungen von WINTER sollte die 0 hierbei als „Vergleichsmarke" eingeführt werden, wie beispielsweise auf dem Zahlenstrahl. Nun werden Modelle und Beispiele vorgestellt, die verdeutlichen, dass negative Zahlen sehr wohl einen Realitätsbezug vorweisen können.

Vorweg muss gesagt werden: Achtung bei Berechnungen mit Jahreszahlen! Hier gibt es KEIN Jahr 0, denn 0 ist bloß der Zeitpunkt von Christi Geburt. Daher eignen sich Beispiele dieser Art nicht, um negative Zahlen anwendungsorientiert einzuführen.[299]

Methoden:

1) Temperaturmessungen und Thermometer

$-10°C$ ist kälter als $+1°C$ und ist deshalb kleiner – Der Vergleichswert kann beliebig verschoben werden, auch in den positiven und vertrauten Bereich. Die Abstände bleiben dennoch erhalten! So kann die Kleiner-Relation im Unterricht eingebaut werden.[300]

---

298 https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/ahs14_789.pdf?4dzgm2, 3.2.2016, 12:45 Uhr

299 Vgl. HUMENBERGER, Hans: Mitschrift zu „Schulmathematik 1 - Arithmetik und Algebra", WS 2012/13, Universität Wien

300 Vgl. WINTER. Seite 143

2) Das Kontostand-Modell

Einzahlen im Plus-Bereich und Auszahlungen lassen die Werte dann in den Minus-Bereich wandern. Dies kann durch einen Funktionsgraphen (x-Achse ist die Zeit und y-Achse ist der Kontostand). Eine Schwierigkeit stellt hierbei das Nachverfolgen des Kontostandes in die Vergangenheit dar.[301] Die Thematik *Schulden* bietet sich dahingehend an, um einen Anwendungsbezug herzustellen.

Beispiel: MatheFit 3 – Aufgabe 160 – 7. Schulstufe

> *Tom hat bei seinem Vater 17 € Schulden. Von seinem Taschengeld sind ihm noch 5 € übrig, die er seinem Vater gleich gibt. Wie viel muss er noch sparen, damit er alle Schulden zurückzahlen kann? Schreib deine Überlegungen als Rechnung an!*[302]

3) Aufzug

Die Auf- und Abwärtsbewegung des Fahrstuhls stellt eine Möglichkeit dar, die Multiplikation „$minus\ *\ minus\ =\ plus$" anschaulich zu vermitteln.

Angenommen: Ein Aufzug bewegt sich mit der Geschwindigkeit von $4\,m/s$ abwärts und befindet sich zum Zeitpunkt $t = 0$ in der Höhe $h = 0$. Nach t Sekunden beträgt seine Höhe also $h(t) = (-4) * t$ Meter.

Es ist sinnvoll $(-4) * (-2) = +8$ zu setzen, damit die Gleichung auch für negative Werte gültig bleibt, das bedeutet dass das neu zu definierende Produkt $(-4) * (-2)$ den passenden Wert $+8$ hat.[303]

4) Meeresspiegel

Bei diesem Modell wird der Meeresspiegel als Nullpunkt angenommen. Der positive Zahlenbereich wird mit Höhen, wie Bergen oder Hügeln assoziiert und

---

[301] Vgl. WINTER: Seite 144f

[302] HANISCH, Günter; et al.: „MatheFit 3 – Lehrer/innenausgabe", Verlag Besseres Buch, 2010, Seite 39

[303] Vgl. HUMENBERGER, Hans: Mitschrift zu „Schulmathematik 1 - Arithmetik und Algebra", WS 2012/13, Universität Wien

der Negativbereich wird mit Meerestiefen eingeführt. Es gestaltet sich äußerst anschaulich, da Schülerinnen und Schüler einen direkten Lebensbezug vorfinden. Fächerübergreifend können diese Beispiele mit dem Unterrichtsfach Geografie bearbeitet werden.

Beispiel: MatheFit 3 – Aufgabe 163 – 7. Schulstufe

> *Im Atlas wird der tiefste Punkt der Erde im Marianengraben mit 11 034 m unter dem Meeresspiegel angegeben. Für den höchsten Punkt der Erde wird der Gipfel des Mount Everest mit 8 872 m angegeben.*
>
> a) *Wie groß ist der Unterschied zwischen dem tiefsten und dem höchsten Punkt der Erde? Schreibe deine Rechnung mathematisch an!*
> b) *Was entspricht in dieser Rechnung dem Bezugspunkt Null?*[304]

5.3.2 Runden, Schätzen, Probieren

Das Rechnen mit Näherungswerten wird im Schulunterricht eigentlich äußerst vernachlässigt. Bei einigen Beispielen, vor allem bei anwendungsorientierten Aufgaben, wäre das Rechnen mit Rundungswerten weit mehr an der Realität, als das Rechnen mit exakten Werten. Überschlagsrechnen sollte nicht nur in der 5. Schulstufe explizit geübt und erlernt werden, sondern auch darüber hinaus thematisiert werden. Die Methode des Überschlagrechnens findet hauptsächlich im Alltag Verwendung und ist – man könnte es behaupten – die Rechenart, von der am meisten Gebrauch gemacht wird. Am häufigsten wahrscheinlich beim Einkaufen, um die Endsumme zu kontrollieren.

Beim *Schätzen* findet, nach GREEFRATH, ein gedanklicher Vergleich mit gegebenen Größen statt, im Gegensatz zum *Raten*, wo das Ergebnis ohne Ausgangswerte getippt wird. Beim *Runden* wird das Ergebnis durch das Befolgen bestimmter Regeln bestimmt.[305] Einerseits die Regeln des Auf- und Abrundens und andererseits ist damit je nach dem Sachkontext sinnvolles Runden gemeint. *Probieren* folgt dem Versuch-und-Irrtum-Prinzip. Der französische Mathematiker GUILBAUD formulierte treffend:

---

304 HANISCH, Günter; et al.: „MatheFit 3 – Lehrer/innenausgabe“, Seite 39
305 Vgl. GREEFRATH: Seite 215f

„Nicht die Näherung stellt in der Mathematik etwas Ungewöhnliches dar, sondern das exakte Ergebnis ist die Ausnahme.“[306]

Beim *Messen* wird generell nur mit Näherungen gearbeitet - sei es bei der Zeitmessung von Skifahrern oder bei der der Vermessung einer Tischplatte. Jedoch spielt die Genauigkeit des Schätzens auch eine wichtige Rolle.

Für den Unterricht gilt es diesem Thema viel Zeit einzuräumen. Durch experimentelles Vorgehen können die Schülerinnen und Schüler herausfinden, welche Rechenart eher im Alltag Verwendung findet. Zusätzlich kann in Gruppen erarbeitet werden, welche Rechenungenauigkeit sich ergibt, wenn mit Rundungswerten gerechnet wird und wie weit dieses Ergebnis vom exakten Wert abweicht. Dieses Resultat gilt es dann im Klassenverband zu interpretieren und auszuwerten, was dies dann im Realkontext bedeutet. Dadurch soll verdeutlicht werden, wann Runden und Schätzen angebracht sind und wann sie das Endergebnis verfälschen.

Lehrplanbezug:

1.Klasse: *1.1. Arbeiten mit Zahlen und Maßen*

- *mit den positiven rationalen Zahlen Rechnungen mit leicht abschätzbaren Ergebnissen durchführen und zur Lösung von Problemen in Sachsituationen vielfältig anwenden können*

4.Klasse*: 4.1. Arbeiten mit Zahlen und Maßen*

- *Näherungswerte oder Schranken für irrationale Zahlen angeben können, auch unter Verwendung elektronischer Hilfsmittel,*
- *bei Anwendungen Überlegungen zur sinnvollen Genauigkeit anstellen.*[307]

Obgleich laut Lehrplan Runden und Schätzen nur in der 1. und 4. Klasse explizit vorgeschrieben sind, sollte dieses Themengebiet noch darüber hinaus behandelt und erarbeitet werden.

---

[306] BLANKENAGEL, Jürgen: „Rechnen mit Näherungswerten“ in: GLATFELD (Hrsg.): „Anwendungsprobleme im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I“, Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg, 1983, Seite 187

[307] https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/ahs14_789.pdf?4dzgm2, 25.2.2016, 16:01 Uhr

Beispiele:

- Der Rasen in Schönbrunn (Math2Earth) – 8. Schulstufe

Im Schlosspark Schönbrunn (insbesondere in der großen Galerie) muss regelmäßig der Rasen neu bepflanzt werden. Eine Zeitung schreibt darüber: „Dafür werden mehrere Tonnen Rasensamen gebraucht“. Der Hersteller des verwendeten Rasensamens empfiehlt 1 kg Rasensaat für 15 m^2 Fläche. Wie viele Tonnen Rasen werden tatsächlich benötigt? Verwende die Karte, um die Fläche abzuschätzen![308]

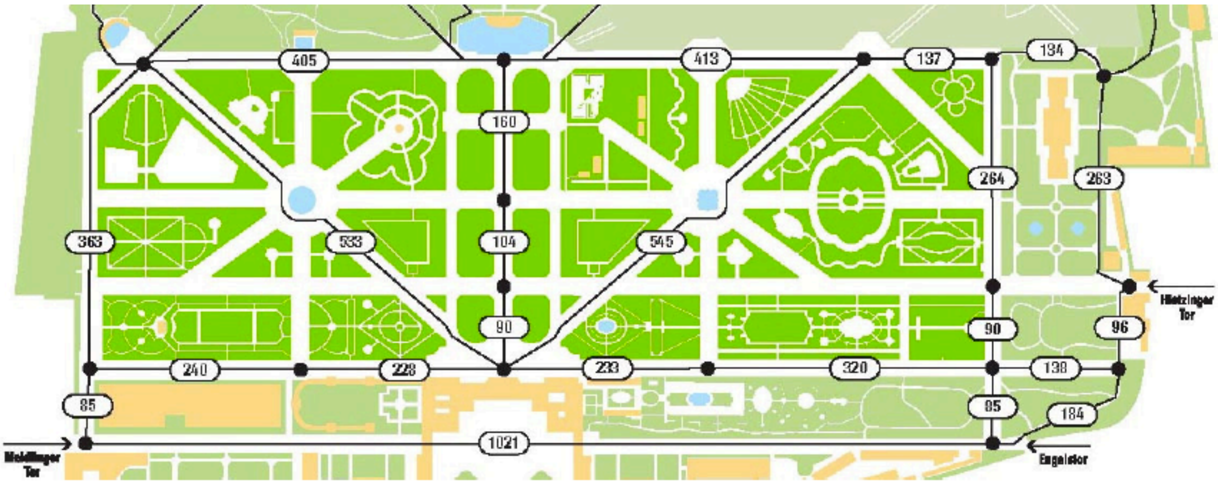


Abbildung 18: Schlossgarten Schönbrunn[309]

- Der Mund (offene Aufgabe) – 7. Schulstufe

Der Mund der gigantischen „Camila“ bildet in der peruanischen Hauptstadt den Eingang zu einer Ausstellung der besonderen Art. Durch ihn können Räume erreicht werden, in denen unterschiedliche Teile des menschlichen Körpers in überdimensionaler Größe dargestellt sind.

Wie groß wäre wohl eine Person, die solch einen großen Mund hätte?[310]

---

[308] ULOVEC: Seite 4

[309] ULOVEC: Seite 5

[310] HERGET, Wilfried; JAHNKE, Thomas; KROLL, Wolfgang: „Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I“, Berlin: Cornelsen Verlag, 2001, Seite 21

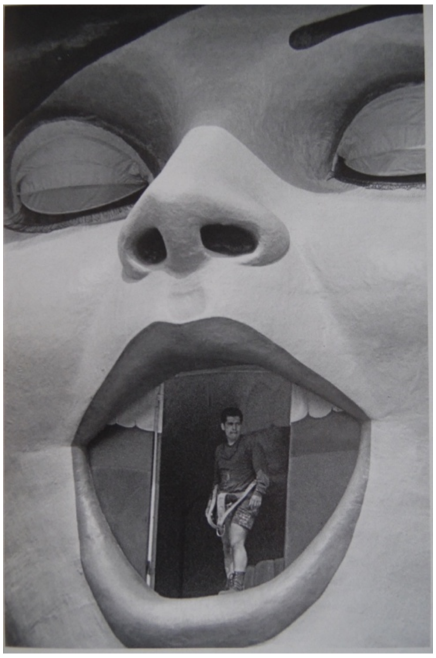


Abbildung 19: Der Mund[311]

- <u>TIMSS-Aufgaben</u> – 6. Schulstufe

Q6. Familie Schmidt verbraucht pro Woche ungefähr 6000 l Wasser. Wieviele Liter Wasser verbraucht sie schätzungsweise pro Jahr?

A. 30 000

B. 240 000

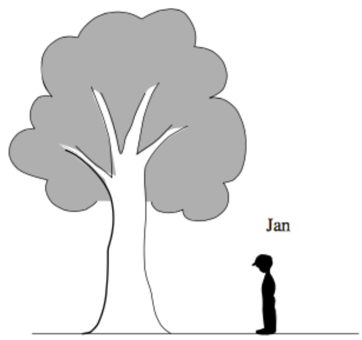
C. 300 000

D. 2 400 000

E. 3 000 000

Abbildung 20: Wasserverbrauch[312]

L8.



Jan ist 1,5 m groß. Wie groß ist der Baum ungefähr?

A. 4 m

B. 6 m

C. 8 m

D. 10 m

Abbildung 21: Der Baum[313]

---

[311] HERGET; JAHNKE; KROLL: Seite 21
[312] BAUMERT (1998): Seite 83
[313] BAUMERT(1998): Seite 67

- Schätzen: Beispiel aus „Mathematik verstehen 1“ – Aufgabe 1.135 (5.Schulstufe)

*Bei einer Aussichtsplattform befindet sich ein Schild mit der Aufschrift: „Höchstbelastung 750 kg“. Schätze, wie viele **a)** Erwachsene, **b)** Kinder auf einmal diese Plattform betreten dürfen, ohne diese dabei zu überlasten!*[314]

Eine zusätzliche Fragestellung könnte lauten: Schätze, wie viele Familien auf der Plattform Platz haben und überlege warum überhaupt eine Höchstbelastung angegeben wurde?

- Runden: Beispiel aus „Mathematik verstehen 1“ – Aufgabe 1.136 (5.Schulstufe)

Nach einer Demonstration war in einer Zeitung Folgendes zu lesen: „Über 500 Menschen demonstrierten gestern gegen die Errichtung eines neuen Hochhauses!“ Im Radio hörte man: „An der Demonstration nahmen zwischen 450 und 600 Personen teil.“ Im Fernsehen sagte man: „Die Polizei zählte am Anfang ungefähr 200 Demonstranten, gegen Ende könnten es sogar 700 gewesen sein.“ Welche dieser Aussagen bietet die beste Schätzung, welche die schlechteste? Begründe deine Antwort![315]

- Partyvorbereitungen (Modellierungsaufgabe nach MAAß) – 8.Schulstufe

Gesa und Markus wollen ihren Geburtstag feiern und laden 20 Freunde ein. Sie können den Partykeller von Gesas Eltern nutzen. Allerdings ist mit der Hilfe der Eltern nicht zu rechnen. Das „Party-Menü“ wird deshalb sehr einfach gehalten. Neben den Getränken (Cola, Wasser, Säfte) soll es Chips, Süßigkeiten, Tiefkühlpizzen, Nudeln mit Ketchup und Würstchen geben. Es soll so viel gekauft werden, dass alle satt werden, allerdings wollen die beiden natürlich nur so wenig Geld wie nötig ausgeben. Mit welchen Kosten müssen Gesa und Markus rechnen? Berechne die ungefähren Kosten. Begründe deine Vorgehensweise. Wie zuverlässig ist das Ergebnis?[316]

---

[314] SALZGER, Bernhard; et al.: „Mathematik verstehen 1“, Seite 35
[315] SALZGER, Bernhard; et al.: „Mathematik verstehen 1“, Seite 35
[316] MAAß: Seite 47

5.3.3 Variable, Terme, Gleichungen

Dieses Themengebiet der Sekundarstufe I bleibt meist als realitätsfern und abstrakt in den Köpfen von ehemaligen Schülerinnen und Schülern bestehen. Variable werden als unbekannte, nicht näher bestimmte Zahl, gehandhabt. Die erste Begegnung ereignet sich schon in der Volksschule, wo einfache Formeln, wie die Umfangs- und Flächenformel des Rechtecks, schon behandelt werden. Meist wird es noch mit Worten formuliert: „Die Fläche des Rechtecks ist Länge mal Breite." und mit den Anfangsbuchstaben abgekürzt (l und b).

Mit Termen und Formeln kann man mathematische Prozesse und Gesetzmäßigkeiten allgemein beschreiben, aber auch außermathematische Sachverhalte.

Beim Themengebiet „Gleichungen" können vorerst Skizzen, Tabellen oder logische Überlegungen schon zielführend sein, ohne einen Rechenweg überlegt zu haben. Dadurch kann eine zusätzliche und anschauliche Möglichkeit zur Probe geboten werden, welche einen Zugewinn an Lösungskompetenz und Motivation verzeichnen lässt.[317]

Abbildung 22: Comic[318]

[317] Vgl. BRUDER: Seite 48

[318] http://atfd.pbworks.com/f/1400339096/mathe02.png, 5.3.2016, 18:40 Uhr

Lehrplanbezug: Der zweite Punkt im Lehrplan jeder Schulstufe der Sekundarstufe I nennt sich „*Arbeiten mit Variablen*“. Aufgrund dessen wird dieser nicht explizit bei jeder Klasse angeführt.

1.Klasse:

- *Mit Variablen allgemeine Sachverhalte beschreiben können, zB gleichartige Rechenabläufe, die sich nur durch unterschiedliche Zahlen unterscheiden, oder allgemeine Beziehungen zwischen Größen,*
- *insbesondere Formeln bzw. Gleichungen aufstellen,*
- *Lösungen zu einfachen linearen Gleichungen finden können,*
- *Formeln anwenden und interpretieren können*.

2.Klasse:

- *Mit Variablen allgemeine Sachverhalte beschreiben,*
- *Gleichungen und Formeln aufstellen, insbesondere auch in Sachsituationen,*
- *unter Verwendung von Umkehroperationen einfache lineare Gleichungen mit einer Unbekannten lösen und Formeln umformen,*
- *Formeln interpretieren.*

3.Klasse:

- *Formeln (bzw. Terme) umformen und durch Rechenregeln begründen können,*
- *Formeln in Sachsituationen und in der Geometrie aufstellen können,*
- *Aufgaben aus Anwendungsbereichen und aus der Geometrie durch Umformungen von Formeln oder Termen lösen können,*
- *dabei auch Aufgaben variieren und graphische Darstellungen nutzen können,*
- *Lösen von linearen Gleichungen mit einer Unbekannten.*

4.Klasse:

- *Sicherheit beim Arbeiten mit Variablen, Termen, Formeln und Gleichungen steigern,*

- *lineare Gleichungen mit zwei Variablen graphisch darstellen und Lösungen angeben können,*
- *Verfahren zum Lösen von linearen Gleichungssystemen (zwei Gleichungen mit zwei Variablen) nutzen können*[319]

Beispiele für Gleichungen:

➢ Die Murmelaufgabe (TIMSS Beispiel) – 8. Schulstufe

Claudia hatte einen Sack mit Murmeln. Sie gab die Hälfte davon Peter und dann ein Drittel der Murmeln, die noch im Sack waren, Peter. Sie hatte dann 6 Murmeln übrig. Wie viele Murmeln waren anfangs im Sack?

Nur 37% der 7.Schulstufe und 35% der 8.Schulstufe konnten diese Aufgabe korrekt lösen, wie die Überprüfung ergab. Beim Aufstellen der Gleichungen kam es zu großen Schwierigkeiten. Durch inhaltliches Überlegen und schrittweises Rückwärtsrechnen wäre dies prinzipiell eine einfache Aufgabe:

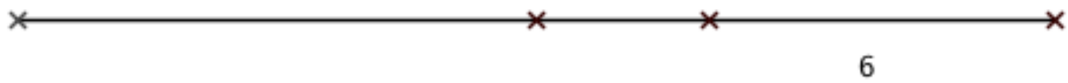


Abbildung 23: Murmelaufgabe

Sprachlich formuliert ergibt sich: Zwei Drittel der zweiten Hälfte waren 6 Murmeln, also bestand die ganze Hälfte aus 9 Murmeln. Das macht zu Beginn also 18 Murmeln.[320]

➢ Sportverein und Mitgliedsbeiträge (Modellierungsaufgabe nach KIRSCH) – 8.Schulstufe

Der Sportverein „Balltreter“ hat 4500 Mitglieder, davon 2000 Jugendliche. Diese zahlten bisher 15€ Jahresbeitrag und die Erwachsenen 25€. Für den Umbau der

[319] https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/ahs14_789.pdf?4dzgm2, 25.2.2016, 16:00 Uhr
[320] Vgl. HUMENBERGER: Mitschrift zu „Schulmathematik 1 – Arithmetik und Algebra“ oder KIRSCH: Seite 261f

Sportanlage müssen de gesamten Beitragseinnahmen des Vereins auf 120 000€ pro Jahr erhöht werden. Stell dir vor, du bist Jugendsprecher in diesem Verein und musst Vorschläge für neue (und möglichst gerechte) Jahresbeiträge machen.

Aus dem Text ergibt sich folgende Gleichung:

j...neuer Jahresbeitrag für Jugendliche in €

e...neuer Jahresbeitrag für Erwachsene in €

$$2000 * j + 2500 * e = 120000$$

Nachdem bei dieser Aufgabe die Situation im Vordergrund steht, gilt es zu überlegen welche Forderung ebenfalls miteinfließen soll. Beispielsweise kann gefordert werden, dass die neuen Beiträge sich gleich verhalten, wie die alten ($j : e = 15 : 25$) oder, dass beide Beiträge gleichviel erhöht werden ($j - 15 = e - 25$). Es können sich noch weitere Forderungen ergeben, die nicht falsch sind, solange sie von den Schülerinnen und Schülern begründet und argumentiert werden können. Zusätzlich gilt es sich zu überlegen, ob wirklich der exakte Betrag von 120000€ erreicht werden muss, oder ob eventuell noch etwas Reserve gut wäre oder eventuell die Arbeiten weniger Kosten verursachen werden.[321]

- <u>Juwelier-Beispiel</u> (MatheFit 4- Aufgabe 730)

Ein Juwelier benötigt 360 g Silber vom Feingehalt 0,900. Er hat aber nur Silber vom Feingehalt 0,835 und von 0,925 zur Verfügung, die er zusammenmischt. Wie viel Gramm muss er jeweils nehmen?[322]

---

[321] Vgl. HUMENBERGER: Mitschrift zu „Schulmathematik 1 – Arithmetik und Algebra“

[322] HANISCH, Günter; et al.: „MatheFit 4 – Lehrer/innenausgabe“, Seite 168

Beispiele für Terme, Variable und Formeln:

- Gummiball (TIMSS-Beispiel) – 7. Schulstufe

L11. Wenn ein Gummiball zu Boden fällt, springt er die Hälfte der Strecke wieder hoch. Der Ball wird von einem 18 m hohen Dach fallen gelassen. Welche gesamte Entfernung hat der Ball zurückgelegt, wenn er das dritte Mal den Boden berührt?

A. 31,5 m

B. 40,5 m

C. 45 m

D. 63 m

Abbildung 24: Gummiball[323]

Diese Aufgabe lässt sich leicht durch eine einfache Skizze lösen, ohne dass eine Gleichung aufgestellt werden muss.

- Das Modellauto (MatheFit 2 – Aufgabe 789) – 6. Schulstufe

Ein Modellauto kostet im Sonderangebot 6 €, da der Preis ***(1)*** *auf* ***(2)*** *um* $\frac{2}{5}$ *des Normalpreises verringert wurde. Wie hoch ist der Normalpreis?*

- Der Bodymaß-Index (MatheFit 3 – Aufgabe 638) – 7. Schulstufe

Mit Hilfe des Bodymass-Index kannst du feststellen, ob du Übergewicht oder Untergewicht hast. Dazu setzt du in der Formel dein Gewicht G (in kg) und deine Körpergröße h (in m) ein: BMI = $\frac{G}{h^2}$. *Umgekehrt kannst du mit Hilfe der Tabelle berechnen, was bei deiner Körpergröße die Grenzen für Über- bzw. Untergewicht sind. Forme die Formel entsprechend um und berechne für deine Körpergröße die Gewichtsgrenzen für Über- und Untergewicht!*[324]

---

[323] BAUMERT (1998): Seite 37

[324] HANISCH, Günter; et al: „MatheFit 3 – Lehrer/innenausgabe", Seite 145

	Alter	starkes Untergew.	Unter-gew.	Normal-gew.	Über-gew.	starkes Übergew
Mäd-chen	12	14,8	15,0	18,4	21,5	23,4
	13	15,2	15,6	18,9	22,1	24,4
	14	16,2	17,0	19,4	23,2	26,0
Bur-schen	12	14,6	14,8	18,4	22,0	24,8
	13	15,6	16,2	19,1	21,7	24,5
	14	16,1	16,7	19,8	22,6	25,7

Abbildung 25: BMI Tabelle[325]

5.3.4 Stochastik

Stochastik bezeichnet das mathematische Themengebiet, welches sich mit Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung beschäftigt. Dabei wird von realen Modellen aus der Wirklichkeit ausgegangen. In der Sekundarstufe I werden nur statistische Betrachtungen und Berechnungen angestellt, sowie eine Einführung in die Thematik gegeben. Nach der durchgeführten Studie von HUMENBERGER und REICHEL konnte herausgefunden werden, dass Schülerinnen und Schüler in der Stochastik und dessen Aufgaben den größten Realitätsbezug sehen.[326] Bei einer Umfrage vor dem Projektstart „Math2Earth“ wurde gegensätzlich erhoben, dass Schülerinnen und Schüler wenig Interesse an Urnen- und Lottobeispielen hegen. Diese Aufgaben zur Wahrscheinlichkeit sind zwar erst Lehrstoff der Sekundarstufe II, jedoch kann dieser Inhalt in abgeschwächter Form in der Unterstufe schon aufgegriffen werden und so gestaltet werden, dass Lernende interessiert an das Thema herangeführt werden, wie das angeführte Murmelbeispiel demonstrieren wird.

Lehrplanbezug: Der vierte Punkt jeder Schulstufe trägt den Titel *„Arbeiten mit Modellen, Statistik“.*

---

[325] HANISCH, Günter; et al.: „MatheFit 3 – Lehrer/innenausgabe“, Seite 145

[326] Vgl. HUMENBERGER (1997): Seite 21

1.Klasse:

- *direkte Proportionalitäten erkennen (z.B. Warenmenge-Geld, Zeit-Weg),*
- *entsprechende Fragestellungen finden und Berechnungen durchführen können,*
- *Modelle mit realen Gegebenheiten vergleichen,*
- *grundlegende Überlegungen zur Sinnhaftigkeit von Modellen für die Praxis anstellen,*
- *Tabellen und graphische Darstellungen zum Erfassen von Datenmengen verwenden können.*

2.Klasse:

- *charakteristische Kennzeichen von indirekten und direkten Proportionalitäten an Beispielen angeben können,*
- *einfache Fragestellungen dazu formulieren, sie graphisch darstellen und lösen können,*
- *Fragen zu sinnvollen Anwendungsbereichen für solche Proportionalitäten stellen;*
- *relative Häufigkeiten ermitteln können,*
- *entsprechende graphische Darstellungen lesen, anfertigen und kritisch betrachten können,*
- *Manipulationsmöglichkeiten erkennen.*

3.Klasse:

- *lineare Wachstums- und Abnahmeprozesse mit verschiedenen Annahmen unter Zuhilfenahme von elektronischen Rechenhilfsmitteln untersuchen können (z.B. Zinssätze),*
- *funktionale Abhängigkeiten erkennen, formelmäßig und graphisch darstellen;*
- *Untersuchen und Darstellen von Datenmengen.*

4.Klasse:

- *Wachstums- und Abnahmeprozesse mit verschiedenen Annahmen unter Zuhilfenahme von elektronischen Rechenhilfsmitteln untersuchen können,*
- *funktionale Abhängigkeiten untersuchen und darstellen;*

- *Untersuchen und Darstellen von Datenmengen unter Verwendung statistischer Kennzahlen (z.B. Mittelwert, Median, Quartil, relative Häufigkeit, Streudiagramm).*[327]

Beispiel:

➢ Durchschnittliche Länge von Warteschlangen (Modellierungsaufgabe nach BECKER) – 8.Schulstufe

1) *Vor einer Kassa im Supermarkt steht eine Schlange von Kunden. 2 Kunden haben einen fast leeren Korb (Abfertigungszeit je 2 Min.), 4 Kunden haben einen halbvollen Korb (Abfertigungszeit je 3 Min.) und 3 Kunden haben einen vollen Korb (Abfertigungszeit je 4 Min.).*
   Berechne die durchschnittliche Abfertigungszeit.
2) *Im ersten von uns betrachteten Beispiel wurde eine Woche lang täglich die Kundenzahl bei Schalterschluss notiert. Hier die Zählergebnisse für vier Wochen:*

	Kundenzahl am					
	Montag	Dienstag	Mittwoch	Donnerstag	Freitag	Samstag
1. Woche	4	5	5	4	6	4
2.Woche	5	6	5	4	4	3
3. Woche	8	4	0	5	0	6
4.Woche	1	5	3	2	6	4

Abbildung 26: Warteschlangenlänge

Berechne für jede Woche die durchschnittliche Länge der Warteschlange. Beschreibe zusätzlich den Fehler, wenn jemand für die 3. Woche so rechnet:[328]

$$\frac{8+4+5+6}{4} = 3{,}25\,Personen$$

---

[327] https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/ahs14_789.pdf?4dzgm2, 27.2.2016, 16:30 Uhr

[328] BECKER; et al.: Seite 60

➢ Fischers Fritze (Offene Aufgabe) – 7. Schulstufe

Diese Grafik gibt Informationen zum Fischfang in der Nordsee. Zu dem schwarz dargestellten Graphen (Hering) gehört die linke Skala, zu dem grau gestrichelt dargestellten Graphen (Flunder) gehört die rechte Skala. Beschreibe die Informationen dieser Grafik mit deinen eigenen Worten![329]

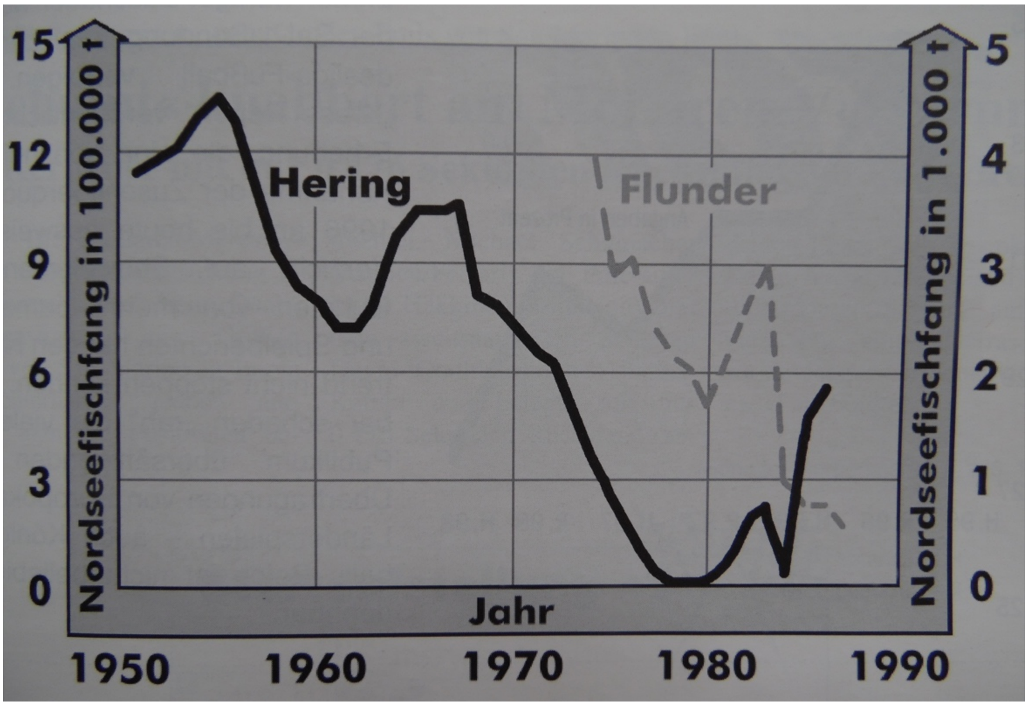


Abbildung 27: Fischfang[330]

Diese dargestellte Grafik ist zwar nicht mehr ganz aktuell, bildet jedoch den aktuellen Stand der Überfischung ganz gut ab. Ziel soll es sein, die Schülerinnen und Schüler zum Nachdenken zu bewegen.

Eine aktuellere Studie, die heutzutage aus dem Leben gegriffen ist, wäre beispielsweise die Grafik der Scheidungsraten in Österreich. Die Fragestellung bleibt hierbei gleich: Beschreibe die Grafik mit deinen eigenen Worten!

Die Statistik Austria bietet online eine große Bandbreite an Statistiken und Grafiken, die in den Mathematikunterricht eingebaut und bearbeitet werden können.

[329] HERGET; JAHNKE; KROLL: Seite 81

[330] HERGET; JAHNKE; KROLL: Seite 81

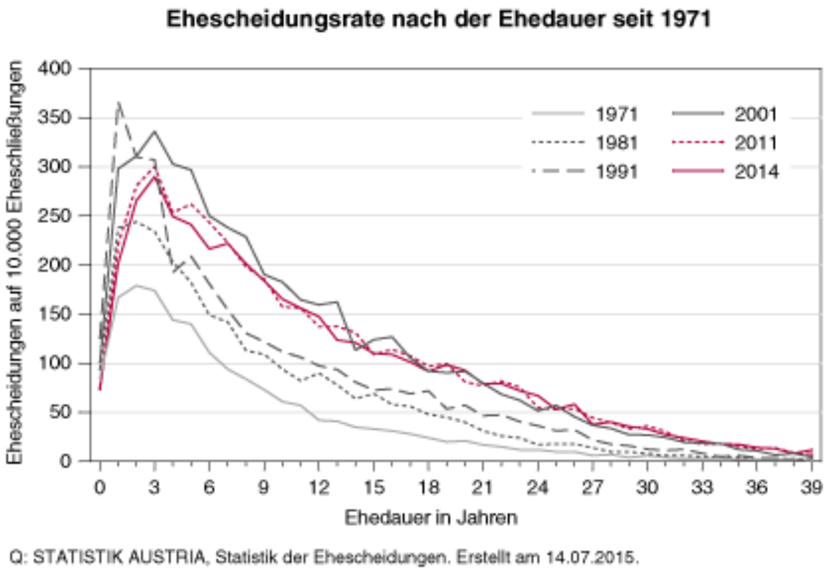
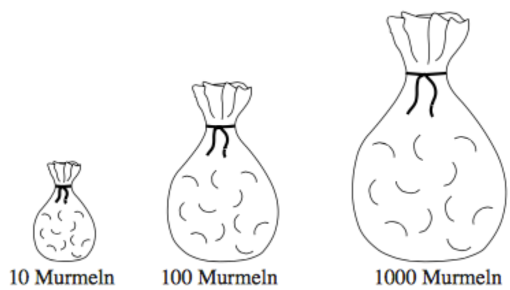


Abbildung 28: Scheidungsrate[331]

- Murmelaufgabe (TIMSS Aufgabe) zum Thema Wahrscheinlichkeit – 8.Schulstufe

M3. In jedem dieser Beutel gibt es nur eine rote Murmel.



Du sollst ohne hinzusehen aus einem der Beutel eine Murmel herausnehmen. Bei welchem Beutel ist die Chance am größten, daß Du die rote Murmel ziehst?

A. Bei dem Beutel mit den 10 Murmeln.

B. Bei dem Beutel mit den 100 Murmeln.

C. Bei dem Beutel mit den 1000 Murmeln.

D. Die Chance ist bei allen Beuteln gleich.

Abbildung 29: Murmelaufgabe[332]

331 http://www.statistik-austria.at/web_de/statistiken/menschen_und_gesellschaft/bevoelkerung/ehescheidungen/index.html, 12.5.2016, 22:30 Uhr

332 BAUMERT (1998): Seite 43

Beispiele aus der Schulbuchreihe MatheFit

- Zeitungsmeldung: MatheFit 2 - Aufgabe 1166 (6. Schulstufe)

Was hältst du von folgender Zeitungsmeldung: „Fußballer haben unter Sportlern ein besonders hohes Unfallrisiko. Das ergab eine Ärztestudie. Von 158 Unfällen beim Sport gingen 125 auf das Konto von Fußballern, 23 von Handballern und 10 von Turnern."

Sind die angegeben Zahlen eine Begründung für die Behauptung, dass Fußballer ein besonders hohes Risiko haben?[333]

- Mensch ärgere dich nicht: MatheFit 2 – Aufgabe 1193 (6. Schulstufe) Thema Wahrscheinlichkeit

Beim Spiel „Mensch ärgere dich nicht" jammern manche, dass der „Sechser" nie kommt.

a) *Bildet Gruppen und macht einen Versuch mit einem normalen Würfel: Würfelt 10-mal und notiert, wie oft der Sechser und wie oft etwas anderes als Sechs gefallen ist. Wiederholt den Versuch, würfelt aber diesmal insgesamt 30-mal und zählt wieder, wie oft der Sechser kommt. Schreibt die Ergebnisse der einzelnen Gruppen an die Tafel. Vergleicht eure Ergebnisse untereinander!*
b) *Wie groß schätzt du die Chance ein, dass bei einmaligem Würfeln ein Sechser fällt? Erkläre, wie du zu deiner Einschätzung kommst!*[334]

- Physiktest: MatheFit 4 – Aufgabe 164 (8. Schulstufe)

Testergebnisse: Das nachfolgende Diagramm zeigt die Ergebnisse eines Physiktests für zwei Gruppen, die als Gruppe A und Gruppe B bezeichnet werden. Die durchschnittliche Punktezahl von Gruppe A ist 62,0 und der Durchschnitt für Gruppe B ist 64,5. Schüler / innen haben den Test bestanden, wenn ihre Punktezahl bei 50 oder darüber liegt.

---

[333] HANISCH, Günter; et al.: „MatheFit 2 – Lehrer/innenausgabe", Seite 261
[334] HANISCH, Günter; et al.: „MatheFit 2 – Lehrer/innenausgabe", Seite 270

Der Lehrer betrachtet das Diagramm und behauptet, dass Gruppe B beim Test besser abgeschnitten hat als Gruppe A. Die Schüler / innen der Gruppe A sind mit ihrem Lehrer nicht einer Meinung. Sie versuchen den Lehrer zu überzeugen, dass Gruppe B nicht unbedingt besser abgeschnitten hat. Gib ein mathematisches Argument an, das die Schüler / innen aus Gruppe A anwenden können, indem du das Diagramm verwendest.[335]

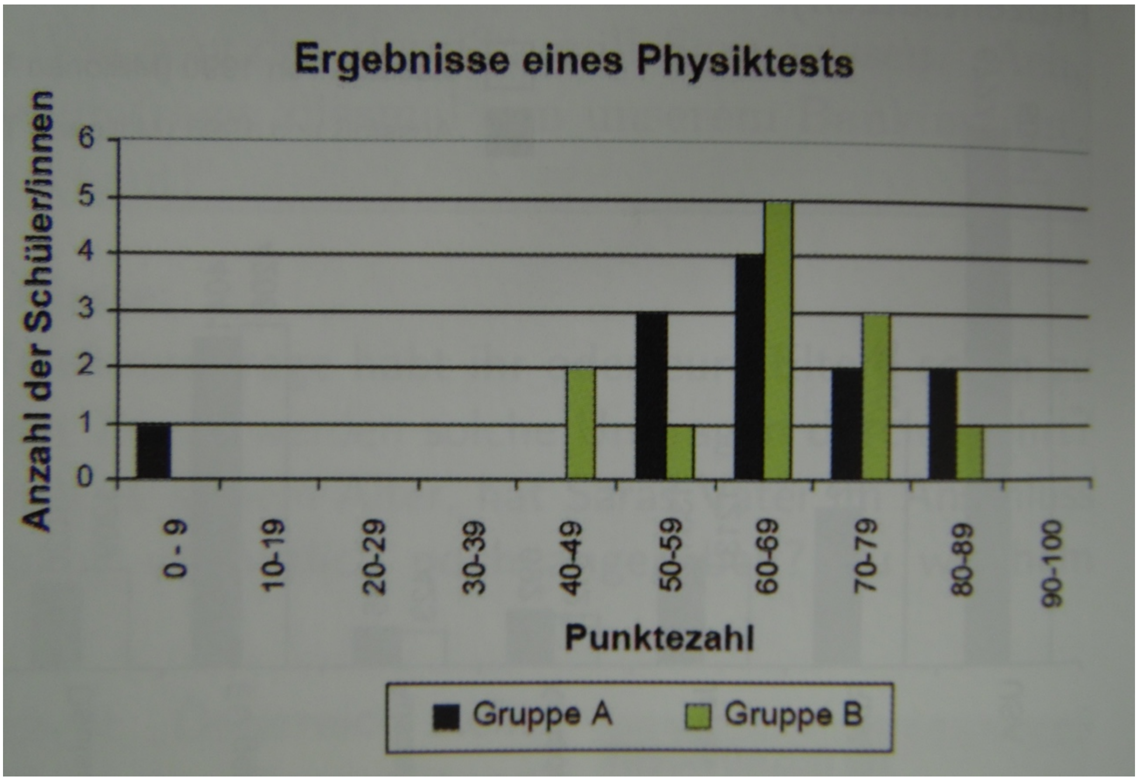


Abbildung 30: Testergebnisse[336]

5.3.5 Funktionen

Funktionen stellen zu Beginn ein anschauliches Themengebiet der Sekundarstufe I dar. Funktionale Zusammenhänge treten leicht in Alltagssituationen auf, jedoch in verschiedener Gestalt - seien es Graphen, Tabellen oder Messwerte. Funktionen eignen sich hervorragend um etwaige Problemstellungen von realitätsbezogenen Aufgaben zu beschreiben. Authentische anwendungsorientierte Aufgaben zu finden kann jedoch eine

[335] HANISCH, Günter; et al.: „MatheFlt 4 – Lehrer/innenausgabe“, Seite 52
[336] HANISCH, Günter; et al.: „MatheFlt 4 – Lehrer/innenausgabe“, Seite 52

Herausforderung sein. Damit der Anwendungsbezug von Anfang an gegeben ist, kann von Größenzuordnungen ausgegangen werden und darauf aufbauend der Funktionsbegriff eingeführt werden. Für einen anschaulichen Einstieg eignen sich Graphen und Tabellen besonders. Nachdem der Schritt des Mathematisierens bei Teilmodellierungsaufgaben bei diesem Thema in Funktionstermen endet, kann die Variation durch unterschiedliche Darstellungsformen gegeben werden.[337] Lineare Funktionen können beispielsweise mit der Proportionalität eingeführt werden oder mit einem Thema, das schon davor aus der Volksschule bekannt ist, nämlich Schlussrechnungen (auch Dreisatz genannt). Die verbale Komponente sollte bei diesem Themengebiet nicht vernachlässigt werden: über Graphen sprechen und deren Zusammenhänge erklären. Ziele des Unterrichtsthemas „Funktionen" könnten sein: Beschreiben des betrachteten Zusammenhangs in der Grafik; gemeinsames Auseinandersetzen als einen Prozess wahrnehmen; den Lösungsprozess präsentieren und kritisch hinterfragen. Dadurch greift der Inhaltsbereich der Stochastik mit „Arbeiten mit Modellen" direkt über in „Funktionen".

Mögliche Themengebiete, die mit Funktionen erarbeitet werden könnten, wären beispielsweise wie bereits erwähnt: Handytarifvergleich, Bankkontennutzung, Eintrittspreise für diverse Sehenswürdigkeiten, Steuergesetze oder auch Taxifahren. In vielen Museen genießen Kinder und Jugendliche gratis Eintritt, sowie gilt es zu hinterfragen, ab welchem Zeitpunkt sich eventuell eine Jahres- oder Familienkarte rentiert.

<u>Lehrplanbezug:</u>

<u>4.Klasse</u>: *4.2 Arbeiten mit Variablen*

- *lineare Gleichungen mit zwei Variablen graphisch darstellen und Lösungen angeben können*
- *durch das Arbeiten mit funktionalen Abhängigkeiten einen intuitiven Funktionsbegriff erarbeiten*[338]

---

[337] Vgl. GREEFRATH: Seite 129f

[338] https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/ahs14_789.pdf?4dzgm2, 27.2.2016, 15:58 Uhr

Schlussrechnungen können, wie gerade erwähnt, als Einführung in die Funktionentheorie herangezogen werden. Auch hierbei kommt es in den Schulbüchern zu zahlreichen Pseudoproblemen, um die Rechenregeln zu festigen. Jedoch kann hierbei ebenso auf realitätsnähere Aufgaben zurückgegriffen werden.

Beispiele für Schussrechnungen:

- Der Arbeitsweg (nach HUMENBERGER) – 8. Schulstufe

Ein Arbeitnehmer fährt mit dem Fahrrad zur Arbeit. Er fährt die 3 km lange Strecke normalerweise mit einer mittleren Geschwindigkeit von 15 km/h. Dieses Mal hatte er jedoch Pech, denn nach 1 km platzte der Schlauch eines Reifens, und er brauchte um 20 Minuten länger, weil er ab dieser Stelle das Rad schieben musste. In der Arbeitsstätte konnte er glücklicherweise den Schaden beheben und abends ungehindert nach Hause fahren.[339]

Bei dieser Angabe sind überflüssige Informationen eingebaut!

Mögliche Fragestellungen könnten lauten:

- Wie lang braucht er normalerweise mit dem Fahrrad in die Arbeitsstätte?
- Wie lang musste er das Fahrrad schieben und mit welcher mittleren Geschwindigkeit tat er das?[340]

[339] Zitiert nach GREEFRATH: Seite 141
[340] Vgl. GREEFRATH: Seite 142

➢ Der Tank eines Autos (TIMSS Aufgabe) – 7. / 8. Schulstufe

N17. Der Tank eines Autos faßt 35 l Benzin. Das Auto verbraucht 7,5 l auf 100 km. Eine Fahrt über 250 km wurde mit vollem Benzintank begonnen. Wieviel Benzin ist am Ende der Fahrt noch im Tank?

A. 16,25 l

B. 17,65 l

C. 18,75 l

D. 23,75 l

Abbildung 31: Benzinverbrauch[341]

➢ Fahrradverleih: MatheFit 4 - Aufgabe 822 (8. Schulstufe)

Beim Fahrradverleih „Blitz“ kostet die erste Stunde € 3 und jede weitere angefangene Stunde € 1. Welches Diagramm zeigt die Verleihkosten des Fahrradverleihs in Abhängigkeit von der Zeit? Begründe![342]

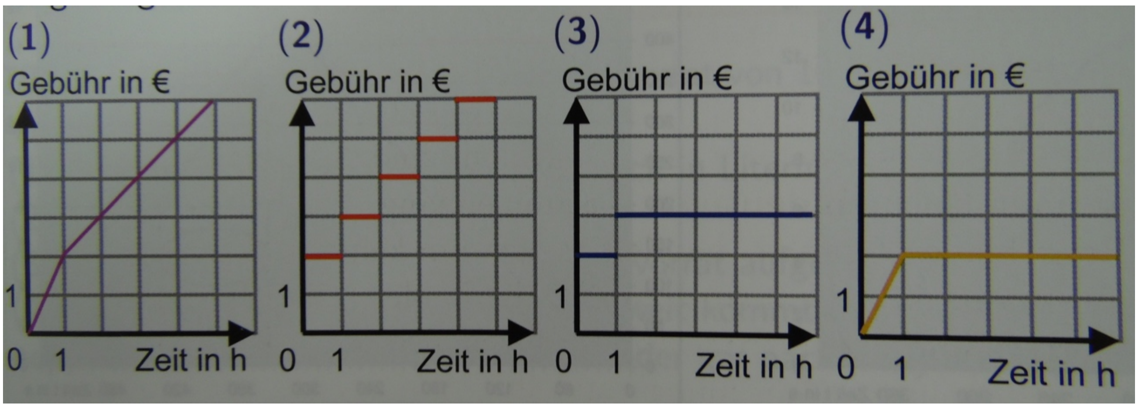


Abbildung 32: Fahrradverleih[343]

341 BAUMERT (1998): Seite 84
342 HANISCH, Günter; et al.: „MatheFit 4 – Lehrer/innenausgabe“, Seite 197
343 HANISCH, Günter; et al.: „MatheFit 4 – Lehrer/innenausgabe“, Seite 197

Beispiel: *Sammeln Sie Beispiele für Eintritts- und Fahrpreise (Kino, Schwimmbad, Museum, Bahn, ...). Welche Modelle erkennen Sie dahinter? Wie hängt der Preis von der Nutzung oder der Anzahl der beteiligten Personen (Familien- und Gruppentarife) ab?*[344]

Eine ähnliche Aufgabe wird in den Schulbüchern „100% Mathematik 4“, sowie in „MatheFit 2“ angegeben:

- Tennis – Kostenvergleich: 100% Mathematik 4 - Aufgabe 481 (8.Schulstufe)

Für die Benutzung der Tennisplätze einer Tennisanlage werden für einen Monat zwei Tarifvarianten angeboten:

Variante 1: Einmalig eine Grundgebühr von 80 € und dann pro Stunde 7,50 €

Variante 2: Einmalig eine Grundgebühr von 100 € und dann pro Stunde 5 €

a) *Ergänze die Wertetabelle.*

Tennisstunden / Monat	2	4	6	8	10	12	14
Kosten Variante 1							
Kosten Variante 2							

Abbildung 33: Tennisstunden

b) *Wann ist es günstiger Variante 1 zu wählen, wann ist Variante 2 besser? Schreib eine Begründung ins Heft.*[345]

- Wandertag: „MatheFit 2“ - Aufgabe 1040 (6.Schulstufe)

An einem Wandertag will eine Schulklasse ins Freibad gehen. Es gelten folgende Eintrittspreise:

Einzelkarte: 80 Cent
Fünferkarte: 3 Euro
Zehnerkarte: 5 Euro

---

[344] WITTMANN, Gerald: „Elementare Funktionen und ihre Anwendungen“ Berlin/Heidelberg: Springer, 2008, Seite 48

[345] EßLETZBICHLER, Beate; et al.: „100% Mathematik 4“, Seite 134

Berechne den günstigsten Eintrittspreis für 1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., 10 Personen und ermittle den günstigsten Preis für deine Klasse![346]

➢ Gefäße füllen: (Offene Aufgabe) – 8. Schulstufe

Eine ähnliche Aufgabe findet sich ebenfalls im Schulbuch „MatheFit 4".

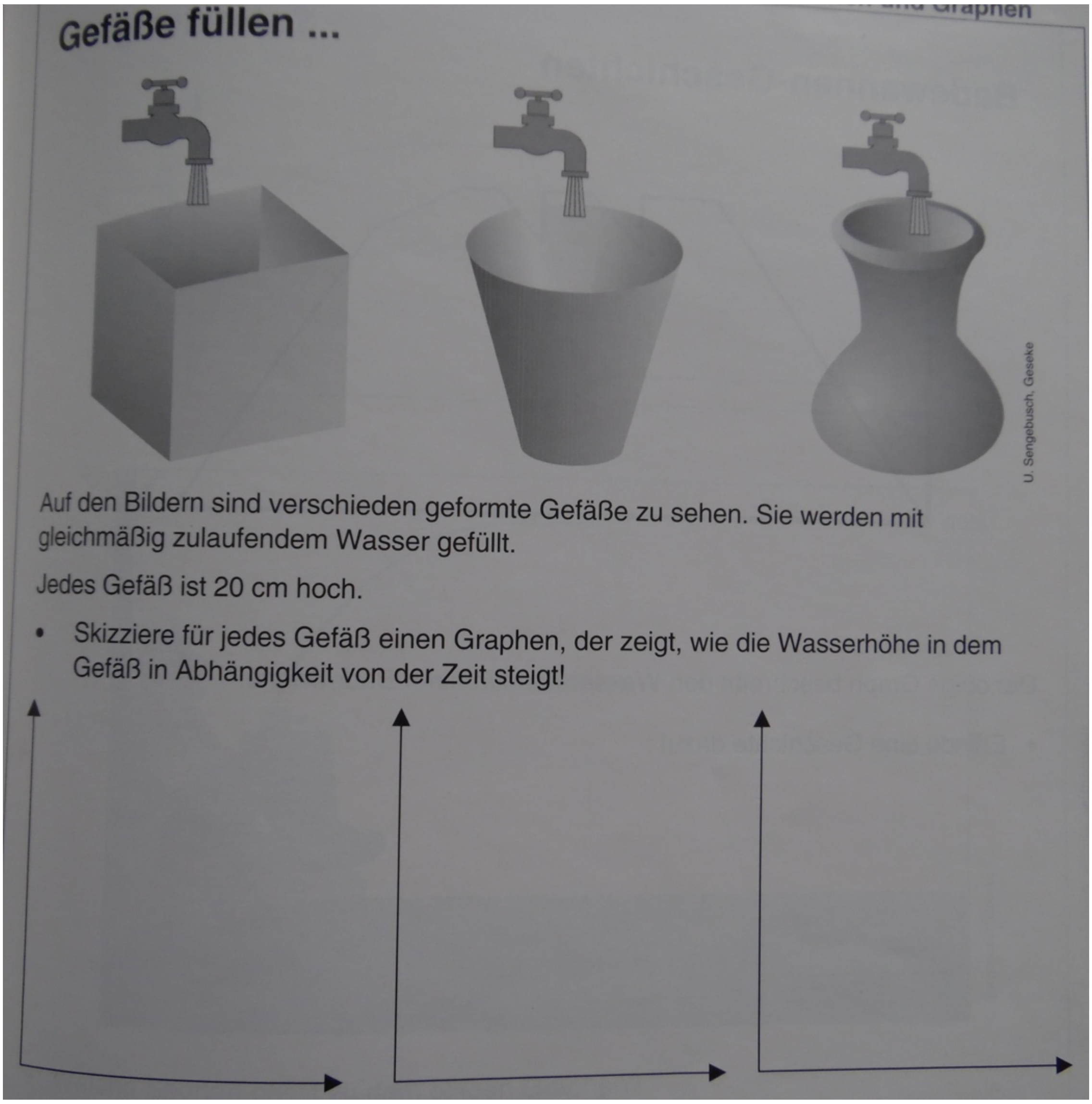


Abbildung 34: Gefäße füllen[347]

---

[346] HANISCH, Günter; et al: „MatheFit 2 – Lehrer/innenausgabe", Seite 232
[347] HERGET; JAHNKE; KROLL: Seite 91

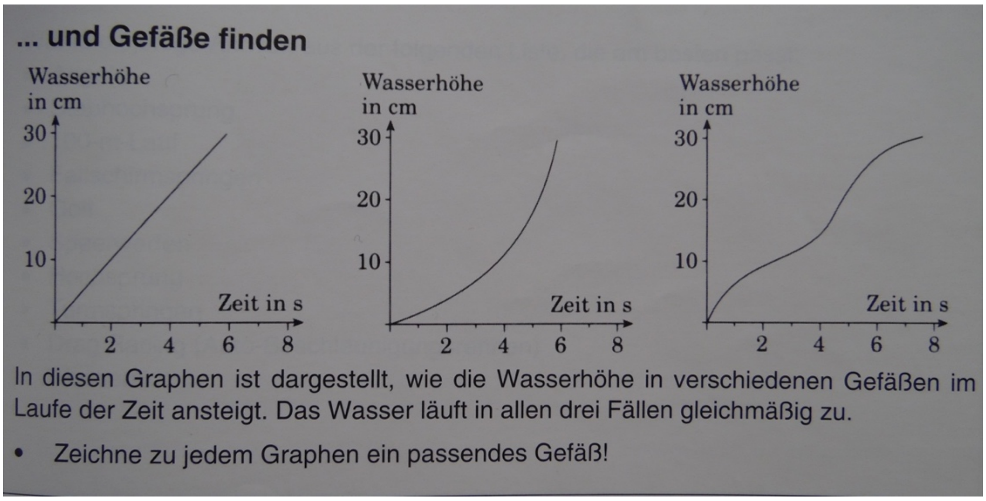
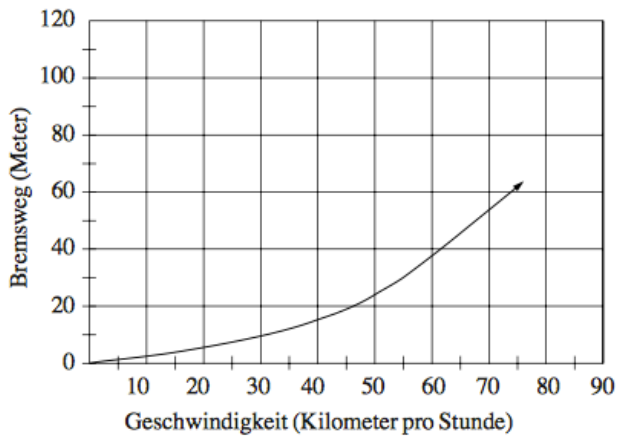


Abbildung 35: Gefäße finden[348]

- <u>Bremsweg</u>: TIMSS-Aufgabe- 8. Schulstufe

R8. Die Grafik zeigt zu verschiedenen Geschwindigkeiten eines Autos die Strecke an, die man benötigt, um das Auto durch Betätigen der Bremse zum Anhalten zu bringen (Bremsweg).



Ein Auto fährt 80 km pro Stunde. Wie lang ist ungefähr der Bremsweg für das Auto?

A. 60 m

B. 70 m

C. 85 m

D. 100 m

Abbildung 36: Bremsweg[349]

---

[348] HERGET; JAHNKE; KROLL: Seite 91

[349] BAUMERT (1998): Seite 48

- Taschengeld: MatheFit 3 – Aufgabe 1298 (7. Schulstufe)

Alexander spart für einen neuen Fußball. In seiner Spardose befinden sich bereits 8 Euro. Jede Woche steckt er 3 Euro seines Taschengeldes in die Spardose.

a) *Berechne, wie viel Geld sich nach 9 Wochen in der Spardose befindet!*
b) *Stelle den Zuwachs von Alexanders Spardosengeld in einem Koordinatensystem dar!*[350]

[350] HANISCH, Günter; et al.: „MatheFit 3 – Lehrer/innenausgabe", Seite 288

6. Resümee und Ausblick

Diese Arbeit hat gezeigt, dass sich die didaktische Diskussion, bezogen auf Realitätsbezüge im Unterricht, in die richtige Richtung bewegt, jedoch ist die direkte und konkrete Umsetzung noch ausbaufähig. Dieser Trend wurde durch die Einführung des Kompetenzmodells in den letzten Jahren noch weiter fortgeführt. Es kann festgehalten werden, dass für eine Anwendungsorientierung in Mathematik, die Präsentationsart und die Aufgabenstellungen der Inhalte geändert und überdacht werden sollte, nicht aber die Lehrinhalte selbst.

Wie aus den vorhergehenden Erläuterungen hervorgeht, soll aufgezeigt werden, dass im Unterricht nicht angewandte Mathematik gelehrt werden soll, sondern die Aufbereitung des Lehrstoffs so gestaltet sein soll, dass dieser von den Schülerinnen und Schülern angewandt werden kann – sei es gegenwärtig oder auch zukünftig. Mathematik sollte ebenso im historischen Kontext betrachtet werden, damit die Schülerinnen und Schüler den Evolutionsprozess verdeutlicht bekommen und Mathematik als aktuelle Wissenschaft erleben. Zusätzlich kann der Computer als Hilfsmittel im Mathematikunterricht bewusst eingesetzt werden, um eine größere Bandbreite an Beispielen bearbeiten und den Anwendungskontext verdeutlichen zu können.

Insgesamt lässt sich feststellen, dass Aufgrund der Ausführungen es nun möglich ist, die Forschungsfragen zu beantworten und eine zukünftige Tendenz zu prognostizieren.

Die *erste Frage* beschäftigte sich damit, ob im Lehrplan Anwendungsorientierung vermerkt ist, welche Möglichkeiten sich anbieten, um Realitätsbezüge zu bearbeiten und welche Vorkehrungen die Lehrerin oder Lehrer zu treffen hat.

Insgesamt lässt sich feststellen, dass sowohl Realitätsbezüge der gelehrten Inhalte, als auch die Lebensnähe im Lehrplan, aber auch im Kompetenzmodell verankert sind. Wie in den Ausführungen gezeigt, lässt sich Anwendungsorientierung durch ein selbstständiges und entdeckendes Tun in den Unterricht integrieren. Dies kann mit sinnvollen Aufgaben passieren, die Lebens- und Realitätsnähe aufweisen. Bewusst eingeplante Übungsphasen lassen den Schülerinnen und Schülern genügend Zeit, um die Inhalte zu verinnerlichen und zu verstehen. Diese Forderung geht mit der Vorarbeit, die der Lehrkörper zu leisten hat, einher. Des Weiteren lässt sich sagen, dass das Erlernen des Modellierungsprozesses, das Besuchen von Fortbildungen und die Team-Arbeit mit Kolleginnen und Kollegen einige Zeit im Vorfeld beanspruchen. Die Tätigkeit erstreckt sich zusätzlich von dem Erstellen oder Suchen passender Aufgaben bis hin zum Adaptieren und Anpassen von Beispielen aus diversen Schulbüchern.

Die *zweite Frage* legte den Fokus auf direkte Themen und Inhalte aus dem Lehrplan, inwiefern sich gewisse Gebiete anbieten, Realitätsnähe zu vermitteln und welche im Alltag verstärkt benötigt werden.

Im vorhergehenden Kapitel wurde versucht zu verdeutlichen, dass sich für eigentlich jedes Themengebiet der Sekundarstufe I anwendungsorientierte Aufgaben finden lassen. Manche Inhalte bieten prinzipiell mehr Möglichkeiten und bei einigen muss man intensiver nachforschen, um einen Alltagsbezug herzustellen. Es kann festgehalten werden, dass Themen, die für die Schülerinnen und Schüler von persönlichem Interesse sind, mit höher Motivation und Arbeitseifer einher gehen. Im Zuge des Projekts „Math2Earth“ wurden diese Inhalte genannt: Musik, Umwelt, Beruf, Sport oder auch Technik.[351] Außerdem wurde bei einer Befragung von HUMENBERGER und REICHEL erhoben, dass Lernende die Thematik „Stochastik“, im Speziellen nannten sie Wahrscheinlichkeitsrechnung, als besonders anwendungsorientiert empfinden.[352]

Der tatsächliche Gebrauch im alltäglichen Leben und im späteren Beruf wird von einigen Schülerinnen und Schülern stets hinterfragt. Wie HEYMANN zusammenfasst, wurde in mehreren Studien herausgefunden, dass Inhalte aus der Sekundarstufe I am öftesten in Verwendung sind. Es wurden die Grundrechenarten, Prozent- sowie Zinsrechnung, Überschlagsrechnung, sowie

---

[351] Vgl. ULOVEC: Seite 2

[352] Vgl. HUMENBERGER, Hans: „Anwendungsorientierung im Mathematikunterricht – erste Resultate eines Forschungsprojekts“ in: JDM 18 (97) 1, Seite 21

der Umgang mit Tabellen und Grafiken angegeben, um nur einige der genannten Gebiete aufzuzählen.[353]

Die *dritte Frage* ging noch einmal explizit auf die Begründung eines anwendungsorientierten Mathematikunterrichts ein.

Aus der geschichtlichen Entwicklung lässt sich die Erkenntnis ableiten, wie der Unterrichtsaufbau gestaltet werden kann: Aus der Praxis folgt die Theorie. Wenn praktische und alltagsbezogene Aufgaben im Unterricht behandelt werden, dann wird dadurch ein authentisches Bild von Mathematik vermittelt. Es kann sozusagen postuliert werden: ein Abwenden vom Auswendiglernen und dem bloßen Unterstreichen des Ergebnisses und hinwenden zum Verstehen und Hinterfragen der Aufgaben.

Baptist fordert treffend: „*Weg vom bloßen Lösen der Aufgaben, hin zu einem Beschäftigen mit den Aufgaben*."[354]

Prophezeiungen lassen sich bislang noch keine über zukünftige Entwicklungen treffen, jedoch lässt sich sagen, dass stets Forschungsprojekte, Untersuchungen und Studien abgehalten werden, deren Ergebnisse in fachdidaktischen Zeitschriften veröffentlicht werden, um einen Fortschritt zu präsentieren.

Eine Prognose über zukünftige Entwicklungen lässt sich allerdings treffen: es wird noch einige Zeit dauern wird, bis sich Anwendungsorientierung als Unterrichtsprinzip im Mathematikunterricht etabliert hat.

Ich wage zu behaupten, dass gegenwärtig lehrende Lehrerinnen und Lehrer sich abschrecken lassen, neue Theorien anzuwenden, da dadurch der routinierte Unterrichtsablauf gestört werden könnte.

Die Veränderung ist jedoch nicht nur bei den Lehrenden anzusetzen, sondern weist Reformierungsbedarf an der Basis auf. Die Lehrerinnen– und Lehrerausbildung würde eine umfassende Umstrukturierung gut vertragen. Auch

---

[353] Vgl. HEYMANN: Seite 136f

[354] BAPTIST, Peter: „Nach TIMSS und vor PISA – Gedanken zum Mathematikunterricht" in: FLADE; HERGET (Hrsg.): „Mathematik Lehren und Lernen nach TIMSS", Berlin: Volk und Wissen Verlag, 2000, Seite 9

gibt es nicht genügend verpflichtende Fortbildungsmöglichkeiten. Mangelnde fachdidaktische, aber auch praktische Ausbildung zukünftiger Lehrerinnen und Lehrer stellt ebenso eine Schwierigkeit dar. Jedoch konnte durch einen direkten Vergleich der Studienpläne, des alten Diplomstudiums und dem neuen Bachelorstudium des Unterrichtsfachs Mathematik, ein Anstieg von Fachdidaktik Lehrveranstaltungen im Verhältnis zu Fachwissenschaftlichen verzeichnet werden. (Neu: Fachmathematik – 56 ECTS; Fachdidaktik – 33 ECTS und Alt: Fachmathematik – 60 SWS (entsprechen 111 ECTS); Fachdidaktik – 22 SWS (entsprechen 50 ECTS) Wahlfächer, sowie das Bachelorseminar wurden bei der Zählung nicht berücksichtigt, da diese frei wählbar sind.[355]

Jeder selbst muss den ersten Schritt setzen, um die Entwicklung voran zu treiben. Die Tendenz ist steigend und es bleibt spannend, inwiefern sich die Lehrerinnen- und Lehrerausbildung revolutionieren und verändern wird.

Diese Arbeit möchte ich mit einem Zitat meiner ehemaligen Lehrerin Fr. Winter abschließen. Dieses verdeutlicht, welche Möglichkeiten und Verantwortung jeder Lehrkörper in sich trägt, denn mit Enthusiasmus und Freude kann selbst uninteressanter Inhalt spannend präsentiert und vermittelt werden.

„Wer selbst brennt, zündet!“

---

[355] https://ssc-mathematik.univie.ac.at/curricula-studienplaene/, 16.3.2016, 12:45 Uhr
Die Umrechnung von SWS in ECTS erfolgte aufgrund der persönlich absolvierten Lehrveranstaltungen im gesamten Studium.

Abstract

Deutsch:

Diese hier vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Unterrichtsmethode der Anwendungsorientierung im Mathematikunterricht. Im Speziellen wird auf den Lehrplan der Sekundarstufe I Bezug genommen. Bevor jedoch dieses Thema genauer vorgestellt wird, werden lerntheoretische und psychologische Grundlagen näher beleuchtet. Außerdem wird aus der historischen Perspektive die Relevanz von Realitätsbezügen im Unterricht abgeleitet.

Im Hauptteil werden Argumente zur Legitimation dieses Konzepts angeführt, sowie Schwierigkeiten die sich dabei ergeben könnten. Die Einführung der Bildungsstandards mit deren Kompetenzmodell im Jahr 2009 war hilfreich, um Anwendungsorientierung als Unterrichtsprinzip eingehender zu etablieren. Die Aufgaben dieser Überprüfung sind hauptsächlich realitätsnah gestaltet. Zum Abschluss werden konkrete Beispiele aus unterschiedlichen mathematischen Inhaltsbereichen dargeboten.

In dieser Arbeit soll demonstriert werden, dass der Lehrplan der Sekundarstufe I genügend Themen für Beispiele aus dem täglichen Leben der Schülerinnen und Schüler bietet.

English:

This thesis deals with the topic of teaching applications in the field of mathematics education. This research, with special focus on the curriculum of the lower grade of the secondary schools, is based on the educational and psychological background of this teaching method. Education skills and standards had been established in the year 2009 which displays a huge progress in the education of teaching applications.

The key issue of this thesis is to illustrate which topics in the curriculum of the lower grade are suitable to reveal the closeness of mathematics to the everyday life of pupils. It can be stated, that this teaching method brings out good effort if it is included in mathematics class.

Abbildungsverzeichnis

Quellenverzeichnis

Literatur

AUSUBEL, David: *„Psychologie des Unterrichts, Band 1“,* Weinheim/Basel: Beltz Verlag, 1974

AUSUBEL, David: *„Psychologie des Unterrichts, Band 2“,* Weinheim/Basel: Beltz Verlag, 1974

BARUK, Stella*: „Wie alt ist der Kapitän?“,* Basel/Boston/Berlin: Birkhäuser, 1989

BAUMERT, Jürgen; et al.: „*TIMSS – Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich“*, Opladen: Leske+Budrich, 1997

BAUMERT, Jürgen; et al.: „*Testaufgaben Mathematik TIMSS 7./8. Klasse (Population 2)“*, Berlin: Max-Planck-Institut für Bildungsforschung, 1998

BAXA, Christoph: Mitschrift zu *„Geschichte der Mathematik*“, SS 1015, Universität Wien

BECKER, Gerhard; **HENNING**, Joachim; **LINDENAU**, Volkmar; **MAI**, Klaus-Dieter; **SCHINDLER**, Manfred: *„Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I“*, Bad Heilbrunn: Klinkhardt, 1979

BLUM, Werner*: „Modellierungsaufgaben im Mathematikunterricht“,* in: BÜCHTER; et al. (Hrsg.): „Realitätsnaher Mathematikunterricht – vom Fach aus für die Praxis“, Hildesheim/Berlin: Franzbecker, 2006, Seiten 8 – 23

BRUDER, Regina: *„Nutzung von Mathematik im Erfahrungshorizont von SchülerInnen – Beispiele und Materialien für Anwendungsbezüge im Mathematikunterricht der Unterstufe“,* in: MAAß; SCHLÖGLMANN (Hrsg.): „Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht: Schriftenreihe der ISTRON-Gruppe – Band 5“, Hildesheim/Berlin: Franzbecker, 1999, Seiten 40 - 50

BÜCHTER, Andreas; **HENN**, Hans-Wolfgang: *„Schulmathematik und Realität – Verstehen durch Anwenden“*, in: BRUDER; et al. (Hrsg.): „Handbuch der Mathematikdidaktik“, Berlin Heidelberg: Springer Spektrum, 2015, Seiten 19 - 46

CHOTT, Peter: *„Das Prinzip der Lebensnähe in der Schule“*, Frankfurt am Main: Verlag Peter Lang, 1988

COFMAN, Judita: *„Einblicke in die Geschichte der Mathematik“,* Heidelberg/Berlin: Spektrum Akademischer Verlag, 1999

DÖRING, Nicola; **BORTZ**, Jürgen: *„Forschungsmethoden und Evaluation in den Sozial- und Humanwissenschaften“*, Berlin/Heidelberg: Springer Verlag, 2016

EDELMANN, Walter; **WITTMANN**, Simone: *„Lernpsychologie“*, Basel: Beltz Verlag, 2012

ELZER, Hans-Michael*: „Von der Lebensnähe zur Schule“,* in: Bildung und Erziehung, 1954, Vol. 7, Seiten 449 – 465

FÜHRER, Lutz: *„Pädagogik des Mathematikunterrichts“,* Braunschweig/Wiesbaden: Verlag Vieweg, 1997

GAGE, Nathaniel; **BERLINER,** David: *„Pädagogische Psychologie“,* Weinheim: Beltz Verlag, 1996

GLATFELD, Martin (Hrsg.): *„Anwendungsprobleme im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I“*, Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg, 1983

GREEFRATH, Gilbert: *„Didaktik des Sachrechnens in der Sekundarstufe“*, Heidelberg: Spektrum, 2010

HANISCH, Günter: *„Kreativitätsförderung im Mathematikunterricht“,* in: GROSSER (Hrsg.): „Didaktik-Reihe der ÖMG“, Heft 9, 1982, Seiten 71 - 88

HANISCH, Günter: *„Pisa, Timss, Bildungsstandards, Tests – und wie sollen wir LehrerInnen damit umgehen?“*, in: Didaktik-Reihe der ÖMG, Heft 39, 2006, Seiten 42 - 53

HANISCH, Günter; **BENISCHEK**, Isabella: *„Kompetenzorientierter Mathematikunterricht – wie kann er umgesetzt werden?“,* in: Didaktik-Reihe der ÖMG, Heft 45, 2012, Seiten 43 - 55

HASSELHORN, Marcus; **GOLD,** Andreas: *„Pädagogische Psychologie“*, Stuttgart: Verlag W. Kohlhammer, 2013

HERGET, Wilfried; **JAHNKE**, Thomas; **KROLL**, Wolfgang: *„Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I“,* Berlin: Cornelsen Verlag, 2005

Heymann, Hans Werner: *„Allgemeinbildung und Mathematik“,* Weinheim/Basel: Beltz, 1996

Humenberger, Hans*: „Anwendungsorientierung im Mathematikunterricht – erste Resultate eines Forschungsprojekts*“, in: JDM 18 (97) 1, Seiten 3 - 50

Humenberger, Hans: Mitschrift zu „*Schulmathematik 1 – Arithmetik und Algebra“*, WS 2012/13, Universität Wien

Humenberger, Johann; **Reichel**, Hans-Christian: *„Fundamentale Ideen der angewandten Mathematik“,* Mannheim/Leipzig/Wien/Zürich: BI-Wissenschaftsverlag, 1995

Kaiser, Gabriele: *„Realitätsbezüge im Mathematikunterricht – Ein Überblick über die aktuelle und historische Diskussion*“, in: Graumann (Hrsg.): „Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht: Schriftenreihe der ISTRON Gruppe - Band 2“, Hildesheim: Franzbecker, 1995, Seiten 66 – 84

Kaiser, Gabriele; **Maaß**, Katja: *„Vorstellungen über Mathematik und ihre Bedeutung für die Behandlung von Realitätsbezügen“,* in: Büchter; et al. (Hrsg.): „Realitätsnaher Mathematikunterricht – vom Fach aus für die Praxis“, Hildesheim/Berlin: Franzbecker, 2006, Seiten 83 - 94

Kaiser, Gabriele; et al.: *„Anwendungen und Modellieren“* in: Bruder; et al.(Hrsg.): „Handbuch der Mathematikdidaktik“, Berlin/Heidelberg: Springer Spektrum, 2015, Seiten 357 - 382

Kaiser, Hans; **Nöbauer**, Wilfried: *„Geschichte der Mathematik für den Schulunterricht“*, Wien: Hölder-Pichler-Tempsky, 1998

Kirsch, Arnold: *„‚Verstehen des Verstehbaren’ – auch im anwendungsorientierten Mathematikunterricht*“, in: DdM 23, 4, 1995, Seiten 250 - 264

Kröpfl, Bernhard; **Schneider**, Edith (Hrsg.): *„Standards Mathematik unter der Lupe“*, München/Wien: Profil Verlag, 2012

Lefrançois, Guy R.: *„Psychologie des Lernens“,* Heidelberg: Springer Medizin Verlag, 2006

Link, Frauke: *„Problemlöseprozesse selbstständigkeitsorientiert begleiten“,* Wiesbaden: Vieweg+Teubner, 2011

LOSER, Fritz: *„Die Unterrichtsgrundsätze der Lebensnähe und der Anschauung und ihr Beitrag für eine pädagogische Theorie des Lehrens und Lernens“,* in: Bildung und Erziehung, 1969, Vol. 22, Seiten 14 – 31

MAAß, Katja: *„Modellieren – Aufgaben für alle?!“,* in: ml Heft 131, 2005, Seiten 19 - 22

OFFE, Susanne: *„Psychische und gesellschaftliche Bedingungen der Leistungsmotivation“,* Darmstadt: Steinkopff, 1977

POSAMENTIER, Alfred: *„Motivation im Mathematikunterricht: Eine vernachlässigte Kunst“*, in: ml 50, 1992, Seiten 6 – 11

PROFKE, Lothar: *„Praktische Anwendungsaufgaben im Mathematikunterricht“,* in: MiS 29, 12, 1992, Seiten 845 – 852 und 861 - 867

REISS, Kristina; **HAMMER**, Christoph: „*Grundlagen der Mathematikdidaktik“,* Basel: Springer Basel, 2013

REITZER, Christine*: „Erfolgreich lehren: Ermutigen, motivieren, begeistern“*, Berlin: Springer VS Verlag, 2014

SCHIEFELE, Hans: *„Motivation im Unterricht“,* München: Ehrenwirth, 1963

SCHUKAJLOW, Stanislaw: „*Lesekompetenz und mathematisches Modellieren“* in: BORROMEO FERRI; GREEFRATH; KAISER (Hrsg.): „Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule“; Wiesbaden: Springer Spektrum, 2013, Seiten 125 – 142

SCHUPP, Hans: *„Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I zwischen Tradition und neuen Impulsen“*, in: BLUM (Hrsg.): „Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht: Schriftenreihe der ISTRON-Gruppe - Band 1“, Hildesheim: Franzbecker, 1994, Seiten 1 - 11

STÖCKER, Karl: *„Neuzeitliche Unterrichtsgestaltung“,* München: Ehrenwirth, 1978

STRUIK, Dirk J.: *„Abriß der Geschichte der Mathematik“,* Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1972

TRIMMEL, Michael: *„Allgemeine Psychologie 1“*, Wien: Facultas Verlag, 2010

ULOVEC, Andreas: *„Realitätsbezogene Aufgaben“*, in: Vorträge der 32. LehrerInnenfortbildungstagung am 9. April 2010 an der Fakultät für Mathematik der Universität Wien

WEINERT, Franz E.: *„Leistungsmessungen in Schulen“,* Weinheim/Basel: Beltz Verlag, 2002

WENTURA, Dirk; **FRINGS**, Christian: *„Kognitive Psychologie“,* Wiesbaden: Springer VS Verlag, 2013

WINTER, Heinrich: *„Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht*“, Hrsg.: Wittmann, Erich; Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg, 1989

WITTMANN, Gerald: *„Elementare Funktionen und ihre Anwendungen“,* Berlin/Heidelberg: Springer, 2008

WOLLMANN, Warren: *„Determining the sources of error in translation from sentence to equation“* in: Journal for Research in Mathematics Education 1983, Vol. 14, No. 3, Seiten 169 - 181

ZECH, Friedrich: *„Grundkurs Mathematik“,* Weinheim/Basel: Beltz Verlag, 1996

Schulbücher:

EßLETZBICHLER, Beate; et al.: *„100% Mathematik 4“*, Wien: öbv Verlag, 2016

HANISCH, Günter; et al.: *„MatheFit 1 – Lehrer/innenausgabe“,* Wien: Verlag Besseres Buch, 2014

HANISCH, Günter; et al*.: „MatheFit 2 – Lehrer/innenausgabe“,* Wien: Verlag Besseres Buch, 2009

HANISCH, Günter; et al.: *„MatheFit 3 – Lehrer/innenausgabe“,* Wien: Verlag Besseres Buch, 2010

HANISCH, Günter; et al.: *„MatheFit 4 – Lehrer/innenausgabe“,* Wien: Verlag Besseres Buch, 2011

SALZGER, Bernhard; et al.: *„Mathematik verstehen 1“,* Wien: öbv Verlag, 2014

Internetquellen:

- **Blum**, Werner: „Mathematisches Modellieren – zu schwer für Schüler und Lehrer?“, Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, 2007: https://eldorado.tu-dortmund.de/bitstream/2003/30832/1/001.pdf, 3.3.2016

- Bildungsbegriff nach Humboldt: http://www.bildungsxperten.net/wissen/was-ist-bildung/ 27.10.2015, 13:58 Uhr
- Definition Novität: http://www.duden.de/rechtschreibung/Novitaet, 1.2.2016, 13:27 Uhr
- Definition Problem: http://www.duden.de/suchen/dudenonline/problem, 11.1.2015, 22:01 Uhr
- http://arbeitsblaetter.stangl-taller.at/MOTIVATION/MotivationModelle.shtml, 27.2.2016, 12:44 Uhr
- Das Yerkes-Dodson-Gesetz: http://static-content.springer.com/image/chp%3A10.1007%2F978-3-642-12856-1_21/MediaObjects/978-3-642-12856-1_21_Fig2_HTML.gif, 9.12.2015, 11:18 Uhr
- Das Haus der Vierecke: http://static.cosmiq.de/data/question/de/638/8c/6388c43b165bda805a3ab3af2c921dfb_1_orig.jpg, 22.12.2015, 13:30 Uhr
- http://worterbuchdeutsch.com/de/non-scholae-sed-vitae-discimus, 24.11.2015, 14.23 Uhr
- Definition Leben: http://www.duden.de/rechtschreibung/Leben, 18.1.2015, 11:18 Uhr
- Bildungsdefinition nach Hugh Sockett: http://www.jstor.org/stable/1085251?seq=1#page_scan_tab_contents, 27.10.2015, 14:14Uhr
- Mathematik-Comic: http://w4tler.at/wp-content/uploads/2015/04/Mathematik_Gretl_Distelberger5.gif, 29.2.2016, 10:20 Uhr

- Modellierungskreislauf nach Blum: http://kira.dzlm.de/kirafiles/uploads/images/modellierungskreislauf.jpg, 16.2.2016, 13:18 Uhr
- Lösungsplan nach Blum: http://www.mathematik-sehen.uni-paderborn.de/fileadmin/Mathematik/JdM/Lehrerseminar/Vortrag_Blum_Apr2010.pdf, 5.2.2016, 15:35 Uhr
- https://www.bifie.at/pisa2015, 14.3.2016, 10:16 Uhr
- https://www.bifie.at/timss, 26.2.2016, 11:30 Uhr
- Einwohnerzahl Chicagos: http://www.cityofchicago.org/city/en/about/facts.html, 19.2.2016, 11 Uhr
- Kompetenzmodell: https://www.bifie.at/node/49, 24.2.2016, 16:30 Uhr
- AHS-Lehrplan: https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp_ahs_unterstufe.html, 14.3.2016, 18:27 Uhr
- AHS-Lehrplan Mathematik der Sekundarstufe I: https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/ahs14_789.pdf?4dzgm2, 25.2.2016, 15:23 Uhr, 16:00 Uhr, 16:01 Uhr
- https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/ahs14_789.pdf?4dzgm2, 3.2.2016, 12:45 Uhr
- https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/lp/ahs14_789.pdf?4dzgm2, 27.2.2016, 15:58 Uhr und 16:30 Uhr
- Mathematik-Comic: http://atfd.pbworks.com/f/1400339096/mathe02.png, 5.3.2016, 18:40 Uhr
- Scheidungsrate: http://www.statistik-austria.at/web_de/statistiken/menschen_und_gesellschaft/bevoelkerung/ehescheidungen/index.html, 12.5.2016, 22:30 Uhr