DIPLOMARBEIT / DIPLOMA THESIS

Titel der Diplomarbeit / Title of the Diploma Thesis

„Sprachsensibler Mathematikunterricht“

verfasst von / submitted by

Susanne Gruber

angestrebter akademischer Grad / in partial fulfilment of the requirements for the degree of

Magistra der Naturwissenschaften (Mag.rer.nat.)

Wien, 2016 / Vienna, 2016

Studienkennzahl lt. Studienblatt / degree programme code as it appears on the student record sheet:	A 190 333 406
Studienrichtung lt. Studienblatt / degree programme as it appears on the student record sheet:	Lehramtsstudium UF Deutsch UF Mathematik
Betreut von / Supervisor:	Ao. Univ.-Prof. Mag. Dr. Stefan Götz

Abstract

Der Aspekt Sprache wird im heutigen Schulalltag immer wichtiger. Ziel des Fachunterrichts ist es nicht mehr, nur rein fachliche Inhalte zu vermitteln, sondern auch auf den korrekten Gebrauch der deutschen Sprache zu achten.

Da Schüler und Schülerinnen mit sprachlichen Problemen oft auch Schwierigkeiten in nicht-sprachlichen Fächern haben, wurde der Sprachsensible Fachunterricht entwickelt, um bildungssprachliche Fertigkeiten zu trainieren und den Lernenden somit die Chance zu geben, dem Unterricht besser zu folgen.

Die vorliegende Arbeit, welche sich mit dem Sprachsensiblen Mathematikunterricht befasst, betont zunächst, wie wichtig es ist, Sprach- und Fachlernen zu verbinden. Im Anschluss werden die verschiedenen sprachlichen Register, welche im Unterricht verwendet werden, ins Zentrum gerückt. Nach einer Definition des Sprachsensiblen Unterrichts und der Abgrenzung zum Fachsensiblen Sprachunterricht, werden sprachliche Herausforderungen im Fachunterricht näher beleuchtet. Dabei soll sowohl auf Gründe für sprachliche Schwierigkeiten als auch auf Merkmale sprachlicher Schwierigkeiten eingegangen werden. Im Anschluss thematisiert die Diplomarbeit sprachliche Kompetenzerwartungen im Mathematikunterricht. Nachdem die Leser und Leserinnen erfahren haben, welche Funktionen die Sprache im Mathematikunterricht übernimmt und welche Sprachen im Mathematikunterricht existieren, geht die Diplomarbeit auf sprachliche Schwierigkeiten im Bereich des Geometrieunterrichts ein. Um den verschiedenen sprachlichen Problemen im Mathematikunterricht entgegenzuwirken, widmet sich ein Teil der Arbeit wichtigen Methoden zur Sprachförderung. In einem weiteren Abschnitt soll auch noch auf Sprachförderung für DaZ-Kinder eingegangen werden. Zuletzt werden sprachliche Probleme im Hochschulbereich ins Zentrum gerückt.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung 1

2. Sprach- und Fachlernen verbinden 4

2.1. Aktuelle Situation 4

2.2. Meinungen der Lehrkräfte 6

2.3. Forderung der Bildungsstandards 7

3. Sprachen in den Fächern 12

3.1. Alltagssprache 14

3.2. Fachsprache 14

3.3. Unterrichtssprache 15

3.4. Symbolische Sprache und Formalsprache 16

3.5. Bildsprache 16

3.6. Bildungssprache 16

4. Sprachsensibler Fachunterricht 26

4.1. Definition 26

4.2. Abgrenzung zum Fachsensiblen Sprachunterricht 30

5. Sprachliche Herausforderungen im Fachunterricht 31

5.1. Gründe für sprachliche Schwierigkeiten 31

5.2. Merkmale sprachlicher Schwierigkeiten und mögliche Fördertipps 33

6. Sprachliche Kompetenzerwartungen im Fach Mathematik 39

6.1. Die Funktion der Sprache im Mathematikunterricht 39

6.2. Sprachen im Mathematikunterricht und ein daraus resultierendes Problem 41

7. Zum Problem der Sprache im Bereich des Geometrieunterrichts 44

7.1. Gedanken zum Mathematik- bzw. Geometrieunterricht 44

7.2. Empirische Untersuchungen in der 6. Schulstufe (AHS) 45

8. Methoden zur Sprachförderung 58

8.1. Allgemeine Tipps für sprachsensible Aufgaben 58

8.2. Praxisbeispiele vom ÖSZ 58

8.3. Methodenwerkzeuge nach Leisen 66

8.4. Weitere Übungen und Strategien 78

9. Arbeitshefte zur Sprachförderung für DaZ-Kinder 91

9.1. Übungen zum Thema Einkauf bzw. Textaufgaben verstehen 92

9.2. Übungen zum Thema Cafeteria bzw. Zuordnung 101

9.3. Zusätzliche Tipps für komplexe Textaufgaben 110

10. Das Formulieren mathematischer Gedanken im Hochschulbereich 113

10.1. Der Mathematiker Beutelspacher 113

10.2. „Das ist o.B.d.A. trivial!“ 115

11. Fazit 141

12. Bibliographie 143

12.1. Printquellen 143

12.2. Internetquellen 145

13. Abbildungsverzeichnis 147

1. Einleitung

Im Laufe des Studiums wurde ich immer wieder mit dem Thema Sprachförderung konfrontiert. Gerade weil mein zweites Unterrichtsfach Deutsch ist, wurde ich sehr oft daran erinnert, auf den korrekten Gebrauch der deutschen Sprache zu achten. Im Rahmen des zweiten Studienabschnittes des Germanistikstudiums besuchte ich ein Seminar, in welchem die Lehrveranstaltungsleiterin sagte: „Auch die Mathematik-Lehrer und Mathematik-Lehrerinnen müssen Schüler und Schülerinnen darauf aufmerksam machen, wenn sie Konditionalsätze falsch bilden.“ Als ich diese Wort hörte, begann ich darüber nachzudenken, wie man im Mathematikunterricht die Sprache fördern kann. Die Diplomarbeit, welche sich mit dem Sprachsensiblen Mathematikunterricht auseinandersetzt, erklärt zuerst die Theorie, welche zu diesem Thema notwendig ist, und geht dann zur Praxis über.

Zu Beginn wird die Verbindung zwischen Sprach- und Fachlernen ins Zentrum gerückt. Leser und Leserinnen sollen nach dem Kapitel verstehen, dass es sowohl für das sprachliche als auch für das fachliche Lernen förderlich ist, wenn im Fachunterricht die Sprache thematisiert wird und im Sprachunterricht ein inhaltlicher Schwerpunkt gesetzt wird. Anschließend werden die verschiedenen Sprachen, welche im Unterrichtsgeschehen vorkommen, thematisiert. Es gibt nämlich nicht nur die eine Sprache im Unterricht; abgesehen von der Alltagssprache gibt es auch eine Unterrichtssprache sowie eine Fachsprache. Außerdem soll auch nicht auf die Bildsprache, symbolische Sprache sowie die Formalsprache vergessen werden, welche gerade im Mathematikunterricht von Bedeutung sind. Zuletzt geht die Diplomarbeit auf die Bildungssprache und die Gegenübersetzung dieses sprachlichen Registers mit der Alltagssprache ein.

Das nächste inhaltliche Kapitel soll das Prinzip des Sprachsensiblen Fachunterrichts ins Zentrum rücken. Rezipienten und Rezipientinnen sollen erfahren, was man unter einem sprachsensiblen Fachunterricht eigentlich versteht. Wichtig ist außerdem, dass dieser nicht mit dem Fachsensiblen Sprachunterricht verwechselt wird; darum sollen die Leser und Leserinnen auch den Unterschied zwischen diesen beiden wichtigen Unterrichtsformen erfahren. Der Sprachsensible Unterricht, der sich positiv auf Lernende auswirkt, bringt einige Herausforderungen mit sich, welche anschließend besprochen werden. Das Kapitel soll für angehende Lehrer und Lehrerinnen einen Überblick der Gründe für sprachliche Schwierigkeiten liefern. Zusätzlich sollen Merkmale sprachlicher Schwierigkeiten und

Fördertipps präsentiert werden, sodass Lehrpersonen sprachliche Probleme der Lernenden schon in einem frühen Stadium erkennen und lindern können.

Nach diesem allgemeinen Teil, welchen man sowohl auf das Unterrichtsfach Mathematik als auch auf anderer Schulfächer beziehen kann, folgt in den anschließenden Kapiteln eine Konzentration auf den Mathematikunterricht. Das sechste Kapitel soll darauf aufmerksam machen, dass sprachliche Defizite im Fach Mathematik zu erheblichen Einschränkungen führen können und man daher die Funktion der Sprache im Mathematikunterricht nicht unterschätzen sollte. Nicht nur auf die kommunikative sondern auch auf die kognitive Funktion von Sprache soll eingegangen werden. Leser und Leserinnen sollen nach der Lektüre dieses Kapitels nicht mehr glauben, dass manche Situationen im Mathematikunterricht ohne Sprache auskommen könnten. Zusätzlich erfahren die Rezipienten und Rezipientinnen, dass die Verwendung von Alltagssprache im Mathematikunterricht manchmal zu Problemen führen kann.

Im Anschluss präsentiert die Diplomarbeit einige wichtige Ergebnisse einer empirischen Untersuchung, welche vor einigen Jahren zum Thema *Sprache im Bereich des Geometrieunterrichts* durchgeführt wurde. Die intensive Schilderung dieses Projektes soll verdeutlichen, wie viele sprachliche Probleme in einem einzigen Bereich des Mathematikunterrichts auftauchen können und wie unterschiedlich die Art der sprachlichen Schwierigkeiten sein kann. Anhand dieses Fallbeispiels sollen all jene, die vom Theorieteil noch nicht überzeugt waren, einsehen, wie wichtig ein Sprachsensibler Mathematikunterricht ist.

Viele Lehrer und Lehrerinnen stehen vor dem Problem, nicht zu wissen, wie sie einen Sprachsensiblen Unterricht durchführen sollen. Kapitel acht stellt daher einige Methoden zur Sprachförderung für den Mathematikunterricht zur Verfügung. Neben allgemeinen Tipps für sprachsensible Aufgaben stehen Praxisbeispiele vom ÖSZ (Österreichisches Sprachen-Kompetenz-Zentrum) und Methodenwerkezeuge nach Leisen (wichtiger Sprachförderer) im Mittelpunkt. Die vorgestellten Aufgabenformate können in jeder Schulstufe angewandt werden und sollen für interessierte Lehrkräfte als Anregung dienen. In einem weiteren Schritt stellt die Diplomarbeit Arbeitshefte zur Sprachförderung vor, welche für DaZ-Kinder konzipiert wurden. Zu betonen ist allerdings, dass diese Übungen auch für Lernende mit deutscher Muttersprache geeignet sind.

Im letzten inhaltlichen Kapitel fokussiert die Diplomarbeit sprachliche Probleme im Hochschulbereich. Dieser Abschnitt präsentiert ausgewählte Aspekte aus einem Werk Beutelspachers, welche nach Absolvierung eines Mathematik-Studiums wichtig erscheinen.

2. Sprach- und Fachlernen verbinden

2.1. Aktuelle Situation

Personen, welche die Schule besuchen bzw. besucht haben, wissen, dass man dort sowohl fachliche Inhalte in verschiedensten Fächern präsentiert bekommt als auch unterschiedliche Sprachen lernt. Dass heutzutage eine Verbindung von Sprach- und Fachlernen besteht, kann man aufgrund verschiedener Aspekte begründen. Im landes- und fremdsprachlichen Unterricht achtet man schon lange auf eine situative respektive kontextuelle Einbindung der Sprache. Fest steht, dass es einen immer größeren Anteil an pragmatischen Texten im fremdsprachlichen Unterricht gibt. (Dies kann man leicht überprüfen, wenn man einen Blick in aktuelle Schulbücher wirft. Für den Französischunterricht könnte man beispielsweise das Buch *Cours intensif* vom öbv-Verlag heranziehen. Hier wird die Sprache anhand alltagsrelevanter Themen gelernt.) Aber auch im landessprachlichen Unterricht sollen neben der Sprache thematische Lerngegenstände näher beleuchtet werden. Der heutige Deutschunterricht legt seinen Fokus ja nicht mehr nur auf das Lesen und Schreiben sondern auch auf Sprachbetrachtung, auf das Zuhören und auf das Sprechen. Im zweiten Jahrzehnt des 21. Jahrhunderts versucht der Deutschunterricht nicht primär, philologische Fachsprache anhand abstrakter, weltfremder Inhalte zu vermitteln, sondern er will, dass sowohl Fachsprache als auch Fachkommunikation durch den alltäglichen Gebrauch erworben werden. Z. B. steht dabei das Verfassen von Interpretationen, Textanalysen und Erörterungen im Zentrum.[1] Es handelt sich also stets um eine Themenorientierung im landes- und fremdsprachlichen Unterricht.

Umgekehrt fordert man in den nicht-sprachlichen Fächern die Vermittlung von Fachsprache. Dabei sollten die Lehrkräfte sowohl die produktive als auch die rezeptive sowie die schriftliche als auch die mündliche Sprachkompetenz fördern. Auf Kommunikation wird in dieser Hinsicht ganz besonders geachtet: Dafür sollten die Lehrpersonen fähig sein, Unterrichtsgespräche zu moderieren, anzuleiten und auszuwerten. Dies ist besonders für Lehrer und Lehrerinnen des Unterrichtsfaches Mathematik nicht immer sehr leicht durchzuführen, weil sie des Öfteren keine große Beziehung zu Sprache haben, sondern sich eher auf das Fachliche konzentrieren. Doch auch von Lehrkräften anderer natur-, sozial- und

[1] Vgl. Rösch 2011, S. 207.

geisteswissenschaftlicher Fächer kann man solch eine hohe Sprachkompetenz nicht immer erwarten.

Manche Leser und Leserinnen der Diplomarbeit fragen sich jetzt vielleicht, welchen Sinn es hat, z. B. die Sprache im Mathematikunterricht zu fördern; die meisten Menschen denken, dass gerade in naturwissenschaftlichen Fächern der Inhalt viel wichtiger ist. An dieser Stelle ist zu betonen, dass in der Forschungsliteratur immer wieder betont wird, dass ein niedriger Sprachstand mit niedrigen schulischen Leistungen einhergeht. Im Werk *Förderung von Kindern und Jugendlichen mit Migrationshintergrund. Bilanz und Perspektiven eines Modellprogramms* wird darauf hingewiesen, dass die von Bildungsstufe zu Bildungsstufe immer schwieriger werdende Sprache des Fachunterrichts oft für schwache fachliche Leistungen von Schülern und Schülerinnen mit sprachlichen Problemen verantwortlich ist.[2] Aber auch in anderen Werken, welche sich nicht auf Kinder mit Migrationshintergrund konzentrieren, wird darauf aufmerksam gemacht, dass Schulerfolg, Bildungserfolg und somit auch die gesellschaftliche Teilhabe von der individuellen Sprachkompetenz abhängt.[3] Aufgrund dieser Erkenntnisse ist die Forderung, auf sprachliche Elemente im Fachunterricht einzugehen, gerechtfertigt.

Worauf die bisherigen Worte aufmerksam machen sollen, ist die Tatsache, dass es sinnvoll ist, Sprachlernen und Fachlernen zu kombinieren. Zu behaupten, dass ein Sprachlernen ohne Fachlernen nicht auskommt und umgekehrt ein Fachlernen auch nicht ohne Sprachlernen, wäre vielleicht ein zu strenges Urteil. Man kann allerdings nicht verneinen, dass es für die Schüler und Schülerinnen von Vorteil ist, wenn sie in sprachlichen Fächern mit alltäglichen Situationen konfrontiert werden und auf der anderen Seite in Sachfächern sprachliche Hilfsmittel bekommen, um den Inhalt leichter zu verstehen. Der fachsensible Sprachunterricht (siehe Kapitel 4.2.) respektive der sprachsensible Fachunterricht gewinnen somit immer mehr an Bedeutung. Die Diplomarbeit will sich auf den sprachsensiblen Fachunterricht konzentrieren. Im folgenden Unterkapitel werden Meinungen der Lehrer und Lehrerinnen in Bezug auf den sprachsensiblen Fachunterricht präsentiert.

[2] Vgl. Gogolin; Dirim 2011, S. 198.
[3] Vgl. Mesch, S. 2.

2.2. Meinungen der Lehrkräfte

Sprachförderung ist als Aufgabe des Fachunterrichts zu verstehen. „Die Kommunikation im Fach“ wird heutzutage durch die Bildungsstandards für die Sachfächer als festes Unterrichtsziel vorgegeben. Bei den allgemeinen mathematischen Kompetenzen (AK) für die 4. Schulstufe existieren derzeit folgende vier Kompetenzbereiche: Modellieren (AK 1), Operieren (AK 2), Kommunizieren (AK 3) und Problemlösen (AK 4)[4]. (Im Abschnitt 2.3. wird auf AK 3 noch näher eingegangen.) Viele Fachlehrer und Fachlehrerinnen sehen die Sprachförderung aber nicht gerne als verbindliches Element im Fachunterricht. Folgende Zitate zeigen, was Lehrkräfte über den sprachsensiblen Fachunterricht denken:

- *„Muss ich jetzt auch noch Sprache unterrichten? Ich bin doch Fachlehrer! Es kann doch nicht meine Aufgabe sein, den Schülern Deutsch beizubringen – schließlich lass‘ ich mein Fach ja auch nicht von Deutschlehrern unterrichten…“*
- *„Allerdings haben meine Lerner tatsächlich große Probleme mit der Sprache im Fachunterricht – sei es nun beim Beantworten von Fragen oder beim Umgang mit Schulbuchtexten. Besonders die Migrantenkinder beherrschen oft noch nicht einmal die einfachsten Sprachelemente. Wie aber soll ich überhaupt mit dem Stoff durchkommen oder diesen Lernern mein Fach beibringen, wenn ich auch noch auf Sprachprobleme eingehen soll? Das alles kostet doch Zeit!“*
- *„Sicher, die Bildungsstandards schreiben mir vor, dass ich mich auch im Fachunterricht um die ‚Kommunikation im Fach‘ kümmern muss. Sie weisen diese sogar als einen Kompetenzbereich aus und fordern, dass ich kompetenzorientiert lehren soll. Zudem soll ich die Lerner durch angemessene Binnendifferenzierung individuell fördern. Nur: Wie soll man denn im eher ‚sprachlosen‘ Mathematikunterricht die Sprache fördern? Oder gar in den Naturwissenschaften ‚kommunizieren‘? Gerade die Naturwissenschaften leben doch von der Fachsprache! Ich vergleiche die Fachsprache immer mit einer Art Fremdsprache, die halt einfach mühsam zu erlernen ist.“*
- *„Außerdem: Wie soll ich das überhaupt machen? Schließlich habe ich das nie gelernt. Und eigentlich wäre das dann doch ein Problem aller Fächer und somit Aufgabe unserer gesamten Schule!“*[5]

[4] Vgl. bifie 2011, S. 1.
[5] Leisen (3) 2010, S. 2.

Zusammenfassen könnte man all diese Zitate mit der Frage. „Was soll ich denn noch alles können?“ Die Aussagen der Lehrerinnen und Lehrer gehen auf folgende wichtige Aspekte ein:

1. Ein angemessener Umgang mit den Vorgaben der Bildungsstandards in allen Fächern ist zu berücksichtigen.
2. Curriculare Unterrichtsziele und die zur Verfügung stehende Zeit werden als Hindernis für die Sprachförderung angesehen.
3. Die Lernenden weisen äußert heterogene Eigenschaften auf – ein angemessener Umgang ist erforderlich.
4. Die Positionierung der Sprachförderung ist genau zu beachten und nicht etwa mit Maßnahmen des Förder- und des Deutschunterrichtes zu verwechseln.[6]

2.3. Forderung der Bildungsstandards

Der erste der vier Punkte soll nun etwas näher ausgeführt werden, um auf die außerordentliche Wichtigkeit hinzuweisen. Dazu wird exemplarisch der Kompetenzbereich Kommunizieren (AK 3) aus den Bildungsstandards für Mathematik, 4. Schulstufe herangezogen, um an einem Beispiel zu verdeutlichen, was die Bildungsstandards fordern:

Kompetenzbereich: Kommunizieren (AK 3)

„3.1 Mathematische Sachverhalte verbalisieren und begründen

Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler können

..mathematische Begriffe und Zeichen sachgerecht in Wort und Schrift benützen,

..ihre Vorgangsweisen beschreiben und protokollieren,

..Lösungswege vergleichen und ihre Aussagen und Handlungsweisen begründen.

3.2 Mathematische Sachverhalte in unterschiedlichen Repräsentationsformen darstellen

Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler können

..ihre Vorgangsweisen in geeigneten Repräsentationsformen festhalten,

..Zeichnungen und Diagramme erstellen.“[7]

---

[6] Vgl. Leisen (3) 2010, S. 2.
[7] bifie 2011, S. 1.

Im 2010 vom *Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung* (bifie) herausgegebenen *Themenheft Mathematik zum allgemeinen Kompetenzbereich „Kommunizieren“*[8] wurden wichtige Begriffe zum Kompetenzbereich „Kommunizieren“ erklärt:

- **Kommunizieren** *„ist eine mathematische Grundtätigkeit, wenn Mathematik als ein System von Kommunikationssymbolen verstanden wird. Dazu gehört, eigene Gedanken und Lösungswege zu verbalisieren, zu protokollieren, Sachverhalte auf verschiedene Weise darzustellen und mit anderen zu erörtern.“*
- **Verbalisieren** *„bedeutet, mathematische Sachverhalte in Worte fassen und auch verschriftlichen können.“*
- **Argumentieren** *„ist die Angabe von Aspekten, die für oder gegen eine bestimmte Sichtweise/Entscheidung sprechen. Durch Infragestellen und Überprüfen ihrer mathematischen Tätigkeiten und Aussagen werden Kinder angeregt, über ihr Vorgehen nachzudenken. Durch schlüssiges Argumentieren sollen sie ihre Aussagen und Handlungsweisen begründen.“*
- **Begründen** *„bedeutet in der Grundschulmathematik, mathematische Sachverhalte anhand repräsentativer Beispiele oder allgemeiner Überlegungen zu bestätigen bzw. zu widerlegen.“*
- **Darstellen** *„ist das Übertragen mathematischer Inhalte in eine andere Form der Repräsentation. Für das Bearbeiten mathematischer Aufgabenstellungen sollen geeignete Repräsentationsformen erstellt, ausgewählt und genutzt werden. Darstellen bedeutet auch das verständige Umgehen mit bereits vorgegebenen Repräsentationen. Darstellen hat die Funktion, den Sachverhalt anderen mitzuteilen oder so festzuhalten, dass man sich später an ihn erinnert. Neben den grafischen Darstellungen (Diagramme, Abbildungen, Fotos, Skizzen, statistische Schaubilder, …) sind weitere Darstellungsmöglichkeiten, wie z. B. Tabellen, Listen, sprachliche Darstellungen bzw. Handlungen und Gesten, von Bedeutung.“*[9]

[8] bifie 2010
[9] bifie 2010, S.7.

Bildungssprachliche Kompetenzen können im Unterricht nur entwickelt werden, wenn die Lernenden die Möglichkeit bekommen, diese zu üben und zu verfeinern. Zu betonen ist, dass das verstehende Lesen essentiell ist, um Wissen zu erwerben und zu verarbeiten. Klar ist, dass sprachliche Kompetenzen im Fachunterricht kein Selbstzweck sind, sondern sie sollen für ein besseres Verständnis und einen besseren mündlichen und schriftlichen Ausdruck der Lernenden sorgen.

Unter der Berücksichtigung der Lehrpläne für Sachfächer und einer Analyse der Bildungsstandards entwickelte das *Österreichische Sprachen-Kompetenz-Zentrum (ÖSZ)* eine Tabelle, welche die wichtigsten sprachlichen Kompetenzen im Fachunterricht darstellen sollte: Dazu zählen Lesen, Sprechen und Schreiben. Das Lesen wird besonders fokussiert, weil das Leseverstehen im Fachunterricht äußerst wichtig ist.

Die Kompetenzbeschreibungen des ÖSZ legen den Schwerpunkt auf keine bestimmte Schulstufe. Das ÖSZ weist darauf hin, dass die Kompetenzen beim Aufbau von Fach- und Bildungssprache (vgl. Abschnitt 3.2. und 3.6.) in jeder Schulstufe beachtet werden müssen. Lehrer und Lehrerinnen sollten auf einen altersadäquaten Aufbau des sprachlichen Repertoires wertlegen. Folgende beiden Tabellen stellen das Raster für bildungssprachliche Kompetenzen im Fachunterricht dar:

LESEVERSTEHEN

1	**Wortschatz und bildungssprachliche Strukturen erwerben können.**
1a	Strategien zur Erschließung unbekannter bildungs- und fachsprachlicher Mittel anwenden können, z. B. Arbeit mit dem Wörterbuch, Internet.
2	**Inhalte verstehen können.**
2a	Fachspezifische Informationen aus unterschiedlichen Medien und Quellen kritisch entnehmen können.
2b	Strategien zur Texterschließung anwenden können, z. B. Markieren von Schlüsselwörtern.
2c	Die wesentlichen Inhalte eines Textes erfassen können.
2d	Gezielt einzelne Informationen aus Texten entnehmen können.
3	**Inhalte reflektieren und interpretieren können.**
3a	Tabellen, Grafiken, Diagramme und Statistiken lesen und deuten können.
3b	Inhalte aus Sachtexten interpretieren können.
4	**Textkompetenz aufbauen können.**
4a	Textsortenmerkmale erkennen und unterscheiden können.
4b	Grammatikalische Phänomene und ihre Funktion (z. B. Verwendung des Passivs) in schriftlichen Fachtexten erkennen können.

Abb. 1

SPRECHEN + SCHREIBEN

1	**Wortschatz und bildungssprachliche Strukturen nutzen können.**
1a	Neu gelernten Wortschatz anwenden können.
1b	Alltags-, Bildungs- und Fachsprache situations- und sachgerecht anwenden können.
2	**Inhalte darstellen können.**
2a	Informationen, Sachverhalte und fachlichen Input wiedergeben und zusammenfassen können.
2b	Vorgänge und Phänomene beschreiben und benennen können.
2c	Experimente protokollieren können.
3	**Inhalte erklären können.**
3a	Informationen aus Tabellen, Grafiken, Diagrammen und Statistiken wiedergeben können.
3b	Vorgänge und Phänomene in eigenen Worten erklären können.
3c	Vorgänge und Phänomene in angemessener schriftlicher Form und adressatengerecht darstellen können.
4	**Inhalte begründen können.**
4a	Inhalte argumentieren und bewerten können.
5	**Textkompetenz (Sachtexte verfassen können).**
5a	Fachlich richtige und sprachlich angemessene Texte produzieren können.

Abb. 2

Zu beachten ist, dass die fettgedruckten Kompetenzen die Leitkompetenzen und die normalformatierten Kompetenzen die Teilkompetenzen darstellen. Um die bildungssprachlichen Kompetenzen (weiter) zu entwickeln, benötigen die Lehrenden und Lernenden Strategien und Methoden, welche im Unterricht eingesetzt werden müssen. Das ÖSZ entwickelte für jede dieser Teilkompetenzen Praxisvorschläge. In Kapitel 8, wo verschiedene Methoden zur Sprachförderung vorgestellt werden, werden in einem Unterkapitel auch zwei der vom ÖSZ erstellten Übungsbeispiele für den Mathematikunterricht präsentiert.[10]

Kurz soll nun noch einmal auf die oben erwähnten Zitate der Lehrerinnen und Lehrer eingegangen werden, welche folgende Tatsache zeigen: In Bezug auf das Thema *Sprach- und Fachlernen verbinden* lassen sich im ersten Moment eine Vielzahl von Problemen erkennen. Allerdings können diese im Wesentlichen auf drei Teilaspekte reduziert werden:

- Berufliche Qualifizierung von Fachlehrkräften
- Frage nach geeigneter unterstützender Materialien
- Begrenzte zur Verfügung stehende Zeit

[10] Vgl. Carnevale / Wojnesitz 2014, S. 26.

Zum ersten Punkt sei gesagt, dass viele Unterrichtende oft bestens mit den Details ihres Faches vertraut sind, mit der deutschen Grammatik jedoch eher weniger. Außerdem haben zurzeit nur die allerwenigsten Fachlehrer eine Ausbildung im Bereich Deutsch als Zweitsprache. D. h. die meisten sind nicht dafür ausgebildet, auf Probleme sprachschwacher Lernender einzugehen. Und schon gar nicht sind sie dazu fähig, herauszufinden, warum bei einigen Schülerinnen und Schülern die Kommunikation im Unterricht nicht erfolgreich ist. Die fehlende Ausbildung führt oft zu Problemen in der Gesprächsführung der Lehrkraft. Unterrichtende sind oft motiviert und versuchen Methoden zu ergreifen, mit denen sie den Lernenden helfen wollen; allerdings sind diese häufig methodisch-didaktisch falsch. Diese Feststellung mag zwar etwas hart klingen, soll jedoch nicht die Lehrkräfte in ein negatives Licht rücken, sondern lediglich auf die Notwendigkeit an Ausbildungen bzw. Materialien aufmerksam machen.

Für eine gute Sprachförderung im Fach benötigen Fachlehrkräfte also konkrete methodische und didaktische Hilfestellungen, was zum zweiten Aspekt überleitet. Es besteht ein Bedarf an Materialien, die auf die Problematik zugeschnitten sind und gleichzeitig praxisnah und direkt einsetzbar sind. Diese Hilfestellungen sind notwendig, wenn sprachbewusster Unterricht im fachlichen Regelunterricht stattfinden soll. [11]

[11] Vgl. Leisen (3) 2010, S. 2f.

3. Sprachen in den Fächern

Die derzeitigen erfahreneren Lehrer und Lehrerinnen der Mathematik kennen bestimmt ältere Schulbücher, welche einen hohen Prozentsatz an symbolischer Sprache enthielten, aber nur einen geringen an verbaler Sprache. Verbalsprachlich verfügten die Werke lediglich über Arbeitsanweisungen (z. B. berechne, bestimme, zeichne, bearbeite, ermittle). Heutzutage sind die Mathematikbücher verbalsprachlich reicher geworden. Unterschiedliche Elemente wie z. B. Texterläuterungen, Kommentare, Sprechblasen, kurze Geschichten oder Dialoge können gefunden werden. Schulbücher in anderen Fächern waren schon zu früheren Zeiten textlastiger. Diese, aber auch immer mehr die Mathematikbücher, eignen sich sehr gut, um auf die Sprache mitsamt ihren Ausprägungen, Merkmalen und Darstellungsformen hinzuweisen.[12]

Zu betonen ist, dass zur Sprache nicht nur die gesprochene Sprache zählt. Sprache kann in einer mündlichen oder schriftlichen Form auftreten. Ein Mensch kann auch die unterschiedlichsten sprachlichen Register aufweisen (z. B. Alltagssprache, Unterrichtssprache oder Fachsprache). Zusätzlich ist hervorzuheben, dass Sprache nicht immer durch Worte ausgedrückt werden muss; sie kann auch z. B. nonverbal, bildlich oder symbolhaft in Erscheinung treten. Das bisher Gesagte soll deutlich machen, dass es „die eine“ Sprache im Fachunterricht nicht gibt: Unterschiedlichste Abstraktions- bzw. Darstellungsebenen und mehrere Darstellungs- und Sprachformen kommen zum Einsatz.[13]

In diesem Zusammenhang ist es interesssant, den Begriff *mode continuum* zu erwähnen. *Mode* bezeichnet dabei den Kommunikationskanal, egal ob gesprochen oder geschrieben. Das *mode continuum* ermöglicht es, Unterrichtsaktivitäten hinsichtlich der Sprache in eine Abfolge bringen zu können: Es geht von einer stark kontextabhängigen Situation, welche für Lernende am leichtesten zu verstehen ist, hin zu kaum kontextabhängigen Aktivitäten. Wenn Sprache zunehmend kontextreduziert gebraucht wird, verändern sich bestimmte sprachliche Merkmale auf vorhersehbare Weise. Die Sprache nähert sich der geschriebenen Form an.[14]
Um dieses Phänomen besser zu verstehen, kann man im nachfolgenden Diagramm versuchen, die verschiedenen *modes* sinnvoll zu ordnen, also von dialogischen Gesprächen in der Welt des Alltags hin zur textuell durchformten Welt des systematischen Wissens.

---

[12] Vgl. Leisen 2011, S. 5f.
[13] Vgl. Leisen 2011, S. 6.
[14] Vgl. Gibbons 2006, S. 271.

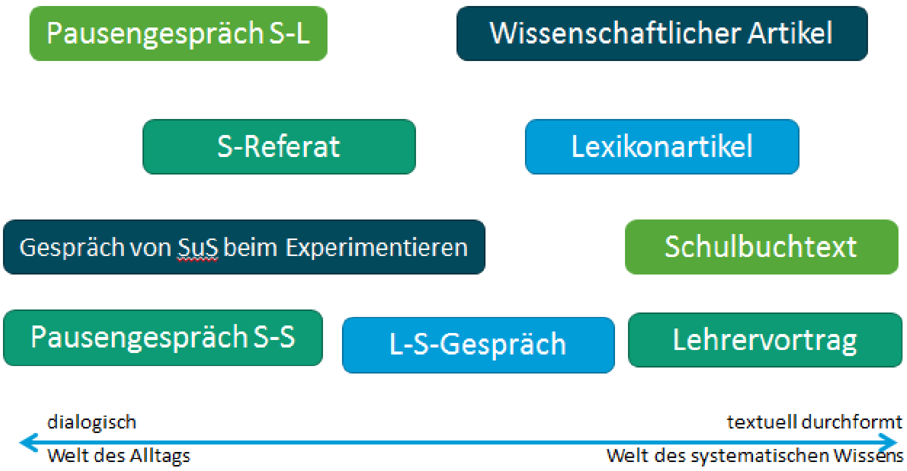


Abb. 3

Ein Pausengespräch zwischen einem Schüler / einer Schülerin und einem Lehrer / einer Lehrerin ist typisch für kontextgebundene Sprache. Sie ist dialogisch und findet in der Welt des Alltags statt. Die Personen stehen sich unmittelbar gegenüber. Daher verwenden die kommunizierenden Personen verweisende Wörter (z. B. diese, das), weil es aufgrund des sichtbaren Kontextes nicht notwendig ist das Gemeinte zu benennen. Daraus resultiert auch eine geringe lexikalische Dichte, d. h. es gibt nur wenige Inhaltswörter pro Satz. Ein Lexikonartikel hat im Gegensatz zum Lehrer-Schüler-Gespräch ganz andere Eigenschaften. Unter anderem erfolgt hier eine Steigerung der lexikalischen Dichte. Wenn man sich nun für jede in Abbildung 1 dargestellte Situation kurz überlegt, welche Sprache verwendet wird, scheint folgende Anordnung sinnvoll:

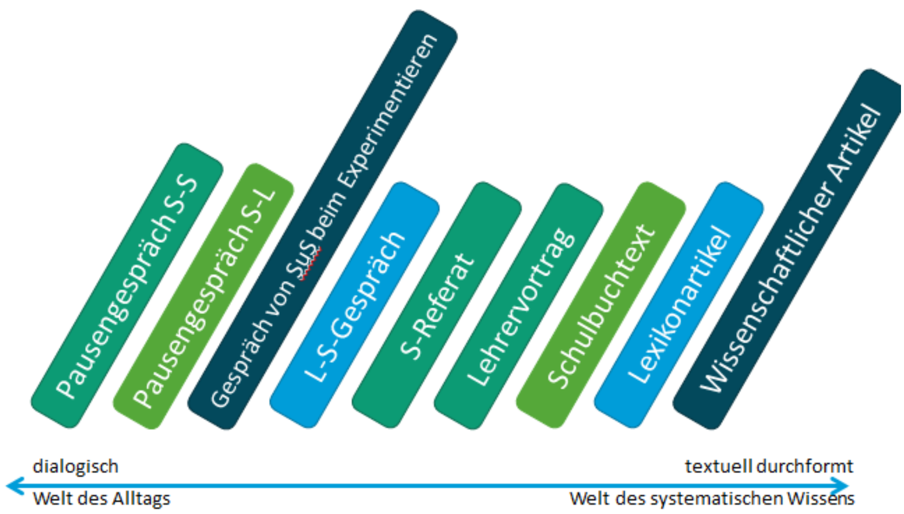


Abb. 4

Das *mode continuum* zeigt, wie viele unterschiedliche Situationen es alleine im Schulalltag gibt, bei denen verschiedene sprachliche Register benötigt werden. Es ist klar, dass in einem

Pausengespräch zwischen zwei Schülern / Schülerinnen eine andere Sprache verwendet wird als in einem wissenschaftlichen Artikel.

Die folgenden Unterkapitel sollen nun einen Überblick über die im Fachunterricht verwendeten Sprachen ermöglichen.

3.1. Alltagssprache

Die Alltagssprache wird in Schulbüchern oft im Rahmen einführender Texte verwendet. Sie schildert Alltagserfahrungen und führt Schülerinnen und Schüler auf fachliche Fragestellungen hin.[15] Die Alltagssprache könnte man als die „einfachste“ Sprache bezeichnen. Sie zeichnet sich dadurch aus, dass sie im Vergleich zu anderen Sprachen relativ schnell erworben werden kann. Jeder gesunde Mensch verfügt über eine Alltagssprache. Merkmale der Alltagssprache sind beispielsweise Wiederholungen, Gedankensprünge, unvollständige Sätze, grammatikalische Fehler oder Füllwörter.

3.2. Fachsprache

Fachsprachen betreffen ein Teilgebiet von den unzähligen Wissenschaften, die heutzutage existieren (z. B. Mathematik, Physik, Chemie, Sprachwissenschaften). Fachsprachen werden zumeist von den für das jeweilige Fachgebiet zuständigen Experten und Fachleuten benutzt. Klar ist, dass nicht nur „die eine“ Fachsprache existiert; für jeden Fachbereich gibt es einen eigenen Jargon, den Menschen erlernen können. D. h. Fachsprachen kann man nicht automatisch. Diese besonderen sprachlichen Kenntnisse entstehen erst durch intensive wissenschaftliche Auseinandersetzung mit einem Fachgebiet. Dies geschieht z. B. auf der Universität. Jedoch erreichen auch manche Schülerinnen und Schüler ein sehr hohes Niveau der Sprache, welches der Fachsprache äußerst ähnelt.[16]

Die Fachsprache kommt in Lehrbüchern oft bei Merksätzen und Definitionen zum Einsatz. Sie verfügt über eine hohe Dichte an Fachbegriffen bzw. Satz- und Textkonstruktionen, die in der Alltagssprache nicht üblich sind. Wenn Lernende einen Text verstehen wollen, der in der Fachsprache verfasst ist, müssen sie schon viel über das jeweilige Thema wissen; d. h. die

---

[15] Vgl. Leisen 2011, S. 6.
[16] Vgl. Fellner 2014, S. 11.

Lehrkraft hat Vorarbeit zu leisten. Lehrer und Lehrerinnen sollten fachsprachliche Texte mit den Heranwachsenden daher eher am Ende eines Lernprozesses bearbeiten als am Anfang.[17]

Fachsprachen wurden entwickelt, um sich innerhalb einzelner Spezialisierungen zu verständigen. Diese Entwicklung brachte besondere sprachliche Strukturen mit sich und machte die Sprache abstrakter: *„Die Sprache muss präziser werden, und um dies zu erreichen, werden die grammatikalischen und syntaktischen Mittel verändert – die Sprache wird abstrakter.“*[18] Das Merkmal der Abstraktheit gilt für jede Fachsprache. Eine Fachsprache (z. B. die Sprache der Mathematik) zu erlernen, ist durchaus nicht immer leicht. Kristin Gogolok formuliert diese Tatsache mit treffenden Worten: *„Das Erlernen einer naturwissenschaftlichen Fachsprache ist durchaus zu vergleichen mit dem Erlernen einer Fremdsprache.“*[19] Zu betonen ist, dass Lernende, die die Fachsprache korrekt anwenden können, meist den Inhalt auch wirklich verstanden haben*: „Der didaktische Ort der Fachsprache ist weniger der des Verstehens, sondern eher der des Verstandenen.“*[20]

Auf die weiteren unterschiedlichen Merkmale der Fachsprache und die damit verbundenen sprachlichen Schwierigkeiten soll im Abschnitt 3.6.2. und im Kapitel 5 noch näher eingegangen werden.

3.3. Unterrichtssprache

„Unterrichtssprache ist die Sprache, die vom Vokabular und ihren Formulierungen her in mündlicher wie auch schriftlicher Form typischerweise beim Lehren und Lernen im unterrichtlichen Kontext benutzt wird.“[21] Je nach Fach können die spezifischen Ausprägungen unterschiedlich sein. Differenzen zeigen sich dabei hinsichtlich Darstellungsform, Darstellungsebene und Grad der Abstraktion. Festzuhalten ist allerdings, dass Sprache im Fachunterricht immer Bildungssprache (vgl. Abschnitt 3.6) ist. Wenn während des Unterrichts ein Tafelbild entsteht, ist dies in den meisten Fällen auch in der Unterrichtssprache verfasst. Schulbücher sind sowohl in Fachsprache als auch Alltagssprache verfasst. Die Sprachen werden dabei gezielt eingesetzt:

---

[17] Vgl. Leisen 2011, S. 6.
[18] Quehl/Scheffler 2008, S. 67.
[19] Gogolok 2006, S. 484.
[20] Leisen 1999, S. 7.
[21] Leisen 2011, S. 6.

„In einigen hoch verdichteten Textpassagen werden fachliche Sachverhalte in Form einer bereinigten und sprachlich verdichteten Unterrichtssprache dargestellt [Unterrichtssprache auf einem sehr hohem Niveau nähert sich also der Fachsprache an, Anm. S.G.]*; erläuternde und erklärende Passagen hingegen bemühen sich anschaulich und beispielgebunden um eine allmähliche, sanfte Hinführung zum Fachlichen."*[22]

Zielführend wäre es nicht, wenn die gleiche Sprache, die im Unterricht verwendet wird, auch in Schulbüchern ihren Einsatz findet. Alle Schüler und Schülerinnen bzw. Lehrer und Lehrerinnen sind sich nämlich dessen bewusst, dass ein Inhalt, der in einem Lehrbuch auf zwei Seiten dokumentiert ist, im Unterrichtsgeschehen oft mehrere Stunden thematisiert wird. Ein wesentliches Merkmal der Unterrichtsprache ist also die Koppelung an die jeweilige Unterrichtssituation. Die Unterrichtssprache hilft beim Lehr-Lern-Prozess.[23]

3.4. Symbolische Sprache und Formalsprache

In Schulbüchern findet man oft Fachtexte, welche symbolische oder formalsprachliche Elemente enthalten. Diese Darstellungen zielen meist darauf ab, Sachverhalte und Phänomene zu abstrahieren. Dabei kommen Symbole, Fachzeichen, Fachskizzen, Formeln, mathematische Terme und mathematische Darstellungen zum Einsatz.[24] Ein Beispiel für die Symbolsprache wäre die Verwendung von „<" anstatt von „kleiner". Die Formalsprache wird exemplarisch verwendet, wenn man statt dem Wort Wasser die Formel H_2O verwendet.

3.5.Bildsprache

Die Bildsprache ist eine weitere Darstellungsform, die im Fachunterricht häufig Gebrauch findet. Sie wird verwendet, um Sachverhalte zu veranschaulichen respektive zu erklären. Zur Bildsprache zählen beispielsweise Fotografien, Diagramme, Skizzen und Zeichnungen (z. B. Graphen von Funktionen). Gleichnishafte Darstellungen und Analogien sind auch Formen der Bildsprache.[25]

3.6. Bildungssprache

Für den Begriff Bildungssprache gibt es in der derzeitigen Fachliteratur viele Definitionen. Magdalena Fellner beschreibt sie in ihrer Diplomarbeit als die *„an Schulen gelehrte Sprache"*[26]. Etwas präziser geht Marion Döll bei der Definition vor. Sie weist in einem ihrer Aufsätze darauf hin, dass die Bildungssprache ein sprachliches Register ist, welches *„durch*

[22] Leisen 2011, S. 7.
[23] Vgl. Leisen 2011, S.7.
[24] Vgl. Leisen 2011, S.7.
[25] Vgl. Leisen 2011, S.7.
[26] Fellner 2014, S. 9.

Ziele und Traditionen der Bildungsinstitutionen geprägt ist". Ein weiteres Merkmal ist, dass sie *„nahezu ausschließlich in Bildungsinstitutionen angeeignet werden kann."* Die Autorin verwendet folgende Worte, um die Bildungssprache zu definieren: *„Bildungssprache ist (Bildungs-)Ziel und Handwerkszeug der Institution Schule gleichermaßen."*[27] Ingrid Gogolin und Inci Dirim zufolge könnte man beim Begriff Bildungssprache auch von *„gehobener Allgemeinsprache"*[28] sprechen. Josef Leisen weist darauf hin, dass sowohl die Fachsprache als auch symbolische Sprache, Unterrichtssprache und Bildsprache die Bildungssprache spezifizieren. Diese zu beherrschen ist notwendig, um an der Bildung teilzuhaben. Sie wird auch verwendet, um schulbezogene kognitive Sprachkenntnisse zu beschreiben, die im kognitiv akademischen Bereich zum Einsatz kommen.[29]

Es wurden nun einige sprachliche Register vorgestellt, die im Unterrichtsgeschehen vorkommen können. Nachstehendes Diagramm soll die Darstellungsformen und Abstraktionsebenen im Fachunterricht noch einmal verdeutlichen.

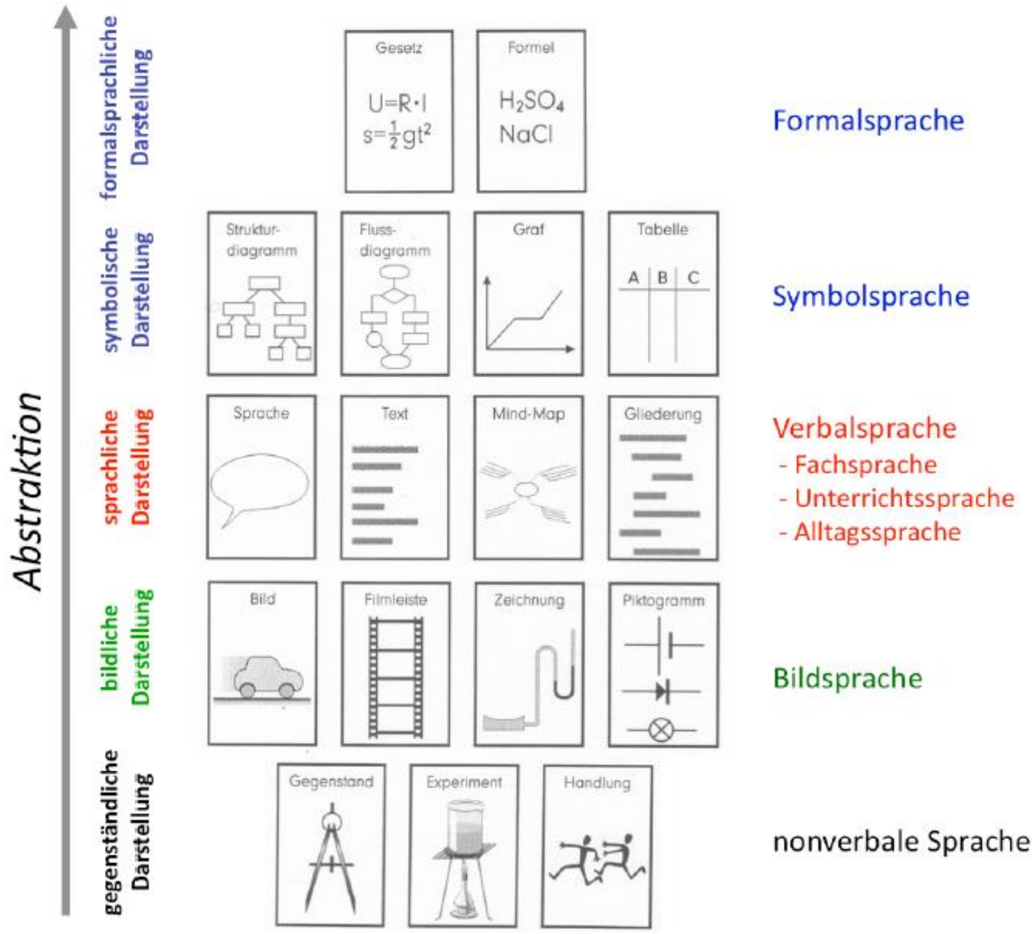


Abb. 5

[27] Döll 2013, S. 171.
[28] Gogolin / Dirim 2011, S. 9.
[29] Vgl. Leisen 2011, S. 7.

Das Diagramm zeigt, dass verschiedene Formen sprachlicher Darstellung mit verschiedenen Ebenen der (sprachlichen Abstraktion) in Verbindung stehen. Wenn der Grad sprachlicher Abstraktion verändert wird, entstehen oft Verstehens- und Sprachprobleme. D. h. es ist Aufgabe der Lehrperson, die richtige Darstellungsebene bzw. -form zu finden, die altersadäquat und der Situation angepasst ist. Bei der Auswahl der Darstellungsformen sollte die Lehrkraft darauf achten, dass diese fachmethodisch und lernpsychologisch für die Situation angemessen ist. Symbolische Darstellungsformen können z. B. eingesetzt werden, wenn es um herausfordernde Aufgabenstellungen wie Mathematisieren, Modellieren, Formalisieren, Symbolisieren, Strukturieren oder Abstrahieren geht. Wenn es jedoch Aufgabe der Schüler und Schülerinnen ist, Dinge zu erklären, beschreiben, erläutern, verbalisieren, kommentieren, bewerten oder zu veranschaulichen, dann sollte der Lehrer / die Lehrerin mit Darstellungsformen auf der bildlichen und sprachlichen Ebene arbeiten. Als Lehrkraft sollte man immer wieder daran erinnert werden, dass Darstellungsformen eine wichtige lernpsychologische Funktion besitzen. Es gibt Sachverhalte, die von den Heranwachsenden in der einen Darstellung oft besser und schneller verstanden werden als in einer anderen. Zu betonen ist, dass die Lernenden sehr unterschiedlich sind. Während die einen formal-abstrakte Darstellungen bevorzugen, kommen andere damit überhaupt nicht zurecht. Zusammenfassend soll gesagt sein, dass der Wechsel der Darstellungsformen ein großes didaktisches Potenzial mit sich bringt. Die Lehrperson soll versuchen aus einem Lernhindernis eine Verstehenshilfe zu schaffen. Durch den Wechsel zwischen den unterschiedlichen Darstellungsformen entwickelt sich für die Jugendlichen oft ein tieferes Verstehen des Lerninhalts.[30]

An dieser Stelle ist es angebracht, zu beschreiben, was unter dem Begriff „Verstehen“ gemeint ist. In Bezug auf das Lernen in der Schule könnte man behaupten, dass „verstehen“ das Gegenteil von „auswendig lernen“ ist. Wer etwas auswendig lernt, hat meist nicht die kognitiven Fähigkeiten, um den Inhalt zu verstehen. Stepancik weist in ihrer Dissertation darauf hin, dass sich der Begriff des Verstehens (von Mathematik) an vielen Stellen der didaktischen Literatur finden lässt, eine allgemein anerkannte Definition des Begriffes jedoch nicht existiert.[31] Durch eine Befragung von Schülern und Schülerinnen fand Stepancik allerdings heraus, dass man den Begriff „Verstehen“ z. B. als „Fähigkeit Beispiele zu lösen“

[30] Vgl. Leisen 2011, S.8f.
[31] Vgl. Stepancik 2008, S. 52.

ansehen kann. Des Weiteren sieht die Mathematikerin Verstehen als „die Fähigkeit Formeln selbstständig herzuleiten“. Für alle Unterrichtsfächer gilt außerdem, dass Verstehen auch als „Auslöser positiver Emotionen“ betrachtet werden kann. Viele Schülerinnen und Schüler bekommen mehr Selbstsicherheit und Selbstvertrauen, wenn sie Lerninhalte verstehen.[32]

3.6.1. Gegenübersetzung von Alltagssprache und Bildungssprache

Die verschiedenen sprachlichen Register werden oft miteinander verglichen. Die zwei, die jedoch am öftesten gegenübergestellt werden, sind die Alltagssprache und die Bildungssprache. Die Bildungssprache stellt eine deutsche Analogiebildung der Begriffe *„academic language“* oder *„academic discourse“*[33] dar. Im Zusammenhang mit diesen Begrifflichkeiten sollte man vor allem Jim Cummins erwähnen. Er unterschied schon im Jahre 1979 zwischen den alltagssprachlichen Merkmalen, welche er als BICS (Basic Interpersonal Communicative Skills) bezeichnete, und den CALP (Cognitive Academic Language Proficiency), welche bei ihm die kognitiv-akademischen Fähigkeiten darstellten. In weiterer Folge kamen bei Cummins die Bezeichnungen *conversational* und *academic proficiency* in Verwendung. Er wies darauf hin, dass die grundlegenden Kommunikationsfähigkeiten in zirka sechs Monaten bis drei Jahren erworben werden können. Die Entwicklung der schulbezogenen kognitiven Sprachkenntnisse benötigt jedoch ein paar Jahre länger: etwa fünf bis sieben Jahre. Die schriftsprachliche Entwicklung der CALP kann sogar sieben bis zehn Jahre dauern. Zu betonen ist, dass die Bildungssprache ganz und gar nicht auf der Alltagssprache aufgebaut werden muss; die beiden sprachlichen Register können zeitgleich entwickelt werden.[34] Die Lernenden eignen sich BICS in einem informellen Kontext an. Meist wird dazu keine höhere kognitive Leistung erfordert. CALP hingegen wird in einem akademischen Kontext verwendet. Der Gebrauch der Bildungssprache ist nicht nur in der Schule ein Ziel. Nachrichtensendungen in verschiedenen Medien wie Fernsehen und Radio sind z. B. in einer akademischen, gewählten Sprache verfasst. Des Weiteren beinhalten Kundenformulare, Bedienungsanleitungen, Durchsagen u. v. m. bildungssprachliche Aspekte. Wie die Beispiele zeigen ist die Bildungssprache aus dem öffentlichen Leben nicht mehr

[32] Vgl. Stepancik 2008, S. 56.
[33] Vgl. Halliday 1994, Bernstein 1971 und Cummins 2000.
[34] Vgl. Cummins 2000, S. 74.

wegzudenken. Die Beherrschung der CALP ist somit eine notwendige Bedingung, um am gesellschaftlichen Leben teilzunehmen.[35] Nachfolgendes Diagramm soll eine kurze Zusammenfassung der wichtigsten eben gesagten Bemerkungen geben:

Alltagssprache (**BICS = Basic Interpersonal Communicative Skills** = grundlegende Kommunikationsfähigkeiten)	**Bildungssprache** (**CALP = Cognitive Academic Language Proficiency** = schulbezogene kognitive Sprachkenntnisse)
- Beschreibt sprachliche Fähigkeiten in der Alltagskommunikation - Beschreibt Sprachfähigkeiten im interpersonalen Bereich	- Beschreibt sprachliche Fähigkeiten der Bildungssprache - Beschreibt Sprachfähigkeiten im kognitiv akademischen Bereich

Abb. 6

Im nächsten Schritt soll anhand einiger Beispiele aus dem Schulalltag demonstriert werden, welch ein Unterschied zwischen Alltagssprache und Bildungssprache besteht. Folgende Tabelle soll anhand von vier Beispielen zeigen, wie in verschiedenen Unterrichtsfächern ein und derselbe Inhalt in Alltagssprache sowie Bildungssprache formuliert werden kann:

	Alltagssprache	**Bildungssprache**
1.)	„Die bauen dort eine Anlage, wo sie den Müll verbrennen."	„In Heiligenkreuz wird eine Müllverbrennungsanlage errichtet."
2.)	„Wenn der Sauerstoff mit dem Magnesium zusammenkommt, dann gibt das ein weißes Pulver."	„Magnesium reagiert mit Sauerstoff zu Magnesiumoxid."
3.)	„Wenn ich das Essen lange im Mund behalte und ordentlich kaue, dann rutscht es besser runter."	„Durch Kauen im Mund wird die Nahrung mechanisch zerkleinert und mit dem Zusatz von Speichel gleitfähig gemacht."
4.)	„Wir haben von den Etruskern nichts Schriftliches, aber viele Gegenstände aus Ausgrabungen."	„Die Etrusker sind uns weniger durch antike Schriftquellen, als vor allem durch archäologische Zeugnisse bekannt."

Abb. 7

Anhand dieser Tabelle sollen nun einige Merkmale von Bildungssprache bestimmt werden. An dieser Stelle soll festgehalten werden, dass im Unterricht immer die Sprache des jeweiligen Faches miteinfließt, d. h. die Bildungssprache enthält stets fachsprachliche Elemente. Daher gelten folgende Merkmale sowohl für die Bildungs- als auch Fachsprache.

[35] Vgl. Carnevale / Wojnesitz 2014, S. 8.

3.6.2. Merkmale von Bildungs- und Fachsprache

Alleine die Beispiele aus Abbildung 5 lassen einige Merkmale von den speziellen sprachlichen Registern erkennen:

- **Passiv-Formulierungen**: Beispiel 1 zeigt, dass unpersönliche Sätze durch Passiv-Formulierungen ersetzt werden können: *Es wird errichtet*.
- **Fachsprachliche Wendungen**: Das zweite Zitat dient als Beispiel, um zu zeigen, dass in Fachsprachen gewisse fachsprachliche Wendungen benötigt werden. Hier handelt es sich um die ChemikerInnensprache: *…reagiert mit … zu*. (Natürlich könnte man auch sagen: „Wenn man Magnesium und Sauerstoff zusammenmischt, kommt Magnesiumoxid raus." Aber dann würde es sich eben nicht um eine Bildungs-bzw. Fachsprache handeln.)
- **Nominalisierungen**: Das dritte Beispiel aus der Tabelle zeigt, dass Hauptwörter oft anstelle von Zeitwörtern eingesetzt werden: *Mit dem Zusatz von …* .
- **Fachwörter**: Beispiel 4 zeigt exemplarisch, wie reich der Fachwortschatz in den jeweiligen Sprachen ist. Dabei handelt es sich um Wörter, die man in der Alltagssprache nicht verwendet: *antike Schriftquellen, archäologische Zeugnisse.*

Natürlich gibt es neben Fachwörtern, Nominalisierungen, fachsprachlichen Wendungen und Passiv-Formulierungen noch zahlreiche weitere Merkmale der Bildungssprache. Folgende Punkte sollen Beispiele zeigen, die im Mathematikunterricht (aber auch in jedem anderen Unterrichtsfach) auftauchen könnten[36]:

- **Mehrwortkomplexe/Komposita:** Blutsenkgeschwindigkeit, Zylinderkopfmutter
- **Trennbare Verben:** umwandeln (wandelt um), absenken (sinkt ab)
- **Komplexe Attribute (Beifügungen):** die *dem rechten Winkel gegenüberliegende* Seite
- **Alltagssprachliche Begriffe, die als Fachbegriffe eine andere Bedeutung haben**, stellen oft ein sehr großes Problem für die Lernenden da. Ein Beispiel aus der Mathematik wäre das Wort *Periode*. Die meisten Menschen würden, wenn sie dieses Wort hören würden, wohl eher an die alltagssprachliche Bedeutung denken als an die mathematische. (Auf dieses sprachliche Phänomen wird in den Abschnitten 5.2.1. und 6.2. noch näher eingegangen.)

[36] Vgl. Carnevale / Wojnesitz 2014, S. 9.

- **Textsorten:** Mit dem Erlernen der Bildungssprache geht der Erwerb verschiedener Textsorten einher: Versuchsprotokoll, Schulbuch-Text, Mathematik-Textaufgabe, Zeitungsartikel, Diagramm, Statistik u. v. m.

Diese besonderen sprachlichen Merkmale treten bereits in sehr frühen Schuljahren auf. Dies soll folgende Mathematikaufgabe zeigen, welche für das dritte Lernjahr konzipiert wurde:

> *„In einem Spielwarengeschäft wird folgendes Angebot gemacht: Sechs Ritterfiguren und sechs passende Pferde dazu kosten in einem Set 38 €. Der Kauf von Einzelfiguren ist auch möglich. Tom schaut sich die Preisschilder der Einzelfiguren an: ein Ritter für 4 €, ein Pferd für 3 €. Nun überlegt er, was billiger ist: der Kauf des Sets mit zwölf Figuren oder der Einzelkauf? Wie viel Euro genau kann er sparen?“*[37]

Die Aufgabenstellung macht klar, dass die Kinder sowohl sprachliche Fähigkeiten als auch mathematische Fähigkeiten und Weltwissen benötigen, um auf eine Lösung zu kommen. Werden die sprachlichen Merkmale genauer betrachtet, kann man eine Vielzahl an den zuvor beschrieben Besonderheiten feststellen:

- **Passiv-Formulierungen**: … *wird* folgendes Angebot *gemacht*.
- **Mehrwortkomplexe:** Spielwarengeschäft
- **Fachwörter:** Einzelfigur, Einzelkauf, …
- **Nominalisierungen**: der *Kauf* von Einzelfiguren
- **Textsorte:** Mathematik-Textaufgabe
- **Verweiswörter:** *folgendes* Angebot (Verweiswörter sind in der bisherigen Aufzählung der sprachlichen Merkmale der Bildungssprache noch nicht vorgekommen, stellen für viele Lernende aber eine Hürde dar.)

In diesem Unterkapitel wurden bisher sprachliche Besonderheiten der Bildungssprache aufgezählt, ohne diese jedoch in verschiedene Kategorien einzuteilen. Generell kann gesagt werden, dass es in Bezug auf die Schwierigkeiten mit der Sprache im Fachunterricht vier Bereiche gibt, die zu unterscheiden sind:

[37] MATHE-TEXTAUFGABEN.DE 2011.

- Morphologie und Syntax der Fachsprache
- fachtypische Sprachstrukturen
- Fachinhalte
- spezifische Struktur von Fachtexten

Morphologie und Syntax der Fachsprache

Abbildungen 8 und 9 sollen einen von Leisen erstellten Überblick über die morphologischen und syntaktischen Besonderheiten der Fachsprache ermöglichen.

Morphologische Besonderheiten der Fachsprache	
schwierige Begriffe	**Beispiele**
viele Fachbegriffe	Induktion, Spannung, Elektron, Entropie, Axon, Radikal
Verwendung von Adjektiven auf –bar, -los, -reich usw. und mit Präfix nicht, stark, schwach	Sauerstoffarm, energiereich, nicht rostend, schwach leitend
gehäufte Verwendung von Komposita	Heizbatterie, Wirbelstrombremse, Gleichspannungsquelle
viele Verben mit Vorsilben	weiterfliegen, zurückfließen, fließen … zurück
Gehäufte Nutzung substantivierter Infinitive	das Abkühlen, das Verdampfen
die Verwendung von Zusammensetzungen und von fachspezifischen Abkürzungen	UV-Strahlung, 60-Watt-Lampe, V für Volt

Abb. 8

Syntaktische Besonderheiten der Fachsprache	
schwierige Sätze	**Beispiele**
viele verkürzte Nebensatzkonstruktionen	Taucht ein Körper in eine Flüssigkeit ein …
gehäufte Nutzung unpersönlicher Ausdrucksweisen	In Oszilloskopen und beim Fernsehen benutzt man Braun‘sche Röhren.
Verwendung komplexer Attribute anstelle von Attributsätzen	… eine nach oben wirkende Auftriebkraft …
gehäufte Verwendung erweiterter Nominalphrasen	Beim Übergang vom optisch dichteren in den optisch dünneren Stoff…
gehäufte Verwendung von Passiv und Passiversatzformen	Sie wird durch die Heizbatterie H zum Glühen erhitzt. Die Flamme lässt sich regulieren.

Abb. 9

Die zwei Tabellen zeigen, dass die Zusamensetzung und der Aufbau einzelner Worte sowie der Satzbau der Bildungssprache ganz speziell sind. Diese Besonderheiten stellen für die Mädchen und Buben Hürden dar, weil sie in der Alltagssprache kaum auftreten.

Fachtypische Sprachstrukturen

Zu jeder Fachsprache gehören fachtypische Ausdrücke und Sprachstrukturen. Diese haben dort eine andere Bedeutung als in der Alltagssprache. Man sagt dann, dass sie semantisch anders belegt sind. (Ein Bruch in der Mathematik ist z. B. etwas anderes als ein Bruch in der Alltagssprache; mehr dazu im Abschnitt 6.2.). Schüler und Schülerinnen müssen also lernen, dass solche speziellen Begriffe im Fach neu semantisiert werden müssen.

Zusätzlich gibt es in Sachtexten oft komplexe fachtypische Sprachwendungen. Ein Beispiel aus der Physik dient besonders gut zur Anschauung: Hier gibt es die Sprachwendungen „eine Kraft ausüben“ bzw. „eine Kraft erfahren“. Die meisten Menschen, die noch keine Fachexperten sind, verwenden jedoch meist die fachlich falsche alltagssprachliche Formulierung und sagen daher „eine Kraft haben“. Physiker und Physikerinnen würden den Laien jedoch darüber aufklären, dass die Kraft in der Physik eine „intensive“ und keine „extensive“ Größe ist. Des Weiteren hat sie als Wechselwirkungsgröße keinen Mengencharakter und kann daher nicht gespeichert werden. Deswegen ist es nicht möglich, „Kraft zu haben“. Dieses Beispiel macht deutlich, dass bei Jugendlichen, die die alltagssprachliche Sprachwendung benützen, oft eine falsche fachliche Vorstellung vom Kraftkonzept besteht. Bei einer solchen Art von Fehlern muss also sowohl eine sprachliche als auch eine fachliche Korrektur vorgenommen werden.[38]

Fachinhalte

Auch die fachlichen Inhalte des Unterrichts können bei Lernenden zu Verstehensproblemen führen. Nicht vergessen sollte man in diesem Bereich die Darstellungsformen des Faches: Hierzu zählen unter anderem Tabellen, Grafen, Diagramme, Bilder, Karten, Skizzen und Formeln. Wichtig ist, dass die Schüler und Schülerinnen in den Umgang mit diesen Darstellungsformen eingeführt werden. Sachtexte sind meist argumentativ und in der

[38] Vgl. Leisen 2011, S. 11.

Gedankenführung sehr verdichtet. Die Verdichtung verstärkt die Komplexität und Kompliziertheit der Sachverhalte. Dies führt dazu, dass die Heranwachsenden die Fachtexte noch weniger verstehen. Viele Schultexte weisen sogenannte „Leerstellen“ auf: Das sind Stellen, an denen bei einem aufmerksamen Schüler / bei einer aufmerksamen Schülerin Fragen entstehen, für welche im Text jedoch keine Antwort gefunden werden kann.[39]

Struktur von Fachtexten

Sachtexte haben immer einen spezifischen Aufbau. Das Rezipieren eines solchen Textes ist daher ein ziemlich komplexer Vorgang. Deshalb muss den Lernenden auch die Technik des Lesens von Fachtexten erklärt werden. Die Einzelkompetenzen, die dafür benötigt werden, stehen im engen Zusammenhang mit der Sprachwelt des jeweiligen Unterrichtfaches.

Im Allgemeinen ist die Struktur eines Fachtextes durch nachfolgende Besonderheiten gekennzeichnet:

- *„die Einführung von Begriffen, Text-Bild-Bezügen bzw. Bezügen zu anderen;*
- *Darstellungsformen;*
- *eingefügte Beispiele;*
- *erläuternde und illustrierende Zusätze;*
- *Verallgemeinerungen und Generalisierungen;*
- *eingebundene Experimente;*
- *induktives oder deduktives Vorgehen;*
- *explizite oder implizite Rückgriffe auf Vorwissen;*
- *hoch verdichtete Merksätze sowie Ausblicke auf weiterführende Fragen.“*[40]

[39] Vgl. Leisen 2011, S. 11.
[40] Leisen 2011, S. 12.

4. Sprachsensibler Fachunterricht

Jeder von uns hat schon einmal von bilingualem Unterricht gehört. Der Begriff „Bilingualer Sachfachunterricht“ versucht eigentlich den englischen Ausdruck „Content and Language integrated Learning (CLIL)“ zu umschreiben. Man muss aber sagen, dass die deutsche Ausdrucksweise im Vergleich zur angloamerikanischen nicht wirklich perfekt ist. CLIL weist nämlich viel besser darauf hin, dass Sprache und Inhalt gemeinsam gelernt werden. Dennoch meinen beide Begriffe im Großen und Ganzen dasselbe. Besucht man einen bilingualen Zweig werden mehrere Sachfächer in einer Schulfremdsprache unterrichtet. Im Gegensatz zum Fremdsprachenunterricht ist die Sprache im bilingualen Unterricht nicht nur Lerngegenstand, sondern sie dient als Medium zum Erlernen fachlicher Inhalte.[41]

4.1. Definition

Manche Leser und Leserinnen der Diplomarbeit stellen sich jetzt vielleicht die Frage, warum der bilinguale Unterricht im Kapitel des sprachsensiblen Fachunterrichts erwähnt wird. Es ist sinnvoll, CLIL vor dem sprachsensiblen Unterricht einzuführen, da sich letzteres aus ersterem entwickelt hat. Dennoch gibt es einige Unterschiede: Den bilingualen Unterricht entwickelte man primär aus fremdsprachdidaktischer Perspektive. Hinzu kommt, dass man mit dem CLIL-Konzept immer mehrheitsangehörige und leistungsstarke Schüler und Schülerinnen verbindet. Man könnte sagen, es handelt sich um eine Mehrsprachigkeitsdidaktik, die für sprachlich und kulturell heterogene Lerngruppen geschaffen wurde. Der sprachsensible Fachunterricht in Österreich wird hingegen immer im Kontext einer durchgängigen Sprachbildung gesehen und passt eher ins Konzept von Deutsch als Zweitsprache. Er orientiert sich am Fachunterricht an deutschen Auslandsschulen und berücksichtigt, wie diese mit dem fachlichen Unterricht in einer anderen als der Erstsprache umgeht. [42]

Josef Leisen ist die Person, die man im Zusammenhang mit sprachsensiblem Fachunterricht unbedingt im Kopf haben sollte. Er versteht darunter „den bewussten Umgang mit Sprache beim Lehren und Lernen im Fach […], denn Sprache ist […] Grundvoraussetzung für das

[41] Vgl. Rösch 2011, S. 209.
[42] Vgl. Rösch 2011, S. 211.

Verstehen und Kommunizieren im Fach.“[43] Sprachsensibler Fachunterricht ist dazu da, „die Sprache an und mit den Fragestellungen des Fachs“ zu fördern. Man könnte ihn auch als „ausdrückliche Maßnahme zur Kompetenzförderung sprachschwacher Lerner mit und ohne Migrationshintergrund beim Sprechen, Lesen und Schreiben“ bezeichnen. Wenn sprachsensibler Fachunterricht stattfindet, werden die Schüler und Schülerinnen in „fachlich authentische, aber bewältigbare Sprachsituationen gebracht“. Lehrpersonen sollen darauf Acht geben, dass die Sprachanforderungen „knapp über dem individuellen Sprachvermögen“ anzusiedeln sind. Man sollte den Lernenden nicht zu viel, aber auch nicht zu wenig Stütze geben: „Die Lerner erhalten so wenige Sprachhilfen wie möglich, aber so viele, wie individuell zur erfolgreichen Bewältigung der Sprechsituation nötig.“[44]

Josef Leisen entwickelte das didaktische Dreieck der Sprachförderung. Dieses macht deutlich, dass zu einer erfolgreichen Sprachförderung sowohl Fachlernen als auch Fremdsprachenlernen sowie Sprachlernen dazugehören. In Folge dessen zeigt es auch, dass zur Didaktik der Sprachförderung die Fachdidaktik sowie die Fremdsprachendidaktik und Fachsprachendidaktik zusammenwirken.

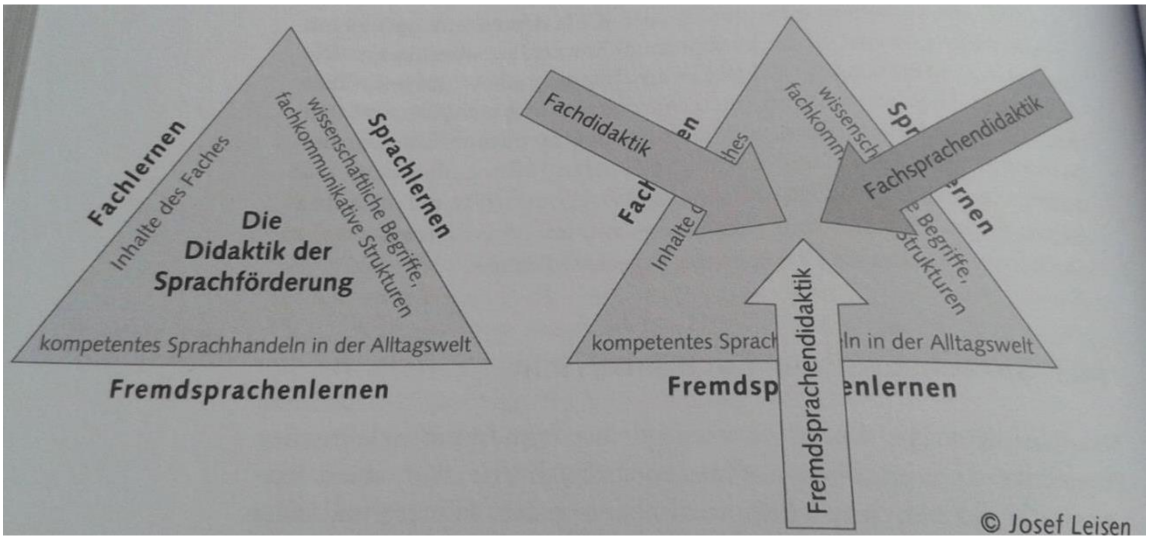


Abb. 10

Am liebsten wird dieses Konzept im Mathematikunterricht und anderen naturwissenschaftlichen Fächern verwendet. Zunächst einmal sollte man sich darüber Gedanken machen, was Fachsprache eigentlich für Schüler und Schülerinnen bedeutet. Zur

[43] Leisen (3) 2010, S. 3.
[44] Leisen (3) 2010, S. 6.

Fachsprache gehören ja nicht nur Fachbegriffe, sondern auch fachsprachliche Strukturen (vgl. Abschnitte 3.3. und 3.6.).

Einleitend sollte man den Lernenden erklären, dass Fachbegriffe, selbst wenn sie auch in der Alltagssprache vorhanden sind, eine eigene fachwissenschaftliche Bedeutung haben. Wie in Abschnitt 3.6.2. schon einmal erwähnt, ist ein Bruch im alltäglichen Sprachgebrauch (z. B. ein Beinbruch) etwas anderes als ein Bruch in der Mathematik (z. B. ¾). Fachbegriffe sollten also stets mit Alltagsbegriffen verglichen werden (vgl. auch Abschnitt 6.2.). Was die Struktur angeht, muss festgehalten werden, dass in der Fachsprache sehr viel Wert auf sprachliche Dichte gelegt wird. Komplexe Nominalphrasen und Attribute sind oft ein Hindernis für mehrsprachige Heranwachsende.[45] Auch mit der häufigen Verwendung des Passivs müssen viele Kinder erst zurechtkommen. Das Passiv wird in der Fachsprache nämlich sehr oft verwendet mit dem Ziel, auf Allgemeingültigkeit bzw. Wissenschaftlichkeit hinzuweisen.[46]

Gaeberth und Bannwarth akzentuieren, dass sich fachliches Verständnis auch stark durch die Sprache offenbart.[47] Haben Schüler und Schülerinnen ein Themengebiet gut verstanden, können sie besser darüber sprechen. Dasselbe gilt umgekehrt: haben Lernende ein Sprachwissen zur Verfügung, mit dem sie gut umgehen können, können sie den fachlichen Inhalt schneller und besser begreifen. „Das fragmentarische Beantworten in Schlagworten“ ist Gaberth und Bannwarth ein Dorn im Auge. Lernende verwenden beispielsweise oft das Pfeilzeichen (→) und verzichten dadurch auf Kausal- und Finalsätze. Klar ist, dass dies oft als zeitsparend und einfacher erscheint, dennoch betonen die beiden, dass auch in naturwissenschaftlichen Fächern und im Mathematikunterricht geeignete sprachliche Mittel unverzichtbar sind. Denn „eine absolute, ohne Bezug zu bestimmten Voraussetzungen, Gegebenheiten, Bedingungen und Zusammenhängen formulierte ‚Wahrheit‘ gibt es nicht oder sie erscheint bei genauerer Betrachtung als nichtssagend oder sinnlos“.[48]

Eine enge Verbindung von Fach und (Fach-)Sprache ist also unbedingt notwendig. D. h. um einen erfolgreichen sprachsensiblen Fachunterricht durchzuführen, reicht es nicht aus, nur eine gute fachdidaktische Ausbildung zu haben. Die Fachsprachendidaktik ist genauso wichtig. Wenn das didaktische Dreieck der Sprachförderung von Leisen aber noch einmal in

[45] Vgl. Rösch 2011, S. 212.
[46] Vgl. Rösch 2011, S. 213.
[47] Vgl. Gaebert/Bannwarth 2010, S. 159.
[48] Gaebert/Bannwarth 2010, S. 161.

Erinnerung gerufen wird, fehlt noch die Zweitsprach- bzw. Fremdsprachdidaktik. Diese wird von Fachdidaktikern und Fachdidaktikerinnen aber leider nicht immer beherrscht, zumindest nicht ausreichend. Eine enge Zusammenarbeit zwischen Fach- und Zweitsprachendidaktikern / Zweitsprachendidaktikerinnen wäre daher wünschenswert. Im Schulalltag könnte dies z. B. durch Teamteaching oder fächerübergreifenden Fach- und DaZ-Unterricht realisiert werden. Die DaZ-Lehrer und DaZ-Lehrerinnen könnten die Fachlehrer und Fachlehrerinnen unterstützen, indem sie die Sprachkompetenz der mehrsprachigen Kinder feststellen und im Anschluss ein passendes Sprachförderprogramm für die einzelnen Lernenden in den unterschiedlichen Fächern zusammenstellen. Dafür haben die Fachlehrer und Fachlehrerinnen (wie bereits in Kapitel 2 erwähnt) nämlich meist nicht die ausreichende Ausbildung. [49]

Viele Fachlehrkräfte stehen der Tatsache, wertvolle Unterrichtszeit diversen Sprachübungen zu widmen, kritisch gegenüber. Den meisten ist es wichtiger, bei den ohnehin wenigen Unterrichtsstunden den Stoff durchzubekommen (vgl. Kapitel 2). Diese Lehrpersonen sollte man überzeugen, dass die Förderung der Sprachaufmerksamkeit ganz wesentlich ist.

In einer deutschen Realschule führte man z. B. folgendes Projekt in einem naturwissenschaftlichem Fach durch: Von den drei neunten Klassen, die es in einem Jahrgang gab, erhielt eine Klasse über einen gewissen Zeitraum einen sprachsensiblen Unterricht, die anderen Parallelklassen erhielten den üblichen Fachunterricht. Um zu überprüfen, welches Lehren und Lernen für die Schüler besser ist, wurden sowohl Sprachtests als auch Klassenarbeiten durchgeführt. Diejenige Klasse, die dem sprachsensiblen Unterricht beiwohnte, schnitt bei allen Überprüfungen besser ab.[50] Durch das Projekt an der deutschen Schule stellte sich also heraus,

> *„[…] dass es nicht von Nachteil war, den Unterrichtsstoff im Umfang zu reduzieren. Die im Unterricht behandelten Termini, Sachverhalte und Zusammenhänge waren von den Schüler/innen bewusster aufgenommen und so verarbeitet worden, dass sie selbstständig sprachlich wiedergegeben werden konnten. Das heißt, dass man in diesem Fall von einem gefestigten Fachwissen ausgehen kann“.*[51]

[49] Vgl. Rösch 2011, S. 214.
[50] Vgl. Rösch 2011, S. 215.
[51] Klare/Wassermann 2010, S. 172.

4.2. Abgrenzung zum fachsensiblen Sprachunterricht

Wichtig ist es, den sprachsensiblen Fachunterricht nicht mit dem fachsensiblen Sprachunterricht zu verwechseln. Fest steht, dass beide Formen des Unterrichts zur Deutschförderung beitragen. Bei letzterem handelt sich jedoch um DaZ-Fördermaßnahmen, die einen Bezug zu den Fächern herstellen. Es wird im Sprachförderunterricht also ein Bezug zu dem, was z. B. im Matheunterricht gemacht worden ist, hergestellt. Der Sprachunterricht ist also als kein reiner Sprachunterricht mehr zu verstehen, sondern es wird ein großer Wert auf die Beziehung zwischen Sprachförderung und fachlichen Inhalten gelegt. Die sprachlichen Herausforderungen der einzelnen Fächer stehen dabei im Mittelpunkt.

Während beim sprachsensiblen Fachunterricht im Allgemeinen sowohl Kinder mit als auch ohne Migrationshintergrund gefördert werden sollen, zielt der fachsensible Sprachunterricht primär darauf ab, DaZ-Kinder zu fördern. Ein weiterer wichtiger Unterschied zwischen fachsensiblem Sprachunterricht und sprachsensiblem Fachunterricht besteht darin, dass der fachsensible Sprachunterricht eine additive Maßnahme ist, wohingegen der sprachsensible Fachunterricht als integrierter Teil im Regelunterricht zu verstehen ist.[52]

[52] Vgl. Dirim 2013, S. 15.

5. Sprachliche Herausforderungen im Fachunterricht

5.1. Gründe für sprachliche Schwierigkeiten

Jedes Fach besitzt eine besondere Kultur der mündlichen und schriftlichen Kommunikation. Man könnte sagen, jeder Gegenstand hat eine eigene „Sprachwelt“. Speziell in naturwissenschaftlichen und sozialwissenschaftlichen Fächern entstehen bei der Aneignung der bildungssprachlichen Besonderheiten oft Schwierigkeiten. Es gibt mehrere Gründe, warum es zu diesen Hürden kommt. Folgende Liste soll die wichtigsten Gründe für sprachliche Schwierigkeiten im Fachunterricht nennen[53]:

Mündlichkeit im Vordergrund

Meist ist es im Fachunterricht so, dass die Mündlichkeit ausgeprägter ist als die Schriftlichkeit. D. h. bei den Lehr- und Lernprozessen steht das Schreiben seltener im Vordergrund. Diese Tatsache resultiert oft darin, dass den Schülerinnen und Schülern ein gewisses sprachliches Repertoire fehlt, wenn sie bei schriftlichen Leistungsüberprüfungen und Mitarbeitskontrollen ihr Wissen unter Beweis stellen sollen. Durch die überwiegende Mündlichkeit im Fachunterricht fehlen also oft sprachlich und fachlich korrekte Ausdrücke bei der schriftlichen Arbeit.

Probleme im Leseverstehen

Nicht außer Acht lassen sollte man die Probleme beim Leseverstehen. Oft entstehen diese für manche Lernende schon bei einfachen Texten. Eine wirkliche Hürde stellen fehlende Lesekompetenzen bei komplexeren Texten dar.

Spracharmes Elternhaus

Als Lehrkraft darf man nicht erwarten, dass jedes Kind im Elternhaus ausreichend sprachlich versorgt wird. Bei einigen Schülerinnen und Schülern muss man davon ausgehen, dass das Elternhaus bzw. das Umfeld generell zu wenig sprachliche Anregung bietet.

DAZ-Kinder

Viele Lernende mit Migrationshintergrund haben sprachliche Probleme. Diese sprachlichen Defizite sind oft in den fehlenden bildungssprachlichen Kompetenzen der Erstsprache

[53] Vgl.: Carnevale / Wojnesitz 2014, S. 11.

anzusiedeln. Denn erst wenn gewisse Kompetenzen in der Erstsprache gefestigt sind, können diese auch in der Zweitsprache erworben werden.
Einige Leser und Leserinnen der Diplomarbeit werden sich jetzt natürlich denken: „Wie soll denn das gehen? In Österreich wird ja nur auf Deutsch unterrichtet und nicht auf Türkisch oder einer anderen Sprache.“ Diesbezüglich soll gesagt sein, dass die betreffenden Kinder zumindest zuhause ausreichend ihre Erstsprache sprechen sollen, um diese zu festigen. Die meisten Österreicher und Österreicherinnen denken sich zwar, dass Migranten und Migrantinnen möglichst nur Deutsch sprechen sollen, damit die neue Sprache schnell gelernt wird; weil aber gewisse Kompetenzen der Zweitsprache eben erst durch die gefestigte Erstsprache gelernt werden können, ist der regelmäßige Gebrauch der Erstsprache äußerst wichtig. Es sollte daher nicht als verpönt angesehen werden, wenn DaZ-Kinder untereinander und im Kreise der Familie ihre Herkunftssprache sprechen.

Sprachnot

Sprachnot ist eines der Probleme, welches Schülerinnen und Schüler am meisten demotiviert. Wenn Fachinhalte abstrakter und komplexer werden, so wird im Regelfall auch die sprachliche Darstellung komplexer. Wenn wichtige Fachbegriffe und Sprachstrukturen nicht vorhanden sind, geraten die Lernenden in Sprachnot, weil in der Alltagssprache oft keine Umschreibungen zur Verfügung stehen. Schülerinnen und Schüler, die eine solche Situation kommen, fühlen sich meist hilflos.

Fehlen gezielter Hilfestellungen

Ein weiterer Grund für sprachliche Schwierigkeiten im Fachunterricht stellt die Tatsache dar, dass es oft zu wenige gezielte Hilfestellungen gibt, bei denen Sprach- und Fachlernen miteinander in Beziehung gesetzt werden.

Fehlende fachliche Ausbildung der Lehrkräfte

Viele Lehrerinnen und Lehrer haben oft keine ausreichende Ausbildung, um auf die sprachlichen Schwierigkeiten der Lernenden eingehen zu können. Dies erfordert nämlich auch ein hohes Maß an Differenzierung (vgl. Kapitel 2).

Fehlmeinung anderer Fachlehrkräfte

Die meisten Fachlehrkräfte sind der Meinung, dass es grundsätzlich die Aufgabe der Deutschlehrpersonen ist, die sprachliche Bildung zu vermitteln.

Wie diese Auflistung zeigt, gibt es mehrere Dimensionen der Ursachen für sprachliche Schwierigkeiten. Fakt ist allerdings, dass die sprachlichen Schwierigkeiten der Lernenden erkannt werden müssen. Nur so kann eine Sprachförderung im Fach gewährleistet werden. Natürlich wird es einer Nicht-Deutschlehrkraft nicht immer möglich sein, alle sprachlichen Schwierigkeiten zu erkennen; dennoch sollten alle Lehrpersonen versuchen, diese Herausforderung anzunehmen. Um damit leichter zu Recht zu kommen, sollten sich Lehrer und Lehrerinnen bei Deutsch-Kolleginnen und -Kollegen Rat holen, bzw. auch mit anderen Lehrkräften kommunizieren. Oft ist es nämlich der Fall, dass die Lernenden nicht nur in einem Fach sprachliche Schwierigkeiten haben.

5.2. Merkmale sprachlicher Schwierigkeiten und mögliche Fördertipps

In Kapitel 3 wurde schon auf die Merkmale von Bildungs- und Fachsprache hingewiesen. Diese morphologischen und syntaktischen Besonderheiten der Fachsprache stellen oft Hindernisse für die Lernenden dar. Die nachfolgenden sprachlichen Verhaltensweisen deuten meist darauf hin, dass die Lernenden sprachliche Probleme haben. Wenn Lehrern und Lehrerinnen diese Verhaltensweisen auffallen, sollten sie die Lernenden gezielt fördern. Wichtig ist darauf hinzuweisen, dass die folgenden sprachlichen Handlungsweisen sowohl bei Kindern mit Erstsprache Deutsch als auch bei Mädchen und Buben mit Zweitsprache Deutsch auftreten können.

1. Alltags- und Fach-(Bildungs-)sprache werden vermischt.
2. Der Wortschatz ist begrenzt, eine Suche nach (Fach-)Begriffen findet statt.
3. Einsilbige Antworten werden gegeben, ganze Sätze werden vermieden.
4. Schwierigkeiten beim Lesen von Fachtexten treten auf.[54]

[54] Vgl.: Carnevale / Wojnesitz 2014, S. 11.

5.2.1. Vermischen von Alltags- und Bildungssprache / Fachsprache

Im Fachunterricht wird darauf wertgelegt, die angemessene facheigene Bildungssprache zu lehren und zusätzlich die aktive Verwendung zu unterstützen. Im Schulalltag drücken sich die Lernenden jedoch häufig in der Umgangssprache aus; aus dem einfachen Grund, weil Lernen in der Schule als interaktiver Prozess gilt. Findet ein fragend-entwickelnder Unterricht statt, drücken die Lernenden das, was sie schon wissen, in der Alltagssprache aus. Zu diesem Zeitpunkt verfügen sie ja noch nicht über die fachsprachlichen Mittel, welche für das zu erarbeitende Thema notwendig wären. Fest steht also, dass der Fachunterricht die Alltagssprache und das Vorwissen der Schülerinnen und Schüler als Basis hat.

Als Lehrkraft sollte man sich bewusst sein, dass es zwar gut ist, wenn Lerner und Lernerinnen eine Aufgabe in der Umgangssprache zu lösen versuchen, weil somit die Kommunikation gesichert ist. Allerdings ist es sehr wichtig, die Schülerinnen und Schüler mit der Bildungs- bzw. Fachsprache zu konfrontieren, damit das sprachliche Repertoire erweitert wird. Die Erweiterung des sprachlichen Repertoires ist jedoch nicht der einzige Zweck der Konfrontation mit den verschiedenen sprachlichen Registern: Gerade im Fach Mathematik können manche Sachverhalte nur in der Fachsprache genau beschrieben werden. Als Lehrperson sollte man von dem Gedanken abweichen, dass es produktiv ist, wenn man Schüler und Schülerinnen schont, in dem man sie ständig die Umgangssprache verwenden lässt. Die Lernenden sollten so oft wie möglich herausgefordert werden, die Bildungssprache zu verwenden.

Folgende Tipps könnten nützlich sein, um die Lernenden zur Verwendung der Bildungssprache zu motivieren[55]:

- Die Lehrperson sollte selbst von Anfang an konsequent und gezielt Bildungssprache einsetzen. Man sollte die Verwendung der Bildungssprache nicht von den Lernenden fordern, wenn man sie selbst nicht einsetzt.
- Die Lernenden sollten regelmäßig darauf aufmerksam gemacht werden, dass Bildungssprache bei Vorträgen, Wiederholungen und Prüfungsgesprächen Gebrauch finden sollte. Auch in anderen Situationen (ExpertInnengespräch…) sollte immer wieder auf das richtige sprachliche Repertoire hingewiesen werden.

[55] Vgl.: Carnevale / Wojnesitz 2014, S. 12.

- Alltagssprache und Dialekt sollten nicht immer vermieden werden. Oft gibt es Situationen, in denen deren Verwendung angebracht ist. Z. B. wäre ein Einsatz bei der Klärung von Fachwörtern sinnvoll. Zugleich könnte die Lehrperson auch die Unterschiede zwischen Fach- und Umgangssprache behandeln.
- Wichtig ist es, die verschiedenen Sprachen der Lernenden wertzuschätzen. Bespricht man z. B. Begriffe aus Alltags- und Umgangssprache, kann der Lehrer / die Lehrerin die einzelnen Sprachen miteinbeziehen. Es gibt Wörter, für die man in manchen Teilen Österreichs andere Begriffe verwenden kann, welche in einer anderen Sprache dann den gleichen Wortstamm haben könnten. So ist es z. B. möglich, Kroatisch, Türkisch und andere Sprachen nicht zu unterdrücken. Lehrer und Lehrerinnen aus den verschiedenen Fächern müssen dafür nicht eine Vielzahl an Sprachen sprechen können bzw. eine Mehrsprachigkeitserfahrung haben. Sie sollten lediglich darüber Bescheid wissen, welche Sprachen in den Klassen gesprochen werden; dann können sie im Internet Kleinigkeiten ganz einfach recherchieren. (Wenn im Mathematikunterricht in einer Textaufgabe z. B. das Wort „Kartoffel“ vorkommt, könnte man als Lehrperson die Schüler und Schülerinnen fragen, ob sie ein anderes Wort kennen. Die meisten werden wahrscheinlich den Begriff „Erdapfel“ kennen. Ein paar könnten zusätzlich vielleicht aber auch das Wort „Krumbirn“ nennen. Bei diesem Ausdruck könnte man dann darauf hinweisen, dass es im Kroatischen ebenfalls „krumpir“ heißt. Hat man türkische Lernende in der Klasse, könnte man im Anschluss noch fragen, wie der Begriff auf Türkisch lautet. Im Türkischen gibt es „patates“. Dieses Wort kann man dann wiederum mit der englischen Form vergleichen.)

5.2.2. Fehlender (Fach-)Wortschatz

Wie auch fast alle anderen Menschen haben Schülerinnen und Schüler Angst, Fehler zu machen. Dies ist ein Grund, warum sie auch oft versuchen, neue Sprachstrukturen zu umgehen. Stattdessen probieren sie, mit Hilfe einer Umschreibung den gewünschten Inhalt auszudrücken. Gerade in der Mathematik gibt es aber oft sehr genaue Fachdefinitionen, die man nicht umschreiben kann, weil die Inhalte sprachlich verdichtet sind. Ein Beispiel wäre der Lehrsatz des Pythagoras, welcher folgendermaßen lautet:

„In einem rechtwinkeligen Dreieck ist die Summe der Flächeninhalte der Kathetenquadrate gleich dem Flächeninhalt des Hypotenusenquadrates.“

Niemandem wird es möglich sein, diesen Inhalt mithilfe der Umgangssprache genau zu umschreiben. Daher sollte man als Lehrkraft stets darauf achten, dass die Lernenden nicht in Definitionsnot geraten. Folgende Tipps könnten dabei hilfreich sein[56]:

- Als Lehrkraft sollte man Methoden nützen, die es ermöglichen, Fachwörter und fachspezifische Strukturen zur Verfügung zu stellen. Lernplakate oder Wortlisten eignen sich z. B. sehr gut, um das Gewünschte zu präsentieren und zu üben.
- Möglichst oft sollte versucht werden, Sachinhalte zu umschreiben. Wortgeländer oder Zuordnungsaufgaben können dabei hilfreich sein.
- Schüler und Schülerinnen profitieren sehr oft davon, wenn man ihnen Satzmuster zur Verfügung stellt.
- Für manche Fachlehrer und Fachlehrerinnen mag es vielleicht lächerlich klingen, aber in jedem Fachunterricht ist es sinnvoll, Vokabelhefte führen zu lassen. Darin müssen nicht nur Einzelwörter vorkommen; wertvoll ist es z. B., Beispielsätze zu bilden, um die Wörter in den richtigen Kontext zu bringen. Zusätzlich könnte man auch auf das Schulbuch gezielt verweisen, damit die Lerner und Lernerinnen selbst wichtige Dinge nachschlagen können. Für DaZ-Lernende sollte man bei Vokabelheftern auf jeden Fall Artikel und Pluralendung hinzufügen, falls ein Nomen auftritt.
- Glossare in Schulbüchern sollte man nicht vernachlässigen. Möglich ist es z. B. auch, Glossare über Internetplattformen von den Lernenden selbst erstellen zu lassen und diese dann schulstufenübergreifend zu ergänzen.
- Nicht vergessen sollte man als Lehrperson, den Schülern und Schülerinnen zu erklären, wie man seriöse Inhalte im Internet findet und übernimmt. Webseiten, die nicht seriös sind, tragen sicher nicht zu einer Erweiterung des Wortschatzes bei.

5.2.3. Einsilbige Antworten / Vermeiden vollständiger Sätze

Sprachprobleme erkennt man oft auch daran, wenn Schüler und Schülerinnen auf Fragen nur einsilbige Antworten geben und generell ganze Sätze vermeiden. Folgende Tipps könnten für eine Lehrperson in einer solchen Situation hilfreich sein[57]:

[56] Vgl.: Carnevale / Wojnesitz 2014, S. 13.

- Wichtig ist es, dass der Lehrer / die Lehrerin für ein positives und ermutigendes Lernklima sorgt.
- Schüler und Schülerinnen müssen genügend Zeit zum Beantworten einer Frage bekommen. Im Schulalltag bekommen Lerner und Lernerinnen meist nur ein bis zwei Sekunden Zeit für die Beantwortung einer Frage. Meist werden von den Schülerinnen und Schülern im Fachunterricht aber kognitiv anspruchsvolle Leistungen erwartet, deshalb sollten sie mindestens drei bis fünf Sekunden Zeit bekommen, um die Frage kognitiv und sprachlich bewältigen zu können. (Lehrer und Lehrerinnen können versuchen, die Sekunden still mitzuzählen. Dann werden sie bemerken, wie „schwer" es ist, fünf Sekunden auf eine Antwort zu warten.)
- Fördernd ist es, wenn die Lehrkräfte so viele Redemittel wie möglich zur Verfügung stellen. Im Mathematikunterricht sind Redemittel beispielsweise bei der Beschreibung von Graphiken und Diagrammen sehr beliebt. Wenn Schüler und Schülerinnen Satzanfänge oder gewisse Phrasen präsentiert bekommen, tun sie sich leichter, die Inhalte zu interpretieren.
- Damit die Lernenden oft in Situationen kommen, in denen sie üben können, einsilbige Antworten zu vermeiden und ganze Sätze zu formulieren, sollte versucht werden, den Sprechanteil der Schülerinnen und Schüler möglichst hoch zu halten. Dafür empfehlen sich schülerInnenaktive Unterrichtsformen.
- Neben der mündlichen Übung von neu eingeführten Strukturen sollten die Lehrer und Lehrerinnen diese auch mit Schreibaufträgen üben und festigen lassen.
- Fest steht, dass der mündliche Anteil in einem Fachunterricht größer ist als der schriftliche, daher sollte das Schreiben nicht vergessen werden. Setzt eine Lehrkraft z. B. schriftliche Lernzielkontrollen als Teil der Leistungsbeurteilung in ihrem Unterricht ein, so sollten die Lernenden im Vorhinein auch die Möglichkeit geboten bekommen, Fachinhalte schriftlich zu behandeln. Der schriftliche Umgang ermöglicht es die Fachinhalte zu reflektieren, festigt den Umgang mit den Strukturen der Bildungssprache und fördert somit schlussendlich die Wissensaneignung.

[57] Vgl.: Carnevale / Wojnesitz 2014, S. 13.

5.2.4. Fehlende Lesekompetenz bei Sachtexten

Im Fachunterricht ist es von äußerster Wichtigkeit, das sinnerfassende Lesen zu fördern, denn sehr viele Kinder haben Schwierigkeiten, Schulbuchtexte und Arbeitsblätter zu verstehen. Wenn Lernende Probleme beim Lesen von Sachtexten haben, sollte man auch die Schulung der richtigen Aussprache und Intonation der Fachbegriffe nicht außer Acht lassen. Gerade für Schüler und Schülerinnen mit einer anderen Muttersprache als Deutsch stellt die Lehrperson ein wichtiges Sprachvorbild dar.

Mit den folgenden drei Fördertipps kann eine Lehrperson einer solchen Art von Problemen entgegenwirken[58]:

- Die Vermittlung von Lesestrategien ist essentiell. Die Schülerinnen und Schüler sollten in der Lage sein, Texte zu überfliegen, sie detailliert zu lesen oder auch Fragen an den Text zu stellen.
- Auch Aufgaben zur Textkonstruktion und Gliederung sollten in den Unterricht einfließen. Textpuzzles und Lückentexte eignen sich dafür besonders gut. Möglich ist es des Weiteren auch, Überschriften zuordnen zu lassen oder nach Informationen suchen zu lassen.
- Natürlich sollte die Lehrperson auch darauf achten, dass die zur Verfügung gestellten Texte sprachsensibel sind. Die Texte sollten Überschriften besitzen und in Absätze gegliedert sein. Außerdem ist es von Vorteil, wenn Schlüsselwörter hervorgehoben werden und der Text durch Bildimpulse oder Grafiken unterstützt wird. Für Lernende, die Schwierigkeiten beim Lesen von Sachtexten haben, ist eine klare Textgestaltung äußert hilfreich.

[58] Vgl.: Carnevale / Wojnesitz 2014, S. 13.

6. Sprachliche Kompetenzerwartungen im Fach Mathematik

Wie die bisherigen Kapitel verdeutlichten, sind heutzutage in jedem Fach gewisse sprachliche Kompetenzen zu erwarten. Lilo Verboom weist in ihrem Aufsatz *Mit dem Rhombus nach Rom*[59] darauf hin, dass dies auch im Fach Mathematik so ist. Sprachliche Defizite können in diesem Fach nämlich zu erheblichen Einschränkungen führen – doch daran denken nur die wenigsten. Oft würden bessere fachliche Leistungen erzielt werden, würden die Schüler und Schülerinnen mehr mathematisches Sprachwissen aufweisen. Insbesondere das Textverstehen bereitet vielen Lernenden große Schwierigkeiten. Textaufgaben werden dadurch zum richtigen Feind der Heranwachsenden. Doch es reicht nicht aus, die Sprachproblematik an der Texterschließung beim Lösen von Sachaufgaben festzumachen. Kinder sollten im Mathematikunterricht fähig sein, eigene Vorgehensweisen zu beschreiben, mathematische Fachbegriffe sachlich gerecht zu verwenden, Begründungen zu suchen und Vermutungen zu entwickeln. All diese Aufgaben fallen den meisten Lernenden sehr schwer. Zu betonen ist außerdem, dass sich die sprachlichen Anforderungen im Unterrichtsfach Mathematik in den vergangenen Jahren drastisch erhöht haben. Grund dafür sind die veränderten Zielvorstellungen, Lernformen und Aufgabenformate. Der Mathematikunterricht besteht nicht mehr nur aus Rechenbeispielen, sondern andere Aspekte wie das Argumentieren oder auch das Interpretieren von Diagrammen werden immer wichtiger.[60]

6.1. Die Funktion der Sprache im Mathematikunterricht

Es ist ein großer Irrtum zu glauben, dass Mathematikunterricht in manchen Situationen ohne Sprache auskommt. Nicht einmal bei bloßen Rechenübungen sollten die Lernenden bzw. Lehrenden auf eine Entlastung von sprachlichen Anforderungen hoffen. Jeder Lernschritt ist nämlich mit Sprache verbunden. Newman betont in seinem Buch *Language and Mathematics*[61]*,* dass Schüler und Schülerinnen, wenn sie einen Aufgabentext einmal korrekt erfasst haben, nicht sofort mathematische Prozeduren anwenden und das Ergebnis berechnen können. Es bedarf eines Zwischenschrittes, welchen man Transformation nennt.

[59] Verboom 2010.
[60] Vgl. Verboom 2010, S. 95 f.
[61] Newman 1983.

Dieser Schritt würde ohne die Sprache nicht auskommen. Newman erklärt in seinem Werk: *„It is the ability to translate from the language of the task to the required symbolic mathematical form which is termed Transformation.“* [62] Weiters schreibt er: *„The pupil must decide how to solve the problem. Does he have, for example, to add, divide, multiply or subtract”.*[63] Newman beschränkt sich mit den eben genannten Worten auf das Thema „Sachrechenaufgaben”.

Die Mathematiker Reichel, Maier und Schweiger weiten den Blick über diesen Spezialfall hinaus und erörtern die Funktion der Sprache im Prozess der Lösungsfindung generell. Es geht dann vielmehr um den Zusammenhang zwischen Sprache und Denken. Die deutschsprachigen Mathematiker weisen in ihrem Buch *Mathematik und Sprache. Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Unterricht*[64] auf Folgendes hin:

> *„Die verbale Explikation von Ideen regt offenbar nicht nur das schöpferische Denken an, sondern erleichtert auch die Klärung und Kontrolle der Brauchbarkeit von Lösungsideen. Eine Reihe empirischer Untersuchungen zeigt jedenfalls, wie förderlich die Bereitschaft und Fähigkeit zur sprachlichen Darstellung und zur sprachlichen Beschreibung von Voraussetzungen und Strategien für das Problemlösen allgemein und auch für das Lösen mathematischer Probleme im Besonderen ist.“*[65]

Schon im ersten Kapitel ihres Werkes betonen die Autoren, dass die Sprache des Menschen mindestens zwei Funktionen hat: Die meisten Menschen denken zwar nur an die kommunikative, allerdings sollte man nicht auf die kognitive Funktion vergessen, wie das obige Zitat zeigt. Die kommunikative Funktion ermöglicht eine Verständigung, die kognitive Funktion dient hingegen dem Erkenntnisgewinn – ein Aspekt, der in der Mathematik äußerst zentral ist. Der Erkenntnisgewinn wird durch Verdichtung des Informationstransports durch begriffliche Repräsentationen möglich. Betrachtet man die Aussage *„Die Drehungen um einen festen Punkt bilden eine Gruppe“*[66], so erkennt man, dass der Begriff „Gruppe“ zahlreiche Informationen enthält. Mathematiker und Mathematikerinnen wissen, dass damit z. B. die Zusammensetzbarkeit von Drehungen, deren Assoziativität, die Existenz inverser Drehungen u. v. m. gemeint ist. Bei diesen mathematischen Begriffen (aber auch bei

[62] Newman 1983, S. 27.
[63] Newman 1983, S. 28.
[64] Maier / Schweiger 1999.
[65] Maier / Schweiger 1999, S. 105.
[66] Maier / Schweiger 1999, S. 18.

einfacheren wie z. B. addieren) handelt es sich um Konzepte, für die der Mensch im Laufe der Evolution der Mathematik ebendiese Begriffe kreiert hat. Die Benennung von Strategien und Techniken sind das Ergebnis individuellen Denkens. Benennungen ermöglichen es, individuelles Denken mitzuteilen und zu vervielfältigen. Zusammenfassend könnte man also sagen, dass die kommunikative Funktion einen Verstärkungseffekt auf die kognitive Funktion hat.[67]

Das Versprachlichen von mathematischen Handlungen ist also ein ganz wesentlicher Bestandteil im Lernprozess. Ausgeprägte sprachliche Kompetenzen sind notwendig, um von der konkreten auf die abstrakte Ebene zu schließen. Je mehr Sicherheit man bei der Verwendung mathematischer Ausdrücke aufweist, desto leichter fällt der Prozess der Verinnerlichung. Erstaunlich ist, dass bereits im Vorschulalter ein Zusammenhang zwischen Entwicklung des Zahlenwissens und Sprachkompetenz zu beobachten ist. Lernende mit einer anderen Muttersprache als Deutsch haben aufgrund ihrer sprachlichen Defizite auch oft schon zu Beginn ihres Mathematikunterrichts inhaltliche Verständnisprobleme – unabhängig von der Behandlung von Textaufgaben.

Gerade im Mathematikunterricht lernen viele Kinder voneinander. Ein intensiver Austausch über mathematische Sachverhalte unterstützt also das individuelle Lernen. Durch die Kommunikation mit anderen gewinnt man Einsichten, kann Ideen austauschen, neue Lösungswege finden und sein Repertoire an eigenständig entwickelten Strategien erweitern. Die Kognition der Schülerinnen und Schüler kann also durch die kommunikative Funktion von Sprache verbessert werden. [68]

6.2. Sprachen im Mathematikunterricht und ein daraus resultierendes Problem

Der Großteil der im Mathematikunterricht vermittelten Lerninhalte wird in der Alltagssprache ausgedrückt. Auch Schulbuchautoren / Schulbuchautorinnen verwenden gerne die Umgangssprache, um mathematische Begriffe „schülerInnengerecht“ auszudrücken. Volksschüler und Volksschülerinnen nennen die Zahl 3 z. B. „Zehnerfreund“ der Zahl 7, weil 7 + 3 = 10. (Das gleiche gilt natürlich für die Zahlen 2 und 8 usw.) Die Alltagssprache erlaubt den Kindern einen oft lebendigeren, bildhafteren und

[67] Vgl. Maier / Schweiger 1999, S. 18.
[68] Vgl. Verboom 2010, S. 96.

handlungsbezogeneren Zugang zu den Inhalten als die mathematische Fachsprache. Jedoch führt die Verwendung der Umgangssprache manchmal zu Problemen. Die alltäglichen Ausdrücke können in der Regel vielfältige und oft sehr unterschiedliche Assoziationen mit sich bringen. Dies erschwert das Lernen für sprachschwache Kinder erheblich.[69]

Auch wenn das Allermeiste der Sprache im Mathematikunterricht Alltagssprache ist, darf man trotzdem nicht vergessen, dass der Mathematikunterricht ohne eine Fachsprache (und den anderen sprachlichen Registern, die in Kapitel 3 erwähnt wurden) nicht existieren kann. Es besteht ein ständiges Nebeneinander von Alltagssprache, Unterrichtssprache, Fachsprache, Symbol- und Formalsprache, Bildsprache und Bildungssprache. Dieses Unterkapitel soll ich im Wesentlichen auf das Nebeneinander von Alltags- und Fachsprache konzentrieren und ein daraus resultierendes Problem schildern, mit welchem Kinder schon im geringen Alter zu kämpfen haben.
Alleine während der Volkschulzeit bekommen die Lernenden etwa 500 Fachbegriffe präsentiert. Diese „Vokabel" sind nötig, um Gemeintes sachgerecht auszudrücken. Aber nicht nur gewisse Fachtermini sind in der Fachsprache wichtig, sondern auch ein bestimmter Sprachduktus: *„Kennzeichnend ist eine abstrahierende, generalisierende, unpersönliche Ausdrucksweise mit einem Maximum an Prägnanz und einem Minimum an Redundanz, häufig verbunden mit im Alltag wenig verwendeten grammatikalischen Strukturen."*[70]
Fachsprache ist für die Heranwachsenden eine reine „Schulsprache". Da Fachsprachen im Elternhaus oft nicht beherrscht werden, kann man in diesem Zusammenhang von zuhause keine Unterstützung erwarten.

Da im Mathematikunterricht, wie bisher geschildert, z.B. sowohl Alltags- als auch Fachsprache nebeneinander existieren, ergibt sich das Problem der Bedeutungsinterferenzen zwischen diesen beiden Sprachen. Dabei handelt es sich um Termini, die im Mathematikunterricht eine andere Bedeutung haben als in der Umgebungssprache. So kann es vorkommen, dass DaZ-Kinder, aber auch sprachschwache österreichische Kinder beim Wort R(h)ombus nicht an ein besonderes Viereck denken, sondern an einen Bus, der nach R(h)om fährt. Folgende Aufgabenstellung verdeutlicht das Problem:

[69] Vgl. Verboom 2010, S. 96 f.
[70] Verboom 2010, S. 97.

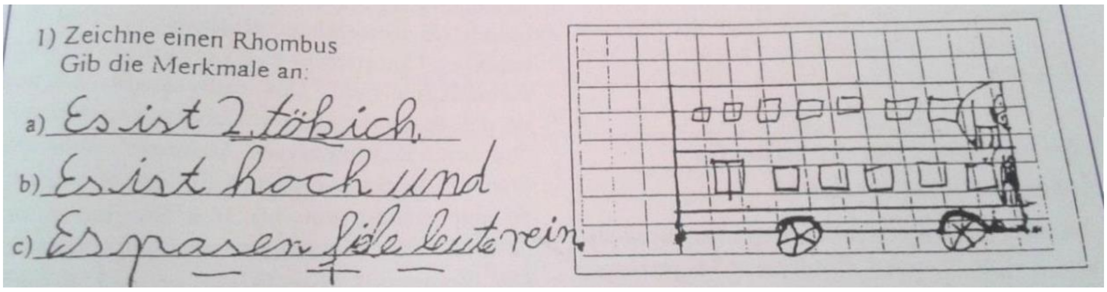


Abb. 11

Die Lehrkraft hätte sich wohl eher die Konstruktion eines besonderen Viereckes erwartet. Zusätzlich wollte sie wahrscheinlich hören, dass die vier Seiten gleich lang sind, dass die Diagonalen aufeinander normal stehen und dass die Diagonalen einander halbieren.

Das Beispiel zeigt, dass Interferenzen zu ernsthaften Problemen führen können. Deshalb sollten sich Mathematiklehrer und Mathematiklehrerinnen immer genug Zeit nehmen, um Wörter zu thematisieren, deren fachlicher Bedeutungsgehalt nicht mit der umgangssprachlichen Bedeutung übereinstimmen.

Die folgende Tabelle zeigt einige Beispiele für mathematische Interferenzen, die man im Unterricht schon in der Volksschule thematisieren sollte.

Ausdruck	**Fachsprachliche Bedeutung**	**Alltagssprachliche Interpretation**
„Die 4 ist eine *gerade* Zahl."	Zahleigenschaft (ohne Rest durch 2 teilbar)	Gegenteil von „schief"
„Was ist der *Unterschied* zwischen 24 und 9?"	Differenz	Vergleich von Eigenschaften zweier Zahlen: Worin unterscheiden sich die beiden Zahlen? („Eine Zahl ist zweistellig, die andere einstellig.")
„Die 8 ist *größer* als die 3."	Bezogen auf die Mengenmächtigkeit	Größenvergleich zwischen Zahlzeichen
„Was ist der *Vorgänger* von 8?"	Die Zahl, die in der Zahlenreihe links von der 8 steht, die beim Aufsagen der Zahlwortreihe vor der 8 genannt wird	Der Vorgänger von der 8 ist eine Zahl, die schon mal weiter nach vorne gelaufen ist („geh schon mal vor"), das muss also eine Zahl sein, die größer als die 8 ist (rechts von der 8 steht).
„Du solltest die 5 von der 25 *abziehen*!"	Subtrahieren	Kontexte: Abziehbilder oder: Toilettenspülung betätigen.
„*Rund* 38.000 Zuschauer kamen ins Stadion."	Ungefähr (38.000 als gerundete Zahl)	Adjektiv: rund (Gegensatz von eckig)
„Wie viele *Seiten* hat ein Quadrat?"	Teil einer geometrischen Grundform	Seiten eines Buches

Abb. 12

7. Zum Problem der Sprache im Bereich des Geometrieunterrichts

Im Jahr 1991 reichte Renate Eichberger ihre Dissertation mit dem Titel *Zum Problem der Sprache im Mathematikunterricht und empirische Untersuchungen im Bereich des Geometrieunterrichts der 6. Schulstufe AHS*[71] an der Formal- und Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Wien ein. Man sieht also, dass sprachliche Probleme im Mathematikunterricht nicht erst im 21. Jahrhundert zum Thema wurden, sondern schon viel früher erkannt wurden. Schon vor vielen Jahren wurde auf einen sprachsensiblen Fachunterricht aufmerksam gemacht. Im folgenden Kapitel der Diplomarbeit soll der zweite Teil der Dissertation von Eichberger näher betrachtet werden und somit sprachliche Probleme im Geometrieunterricht thematisiert werden.

7.1. Gedanken zum Mathematik- bzw. Geometrieunterricht

Lange Zeit hatte der mathematische Schulunterricht den Status einer rechnerischen Wissenschaft. Die meisten Menschen setzten den Schulunterricht mit Arithmetik gleich. Passende Worte fand M. Swan für diese Situation:

> *„What are we offering children within our mathematics lessons? To many people ‚doing mathematics' is still synonymous with ‚doing arithmetic' and it conjours up an image of a teacher imparting a body of knowledge, followed by long, technical, imitative exercises for the pupils."*[72]

Geometrie wurde (und wird noch immer) im Fach Mathematik unterrichtet. Diese bereitet den Lernenden oft Freude, wenn nur über den rein zeichnerischen Aspekt nachgedacht wird. Die vielen sprachlichen Aspekte, auf die man im Geometrieunterricht eingehen könnte, wurden in den letzten Jahren viel zu wenig berücksichtigt. Viele Mathematiker weisen darauf hin, dass man im alltäglichen Leben ständig mit der Geometrie konfrontiert wird, dieser Teil der Mathematik aber dennoch einen Rückschritt erfährt. Das Bedauern darüber drückt J. Pederson exemplarisch folgendermaßen aus: *„However, my impression is that in all countries the status of geometry is very much the same. To put it briefly – Geometry is underemployed! This seems to be true at every level of precollege mathematics."*[73]

[71] Eichberger 1991.
[72] Swan 1988, S. 1.
[73] Pederson 1983, S. 158.

Eichberger weist in ihrer Dissertation darauf hin, dass auf wünschenswerte Beschreibungen von Zeichnungen viel zu wenig eingegangen wird. Lernende benötigen intuitiv-sprachliche Erfahrungen aus der Geometrie. Erst dadurch können sie in der analytischen Geometrie bildhafte Vorstellungen entwickeln, welche für die Durchführung und darauffolgende Diskussion einer Rechnung nötig sind. Wichtig ist es also, dass Schüler und Schülerinnen durch den Akt des Sprechens ein Gefühl für die Geometrie entwickeln. Wenn die Lehrkraft auf einen sprachsensiblen Fachunterricht wertlegt, d. h. beispielswiese das Verbalisieren geometrischer Prozesse gezielt fördert, entsteht bei den Lernenden eine bessere Beziehung zur Geometrie.[74]

7.2. Empirische Untersuchungen in der 6. Schulstufe (AHS)

7.2.1. Informationen zur Untersuchung und zum Testmaterial

Eichberger hat für ihr Dissertationsprojekt den Geometrieunterricht in der 6. Schulstufe AHS auf sprachlicher Ebene untersucht. Im Zentrum standen einfache geometrische Konstruktionen, die gemeinsam mit dem Element Sprache in einen Konstruktionsgang münden sollten. Dafür wurden aus den Gymnasien PRIG 7 Kenyongasse (Wien) und BRG Oberschützen (Burgenland) sechs Klassen für die Untersuchung beobachtet.

Die Lernenden bekamen den Auftrag für eine ihnen vorgelegte geometrische Zeichnung eine Konstruktionsanleitung zu verfassen. Diese sollte so formuliert werden, sodass im Anschluss der Sitznachbar / die Sitznachbarin die Zeichnung möglichst ohne Probleme anfertigen konnte. Abbildung 13 zeigt ein Musterbeispiel für ein solches Mitteilungsspiel.

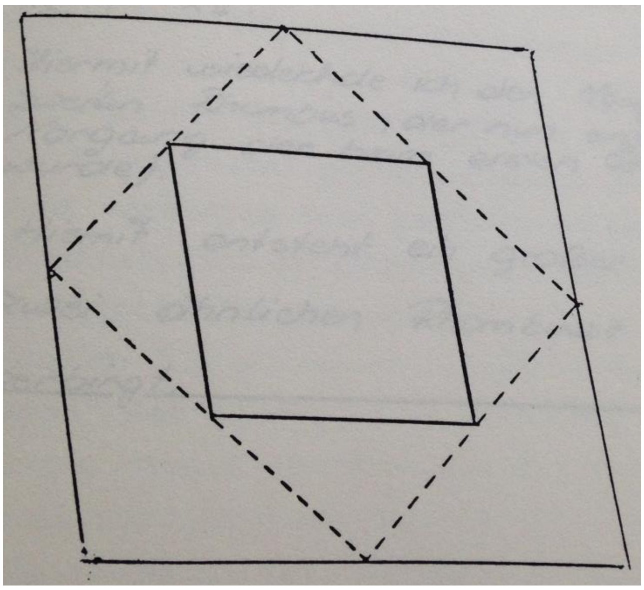
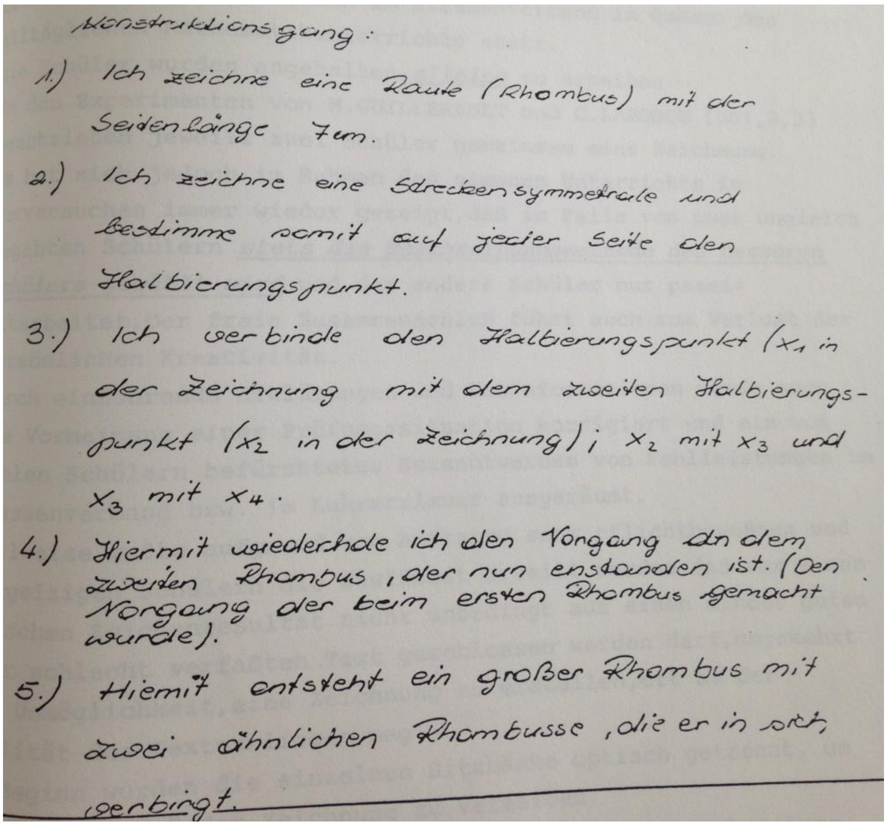


Abb. 13

[74] Vgl. Eichberger 1991, S. 152f.

Die Lernenden, die diese Figur vorgelegt bekamen, mussten eine für sie subjektiv passende Konstruktionsanleitung entwerfen. Der Schüler / die Schülerin, der / die im Anschluss das Objekt zeichnen musste, sah die originale Zeichnung zuvor natürlich nicht. Der / die Lernende musste also den schriftlichen Text des Sitznachbarns / der Sitznachbarin zur Hand nehmen und die seiner / ihrer Meinung nach zutreffende Figur konstruieren. Abbildungen 14 und 15 zeigen eine exemplarische Konstruktionsbeschreibung mit der dazugehörigen Zeichnung desjenigen Schülers / derjenigen Schülerin, der / die die Konstruktionsbeschreibung bekam.


Konstruktionsgang:

1.) Ich zeichne eine Raute (Rhombus) mit der Seitenlänge 7cm.

2.) Ich zeichne eine Streckensymmetrale und bestimme somit auf jeder Seite den Halbierungspunkt.

3.) Ich verbinde den Halbierungspunkt (x_1 in der Zeichnung) mit dem zweiten Halbierungspunkt (x_2 in der Zeichnung); x_2 mit x_3 und x_3 mit x_4.

4.) Hiermit wiederhole ich den Vorgang an dem zweiten Rhombus, der nun enstanden ist. (Den Vorgang der beim ersten Rhombus gemacht wurde).

5.) Hiemit entsteht ein großer Rhombus mit zwei ähnlichen Rhombusse, die er in sich verbirgt.

Abb. 14

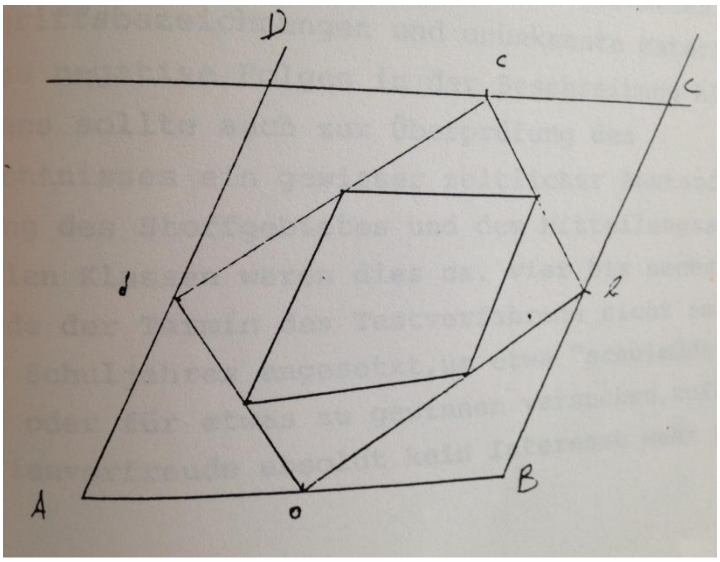


Abb. 15

Zu betonen ist, dass die bei den Untersuchungen zu beschreibenden geometrischen Figuren dem Schwierigkeitsniveau der betreffenden Schulstufe entsprachen. Auf komplizierte Konstruktionen wurde aus mehreren Gründen verzichtet:[75]

- **Bekanntheitsgrad:** Speziell die geometrischen Sachverhalte, die für Lernende aufgrund ihres Vorwissens klar sind, werden oft mit verbalen Problemen in Verbindung gebracht.
- **Altersgemäßheit:** Mathematische Inhalte zu verbalisieren, stellt für viele Schüler und Schülerinnen ein Hindernis dar, gerade wenn sie das Fach Mathematik nicht besonders mögen. Daher sollte die Lehrperson gut darüber nachdenken, welche Beispiele im Unterricht sinnvoll sind / welche Beispiele für Heranwachsende interessant sind, damit sich die Lernenden leichter überwinden, den ersten Schritt im Verbalisierungsprozess zu tun.
- **Übungsaspekt:** Eine Lehrperson, die sich für einen sprachsensiblen Fachunterricht einsetzt, sollte sprachliche Übung möglichst fördern. Daher sollten oft auch leicht zu beschreibende Zeichnungen gewählt werden, um die Motivation und das Engagement der Schüler und Schülerinnen zu stärken, weitere Sprachspiele eventuell auch zuhause auszuprobieren.

Die Objekte, die in den Mitteilungsspielen verwendet wurden, hatten in beiden Fällen (siehe Beschreibungen für **Raute A** und **Raute B** in den folgenden Zeilen) Rauten der Seitenlänge 7cm als Grundgerüst. Außerdem wurden im Original keine Symbolbezeichnungen eingeführt.

- **Raute A)** war jene Figur aus Abbildung 13. D. h. der geometrischen Figur mit dem Winkel α = 102° wird ein Rechteck eingeschrieben, welches strichliert ist. Zusätzlich wird in das Rechteck eine weitere Raute eingezeichnet.
  (Erwähnen sollte man an dieser Stelle, dass es für eine AHS Unterstufe nicht selbstverständlich ist, dass das strichliert eingezeichnete Viereck ein Rechteck ist.)

- **Raute B)** stellt eine Raute mit α = 67° dar. (α ist hierbei als der spitze Innenwinkel der Raute zu verstehen.) Diese wird durch strichliert eingezeichnete Strecken in vier

[75] Vgl. Eichberger 1991, S. 160.

gleiche Teile geteilt. In einer bestimmten Teilraute war noch ein Inkreis zu zeichnen. Abbildung 16 stellt die originale Raute in verkleinerter Form dar.[76]

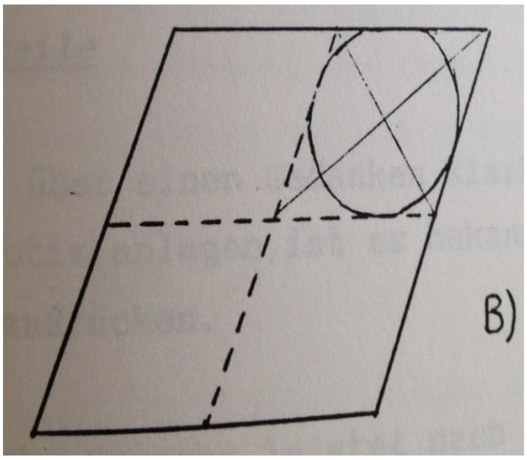


Abb. 16

7.2.2. Die Verschriftlichung der Sprache

Die schriftlichen Konstruktionsbeschreibungen der Kinder mussten ohne außersprachliche Mittel auskommen. Solche Hilfsmittel wie z. B. Sprechpausen, spezielle Betonungen oder Gesichtsausdrücke der sprechenden Person können den Verstehensprozess oft um Vieles leichter machen. Was also außersprachlich verraten werden kann, fällt schriftlich eindeutig weg. Nichts desto trotz hat die schriftliche Sprache im Mathematikunterricht etliche Vorteile für die Schülerinnen und Schüler[77]:

- Viele Lernende finden es angenehmer, wenn sie nicht vor der Klasse und dem Mathematiklehrer / der Mathematiklehrerin sprechen müssen.
- Wenn man einen Text niederschreibt, hat man im Anschluss die Möglichkeit, diesen, so oft man will, wieder zu lesen. Dieser Aspekt kann für den zeichnenden Schüler / die zeichnende Schülerin im Mitteilungsspiel mit Sicherheit von Vorteil sein.
- Das Tempo der Beschreibung kann individuell gewählt werden.
- Speziell jüngere Lernende tun sich bei verschriftlichen Texten oft leichter, weil sie geeignete Schriftarten, Verzierungen & Co. verwenden, um dem Niedergeschriebenen eine besonders schöne Gestalt zu geben. Dies machen die Kinder nicht nur zuhause, sondern auch bei den Schulübungen. Durch das kreative Gestalten des Textes setzen sich die Kinder länger mit dem Text auseinander und lernen den Text dadurch besser kennen. Außerdem erhält das Niedergeschriebene meist eine bessere Struktur und kann somit besser gelernt werden.

[76] Vgl. Eichberger 1991, S. 162.
[77] Vgl. Eichberger 1991, S. 163.

7.2.3. Analyse der Experimentierreihen

Die Analyse des Mitteilungsspiels zeigte, dass die Schüler und Schülerinnen unterschiedliche sprachliche Register verwendeten, um den Konstruktionsvorgang zu beschreiben. Um im Geometrieunterricht denselben Inhalt wiederzugeben, versuchten sich die Lernenden entweder rein fachsprachlich, im Stil von Buchtexten oder in einem eher umgangssprachlichen Stil auszudrücken. Vergleicht man nur die Einleitungen, erkennt man schon deutliche Unterschiede. Abbildung 17 zeigt eine rein fachsprachliche Konstruktionsbeschreibung. In anderen Beispielen wurde die Einleitung folgendermaßen ausgedrückt:

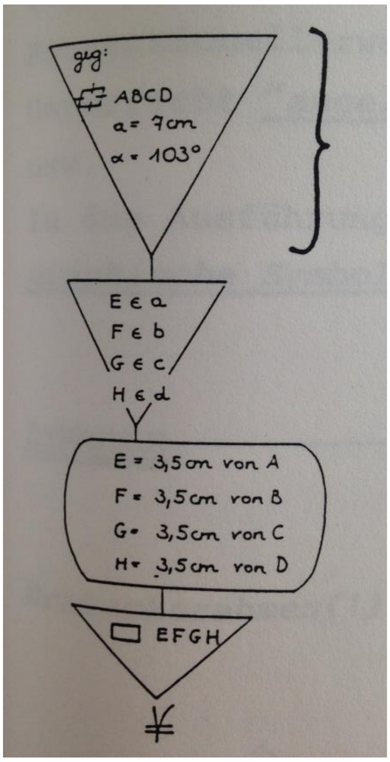


Abb. 17

- *„Es ist ein Rhombus mit der Seitenlänge 7cm zu zeichnen.“*
- *„Zeichne einen Rhombus mit der Seitenlänge von 7cm; α = 104°.“*
- *„Diese Figur besteht aus einem Parallelogramm (Rhombus) mit der Seitenlänge 7cm.“*[78]

Die Einleitung in Abbildung 17 ist definitiv jene, die am fachsprachlichsten ist. Zu betonen ist allerdings, dass der Grad der Fachsprachlichkeit eher dem Schulniveau angepasst ist. Erkennbar ist, dass symbolhafte Abkürzungen in Buchstabenform verwendet werden (Seitenbezeichnungen *a*, *b*, *c*, *d* oder Eckpunktsbezeichnungen *A*, *B*, *C*, *D*). Diesen Aspekt kann man der „Schülerfachsprache“ zuordnen. Vieles wird den Schülern und Schülerinnen im Schulleben diesbezüglich angelernt. Beispielsweise verwenden sie zuerst immer die Eckpunkte *A*, *B*, C.

Anredeformen

Eichberger untersuchte im Rahmen ihres Dissertationsprojekts, auf welche Art und Weise die Schreiber und Schreiberinnen ihre zeichnenden Sitznachbarn und Sitznachbarinnen ansprechen. Wichtig ist darauf hinzuweisen, dass diese von Anfang an wussten, dass die zeichnenden Gesprächspartner / Gesprächspartnerinnen die Klassenkollegen / Klassenkolleginnen waren. Angenommen wurde, dass die „Du-Form“, welche auch gerne in

[78] Eichberger 1991, S. 166.

den Schulbüchern vorkommt, von den Schülern und Schülerinnen nachgeahmt wird. Auch gilt diese Form der Anrede als umgangssprachliches Hilfsmittel für die Lehrperson beim Anbieten mathematischer Lehrstoffe.

Erstaunlicherweise konnte man im Experiment sechs verschiedene Anredeformen feststellen, welche nachstehende Liste mit Beispielen zeigt: [79]

1.) **Du-Form**: *„zeichne…“, „du machst jetzt…“, …*

2.) **Man-Form**: *„man zeichnet einen …“, „man konstruiere…“, …*

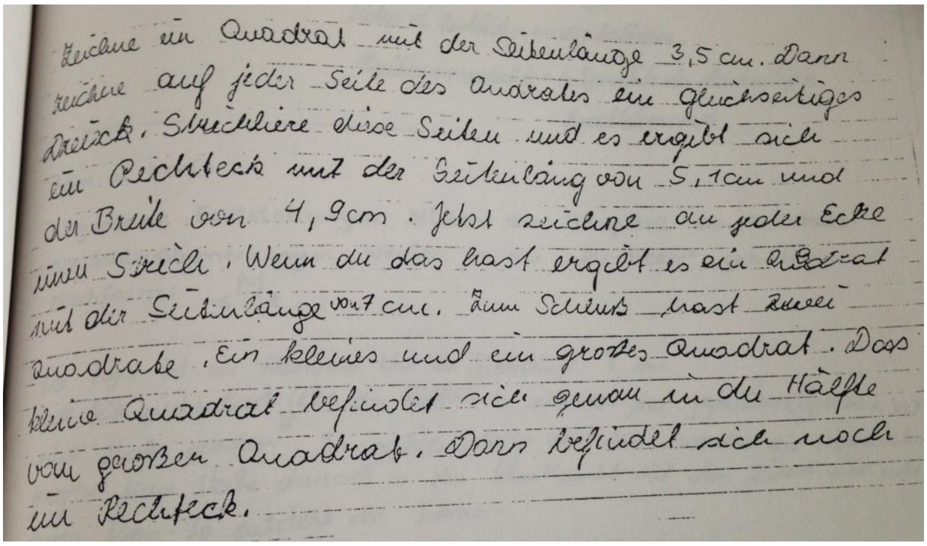
3.) **Es wird, es ist, es sollte-Form**: *„es wird jetzt … gezeichnet“, …*

4.) **Ich-Form**: *„ich halbiere nun …“, …*

5.) **Sie-Form**: *„zeichnen Sie ein Rechteck!“, …*

6.) **Allgemeine Form**: *„Raute zeichnen, „Seite halbieren, →M“* (fachsprachliche Angaben, kurze Sätze, unpersönliche Erläuterungen)

Hervorzuheben ist, dass nur die allerwenigstens Texte der Lernenden Reinformen waren. Der Großteil beinhaltete Mischformen aus zwei oder drei Kategorien. Durch Eichbergers Analyse stellte sich heraus, dass am öftesten die Du-Form und die allgemeine Form benützt werden. Auch treten die beiden gerne in Kombination auf (wobei Kategorie 1 dabei meist eine Vorrangstellung hat). Erwähnenswert sind jedoch auch andere Mischformen, die häufig auftreten. Ein Beispiel für eine Mischform aus Kategorie 1 und 6 stellt Abbildung 18 dar: Der Text wird durch die Du-Form geprägt; am Ende treten jedoch allgemeine Bemerkungen auf. („Das kleine Quadrat befindet sich genau in der Hälfte vom großen Quadrat.“) Abbildung 19 zeigt eine Mischform aus Kategorie 2, 3 und 6: Die Es-wird-Form prägt den Textabschnitt. Allerdings tauchen auch die Man-Form und die allgemeine Form auf.



Zeichne ein Quadrat mit der Seitenlänge 3,5 cm. Dann zeichne auf jeder Seite des Quadrates ein gleichseitiges Dreieck. Strichliere diese Seiten und es ergibt sich ein Rechteck mit der Seitenlänge von 5,1cm und der Breite von 4,9cm. Jetzt zeichne an jeder Ecke einen Strich. Wenn du das hast ergibt es ein Quadrat mit der Seitenlänge von 7 cm. Zum Schluss hast zwei Quadrate. Ein kleines und ein großes Quadrat. Das kleine Quadrat befindet sich genau in der Hälfte vom großen Quadrat. Dann befindet sich noch ein Rechteck.

Abb. 18

[79] Vgl. Eichberger 1991, S. 174.

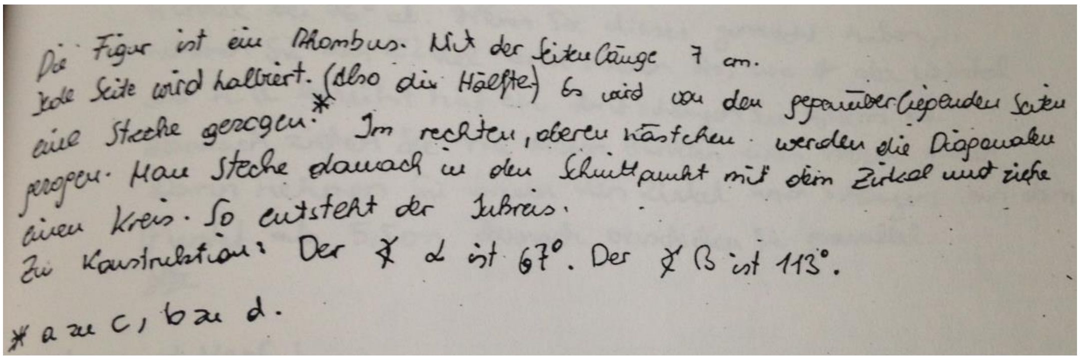


Abb. 19

Verwendung von Fachsprache

144 der 146 ausgewerteten Konstruktionsbeschreibungen waren stark umgangssprachlich geprägt. Fachsprachliche Elemente wurden eigentlich nur zu Beginn verwendet, um die Angabestellung zu formulieren. Die restlichen Teile des Textes wurden in der Alltagssprache ausgedrückt. Auszüge aus Konstruktionsbeschreibungen von den Lernenden soll die Situation verdeutlichen[80]:

- *„Wenn du diesen Teil der Zeichnung fertig hast, …“*
- *„Und verbindest die Eckpunkte mit einem Strich.“*
- *„Mein Körper ist ein verschobenes Quadrat.“*
- *„Dann werden durch die Seitensymmetralen strichlierte Linien gezeichnet. Wo die strichlierten Linien hinführen werde ich dir jetzt sagen. Du nimmst den Schnittpunkt von der Seite a …“*

Vereinzelt traten in den umgangssprachlichen Texten Symbole oder fachsprachliche Begriffe auf. Nicht immer wurden diese jedoch geschickt eingesetzt: Beispielsweise verwendete ein Schüler / eine Schülerin den Begriff „besonderes Trapez“ anstelle von „Rhombus.“ Man kann nicht leugnen, dass dieser Ausdruck ein mathematisch richtiger Überbegriff zu „Rhombus“ ist; allerdings wird die zeichnende Person den Ausdruck wahrscheinlich nicht im richtigen Sinne erfassen.[81]

Orts- und Richtungsangaben

In den Konstruktionsbeschreibungen drückten die Lernenden Beziehungen zu bestimmten Orten und Aktivitäten in sehr umgangssprachlicher Weise aus. Einige Beispiele aus den Texten werden nun aufgelistet[82]:

---

[80] Eichberger 1991, S. 180f.
[81] Vgl. Eichberger 1991, S. 183.
[82] Eichberger 1991, S. 184-187.

- *„Messe vom linken Rand 3,5cm herein und markiere dir diesen Punkt. Dann messe von dem Seitenrand von unten hin ebenfalls 3,5cm hinauf. Nun zeichne vom ersten Punkt eine Parallele und eine Parallele von der Seite."*
- *„Von jeder Seite Anfangspunkt der Schwerlinie (Halbierungspunkt einer Seite) miteinander mit gestrichelter Linie verbinden."*
- *„In die Raute von dem Winkel α Diagonale von α zum Mittelpunkt des Rombuses und von a/2 zu d/2."*
- *„In die Raute rechts oben zeichnest Du die Diagonalen ein. Dort wo sie sich treffen, ist der Inkreismittelpunkt."*

Eichberger beobachtete, dass sich die Formulierungsart der Lernenden oft in Mehrdeutigkeiten niederschlägt. Die häufige Verwendung von Demonstrativpronomen (dieser / diese) wurde beobachtet, was zusätzlich für Verwirrung sorgen kann. Punkte wurden kaum symbolhaft abgekürzt. Im Großteil der Fälle entstanden komplizierte Formulierungen zur Umschreibung.

Nicht umsonst wurde im Mitteilungsspiel B) (Abbildung 16) eine positionsbezogene Inkreisdarstellung gewählt. Wie vermutet formulierten die Schüler und Schülerinnen umgangssprachliche Ortsangaben. Exemplarisch soll folgender Satz dienen:

- *„Teile das Viereck in 4 Flächen und in die 3. Fläche mache einen Inkreis."*[83]

Aber nicht nur bei Ortsangaben, sondern auch bei Richtungsangaben benützten die Lernenden häufig die Umgangssprache[84]:

- *„… dann parallel verschieben bis zum Endpunkt B"*
- *„Dann schlagst du vom Eckpunkt A 7cm ab, von B ebenfalls."*
- *„Jetzt verschiebst du die Strecke $\overline{AB}$ parallel bis zu den Endpunkten der 7cm der Seiten b+d."*
- *„Vom Schnittpunkt der Diagonalen nimmt man den Radius, normal auf eine Seite, zum Inkreismittelpunkt verlaufend."*

Nur die allerwenigsten Schülerinnen und Schüler führten eigene Richtungsausdrücke ein. (Aber auch bei diesen ergaben sich manchmal von den schreibenden Personen nicht erkannte Mehrdeutigkeiten.):[85]

[83] Eichberger 1991, S. 191f.
[84] Eichberger 1991, S. 193f.
[85] Eichberger 1991, S. 195f.

- *„Rhombus zeichnen nach rechts geneigt.“*
- *„… und du erhältst ein verschobenes Quadrat.“*
- *„Verschiebe 1,7 cm parallel nach innen“*

Zeitliche Abfolgen

Die Mehrheit der Schülerinnen und Schüler baute sprachliche Ausdrücke für die zeitlichen Abfolgen in ihre Konstruktionsbeschreibungen ein. Die Lernenden verwendeten zum Großteil einen umgangssprachlichen zeitlichen Fahrplan, um die Koordination von Handlungen für die zeichnenden Personen zu vereinfachen. Eigentlich ist der Ablauf bei Beschreibungen von Konstruktionen ja schon vorgegeben, deswegen hat sich Eichberger bei ihren Beobachtungen auf die Wortwahl der Heranwachsenden konzentriert. Die schreibenden Personen verwendeten Wörter wie *dann, nun, jetzt* oder *danach*, um eine Weiterführung der einzelnen Konstruktionsschritte zu ermöglichen. Erwähnenswert ist, dass die Schülerinnen und Schüler bei diesen Zeit-Wörtern Wortwiederholungen meiden. Die zeitliche Abfolge in Worte zu fassen, bietet für den Verfasser / die Verfasserin des Textes den Vorteil, vergangene Handlungen zu reflektieren oder sich rückbezüglich darüber zu äußern.[86]
In den Abschnitten, welche zeitliche Elemente beinhalten, treten des Öfteren Hilfsanweisungen konstruktiver Natur auf – oftmals ohne dass sich die Schreibenden darüber bewusst sind. Somit wird ersichtlich, wie die Verfasser / die Verfasserinnen des Textes konstruktiv gehandelt hätten, wenn sie die Zeichnung selbst zeichnen hätten müssen. Folgende Auszüge dienen als Beispiel für solch eine Situation[87]:

- *„Als nächstes verschiebe die einzelnen Rhombusseiten jeweils so parallel nach innen, dass sie die Seiten der Karoform halbieren.“*
- *„Dann ziehe die Linie von diesem Punkt nach links, sodass das Parallellogramm halbiert wird.“*
- „Dann macht man von allen 4 Seiten die Seiten Symmetrale.“

[86] Vgl. Eichberger 1991, S. 198.
[87] Eichberger 1991, S. 200f.

Unklarheiten und Fehler

In vielen Konstruktionsbeschreibungen waren leider keine geordneten Zusammenhänge zu finden. Manche Texte beinhalteten unklare oder sogar falsche Anleitungen und Angaben. Folgende Mängel wurden in den Arbeiten der Lernenden festgestellt[88]:

- Falsche Zahlenwerte und Symbolik
- Fehlende Angaben
- Falsche Ausdrücke und Sätze
- Unvollständige Arbeiten
- Wirre Sachverhalte und Abfolgen im Kontext

Es soll jetzt nicht jeder dieser Punkt im Detail ausgeführt werden, sondern lediglich die wichtigsten Aspekte davon erwähnt werden. Beobachtet wurde, dass einzelne Schülerinnen und Schüler eine innere Vermengung der Symbolsprache mit der gesprochenen natürlichen Sprache stattfinden ließen. Ein Schüler schrieb z. B. „$\alpha + \beta$", was in der Mathematik der Addition der beiden Winkelmaße entsprechen würde. Der Lernende wollte aber „α und β" ausdrücken (z. B. im Satz „α und β sind supplementär").[89]

Fehlende Angaben gelten als eine sehr hartnäckige Fehlerkategorie. Einige Schülerinnen und Schüler verfügen über eine Unkenntnis der Anzahl der Angabestücke von Drei- und Vierecken. Am öftesten fällt dies bei fehlenden Winkelwerten auf. Zusätze wie „Der Rhombus ist nach links (rechts) geneigt" kommen nur äußerst selten vor. Die Angabesequenz stellt aber einen essentiellen Teil für die zeichnende Person dar. Wenn diese Info nicht vorliegt, nehmen die meisten Schülerinnen und Schüler an, dass der Winkel α ein spitzer Winkel ist.

Durch ungenügendes Anschauen des Objektes, ließen erstaunlicherweise 90% der Lernenden das Wort „strichliert" weg. Dieser Fehler beeinflusste zwar nicht weiterführende Sachverhalte; dennoch ist es sehr wichtig, dass Schüler und Schülerinnen einen Sachverhalt verbal genau wiedergeben können. Als Lehrkraft sollte man daher die Lernenden immer wieder auffordern, nicht nur flüchtig zu lesen und zu schauen, sondern beide Aktivitäten genau durchzuführen.[90]

[88] Eichberger 1991, S. 207.
[89] Vgl. Eichberger 1991, S. 207.
[90] Vgl. Eichberger 1991, S. 208.

Einen wesentlichen Störfaktor für die zeichnenden Schüler und Schülerinnen stellten falsche fachsprachliche Begriffsbezeichnungen oder Sequenzen dieser Begriffe dar. Z. B. wurden die Begriffe „Gerade" oder „waagrechter und senkrechter Strich" anstelle von „Strecke" verwendet. Diese Begriffe wurden zwar richtig interpretiert, aber dennoch sollten Lehrer und Lehrerinnen darauf achten, dass richtige Begriffe für die jeweiligen Dinge verwendet werden. Zusätzlich traten auch Fehler auf, die wirklich gravierend falsch waren. Z. B. wurde der Begriff „Dreieck" anstatt „Rhombus", „Quadrat" anstelle von „Rhombus" (15 Mal), „Rhombus" anstelle von „Rechteck" u. v. m. verwendet.

Stark umgangssprachliche Ausdrucksweisen sind mathematisch gesehen eigentlich falsch; allerdings sind sie im umgangssprachlichen Sinn oft eine Hilfe für die Zeichnerinnen und Zeichner. (Z. B. „Zeichne in diesen Mittelpunkt einen Kreis.")

Wenn mehrere der eben genannten Fehlerquellen in Kombination auftreten, entstehen unrichtige Textsequenzen. Klar ist, dass es sich in einigen Fällen um gröbere Lerndefizite handelt. D. h. Lerndefizite führen zu sprachlichen Fehlerquellen und sprachliche Fehlerquellen können genauso gut in Lerndefiziten enden.

Einige Verfasser und Verfasserinnen der Texte konnten sich an relevante Stoffgebiete nicht zurückerinnern und waren daher auch nicht in der Lage die Konstruktionsbeschreibung fertig zu stellen.[91]

Gerade diese junge Altersgruppe ist eine solche Art von Schreibprozessen noch nicht wirklich gewöhnt. Fest steht jedoch, dass nur durch ständiges systematisches Üben eine Sicherheit in diesem Bereich erworben werden kann. Achtet die Lehrperson darauf, so werden die Schülerinnen und Schüler an relevante Begriffe und vorgeordnete Regeln schriftlich anknüpfen können. Eichberger hält in ihrer Dissertation fest, dass die Heranwachsenden *„nicht ohne äußere Lenkung in der Lage sind, zufriedenstellende grammatikalisch richtige Satzstrukturen aufzubauen bzw. eine geeignete Wortwahl vorzunehmen."*[92]

Was in den Formulierungen der Lernenden besonders auffiel, waren doppeldeutige oder sogar mehrdeutige Sprechweisen. Zwei Arten sind dabei zu unterscheiden: Mehrdeutigkeiten, die durch den anschließenden Text nicht auflösbar sind und Mehrdeutigkeiten, die durch anschließende Zusatzerläuterungen beseitigt werden. Folgendes Beispiel soll eine unauflösbare Mehrdeutigkeit demonstrieren:

[91] Vgl. Eichberger 1991, S. 209f.
[92] Eichberger 1991, S. 210.

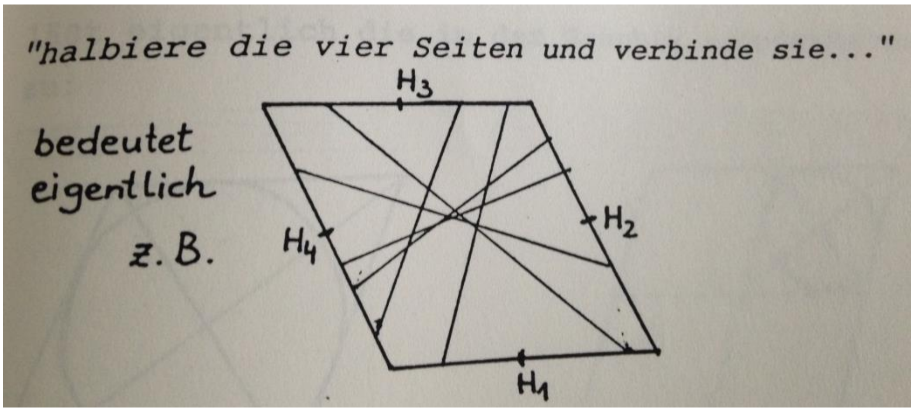


Abb. 20

Die Abbildung zeigt, dass gewisse Formulierungen falsch interpretiert werden können. Befolgt man die Anweisung, hat man eigentlich unendlich viele Verbindungsvarianten der Seiten zur Verfügung. Nicht für jeden ist ersichtlich, dass eigentlich benachbarte Halbierungspunkte miteinander verbunden werden sollten.

Wie vorher erwähnt gibt es aber nicht nur unauflösbare Mehrdeutigkeiten, sondern auch auflösbare. Bei dieser Art werden mehrdeutige Formulierungen durch nachfolgende Zusätze klar. Diese Mehrdeutigkeiten treten oft bei den Formulierungen der Seitenhalbierenden auf, wie die folgenden beiden Beispiele zeigen:

- *„Von jeder Seite den Mittelpunkt suchen und dann mit dem anderen Mittelpunkt verbinden. → Es entsteht ein Rechteck.“*
- *„Halbiere die Seiten a_1 und a_2 und verbinde sie, ebenfalls die Seiten b_1 und b_2. → Es entstehen dann vier Parallelogramme.“*[93]

Die beiden Zitate machen klar, dass der zweite Satz notwendig ist, um eine eindeutige Situation zu schildern. Würde man in den beiden Beispielen jeweils den zweiten Satz weglassen, so hätten die Zeichnerinnen und Zeichner mehrere Möglichkeiten für eine Konstruktion.

Was in den Arbeiten der Schülerinnen und Schüler auch aufgefallen ist, sind redundante Zusätze. Diese dienen oft (aber nicht immer) als Selbstbestätigung für die lernenden Schreiber und Schreiberinnen:

- *„Strichliere das Rechteck. Ziehe es nicht aus!“*[94]
- *„Zeichne einen Rhombus mit den Seitenlängen: a=7cm, b=7cm, c=7cm, d=7cm.“*[95]

In diesem Fall wären die Zusätze nicht notwendig gewesen. Der Inhalt hätte sich auch aus den jeweils ersten Teilen der Zitate erschlossen.

[93] Eichberger 1991, S. 216.
[94] Eichberger 1991, S. 219.
[95] Eichberger 1991, S. 220.

7.2.4. Zusammenfassung der Untersuchung

Die Auswertung Eichbergers verdeutlichte, dass Beschreibungen geometrischer Objekte für die Lernenden zum Großteil nur in der Umgangssprache möglich sind. Es ist gerade dieses Register, welches Verstehensprozesse bei den zeichnenden Schülerinnen und Schülern aktiviert. Festzuhalten ist, dass die lesenden Heranwachsenden oftmals das Geschriebene anders auffassten, als es die schreibenden Personen ausdrücken wollten. Allerdings gelang es den zeichnenden Schülern und Schülerinnen oft, mehrdeutige Versionen, Fehler oder Ungereimtheiten aufgrund des Kontextes zu „überlesen“. Das Experiment verdeutlichte außerdem, dass Lernende Wörter aus der Fachsprache in den Kontext integrieren. Allerdings haben Schüler und Schülerinnen oft mit einfachen Begriffen, die bereits besprochen wurden, Probleme; auch wenn diese immer wieder in Aufgaben auftauchen. Viele Lernende fühlen sich im Umgang mit unterschiedlichsten Begriffen sehr unsicher.

Wie die Ausführungen Eichbergers zeigten, gibt es im Geometrieunterricht einige Schwierigkeiten, die sich auf sprachliche Aspekte zurückführen lassen. Daher appelliert sie an die Lehrer und Lehrerinnen, dem Schreib- und Sprechverhalten im Mathematikunterricht einen breiten Raum zu widmen. Die Lehrperson sollte der Klasse richtiges und falsches Sprechen vorleben, denn erst dann sind die Lernenden selbst bereit zu sprechen. Zusätzlich muss die Lehrkraft immer wieder auf die Wichtigkeit der verbalen Rezeption von Mathematik hinweisen.[96]

[96] Vgl. Eichberger 1991, S. 251

8. Methoden zur Sprachförderung

8.1. Allgemeine Tipps für sprachsensible Aufgaben

Man kann nicht leugnen, dass Verfahren, Materialien und Hilfsmittel zur Unterstützung von Lehr- und Lernprozessen im Allgemeinen sinnvoll sind. Zu betonen ist allerdings, dass die Lernenden, bevor eine Methode zur Sprachförderung angewandt wird, mit dieser vertraut gemacht werden müssen. Sonst kann es passieren, dass die Methode die Schüler und Schülerinnen nur verwirrt, und somit weder der Fachinhalt noch die sprachlichen Kompetenzen gefördert werden. Es ist also Aufgabe der Lehrperson, sich im Vorhinein mit den Materialien gut auseinanderzusetzen und die Lernenden entsprechend darauf vorzubereiten. Zusätzlich sollte bei sprachsensiblen Aufgaben darauf geachtet werden, dass sie

- knapp und eindeutig
- altersgemäß
- kontextbezogen und
- dem Sprachstand der Lernenden angepasst sind.[97]

Besonders wichtig ist außerdem, dass die Lehrperson die jeweilige Unterrichtssituation genau analysiert. In einer Übungssituation ist z. B. eine andere Herangehensweise zur Bewältigung sprachlicher Probleme erforderlich als in einer Brainstormingsituation. Die LernerInnenperspektive sollte auf jeden Fall berücksichtigt werden. Lehrer und Lehrerinnen sollten darüber nachdenken, welche unterrichtliche Situation die Schüler und Schülerinnen zu bewältigen haben, wozu sie die jeweilige Methode zur Sprachförderung benötigen und was sie erreichen sollen.[98]

8.2. Praxisbeispiele vom ÖSZ

8.2.1. Beantwortung von konkreten Fragen

Wie in Kapitel 2 erwähnt erstellte das ÖSZ für jede Teilkompetenz des Rasters für bildungssprachliche Kompetenzen im Fachunterricht (siehe Abb. 1 und Abb. 2)

[97] Carnevale / Wojnesitz 2014, S. 50.
[98] Vgl. Leisen (2) 2010, S. 5.

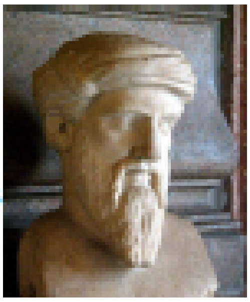
Praxisbeispiele. Im folgenden Abschnitt sollen zwei für den Mathematikunterricht präsentiert werden:

UNTERLAGE
FÜR SCHÜLERINNEN UND SCHÜLER

Material 1:

Pythagoras von Samos

(etwa 570-480 v. Chr.)



Pythagoras war ein griechischer Philosoph und Mathematiker. Er wurde um 570 v. Chr. auf der griechischen Insel Samos geboren. Sein Lebenslauf wurde nur mündlich überliefert und etwa 9 Jahrhunderte später niedergeschrieben.
Pythagoras flüchtete mit ca. 18 Jahren während der Tyrannis (Gewaltherrschaft) des Polykrates nach Milet. Später entschloss er sich nach Ägypten zu segeln, um die Priester in Memphis und Diospolis aufzusuchen. Dort blieb er 22 Jahre und studierte Sternenkunde und Geometrie.

Er wurde von Kriegern gefangengenommen und nach Babylon gebracht, wo er von Magiern über die Götterverehrung lernte und sich in der Zahlenlehre, in der Musik und in den anderen Wissenschaften weiterbildete. Nach 12 Jahren kehrte er schließlich nach Samos zurück.

Um etwa 530 v. Chr. wanderte Pythagoras nach Kroton (Süditalien) aus und gründete dort den Pythagoreischen Bund. Es war ein religiöser Bund, der eine sittliche und politische Erneuerung anstrebte. Er hatte bald viele Anhänger, die von ihm und seiner Lehre fasziniert waren. Wegen ihrer politischen Ziele wurden sie jedoch verfolgt. Schließlich starb Pythagoras um 480 v. Chr. in Metapont am Golf von Tarent.

Abb. 21

Werke von Pythagoras sind nicht überliefert, da die Schule zur Geheimhaltung verpflichtet war. Erst über seine Anhänger wurde mehr bekannt.
Heute weiß man nicht genau, welche Lehren wirklich von Pythagoras stammen. Die Menschen verehrten Pythagoras zu Lebzeiten wie einen Gott, und so wurde er nach seinem Tod zu einer Legende.
Pythagoras und seine Anhänger glaubten an die Unsterblichkeit der Seele sowie an die Seelenwanderung und Wiedergeburt. Nach der Pythagoreischen Lebensweise musste der Mensch darauf achten, dass sein Körper immer in gleicher Verfassung blieb. Er sollte auf gleich bleibendes Gewicht und gleich bleibende Stimmung achten. Auch durfte er kein Tier töten und essen, da es ja möglich war, als Tier wiedergeboren zu werden.
Besonders wichtig war Pythagoras die Freundschaft von allen und mit allen. Man sollte den Umgang mit anderen so gestalten, dass Freunde nicht zu Feinden, aber Feinde zu Freunden werden.

In der Mathematik kamen die Pythagoreer zu bemerkenswerten Ergebnissen, sie fanden den Lehrsatz des Pythagoras ($a^2+b^2 = c^2$).
Die Bedeutung der Rechenkunst sahen sie in der „Vierheit der Zahlen", wie zum Beispiel in $1+2+3+4=10$. Sie wird auch als Vierheit von Begriffen und Kräften gesehen: So gibt es zum Beispiel die 4 Jahreszeiten, die 4 Elemente (Feuer, Wasser, Erde, Luft) und die 4 Himmelsrichtungen. Zahlen waren für Pythagoras nicht nur mathematische Größen, sondern auch Symbole.
Die Pythagoreische Lehre sieht in den Zahlen das eigentliche Geheimnis und die Bausteine der Welt. Mathematik und Musik stehen eng miteinander in Verbindung (Intervalle).

Abbildung 21 zeigt die Angabe für die Schüler und Schülerinnen zum ersten Übungsbeispiel, das nun vorgestellt wird. Es soll die Teilkompetenz 2d vom Bereich Lesen geübt werden (Gezielt einzelne Informationen aus Texten entnehmen können). Diese Kompetenz ist besonders wichtig, wenn es um die Beantwortung von konkreten Fragen geht; d. h. beim Suchen und Finden von Begriffen, Namen oder Zahlen. In solchen Situationen müssen die Lernenden die Technik des „Scannings“ beherrschen, d. h. den Text durchscannen, nach Schlüsselbegriffen suchen und gezielt Informationen finden. Bei dem für die 7./8. Schulstufe entworfenem Übungsbeispiel zum Thema Pythagoras müssen die Schülerinnen und Schüler entscheiden, ob die nach dem Text angeführten Aussagen richtig oder falsch sind. Folgende Abbildung zeigt die zu lösende Aufgabe für die Lernenden.

MATHEMATIK CODE 025

UNTERLAGE
FÜR SCHÜLERINNEN UND SCHÜLER

Du hast den Text aufmerksam gelesen?
Entscheide nun, welche Aussagen richtig und welche falsch sind!

	richtig	falsch
Pythagoras lebte im 5. Jahrhundert vor Christus.		
Pythagoras studierte Medizin.		
Pythagoras war auch Mathematiker.		
Pythagoras lehrte die Menschen, sich vegetarisch zu ernähren.		
Pythagoras war ein streitsüchtiger Mensch.		
Pythagoras kannte sich auch in der Musik aus.		
Die Anhänger des Pythagoras wurden wegen ihrer politischen Ziele verfolgt.		
Pythagoras wollte Frieden unter den Menschen.		
Pythagoras aß gerne Fleisch.		

Abb. 22

Manche Mathematiker fragen sich nun bestimmt, warum man dieses Übungsbeispiel im Mathematikunterricht durchnehmen sollte; Pythagoras war ja nicht nur Mathematiker, sondern auch Philosoph. Also könnte man diese Aufgabe ja genauso gut im Philosophie-

Unterricht bearbeiten; möglich wäre es auch, den Text im Geschichteunterricht durchzulesen. Leute, die diese Meinung vertreten, haben Recht, dass in dieser Aufgabe keine Eigenwert der Mathematik zu finden ist, aber trotzdem kann nicht behauptet werden, dass es sinnlos wäre, dieses Übungsbeispiel im Mathematikunterricht durchzunehmen. Dieser Text, welcher zwar über einen Mathematiker spricht, jedoch kein mathematischer Text ist, soll als Übung angesehen werden, auf die aufgebaut werden kann. Wenn Schüler und Schülerinnen erst einmal fähig sind, gezielt einzelne Informationen aus Texten über die Mathematik zu entnehmen, fällt es ihnen später auch leichter, die richtigen Informationen aus mathematischen Texte zu entnehmen.

8.2.2. Tabellen und Grafiken lesen

Ein weiteres Beispiel, welches das ÖSZ in seinen Broschüren vorstellt, soll die Teilkompetenz 3a vom Bereich Lesen trainieren (Leitkompetenz: Inhalte reflektieren und interpretieren können; Teilkompetenz: Tabellen, Grafiken, Diagramme und Statistiken lesen und deuten können). Informationen, welche in Tabellen, Statistiken, Grafiken oder Diagrammen auftauchen, sind meist sehr komprimiert. Daraus resultieren Hindernisse für die Lernenden, die Informationen richtig zu deuten. Ziel ist es, dass es die Schüler und Schülerinnen schaffen, über die Einzelinformationen hinausgehende grundlegende Informationen zu erfassen. Um eine Tabelle sinnvoll zu deuten, sollte man immer die folgenden Fragen im Hinterkopf haben:

- „Worum geht es in der Statistik?“
- „Welche Zusammenhänge bestehen zwischen Zahlen und Spalten?“
- „Wird eine Entwicklung sichtbar? (Welche?)“
- „Gibt es auffallende Regelmäßigkeiten?“
- „Welche Schlussfolgerungen können gezogen werden?“[99] (Natürlich sollte man, wenn man Schlussfolgerungen zieht, auch immer nachdenken, ob diese zur Graphik passen!)

[99] Carnevale / Wojnesitz 2014, S. 36.

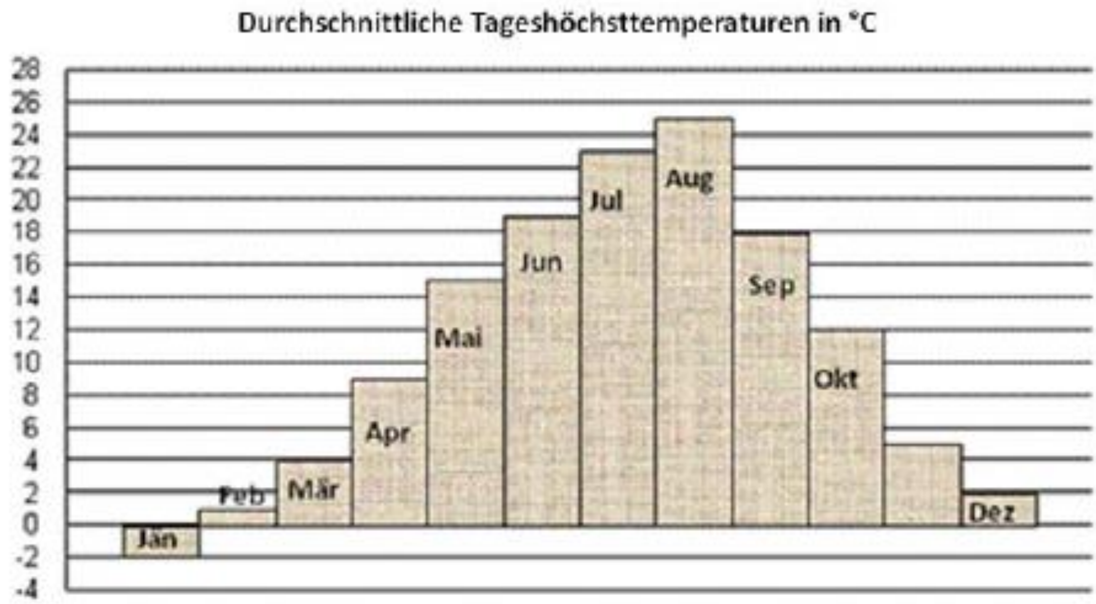
Das konkrete Übungsbeispiel mit dem Titel „Durchschnittliche Tageshöchsttemperaturen“ soll also das Lesen von Tabellen und Grafiken üben und eignet sich daher besonders gut für den Mathematikunterricht. Folgendes Arbeitsblatt erhalten die Schüler und Schülerinnen:

6.2.1 Tabellen und Grafiken lesen

6.2.1.1 Durchschnittliche Tageshöchsttemperaturen[42]

Durchschnittliche Tageshöchsttemperaturen

Das Diagramm zeigt die durchschnittlichen Tageshöchsttemperaturen der einzelnen Monate eines Landes.
Ergänze mithilfe des Diagramms die Tabelle.



Monat	Jän	Feb	Mär	Apr	Mai	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dez
°C.												

Arbeitsaufgaben zu „Durchschnittliche Tageshöchsttemperaturen“

1) Was ist auf der waagrechten Achse eingezeichnet?
   Welche Werte sind auf der senkrechten Achse eingetragen?
2) In welchem Monat werden die höchsten Temperaturwerte gemessen und in welchem Monat die niedrigsten?
3) Vervollständige mit Hilfe der Zahlenwerte des Diagramms die Tabelle.
4) Welche der beiden Darstellungen (Tabelle oder Diagramm) ist aussagekräftiger?

Das Übungsbeispiel wird für die 8. bzw. 9. Schulstufe empfohlen. Um das Diagramm auszuwerten, bekommen die Lernenden verschiedene Arbeitsaufträge. Z. B. sollen sie die Werte der Tageshöchsttemperaturen für die jeweiligen Monate ablesen und diese anschließend in eine vorgegebene Tabelle eintragen. Im Weiteren müssen sie Fragen beantworten, welche unterschiedliche mathematische Aspekte thematisieren.
Natürlich könnte es auch bei diesem Beispiel Kritiker und Kritikerinnen geben, welche nicht davon überzeugt sind, dass diese Aufgabe für den Mathematikunterricht fördernd ist. An dieser Stelle sollte noch einmal die Leitkompetenz des ÖSZ für dieses Beispiel erwähnt werden: *Inhalte reflektieren und interpretieren können*. Gewiss ist es für die meisten Lernenden kein Problem, abzulesen, was auf der waagrechten oder senkrechten Achse eingetragen ist. Auch werden es die meisten schaffen, die höchsten bzw. niedrigsten Temperaturstände abzulesen. Zu betonen ist, dass diese Aufgabe eben dazu beiträgt, Inhalte zu reflektieren. Schüler und Schülerinnen werden durch diese Aufgabe z. B. darauf aufmerksam gemacht, dass sie stets darauf achten sollen, welche Werte auf den Achsen eingetragen sind. Bei dieser Aufgabe scheint es vielleicht ersichtlich, allerdings gibt es viele Beispiele, wo Lernende nicht auf den ersten Blick erkennen, welche Bedeutung die Werte auf den Achsen haben. Um für solche Details sensibilisiert zu werden, ist es also gerechtfertigt, diese Aufgabe im Unterricht anzuwenden. Manchmal steckt gerade in Aufgaben, welche einen lächerlichen Eindruck machen, ein großes Potential.
Wenn Lernende mit solchen Beispielen regelmäßig konfrontiert werden, dann werden sie es schaffen, über die Einzelinformationen hinausgehende grundlegende Informationen zu erfassen. Dies wird ihnen dann beim lesen ganz „normaler“ Texte auch immer leichter fallen.

Erwähnen sollte man, dass sehr viel Unterrichtsmaterial für einen sprachsensiblen Unterricht online existiert. Diese Übung ist z. B. auf einer vom Stadtschulrat Wien geförderten Website unter folgenden Link abzurufen:
http://www.lesenundverstehen.at/pluginfile.php/88/mod_resource/content/2/index_2.html.
Die Seite *http://www.lesenundverstehen.at/* des SSR Wien konzentriert sich auf Leseförderung, Textverstehen und Textkompetenz. Sie stellt für verschiedene Schulstufen Materialien zum Ausdrucken zur Verfügung. Das ÖSZ stellt außerdem zum Thema „Deutsch als Unterrichtssprache in allen Fächern“ auf nachstehendem Link eine Vielzahl an Unterrichtsmaterialien zur Sprachförderung in allen Fächern zur Verfügung: *www.sprachsensiblerunterricht.at.*

8.2.3. Statistiken verbalisieren

Inhalte erklären können ist beim ÖSZ die dritte Leitkompetenz für den Bereich Schreiben. Die Teilkompetenz 3a besagt, dass Tabellen, Grafiken, Diagramme und Statistiken verbalisiert und beschrieben können werden sollten. Diese Teilkompetenz kann auch im Mathematikunterricht gut geübt werden. Für die 8./9. Schulstufe wurde zum Thema Bildungsausgaben ein Diagramm erstellt, um das Verbalisieren von Statistiken zu üben:

Bildungsausgaben

Im folgenden Diagramm geht es um die allgemeinbildenden österreichischen Pflichtschulen.
Beantworte die Fragen unterhalb des Diagramms und führe die Aufgaben aus.

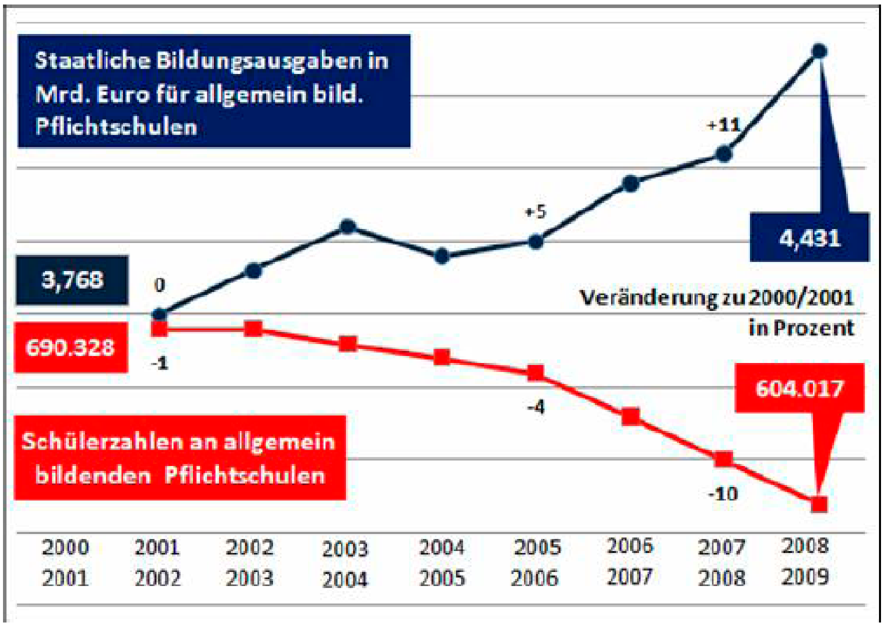


Abb. 24

Zu diesem Diagramm – welches man genauso gut im Geographieunterricht einsetzten könnte – müssen die Schüler und Schülerinnen unterschiedliche Aufgaben schriftlich bearbeiten: Beispielsweise müssen die Lernenden angeben, wie der genaue Titel der Grafik lautet. (Manch ein Leser / manch eine Leserin der Diplomarbeit wird sich jetzt denken: „Der Titel steht doch dort!“. Ja, der Titel steht dort. Viele Schüler und Schülerinnen lesen oft jedoch nicht den Titel und fangen einfach an, die Graphik zu interpretieren, ohne wirklich nachzudenken, um was es eigentlich geht. Daher eignet sich diese Aufgabe gut, um die Lernenden noch einmal darauf hinzuweisen, in welchem Kontext eine Graphik gedeutet werden soll.) Eine andere Aufgabe ist es, einen Lückentext auszufüllen; eine andere Aufgabe ist es wiederum, anzugeben, welche Werte auf der waagrechten respektive senkrechten Achse aufgetragen sind. Durch solche Aufgaben werden die Schüler und Schülerinnen gezielt mit Ausdrücken konfrontiert, die für das Verbalisieren von Statistiken essentiell sind. Zu hoffen ist, dass sich die Lernenden die niedergeschriebenen Fachstrukturen und Vokabel auch für die mündliche Kommunikation im Mathematikunterricht einprägen. Folgende Abbildung zeigt das gesamte Arbeitsblatt:

6.2.2 Statistiken verbalisieren

6.2.2.1 Bildungsausgaben[46]

Bevor du die Aufgaben unterhalb des Diagramms durchführst, bearbeite folgende Arbeitsaufgaben.

1) Wie lautet der genaue Titel der Grafik?

____

2) Auf der waagrechten Achse sind die ________________ aufgetragen, in der senkrechten Richtung ist ______________________ .

3) Was wird in dem Diagramm dargestellt?
Bearbeite nun die Aufgabe a) unterhalb des Diagramms.

4) Was stellt der höchste und was der niedrigste Wert dar?

____

5) Bearbeite nun die Aufgabe b) unterhalb des Diagramms.

6) Ergänze den folgenden Lückentext:
Die staatlichen Bildungsausgaben sind vom Schuljahr 2000/2001 bis zum Schuljahr 2003/2004 um ________ 5 % ______________________ . Im gleichen Zeitraum sind die Schülerzahlen um ________ % ________________ . Die Bildungsausgaben waren nur in den Schuljahren __________ __________ und ________ niedriger als im Schuljahr 2004/05. Mit __________ erreichten die Bildungsausgaben im Schuljahr __________ ihren Höhepunkt. Zur gleichen Zeit betrug die Schülerzahl ______________ und war daher um __________ % niedriger als im Schuljahr 2000/01.

7) Bearbeite nun die restlichen Aufgaben c) bis e) unterhalb des Diagramms.

Abb. 25

Natürlich darf man beim Schreiben über Statistiken das Leseverstehen nicht außer Acht lassen. Ohne ein Leseverstehen können Inhalte von Tabellen etc. ja schließlich nicht verbalisiert und beschrieben werden. Um sich bei dieser Übung auf die Kompetenz Schreiben konzentrieren zu können, sollte die Lehrperson im Vorhinein mit den Lernenden die Kompetenzen „Leseverstehen" und „Sprechen" dementsprechend geübt haben, sodass für diese Übung eine Basis vorhanden ist. Genauer gesagt sollte aus den beiden eben erwähnten Bereichen die Kompetenz 3 (Inhalte erklären können) gefestigt sein. Insbesondere mit Teilkompetenz 3a (Informationen aus Tabellen, Grafiken, Diagrammen und Statistiken wiedergeben können) sollten die Lernenden vor anspruchsvollen schriftlichen Arbeitsaufträgen vertraut gemacht werden.

8.3. Methodenwerkzeuge nach Leisen

Josef Leisen erstellte eine umfangreiche Sammlung von Beispielen und Arbeitsblättern, welche zum Sprechen, Lesen, Schreiben und Üben im Fachunterricht verwendet werden können. Sein Anliegen ist es, den Lehrern und Lehrerinnen einen sogenannten „Werkzeugkasten" zur Verfügung zu stellen, welcher unterschiedliche Methodenwerkzeuge beinhaltet. Leisen zufolge sind Methodenwerkzeuge zur Sprachförderung *„Werkzeuge, die kommunikative Situationen im Unterricht erzeugen, unterstützen und bewältigen helfen."*[100] Dieser Werkzeugkasten soll Anregung und Angebot zugleich sein. Er soll den Lehrenden den Weg zu einem sprachsensiblen, praxisnahen und sprachfördernden Fachunterricht erleichtern – sowohl was die Vorbereitung als auch die Gestaltung und Realisierung betrifft. In Leisens Methodenkasten sind 40 Methoden-Werkzeuge vorhanden. Methoden 1 bis 20 liegen hauptsächlich in der Hand der Lehrkraft. Diese Methoden ähneln Arbeitsblättern, müssen von der Lehrperson vorbereitet werden und können sowohl im Einzel- als auch im Klassenunterricht Verwendung finden. Die zweite Hälfte der Methodenkiste liegt zum Großteil in der Hand der Schüler und Schülerinnen. Es werden handlungsorientierte Aufgaben, die in Gruppen- oder Partnerarbeit gelöst werden sollten, präsentiert. (Eine Kurzübersicht über die gesamten 40 Methoden-Werkzeuge bietet Leisen (2) 2010, S. 8 und 9.)

[100] Leisen (2) 2010, S. 5.

Im folgenden Abschnitt sollen vier dieser Materialien vorgestellt werden. Zu betonen ist, dass sie auf alle Schulformen und auch Altersstufen im Mathematikunterricht angewendet werden können.

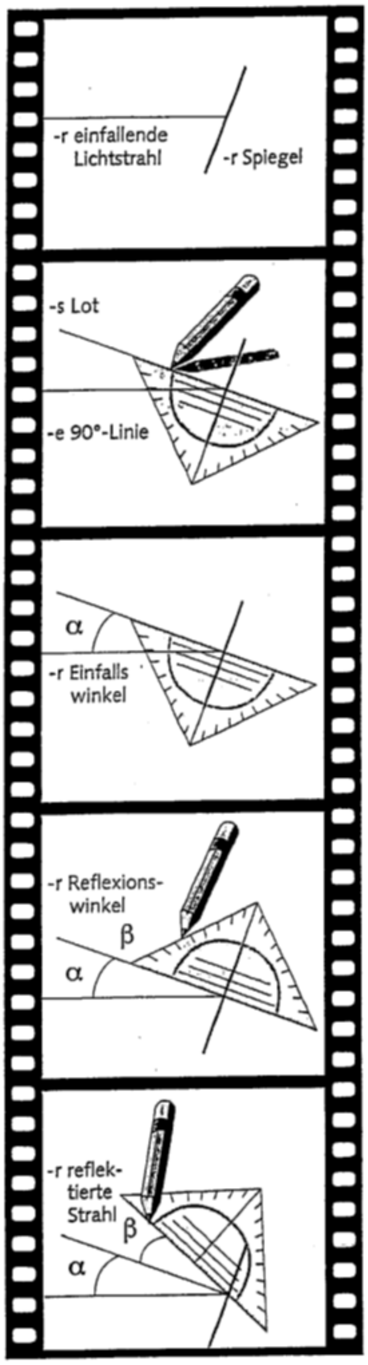
8.3.1. Filmleisten

Filmleisten bestehen aus einzelnen Bildern. Diese demonstrieren den zeitlichen Ablauf eines Vorgangs. Die Methode eignet sich besonders gut, um Experimente, Vorgänge, Handlungen, Operationen und Konstruktionen in Einzelschritte zu zerlegen. Im Mathematikunterricht kann man diese beispielsweise besonders gut bei Konstruktionsbeschreibungen einsetzen. Die Aufteilung in separate Schritte erleichtert die Versprachlichung. Die besonderen Bildsequenzen dienen oft als Grundlage für Textproduktionen oder als Anweisung für bestimmte komplexe Handlungen. Das zusammenhängende Sprechen soll durch Filmleisten unterstützt werden. Durch diese Methode sollte eine zeitliche und logische Reihenfolge der Ereignisse eingehalten werden. Ein vollständiger logischer Text mit der Verwendung fachsprachlicher Begriffe wird also angestrebt. Ein großer Vorteil von Filmleisten ist, dass sie eigentlich selbsterklärend sind. Die Lehrkraft sollte sie vorbereiten und planen und im Anschluss den Lernenden aushändigen, damit diese sie vervollständigen bzw. die Bilder verbalisieren. Es besteht jedoch auch die Möglichkeit, dass die Schüler und Schülerinnen selbst eine Filmleiste als eigenes Lernprodukt erstellen. Als Didaktiker / Didaktikerin (was eine Lehrperson in der AHS ja auch ist) sollte man berücksichtigen, dass Filmleisten einen hohen Aufforderungscharakter haben. D. h. man könnte den Lernenden für die Textproduktion eventuell eine Wortliste oder auch eine Liste mit Konjunktionen zur Verfügung stellen. Setzt man die Methode des Filmstreifens in einer Klasse das erste Mal ein, sollte man den Heranwachsenden die Bilder in der richtigen Reihenfolge präsentieren. In einem späteren Schritt kann man die einzelnen Sequenzen aber auch in einer vermischten Reihenfolge den Schülern und Schülerinnen präsentieren. Diese müssen sie dann erst einmal in die richtige sachlogische Reihenfolge bringen. Das Zerschneiden des Filmstreifens und das anschließende Ordnen-Lassen sind auch besonders gut als Übung vor Tests bzw. Schularbeiten zu gebrauchen.

Die folgende Abbildung zeigt ein Beispiel einer Filmleiste zum Thema Konstruktionsbeschreibung:

Filmleiste
zum Thema „Konstruktionsbeschreibung"

Aufgabe:
Schreibe die im Filmstreifen dargestellten Sachverhalte auf.



Zuerst zeichnen wir ... .

Anschließend ... .

Danach ... .

Nun ... .

Schließlich ... .

Abb. 26

Bei Konstruktionsbeschreibungen sollte man als Lehrperson sich wirklich genug Zeit für die Textproduktionen nehmen, denn selbst Kinder mit deutscher Muttersprache haben damit oft enorme Probleme. Zu betonen ist, dass man Filmstreifen unterschiedlich schwierig gestalten kann. Zur Erleichterung kann man als Lehrkraft zu den einzelnen Bildern z. B. Textanfänge beigeben. Bei fortgeschrittenen Lernenden sollte man diese weglassen und auch die Bilder selbstständig in die richtige Reihenfolge bringen lassen. Dem Lehrpersonal steht es auch frei, ob es zu den einzelnen Sequenzen die Fachbegriffe angibt, oder ob die Schüler und Schülerinnen diese schon selbst wissen und in korrekter Weise verwenden sollten. Eine andere Art, diese Methode zum Einsatz zu bringen, wäre, ein paar Bilder frei zu lassen, anstatt dessen den Text anzugeben und die Lernenden das richtige Bild zeichnen zu lassen. So kann man dann kontrollieren, ob die Schülerinnen und Schüler eine Konstruktionsbeschreibung verstehen.[101]

Wenn man versuchen möchte, dieses Methodenwerkzeug dem Kompetenzraster vom ÖSZ zuzuordnen, kann man feststellen, dass gleich mehrere Kompetenzen trainiert werden. Vom Kompetenzbereich *Sprechen + Schreiben* werden die eingekreisten Kompetenzen gefördert:

SPRECHEN + SCHREIBEN

1	**Wortschatz und bildungssprachliche Strukturen nutzen können.**
1a	Neu gelernten Wortschatz anwenden können.
1b	Alltags-, Bildungs- und Fachsprache situations- und sachgerecht anwenden können.
2	**Inhalte darstellen können.**
2a	Informationen, Sachverhalte und fachlichen Input wiedergeben und zusammenfassen können.
2b	Vorgänge und Phänomene beschreiben und benennen können.
2c	Experimente protokollieren können.
3	**Inhalte erklären können.**
3a	Informationen aus Tabellen, Grafiken, Diagrammen und Statistiken wiedergeben können.
3b	Vorgänge und Phänomene in eigenen Worten erklären können.
3c	Vorgänge und Phänomene in angemessener schriftlicher Form und adressatengerecht darstellen können.
4	**Inhalte begründen können.**
4a	Inhalte argumentieren und bewerten können.
5	**Textkompetenz (Sachtexte verfassen können).**
5a	Fachlich richtige und sprachlich angemessene Texte produzieren können.

Abb. 27

[101] Vgl. Leisen (2) 2010, S. 26

8.3.2. Lernplakat

Lernplakate sind als Lehr- und Lernmittel zu verstehen. Sie visualisieren die unterschiedlichen Lehrinhalte und -prozesse. Besonders geeignet sind sie, um die Schüler und Schülerinnen zu unterstützen, zu aktivieren und zu motivieren. Durch gut gestaltete Lernplakate werden das Lernen und Behalten von wichtigen Unterrichtsinhalten gefördert. Zusätzlich werden die Differenzierung, Interaktion und Kommunikation begünstigt. Diese Methode ermöglicht eine ständige Präsenz von Fachbegriffen, Fach- und Sprachbeispielen und Fachsätzen. Dadurch dass die Lernenden also des Öfteren auf das Lernplakat blicken können, wird die Einübung sprachlicher Wendungen und anderer Fachinhalte sichergestellt. Lernplakate dienen der Sprachunterstützung in einem hohen Maß, da sie Kommunikation sowohl voraussetzen als auch dazu anregen. Lernplakate werden von Didaktikern und Didaktikerinnen auch als besonders wichtig angesehen, um Denk- und Unterrichtsprozesse zu strukturieren und anschließend zu veranschaulichen. Lernende müssen dabei nachdenken, welche Inhalte für das Plakat wirklich wichtig sind. Im Mathematikunterricht kann man Lernplakate für unterschiedliche Zwecke einsetzen:

- Schreibplakate: z. B. für Materialsammlungen oder Zusammenfassungen
- Veranschaulichungsplakate: z. B. für Skizzen, Diagramme oder Tabellen
- Arbeitsplakate: z. B. für Arbeitsanweisungen oder Problemdarstellungen
- Informationsplakate: z. B. für mathematische Formeln oder Sprachhilfen

Lernplakate unterstützen die Kommunikation innerhalb der Klasse. Sie können entweder von der gesamten Klasse gemeinsam erstellt werden oder aber auch in Kleingruppen. Lernplakate sollten möglichst kreativ gestaltet werden, um die verschiedenen Wahrnehmungskanäle anzusprechen. Besonders gut ist es, wenn ein Thema bzw. ein Sachverhalt in verschiedenen Formen dargestellt wird: z. B. bildlich, sprachlich und symbolisch. Ein Lernplakat kann für die Lehrkraft sehr hilfreich sein, da oft ein kurzer (nonverbaler) Hinweis auf das Produkt ausreicht, um einem Kind eine Gedankenunterstützung zu bieten. Nachstehende Abbildung zeigt ein Lernplakat zum Thema „Sprachhilfen für Rechenarten“.

Lernplakat
zum Thema „Sprachhilfen für Rechenarten"

Wie lesen wir?
plus
minus
mal
dividiert durch

Was tun wir?
addieren (zu)
subtrahieren (von)
multiplizieren (mit)
dividieren (durch)

Wie heißt der Ausdruck?
-e Summe, -n
-e Differenz, -en
-s Produkt, -e
-r Quotient, -en

6 + − • : = 2

Wie heißt der 1. Teil?
-r 1. Summand, -en
-r Minuend, -en
-r Faktor, -en
-r Dividend, -en

Wie heißt der 2. Teil?
-r 2. Summand, -en
-r Subtrahend, -en
-r 2. Faktor, -en
-r Divisor, -en

Wie heißt die Operation?
-e Addition, -en
-e Subtraktion, -en
-e Multiplikation, -en
-e Division, -en

Abb. 28

Farben sollten bei Lernplakaten sinnvoll eingesetzt werden. Z. B. könnte man für Begriffe mit dem gleichen Geschlecht die gleiche Farbe verwenden. Arbeitet man in einer Klasse viel mit Computern, so kann man diese visuelle Methode auch in Form von Power-Point-Präsentationen einsetzen.[102]

Da sich DaZ-Schüler und -Schülerinnen oft schwer tun, die richtigen Artikel zu verwenden bzw. die Mehrzahl von Nomen zu bilden, ist es sinnvoll, sowohl Artikel als auch Plural von zu lernenden Hauptwörtern stets mitanzugeben. Bei Verben sollte man auch immer die dazugehörigen Präpositionen angeben. Am Beispiellernplakat von Josef Leisen (Abb. 28) kann man das besonders gut erkennen.

Ein erneuter Blick auf die Kompetenzen des ÖSZ zeigt folgende Schwerpunktsetzung bei diesem Methoden-Werkzeug:

SPRECHEN + SCHREIBEN

1	**Wortschatz und bildungssprachliche Strukturen nutzen können.**
1a	Neu gelernten Wortschatz anwenden können.
1b	Alltags-, Bildungs- und Fachsprache situations- und sachgerecht anwenden können.
2	**Inhalte darstellen können.**
2a	Informationen, Sachverhalte und fachlichen Input wiedergeben und zusammenfassen können.
2b	Vorgänge und Phänomene beschreiben und benennen können.
2c	Experimente protokollieren können.

Abb. 29

8.3.3. Flussdiagramm

Mit Flussdiagrammen ist es möglich, komplexe Handlungen, Prozesse oder Lösungswege in Form eines Pfeildiagramms darzustellen. Die symbolische Darstellung eignet sich gut, um funktionale Zusammenhänge oder zeitliche Abläufe zu verdeutlichen. In Bezug auf den strukturellen Charakter könnte man das Flussdiagramm mit visualisierten Algorithmen von Computerprogrammen vergleichen.

Flussdiagramme sollten im Unterricht eingesetzt werden, wenn Schüler und Schülerinnen komplexe Vorgänge vereinfachend symbolisch darstellen wollen oder komplexe Vorgänge verbalisieren wollen. Auf der folgenden Seite findet man ein Flussdiagramm zum Thema „Das Lösen von Wurzelgleichungen".

[102] Vgl. Leisen (2) 2010, S. 30

Das Lösen von Wurzelgleichungen

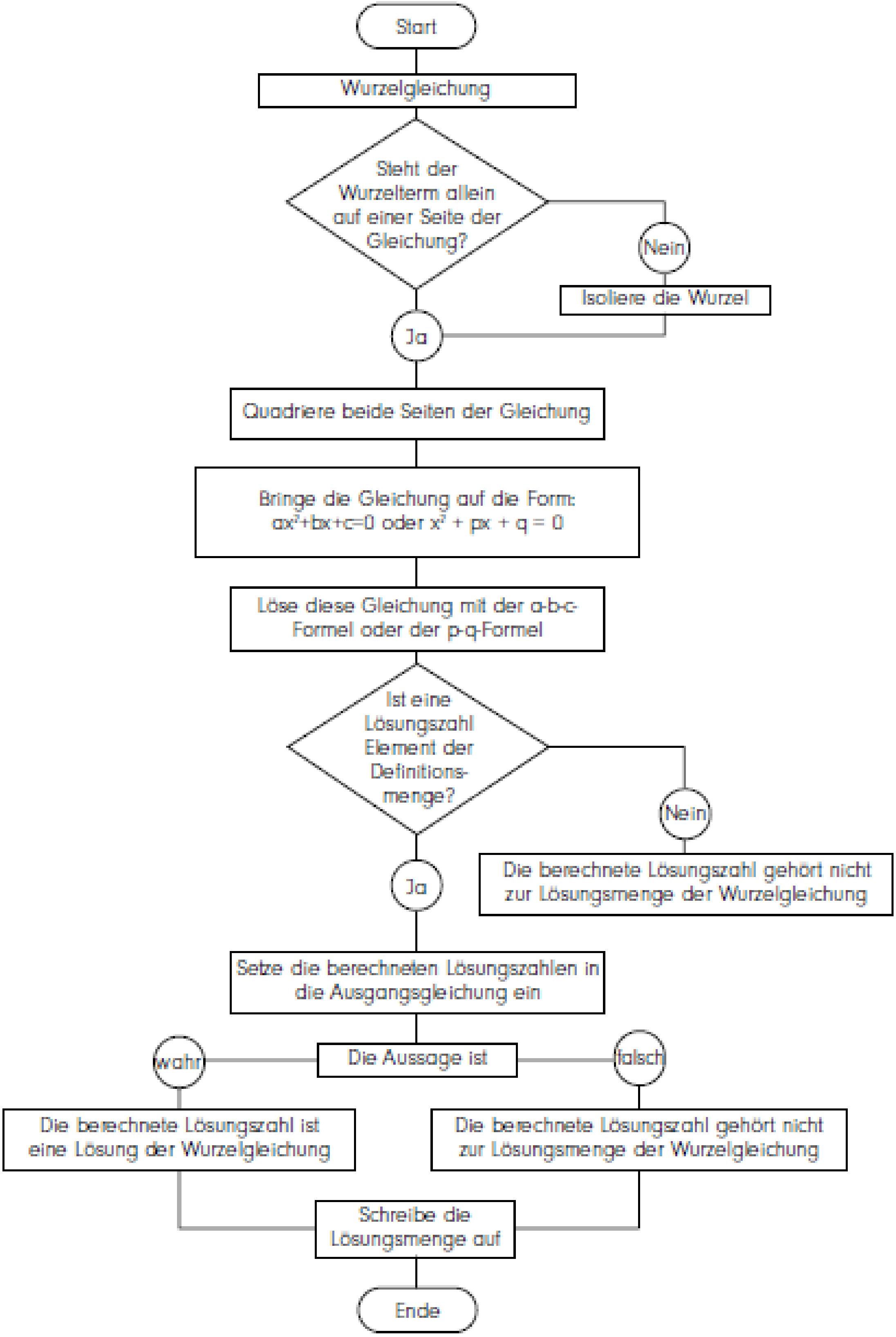


Abb. 30

Dieses Methodenwerkzeug trainiert das zusammenhängende Sprechen bei unübersichtlichen und komplexen Vorgängen. Flussdiagramme kann man somit als Verbalisierungshilfe oder auch als Hilfe beim Schreiben von Texten ansehen. Außerdem ist es sprachlich sehr fördernd, wenn man Diagramme im Unterricht „vorlesen" lässt. Im Mathematikunterricht lassen sich Flussdiagramme besonders gut einsetzen, um Lösungswege aufzuzeigen.
Wichtig ist darauf zu achten, dass die Flussdiagramme eine hinreichend logische Kettenstruktur aufweisen; sonst ist das Darstellen in einem Flussdiagramm über mehrere Stufen nicht sinnvoll. Besonders wenn es um Ursache-Wirkungs-Ketten oder Ja-/Nein-Entscheidungen geht, lohnt sich ein Flussdiagramm.
Die Lehrperson sollte aufgrund didaktischer Überlegungen diese Methode mit den Lernenden zunächst an einfachen Sachverhalten üben. Achten sollte man außerdem auf die grafische Anordnung der Symbole. Je klarer die Anordnung, desto vorteilhafter ist das Flussdiagramm. Wenn die sachlichen Zusammenhänge klar dargestellt sind, ist nicht nur die Lesbarkeit, sondern auch der Verstehensprozess einfacher.
Der Entscheidungsprozess im Flussdiagramm sollte deutlich erkennbar sein und mit einer Aussage enden. Der Ersteller / die Erstellerin sollte darauf achten, dass keine Linien einander schneiden. Sinnvoll ist es, für bestimmte Strukturelemente immer gleiche Symbole zu verwenden, z. B. wie folgt:

Abb. 31

Man sollte bedenken, dass Flussdiagramme recht aufwändig sind. Ein praktischer Hinweis besteht darin, dass die Diagramme meist länger werden als erwartet. Oft ist es daher sinnvoll, eine entsprechende Computersoftware für die Gestaltung zu verwenden.[103]

Im Vergleich zu den Kompetenzrastern des ÖSZ sind die vier Kompetenzen der Bildungsstandards (Modellieren (AK 1), Operieren (AK 2), Kommunizieren (AK 3) und Problemlösen (AK 4) eher dürftig ausformuliert (überhaupt was den Aspekt Sprache betrifft).

[103] Vgl. Leisen (2) 2010, S. 48.

Wenn man AK 3 genauer betrachtet, trifft am ehesten die eingekreiste Teilkompetenz auf das Flussdiagramm zu.

Kompetenzbereich: Kommunizieren (AK 3)

„3.1 Mathematische Sachverhalte verbalisieren und begründen

Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler können

..mathematische Begriffe und Zeichen sachgerecht in Wort und Schrift benützen,

..ihre Vorgangsweisen beschreiben und protokollieren,

..Lösungswege vergleichen und ihre Aussagen und Handlungsweisen begründen.

3.2 Mathematische Sachverhalte in unterschiedlichen Repräsentationsformen darstellen

Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler können

..ihre Vorgangsweisen in geeigneten Repräsentationsformen festhalten,

..Zeichnungen und Diagramme erstellen.“[104]

8.3.4. Stille Post

Die *Stille Post* gilt als Methode, die gut in Gruppen angewendet werden kann. Zwischen verschiedenen Gruppen werden Arbeitsaufträge auf Arbeitsblättern weitergegeben. Die Arbeitsblätter stellen dabei die „Post“ dar. Zu beachten ist, dass bei dieser Form der Stillen Post ein mündlicher Austausch untersagt ist. Nachdem die Arbeitsblätter von allen beteiligten Gruppen bearbeitet wurden, sollten sie am Ende wieder in die ursprüngliche Gruppe zurückkommen. Von dieser werden sie dann korrigiert und kontrolliert.

Dieses Spiel eignet sich besonders dann, wenn der Wechsel von Darstellungsformen geübt werden soll. Im Mathematikunterricht kann man diese Methode also z. B. gut anwenden, wenn man das Thema Funktionen erarbeitet. Fachliche „Übersetzungen“ von einer Darstellungsform in die andere (z. B. Graph → Tabelle) können somit geübt werden. Die Gruppenergebnisse werden in rein schriftlicher Form präsentiert; es kommt also auf eine äußerst präzise schriftliche Präsentation an, damit die nächste Gruppe die weitergeleitete

[104] bifie 2011, S. 1.

Information ohne mündliche Ergänzungen mühelos verstehen kann. Diese Methode unterstützt also nicht das freie Sprechen, allerdings fördert sie im hohen Maße das schriftliche Formulieren.

Prinzipiell kann die Lehrperson die Methode in jeder Unterrichtssituation einsetzen, besonders dann, wenn eine Thematik vertieft oder erschlossen werden soll. Als Didaktiker / Didaktikerin sollte man beim erstmaligen Einsetzen dieses Methoden-Werkzeuges auf eine gute Vorbereitung achten. Sinnvoll ist es möglicherweise, die Durchführung mithilfe einer Folie zu erklären. Eine wie die folgende könnte dafür verwendet werden:

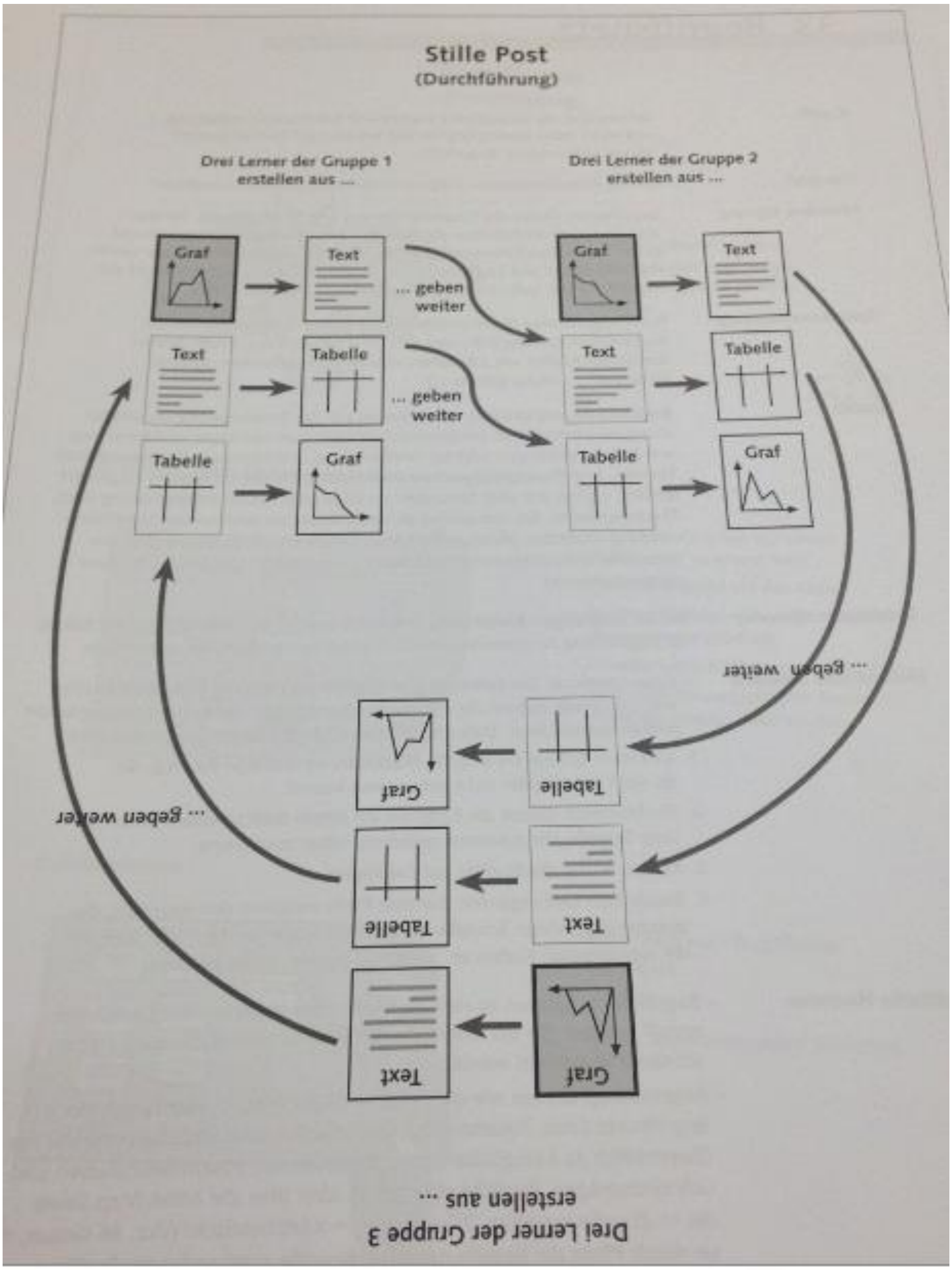


Abb. 32

Methodisch ist darauf hinzuweisen, dass das Thema verschiedene Darstellungsformen zulassen muss (Mindmap, Grafik, Tabelle, Text, Bildfolge…). Zwar wurde vorher erwähnt, dass die Arbeitsblätter nur ohne mündlichen Zusatz in die nächste Gruppe weitergegeben werden dürfen, allerdings ist zu betonen, dass innerhalb der Gruppe mündlich kommuniziert werden darf.

Wie viele Gruppen es gibt, hängt davon ab, wie viele Übersetzungsschritte von einer Form in die andere nötig sind. Ein praktischer Hinweis wäre eine Einteilung der Gruppen nach Farben, sodass eine bessere Übersicht entsteht und am Ende alle Schüler und Schülerinnen noch wissen, welche Arbeitsblätter zu wem gehören.[105]

Die Methode *Stille Post* trainiert sowohl in den Bildungsstandards vorkommende als auch vom ÖSZ formulierte Kompetenzen:

LESEVERSTEHEN

1	**Wortschatz und bildungssprachliche Strukturen erwerben können.**
1a	Strategien zur Erschließung unbekannter bildungs- und fachsprachlicher Mittel anwenden können, z. B. Arbeit mit dem Wörterbuch, Internet.
2	**Inhalte verstehen können.**
2a	Fachspezifische Informationen aus unterschiedlichen Medien und Quellen kritisch entnehmen können.
2b	Strategien zur Texterschließung anwenden können, z. B. Markieren von Schlüsselwörtern.
2c	Die wesentlichen Inhalte eines Textes erfassen können.
2d	Gezielt einzelne Informationen aus Texten entnehmen können.
3	**Inhalte reflektieren und interpretieren können.**
3a	Tabellen, Grafiken, Diagramme und Statistiken lesen und deuten können.
3b	Inhalte aus Sachtexten interpretieren können.

SPRECHEN + SCHREIBEN

1	**Wortschatz und bildungssprachliche Strukturen nutzen können.**
1a	Neu gelernten Wortschatz anwenden können.
1b	Alltags-, Bildungs- und Fachsprache situations- und sachgerecht anwenden können.
2	**Inhalte darstellen können.**
2a	Informationen, Sachverhalte und fachlichen Input wiedergeben und zusammenfassen können.
2b	Vorgänge und Phänomene beschreiben und benennen können.
2c	Experimente protokollieren können.
3	**Inhalte erklären können.**
3a	Informationen aus Tabellen, Grafiken, Diagrammen und Statistiken wiedergeben können.
3b	Vorgänge und Phänomene in eigenen Worten erklären können.
3c	Vorgänge und Phänomene in angemessener schriftlicher Form und adressatengerecht darstellen können.

[105] Vgl. Leisen (2) 2010, S. 80.

Kompetenzbereich: Kommunizieren (AK 3)

„3.1 Mathematische Sachverhalte verbalisieren und begründen

Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler können

..mathematische Begriffe und Zeichen sachgerecht in Wort und Schrift benützen,

..ihre Vorgangsweisen beschreiben und protokollieren,

..Lösungswege vergleichen und ihre Aussagen und Handlungsweisen begründen.

3.2 Mathematische Sachverhalte in unterschiedlichen Repräsentationsformen darstellen

Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler können

..ihre Vorgangsweisen in geeigneten Repräsentationsformen festhalten,

..Zeichnungen und Diagramme erstellen.“[106]

8.4. Weitere Methoden und Aufgabenformate

8.4.1. Scaffolding

Jeder / jede, der / die sich mit Sprachförderung beschäftigt, sollte mit dem Begriff *Scaffolding* vertraut sein. Das Prinzip des Scaffoldings fördert den Aufbau von Bildungssprache und eignet sich gut für eine Differenzierung. Der Begriff kommt aus dem Englischen, wo das Wort „scaffold“ Gerüst bedeutet. Im Zusammenhang mit dem sprachsensiblen Fachunterricht meint Scaffolding die Unterstützung von Lernprozessen durch das Anbieten von sprachlichen Hilfen. Der Lehrer / die Lehrerin stellt dabei z. B. Wortlisten, Erklärungen oder Bildimpulse zur Verfügung. Wenn der Schüler / die Schülerin eine gewisse Kompetenz erworben hat, entfernt die Lehrperson die Hilfsmittel in mehreren Schritten wieder – wie bei einem Hausbau, wo nach erfolgreicher Fertigstellung des Objektes das Gerüst wieder abgebaut wird.[107]

[106] bifie 2011, S. 1.
[107] Vgl. Carnevale / Wojnesitz 2014, S. 14.

8.4.2. Veränderungen in Aufgabenpaaren

Wenn man als Lehrperson Aufgaben dieser Art mit den Schülerinnen und Schülern bearbeitet, sollte man mehr als eine Unterrichtsstunde einplanen. Meistens besteht dieses Aufgabenformat nämlich aus mehreren Arbeitsblättern. Das erste einer solchen Reihe soll nun gezeigt werden:

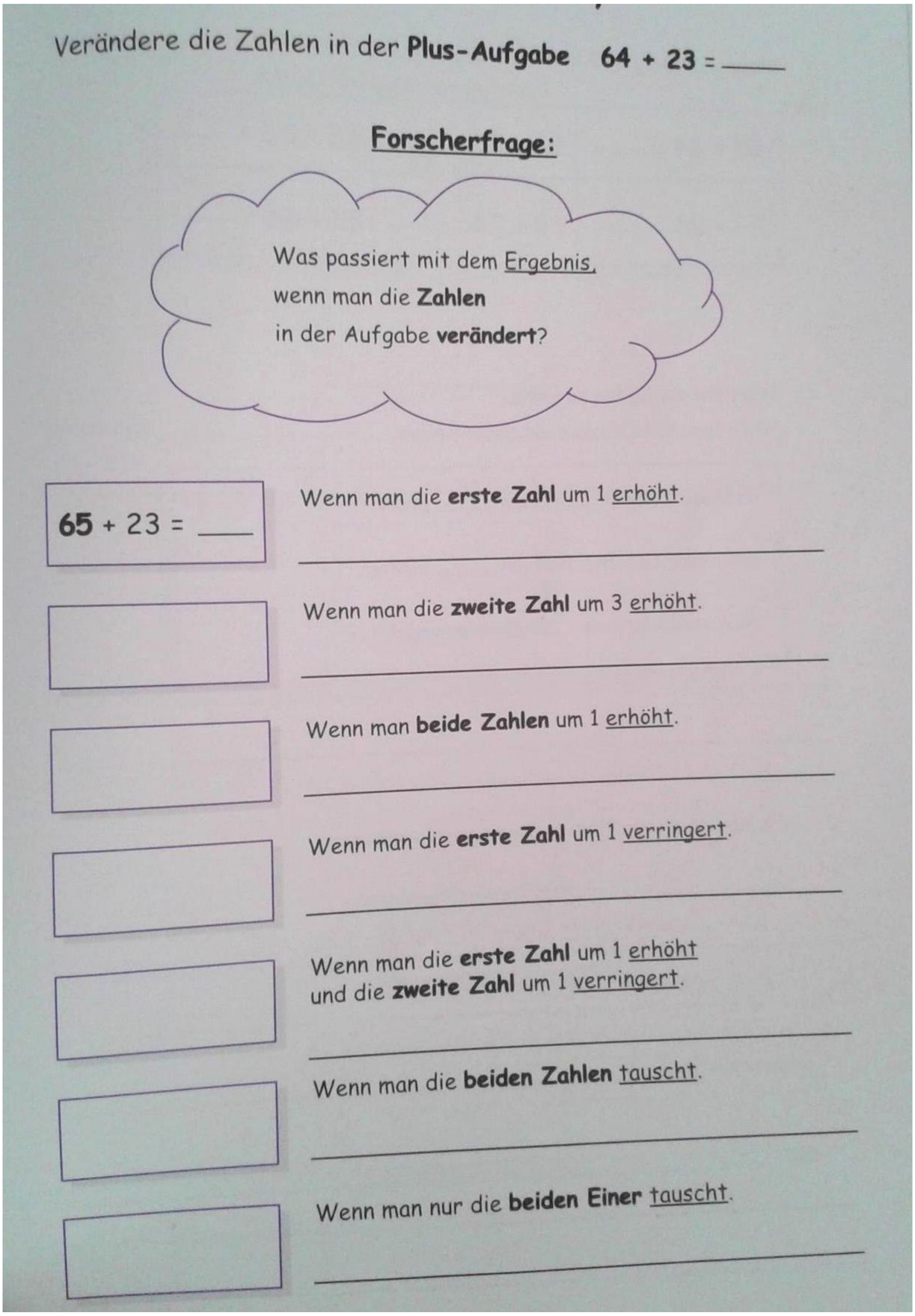
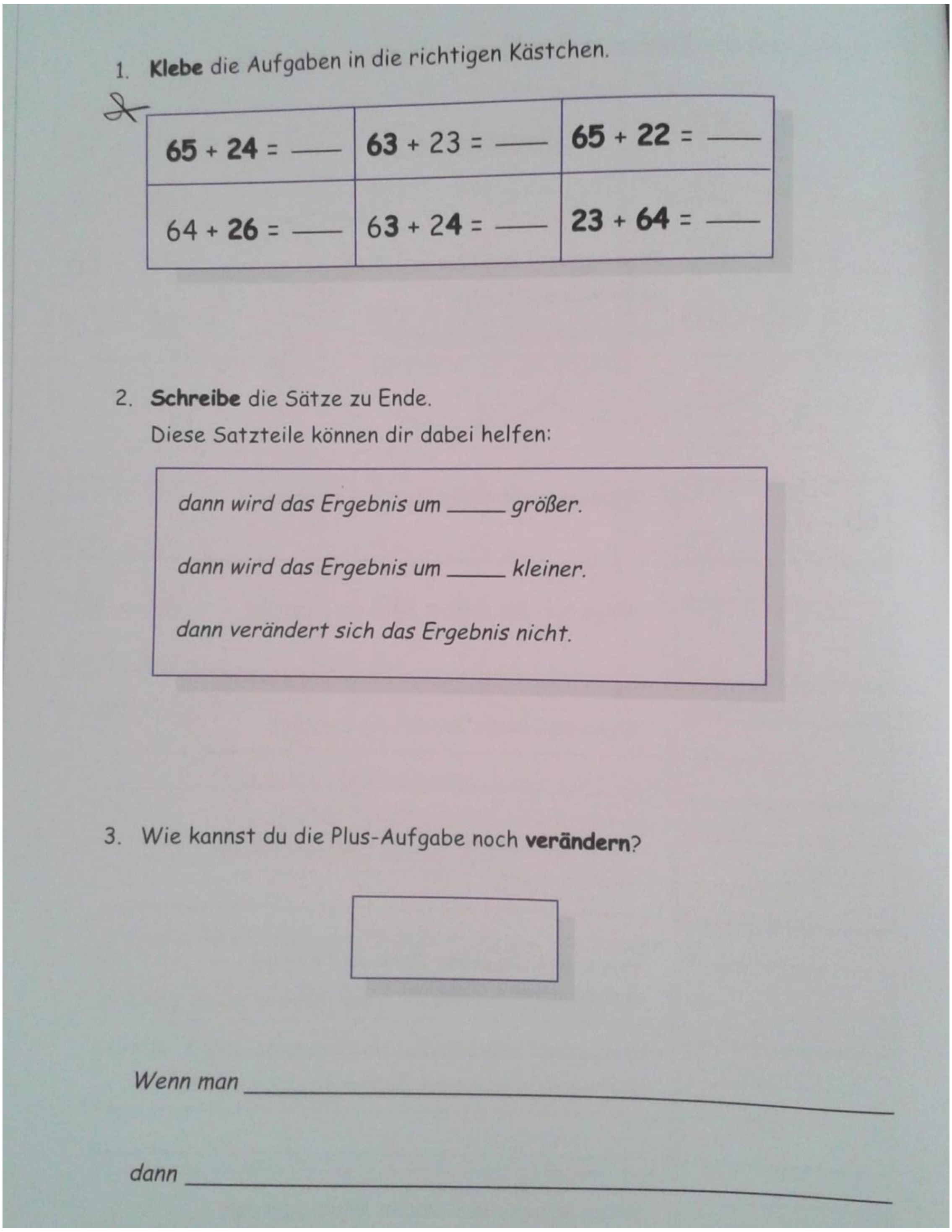


Abb. 33

Bei diesen (insgesamt vier) Blättern geht es um Additionen (oder wie es Volksschulkinder auch gerne nennen: Plusaufgaben), aber natürlich kann man diese Methode auch für beliebige andere Aufgaben anwenden. Bei Veränderungen in Aufgabenpaaren müssen die Lernenden eine Aufgabe entsprechend den Vorgaben variieren und die Folgen dieser Veränderungen auf das Ergebnis erkennen und beschreiben. Diese Methode eignet sich besonders gut, wenn Kinder gerade dabei sind, Konditionalsätze zu üben (wenn …, dann …). Diese kommen schon am ersten Übungsblatt vor und werden auch am zweiten thematisiert:



1. **Klebe** die Aufgaben in die richtigen Kästchen.

65 + **24** = ___	**63** + 23 = ___	**65** + **22** = ___
64 + **26** = ___	**63** + **24** = ___	**23** + **64** = ___

2. **Schreibe** die Sätze zu Ende.
Diese Satzteile können dir dabei helfen:

dann wird das Ergebnis um ___ größer.

dann wird das Ergebnis um ___ kleiner.

dann verändert sich das Ergebnis nicht.

3. Wie kannst du die Plus-Aufgabe noch **verändern**?

Wenn man ___

dann ___

Abb. 34

Beim ersten Arbeitsblatt (Abb. 33) müssen die Lernenden die Informationen der ersten Satzteile begreifen. Die gewonnene Information muss in die Sprache der Mathematik übersetzt werden. Haben die Kinder die passende Aufgabe auf der Symbolebene gefunden (zweites Arbeitsblatt, Abb. 34), müssen sie diese zum entsprechenden Textteil kleben. Als nächstes müssen die Sätze vollendet werden. Am zweiten Arbeitsblatt sind für die Lernenden Satzteile vorgegeben, die sie verwenden können. Die Heranwachsenden sollen aber auch ohne Hinweise eigenständige Entdeckungen machen können. Dafür wurde beispielsweise Nr. 3 am zweiten Arbeitsblatt entwickelt. Aber auch das dritte Arbeitsblatt zu dem Thema soll eigenständige Überlegungen ermöglichen:

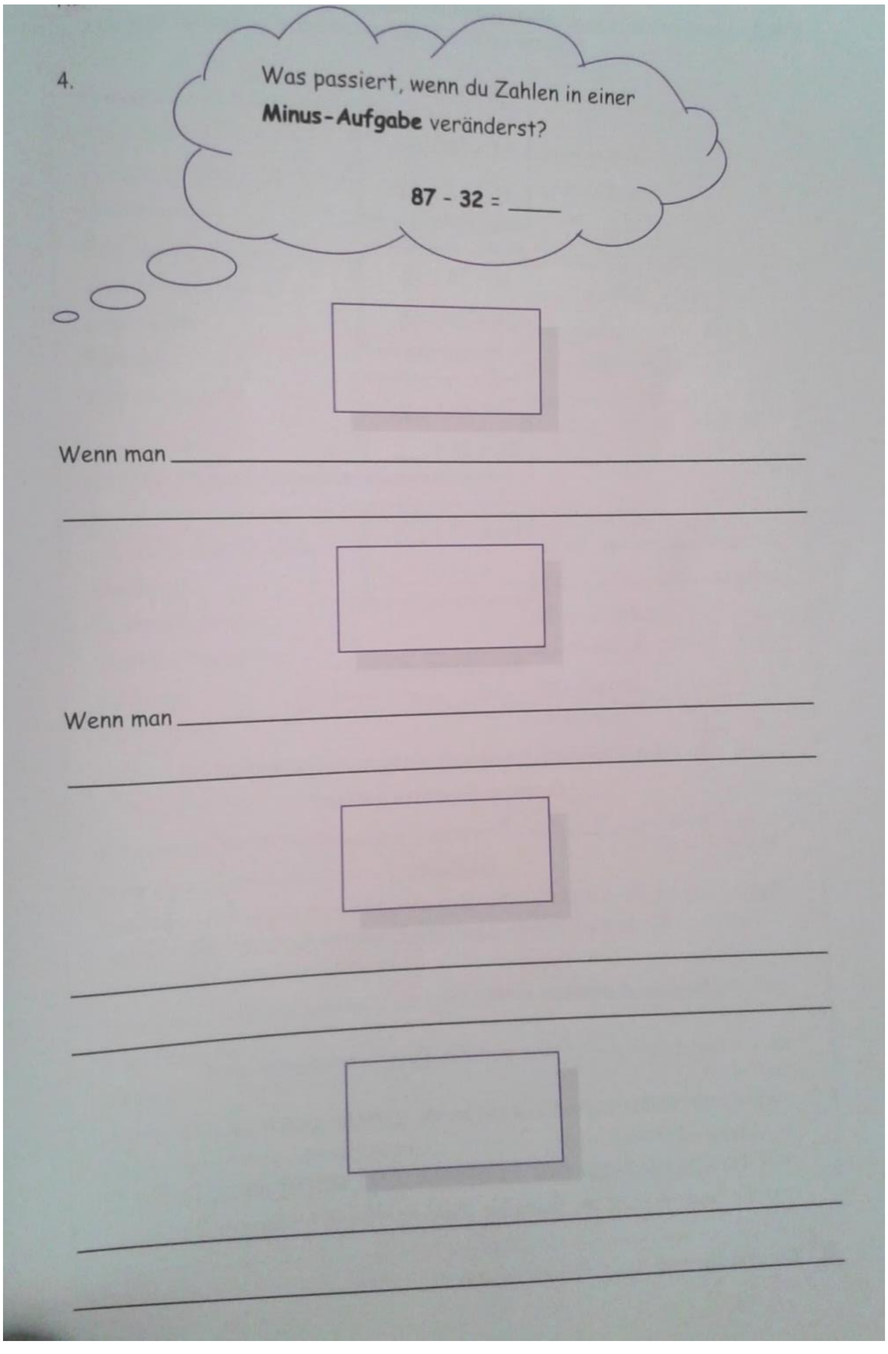
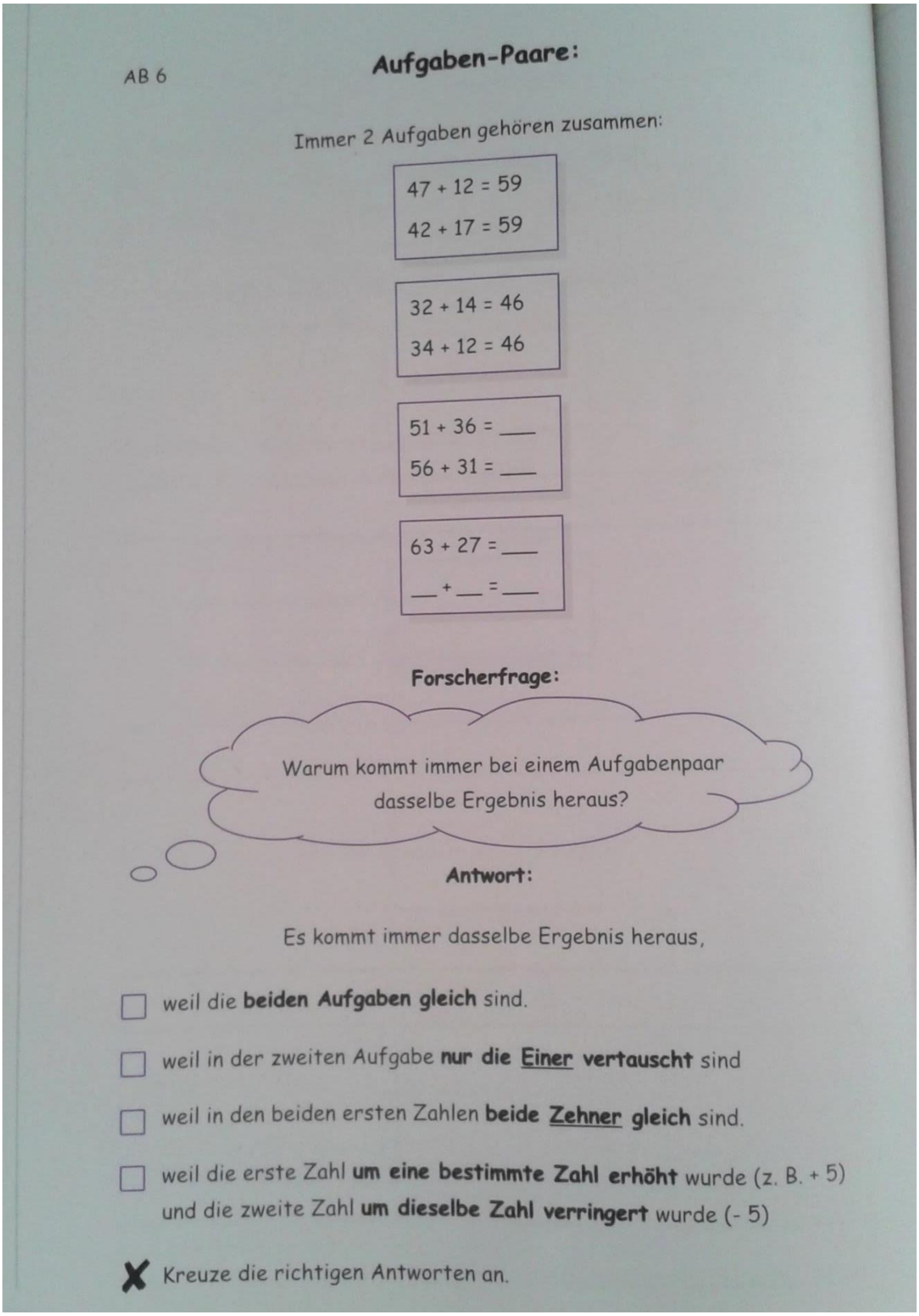


Abb. 35

Wenn sie ihre Entdeckungen notieren, können sie das eingeübte Satzmuster – also die Konditionalsätze – anwenden. Das letzte Arbeitsblatt zu diesem Thema (Abbildung 36) sollte dazu genutzt werden, den erworbenen mathematischen Wortschatz nochmals zu vertiefen:



AB 6

Aufgaben-Paare:

Immer 2 Aufgaben gehören zusammen:

47 + 12 = 59
42 + 17 = 59

32 + 14 = 46
34 + 12 = 46

51 + 36 = ___
56 + 31 = ___

63 + 27 = ___
___ + ___ = ___

Forscherfrage:

Warum kommt immer bei einem Aufgabenpaar dasselbe Ergebnis heraus?

Antwort:

Es kommt immer dasselbe Ergebnis heraus,

☐ weil die **beiden Aufgaben gleich** sind.

☐ weil in der zweiten Aufgabe **nur die Einer vertauscht** sind

☐ weil in den beiden ersten Zahlen **beide Zehner gleich** sind.

☐ weil die erste Zahl **um eine bestimmte Zahl erhöht** wurde (z. B. + 5) und die zweite Zahl **um dieselbe Zahl verringert** wurde (- 5)

✗ Kreuze die richtigen Antworten an.

Abb. 36

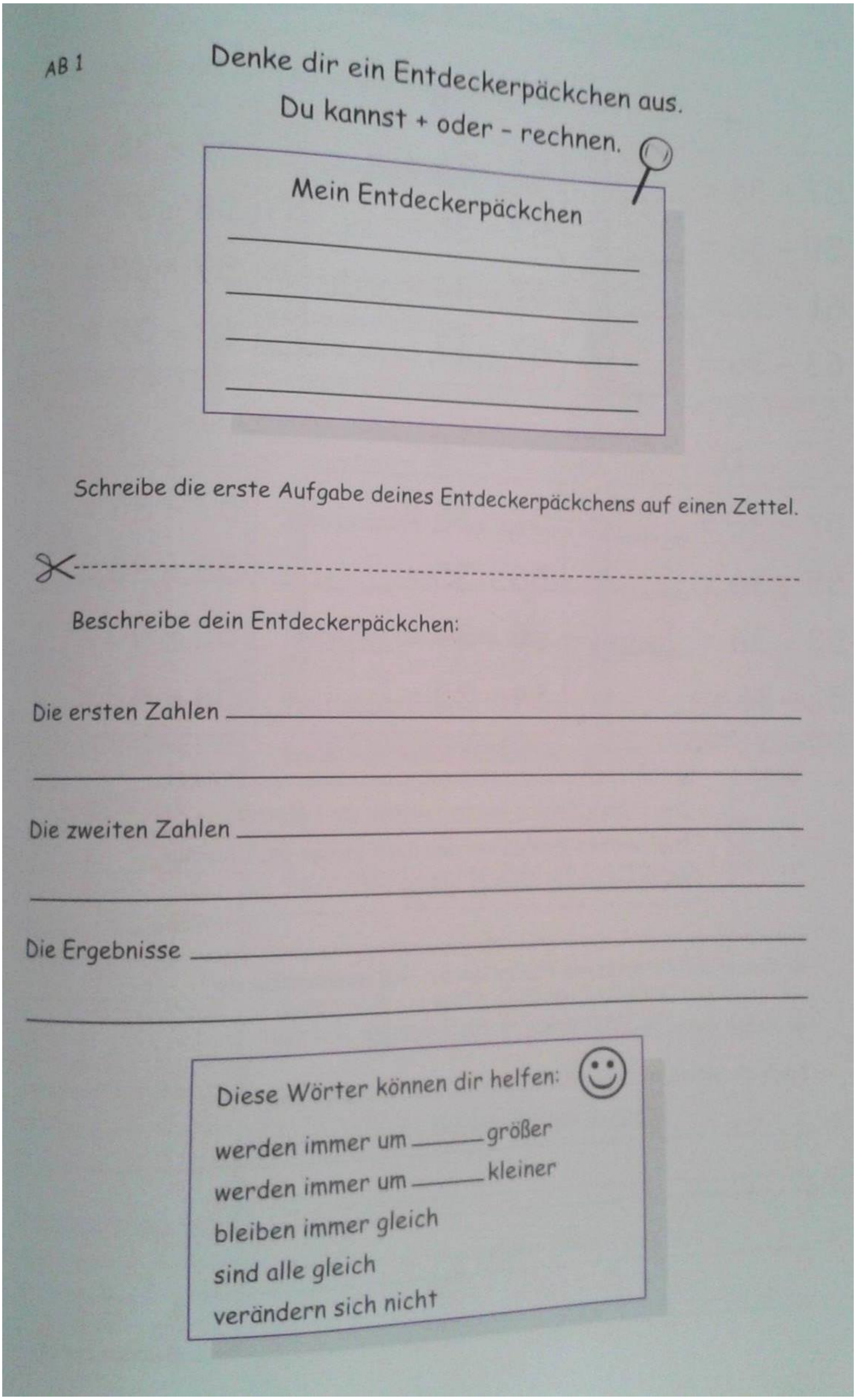
Auch soll überprüft werden, ob mathematische Zusammenhänge erkannt worden sind. Die Schüler und Schülerinnen bekommen dabei eine Forscherfrage gestellt, für deren Beantwortung sie mehrere Optionen ankreuzen können. Durch die Antwortmöglichkeiten werden die Lernenden mit Kausalsätzen konfrontiert.[108]

Bei dieser Sprachförderungs-Methode ist es nicht einfach, bei den Bildungsstandards eine eindeutig passende Kompetenz zu finden; nicht einmal beim Kompetenzraster des ÖSZ ist eine sinnvolle Zuordnung möglich. Für dieses und andere Aufgabenformate wäre es schön, wenn das ÖSZ auch ein Kompetenzraster für Grammatik erstellt (bis jetzt existieren ja nur zwei für die Bereiche *Leseverstehen* und *Sprechen + Schreiben*).

8.4.3. Entdeckerpäckchen

Auf den folgenden beiden Seiten findet man eine Arbeitsvorlage (bestehend aus zwei Blättern) für „Entdeckerpäckchen“. Bei dieser Methode geht es um Folgendes: Im ersten Schritt müssen die Lernenden ein Entdeckerpäckchen selbst erfinden. Dieses besteht aus vier beziehungshaltigen Aufgaben. Das erfundene Entdeckerpäckchen sollen die Kinder dann in das erste Aufgabenblatt eintragen. Als nächstes werden die Lernenden aufgefordert, ihre Aufgabenserie zu beschreiben. Dabei sollen ihnen die vorgegebenen Satzanfänge sowie der bereitgestellte Auswahlwortschatz helfen. Beim Beschreiben der Aufgabenserie wird besonderer Wert auf die Verwendung relationaler Ausdrücke gelegt. Im dritten Schritt schreiben die Lernenden die erste erfundene Aufgabe ihres Entdeckerpäckchens auf ein Blatt Papier und überreichen dieses inklusive Beschreibung ihrem Sitznachbarn / ihrer Sitznachbarin. Das Nachbarskind versucht die erste Aufgabe mithilfe der Beschreibung fortzusetzen. Im Anschluss wird überprüft, ob die Aufgabenvariationen mit dem „Original“ einhergehen.

[108] Vgl. Verboom 2010, S. 102



AB 1

Denke dir ein Entdeckerpäckchen aus.
Du kannst + oder - rechnen.

Mein Entdeckerpäckchen

Schreibe die erste Aufgabe deines Entdeckerpäckchens auf einen Zettel.

Beschreibe dein Entdeckerpäckchen:

Die ersten Zahlen

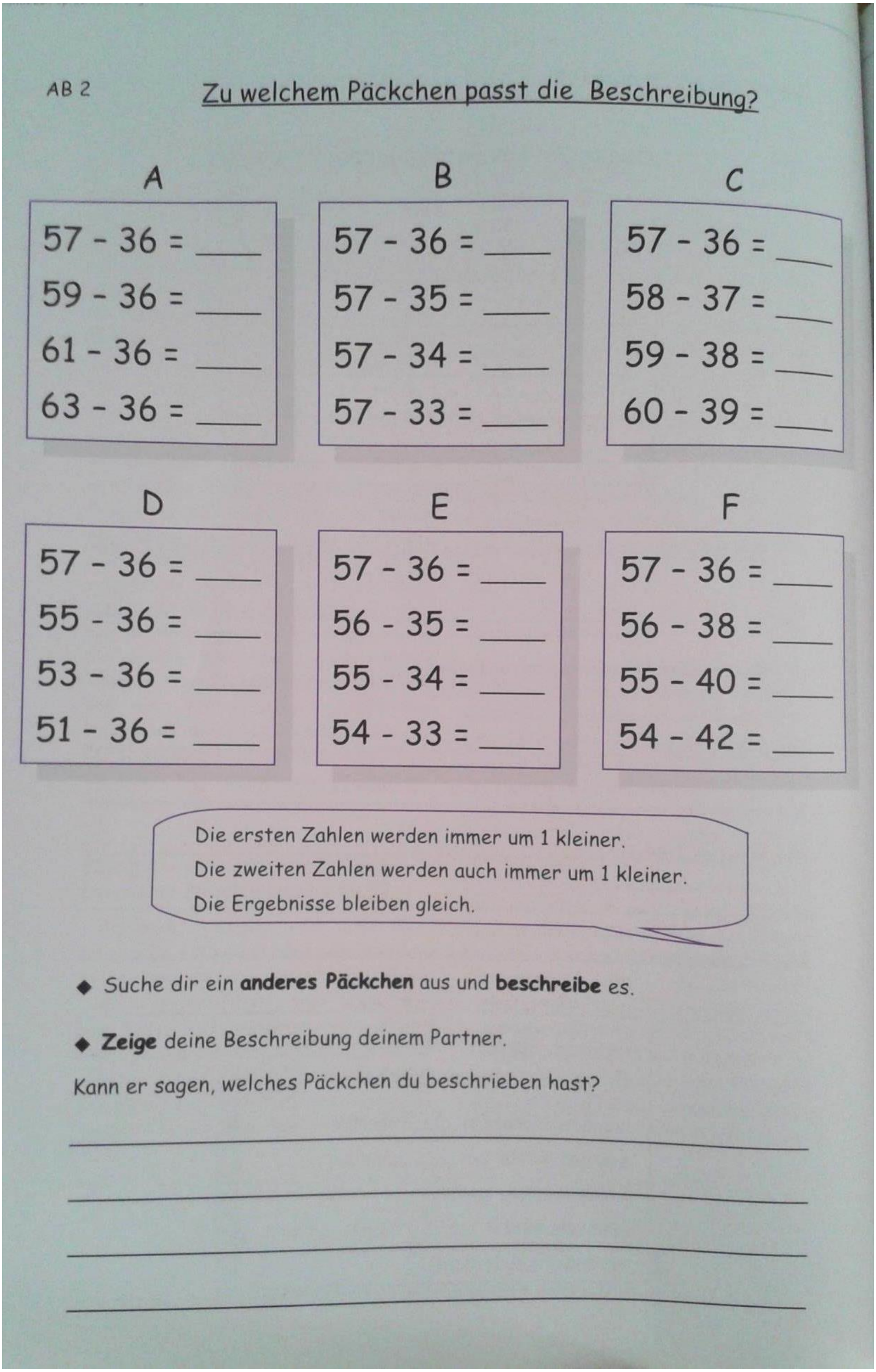
Die zweiten Zahlen

Die Ergebnisse

Diese Wörter können dir helfen:

werden immer um ____ größer
werden immer um ____ kleiner
bleiben immer gleich
sind alle gleich
verändern sich nicht

Abb. 37



AB 2

Zu welchem Päckchen passt die Beschreibung?

A	B	C
57 - 36 = ____	57 - 36 = ____	57 - 36 = ____
59 - 36 = ____	57 - 35 = ____	58 - 37 = ____
61 - 36 = ____	57 - 34 = ____	59 - 38 = ____
63 - 36 = ____	57 - 33 = ____	60 - 39 = ____

D	E	F
57 - 36 = ____	57 - 36 = ____	57 - 36 = ____
55 - 36 = ____	56 - 35 = ____	56 - 38 = ____
53 - 36 = ____	55 - 34 = ____	55 - 40 = ____
51 - 36 = ____	54 - 33 = ____	54 - 42 = ____

- Suche dir ein **anderes Päckchen** aus und **beschreibe** es.
- **Zeige** deine Beschreibung deinem Partner.

Kann er sagen, welches Päckchen du beschrieben hast?

Abb. 38

Heranwachsende (gerade in der Sekundarstufe I) mögen Entdeckerpäckchen meist recht gern, weil diese einen spielerischen Aspekt mit sich bringen. Die Kinder werden also auf eine spielerische Weise zum sinnstiftenden Schreiben mathematischer Texte aufgefordert. Gleichzeitig wird auch das Textverstehen trainiert. Die Lernenden müssen darauf achten, äußert genau zu lesen und die sprachlichen Informationen zu begreifen. Im Anschluss müssen sie die gewonnenen sprachlichen Informationen in die Sprache der Mathematik übersetzen.

Alternativ könnte man auch mehrere Entdeckerpäckchen gruppenweise austauschen lassen (natürlich mit den dazugehörigen Beschreibungen). Aufgabe der Lernenden wäre es dann, wieder alles richtig zuzuordnen. So kann zugleich auch das sachbezogene Argumentieren innerhalb der Gruppe geübt werden. Bei der Verwendung der Entdeckerpäckchen sollte man als Lehrkraft die Kinder selbst entscheiden lassen, ob sie für die Erstellung der Beschreibung vorgegebene Strukturen benötigen, oder schon fähig sind, die Beschreibungen mit eigenen Worten zu verfassen.

Auch ist es möglich, mit einer Klasse die auf dem zweiten Arbeitsblatt (Abbildung 38) vorgeschlagene Tandemarbeit ausprobieren. Diese weist einen Rätselcharakter auf und wird daher auch gerne von den Schülern und Schülerinnen angenommen. Ein Beispiel einer Beschreibung ist hier schon angegeben. Diese kann den Lernenden (wenn nötig) bei der eigenen Textproduktion helfen.[109]

Analysiert man diese Aufgabe auf ihre Beiträge zur Sprachförderung laut ÖSZ und Bildungsstandards, kann eine Konzentration auf folgende Kompetenzen festgestellt werden:

LESEVERSTEHEN

1	**Wortschatz und bildungssprachliche Strukturen erwerben können.**
1a	Strategien zur Erschließung unbekannter bildungs- und fachsprachlicher Mittel anwenden können, z. B. Arbeit mit dem Wörterbuch, Internet.
2	**Inhalte verstehen können.**
2a	Fachspezifische Informationen aus unterschiedlichen Medien und Quellen kritisch entnehmen können.
2b	Strategien zur Texterschließung anwenden können, z. B. Markieren von Schlüsselwörtern.
2c	Die wesentlichen Inhalte eines Textes erfassen können.
2d	Gezielt einzelne Informationen aus Texten entnehmen können.

[109] Vgl. Verboom 2010, S. 101 f.

SPRECHEN + SCHREIBEN

1	**Wortschatz und bildungssprachliche Strukturen nutzen können.**
1a	Neu gelernten Wortschatz anwenden können.
1b	Alltags-, Bildungs- und Fachsprache situations- und sachgerecht anwenden können.
2	**Inhalte darstellen können.**
2a	Informationen, Sachverhalte und fachlichen Input wiedergeben und zusammenfassen können.
2b	Vorgänge und Phänomene beschreiben und benennen können.
2c	Experimente protokollieren können.
3	**Inhalte erklären können.**
3a	Informationen aus Tabellen, Grafiken, Diagrammen und Statistiken wiedergeben können.
3b	Vorgänge und Phänomene in eigenen Worten erklären können.
3c	Vorgänge und Phänomene in angemessener schriftlicher Form und adressatengerecht darstellen können.
4	**Inhalte begründen können.**
4a	Inhalte argumentieren und bewerten können.

Kompetenzbereich: Kommunizieren (AK 3)

„*3.1 Mathematische Sachverhalte verbalisieren und begründen*

Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler können

..mathematische Begriffe und Zeichen sachgerecht in Wort und Schrift benützen,

..ihre Vorgangsweisen beschreiben und protokollieren,

..Lösungswege vergleichen und ihre Aussagen und Handlungsweisen begründen.

3.2 Mathematische Sachverhalte in unterschiedlichen Repräsentationsformen darstellen

Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler können

..ihre Vorgangsweisen in geeigneten Repräsentationsformen festhalten,

..Zeichnungen und Diagramme erstellen.“[110]

[110] bifie 2011, S. 1.

8.4.4. Concept Cartoons

Concept Cartoons werden vor allem in einem schülerInnenorientierten Unterricht verwendet, besonders oft in naturwissenschaftlichen Fächern. Mädchen und Buben haben aufgrund von Alltagserfahrungen und vorangegangenen Unterrichtseinheiten unterschiedliche Vorstellungen zu Phänomenen, die in der Mathematik auftauchen. Wenn diese individuellen Konzepte mit der wissenschaftlich akzeptierten Sichtweise nicht übereinstimmen, erschweren diese den Lernprozess der Kinder oft enorm.

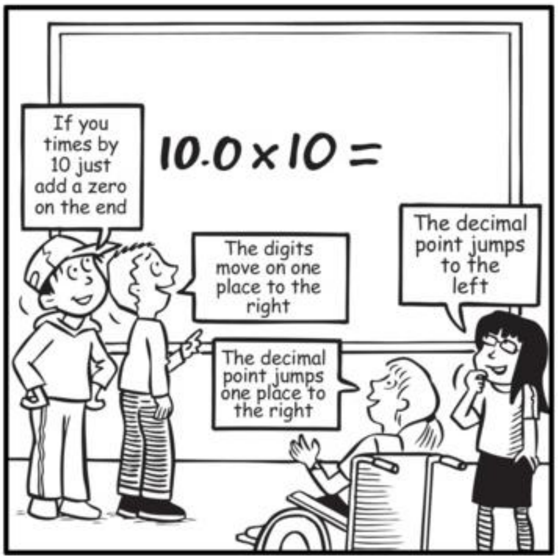


Abb. 39

Deshalb sollte man Fehlvorstellungen im Unterricht thematisieren, um diese zu überwinden. Concept Cartoons eignen sich perfekt, um Präkonzepte und alternative Vorstellungen zu gewissen Fragestellungen zu formulieren. Concept Cartoons zeigen ca. vier Personen, die über ein naturwissenschaftliches Phänomen diskutieren. In die Sprechblasen kann man sowohl wissenschaftlich akzeptierte Meinungen hineinschreiben als auch alltägliche Vorstellungen der Schüler und Schülerinnen. Die Kinder werden dann von der Lehrperson aufgefordert, zu den Aussagen Stellung zu nehmen. Die Sprachförderung legt ihren Schwerpunkt hierbei auf das Formulieren von Vermutungen.

Concept Cartoons helfen also Vorwissen zu aktualisieren und unterschiedliche Meinungen zu verbalisieren.[111]

Abb. 40

[111] Vgl. Universität Wien. Verstehendes Lernen durch Concept Cartoons

Der Kreativität bei den Vorlagen von Concept Cartoons sind natürlich keine Grenzen gesetzt. Die Schüler und Schülerinnen bekommen z. B. auf einer Power-Point-Folie die jeweilige Fragestellung präsentiert. Sprechblasen mehrerer Cartoons-Figuren bieten Platz für Antwortmöglichkeiten. Eine richtige Antwort sollte in einer der vier Sprechblasen vertreten sein. Alle möglichen Aussagen der Cartoon-Figuren sollen verglichen werden. Die Lernenden müssen darüber nachdenken, bei welcher Antwort es sich um eine richtige handelt. Im Anschluss sollten sie diese Antwort in einer Diskussion verteidigen. Die Lehrkraft sollte, während die Diskussion stattfindet, an den verwendeten Argumenten der Lernenden erkennen, wo mögliche Denkfehler existieren und den Lernenden den nötigen Input geben, um die Fehler auszubessern. Worauf der Lehrer / die Lehrerin auch hinweisen sollte, ist die Tatsache, dass es gleichwertige Alternativen geben kann und nicht zwingend nur eine richtige Antwort. Concept Cartoons sollten eingesetzt werden, wenn man eine provozierte Interaktion zwischen den Heranwachsenden erreichen will.[112]

In Hinblick auf das Raster für bildungssprachliche Kompetenzen im Fachunterricht wird beim Leseverstehen am ehesten die Kompetenz 3b gefördert (mathematische Aussagen sind hier als Teil eines Sachtextes zu verstehen):

3	**Inhalte reflektieren und interpretieren können.**
3a	Tabellen, Grafiken, Diagramme und Statistiken lesen und deuten können.
3b	Inhalte aus Sachtexten interpretieren können.

Wichtiger als die Förderung des Leseverstehens ist bei dieser Aufgabe aber die Förderung der Schreib- und vor allem Sprechkompetenz. Vor allem die beiden eingekreisten Kompetenzen werden durch Concept Cartoons trainiert.

3	**Inhalte erklären können.**
3a	Informationen aus Tabellen, Grafiken, Diagrammen und Statistiken wiedergeben können.
3b	Vorgänge und Phänomene in eigenen Worten erklären können.
3c	Vorgänge und Phänomene in angemessener schriftlicher Form und adressatengerecht darstellen können.
4	**Inhalte begründen können.**
4a	Inhalte argumentieren und bewerten können.

[112] Vgl. Creasey o.J.

Wenn man Concept Cartoons im Zusammenhang mit den Bildungsstandards analysiert, wird bei AK 3 folgender Unterpunkt durch die Methode gefördert.

Kompetenzbereich: Kommunizieren (AK 3)

„3.1 Mathematische Sachverhalte verbalisieren und begründen

Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler können

..mathematische Begriffe und Zeichen sachgerecht in Wort und Schrift benützen,

..ihre Vorgangsweisen beschreiben und protokollieren,

..Lösungswege vergleichen und ihre Aussagen und Handlungsweisen begründen.

Allerdings sollte man bei dieser Sprachförderungsmethode nicht nur die Kompetenz Kommunikation berücksichtigen, sondern auch die Kompetenz Problemlösen (AK 4) näher betrachten. Auch wenn diese nicht unbedingt in Hinblick auf Sprachförderungsmaßnahmen formuliert wurde, enthält sie doch einige wichtige Inhalte, welche für Concept Cartoons passend sind:

Mathematisch relevante Fragen stellen

Kompetenz:

Die Schülerinnen und Schüler können

- ein innermathematisches Problem erkennen und dazu relevante Fragen stellen

Lösungsstrategien (er)finden und nutzen

Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler können

- geeignete Lösungsaktivitäten wie Vermuten, Probieren, Anlegen von Tabellen oder Erstellen von Skizzen anwenden,
- zielführende Denkstrategien wie systematisches Probieren oder Nutzen von Analogien einsetzen.

Abb. 41

9. Arbeitshefte zur Sprachförderung für DaZ-Kinder

Viele Sprachförderer und Sprachfördererinnen entwickeln neben allgemeinen sprachsensiblen Aufgaben für alle Schülerinnen und Schüler auch Arbeitshefte, um Kindern mit einer anderen Muttersprache als Deutsch den Unterricht an deutschsprachigen Schulen zu erleichtern. Bei diesen Arbeitsheften ist es egal, ob die Erstsprache Türkisch, Russisch, Französisch, Italienisch oder eine andere ist; es soll allen unterschiedlichen Lernenden helfen, die Deutschkenntnisse zu verbessern. In diesem Zusammenhang ist vor allem Heidi Rösch mit ihren Werken zu erwähnen. Das Anliegen der Sprachfördererin ist es, die Heranwachsenden darauf aufmerksam zu machen, dass es nicht nur wichtig ist, im Deutschunterricht das Deutsch zu verbessern sondern in allen Fächern. Findet nämlich ein sprachsensibler Fachunterricht in allen Fächern statt, können fremdsprachige Kinder sich auch in ihrer Umgebung leichter zurechtfinden und mit ihren Mitmenschen besser kommunizieren.

Natürlich kann man Sprachkenntnisse nicht von einer Minute auf die andere verbessern. Schüler und Schülerinnen müssen sich genug Zeit nehmen, um die Strukturen der deutschen Sprache zu begreifen. Arbeitshefte zur Sprachförderung bieten meist Regeln zur Grammatik. Lehrkräfte sollten die mehrsprachigen Kinder darauf hinweisen, dass man Grammatikregeln nicht nur auswendig lernen soll, sondern dass man sie verstehen muss. Wichtig ist es, diese auch an vielen Beispielen auszuprobieren, denn so kann man dann auch kontrollieren, ob diese Regeln richtig angewendet werden, bzw. ob man sie verstanden hat. Wenn Lernende eine Regel durchschaut haben, sollten sie dann versuchen, diese in möglichst vielen Unterrichtsfächern sowohl beim Schreiben als auch beim Sprechen anzuwenden.

Heidi Röschs Arbeitshefte zur Sprachförderung legen auch besonderen Wert darauf, wie man einerseits die Bedeutung von Wörtern und andererseits die Bedeutung von ganzen Texten herausfinden kann. Dazu werden den Schülerinnen und Schülern Vorgaben bereitgestellt, wie sie an die Texte herangehen sollen. Zu Beginn sollte man sich gut an diese Regeln halten, bis man wirklich verstanden hat, wie man an einen Text herangeht. Nach einer intensiven Übungsphase kann man diese Vorgaben aber auch wieder vergessen, weil man die Arbeitstechnik dann automatisiert.

Mit Arbeitsheften zur Sprachförderung können mehrsprachige Kinder im DaZ-Unterricht arbeiten (sofern dieser an der Schule existiert), oder auch alleine zuhause. Für den Fall, dass die Lernenden selbst an der Verbesserung ihrer Deutschkenntnisse arbeiten, sind den

Arbeitsheften zur Sprachförderung von Heidi Rösch Lösungsschlüssel beigelegt. Diese sollte jedoch nur dafür genützt werden, um die eigenen Leistungen zu kontrollieren, nicht jedoch, um während des Arbeitens ständig nachzuschauen, denn sonst lernen die Kinder nichts. Wenn die Lernenden bei einer Übung besonders viele Fehler gemacht haben, sollten sie die einzelnen Schritte, die im Arbeitsheft erklärt werden, noch einmal sorgfältig durchgehen. Festhalten sollte man auch, dass es oft verschiedene Lösungen gibt, und sich die Jugendlichen von diesem Phänomen nicht abschrecken lassen sollten.

Besonders wertvoll für die Lernenden sind die Tipps zum Weiterarbeiten, welche Rösch und ihr Team in den Arbeitsheften einbringen. Sie erklären, in welchen Situationen man das auf einer gewissen Seite Geübte noch verwenden kann. Aber nicht nur auf den einzelnen Seiten findet man Tipps, sondern auch am Ende jedes Kapitels. Wenn die Lernenden mit den Tipps zum Weiterlernen jedoch noch nichts anfangen könnten, sollten sie gewisse Übungen, die ihnen im jeweiligen Kapitel schwer gefallen sind, noch einmal wiederholen.

Die Arbeitshefte sind so aufgebaut, dass es eigentlich egal ist, in welcher Reihenfolge man die einzelnen Kapitel durchnimmt. Dass die einzelnen Kapitel nicht miteinander zusammenhängen, hat den Vorteil, dass die Lernenden selbst entscheiden können, wann sie welchen Abschnitt durchnehmen. Entweder behandeln sie die Themen in der Reihenfolge, in der sie gerade in der Schule bearbeitet werden, oder die mehrsprachigen Kinder entscheiden sich ganz nach ihrem Interesse. Schließlich sollte die Verbesserung der Deutschkenntnisse auch mit ein bisschen Spaß verbunden sein. [113]

Die Sprachförderungshefte bieten Übungen für die unterschiedlichsten Fächer. Auf den folgenden Seiten sollen Mathematik-Beispiele aus drei verschiedenen Arbeitsheften der Autorin präsentiert werden. Gemeinsam ist allen Arbeitsheften, dass jeder Übungsblock pro Fach ein Thema hat, welches für den Alltag nützlich sein könnte. Somit wird versucht, den Lernenden die Übungen etwas schmackhafter zu machen.

9.1. Übungen zum Thema Einkauf bzw. Textaufgaben verstehen

Folgender Abschnitt soll einen Einblick in Heidi Röschs Aufgabensammlung zum Thema *Einkauf* bzw. *Textaufgaben verstehen* geben. Die Übungen sind Teil des Werkes *Mitsprache.*

[113] Rösch (1) 2009, S. 5.

Arbeitsheft zur Sprachförderung. 5/6 [114] und behandeln die Themen Grundrechnungsarten und Bruchrechnung.

Signalwörter der Grundrechenarten

Kinder lernen schon sehr früh, dass es vier Grundrechenarten gibt und wie diese heißen. Allerdings gibt es dafür nicht nur die Wörter addieren, subtrahieren, dividieren und multiplizieren. Gerade in Textaufgaben kommen oft sehr viele Wörter vor, die ausdrücken, welche Grundrechenart die Schüler und Schülerinnen anwenden sollen. Oft werden diese Begriffe aber nicht verstanden. Daher ist es sinnvoll, Wortmaterial für die vier Grundrechenarten zu sammeln und dieses von den Lernenden in eine Tabelle eintragen zu lassen. So werden sie mit den Signalwörtern vertraut und erkennen, auf wie viele Arten man einen Begriff ausdrücken kann.

Solch eine Tabelle sollte man den Schülern und Schülerinnen zum Eintragen der gesuchten Begriffe bereitstellen:

Addition	**Subtraktion**	**Multiplikation**	**Division**
vermehren	…	…	…
…	…	…	…
…	…	…	…

Folgende Wortansammlung sollten die Lernenden dann richtig zuordnen:

multiplizieren ~~vermehren~~ wegnehmen dritteln

verdoppeln die Differenz bilden vervielfachen zusammenzählen

summieren malnehmen subtrahieren

die Summe bilden zuzählen vierteln hinzuzählen teilen

dazurechnen das Produkt berechnen abziehen

die Hälfte berechnen dividieren verfünffachen

ein Viertel berechnen aufteilen das Dreifache berechnen

den fünften Teil berechnen addieren halbieren

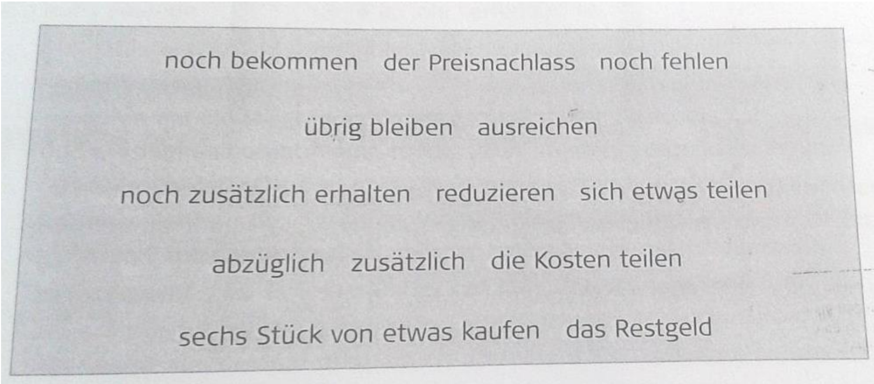
verteilen das Doppelte berechnen der Unterschied

den Quotienten berechnen das zehnfache berechnen vermindern

Abb. 42

[114] Rösch (1) 2009.

Behandelt man viele Aufgaben, die Einkäufe zum Thema haben, könnte man zusätzlich noch folgendes Wortfeld mit den Heranwachsenden durchgehen:


noch bekommen der Preisnachlass noch fehlen

übrig bleiben ausreichen

noch zusätzlich erhalten reduzieren sich etwas teilen

abzüglich zusätzlich die Kosten teilen

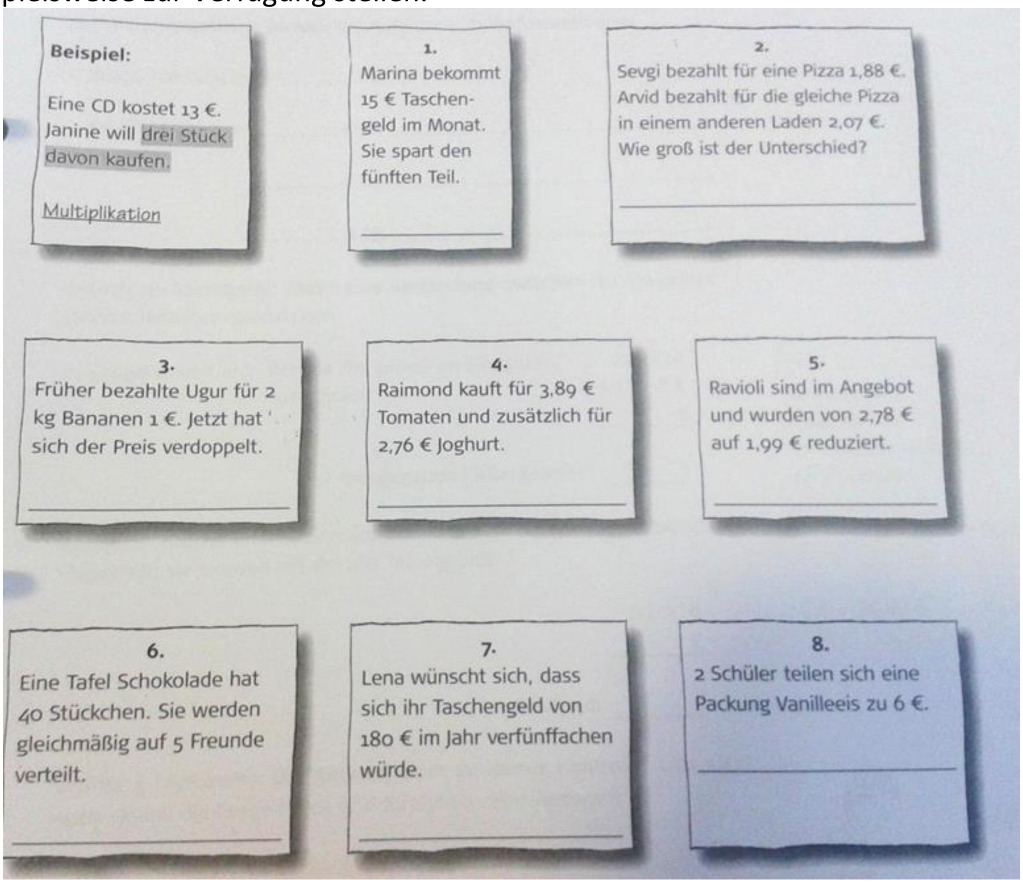
sechs Stück von etwas kaufen das Restgeld

Abb. 43

Signalwörter erkennen

Bei der gerade vorgestellten Aufgabe wurde das Wortmaterial für die Heranwachsenden bereits gesammelt. In einem weiteren Schritt sollten die Lernenden aber auch fähig sein, selbst Signalwörter in einem Text zu erkennen. Zuerst sollten sie diese markieren und dann wiederum überlegen, welcher Grundrechenart sie zuzuordnen sind. Dabei können sie eventuell die Tabelle zu Hilfe nehmen, die sie davor erstellt haben.

Folgende kleinen Texte könnte man Lernenden für einen solchen Arbeitsauftrag beispielsweise zur Verfügung stellen.


Beispiel:
Eine CD kostet 13 €. Janine will drei Stück davon kaufen.
Multiplikation

1. Marina bekommt 15 € Taschengeld im Monat. Sie spart den fünften Teil.

2. Sevgi bezahlt für eine Pizza 1,88 €. Arvid bezahlt für die gleiche Pizza in einem anderen Laden 2,07 €. Wie groß ist der Unterschied?

3. Früher bezahlte Ugur für 2 kg Bananen 1 €. Jetzt hat sich der Preis verdoppelt.

4. Raimond kauft für 3,89 € Tomaten und zusätzlich für 2,76 € Joghurt.

5. Ravioli sind im Angebot und wurden von 2,78 € auf 1,99 € reduziert.

6. Eine Tafel Schokolade hat 40 Stückchen. Sie werden gleichmäßig auf 5 Freunde verteilt.

7. Lena wünscht sich, dass sich ihr Taschengeld von 180 € im Jahr verfünffachen würde.

8. 2 Schüler teilen sich eine Packung Vanilleeis zu 6 €.

Abb. 44

Natürlich ist es auch möglich, diese Aufgabe in umgekehrter Form zu bearbeiten. D.h. Schüler und Schülerinnen müssten dann kurze Angaben erfinden, in denen eine der vier Grundrechenarten versteckt ist. Verlangt man als Lehrperson z. B. eine Angabe zu einer Division, so könnten die Lernenden exemplarisch Folgendes formulieren: „Die Gummibärchenpackung beinhaltet 80 Gummibärchen. Lena, Lukas, Martin und Anna wollen diese gerecht aufteilen.“

Textaufgaben analysieren

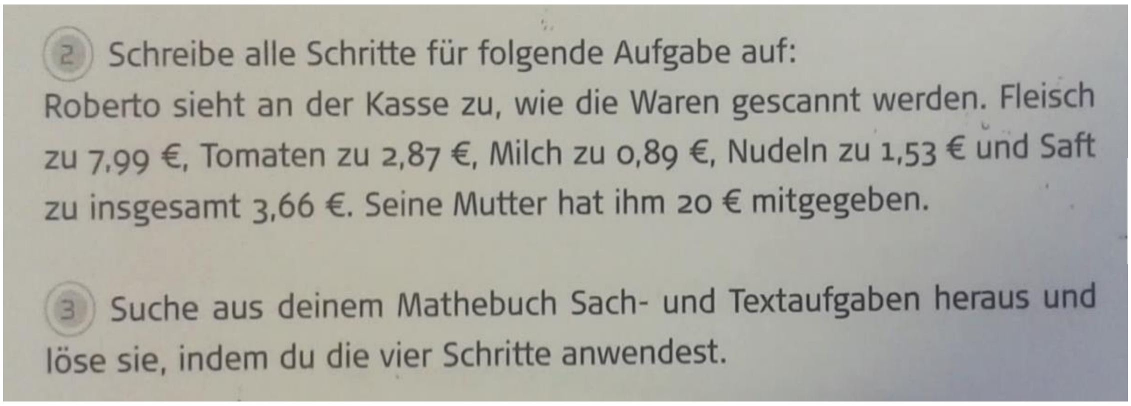
Haben die Kinder die Signalwörter erkannt und richtig zugeordnet, sollten sie anschließend die kleine Textaufgabe natürlich auch lösen. Beim Analysieren von Textaufgaben brauchen die meisten Lernenden oft relativ viel Hilfe. Eine schrittweise Annäherung an die Lösung ist ratsam. Zuerst sollte man als Lehrkraft die Schüler und Schülerinnen darauf hinweisen, dass sie den Text sorgsam durchlesen sollen und sich dann einmal überlegen sollen, wie eine mögliche Frage lauten könnte (sofern diese nicht angegeben ist). Hat man erst einmal die Fragestellung herausgefunden, sollte man die Aufgabe in gegebene Teilinformationen zerlegen. Im dritten Schritt (der dann eigentlich der richtige Rechenschritt ist) sollte man eine Verbindung zwischen der Frage und den Teilinformationen herstellen. Wenn man bei der Rechnung nicht sofort alle in Schritt zwei gewonnen Informationen einarbeiten kann, muss man beim Teilergebnis noch einmal überlegen, ob man die restlichen Informationen weiterverarbeiten kann oder nicht. Ein beliebter Fehler der Lernenden ist es, alle Informationen, die in einem Text enthalten sind, in eine Rechnung zu verarbeiten. Oft enthalten Aufgaben aber Informationen, die für die Rechenoperation gar nicht relevant sind. Gerade bei solchen Aufgaben tun sich Lernende mit DaZ sehr schwer. Als vierten Schritt sollte man bei einer Textaufgabe immer einen Antwortsatz schreiben. Dabei ist es wichtig, die Lerner und Lernerinnen darauf aufmerksam zu machen, stets noch einmal die Frage durchzulesen und dann erst eine sinnvolle Antwort zu formulieren. Meist reicht es nämlich, den Fragesatz etwas umzuformulieren.

Zusammenfassend noch einmal die vier wichtigsten Schritte für die Analyse von Textaufgaben:

- Schritt 1 (gesucht): Wie könnte die Frage lauten?
- Schritt 2 (gegeben): Zerlege die Aufgabe in Teilinformationen.

- Schritt 3 (Rechnung): Stelle eine Verbindung zwischen der Frage und deinen Teilinformationen her.
- Schritt 4 (Antwort): Die Antwort dient zu deiner Kontrolle. Lies stets noch einmal die Frage durch und formuliere eine Antwort.

Damit die Lernenden mit diesen vier Arbeitsschritten vertraut werden und diese automatisieren, könnte man sie z. B. folgende beiden Aufgaben bearbeiten lassen:



2 Schreibe alle Schritte für folgende Aufgabe auf:
Roberto sieht an der Kasse zu, wie die Waren gescannt werden. Fleisch zu 7,99 €, Tomaten zu 2,87 €, Milch zu 0,89 €, Nudeln zu 1,53 € und Saft zu insgesamt 3,66 €. Seine Mutter hat ihm 20 € mitgegeben.

3 Suche aus deinem Mathebuch Sach- und Textaufgaben heraus und löse sie, indem du die vier Schritte anwendest.

Abb. 45

Wie schon im vorherigen Abschnitt erwähnt, ist es auch hier ratsam, die Aufgabenstellung umzudrehen bzw. abzuändern. Als Lehrperson könnte man z. B. verlangen, selbst eine Aufgabenstellung zu erfinden, anhand derer dann die vier Schritte durchgeführt werden sollen. In solchen Situationen entstehen auch Möglichkeiten zum Differenzieren. Schüler und Schülerinnen, die sich sowohl sprachlich als auch mit mathematischen Aspekten noch schwerer tun, könnten beispielsweise die Beispiele aus Abb. 45 durchnehmen, während leistungsstärkere Lernende zusätzlich selbst Aufgaben erfinden könnten.

Begriffe der Bruchrechnung

Die Bruchrechnung ist für SchülerInnen vom Verständnis her eines der schwierigsten Themen. Werden Bruchrechnungen dann noch in Textaufgaben eingegliedert, verzweifeln viele Lernende regelrecht. Deshalb ist es besonders wichtig, schon bei der Einführung der Bruchrechnung wichtige Begriffe zu klären. Heranwachsende müssen verstehen und auch beschreiben können, was ein Bruch, Stammbruch, Dezimalbruch, Zähler, Nenner und weitere wichtige Termini der Bruchrechnung bedeuten. Folgendes Arbeitsblatt könnte in diesem Zusammenhang hilfreich sein:

Begriffe der Bruchrechnung

(1) Beschreibe die linke Abbildung. Denke dir eine dazu passende Geschichte aus. (Neulich hatte ich Geburtstag und ...)

(2) Verbinde jeden Begriff mit seiner passenden Beschreibung.

	Begriff	Beschreibung
________	der Bruch; -''e	Bei mir bekommst du immer genau **ein** Stück, egal wie viel Stücke die Torte hat (im Zähler steht immer eine 1).
________	der Stammbruch, -''e	Er steht im Bruch oben und **zählt** die Teile (die noch übrig sind).
________	der Dezimalbruch, -''e	Ich habe einen Zähler und einen Nenner. Ich entstehe vom „Brechen" oder Teilen der Torte.
________	der Zähler, -	Ich habe ein Komma und entstehe aus Brüchen mit 10, 100, 1000 ... im Nenner.
75%	die Prozentschreibweise, -n	Ich bin eine Kombination aus ganzen Torten und Bruch(stücken).
________	die gemischte(n) Zahl(en)	**Multipliziere** Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl (falls mehr als 8 Leute da sind).
________	erweitern	Mich erkennt man am %-Zeichen.
________	der Nenner, -	Das tust du, wenn du Zähler und Nenner durch die gleiche Zahl **teilst** (falls ihr nur vier seit).
________	kürzen	Ich **nenne** dir, in wie viele Teile die Torte insgesamt zerschnitten wird.

(3) Ordne die Zahlenbeispiele richtig zu.

$3\frac{2}{8}$ $\frac{6}{x}$ 0,75 ~~75%~~ $\frac{1}{8}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{6:2}{8:2}$ $\frac{x}{8}$ $\frac{6 \cdot 2}{8 \cdot 2}$

Abb.46

Was dieses Übungsblatt auch zeigt, ist die Tatsache, dass man im Mathematikunterricht auch kleine Geschichten schreiben kann. Speziell das Thema der Bruchrechnung eignet sich oft sehr gut dafür, SchülerInnen selbst kurze Texte erfinden zu lassen, die einen mathematischen Kontext aufweisen. Ohne sprachliche Hilfen wird dies jedoch nicht möglich sein. Ein Tipp wie in Abbildung 47 kann unterstützend sein. (Brüche werden sprachlich nämlich nicht bei jeder Zahl auf die gleiche Art gebildet.)

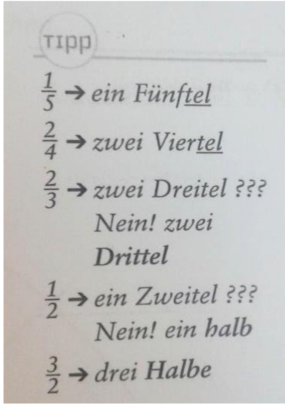


Abb. 47

Textaufgaben zur Bruchrechnung

Bei Textaufgaben mit Bruchrechnungen bereitet das kleine Wörtchen „von" für die Lernenden oft die größten Schwierigkeiten. Um für eine Laien zu verstehen, was gemeint ist, folgen drei erfundene Beispiele:

- „Ich brauche 20 Murmeln. **Davon** sollen 2/5 grün sein."
  Frage: Wie viele Murmeln sollen grün sein?
- „Lina hat gerade 36 Smarties gegessen. Das sind 1/6 **von** der gesamten Packung."
  Frage: Wie viele Smarties befinden sich insgesamt in der Packung?
- „Mein neues Rad hat insgesamt 420 € gekostet. Meine Mutter zahlt 2/3 **davon**."
  Frage: Wie viel bezahlt die Mutter?

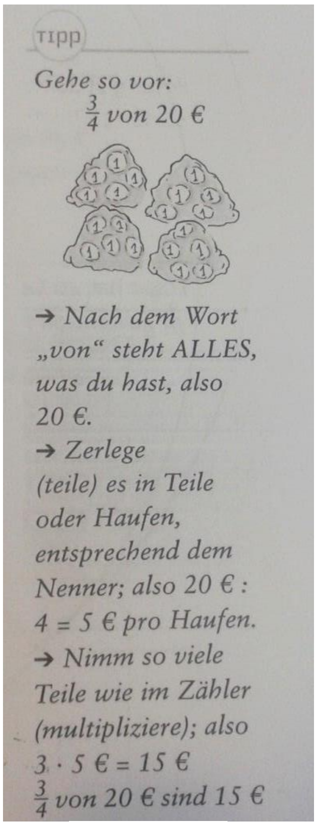
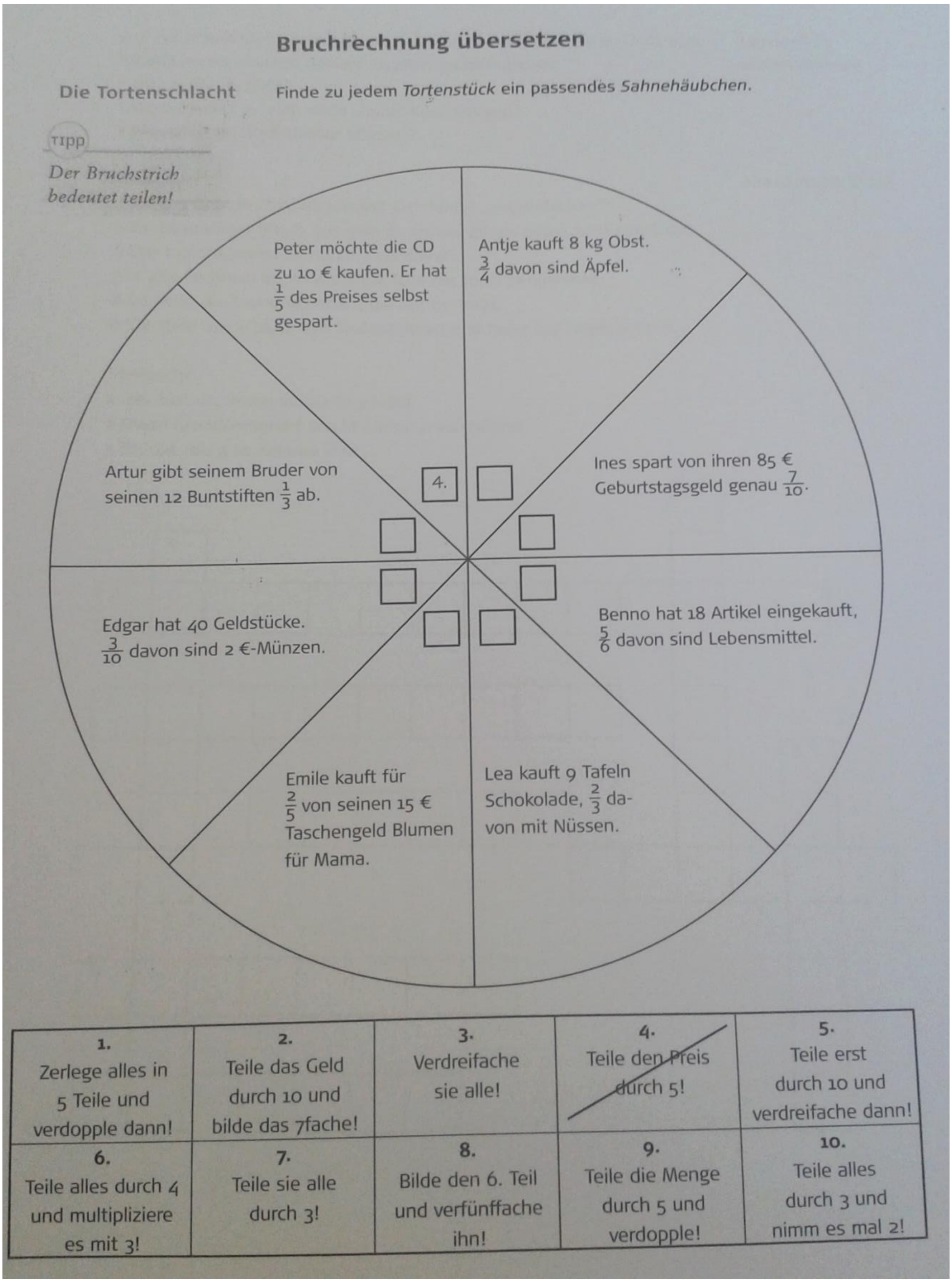


Abb. 48

Wenn Kinder solche Beispiele lösen sollen, ist es gerade für DaZ-Kinder hilfreich, wenn sie vorher genau erklärt bekommen, was das Wörtchen „von" in diesem Kontext bedeutet. Abb. 48 erklärt meiner Meinung nach sehr gut, wie man solche Bruchrechnungsaufgaben lösen kann. Solche Beispiele wie die eben erfundenen sollten von Lernern und Lernerinnen auch selbst erfunden werden. So könnten sie das Wörtchen „von" (und somit die Multikplikation mit einer Bruchzahl) gut verinnerlichen.

Bruchrechnung übersetzen

Um zu überprüfen, ob die Kinder auch wirklich verstanden haben, wie sie mathematische Brüche in die deutsche Sprache umwandeln und umgekehrt, eignet sich folgenes Übungblatt zum Thema „Bruchrechnung übersetzen“ gut für den Unterricht:



Bruchrechnung übersetzen

Die Tortenschlacht — Finde zu jedem *Tortenstück* ein passendes *Sahnehäubchen*.

Tipp: *Der Bruchstrich bedeutet teilen!*

1. Zerlege alles in 5 Teile und verdopple dann!	**2.** Teile das Geld durch 10 und bilde das 7fache!	**3.** Verdreifache sie alle!	**4.** ~~Teile den Preis durch 5!~~	**5.** Teile erst durch 10 und verdreifache dann!
6. Teile alles durch 4 und multipliziere es mit 3!	**7.** Teile sie alle durch 3!	**8.** Bilde den 6. Teil und verfünffache ihn!	**9.** Teile die Menge durch 5 und verdopple!	**10.** Teile alles durch 3 und nimm es mal 2!

Abb. 49

Meiner Meinung nach sind Heidi Röschs Arbeitsblätter sehr abwechslungsreich. Ich denke, Schülerinnen und Schüler würden sich freuen, wenn sie in der ein oder anderen Unterrichtsstunde mit diesen Aufgabenstellungen konfrontiert werden. Auch wenn die heutigen Schulbücher immer abwechslungsreicher gestaltet werden, denke ich, dass man trotzdem Materialien von verschiedenen Quellen heranziehen sollte. Ich denke, Röschs Arbeitshefte erzielen bei den Lernenden einen hohen Grad an Beliebtheit.

Um die beiden Themen Grundrechnungsarten und Bruchrechnung mit einer lustigen Aufgabe abzuschließen, kann man die Lernenden ein mathematisches Kreuzworträtsel lösen lassen. Dies sollten Schüler und Schülerinnen aber wirklich erst am Ende ihrer Lerneinheiten ausfüllen, um ihren Lernerfolg zu kontrollieren. Mit folgenden Fragestellungen sollten die Lernenden nach Vollendung der beiden Kapitel sprachlich umgehen können:

<u>Senkrecht:</u>

1 Das tust du, wenn du durch 3 teilst.

2 Diese Grundrechenart steckt hinter „vermindern“.

5 Brüche mit 4 im Nenner sind…

<u>Waagrecht:</u>

3 Welche Grundrechenart verbirgt sich hinter „vervielfachen“?

4 Ein besonderer Bruch, bei dem du immer genau einen Teil bekommst.

6 Das tust du, wenn du durch 2 dividierst.

7 Er gibt im Bruch an, in wie viele Teile die Torte geteilt wird.

8 So heißt die Grundrechenart, bei der du teilst.

9 Sie steht am Schluss von Textaufgaben und muss zur Frage passen.

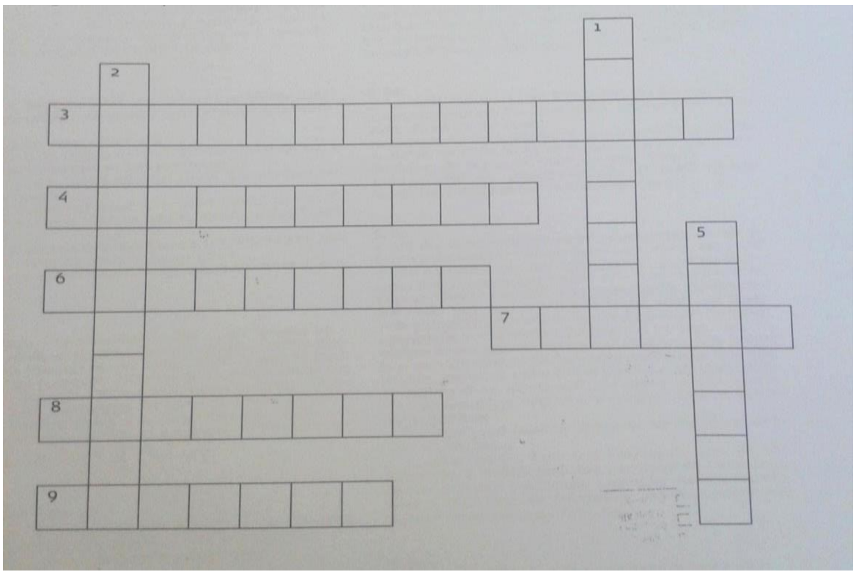


Abb. 50

Worträtsel sind im Allgemeinen eine beliebte Übungsform, weil sie als reproduktives Werkzeug dienen, aber trotzdem einen spielerischen Aspekt mit sich bringen. Sie sind also eine gute Möglichkeit, den Fachwortschatz auf eine lustige Art einzuüben. Die Rätsel haben einen besonders hohen Motivationsgrad, wenn die Kinder selbst eine Übung für ihre Mitschüler und Mitschülerinnen erstellen dürfen. Zu oft sollte diese Methode im Unterricht allerdings nicht eingesetzt werden, da sonst das Interesse der Lernenden daran schwindet. Ein Kreuzworträtsel könnte man auch in Form eines Gruppenwettbewerbs durchführen. Dann sollte man als Lehrperson aber darauf achten, dass die Lösungsworte nicht zu einfach sind. Ansonsten raten die Lernenden nur. Auch zur Binnendifferenzierung lassen sich Kreuzworträtsel optimal einsetzen, da man sie in unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden gestalten kann. Wenn man sich als Lehrkraft die Mühe macht, verschiedene Rätsel für verschieden schwache bzw. starke Lernende zu erstellen, sollte man aber die entsprechenden Computerprogramme dazu verwenden. Sonst wird der Zeitaufwand zu groß.[115]

9.2. Übungen zum Thema Cafeteria bzw. Zuordnung

Heidi Röschs Werk *Mitsprache. Arbeitsheft zur Sprachförderung. 7/8*[116] präsentiert Mathematikaufgaben rund ums Thema Cafeteria. Schüler und Schülerinnen erfahren dabei einerseits, wie eine Schulcafeteria betrieben wird und andererseits wie die Mathematik bei dabei auftretenden Problemen helfen kann. Genauer gesagt, hilft das Arbeitsheft, den Lernenden zu erklären, welche Tätigkeiten zum Betreiben einer Cafeteria nötig sind; was man unter einer Zuordnung versteht; welche Zuordnungen es gibt und wie man diese erkennt; wie man Zuordnungsaufgaben lösen kann und schlussendlich, was Konditionalsätze sind und wie diese beim Lösen von Zuordnungsaufgaben hilfreich sein können. Einige der Aufgaben bzw. Teilaspekte sollen nun kurz vorgestellt werden.[117]

[115] Vgl. Leisen (2) 2010, S. 44
[116] Rösch (2) 2009.
[117] Vgl.: Rösch (2) 2009, S. 54.

Einleitend werden acht Bilder präsentiert, welche Ausschnitte aus dem Cafeteria-Alltag zeigen. Die Lernenden werden aufgefordert, diese zu beschreiben, indem die Tätigkeiten der abgebildeten Personen geschildert werden. Um die Aufgabe leichter zu machen, bietet das Arbeitsheft ein Kästchen mit Verben, welche in die Sätze eingebaut werden sollen (Abb. 51).

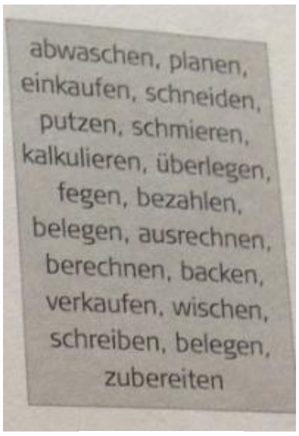

abwaschen, planen, einkaufen, schneiden, putzen, schmieren, kalkulieren, überlegen, fegen, bezahlen, belegen, ausrechnen, berechnen, backen, verkaufen, wischen, schreiben, belegen, zubereiten

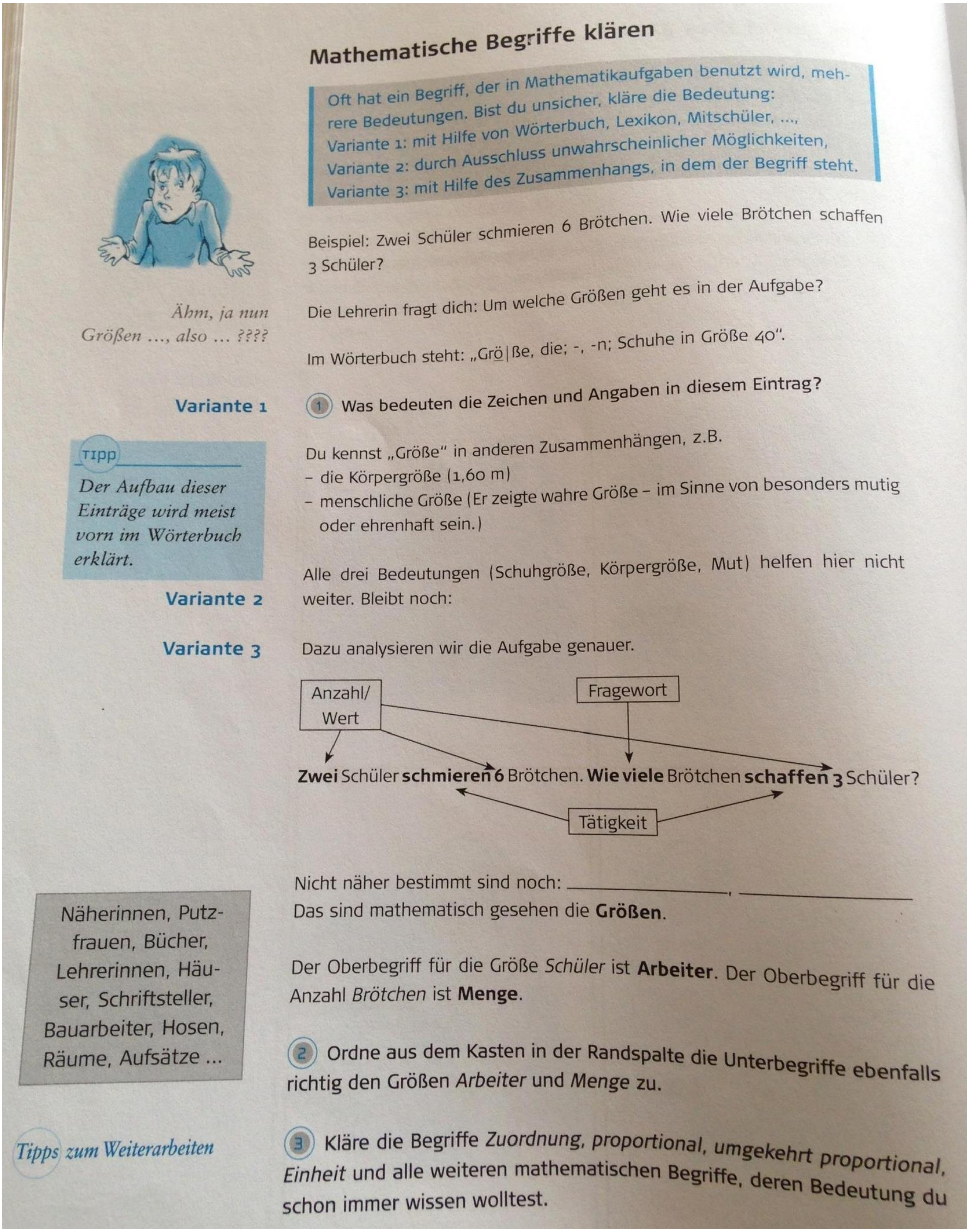
Abb. 51

Natürlich kann man sich fragen, was die besprochene Aufgabe mit Mathematik zu tun hat. An dieser Stelle soll noch einmal darauf verwiesen werden, dass es sich bei dieser Aufgabe um einen sprachsensiblen Fachunterricht handelt; d. h. dass Sprachförderung im Fachunterricht stattfindet. Und wie bereits in Kapitel 2 erwähnt sollte es stets eine Themenorientierung geben, weil Schüler und Schülerinnen sich dadurch die zu lernenden Inhalte leichter merken können. Zusätzlich sollte man sich als Lehrperson auch immer Gedanken machen, welche Aufgaben im Anschluss folgen. Oft dienen reine Sprachaufgaben (wie die eben vorgestellte) als Vorübung für nachfolgende. In Heidi Röschs Arbeitsheft werden die Schülerinnen und Schüler im Anschluss z. B. aufgefordert, darüber nachzudenken, in welchen Abbildungen Mathematik helfen könnte. Die Lerner und Lernerinnen sollen genau formulieren, wobei Mathematik hilft.[118] Bei einer solchen Art von Aufgabe sehen die meisten Mathematiker und Mathematikerinnen wahrscheinlich schon ein, dass sie für den Mathematikunterricht nützlich sein kann.

Mathematische Begriffe klären

Anschließend an diese Aufgaben haben die Lernenden die Möglichkeit, ein Arbeitsblatt zum Thema *Mathematische Begriffe klären* zu bearbeiten. Es wird hierbei erklärt, dass ein in Mathematikaufgaben verwendeter Begriff oft unterschiedliche Bedeutungen haben kann. Des Weiteren werden Wege präsentiert, wie man auf die richtige Bedeutung kommen kann. Folgendes Arbeitsblatt erklärt, wie mit den in der Diplomarbeit bereits mehrmals erwähnten Interferenzen umgehen kann.

[118] Vgl.: Rösch (2) 2009, S. 55.



Mathematische Begriffe klären

Oft hat ein Begriff, der in Mathematikaufgaben benutzt wird, mehrere Bedeutungen. Bist du unsicher, kläre die Bedeutung:
Variante 1: mit Hilfe von Wörterbuch, Lexikon, Mitschüler, ...,
Variante 2: durch Ausschluss unwahrscheinlicher Möglichkeiten,
Variante 3: mit Hilfe des Zusammenhangs, in dem der Begriff steht.

Ähm, ja nun Größen ..., also ... ????

Beispiel: Zwei Schüler schmieren 6 Brötchen. Wie viele Brötchen schaffen 3 Schüler?

Die Lehrerin fragt dich: Um welche Größen geht es in der Aufgabe?

Im Wörterbuch steht: „Grö|ße, die; -, -n; Schuhe in Größe 40".

Variante 1

1 **Was bedeuten die Zeichen und Angaben in diesem Eintrag?**

TIPP
Der Aufbau dieser Einträge wird meist vorn im Wörterbuch erklärt.

Du kennst „Größe" in anderen Zusammenhängen, z.B.
- die Körpergröße (1,60 m)
- menschliche Größe (Er zeigte wahre Größe – im Sinne von besonders mutig oder ehrenhaft sein.)

Variante 2

Alle drei Bedeutungen (Schuhgröße, Körpergröße, Mut) helfen hier nicht weiter. Bleibt noch:

Variante 3

Dazu analysieren wir die Aufgabe genauer.

Anzahl/Wert | Fragewort

Zwei Schüler **schmieren** **6** Brötchen. **Wie viele** Brötchen **schaffen** **3** Schüler?

Tätigkeit

Nicht näher bestimmt sind noch: __________, __________
Das sind mathematisch gesehen die **Größen**.

Näherinnen, Putzfrauen, Bücher, Lehrerinnen, Häuser, Schriftsteller, Bauarbeiter, Hosen, Räume, Aufsätze ...

Der Oberbegriff für die Größe *Schüler* ist **Arbeiter**. Der Oberbegriff für die Anzahl *Brötchen* ist **Menge**.

2 Ordne aus dem Kasten in der Randspalte die Unterbegriffe ebenfalls richtig den Größen *Arbeiter* und *Menge* zu.

Tipps zum Weiterarbeiten

3 Kläre die Begriffe *Zuordnung, proportional, umgekehrt proportional, Einheit* und alle weiteren mathematischen Begriffe, deren Bedeutung du schon immer wissen wolltest.

Abb. 52

Zuordnungen entschlüsseln

Beim Thema *Cafeteria* bietet es sich an, mit den Schülern und Schülerinnen herauszufinden, wie man Zuordnungen entschlüsselt. Als Beispiel kann folgende erfundene Aufgabenstellung dienen: „10 Muffins kosten 20€. Wie viel kosten 4 Muffins?“. Wenn man als Lehrperson den Schülern und Schülerinnen diese Aufgabe präsentiert, sollte man mehrere Dinge berücksichtigen. Zuerst sollte man die Lernenden darauf aufmerksam machen, dass zwei Dinge einander zuzuordnen sind. Sie sollen begreifen, dass zwei Größen voneinander abhängig sind und diese herausfinden. Das Arbeitsheft weist zusätzlich darauf hin, dass jede Größe eine Einheit hat (Preis in €, Menge wovon (Muffins)). Für die meisten Lehrkräfte scheinen diese Schritte als völlig logisch, doch gerade sprachschwache Lernende haben damit schon enorme Probleme.

Wenn die Schülerinnen und Schüler einmal verstanden haben, was die Größen sind und diese herausgefunden haben (in unserem Beispiel Menge und Preis), sollen sie die dazugehörigen Werte mit Einheit bestimmen. Dabei sollte man als Lehrer / Lehrerin darauf aufmerksam machen, dass es bei solchen Aufgaben zu einer Größe (Anzahl der Muffins) zwei Werte gibt, aber zur anderen nur einen Wert (Preis). Für sprachschwache Lernende ist es besonders wichtig, den Unterschied zwischen Größe, Wert und Einheit zu verstehen (z. B. Größe: Preis, Wert: 20, Einheit €). Wenn dieser Schritt verstanden ist, sollen die Schüler und Schülerinnen im nächsten Schritt darüber nachdenken, was berechnet werden soll. Dabei sollen sie einerseits reflektieren, zu welcher Größe der zweite Wert fehlt und andererseits noch einmal genau die Frage lesen und verstehen, wonach gefragt ist. Um die Sprachkompetenz zu fördern, sollen die Lernenden im Anschluss selbst formulieren, was sie berechnen sollen.[119]

Zusammenfassend noch einmal die wichtigsten Schritte, sodass sprachschwache Schüler und Schülerinnen Zuordnungen lösen können:

1.) Zwei Größen hängen voneinander ab. Finde sie heraus!

2.) Finde zu den beiden Größen die Werte mit den dazugehörigen Einheiten!

3.) Überlege dir, was gesucht ist.

Natürlich ist es für den Mathematikunterricht äußerst wichtig, mit den Lernenden zu besprechen, was mathematisch hinter den drei Punkten steht (in unserem Fall die

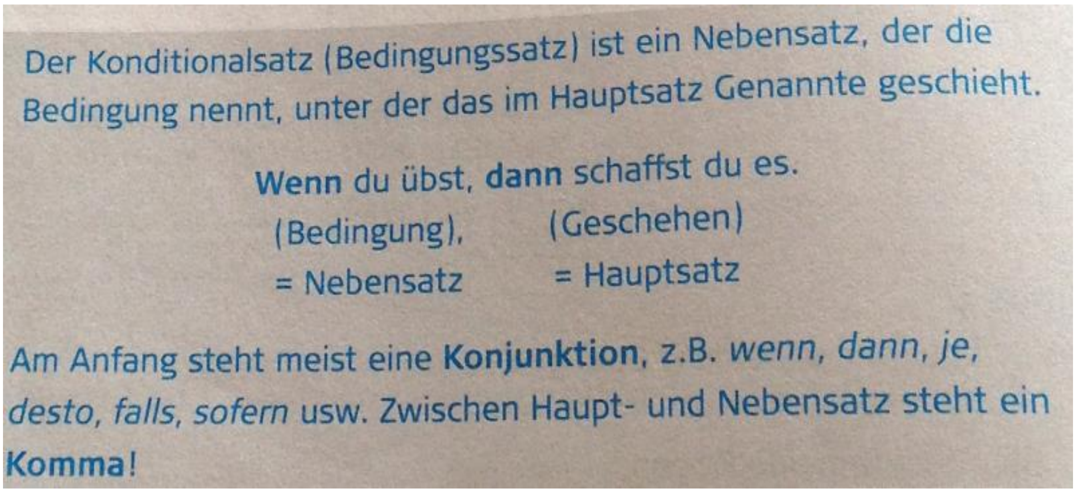
[119] Vgl.: Rösch (2) 2009, S. 57.

Proportionalität). Nichts desto trotz ist es sinnvoll, wenn sie die drei Punkte zuerst sprachlich in sich aufnehmen, um sich dann auf die mathematischen Inhalte konzentrieren zu können. Wenn die Lernenden diese Schritte verinnerlicht haben, können sie zum Thema Zuordnungen z. B. folgende (in Anlehnung an Röschs Arbeitsheft) selbst erfundenen Übungen selbstständig versuchen zu lösen:

- Gib für folgendes Beispiel jeweils Größe, Wert und Einheit an:
  7 Kellnerinnen, 5,50€, 3 Stunden, 18 Weckerl
- Denk dir weitere Beispiele aus und lass sie von deinem Sitznachbarn / deiner Sitznachbarin beantworten!
- Entschlüssle folgende Zuordnung mithilfe der gelernten Schritte:
  8 Schüler waschen die Teller in 16 Minuten. Wie lange brauchen 4 Schüler? (Bei dieser Übung lohnt es sich, mit den Lernenden zu diskutieren, ob es hier sinnvoll ist, die gelernten Schritte für eine indirekte Proporionalität anzuwenden. Es könnte ja möglich sein, dass sich zu viele Teller waschende Personen in einer kleinen Küche behindern. Wenn dies der Fall ist, würden in diesem Beispiel die vier Schüler eventuell gar nicht die doppelte Zeit benötigen, um die Teller zu waschen. Die Lernenden sollen begreifen, dass man indirekte (aber auch direkte) Proportionen manchmal hinterfragen muss.)
- Schau, ob du in deinem Mathematikbuch ähnliche Aufgaben findest. Versuche dann, sie mithilfe der geübten Schritte zu lösen.

Zuordnungsart ermitteln – Konditionalsätze

Wenn die Schülerinnen und Schüler mit den drei eben erwähnten Schritten gut umgehen können und diese auch an Beispielen geübt haben, sollten sie als vierten Schritt lernen, wie man die Zuordnungsart ermittelt. D. h. die Lernenden sollen erkennen, ob es sich um eine direkte bzw. indirekte Proportion handelt. Dafür kann man als Lehrkraft in einer Tabelle jeweils einen Satz mit einer direkten proportionalen Zuordnung bzw. einen Satz mit einer indirekten proportionalen Zuordnung den Lernenden präsentieren. („10 Muffins kosten 20€. Wie viel kosten 4 Muffins?“ versus „8 Schüler waschen die Teller in 16 Minuten. Wie lange brauchen 4 Schüler?“) Die Schülerinnen und Schüler sollen dann herausfinden, was die zugeordneten Größen sind und welche Werte es gibt. Dann sollen sie noch darüber nachdenken, ob der gesuchte Zahlenwert in den beiden Beispielen jeweils mehr oder weniger wird als der gegebene, um einen ersten Einblick in direkte bzw. indirekte Proportionen zu bekommen. Ist erst einmal geklärt, dass es einen Unterschied in diesen beiden Situationen gibt, so ist es für sprachschwache Lernende im nächsten Schritt von Vorteil, wenn man den Konditionalsatz (Bedingungssatz) durchnimmt. Das Arbeitsheft zur Sprachförderung von Heidi Rösch bietet folgendes Infokästchen:



Der Konditionalsatz (Bedingungssatz) ist ein Nebensatz, der die Bedingung nennt, unter der das im Hauptsatz Genannte geschieht.

Wenn du übst, **dann** schaffst du es.
(Bedingung), (Geschehen)
= Nebensatz = Hauptsatz

Am Anfang steht meist eine **Konjunktion**, z.B. *wenn, dann, je, desto, falls, sofern* usw. Zwischen Haupt- und Nebensatz steht ein **Komma!**

Abb. 53

Man kann zwar nicht verneinen, dass die kurze Durchnahme dieses Grammatikkapitels überhaupt keine Zeit in Anspruch nimmt; allerdings scheint dieser überschaubare Zeitaufwand für die anschließenden mathematischen Schritte für sprachschwache Lernende äußerst wichtig zu sein: Mit dem dadurch erworbenem Wissen können sie leichter an die Mathematikaufgaben herangehen und somit beim Lösungsweg einen höheren Erfolg erzielen.

Die Schülerinnen und Schüler sollen versuchen, aus den präsentierten Sätzen Konditionalsätze zu formen. („10 Muffins kosten 20€. Wie viel kosten 4 Muffins?“ → Je weniger Muffins ich kaufe, desto weniger zahle ich. Wenn ich mehr Muffins brauche, dann zahle ich mehr). Schlussendlich sollten die Lernenden mithilfe der Konditionalsätze erkennen, dass es sowohl für die direkte Proportionalität als auch für die indirekte Proportionalität zwei Ausdrucksmöglichkeiten geben kann (Je mehr desto mehr; je weniger desto weniger versus je weniger desto mehr; je mehr desto weniger).[120]

Folgende Tabelle würde sich für unsere beiden Beispiele als Übersicht für die Schülerinnen und Schüler gut eignen:

[120] Vgl. Rösch (2) 2009, S. 58.

DIREKT PROPORTIONALE ZUORDNUNG	*INDIREKT PROPORTIONALE ZUORDNUNG*
10 Muffins kosten 20€. Wie viel kosten 4 Muffins?	**8 Schüler waschen die Teller in 16 Minuten. Wie lange brauchen 4 Schüler?**
Zugeordnete Größen: Menge → Preis	**Zugeordnete Größen:** Personen → ___________
Zwei Werte gibt es zu □ Menge □ Preis	**Zwei Werte** gibt es zu: ______________________
Der **Zahlenwert** (der Lösung im Vergleich zur Angabe) wird □ weniger □ mehr	Der **Zahlenwert** (der Lösung im Vergleich zur Angabe) wird □ weniger □ mehr
Je **weniger** Muffins ich kaufe, desto **weniger** zahle ich. **Wenn** ich mehr Muffins brauche, **dann** zahle ich mehr.	Je______________ Schüler waschen, desto _____________ Zeit brauchen sie. Formuliere noch einen Wenn…, dann… Satz!
Es gilt: weniger - ____________ oder mehr - ___________	Es gilt: weniger - ____________ oder mehr - ___________

Zuordnungsaufgaben lösen

Nachdem schon einige Schritte Vorarbeit geleistet wurden, kommt das wirkliche Lösen der Mathematikaufgabe immer näher. Sprachförderer und Sprachfördererinnen empfehlen bei Zuordnungsaufgaben, welche ja meist als Textaufgaben in den Mathematikbüchern vorkommen, mit farbigen Markierungen zu arbeiten, um sich einen Überblick zu verschaffen. Zum Beispiel kann man die eine Größe immer in rot und die andere Größe immer in blau markieren.

Wenn Schülerinnen und Schüler sich mit dem Rechenschritt beschäftigen, sind sie manchmal so auf die Aufgabe konzentriert, dass sie, wenn sie sich nicht auskennen, nur verzweifeln und nicht daran denken, sich irgendwo Hilfe zu holen. Es empfiehlt sich daher, die Lernenden immer wieder daran zu erinnern, dass sie im Mathematikbuch oder in den Mitschriften nachschlagen können, um Informationen zum Rechenweg zu erhalten. Natürlich sollten es auch möglich sein, Kollegen und Kolleginnen bzw. die Lehrperson zu fragen. Oft hilft es auch, wenn die Schüler und Schülerinnen aufgefordert werden, einfach noch einmal die Frage durchzulesen. Viele Lernende verstehen erst nach öfterem Lesen der Angabe und der Frage, was von ihnen verlangt wird. Als allerletzten Schritt bei einer Zuordnungsaufgabe ist es für sprachschwache Lernerinnen und Lerner besonders wichtig, einen Antwortsatz zu formulieren, um sprachlich noch einmal über das Ergebnis nachzudenken.[121]

Probleme lösen mit Mathematik

Der letzte Punkt zum Themenkomplex *Cafeteria* in Heidi Röschs Arbeitsheft beschäftigt sich mit dem Thema *Probleme lösen mit Mathematik*. Nachstehendes selbst erfundenes „Problem“ könnte man mit den Lernenden lösen:

Am Dienstag soll es in der Cafeteria einen Obstsalat geben. Die dafür zuständigen Personen haben folgende Zutaten eingekauft, sodass sie 12 Portionen zubereiten können:

- *Ananas zu 2,99€*
- *Äpfel (6 Stück) insgesamt 2,80€*
- *5 Kiwis zum Stückpreis von 0,39€*
- *¾ kg Bananen zum Kilopreis von 1,69€*
- *1 Netz Orangen zu 2,49€*
- *5 Birnen zum Stückpreis von 0,59€*
- *1 Tasse Erdbeeren zu 2,99€*
- *12 Plastikschüsserl zu je 0,29€*
- *12 Plastikgabeln zu je 0,19€*

Nun stellt sich natürlich die Frage, wieviel eine einzelne Person für den Obstsalat bezahlen muss. Da die Cafeteria will außerdem einen Gewinn von 25% machen. Bei einer solchen Art von Aufgabe empfehlen Sprachexperten und Sprachexpertinnen, diese in mehrere Schritte zu zerlegen, damit die Komplexität reduziert wird. Mit folgender Aufgabe könnte man den Lernenden einen Denkanstoß geben:

[121] Vgl. Rösch (2) 2009, S. 58.

Bringe folgende Schritte in die richtige Reihenfolge! Beginne beim Einkaufspreis und finde den Weg bis zum Preis der Einzelportion!

- *Die Preise für 12 Portionen zusammenrechnen*
- *Den Gewinn von 25% mit einrechnen*
- *Einzelne Preise (Plastikteller, Kiwi…) für 12 Portionen berechnen*
- *Aus der Summe für 12 Portionen den Preis für die Einzelportion berechnen*

Wenn es die Schüler und Schülerinnen geschafft haben, die Aufgabe in einzelne Schritte zu zerlegen und sie dann in die richtige Reihenfolge zu bringen, sollten sie im Anschluss überlegen, welches mathematische Hilfsmittel für den jeweiligen Rechenschritt sinnvoll sein könnte. Folgende kleine Übung könnte man dafür verwenden:

Schritt ____	*Division*
Schritt ____	*Addition*
Schritt ____	*Prozentrechnung*
Schritt ____	*Multiplikation und Division*

Wichtig ist es bei diesem Schritt die Schüler und Schülerinnen darauf aufmerksam zu machen, dass manche Schlüsselwörter (wie schon in Abschnitt 9.1. erwähnt) auf bestimmte Rechenarten hinweisen. (Z. B. weist der Ausdruck „Einzelpreis berechnen“ auf eine Division hin → Summe geteilt durch Anzahl.)
Durch solche kleinen Aufgaben wird den Lernenden erst bewusst, wie komplex eine Mathematikaufgabe sein kann. Wenn sie es schaffen, diese erfolgreich zu lösen, können sie stolz sein, wie viele Schritte sie bewältigt haben.

Im dritten Schritt sollen die Schüler und Schülerinnen versuchen, die Rechnung auszuführen. Sprachschwachen Lernenden kann man für die einzelnen Schritte Anregungen bereitstellen. Nebenstehendes Kästchen zeigt ein Beispiel, um eine einzelne Portion zu berechnen, wenn man schon den Gesamtpreis für 12 Portionen hat.

> Gesamtpreis für 12 Portionen: ___
>
> 1 Portion berechnen:
>
> Gesamtpreis (___): ___ = ___

Sprachförderer und Sprachfördererinnen empfehlen den Lernenden nach Ausführung der Rechnung dem Sitznachbarn / der Sitznachbarin zu erklären, wie man vorgegangen ist, um den Rechenweg in Worte zu fassen. Die Lernenden sollten vergleichen, ob sie den gleichen Rechenweg gewählt haben und auch diskutieren, warum sie es getan haben bzw. warum nicht.[122]

Wenn Schülerinnen und Schüler Aufgaben wie jene mit dem Obstsalat verstehen und ein Lösung finden können, kann man sie auffordern, selbst ähnliche Aufgaben zu erstellen.

9.3. Zusätzliche Tipps für komplexe Textaufgaben

Die letzten Tipps zur Sprachförderung für DaZ-Kinder, die in der Diplomarbeit vorgestellt werden soll, entstammen Heidi Röschs Werk *Arbeitsheft zur Sprachförderung. 9/10* [123]. Die Mathematikaufgaben aus diesem Heft behandeln das Thema *Ohne Moos nichts los?* Dieser Abschnitt setzt sich mit alltäglichen Problemstellungen auseinander. Schüler und Schülerinnen sollen nach der Bearbeitung des Kapitels z. B. wissen, welche Begriffe mit dem Thema *Handy* zu tun haben oder was man in Verträgen besonders gut durchlesen sollte.[124] Mathematische Aspekte zu diesem Thema werden in den folgenden Zeilen präsentiert.

Den günstigsten Handytarif ermitteln

Nicht selten ist es der Fall, dass man in Mathematikbüchern sehr umfangreiche Angaben findet. Dies kommt auch bei Aufgabenstellungen zu Handytarifen oft vor. Lernende sollten daher den Text nicht nur überfliegen, sondern mehrmals gründlich durchlesen. Dabei sollten sie unbekannte Wörter markieren und klären (z. B. das Wort „Minutenpreis“ beim Thema Handy“). Wichtig ist es, dass sich die Lernenden beim Durchlesen des Textes nicht gleich in Details oder Lösungsversuche stürzen. Sinnvoller ist es, sich zuerst einen Überblick von der gesamten Problemstellung zu schaffen.[125]

Problemstellung erfassen

Lange Angaben bei Textaufgaben kann man als Informationstext ansehen. Diesen gilt es zu zerpflücken. Oft findet man bei solchen Angaben in jedem Satz eine Information, die zentral ist; zum Beispiel ist Information des Öfteren in Nomen versteckt. DaZ-Lernende sollten Satz

[122] Vgl. Rösch (2) 2009, S. 60.
[123] Rösch (3) 2009.
[124] Vgl.: Rösch (3) 2009, S. 46.
[125] Vgl.: Rösch (3) 2009, S. 48.

für Satz durchgehen; dabei ist es auch möglich, W-Fragen zu stellen. Eine wichtige Übung ist es für Schülerinnen und Schüler daher, wesentliche Informationen aus dem Text zu notieren.

Wenn Tabellen zu analysieren sind, sollten die Lernenden versuchen, in eigenen Worten zu formulieren, welche Information sie den Zeilen und Spalten entnehmen können. Dafür könnte man den Schülerinnen und Schülern folgende und ähnliche Satzmuster zur Verfügung stellen:

- In der ersten Zeile findet man die Bereiche X, Y und Z.
- Die Buchstaben A, B und C in der dritten Spalte stehen für …
- Die Wörter „ja“, „nein“ und „vielleicht“ in der zweiten Spalte präsentieren…

Bei Diagrammen sollte man die Lernenden darauf hinweisen, dass Achsen und Legenden oft wichtige Informationen enthalten, mit denen man sich zu Beginn auseinandersetzen sollte. Zusätzlich sollten Schüler und Schülerinnen lernen, dass sie auch Kleingedrucktes nicht außer Acht lassen sollten. Dies ist in Mathematikaufgaben wichtig, aber auch im Alltag: z. B. sollte man in Bezug auf das Thema Handy genau auf das Kleingedruckte bei Minutenpreis, Grundgebühr und Freiminuten achten. Gerade bei solchen Anwendungsbeispielen sollten Lehrkräfte klarstellen, dass alle Begriffe verstanden werden. Heute ist es nicht mehr selbstverständlich, dass Heranwachsende wissen, was z. B. „netzintern“ und „netzextern“ bedeutet – schon gar nicht, wenn man eine andere Muttersprache als Deutsch hat.[126] Gerade in solchen Situationen können Lehrpersonen die Lernenden darauf hinweisen, wie wichtig Mathematik für den Alltag ist; dies wird schließlich sehr oft in Frage gestellt.

Aufgabenstellung verstehen

Für die Lösung einer Aufgabenstellung ist es für sprachschwache Schüler und Schülerinnen oft notwendig, ein Schema / eine Übersicht zu entwickeln. Wenn möglich sollte jede Lernende / jeder Lernende selbst ein solches Konzept entwickeln. Röschs Heft zur Sprachförderung schlägt als Beispiel Folgendes vor:

[126] Rösch (3) 2009, S. 49.

Für alle Aufgaben gilt:

I. Lies sie.
II. Zerlege sie in Teilschritte. Was ist gegeben, was gesucht? Finde Schlüsselbegriffe, Beziehungen, Zusammenhänge.
III. Arbeite mit deinen gefundenen Informationen aus Text und Abbildung und finde so die Lösung.
IV. Lies nochmals die Aufgabe und deinen Lösungsweg bzw. deine Antwort und entscheide, ob du fertig bist.

Abb. 54

Röschs Schema soll nur als Beispiel dienen. Lehrer und Lehrerinnen sollten die Schüler und Schülerinnen ermutigen, selbst eine Übersicht zu erstellen, welche individuell hilfreich ist.
Ein essentieller Tipp für viele Lernende ist der Hinweise darauf, dass sich im Lösungsweg einer Textaufgabe die Schlüsselbegriffe, die man in einem Vorbereitungsschritt herausgefunden hat, wiederfinden sollten. Viele Schüler und Schülerinnen denken außerdem, dass eine Aufgabenstellung immer nur eine Frage beinhaltet. Als Lehrkraft sollte man den Lernenden also klarmachen, dass eine Textaufgabe oft mehrere Fragen enthält. Gerade sprachschwache Lerner und Lernerinnen sollten in den Vorbereitungsschritten des Lösungswegs schauen, wie viele Fragen es gibt. Im Anschluss sollten sie sich heraus schreiben, wie die erste, zweite … Frage lauten. Allerdings ist auch darauf zu achten, ob die einzelnen Fragestellungen zusammenhängen bzw. sinnvolle Interpretationen zulassen.[127]

Um das Textverständnis der Schüler und Schülerinnen mit Deutsch als Zweitsprache zu schulen ist es oft sinnvoll, nur mit Textangaben zu arbeiten, bevor man die ganze Aufgabe löst. Z. B. kann die Lehrkraft zu einer Angabe Multiple-Choice-Aufgaben entwickeln, bei denen die Lernenden ankreuzen müssen, welche Info im Text enthalten ist und welche nicht. Um die Aufgabe etwas herausfordernder zu gestalten, kann man auch eine Zeile frei lassen, bei der die Schüler und Schülerinnen selbst noch eine Info hinzufügen müssen, welche im Text enthalten ist.
Wenn Lernende mit einer hohen Anzahl an neuen Begriffen bei einem Thema überfordert sind, ist es möglich, dass die Lernenden mit den neuen Wörtern selbst eine Geschichte erfinden (zum Thema Handy z. B. mit den Wörtern Tarif, Festnetz, Grundgebühr, Freiminuten u. v. m.). Diese Geschichte merken sich die Schüler und Schülerinnen meist sehr leicht, wenn sie sie selbst schreiben. Somit können sie die Begriffe verinnerlichen.[128]

[127] Vgl. Rösch (3) 2009, S. 50f.
[128] Vgl. Rösch (3) 2009, S. 52.

10. Das Formulieren mathematischer Gedanken im Hochschulbereich

Sprachliche Probleme im Fach Mathematik treten nicht nur in der Volkschule und in der Sekundarstufe auf, sondern sie existieren auch noch des Öfteren im Studium der Mathematik. Viele Studierende haben enorme Probleme mit der Formulierung ihrer Übungsaufgaben, aber auch mit dem Formulieren von Seminar- und Diplomarbeiten. Klar ist, dass sich die meisten Professoren und Professorinnen in ihren Vorlesungen wirklich bemühen, den Hörern und Hörerinnen eine korrekte mathematische Sprache beizubringen. Leider überträgt sich dieses gesamte Wissen nicht „automatisch“ auf die Studierenden. Wenn man als Student / Studentin den Wunsch hat, sich präzise auszudrücken und richtig mit den mathematischen Begriffen umzugehen, muss man sich meist außerhalb der Vorlesungen mit den Formulierungen von mathematischen Inhalten auseinandersetzen. Leider gibt es im Lehrplan der Universität nämlich kein gesondertes Fach, in welchem die Kunst des Formulierens den Lernenden nahegebracht wird. Ein bekanntes Buch, welches Abhilfe verschafft, also welches versucht zu erklären, wie man mathematische Gedanken richtig formulieren kann, heißt *„Das ist o.B.d.A. trivial!“*[129]. Das Werk wurde von Albrecht Beutelspacher verfasst – eine Persönlichkeit, die aus dem Bereich der populären Mathematik nicht mehr wegzudenken ist. Man könnte meinen, er ist ein deutsches Exemplar von Rudolf Taschner.

10.1.Der Mathematiker Beutelspacher

Albrecht Beutelspacher (*1950) ist ein deutscher Hochschullehrer. Mit 38 Jahren wurde er Professor für Mathematik an der Justus-Liebig-Universität Gießen, wo er auf den Gebieten Geometrie und Diskrete Mathematik für seine Forschungen bekannt ist.

Auch für seine Öffentlichkeitsarbeit auf dem Gebiet der Mathematik wird Beutelspacher sehr geschätzt. Er ist der Gründer und Direktor des *Mathematikums* in Gießen. Dieses 2002 gegründete Mathematikmuseum versucht, Besucher und Besucherinnen aufzufordern, sich aktiv mit der Mathematik zu beschäftigen. Als Besucher / Besucherin kann man sich mit verschiedensten Objekten auseinandersetzen und Experimente ausprobieren. Zusätzlich versucht der Mathematiker durch eine selbst betreute Kolumne im *Journal der Wissenschaft*

[129] Beutelspacher 2004.

die Mathematik den Menschen mit unterhaltsamen Beiträgen näherzubringen. Erwähnenswert ist außerdem, dass er seit 2007 auf BR-alpha die Sendung *Mathematik zum Anfassen* moderiert. Diese hat das Ziel, mathematische Alltagsprobleme populärwissenschaftlich zu behandeln. Nicht zuletzt kann man Beutelspacher auch als Bestseller-Autor bezeichnen. Werke wie z. B. *Wie man durch eine Postkarte steigt*[130] oder *Albrecht Beutelspachers kleines Mathematikum*[131] wurden zu beliebten Büchern. Folgende Liste an Auszeichnungen soll demonstrieren, wie sein Engagement gewürdigt worden ist[132]:

- 2000: Archimedes-Förderpreis des Deutschen Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts
- 2000: Communicator-Preis der Deutschen Forschungsgemeinschaft (wird an Wissenschaftler verliehen, die sich um die öffentliche Darstellung ihres Fachgebietes bemühen)
- 2003: Ehrennadel der Deutschen Mathematiker-Vereinigung
- 2004: Deutscher IQ-Preis (für die Einrichtung des Mathematikums)
- 2004: Benedictus-Gotthelf-Teubner-Förderpreis
- 2005: „Descartes Prize for Science Communication“ der Europäischen Union
- 2008: Hessischer Kulturpreis (für seine Verdienste zur Popularisierung der Mathematik)
- 2008: Academy Bildungspreis
- 2010: Ehrendoktorwürde der Universität Siegen
- 2014: Medaille für naturwissenschaftliche Publizistik[133]

Aus dem eben Gesagten wurde ersichtlich, dass Beutelspacher sich mit großem Aufwand dafür einsetzt, dass die Mathematik der Öffentlichkeit zugänglich wird. Dass dies sehr wichtig ist, hat der vielseitigen Person unter anderem seine Arbeit in der Wirtschaft und seine vielen Besuche in Italien klar gemacht: *„In der Wirtschaft habe ich gelernt, dass es darauf ankommt, auch mit Nichtmathematikern über Mathematik zu sprechen, und in Italien habe ich erfahren, wie viel Freude eine gute Präsentation bei den Zuhörern erzeugt.“*[134]

[130] Beutelspacher 2008.
[131] Beutelspacher 2010.
[132] Vgl. Wikipedia. Albrecht Beutelspacher.
[133] Vgl. Wikipedia. Albrecht Beutelspacher.
[134] Mathematikum. Der Initiator. Prof. Dr. Albrecht Beutelspacher.

10.2.“ Das ist o.B.d.A. trivial!“

Das Ziel, die Mathematik auf unterhaltsame Weise den Menschen näherzubringen, verfolgt er auch mit dem Werk *„Das ist o.B.d.A. trivial!“.* Das folgende Unterkapitel wird versuchen, die wichtigsten Aspekte aus dem erstmals 1991 erschienen Buch herauszugreifen, welche für den Universitätsalltag im Fach Mathematik hilfreich sind.

10.2.1. Klarheit

Gleich zu Beginn des Buches betont der Autor, dass Klarheit das höchste Ziel ist. Viele Studierende klagen darüber, dass sie etwas verstanden haben, aber nicht ausdrücken können. Dies ist ganz normal, wenn man versucht, mathematische Gedanken niederzuschreiben. Besonders Studienanfänger und -anfängerinnen werden sich dieser Problematik bewusst. Für die eben angesprochene Zielgruppe will Beutelspacher mit seinem Buch erreichen, dass die Lernenden

- mathematische Inhalte besser formulieren können
- eine bessere Kontrolle über ihre eigenen Formulierungen erlangen
- mathematische Texte besser lesen können
- die Angst vor der Mathematik abbauen[135]

Besser formulieren

Wenn man einen mathematischen Text besser formulieren will, muss man akzeptieren, dass die mathematische Sprache ihre eigenen Vokabel hat. Wichtig ist einzusehen, dass es auch Formulierungen gibt, welche man nicht verwenden sollte.

Bessere Kontrolle über Formulierungen

Wenn Lernende Sätze, Definitionen und Beweise richtig zu Papier führen wollen, sollten sie immer kontrollieren, ob das Aufgeschriebene klar ist. Das eigene Produkt sollte nicht als etwas Unverständliches gesehen werden, sondern es sollte versucht werden, das Niedergeschriebene nach Regeln zu strukturieren. So ist es möglich, allfällige Beweislücken und Ähnliches zu bemerken. Es ist Aufgabe der Studierenden zu überprüfen, ob die Sache wirklich verstanden wurde, oder ob man nur glaubt, die Sache verstanden zu haben. Um

[135] Vgl. Beutelspacher 2004, S. 1f.

sicher zu stellen, dass die Sache verstanden wurde, könnten sich Studierende in Gruppen gegenseitig abprüfen.

Mathematische Texte besser lesen

Wenn es einem gelingt, mathematische Texte besser zu schreiben, dann fällt es einem auch leichter, mathematisch Inhalte leichter zu lesen. Mit ein bisschen Übung ist es möglich, Feinheiten der Argumentation zu finden, welche man vorher nie bemerkt hat. Mit der Zeit lernt man also auch „besser zu sehen“.

Dieser Aspekt ist vermutlich einer der zentralsten. Viele Studienanfänger und Studienanfängerinnen verzweifeln, wenn sie mathematische Texte lesen müssen. Oft sehen sie zwischen Aussagen, die sich formal nur in einer Kleinigkeit unterscheiden, keinen Unterschied in der Bedeutung. Erst nach einigen Jahren und viel Übung erkennt man als Student / Studentin, wie man mathematische Texte lesen muss.

Sinnvoll wäre es daher, wenn man in Seminaren (z. B. in Analysis-Seminaren) eine Einheit zum Lesen mathematischer Texte gestaltet. Der Professor / die Professorin könnte mathematische Texte mit nur geringen formalen Unterschieden zur Verfügung stellen und diese in „normales Deutsch“ übersetzen lassen. Dies verlangt zwar viel Konzentration, allerdings würde sich diese Einheit sicherlich lohnen, um auf Bedeutungsunterschiede aufmerksam zu machen.

Angst vor der Mathematik abbauen

Die mathematische Sprache ist sehr formal; diese Tatsache erzeugt bei Lernenden oft Furcht und Überforderung. Beutelspacher versucht in seinem Werk aber darauf hinzuweisen, dass diese Formalismen eigentlich eine Hilfe darstellen. Besonders Nicht-Experten / Nicht-Expertinnen sollte es dadurch leichter fallen, Mathematik klar auszudrücken und besser zu begreifen.[136]

10.2.2. Mathematische Texte sind Texte deutscher Sprache

Mathematische Texte sind als Informationsübermittlung zu verstehen. Beim Verfassen von Sätzen, Beweisen & Co. sollte der Autor / die Autorin darauf achten, dass der Text in einer

[136] Vgl. Beutelspacher 2004, S. 1f.

Art und Weise formuliert ist, sodass die Rezipienten und Rezipientinnen sich möglichst wenig anstrengen müssen, um den Inhalt aufzunehmen.
Bei der mathematischen Arbeit gibt es zwei Phasen, die zu differenzieren sind.

- Explorationsphase
- Konsolidierungsphase[137]

Explorationsphase

Dieser Prozess wird auch als „Schmierzettel“ bezeichnet. Während der Explorationsphase entstehen mathematische Gedanken. Natürlich ist diese Phase stark abhängig von der Person, welche die Ideen hat. Es handelt sich also um einen Prozess, der nicht wirklich planbar ist. Die Adjektive „irrational“ und „fehleranfällig“ passen für diese Phase sehr gut. Meist werden in dieser Zeit viele Zettel an Papier vollgeschrieben (oder eher gekritzelt) oder Tafeln vollgemalt.
Nach Abschluss eines Mathematikstudiums werden viele Studierende bemerken, dass sie selbst und auch die Kollegen und Kolleginnen oft in dieser Phase stecken geblieben sind. Meistens hat man einfach nicht die Zeit bzw. will sich nicht die Zeit nehmen, das „Gekritzel“ noch einmal schön niederzuschreiben. Aber gerade das „schöne Niederschreiben“ (siehe Konsolidierungsphase) wäre für einen korrekten Gebrauch der mathematischen Sprache sehr wichtig.

Konsolidierungsphase

Die Konsolidierungsphase wird auch als „Reinschrift“ bezeichnet. Diese Phase, welche auf den „Schmierzettel“ folgt, versucht, Gedanken in Form zu bringen. Es sollte sich dabei um eine Form handeln, die nicht nur für den Verfasser / die Verfasserin nachvollziehbar ist, sondern auch für alle anderen. Während dieses Prozesses sollte man unter anderem eine Ordnung aufstellen, überprüfen, ob Begründungen fehlen, und Bezeichnungen einführen. Beutelspacher konzentriert sich in seinem Buch *„Das ist o.B.d.A. trivial!“* auf die zweite Phase.[138]
Wie vorher schon erwähnt, ist es bedeutend, darauf hinzuweisen, dass es für einen geschriebenen Text stets zwei Lesergruppen gibt: Die eine Seite ist der Autor / die Autorin

[137] Vgl. Beutelspacher 2004, S. 3.
[138] Vgl. Beutelspacher 2004, S. 3.

selbst, die andere Seite stellen alle anderen dar. Wenn z. B. zwei Menschen miteinander über Mathematik sprechen, muss jeder von ihnen wissen, was die Formulierungen des jeweiligen anderen bedeuten. Wenn man über ein solches Wissen verfügt, ist es viel einfacher zu verstehen, was der Gesprächspartner / die Gesprächspartnerin meint. An der Universität gibt es verschiedenste Situationen, in denen man dem Gegenüber etwas verständlich erklären sollte: Z. B. kann der Verfasser eines Textes ein Student / eine Studentin sein (bei einer schriftlichen Prüfung) und der Leser ein Professor. Auf der anderen Seite kann der Studierende / die Studierende auch in die Rolle des Rezipienten / der Rezipientin steigen, wenn der Professor versucht, bei einer Vorlesung seine Gedanken zum Stoff an die Tafel zu schreiben. Die Leser und Leserinnen / Hörer und Hörerinnen müssen also versuchen, das Niedergeschriebene nachzuvollziehen. In diesen Situationen stellt die Sprache ein Werkzeug dar, welches als weitgehend standardisiert angesehen werden kann. Dennoch hat der Autor / die Autorin noch einige Freiheiten. Jedenfalls sollte festgehalten werden, dass eine Standardisierung der Sprache einige Vorteile mit sich bringt: Der Verfasser / die Verfasserin eines Textes weiß dadurch, wie gewisse Dinge formuliert werden sollen. D. h. es ist nicht jedes Mal notwendig, sich den Kopf aufs Neue zu zerbrechen. Der Rezipient / die Rezipientin hat den Vorteil, dass die Standardisierung klar macht, wie gewisse Ausdrücke zu verstehen sind; folglich muss nicht jedes Mal gerätselt werden, was der Schriftsteller / die Schriftstellerin gemeint haben könnte. Zu betonen ist allerdings, dass es nur zu diesen Vorteilen kommen kann, wenn sowohl Verfasser / Verfasserin als auch Leser / Leserin die bestehenden Regeln kennen und benützen. Wenn dies nicht der Fall ist, tritt das Gegenteil ein; d. h. die Standardisierung bringt auch Nachteile mit sich. Es könnte passieren, dass der Rezipient / die Rezipientin eine Text liest, von dem er / sie glaubt, dass er in einer Geheimsprache verfasst ist.[139]

Um solch eine „Geheimsprache“ zu vermeiden, sollte man sich als Verfasser / Verfasserin eines mathematischen Textes folgende Tipps gut merken[140]:

1. *„Beachten sie die Regeln der deutschen Sprache!“*
2. *„Schreiben Sie in vollständigen Sätzen!“*
3. *„Schreiben Sie in überschaubaren, klaren Sätzen!“*
4. *„Wenn Sie mit einem Satz nicht klar kommen, versuchen Sie es mit zwei Sätzen!“*

---

[139] Vgl. Beutelspacher 2004, S. 3f.
[140] Beutelspacher 2004, S. 4.

Mit diesen vier Hinweisen will Beutelspacher deutlich machen, dass ein Text unleserlich ist, wenn er nur aus einzelnen Wörtern bzw. Satzfetzen besteht. Es ist nicht angenehm für den Leser / die Leserin, wenn er / sie den Zusammenhang selbst erkennen muss. Besonders anstrengend zu lesen sind auch äußerst lange und verschachtelte Sätze. Daher sollte man komplizierte Satzkonstruktionen vermeiden.

Nicht außer Acht lassen sollte man, dass in der Mathematik abgesehen von den üblichen sprachlichen Regeln noch weitere Regeln dazu kommen. (Diese werden in den weiteren Unterkapiteln behandelt.) Manche Mathematiker / Mathematikerinnen glauben, ihrer Wissenschaft gerecht zu werden, wenn sie lediglich einige Symbole und Zeichen auf ein Papier schreiben und dem Leser / der Leserin keine weitere Hilfestellung geben. Dies ist aber nicht der Fall! Vollständige, übersichtliche und kontrolliert gestaltetet Sätze sind gefragt! Beutelspacher betont in seinem Werk, dass Rechtschreibfehler und Fehler in der Zeichensetzung auch unbedingt zu vermeiden sind. Dieser Teil der sprachlichen Norm sollte nämlich sowohl dem Verfasser / der Verfasserin eines Textes als auch den Rezipienten / Rezipientinnen die Möglichkeit geben, sich auf das Wesentliche zu konzentrieren.[141]

10.2.3. Definitionen

Auf der formalen Ebene sind Definitionen als Abkürzungen zu verstehen. Es ist also möglich, den definierten Begriff durch die definierende Beschreibung auszutauschen. Eine Definition für den Begriff „Primzahl“, wäre folgende: *„ganze Zahl p > 1, die nur 1 und p also positive Teiler hat“*[142]. Wenn man aber glaubt, dass eine Definition lediglich eine Abkürzung ist, so wird die Bedeutung von Definitionen herabgesetzt. *„Jede Definition ist ein schöpferischer Akt!“*[143] Wenn man sich mit der Mathematik auseinandersetzt, ist es besonders wichtig, gewisse Objekte und Eigenschaften zu betiteln. Die Schaffung von Begriffen macht dann eine nähere Betrachtung möglich.[144]

Die zuvor verwendete Definition von Primzahl war eine verbale. Es ist aber auch möglich, die Primzahl mithilfe der mathematischen Symbolik zu definieren. Die Menge ***P*** aller Primzahlen bekäme dann folgende Definition:

---

[141] Vgl. Beutelspacher 2004, S. 4f.
[142] Beutelspacher 2004, S. 6.
[143] Beutelspacher 2004, S. 6.
[144] Vgl. Beutelspacher 2004, S. 6.

$$\boldsymbol{P} := \{\, n \in \mathbb{Z} \mid n > 1, n \text{ hat nur 1 und } n \text{ als positive Teiler}\}$$

Eine noch „symbolischere“ Schreibweise wäre folgende:

$$\boldsymbol{P} := \{\, n \in \mathbb{Z} \mid n > 1, k\ /n, k \in \{1, n\}\}$$

Festzuhalten ist, dass die Genauigkeit einer Beschreibung nicht von der Anzahl der benutzten Symbole abhängt (was viele Mathematik-Studierende glauben und auch oft gelehrt bekommen). Genau so richtig ist eine Definition, die nur aus Worten besteht. Wichtig ist, dass man fähig ist, eine formale Beschreibung auch in der verbalen Form zu verstehen. Ein weiterer wichtiger Hinweis für Studierende ist, dass der Doppelpunkt (im obigen Beispiel „***P***:=“) stets auf derjenigen Seite des Gleichheitszeichens aufzufinden ist, auf welcher der zu definierende Ausdruck zu finden ist. Diese Regel erleichtert es dem Rezipienten / der Rezipientin, zu wissen, was zu definieren ist, und was eigentlich schon im Wissen vorhanden sein sollte.[145]

10.2.4. Axiom, Satz, Hauptsatz, Lemma, Theorem, Proposition, Korollar

Viele Studierende der Mathematik quälen sich durch verschiedene Vorlesungen und Prüfungen hindurch, lernen dabei eine Vielzahl an Axiomen, Sätzen, Theoremen, Propositionen & Co. auswendig, und haben dabei oft keine Ahnung, was das jeweilige Wort eigentlich bedeutet. Dieses Unterkapitel versucht daher über Satz & Co. Klarheit zu verschaffen.[146]

Axiom

Es ist möglich, die gesamte Mathematik als eine Menge von Aussagen zu verstehen. All diese Aussagen werden von **Axiomen** (= Grundaussagen) abgeleitet. Dieses rein logische Ableiten nennt man Beweisen. Werden Aussagen bewiesen, so entstehen **Sätze**. Im Regelfall wird ein Satz niedergeschrieben und im Anschluss bewiesen. Manchmal wird allerdings auch zuerst der Beweis niedergeschrieben und dann der Satz formuliert. In einem solchen Fall endet der Beweis z. B. mit nachstehenden Worten: „Damit haben wir den folgenden Satz bewiesen.“ Die Reihenfolge ist also egal; zu betonen ist aber, dass in der Beweisführung niemals

[145] Vgl. Beutelspacher 2004, S. 7.
[146] Vgl. Beutelspacher 2004, S. 11f.

unbewiesene Hypothesen verwendet werden dürfen (außer man formuliert diese als Annahmen). Zusätzlich darf die Argumentation nur aus rein logischen Schlüssen bestehen.
Wie eben erwähnt wurde, kann man bewiesene Aussagen Sätze nennen. Allerdings ist es auch möglich, eine bewiesene Aussage mit Hauptsatz, Theorem, Lemma oder Korollar zu betiteln. Die jeweilige Benennung soll auf den Stellenwert in der Theorie hinweisen. In den folgenden Zeilen soll nun erklärt werden, wann welcher Begriff sinnvoll ist.

Satz

Dieser Begriff wird für den Normalfall verwendet. Der Beweis dieser Art von Aussage ist weder relativ lang noch relativ kurz. Es handelt sich um eine Aussage, über die man reflektieren sollte und sich auch merken sollte.

Hauptsatz

Wenn ein Satz wirklich essentiell ist, wird der Begriff Hauptsatz verwendet. Einer der bekanntesten Hauptsätze der Mathematik ist wohl der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung. Spezifisch ist, dass in einer solchen Art von Aussage ein ganzes Teilgebiet der Mathematik seinen Höhepunkt findet. Insgesamt gibt es nicht viele Hauptsätze und nur den allerwenigsten Mathematikern und Mathematikerinnen wird es gelingen, einen Hauptsatz zu beweisen.

Lemma

Das Wort Lemma stellt ein Synonym für Stichwort oder Hauptgedanke dar. Unter einem Lemma kann man also als einen äußerst wichtigen Schlüsselgedanken verstehen, der in unterschiedlichen Situationen hilfreich sein kann. Charakteristisch ist, dass Lemmata oft nach ihren Entdeckern / Entdeckerinnen benannt werden (z. B. Lemma von Sperner).

Hilfssatz

Im 21. Jahrhundert wird der Begriff Lemma auch oft mit dem Wort Hilfssatz ausgetauscht. Ein Hilfssatz ist als rein technische Aussage zu verstehen. Oft ist der Beweis dieser Aussage recht kompliziert. Ein Hilfssatz wird meist im Beweis eines Theorems, einer Proposition oder eines Korollars verwendet – er ist somit ein Hilfsmittel und erfüllt seinen Zweck. Zusammenfassend kann gesagt werden, dass es sich bei einem Hilfssatz um einen Satz von geringer Wichtigkeit handelt, welcher manchmal aber schwer zu beweisen ist.

Theorem

Bei einem Theorem handelt es sich um einen äußerst wichtigen Satz, welcher einen Höhepunkt in der Entwicklung einer Theorie darstellt.

Proposition

Bei dem Begriff Proposition handelt es sich um ein Mittelding zwischen Satz und Hilfssatz. D. h. die Proposition ist nicht so wichtig wie ein Satz, aber wichtiger als ein Hilfssatz. Im Vergleich zu den anderen Begriffen wird dieser relativ selten gebraucht.

Korollar

Korollar bedeutet Folgerung. Es handelt sich also um einen Satz, welcher ganz einfach aus dem vorhergehenden Satz respektive seinem Beweis geschlussfolgert wird. Nicht außer Acht zu lassen ist, dass man bei einem Korollar immer angeben können muss, wovon das Korollar ein Korollar ist.

An dieser Stelle soll betont werden, dass die eben genannten Begriffe natürlich auch auf eine andere Art und Weise erklärt werden können. Die Zuordnung zwischen den jeweiligen Begriffen und ihrer Beweisschwierigkeit schein sicherlich nicht für alle Mathematiker plausibel. Dennoch gelten Beutelspachers Beschreibungen als ein Versuch zur Differenzierung.

10.2.5. Bezeichnungen

Im Fach Mathematik (und natürlich auch in allen anderen Bereichen im Leben) ist es sehr wichtig, behandelnden Objekten und Eigenschaften einen Namen zu geben. Hervorzuheben ist allerdings, dass kein Objekt von sich aus eine bestimmte Bezeichnung hat. (In der Schule wird für eine Gerade oft „*g*“ verwendet, dennoch trägt die Gerade kein Namensschild mit „*g*“.) Die Tatsache, dass man Dingen Namen gibt, ist bloß ein Eingriff des Menschen in die Welt, mit dem Ziel, eine gewisse Ordnung bzw. Struktur ins Leben zu bringen. Dieser Vorgang soll deutlich machen, welche Objekte für den Menschen eine besondere Bedeutung haben.

Auf der Uni ist es also entscheidend, den „richtigen" Objekten einen Namen zu geben. Wenn dies gelingt, ist schon ein großer Schritt für einen Beweis vollbracht. Erst nach vielen Erfahrungen können Studierende wissen, welche die „richtigen" Gegenstände sind.[147] Um mathematische Objekte zu bezeichnen, gibt es verschiedene Formulierungen. Die folgenden drei schlägt Beutelspacher u. a. in seinem Werk vor:

- *„Wir bezeichnen die Menge der Objekte, die die Eigenschaft E haben, mit M."*
- *„Man nennt diese Matrizen schiefsymmetrisch.*
- *„Eine solche Primzahl heiße stark."*[148]

Studierende müssen jedoch nicht Beutelspachers Werk lesen, um mit solchen Ausdrücken konfrontiert zu werden; in nahezu jeder Vorlesung werden sie neue Formulierungen kennen lernen, um Objekte zu beschreiben. Die folgenden Beispiele könnten in einer Analysis-Vorlesung vorkommen:

- Sei $I \epsilon \mathbb{R}$ ein Intervall…
- Wir schreiben $\lim_{x \to \xi} f(x) = c$, falls …

Wenn Studenten und Studentinnen das Ziel haben, Behauptungen zu beweisen, sollten sie genau auf die Formulierungen der Behauptung achten. Es ist möglich, den gleichen Inhalt auf mehrere Arten auszudrücken; deswegen sollte sie sich für eine Version entscheiden, bei der die Einführung von Bezeichnungen den anschließenden Beweis leichter macht. Folgende beiden Behauptungen drücken das Gleiche aus; dennoch ist es klar, dass die zweite Formulierung auf den Beweis hinarbeitet.

1. „Die Summe zweier ungerader Zahlen ist gerade."

2. „Die Summe zweier beliebiger ungerader Zahlen 2m+1 und 2n+1 ist gerade."[149]

Eine weitere Regel, welche Mathematik-Studierende in ähnlicher Form sicherlich kennen:

1. Brüche werden addiert, in dem man sie auf den gleichen Nenner bringt und dann die Zähler addiert.

2. Zwei ungleichnamige Brüche $\frac{a}{b}$ und $\frac{c}{d}$ werden addiert, indem man sie zuerst gleichnamig macht und dann die Zähler addiert und die Nenner beibehält.

[147] Vgl. Beutelspacher 2004, S. 13.
[148] Beutelspacher 2004, S. 13.
[149] Beutelspacher 2004, S. 14.

Im Prinzip haben die beiden Beispielssätze den gleichen Inhalt. Allerdings ist der erste Satz etwas umgangssprachlicher, wohingegen der zweite Satz allgemeiner ist und eher auf den Hintergrund hinarbeitet. Die Formulierung von Behauptungen kann also dazu beitragen, wie leicht oder schwer die Beweisführung wird.

Beutelspacher weist darauf hin, dass es auch entscheidend ist, den Typ der Variable anzugeben. Anstatt *„P liegt auf g"* sollte man besser schreiben *„Der Punkt P liegt auf der Geraden g"*[150]. Dadurch vermindert man das Risiko einer Verwirrung.

Wenn man sich mit der Sprache der Mathematik auseinandersetzt, soll auch darauf geachtet werden, die Variable nicht zu dem zu definierenden Begriff zu schreiben. (Der Begriff ist zu dem Zeitpunkt ja noch nicht definiert!) Deshalb empfiehlt es sich, die Variable zu der übergeordneten Typenbezeichnung zu schreiben. Die nachstehenden beiden Ausdrücke verdeutlichen die Situation (die erste Formulierung sollte vermieden werden):

„Eine Primzahl p ist eine natürliche Zahl mit folgender Eigenschaft:"

„Eine Primzahl ist eine natürliche Zahl p mit folgender Eigenschaft:"[151]

Auch beim folgenden Beispiel sollte klar sein, dass die zweite Formulierung bevorzugt werden sollte:

Eine Gerade g ist eine in beide Richtungen unbegrenzte Linie.

Eine Gerade ist eine Linie g, welche in beide Richtungen unbegrenzt ist.

Bezeichnungen können das Leben von Studierenden leichter, manchmal aber auch schwerer machen. Ist die Bezeichnung gut gewählt, wird dem Rezipient / der Rezipientin eines mathematischen Textes eine große Last abgenommen; handelt es sich jedoch um eine verwirrende Bezeichnung, so wird die Lektüre des Textes zu einem Hindernis.

Der Philosoph und Mathematiker Gottfried Wilhelm Leibniz hat diese Situation mit treffenden Worten formuliert:

> *„Bei den Bezeichnungen ist darauf zu achten, dass sie für das Erfinden bequem sind. Dies ist am meisten der Fall, so oft sie die innerste Natur der Sache mit Wenigem ausdrücken und gleichsam abbilden. So wird nämlich auf wunderbare Weise die Denkarbeit vermindert."*[152]

Folgende Punkte sollen helfen, gute Bezeichnungen für das Fach Mathematik zu finden[153]:

[150] Beutelspacher 2004, S. 15.
[151] Beutelspacher 2004, S. 15.
[152] Leibniz 1908, S. 74.
[153] Vgl. Beutelspacher 2004, S. 17-22.

Ähnliche Bezeichnungen für ähnliche Objekte

Will man beispielsweise zwei Mengen von Vektoren bezeichnen, so ist es möglich, ihnen die Namen A und B zu geben. Genauso gut wären die Bezeichnungen X und Y oder α und β oder andere Bezeichnungen möglich. Komisch wäre es allerdings, wenn man die beiden Mengen mit A und φ bezeichnen würde. Zu betonen ist auch, dass auf eine gleiche Formatierung zu achten ist. Es sollte nicht die eine Bezeichnung einer Menge fett und die andere kursiv formatiert werden.

Berücksichtigung der Hierarchie von Objekten

Generell sollte berücksichtigt werden, dass Kleinbuchstaben für einfache und Großbuchstaben für komplexere Objekte benützt werden sollten. Spricht man z. B. von einer Menge G, dann sollte man deren Elemente mit Kleinbuchstaben g, h, … bezeichnen. Hat man ein System, welches aus mehreren Mengen X_1, X_2, … besteht, sollte man diesem den Namen $\mathbf{X}$ geben.

Verwendung von selbsterklärenden Bezeichnungen

Oft sind Bezeichnungen aufgrund einer langen Tradition selbsterklärend. Sinnvoll ist es aber auch, den Anfangsbuchstaben des jeweiligen Begriffes zu verwenden. Häufige und traditionelle Bezeichnungen sind die folgenden: P für Punkt, g für Gerade, α oder φ für einen Winkel, v für einen Vektor, K für einen Körper, G für eine Gruppe, f für eine Funktion, n für eine natürliche Zahl, p für eine Primzahl, x für eine Variable, p für eine Wahrscheinlichkeit. Die Liste könnte man noch lange weiterführen. Wenn zwei Objekte desselben Typus zu benennen sind (z. B. zwei Punkte oder zwei Winkel), sollte man immer die darauffolgenden Buchstaben verwenden (z. B. P und Q für zwei Punkte oder p und q für zwei Primzahlen). Wenn man allerdings vier Objekte oder mehr vom gleichen Typus zu bezeichnen hat, dann sollte man auf eine Nummerierung zurückgreifen (Punkte P_1, P_2, …, P_n).

Verwendung von Standardbezeichnungen

Studierende sollten sich nicht scheuen, Standardbezeichnungen zu verwenden. Folgende Liste gibt einen Überblick über die wichtigsten Standardbezeichnungen:

- $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ und $\mathbb{C}$ für die Mengen der natürlichen, ganzen, rationalen, reellen und komplexen Zahlen

- {} oder ϕ für die leere Menge (Das zweite Zeichen ist eine durchgestrichene Null und darf nicht mit dem Durchmesserzeichen verwechselt werden!)
- $[a, b]$ und (a, b) respektive $]a, b[$ für das abgeschlossene bzw. offene Intervall zwischen a und b
- C[0, 1] für die Menge der auf [0, 1] stetigen Funktionen
- GL(*V*) für die Menge der invertierbaren linearen Abbildungen des Vektorraums *V* in sich
- *PQ* für die Gerade durch *P* und *Q*
- *x*, *y*, *z* für Variablen
- …

Verschiedene Bezeichnungen für Vektoren

In manchen Lehrveranstaltungen auf der Universität entsteht eine Diskussion darüber, wie man einen Vektor bezeichnen muss. (In der Schule werden den Lernenden unterschiedliche Bezeichnungen beigebracht.) Fakt ist, dass Vektoren verschieden bezeichnet werden können! Es gibt nicht die eine „richtige" Bezeichnung. Wenn man in einem selbst verfassten mathematischen Text die Worte „sei *v* ein Vektor" schreibt, dann bezeichnet *v* auch einen Vektor. Viele Studierende glauben zu Beginn ihres Studiums, dass man den Buchstaben *v* dann noch fett drucken muss, unterstreichen muss, überstreichen muss oder mit einem Pfeil versehen muss. Es ist zwar möglich, all dies zu tun, aber keine Verpflichtung!

Nummerierungen

Nummerierungen stellen zu Studienbeginn für viele eine Schwierigkeit dar. Am sinnvollsten ist es, wie folgt zu nummerieren: $k_i < kj$, falls $i < j$. Nur in wirklichen Ausnahmefällen sollte man folgendermaßen nummerieren: $k_i < k_j$, falls $i > j$. Komplizierter wird es, wenn iterierte Indizes in Verwendung kommen. Daher sollte man stets reflektieren, ob man sie wirklich braucht.

Unnötige Bezeichnungen vermeiden

Bezeichnungen sind sinnvoll, wenn man später auf mathematische Objekte zurückgreifen möchte. Wird ein Objekt aber nur einmal erwähnt, oder kommt man schon wieder kurze Zeit später auf dieses Objekt zurück, dann kann auf eine besondere Bezeichnung verzichtet werden. Im Satz *„Jede Gruppe G von Primzahlordnung p ist einfach."* sind die Angaben der Bezeichnungen nicht notwendig. Völlig ausreichend ist folgende Formulierung: *„Jede Gruppe von Primzahlordnung ist einfach."*[154] Es gibt auch viele Beispiele, wo ein unnötiger Schreibaufwand vermieden werden kann. Statt dem Ausdruck *„Eine natürliche Zahl n ist genau dann durch 3 teilbar, wenn ihre Quersumme Q(n) durch 3 teilbar ist."* wäre es zeitsparender zu schreiben: *„Eine natürliche Zahl ist genau dann durch 3 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist."*[155]

Prinzipiell sollte nie eine Bezeichnung eingeführt werden, wenn sie später nicht verwendet wird! Wenn eine Aussage also ohne Bezeichnung auskommt, sollte auf sie verzichtet werden. Natürlich ist es aber möglich, in anschließenden Beweisen oder Beispielen Bezeichnungen einzuführen. Auch kann man auf Objekte, welchen man keinen Namen gegeben hat, später dennoch verweisen. Folgende Formulierungen können laut Beutelspacher dabei helfen:

- *„Die oben definierte natürliche Zahl …"*
- *„Die vorher erwähnte Bijektion …"*
- *„Dieser Unterraum …"*
- *„Unsere Abbildung"*[156]

Ausdrücke wie „unsere Abbildung" oder „unsere Funktion" sind umstritten. Manche Mathematik-Professoren und Mathematik-Professorinnen verwenden sehr oft Personalpronomina in den Vorlesungen; vermutlich weil sie den Studierenden vermitteln wollen, dass alle anwesenden Personen mit der Abbildung bzw. der Funktion arbeiten. Vielen Unterrichtenden gefallen diese Ausdrücke aber nicht, weil die Abbildung ja niemandem gehört. Deshalb sollten Personalpronomina in mathematischen Texten eigentlich nicht vorkommen.

10.2.6. Symbole

Es kann nicht geleugnet werden, dass die Sprache der Mathematik eine ist, die mit sehr vielen Symbolen arbeitet. Mathematische Symbole sollten verwendet werden. Damit diese

[154] Beutelspacher 2004, S. 21.
[155] Beutelspacher 2004, S. 21.
[156] Beutelspacher 2004, S. 22.

in ihrer richtigen Bedeutung in Verwendung kommen, werden diese auf der Universität in den Anfängervorlesungen eingeführt. Oft gibt es wirklich Gegner / Gegnerinnen von Symbolen. Symbole sind dazu da, die Präzision eines mathematischen Textes zu erhöhen. Fakt ist allerdings, dass ein zu dichter Gebrauch von Symbolen den Text unlesbar machen kann. Sowohl konkrete Formulierungen als auch abstrakt formulierte Gedanken bieten Vor- und Nachteile. Ein positiver Aspekt der konkreten Formulierung ist die damit verbundene Anschaulichkeit. Meist können sich Studierende solch eine Formulierung leichter im Gedächtnis behalten. Lernende sollten sich also die anschauliche Version merken, aber dennoch fähig sein, einen Sachverhalt eine Stufe abstrakter formulieren zu können.[157]
Nachstehende Zeilen stellen einige Tipps dar, wie man mit Symbolen umgehen sollte.

Kein Symbol zu Satzbeginn

Eine wichtige Regel besagt, dass ein Satz nicht mit einem Symbol anfangen darf. Anstatt zu sagen: *„$\mathbb{R}$ bezeichnet die Menge der reellen Zahlen“* sollte man folgende Formulierung vorziehen: *„Die Menge der reellen Zahlen heißt $\mathbb{R}$.“*[158]
Wird man nur einmal auf diese Regel hingewiesen, merkt man sich diese natürlich nicht sofort. Deswegen sollten Mathematikunterrichtende, auch wenn sie die Regel richtig an die Tafel schreiben, darauf hinweisen, dass diese Schreibweise eben die richtige ist und eine andere falsch wäre. Verwendet man als Lehrperson z. B. die Worte *„Die leere Menge wird mit $\emptyset$ bezeichnet“*, so sollte man den Lernenden mitteilen, dass es falsch wäre zu schreiben: *„$\emptyset$ bezeichnet die leere Menge.“*

Axiom von Siegel

Im 20. Jh. stellte der Mathematiker C.L. Siegel folgendes Axiom auf, welches man beherzigen sollte: *„Zwei mathematische Symbole (die sich nicht zu einem größeren Symbolkomplex ergänzen) müssen stets durch mindestens ein Wort getrennt sein!“*
Nicht zu empfehlen wäre daher eine Aussage wie diese: *„Eine 10-elementige Menge hat genau 45 2-elementige Teilmengen.“* Eine besserer Formulierung wäre: *„Die Anzahl der 2-elementigen Teilmengen einer 10-elementigen Menge ist 45.“*[159]

[157] Vgl. Beutelspacher 2004, S. 27-30.
[158] Beutelspacher 2004, S. 27.
[159] Beutelspacher 2004, S. 27.

Symbole im Text

Natürlich ist es erlaubt, mathematische Symbole im Text zu verwenden. Exemplarisch ist es möglich zu schreiben: *„Wir nennen die Menge $v+U := \{v+u \mid u \in U\}$ eine Nebenklasse des Unterraums U.“* Komisch wäre allerdings folgende Formulierung: *„Ist v+U eine Nebenklasse + ist $v \in U \Longrightarrow v+U = U$.“*[160] In dieser Formulierung wird das Symbol „+“ nämlich als Abkürzung für „und“ verwendet, was falsch ist. Es gibt nämlich eine Verknüpfungsvorschrift, die besagt, dass auf beiden Seiten von „+“ ein Element derjenigen algebraischen Struktur geschrieben sein muss, auf welcher die Verknüpfung + definiert ist. Des Weiteren ist die Verwendung des Implikationspfeils „$\Longrightarrow$“ nicht korrekt. Dieses Symbol sollte lediglich benützt werden, wenn es auf beiden Seiten von symbolisch ausgedrückten mathematischen Aussagen umschlossen wird: z. B. *„Für je zwei Nebenklassen v+U und w+U gilt $v+U = w+U \Leftrightarrow v-w \in U$.“*[161]

Ein weiterer Fehler, den einige Lernende machen, ist die Verwendung des Gleichheitszeichens als Abkürzung für das Wort „ist“. Dies ist falsch, weil auch hier auf beiden Seiten des Symbols ein mathematischer Ausdruck stehen muss. Formulierungen wie *„V = Vektorraum“* oder *„f = stetige Funktion“* sollten unbedingt vermieden werden.[162]

10.2.7. Notwendig und hinreichend

Viele Studienanfänger und Studienanfängerinnen brauchen sehr lange, bis sie verstehen, was die Begriffe notwendig und hinreichend meinen. In manchen Situationen ist es ratsam, nicht in die Wörter hineinzuhören, sondern die Verwendung gewisser Wörter einfach wie die Regeln der StVO stur zu lernen. Folgendes Beispiel soll die Lage verdeutlichen:

Wenn A und B Aussagen sind, für die „$A \Longrightarrow B$“ gilt, dann nennt man A ***hinreichend*** *für B; B nennt man* ***notwendig*** *für A.*

Manchmal ist es einfach nicht allzu ersichtlich, was gewisse Symbole wörtlich ausdrücken, deswegen ist es oft am einfachsten, gewisse Aspekte auswendig zu lernen. Die Wörter notwendig und hinreichend kommen nicht nur beim eben erwähnten Implikationspfeil vor: *Gilt „$A \Leftrightarrow B$“, so nennt man A* ***notwendig*** *und* ***hinreichend*** *für B*. In der Mathematik gibt es aber noch weitere Formulierungen, die genau diese Beziehung ausdrücken[163]:

---

[160] Beutelspacher 2004, S. 31.
[161] Beutelspacher 2004, S. 31.
[162] Vgl. Beutelspacher 2004, S. 31.
[163] Vgl. Beutelspacher 2004, S. 39.

- *A gilt **genau dann, wenn** B gilt*
- *A gilt **dann und nur dann, wenn** B gilt.*
- *A ist **äquivalent (gleichwertig)** zu B.*

Wenn Studierende erst einmal mit den Begriffen *notwendig* und *hinreichend* mitsamt den dazugehörigen Formulierungen konfrontiert wurden, müssen sie in Folge die Begriffe *dann, wenn* und *nur dann, wenn* in ihren mathematischen Wortschatz aufnehmen. Auch hier sollten Lernende nicht versuchen, in Wörter hineinzuhören und die Bedeutung zu erfahren, sondern sich einfach die damit verbundene Symbolik einprägen. Die zwei in diesem Zusammenhang wichtigsten Aussagen sind folgende:

- *„A gilt dann, wenn B gilt" heißt „$A \Longleftarrow B$"*
- *„A gilt nur dann, wenn B gilt" heißt hingegen „$A \Longrightarrow B$"*[164]

Beutelspacher empfiehlt zwar, manche Begriffe einfach wie die StVO auswendig zu lernen; manchmal hilft es allerdings auch, wenn man versucht, mathematische Begriffe anhand von Alltagsbeispielen zu verstehen. Wenn man also z. B. die Begriffe hinreichend und notwendig begreifen will, könnte man sich Folgendes überlegen:
Zur Erinnerung noch einmal die oben erwähnten Worte: *Wenn A und B Aussagen sind, für die „$A \Longrightarrow B$" gilt, dann nennt man A **hinreichend** für B; B nennt man **notwendig** für A.* Nun könnte man sich vorstellen, dass *A* ein Augenarzt ist und *B* ein Arzt. Nun würde folgen: „Augenarzt hinreichend für Arzt" und „Arzt notwendig für Augenarzt". Diese beiden Aussagen sind nach kurzem Überlegen recht logisch: Wenn man Augenarzt ist, ist man auch ein Arzt (Augenarzt ist etwas Spezielleres als Arzt); aber um Augenarzt zu sein, muss man zumindest ein Arzt sein (Arzt zu sein ist die Voraussetzung, um Augenarzt zu sein). Manchen Studierenden helfen solche Überlegungen, manche werden dadurch nur verwirrt. Schlussendlich muss jeder / jede für sich selbst entscheiden, ob er / sie gewisse Begriffe wie die StVO lernt oder anhand von Alltagsbeispielen verstehen will.

10.2.8. Trivial

Das Wort *trivial* wird von manchen Studierenden gehasst und von manchen Studierenden geliebt. Häufig tritt Verzweiflung auf, wenn ein Professor / eine Professorin an die Tafel

[164] Beutelspacher 2004, S. 39.

diesen Begriff schreibt. Man hat als Lernender / als Lernende dann den Eindruck etwas ganz Einfaches nicht verstanden zu haben. Andere lieben es, weil dieses Wort bedeutet, dass man keine „unnötigen“ zusätzlichen Erklärungen aufschreiben muss. Die meisten glauben zu wissen, was dieser Begriff bedeutet. Beutelspacher weist in seinem Werk allerdings darauf hin, dass dieses Wort in mathematischen Texten das am häufigsten falsch gebrauchte ist. Der bekannte Mathematiker sagt, dass man stets misstrauisch sein sollte, wenn man liest „dies ist trivial“. Zusätzlich erwähnt er, was dieses Wort alles **nicht** bedeutet:

- *„langweilig“*
- *„technisch kompliziert“*
- *„ich bin zu faul“*
- *„das kriegt doch jeder Student im ersten Semester hin“*[165]

Nun wäre es aber natürlich interessant zu wissen, was „trivial“ wirklich bedeutet. Seine historischen Wurzeln hat der Begriff im Wort *Trivium*. Dies war im Mittelalter das Vorstudium, welches sich aus Grammatik, Dialektik und Rhetorik zusammensetzte. Das Trivium musste man vor dem „eigentlichen“ Studium absolviert haben. Daraus kann man schließen, dass triviale Erkenntnisse solche sind, die als ganz elementar anzusehen sind. Deswegen ist es auch nicht nötig, darüber zu sprechen.

Auch innerhalb der Mathematik hat das Wort dieselbe Bedeutung. Zusätzlich hat der Begriff auch eine technische Bedeutung: Mit dem Wort *trivial* werden Argumente oder Eigenschaften bezeichnet, welche sich ohne zusätzliche (Denk-)Arbeit aus einer Definition oder Satz ergeben.[166]

Um zu erkennen, dass man das Wort richtig und falsch gebrauchen kann, folgen nun ein positives und ein negatives Beispiel:

- *„Es ist **trivial**, dass jede Primzahl eine natürliche Zahl > 1 ist.“*

  Hier liegt eine richtige Verwendung des Wortes trivial vor, weil der Inhalt der Aussage ja in der Definition steht.
- *„Es ist **trivial**, dass jede Quadratzahl nichtnegativ ist.“*[167]

  Hier handelt es sich um eine falsche Verwendung des Wortes trivial, denn bei dieser Aussage ist ein Beweis nötig. Selbst wenn dieser Beweis ganz einfach ist, ist er dennoch ein Beweis.

---

[165] Vgl. Beutelspacher 2004, S. 41.
[166] Vgl. Beutelspacher 2004, S. 41.
[167] Beutelspacher 2004, S. 41.

Festzuhalten ist, dass die korrekte Verwendung des Begriffs trivial nicht immer leicht ist. Wann man das Wort benützt, hängt sicher auch von der mathematischen Vorbildung ab. Aber nicht nur die mathematische Vorbildung spielt eine Rolle, auch das mathematische Gebiet muss berücksichtigt werden. Was in der Zahlentheorie als trivial eingestuft werden könnte, kann in der Mengenlehre als nichttrivialer und beweisbarer Satz auftreten. (Z. B. gilt die Gleichung 1+1=2 in der Zahlentheorie als trivial, nicht aber in der Mengenlehre.)[168]

10.2.9. „∀“ vs. „∃“

In der Mathematik ist es sehr wichtig, dass man Aussagen über alle Objekte eines gewissen Bereichs tätigen kann. Es ist ein Charakteristikum des Faches, dass im Regelfall Aussagen über alle Elemente einer unendlichen Menge gemacht werden. Heutzutage gibt es schon sehr viele Formulierungen, um auszudrücken, dass eine Aussage für alle Elemente einer Menge gelten soll:

- *„Sei M eine Menge. Dann gilt für alle Elemente $m \in M$ folgende Aussage:“*
- *„$\forall m \in M$:“*
- *„Für alle Elemente von M gilt…“*
- *„Sei m ein beliebiges Element aus M. dann gilt…“*
- *„Für ein beliebiges Element aus M gilt…“*[169]
- …

Wenn nicht über alle Elemente einer Menge eine Aussage getätigt werden soll, wird in der Mathematik häufig eine Existenzaussage gemacht. Ein Beispiel für eine Existenzaussage wäre folgendes: *„Es gibt ein Objekt mit den Eigenschaften A, B und C“*[170]*.* Im Mittelpunkt stehen hier die beiden Wörter „es gibt“. Durch eine Existenzaussage teilt man mit, dass es mindestens ein Objekt mit den verlangten Eigenschaften gibt. Dabei ist es egal, ob es genau ein Objekt mit solchen Eigenschaften gibt oder drei Millionen oder sogar unendlich viele; Hauptsache es gibt mindestens eines. Im Zusammenhang mit den Existenzaussagen ist das Symbol ∃ sehr wichtig. Dieses wird Existenzquantor genannt. Mit diesem ist es möglich, die vorher erwähnte Aussage wie folgt auszudrücken: *„$\exists x$: x hat Eigenschaften A, B und C.“*[171]

[168] Vgl. Beutelspacher 2004, S. 42.
[169] Beutelspacher 2004, S. 47.
[170] Beutelspacher 2004, S. 51.
[171] Beutelspacher 2004, S. 51.

Auch bei den Existenzaussagen gibt es mehrere Arten der Formulierung. Es muss nicht immer die Wortkombination „es gibt“ vorkommen. Die Aussage *„Es gibt ein x mit logx≤x.“* kann genauso gut folgendermaßen formuliert werden: *„Für ein geeignetes x ist logx≤x.“*[172] Ein weiteres Beispiel wäre die Umformulierung der Aussage *„Es gibt ein x derart, dass x^2+x+41 keine Primzahl ist“* in *„Im Allgemeinen gilt nicht, dass x^2+x+41 eine Primzahl ist.“*[173]
Wichtig zu erwähnen ist, dass die Negation einer Existenzaussage zu einer Allaussage führt und umgekehrt.
Wenn man ausdrücken will, dass es genau ein Objekt einer gewissen Sorte gibt, verwendet man eines von den folgenden beiden Symbolen: $\exists_1$ oder $\exists!$. Es handelt sich dann um Existenz und Eindeutigkeit des Objekts.[174]
Wenn die Symbole $\forall$ und $\exists$ getrennt auftreten, kommen Studierende damit meist gut zu Recht. Wenn allerdings beide Quantoren in ein- und demselben Satz auftauchen, kommt es oft zu Verwirrung. Ein Problem besteht darin, dass gleichbedeutende Aussagen oft eine völlig unterschiedliche Gestalt annehmen können: *„Die Glieder einer Nullfolge sind von einer gewissen Stelle an kleiner als jedes vorgegebene ε.“* bedeutet beispielsweise das gleiche wie *„Für alle Nullfolgen (f_n) und für alle $\varepsilon > 0$ gibt es eine natürliche Zahl n_0 derart, dass $|f_n| < \varepsilon$ für alle $n \geq n_0$.“*[175] Ein weiteres Beispiel wäre die Umformulierung von *„Die reellwertige Funktion f ist konstant“* in *„Es gibt eine reelle Zahl c, so dass f(x) = c für alle x gilt.“*[176]
Ein weiteres Problem stellt für Studierende oft die Reihenfolge von All- und Existenzquantoren dar; auf diese muss nämlich besonders gut geachtet werden. Immer wieder sollte man als Lehrender betonen, dass man die Reihenfolge der beiden Quantoren nicht einfach vertauschen kann. Tut man dies, haben die Sätze eine ganz andere Bedeutung. Ein lustiges Beispiel liefert der Vergleich der beiden folgenden Aussagen, wenn *m* für *Männer*, *f* für *Frauen* und *h* für *hat was mit* steht.

$$\forall m \, \exists f: \mathrm{h}(m, f) \qquad\qquad \exists f \, \forall \mathrm{m}: \mathrm{h}(m, f)$$

Denkt man sich die beiden Aussagen durch, dann ist wohl jedem / jeder klar, dass das Vertauschen von Existenz- und Allquantor ohne Bedeutungsänderung nicht möglich ist.[177]

---

[172] Beutelspacher 2004, S. 51.
[173] Beutelspacher 2004, S. 52.
[174] Vgl. Beutelspacher 2004, S. 52.
[175] Beutelspacher 2004, S. 54.
[176] Beutelspacher 2004, S. 55.
[177] Vgl. Beutelspacher 2004, S. 55.

Damit Studenten und Studentinnen mit der Verwendung der beiden Quantoren vertraut werden, könnte man als Unterrichtender Übersetzungsübungen mit den Lernenden machen. Am Anfang sollte man ganz einfache Sätze in die mathematische Sprache bringen lassen, beispielsweise die folgenden:

- Jeder ist verheiratet oder nicht verheiratet.
- Alle Dinge sind vergänglich.
- Ein Ding ist vergänglich.

Wenn die Lernenden verstanden haben, wie man solche Sätze übersetzt, so kann der Professor / die Professorin zu schwierigeren Beispielen übergehen, in welchen sowohl Existenz- als auch Allquantoren vorhanden sind.

10.2.10. Beweise

Beweise kann man als das Herz der Mathematik ansehen, aber auch als Feind der Studierenden. Dies liegt wohl daran, weil die meisten Studierenden die Beweise nur auswendig lernen und kein Schema dahinter feststellen. Auch wenn Studenten und Studentinnen selbst versuchen, einen Satz zu beweisen, folgen sie meist keiner bestimmten Struktur. Nachstehende Zeilen beinhalten daher Tipps für die Organisation eines Beweises.

Klar machen, was bewiesen wird

Am Anfang eines Beweises ist es äußerst wichtig, Bezeichnungen festzulegen. Außerdem ist es immer sinnvoll zu sagen, was man überhaupt beweisen möchte. Diejenigen, die den Beweis später durchlesen, sollten in jedem Moment darüber Bescheid wissen, welche Teilbehauptung gerade gezeigt wird. Hilfreich ist es zu Beginn überdies, die zu beweisende Aussage auch in mathematischer Symbolik niederzuschreiben. Beutelspacher formuliert in seinem Werk folgende Faustregel: *„Sagen Sie, was Sie vorhaben, tun Sie es, und sagen Sie dann, dass Sie es getan haben!“*[178]

Gliederung des Beweises

Sehr wichtig ist eine ordentliche Gliederung des Beweises. Gerade bei längeren Beweisen (mehr als eine halbe Seite) kann eine gute Gliederung hilfreich sein. Unterbehauptungen

[178] Beutelspacher 2004, S. 58.

kann man beispielsweise mit *Schritt 1, Schritt 2* eine Struktur geben. Des Weiteren sollte man nicht darauf vergessen, den Beweis in Fälle einzuteilen. Dabei ist es natürlich notwendig, auf alle möglichen Fälle einzugehen. Darauf hinzuweisen ist allerdings, dass unnötige Fallunterscheidungen nur Verwirrung stiften. Fallunterscheidungen sollten nur gemacht werden, wenn die einzelnen Fälle mit unterschiedlichen Argumenten behandelt werden. Auf keinen Fall sollte man eine Fallunterscheidung durchführen, dann nur den ersten Fall behandeln, und beim zweiten sagen, dass er genauso gelöst wird wie der erste. (Wenn man für sich selbst nur ein „Schmierpapier" anfertigt, ist das natürlich ok, aber bei einer Reinschrift sollte eine andere Lösung gefunden werden.)[179]

Kennzeichnung des Schlusses des Beweises

Natürlich ist es möglich, den Rezipienten / die Rezipientin des Beweises auf sich selbst gestellt zu lassen, und ihn / sie selbst erkennen zu lassen, wann der Beweis zu Ende ist. Da die meisten Leser und Leserinnen aber dankbar sind, zu wissen, wann der Beweis fertig ist, sollte man sein Ende markieren. Dafür stehen neben dem berühmten Zeichen □ für das Ende eines Beweises mehrere andere Möglichkeiten zur Verfügung:

- *„Damit ist alles gezeigt."*
- *„Damit ist der Satz vollständig bewiesen."*
- *„… wie wir behauptet hatten."*
- *„Dieser Widerspruch zeigt, dass die Annahme falsch war, also die Behauptung richtig ist."*
- *„…, w.z.b.w. (was zu beweisen war")"*
- *„ , Q. E. D. („quod erat demonstrandum")*[180]

Im Laufe des Studiums lernt man auch noch allerhand andere Ausdrücke kennen, um den Schluss eines Beweises zu kennzeichnen.

- *…was wir beweisen wollten.*
- *…womit der Satz bewiesen ist.*
- *…*

[179] Vgl. Beutelspacher 2004, S. 58f.
[180] Beutelspacher 2004, S. 59f.

10.2.11. O. B .d .A.

O. B. d. A. ist wohl eine der beliebtesten Abkürzungen in der Mathematik. Die vier Buchstaben stehen für die Wörter *ohne Beschränkung der Allgemeinheit*. Richtig eingesetzt wird der Ausdruck am Anfang eines Beweises oder eines Beweisteils. Der Verfasser des mathematischen Textes macht das Lesepublikum dadurch auf zwei Aspekte aufmerksam: Auf der einen Seite wird mitgeteilt, dass nur ein Teil der Aussage bewiesen wird, auf der anderen Seite erfahren die Leser und Leserinnen, dass die Gesamtaussage nach Meinung des Autors aus dem tatsächlich Bewiesenem folgt. Der Verfasser des Textes weist mit der Verwendung von o. B. d. A. darauf hin, dass die Implikation (Aus A (dem tatsächlich Bewiesenen) folgt B (das Behauptete)) trivial zu beweisen ist. Wichtig ist aber, dass der Verfasser, falls es erforderlich ist, dennoch fähig sein muss, den Beweis zu liefern.[181]

Die Abkürzung kann in verschiedenen Weisen richtig verwendet werden:

Bezeichnungen vereinfachen

Beutelspacher erklärt in seinem Buch durch ein anschauliches Beispiel, wie durch o. B. d. A. Bezeichnungen vereinfacht werden:

*„**Satz**. Unter je sechs Personen gibt es mindestens drei, die sich paarweise kennen oder mindestens drei, die sich paarweise nicht kennen.*

*Beweis. Seien die Personen **o.B.d.A**. mit 1,…,6 bezeichnet. Betrachte die Person 1; diese hat unter den fünf anderen entweder mindestens drei Bekannte oder mindestens drei Personen, die sie nicht kennen. Wir können **o.B.d.A.** annehmen, dass 1 drei Personen kennt. Seien diese **o.B.d.A.** 2,3,4…“*[182]

Triviale Sonderfälle ausschließen

Mit einem weiteren Beispiel zeigt der Autor, dass durch die Abkürzung ein trivialer Sonderfall ausgeschlossen werden kann:

- *„**Satz**. Jede natürliche Zahl ist ein Produkt von Primzahlen.*
  Beweis. Sei n eine beliebige natürliche Zahl. O.B.d.A. sei n > 1…“[183]

(Natürlich sollte man an dieser Stelle auch über den Fall $n = 1$ nachdenken bzw. überlegen, warum dieser ausgeschlossen wird.)

[181] Vgl. Beutelspacher 2004, S. 69.
[182] Beutelspacher 2004, S. 69.
[183] Beutelspacher 2004, S. 69.

Hinweis, dass nur ein (scheinbar!) sehr enger Sonderfall bewiesen wird

Zuletzt kann das Kürzel verwendet werden, um zu zeigen, dass nur ein (scheinbar!) sehr enger Sonderfall bewiesen wird, aus welchem jedoch alles geschlussfolgert werden kann. In vielen Fällen kann man dadurch auf eine unübersichtliche Bezeichnung vieler Variablen verzichten; diese tragen zum Verständnis des Beweises nämlich nicht bei. Ein Beispiel für diesen Fall wäre folgendes:

- *„Sei V ein n-dimensionaler Vektorraum über dem Körper K, o.B.d.A. sei* $V = K^n$*."*[184]

10.2.12. Wörter, die man in seinem Wortschatz haben sollte

Vielleicht erscheint es lächerlich, ein Unterkapitel darüber zu schreiben, welche Wörter man während und nach einem Mathematik-Studium kennen sollte. Da es aber oft gerade die elementarsten Dinge sind, die Studierende nicht wissen, sollte also kurz darauf eingegangen werden.

Einzahl und Mehrzahl

In der Mathematik gibt es einige Worte, bei denen der Plural sehr ungewohnt ist. Daher soll folgende Auflistung die wichtigsten Mehrzahlwörter vorstellen, die Studenten und Studentinnen oft nicht in ihrem Wortschatz zur Verfügung haben.[185]

- das Lemma – die Lemmata
- die Matrix – die Matrizen
- das Maximum (Minimum, Extremum) – die Maxima (Minima, Extrema)
- eine Basis – viele Basen
- das Residuum – die Residuen
- der Index – die Indizes
- das Simplex – die Simplizes

Zwei Begriffe, die unbedingt noch zu Beutelspachers aufgelisteten Mehrzahlwörtern von besonderer Form hinzugefügt werden sollten, sind Cosinus und Sinus. In vielen Analysis-Übungen wird darüber diskutiert, was die Mehrzahl von Cosinus bzw. Sinus ist. Weil es am

[184] Beutelspacher 2004, S. 70.
[185] Vgl. Beutelspacher 2004, S. 80.

lustigsten klingt, einigt man sich oft auf „Cosinüsse“ und „Sinüsse“. Laut Duden sind jedoch folgende Formen richtig:

- der Cosinus – die Cosinus / die Cosinusse
- der Sinus – die Sinus / die Sinusse

Voraussetzung und Annahme

Voraussetzung und Annahme sind Wörter, die eigentlich jedem Studenten / jeder Studentin bekannt sind. Leider werden sie aber nicht immer richtig eingesetzt. Zuerst ist es wichtig zu wissen, dass ein Satz Voraussetzungen hat. Eine Annahme hingegen führt zu einem Widerspruch. Im Regelfall ist ein Satz nicht richtig, wenn keine Voraussetzung existiert. Eine Annahme hingegen ist dann falsch, wenn sie einen Widerspruch hervorrufen soll. Um die Situation zu verdeutlichen, folgt nun je ein Beispiel für die richtige Anwendung von den beiden Begriffen:

- *„Beim Beweis des Satzes, dass $\sqrt{2}$ irrational sei, macht man die **Annahme**, dass $\sqrt{2}$ rational wäre.“*
- *„Die **Voraussetzung** des Satzes von Pythagoras ist, dass das betrachtete Dreieck rechtwinklig ist.“*[186]

Damit Studenten und Studentinnen diesen Unterschied auch wirklich verstehen, könnte man als Professor / Professorin von ihnen verlangen, dass sie selbst Beispiele wie die eben genannten erfinden. Diese Aufgabe würde nicht viel Zeit in Anspruch nehmen, die Lernenden würden jedoch noch einmal genauer über diese beiden Begriffe nachdenken.

Ausdrücke mit dem Wortstamm „modul“

Wörter mit dem Wortstamm „modul“ lernen die meisten Studierenden in der Zahlentheorievorlesung kennen. Wird nicht in **Z** gerechnet, sondern nur im Bereich der ganzen Zahlen zwischen 0 und *n*-1, dann nennt man die Zahl *n* den **Modul**. Der Plural dieses Wortes ist **Moduli** (wegen des früheren lateinischen Wortes **modulus**). Anstatt Moduli ist es aber auch schon möglich **Moduln** zu sagen. Am häufigsten kommt in der Zahlentheorie das Wort **modulo** vor. Es sollte darauf hingewiesen werden, dass dieser Begriff kein Substantiv ist. Man sagt also nicht „der Modulo“ oder etwa „das Modulo“. Die richtige Sprechweise ist

[186] Beutelspacher 2004, S. 80.

„Ich rechne **modulo** 2." Zu betonen ist außerdem, dass das Wort Modul und die daraus abgeleiteten Wörter in der Sprache der Mathematik immer auf der ersten Silbe betont werden.[187]

„Nichtnegativ" vs. „nicht negativ"

Ohne Zusammenhang würde ein Laie wahrscheinlich keinen Unterschied zwischen *nichtnegativ* und *nicht negativ* erkennen. Das Leerzeichen, welches im zweiten Fall eingesetzt wird, führt jedoch zu einem Bedeutungsunterschied. Folgende beiden Sätze sollen dies verdeutlichen:

- *„ … Dann ist a eine nichtnegative ganze Zahl."*
- *„ … Dann ist a nicht eine negative ganze Zahl."*[188]

Anhand der beiden Beispiele hätten die meisten Studierenden den Unterschied sicherlich erkannt: Im ersten Satz stellt a eine ganze Zahl dar, welche nichtnegativ ist (also $a \geq 0$ und $a \in \mathbb{Z}$). Im zweiten Beispiel ist a irgendetwas, was keine negative ganze Zahl ist. Die Variable a kann beispielsweise (–)1/5 sein, was im ersten Fall verboten wäre. Im zweiten Fall kann a viel mehr Werte annehmen. Es wurde somit gezeigt, dass es sehr wichtig ist, auf Kleinigkeiten im Sprachgebrauch zu achten.

***n*-Tupel**

Die Ausdrücke Paar und Tripel sind vermutlich allen Studierenden bekannt. Die meisten wissen auch, dass man anstatt dessen 2-Tupel bzw. 3-Tupel sagen kann. Allerdings gibt es teilweise auch für n-Tupel mit $n \geq 4$ bekannte Bezeichnungen: Quadrupel, Quintupel … Darauf hinzuweisen ist allerdings, dass diese Bezeichnungen verschwinden, daher ist es absolut in Ordnung, wenn man z. B. „5-Tupel" sagt. Viel wichtiger ist es zu wissen, dass das Wort Tupel alleine nicht existiert. Daher sollte man nicht schreiben *„das Tupel* $(a_1,…,a_n)$*"*, anstatt dessen sollte man immer *„Das n-Tupel* $(a_1,…,a_n)$*"* schreiben. Allerdings ist es auch möglich, auf das Wort Tupel gänzlich zu verzichten und die Bezeichnungen *„Die Liste* $(a_1,…,a_n)$*"* respektive *„Die endliche Folge* $(a_1,…,a_n)$*"* zu verwenden. Kritische Menschen meinen, dass -„tupel" gar kein Wort ist, sondern nur eine Wortendung und daher klein geschrieben werden muss. („*n*-tel" wird ja schließlich auch klein geschrieben. Niemand

[187] Vgl. Beutelspacher 2004, S. 81.
[188] Beutelspacher 2004, S. 82.

würde auf die Idee kommen „n-Tel“ zu schreiben.) Über die Groß- bzw. Kleinschreibung herrscht bei diesem Begriff also keine Einigkeit. Was allerdings nicht zur Debatte steht, ist die Mehrzahl von Tupel: Diese lautet ebenfalls Tupel, nicht aber Tupels, wie manche Menschen glauben.[189]

Die Wörtchen „in“ und „auf“ bei Abbildungen

Sehr schlampig sind viele Lernende mit den Präpositionen „in“ und „auf“ im Zusammenhang mit Abbildungen. Angenommen man hat eine Abbildung *f*, die jedes Element einer Menge A in ein Element einer Menge B transformiert, so ist es völlig richtig zu sagen: „*f* ist eine Abbildung von A in B.“ Handelt es sich jedoch um eine surjektive Abbildung (jedes Element von B tritt als Bild auf), so ist der Ausdruck „*f* ist eine Abbildung von A auf B“ auch korrekt. Anhand dreier Beispiele soll die Situation verdeutlicht werden:

Richtig wären die ersten beiden Formulierungen, falsch hingegen die letzte Formulierung, da nicht alle Elemente der Menge N (der natürlichen Zahlen) als Bild auftreten.

- „Die durch $f(n) := 2n$ definierte Abbildung *f* ist eine Abbildung von N in N.
- „Die durch $f(n) := 2n$ definierte Abbildung *f* ist eine Abbildung von N auf die Menge der geraden natürlichen Zahlen.
- „Die durch $f(n) := 2n$ definierte Abbildung *f* ist eine Abbildung von N auf N.“[190]

Um als Professor / Professorin zu überprüfen, ob die Lernenden den Unterschied verstanden haben, wäre es sinnvoll, in der Vorlesung oder Übung stichprobenmäßig manche Studenten / Studentinnen nach einem selbst erfundenen Beispiel zu fragen. Natürlich kann man auch eine Tabelle mit vorgegebenen Sätzen austeilen, bei denen die Studierenden ankreuzen müssen, ob die Formulierungen richtig oder falsch sind.

Kapitel 10 sollte zeigen, dass viele sprachliche Probleme im Bereich der Mathematik auch noch im Hochschulbetrieb existieren. Oft wissen Lernende gar nicht, wie viele sprachliche Aspekte sie falsch ausdrücken. Daher sollten Lehrende auch auf Universitäten unbedingt auf einen sprachsensiblen Fachunterricht wertlegen. Mit ein paar Erklärungen und Hilfestellungen würden sprachliche Hindernisse vermieden werden und somit könnte mehr Spaß an der Auseinandersetzung mit der Mathematik entstehen.

[189] Vgl. Beutelspacher 2004, S. 83.
[190] Beutelspacher 2004, S. 84.

11. Fazit

Lernende, welche sprachliche Probleme haben, erbringen nicht nur im Deutsch-Unterricht schwache Leistungen, sondern meist wird auch der Erfolg in anderen Gegenständen geschmälert. Oft entstehen im Mathematikunterricht Situationen der Sprachnot; beispielsweise passiert es Schülern und Schülerinnen, dass eine Aufgabe nicht gelöst werden konnte, weil die Angabe nicht verstanden wurde, die Rechenoperation allerdings hätte bewältigt werden können. Die Diplomarbeit versuchte darauf aufmerksam zu machen, dass für die Vermeidung solcher und ähnlicher Situationen bildungs- und fachsprachliche Fertigkeiten nötig sind. Anhand der Präsentation einer empirischen Studie wurde darauf hingewiesen, dass sich Lernende im Mathematikunterricht fachgerecht und präzise ausdrücken können müssen, wenn sie z. B. eine Konstruktionsbeschreibung verfassen wollen. Aber auch wenn Schüler und Schülerinnen mündlich Rechenoperationen erklären und anderen mathematischen Aufgaben nachgehen, benötigen sie die entsprechenden sprachlichen Kompetenzen. Klar ist, dass diese die Lernenden nicht von Geburt an besitzen; es ist Aufgabe der Lehrer und Lehrerinnen die Bildungs- und Fachsprache den Schülern und Schülerinnen schrittweise zu vermitteln. Die abgefasste Arbeit versuchte klar zu machen, dass sowohl Kinder mit deutscher Muttersprache als auch Kinder mit einer anderen Erstsprache die Chance erhalten sollten, bildungs- und fachsprachliche Kompetenzen in allen Fächern, und somit auch im Mathematikunterricht, zu erwerben. Beim Konzept des Sprachsensiblen Unterrichts steht also die Förderung von sprachlichen Kompetenzen im Regelunterricht in der Schule im Mittelpunkt. Die Diplomarbeit versuchte verschiedene Aspekte des Sprachsensiblen Mathematikunterrichts zu thematisieren. Eine wichtige Voraussetzung für das Gelingen des Sprachsensiblen Unterrichts ist eine dafür offene Lehrperson. Klar ist, dass sie als Sprachvorbild agieren sollte. Die Mathematiklehrkraft sollte dem Sprech-, Lese- und Schreibverhalten von Lernenden breiten Raum widmen. Lehrer und Lehrerinnen sind dazu angehalten, ein richtiges, aber auch ein falsches Sprechen zu thematisieren. Die Wichtigkeit der verbalen Rezeption von Mathematik sollte immer wieder betont werden, um anschließende Unklarheiten im Rechen- bzw. Zeichenprozess zu beseitigen. Um einen sprachsensiblen Unterricht erfolgreich durchzuführen, sind natürlich auch einige Methoden und Strategien notwendig. Die Diplomarbeit präsentierte daher verschiedene Arbeitsblätter, mit welchen fach- und bildungssprachliche Fertigkeiten nachhaltig erworben werden können.

Zu betonen ist, dass für die Durchführung von Sprachförderung eine Lernumgebung gestaltet werden sollte, welche für die Schüler und Schülerinnen angenehm ist. Beim Sprachsensiblen Unterricht werden oft kreative Unterrichtsformen verwendet, um sprachliche Kompetenzen spielerisch zu trainieren.

Abschließend soll gesagt sein, dass es eine verpflichtende Aufgabe der Lehrer und Lehrerinnen ist, den Unterricht im 21. Jahrhundert sprachsensibel zu gestalten. Daher ist es besonders wichtig, dass jede einzelne Schule dem Konzept des Sprachsensiblen Unterrichts positiv gegenübersteht. Alle Fachlehrkräfte sollten regelmäßig Seminare zu diesem Thema an Bildungseinrichtungen besuchen. Einerseits sollten durch Weiterbildungen sprachliche Schwierigkeiten der Lernenden zeitgerecht erfasst werden, andererseits werden immer wieder neue Methoden der Sprachförderung erfunden und präsentiert. Lehrer und Lehrerinnen sollten nicht vergessen, dass die Förderung der sprachlichen Kompetenz auch zur Förderung der fachlichen Kompetenz beiträgt. Sowohl die Vermittlung von Sprache als auch die Vermittlung von fachlichen Inhalten sollten primäre Ziele der Institution Schule sein. Da beide Bereiche durch Sprachsensiblen Fachunterricht gefördert werden, sollte dieser so oft als möglich Verwendung finden – in Mathematik sowie allen anderen Fächern.

12. Bibliographie

12.1. Printquellen

Bernstein, Basil: Class, Codes and Control. Volume 1: Theoretical Studies towards a Social of Language. London: Routledge & Kegan Paul 1971.

Beutelspacher, Albrecht: "Das ist o.B.d.A. trivial!": Eine Gebrauchsanleitung zur Formulierung mathematischer Gedanken mit vielen praktischen Tips für Studierende der Mathematik und Informatik. Wiesbaden: Vieweg 2004[7].

Beutelspacher, Albrecht / **Wagner**, Marcus: Wie man durch eine Postkarte steigt. … und andere spannende mathematische Experimente. Freiburg [u.a.]: Herder 2008.

Beutelspacher, Albrecht: Albrecht Beutelspachers Kleines Mathematikum. Die 101 wichtigsten Fragen und Antworten zur Mathematik. München: C. H. Beck 2010.

bifie: Themenheft Mathematik zum allgemeinen Kompetenzbereich „Kommunizieren“. Graz: Leykam 2010.

Cummins, Jim: Language, power and pedagogy. Bilingual children in the crossfire. Clevedon [u.a.]: Multilingual Matters 2000.

Döll, Marion: Sprachdiagnostik und Durchgängige Sprachbildung – Möglichkeiten der Feststellung sprachlicher Fähigkeiten mehrsprachiger Jugendlicher in der Sekundarstufe. In: Reich, Hans H. (Hg.) u.a.: Herausforderung Bildungssprache – und wie man sie meistert. Münster: Waxmann 2013, S. 170-180.

Eichberger, Renate: Zum Problem der Sprache im Mathematikunterricht und empirische Untersuchungen im Bereich des Geometrieunterrichts der 6. Schulstufe AHS. Dissertation Universität Wien: 1991.

Fellner, Magdalena: Sprachsensibler Fachunterricht. Erfahrungen und Perspektiven von Fachlehrkräften. Diplomarbeit Universität Wien: 2014.

Gaebert, Désirée-Kathrin / **Bannwarth**, Horst: Der sprachsensible Fachunterricht am Beispiel des Biologieunterrichts. In: Knapp, Werner / Rösch, Heidi: Sprachliche Lernumgebungen gestalten. Freiburg: Fillibach 2010, S. 155-164.

Gibbons, Pauline: Unterrichtsgespräche und das Erlernen neuer Register in der Zweitsprache. In: Mecheril, Paul / Quehl, Thomas: Die Macht der Sprachen. Englische Perspektiven auf die mehrsprachige Schule. Münster [u.a]: Waxmann 2006, S. 269-273.

Gogolin, Ingrid / **Dirim**, İnci [u.a.]: Förderung von Kindern und Jugendlichen mit Migrationshintergrund. Bilanz und Perspektiven eines Modellprogramms. FörMig Edition Band 7. Münster [u.a.]: Waxmann 2011.

Gogolok, Kristin: Empirische Untersuchungen in der Schulbuchforschung. Eine kritische Bestandsaufnahme aus der Perspektive der Verständlichkeit(sforschung). In: Mitteilungen des Deutschen Germanistenverbandes, 2006, Heft 4, S. 474-498.

Halliday, Michael A. K.: An introduction to functional grammar. London [u.a.]: Arnold 1994.

Klare, Heidrun / **Wassermann**, Klaus: Sprachlernen im Biologieunterricht – ein Praxisbericht. In: Knapp, Werner / Rösch, Heidi: Sprachliche Lernumgebungen gestalten. Freiburg: Fillibach 2010, S. 165-173.

Leibnitz, Gottfried Wilhelm: Über die Analysis des Unendlichen. Leipzig: Ostwalds Klassiker 1908.

Leisen, Josef: Methoden-Handbuch deutschsprachiger Fachunterricht (DFU). Herausgegeben von Josef Leisen. Unter Mitarbeit von Rolf Bennung. Bonn: Varus-Verlag 1999.

Leisen (1), Josef: Handbuch Sprachförderung im Fach: sprachsensibler Fachunterricht. Bonn: Varus 2010.

Leisen (2), Josef: Handbuch Sprachförderung im Fach: sprachsensibler Fachunterricht. Beilage: Teil C (Praxis der Sprachförderung) als lose Blätter in Ordner. Bonn: Varus 2010.

Leisen (3), Josef: Handbuch Sprachförderung im Fach: sprachsensibler Fachunterricht. Beilage: Teil A (Einführung in die Sprachförderung). Bonn: Varus 2010.

Maier, Hermann / **Schweiger**, Fritz: Mathematik und Sprache. Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Mathematikunterricht. Wien: öbv & hpt 1999.

Mesch, Birgit [Hsg.] u.a.: Sprachintensiver Unterricht. Ein Handbuch. Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren 2014.

Newman, A.: Language and Mathematics. Sydney / Melbourne: Harcourt Brace Javonovich 1983.

Pederson, Jean u.a.: Geometry in the Secondary School. In: Zweng, Marylin [Hg.] u.a.: Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education. Boston: Birkhäuser 1983, S. 153-160.

Quehl, Thomas / **Scheffler**, Ute: Möglichkeiten fortlaufender Sprachförderung im Sachunterricht. In: Bainski, Christiane und Marianne-Krüger Potratz [Hg.]: Handbuch Sprachförderung. Essen: Neue-Dt.-Schule-Verl.-Ges 2008, S. 66-79.

Rösch, Heidi: Deutsch als Zweit- und Fremdsprache. Berlin: Akademie Verlag 2011.

Rösch (1), Heidi (Hg.): Mitsprache. Arbeitsheft zur Sprachförderung 5/6. Braunschweig: Schrödel 2009.

Rösch (2), Heidi (Hg.): Mitsprache. Arbeitsheft zur Sprachförderung 7/8. Braunschweig: Schrödel 2009.

Rösch (3), Heidi (Hg.): Mitsprache. Arbeitsheft zur Sprachförderung 9/10. Braunschweig: Schrödel 2009.

Springsits, Birgit: Vorlesung Sprachliche Bildung in der Migrationsgesellschaft. Unterricht in sprachlich heterogenen Gruppen 1: Bildungssprache. Universität Wien. Wintersemester 2013/14.

Stepancik, Evelyn: Die Unterstützung des Verstehensprozesses und neue Aspekte der Allgemeinbildung im Mathematikunterricht durch den Einsatz neuer Medien. Dissertation Universität Wien: 2008.

Swan, M.: Making Mathematics more meaningful and relevant. Skriptum eines Vortrags im Shell Centre for Math.Ed. Notthingham University, England: 1988.

Verboom, Lilo: Mit dem Rhombus nach Rom. Aufbau einer fachgebundenen Sprache im Mathematikunterricht der Grundschule. In: Bainski, Christiane / Krüger-Portratz, Marianne: Handbuch zur Sprachförderung. Essen: Neue-Dt.-Schule-Verl.-Ges. 2010, S. 95-112.

12.2. Internetquellen

bifie (2011): Bildungsstandards für „Mathematik“ 4. Schulstufe. Online unter: https://www.bifie.at/system/files/dl/bist_m_vs_kompetenzbereiche_m4_2011-08-19.pdf [zuletzt online 11.10.15]

bifie (2013): Themenheft Mathematik „Problemlösen“. Online unter: https://www.bifie.at/system/files/dl/bist_ma_themenheft_problemloesen_2013-05-16.pdf [zuletzt online: 21.12.15]

Carnevale, Carl / **Wojnesitz**, Alexandra (2014): Sprachsensibler Fachunterricht in der Sekundarstufe. Grundlagen – Methoden – Praxisbeispiele. Österreichisches Sprachenkompetenzzentrum: Praxisreihe 23. Online unter: http://www.oesz.at/sprachsensiblerunterricht/UPLOAD/Praxisreihe_23web.pdf [zuletzt online: 25.07.2015]

Creasey, Christine o. J.: Concept Cartoons. Online unter: https://christinecreaseysictportfolio.wikispaces.com/Concept+Cartoons [zuletzt online 17.11.15]

Dirim, İnci: Mehrsprachigkeit und sprachliche Bildung. Folien zur 2. Jahrestagung der DaZ-Lehrer/innen, 21.05.2013, Klagenfurt. Online unter: http://www.google.at/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=4&ved=0ahUKEwjYva6O

ptvJAhUHPBQKHRpcB7QQFggtMAM&url=http%3A%2F%2Fs6581a744aadda5ef.jimcontent.com%2Fdownload%2Fversion%2F1401266540%2Fmodule%2F8781667593%2Fname%2FVortrag%2520Mehrsprachigkeit%2520und%2520sprachliche%2520Bildung.pdf&usg=AFQjCNEX7coF3b6iIoEBdc0bigbvc8O_Pw&sig2=lfoCXWxe-AogUvwvGklKIw [zuletzt online: 14.12.2015]

Dabell, John (2010): Mind the gap. Online unter: [zuletzt online: 17.11.2015] http://education.scholastic.co.uk/content/10414

Leisen , Josef (2011): Praktische Ansätze schulischer Sprachförderung – Der sprachsensible Fachunterricht.
Online unter:
http://www.hss.de/fileadmin/media/downloads/Berichte/111027_RM_Leisen.pdf [zuletzt online: 05.08.2015]

Mathematikum: Der Initiator. Prof.Dr. Albrecht Beutelspacher. Online unter: http://www.beutelspacher.info [zuletzt online: 25.09.2015]

MATHE-TEXTAUFGABEN.DE (2011): Mathematik in der Grundschule. Übungen 3. Klasse.
Online unter:
http://www.mathe-textaufgaben.de/Mathematik-Klasse-3-Rechnen-lernen-mit-Geld.htm [zuletzt online: 25.07.2015]

Nixon, Sadie o. J.: Concept Cartoons. Online unter: https://sadienixon.wikispaces.com/Useful+Software+for+Maths [zuletzt online: 17.11.2015]

ÖSZ: Deutsch als Unterrichtssprache in allen Fächern. Online unter: www.sprachsensiblerunterricht.at [zuletzt online: 16.10.2015]

SSK (Studienseminar Koblenz) (2004): Werkezug 19. Flussdiagramm.
Online unter: http://www.studienseminar-koblenz.de/medien/wahlmodule_unterlagen/2004/135/Methodenwerkzeuge/19%20Flussdiagramm.pdf [zuletzt online: 17.10.2015]

SSR Wien: Lesen und Verstehen. Online unter: http://www.lesenundverstehen.at/ [zuletzt online: 16.10.2015]

Universität Wien: Verstehendes Lernen durch Concept Cartoons. Online unter: https://aeccc.univie.ac.at/projekte/conceptcartoons/ [zuletzt online 10.11.15]

Wikipedia: Albrecht Beutelspacher.
Online unter: https://de.m.wikipedia.org/wiki/Albrecht_Beutelspacher [zuletzt online: 25.09.2015]

13. Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Carnevale / Wojnesitz 2014, S. 26.

Abbildung 2: Carnevale / Wojnesitz 2014, S. 27.

Abbildung 3: Springsits 2013/2014. Folie 17.

Abbildung 4: Springsits 2013/2014. Folie 18.

Abbildung 5: Leisen 2011, S. 8.

Abbildung 6: Leisen 2011, S. 12.

Abbildung 7: Carnevale / Wojnesitz 2014, S. 8.

Abbildung 8: Leisen 2011, S. 10.

Abbildung 9: Leisen 2011, S. 10f.

Abbildung 10: Leisen (1) 2010, S. 11.

Abbildung 11: Verboom 2010, S. 95.

Abbildung 12: Verboom 2010, S. 98.

Abbildung 13: Eichberger 1991, S. 156.

Abbildung 14: Eichberger 1991, S. 157.

Abbildung 15 Eichberger 1991, S. 157.

Abbildung 16: Eichberger 1991, S. 161.

Abbildung 17: Eichberger 1991, S. 166.

Abbildung 18: Eichberger 1991, S. 177.

Abbildung 19: Eichberger 1991, S. 178.

Abbildung 20: Eichberger 1991, S. 213.

Abbildung 21: Carnevale / Wojnesitz 2014, S. 35.

Abbildung 22: Carnevale / Wojnesitz 2014, S. 35.

Abbildung 23: Carnevale / Wojnesitz 2014, S. 36.

Abbildung 24: Carnevale / Wojnesitz 2014, S. 49.

Abbildung 25: Carnevale / Wojnesitz 2014, S. 50.

Abbildung 26: Leisen (2) 2010, S. 27.

Abbildung 27: Carnevale / Wojnesitz 2014, S. 27.

Abbildung 28: Leisen (2) 2010, S.31**.**

Abbildung 29: Carnevale / Wojnesitz 2014, S. 27.

Abbildung 30: Leisen (2) 2010, S.49.

Abbildung 31: SSK 2004, S. 1.

Abbildung 32: Leisen (2) 2010, S.80.

Abbildung 33: Verboom 2010, S. 105.

Abbildung 34: Verboom 2010, S. 106.

Abbildung 35: Verboom 2010, S. 107.

Abbildung 36: Verboom 2010, S. 108.

Abbildung 37: Verboom 2010, S. 103.

Abbildung 38: Verboom 2010, S. 104.

Abbildung 39: Dabell 2010.

Abbildung 40: Nixon o.J.

Abbildung 41: bifie 2013, S. 7.

Abbildung 42: Rösch (1) 2009, S. 57.

Abbildung 43: Rösch (1) 2009, S. 57.

Abbildung 44: Rösch (1) 2009, S. 58.

Abbildung 45: Rösch (1) 2009, S. 59.

Abbildung 46: Rösch (1) 2009, S. 60.

Abbildung 47: Rösch (1) 2009, S. 61.

Abbildung 48: Rösch (1) 2009, S. 61.

Abbildung 49: Rösch (1) 2009, S. 62.

Abbildung 50: Rösch (1) 2009, S. 63.

Abbildung 51: Rösch (2) 2009, S. 55.

Abbildung 52: Rösch (2) 2009, S. 56.

Abbildung 53: Rösch (2) 2009, S. 58.

Abbildung 54: Rösch (3) 2009, S. 50.