DIPLOMARBEIT / DIPLOMA THESIS

Titel der Diplomarbeit / Title of the Diploma Thesis

„Ein Vergleich von GeoGebra und dem TI-Nspire als Beispiele für die Verwendung von Technologie im Hinblick auf die zentrale Reifeprüfung der AHS“

verfasst von / submitted by

Juliana Ergen

angestrebter akademischer Grad / in partial fulfilment of the requirements for the degree of

Magistra der Naturwissenschaften (Mag. rer. nat.)

Wien, 2016 / Vienna, 2016

Studienkennzahl lt. Studienblatt / degree programme code as it appears on the student record sheet:	A 190 884 406
Studienrichtung lt. Studienblatt / degree programme as it appears on the student record sheet:	Lehramtsstudium UF Informatik und Informatikmanagement UF Mathematik
Betreut von / Supervisor:	ao.Univ.-Prof. i.R. Günter Hanisch

Danksagung

Zunächst möchte ich mich bei meinem Betreuer ao. Univ.-Prof. i.R. Günter Hanisch für seine zahlreichen Ratschläge und für die Tatsache, dass ich durch sein ‚Seminar zur Fachdidaktik' auf den TI-Nspire aufmerksam geworden bin, bedanken.

Mein größter Dank geht an meine Familie und Freunde, aber besonders an meine Eltern, da sie mich in meinem Leben immer unterstützt haben und mir das Studium überhaupt erst ermöglicht haben.

Weiters möchte ich mich bei Simona Saavedra Santis dafür bedanken, dass sie mir, trotz ihrer Abneigung zur Mathematik, stets geduldig zur Seite stand und mich dadurch auf viele Ideen brachte.

Zu guter Letzt danke ich allen meinen Freundinnen, die sich bereit erklärt haben, diese Diplomarbeit zu lektorieren.

Abstract

Diese Diplomarbeit beschäftigt sich mit dem zukünftigen, verpflichtenden Technologieeinsatz im Unterrichtsfach Mathematik bei der zentralen Reifeprüfung und geht dabei näher auf die Software ‚GeoGebra' und den Handheld-Rechner ‚TI-Nspire CX CAS' ein. Das einführende Kapitel legt durch eine Analyse der Lehrpläne und anderer Quellen den Fokus zunächst allgemein auf den Technologieeinsatz, um infolgedessen auf die Eigenschaften verschiedener Technologien genauer einzugehen. Anschließend werden die zwei gewählten Technologien separat voneinander untersucht und näher beschrieben, um im folgenden Kapitel praktisch verglichen werden zu können. Dabei werden diverse Aufgabenstellungen mit der jeweiligen Hilfe einer Technologie gelöst um die Vor- und Nachteile dieser aufzeigen zu können. Abschließend wird das Fazit aus dem praktischen Vergleich der beiden Technologien gezogen.

The focus of this diploma thesis is the upcoming mandatory use of technology in mathematics for the written standardised matriculation examination (‚Reifeprüfung') and it examines in more detail the software ‚GeoGebra' and the handheld device ‚TI-Nspire CX CAS'. The introductory chapter considers generally the use of technology by analysing the curricula and other sources to further describe the properties of different technologies. Subsequently the two chosen technologies are separately examined and described in detail in order to allow a practical comparison of them in the following chapter. The latter is executed by solving various exercises with the help of each technology to point out the advantages and disadvantages of both. Finally the thesis comes to a conclusion of the practical comparison of the two technologies.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Gegen Ende des 20. Jahrhunderts und besonders im Laufe des 21. Jahrhunderts hat der Einsatz technologischer Hilfsmittel im Mathematikunterricht immer mehr an Bedeutung gewonnen. Besonders seit der Einführung der zentralen Reifeprüfung und dem kommenden, verpflichtenden Einsatz technologischer Hilfsmittel lässt sich die Auseinandersetzung mit dieser Thematik nicht mehr aufschieben.

In meiner Schulzeit war der Name ‚GeoGebra' noch nicht wirklich ein Begriff und der Taschenrechner, mit dem gearbeitet wurde, war ein üblicher ‚TI-30X II'. Im Laufe meines Studiums wurde mir die wachsende Rolle höherwertiger Technologien immer mehr bewusst, bis ich schlussendlich ein Computerpraktikum besuchte, bei dem intensiv mit der Software GeoGebra gearbeitet wurde. Kurze Zeit später wurde ich in einem Seminar zur Fachdidaktik das erste Mal mit dem TI-Nspire CX CAS konfrontiert. Jedoch stellte diese Einheit nur einen Teil dieses Seminars dar und somit war es für mich nicht möglich, mich mit einer zufriedenstellenden Intensität mit diesem Handheld zu beschäftigen. Diese Tatsache brachte mich schlussendlich auf die Idee, mich im Zuge meiner Diplomarbeit näher mit diesen beiden Technologien zu beschäftigen und diese im Hinblick auf die zentrale Reifeprüfung miteinander zu vergleichen.

In der vorliegenden Arbeit wird zunächst allgemein auf den Technologieeinsatz im Unterrichtsfach Mathematik eingegangen, indem Inhalte in den Lehrplänen der AHS und anderen Quellen dazu genauer betrachtet, sowie die Eigenschaften verschiedener Technologien erläutert werden. Anknüpfend dazu folgt jeweils ein Kapitel, das sich mit den Eigenschaften und Funktionen von GeoGebra und dem TI-Nspire CX CAS beschäftigt und diese anhand von kurzen Beispielen genauer beschreibt. Im letzten Abschnitt widmet sich diese Arbeit, mit dem in den Kapiteln davor erarbeiteten Wissen, dem praktischen Vergleich der beiden Technologien. Dies findet durch die Ausarbeitung diverser Aufgabenstellungen statt, welche dazu dient die zentralen Aspekte beider Technologien sinnvoll miteinander vergleichen zu können.

Diese Diplomarbeit wurde nach den Zitierregeln des Instituts für Anglistik und Amerikanistik der Universität Wien verfasst. Eine ausführliche Dokumentation dieser Zitationsweise ist frei zugänglich unter: https://anglistik.univie.ac.at/fileadmin/user_upload/dep_anglist/StudienServiceStelle/Formulare/Stylesheet_Oct2013.pdf

Zur abschließenden Einleitung in diese Arbeit sei noch folgendes Zitat angeführt:

„Theoriefähigkeit ist ein allgemeinbildendes Lehrziel des Mathematikunterrichts, kann aber möglicherweise durch gezielten Computereinsatz sogar noch gefördert werden!“

(Reichel 1995: 26)

2 Technologieeinsatz im Unterrichtsfach Mathematik

Der Computer ist aus dem 21. Jahrhundert gar nicht mehr wegzudenken, dies trifft auch immer mehr auf den Schulalltag, beziehungsweise den Mathematikunterricht, zu.

2.1 Erwähnungen in den aktuellen Lehrplänen

Zu Beginn wird untersucht, ob und inwiefern der Einsatz von Technologie in den derzeit gültigen Lehrplänen erläutert wird. Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit den Lehrplänen der AHS-Unterstufe sowie der AHS-Oberstufe.

2.1.1 Allgemeiner Teil: AHS

Der Lehrplan der AHS-Unterstufe und der AHS-Oberstufe besteht aus einem allgemeinen und einem fachspezifischen Teil. Ersterer gilt für die gesamte AHS und wurde im Jahr 2000 verfasst. Im Jahr 2016 wurde dieser mit Neuerungen und Ergänzungen für die AHS-Oberstufe versehen. Das Rechtsinformationssystem (RIS 2016a) erwähnt den Einsatz von Technologie im Unterricht in diesem allgemeinen Teil wie folgt:

> Den Schülerinnen und Schülern sind relevante Erfahrungsräume zu eröffnen und geeignete Methoden für eine gezielte Auswahl aus computergestützten Informations- und Wissensquellen zur Verfügung zu stellen (RIS 2016a: 7).

Die Rolle der Technologie als Unterstützung wird hier also erwähnt. Weiters wird der aktive Einsatz des Computers ausdrücklich genannt:

> Bei der Informationserstellung ist der Einsatz des Computers, insbesondere die Anwendung des Internet zu fördern (RIS 2016a: 11).

Die AHS-Oberstufe erhält eine eigene Erwähnung:

> Besonders in der Oberstufe sind produktorientierte Arbeitsformen mit schriftlicher oder dokumentierender Komponente, wie zB Portfolio-Präsentationen oder (Projekt)Arbeiten unter Verwendung des Computers für die Entwicklung von Selbstkompetenz und Selbsteinschätzung geeignet. Besonderes Augenmerk ist dabei auf Präsentationskompetenz und die Einbeziehung moderner Technologien zu legen (RIS 2016a: 12).

Dieser Absatz nennt Beispiele für den Einsatz des Computers und spricht erstmals von dem Begriff ‚moderne Technologien'. Allerdings wird nicht näher darauf eingegangen, um welche Technologien es sich (neben dem Computer) dabei handeln könnte.

2.1.2 Fachspezifischer Teil: AHS-Unterstufe

Derzeit ist für die AHS-Unterstufe der Lehrplan aus dem Jahr 2000 gültig (RIS 2016a). Dieser ist in die Abschnitte „Bildungs- und Lehraufgabe", „Didaktische Grundsätze" und „Lehrstoff" gegliedert.

Folgende Erwähnung lässt sich im Abschnitt „Bildungs- und Lehraufgabe" finden:

> Die Schülerinnen und Schüler sollen verschiedene Technologien (zB Computer) einsetzen können (RIS 2016a: 74).

Diese Formulierung ist nicht sehr aussagekräftig, da sie sehr allgemein gehalten ist. Es wird nicht explizit genannt, ob diese Technologien elektronischer Natur sein müssen oder nicht. Dadurch bietet der Ausdruck „verschiedene Technologien" hier sehr viel Interpretationsspielraum. In welchem Zusammenhang genau diese eingesetzt werden sollen oder können, wird ebenso nicht genannt.

Darauf folgt noch eine kurze, etwas präzisere Bemerkung zur Arithmetik:

> Arithmetik: mit rationalen Zahlen rechnen, Rechenergebnisse abschätzen, elektronische Hilfsmittel benutzen können, Gesetzmäßigkeiten des Rechnens kennen und anwenden können (RIS 2016a: 74).

Hier wird bereits von elektronischen Hilfsmitteln gesprochen, jedoch wird erneut nicht genauer darauf eingegangen.

Im Abschnitt „Didaktische Grundsätze" wird dem Einsatz von Technologie ein eigener Absatz gewidmet:

> Arbeiten mit dem Taschenrechner und dem Computer:
> Grundsätzlich sind schon ab der 1. Klasse Einsatzmöglichkeiten zur planmäßigen Nutzung von elektronischen Hilfen beim Bearbeiten von Fragestellungen der Mathematik und als informationstechnische Hilfe (in Form von elektronischen Lexika, Statistiken, Fahrplänen, Datenbanken, ...) gegeben. Die Möglichkeiten elektronischer Systeme bei der Unterstützung schülerzentrierter, experimenteller Lernformen sind zu nutzen. Das kritische Vergleichen von Eingaben und Ausgaben bei verschiedenen Programmen und

> Geräten bezüglich der Problemstellung kann zum Entwickeln eines problem- und softwareadäquaten Analysierens, Formulierens und Auswertens beitragen (RIS 2016a: 76-77).

Es wird hier also erstmals etwas konkreter über den Einsatz von Technologie gesprochen und ausdrücklich erwähnt, dass dieser bereits ab der 1. Klasse stattfinden soll. Weiters wird davon gesprochen unterschiedliche Geräte und deren Ergebnisse zu vergleichen, allerdings werden keine Beispiele für diese Geräte genannt.

Der Abschnitt „Lehrstoff“ gibt genauere Informationen zum Kernbereich und den Stoffgebieten der einzelnen Schulklassen vor. Im Kernbereich werden elektronische Hilfsmittel folgendermaßen erwähnt:

> Sie sollen elektronische Hilfen und (auch selbst erstellte) Formelsammlungen in steigendem Ausmaß ab der 1. Klasse verwenden und wiederholt Gelegenheit haben, ihr Vorstellungsvermögen auch computerunterstützt zu schulen (RIS 2016a: 77).

Auffallend ist hier der Begriff „computerunterstützt“, es fehlt leider eine genauere Erläuterung dieser Aussage. Jedoch lässt sich, da von der Schulung des Vorstellungsvermögens gesprochen wird, vermuten, dass es sich um die Unterstützung durch beispielsweise dynamische Geometrie handeln soll. Dies würde für den Einsatz von höherer Technologie sprechen.
Anschließend lassen sich einzelne Erwähnungen in den genannten Stoffgebieten finden. Diese werden hier nun aufgelistet.

- 1. Klasse:
    - 1.1 Arbeiten mit Zahlen und Maßen: „elektronische Rechenhilfsmittel einsetzen können.“ (RIS 2016a: 77)
- 3. Klasse:
    - 3.1 Arbeiten mit Zahlen und Maßen: „Verketten der vier Grundrechnungsarten und derart entstehende Terme auch mit elektronischen Rechenhilfsmitteln berechnen können.“ (RIS 2016a: 79)
    - 3.4 Arbeiten mit Modellen, Statistik: „lineare Wachstums- und Abnahmeprozesse mit verschiedenen Annahmen unter

Zuhilfenahme von elektronischen Rechenhilfsmitteln untersuchen können (zB Zinssätze).“ (RIS 2016a: 79)

- 4. Klasse:
    - 4.1 Arbeiten mit Zahlen und Maßen: „Näherungswerte oder Schranken für irrationale Zahlen angeben können, auch unter Verwendung elektronischer Hilfsmittel.“ (RIS 2016a: 80)
    - 4.4 Arbeiten mit Modellen, Statistik: „Wachstums- und Abnahmeprozesse mit verschiedenen Annahmen unter Zuhilfenahme von elektronischen Rechenhilfsmitteln untersuchen können.“ (RIS 2016a: 80)

Es ist anzunehmen, dass mit dem Begriff „elektronische Rechenhilfsmittel“ von sogenannten ‚einfachen‘, kostengünstigen Taschenrechnern die Rede ist.

2.1.3 Fachspezifischer Teil: AHS-Oberstufe

Für die AHS-Oberstufe ist derzeit der Lehrplan aus dem Jahr 2016 gültig (RIS 2016a). Dieser ist ebenso in die Abschnitte „Bildungs- und Lehraufgabe“, „Didaktische Grundsätze“ und „Lehrstoff“ gegliedert. Jedoch enthält dieser Lehrplan im Vergleich zur AHS-Unterstufe nur eine Erwähnung zur Technologie, dieser wird zumindest ein eigener Absatz gewidmet:

> Lernen mit technologischer Unterstützung
> Mathematiknahe Technologien wie Computeralgebra-Systeme, dynamische Geometrie-Software oder Tabellenkalkulationsprogramme sind im heutigen Mathematikunterricht unverzichtbar. Sachgerechtes und sinnvolles Nutzen der Programme durch geplantes Vorgehen ist sicherzustellen. Die minimale Realisierung besteht im Kennenlernen derartiger Technologien, das über exemplarische Einblicke hinausgeht und zumindest gelegentlich eine wesentliche Rolle beim Erarbeiten und Anwenden von Inhalten spielt. Bei der maximalen Realisierung ist der sinnvolle Einsatz derartiger Technologien ein ständiger und integraler Bestandteil des Unterrichts (RIS 2016a: 143).

Hier ist erstmals eine genaue Beschreibung der Funktionsweisen, die eine Technologie haben soll, vorhanden. Es werden die drei ‚Hauptkategorien‘ Computeralgebra-Systeme, dynamische Geometrie-Software und Tabellenkalkulationsprogramme genannt. Weiters wird auf die damit verbundenen Aufgaben des Lehrenden hingewiesen, um den Schülerinnen und Schülern ein effizientes Einsetzen dieser Technologien zu ermöglichen.

In Bezug auf die AHS-Oberstufe sei noch der Lehrplan für das Wahlpflichtfach Mathematik in Betracht zu ziehen. Dieser ist zwar sehr kurz gehalten, er enthält dennoch eine Bemerkung zum Einsatz von Technologie im Unterricht:

> Die im Pflichtgegenstand vorgesehenen didaktischen Grundsätze sind im besonderen Maße anzuwenden, vor allem die Ausführungen zum handlungsorientierten Unterricht. Der Arbeit mit dem Computer (CAS, Tabellenkalkulation, Internet usw.) ist im anwendungsorientierten Bereich eine zentrale Rolle beizumessen (RIS 2016a: 182).

Der aktive Gebrauch des Computers wird hier in den Mittelpunkt gestellt. Im Gegensatz zum Lehrplan des Pflichtfaches Mathematik wird auch das Internet als Beispiel aufgezählt. Leider werden weitere Funktionen nicht genannt, diese werden dem Leser durch ein „usw“ vorenthalten.

2.2 Verpflichtender Technologieeinsatz für die standardisierte Reifeprüfung

Mit der flächendeckenden Einführung der standardisierten kompetenzorientierten Reifeprüfung im Schuljahr 2015/16 mussten österreichische AHS sowie das Bildungsministerium für Bildung und Frauen (BMBF 2016) große Veränderungen auf sich nehmen. Das Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens (BIFIE 2013a: 24) gibt an, dass ab dem Haupttermin im Schuljahr 2017/18 für das Unterrichtsfach Mathematik noch eine weitere Veränderung hinzukommt: Der verbindliche Einsatz höherwertiger Technologie.

Dieser Abschnitt befasst sich mit offiziellen Informationen und Ausschreibungen zu dieser Thematik und geht näher auf die Eigenschaften von höherer Technologie ein.

2.2.1 Rechtliche Bestimmungen und Ausschreibungen

In der Ausschreibung, welche bis zum Maturatermin 2017 gültig ist, gibt das BIFIE (2013a: 24) folgendes bekannt:

> Obwohl die gewohnten Hilfsmittel in beiden Teilen erlaubt sein werden, werden die Prüfungsaufgaben im Teil 1 so konstruiert sein, dass sie (weitgehend) technologiefrei lösbar sind. […] In der Übergangsfrist sind ebenfalls die gewohnten Hilfsmittel für die Typ-2-Aufgaben zugelassen. Die in der RPVO formulierten minimalen Anforderungen an die Technologie werden von allen Systemen erfüllt, welche grundlegende Funktionen einer Dynamische-Geometrie-Software, einer Tabellenkalkulation sowie eines Computeralgebrasystems beherrschen (z. B. Handheld-Rechner, Computer mit entsprechender Software).

Hier wird also prognostiziert, dass sich der verpflichtende Technologieeinsatz hauptsächlich auf Typ-2-Aufgaben beziehen wird, jedoch wird nicht näher darauf eingegangen um welche „grundlegenden Funktionen“ es sich bei einem Handheld-Rechner oder Computer mit entsprechender Software genau handelt.

Weiters wird in diesem Zusammenhang auf die besonders zentrale Rolle des Technologieeinsatzes in der Mathematik und die damit verbundene Veränderung des Operierens zu einem höheren Verständnis von Problemerkennung- und Bewältigung verwiesen. Dabei fordert Technologie den Lernenden dazu auf, mehr über die erhaltenen Ergebnisse zu reflektieren, wodurch wieder das Verständnis und weniger das Erarbeiten dieser Ergebnisse in den Vordergrund gerückt wird. Daraus wird geschlossen, dass der Einsatz elektronischer Hilfsmittel erhöht werden muss und die Reflexion und Kommunikation mathematischer Inhalte mehr im Mittelpunkt stehen sollten (BIFIE 2013a: 4-5).

Ab dem Maturatermin 2018 wird vom Rechtsinformationssystem (RIS 2016b: 10) für die Verwendung höherer Technologie folgendes vorgegeben:

> Die Minimalanforderungen an elektronische Hilfsmittel sind grundlegende Funktionen zur Darstellung von Funktionsgraphen, zum numerischen Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen, zur Ermittlung von Ableitungs- bzw. Stammfunktionen, zur numerischen Integration sowie zur Unterstützung bei Methoden und Verfahren in der Stochastik.

Eine Differenzierung zwischen Typ-1- und Typ-2-Aufgaben wird hier nicht genannt, diese ist in der aktuellen Ausschreibung des BIFIE (2015a: 24) ebenso nicht mehr vorhanden. Auf die Funktionalität der gewählten Technologie wird nun mehr eingegangen, indem ein paar Funktionen der drei Hauptkategorien (Dynamische-Geometrie-Software, Tabellenkalkulation und Computer-algebrasystem) genannt werden.

In der aktuellen Ausschreibung des BIFIE zur schriftlichen Reifeprüfung in Mathematik lassen sich in den einzelnen Auflistungen der Grundkompetenzen nähere Informationen beziehungsweise kurze Anmerkungen zum möglichen Einsatz elektronischer Hilfsmittel finden. Diese werden hier nun zusammengefasst.

- Inhaltsbereich Algebra und Geometrie (AG):
    - (Un-) Gleichungen und Gleichungssysteme: „Mit dem Einsatz elektronischer Hilfsmittel können auch komplexere Umformungen von Termen, Formeln und Gleichungen, Ungleichungen und Gleichungssystemen durchgeführt werden." (BIFIE 2015a: 7)
- Inhaltsbereich Funktionale Abhängigkeiten (FA):
    - Polynomfunktionen: „Mithilfe elektronischer Hilfsmittel können Argumentwerte auch für Polynomfunktionen höheren Grades ermittelt werden." (BIFIE 2015a: 11)
- Inhaltsbereich Analysis (AN):
    - Änderungsmaße: „Durch den Einsatz elektronischer Hilfsmittel ist auch die Berechnung von Differenzen- und Differenzialquotienten beliebiger (differenzierbarer) Funktionen möglich." (BIFIE 2015a: 14)
    - Ableitungsfunktion/Stammfunktion: „Durch den Einsatz elektronischer Hilfsmittel ist das Ableiten von Funktionen nicht durch die in den Grundkompetenzen angeführten Differenziationsregeln eingeschränkt." (BIFIE 2015a: 14)
    - Summation und Integral: „Durch den Einsatz elektronischer Hilfsmittel ist die Berechnung von bestimmten Integralen nicht durch die in den Grundkompetenzen angeführten Integrationsregeln eingeschränkt." (BIFIE 2015a: 15)
- Inhaltsbereich Wahrscheinlichkeit und Statistik (WS):

    Keine Anmerkungen

In einer weiteren Ausschreibung zu den mathematischen Grundkompetenzen sind ebenso Bezüge zum Technologieeinsatz zu finden:

- 1 Zahlen und Maße:
  Keine Anmerkungen
- 2 Algebra und Geometrie:
  - 2.8: „lineare Gleichungssysteme in mehreren Variablen anwendungsbezogen aufstellen, mittels Technologieeinsatz lösen und das Ergebnis in Bezug auf die Problemstellung interpretieren und damit argumentieren." (BIFIE 2015b: 1)
  - 2.11: „Polynomgleichungen, Exponentialgleichungen und Gleichungen mit trigonometrischen Funktionen in einer Variablen mittels Technologieeinsatz lösen und das Ergebnis interpretieren." (BIFIE 2015b: 2)
- 3 Funktionale Zusammenhänge:
  - 3.1: „den Graphen einer gegebenen Funktion mittels Technologieeinsatz darstellen" (BIFIE 2015b: 2)
  - 3.7: „die Nullstelle(n) einer Funktion gegebenenfalls mittels Technologieeinsatz bestimmen und als Lösung(en) einer Gleichung interpretieren." (BIFIE 2015b: 2)
  - 3.8: „Schnittpunkte zweier Funktionsgraphen gegebenenfalls mittels Technologieeinsatz bestimmen und diese im Kontext interpretieren." (BIFIE 2015b: 3)
- 4 Analysis:
  Keine Anmerkungen
- 5 Stochastik:
  Keine Anmerkungen

Diese, wenn auch knappen, Informationen waren in der Ausschreibung zur schriftlichen Reifeprüfung aus dem Jahr 2013 noch nicht enthalten, es ist somit ein Fortschritt seitens des BIFIE erkennbar. Jedoch wird noch nicht klar vorgegeben, welche Fertigkeiten mit Hilfe von höheren elektronischen Hilfsmitteln gemeistert werden sollen, es wird vorerst lediglich von Möglichkeiten und Einschränkungen gesprochen. Diese Tatsache erwähnte auch Dorner (2014: 33) bereits in seinem Aufsatz für die Lehrerfortbildungstagung der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft mit den Worten: „Mit näheren Informationen über ‚Technologiefertigkeiten', die Schüler/innen zu erwerben haben, hält sich das Institut [BIFIE] (noch?) zurück."

2.2.2 Weitere Erwähnungen und Informationen zu höherer Technologie

Das BIFIE betrachtet im zweiten Teil seines Praxishandbuchs gesondert den „Reifeprüfungsaspekt" und erwähnt gleich zu Beginn, dass Technologie die mathematischen Kompetenzen, die für die Reifeprüfung benötigt werden, fördert. Sie stellt eine gute Unterstützung bei der Entwicklung dieser Kompetenzen dar, auch wenn sie bei der Ausarbeitung der Typ-1-Aufgaben nicht zwingend erforderlich ist. Während der Reifeprüfung selbst ist mit Hilfe des Einsatzes von Technologie der direkte Zugriff auf grafische Darstellungen, das Experimentieren mit Lösungsvarianten und das Auslagern von Operationen als großer Vorteil gegeben (BIFIE 2013b: 91).

Die Hauptüberlegungen, weshalb der Einsatz moderner Technologien auch als Lehr- und Lernhilfsmittel ein erhöhtes Verständnis mathematischer Inhalte erleichtert, stützen sich auf drei Aspekte:

1. Insbesondere Computeralgebrasysteme verlegen den Fokus von dem mechanischen Operieren auf das Verständnis der Mathematik.
2. Visualisierung und Veranschaulichung von Inhalten erleichtern das Verständnis mathematischer Inhalte.
3. Interaktive Simulation und das Experimentieren mit Parameteränderungen legen mathematische Zusammenhänge dar (BIFIE 2011: 40).

Hierzu wurde vom BIFIE im Jahr 2009 eine Untersuchung durchgeführt, in der es unter anderem darum ging, die Leistung der Schülerinnen und Schüler unter dem regelmäßigen Einsatz von mathematischer Grafiksoftware und von Computeralgebrasystem im Unterricht zu beobachten. Dabei wurden einerseits acht verschiedene Aufgaben erprobt und andererseits auch die Art der regelmäßig eingesetzten Technologien erhoben. Dies fand in drei verschiedenen Schulformen statt, nämlich im Gymnasium, Realgymnasium, und Oberstufenrealgymnasium (BIFIE 2011: 40-41). Insgesamt nahmen 2529

Schülerinnen und Schüler der 12. Schulstufe, welche der 8. Klasse AHS entspricht, an dieser Testung teil. Passend dazu handelte es sich überwiegend um Aufgaben der 9. und 10. Schulstufe, dies spricht für die Nachhaltigkeit dieser Untersuchung (BIFIE 2011: 33-34). Die Ergebnisse zeigen deutlich, dass Schülerinnen und Schüler, die in ihrem Unterricht ein Computeralgebrasystem einsetzten, die besten Ergebnisse erzielten, dicht gefolgt von jenen mit mathematischer Grafiksoftware. Mit etwas größerem Abstand folgen diejenigen, die einfache Taschenrechner benutzten. Diese Ergebnisse zeigen sich unabhängig von der Schulform und dem Geschlecht der Lernenden. Weiters weisen sie deutlich darauf hin, dass die positiven Ergebnisse nicht auf technologiespezialisierte Aufgaben beschränkt sind, sondern auch bei herkömmlichen Aufgaben auftreten. Unter den acht ausgewählten Aufgaben befanden sich zwei, bei denen der regelmäßige Einsatz moderner Technologie im Unterricht von Vorteil ist. Die übrigen sechs Aufgaben wurden als „technologieneutral" bezeichnet.

Die folgende Abbildung zeigt die prozentuellen Lösungshäufigkeiten für diese beiden Typen von Aufgaben:

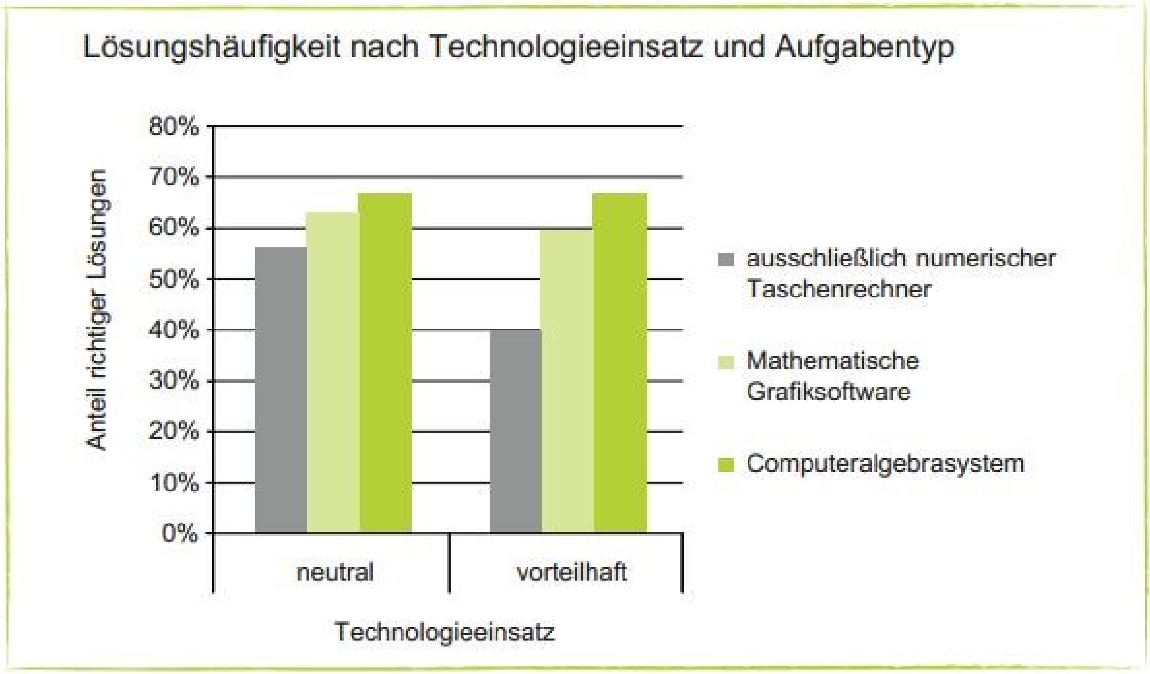


Abbildung 1 Lösungshäufigkeit nach Technologieeinsatz und Aufgabentyp

Wie die Abbildung deutlich zeigt, ist der Einsatz von Computeralgebrasystemen und Grafiksoftware mit einem größeren Anteil richtiger Lösungen zu verbinden und erwartungsgemäß ist dieser bei technologiespezialisierten Aufgaben deutlich größer.
Zusammenfassend führt, laut dieser Untersuchung, der regelmäßige Einsatz moderner Technologien im Unterricht zu deutlich besseren Leistungen seitens der Schülerinnen und Schüler. Es ist somit anzunehmen, dass dieser verstärkte Einsatz einen förderlichen Einfluss auf den Lernertrag hat. Anzumerken ist jedoch, dass diese Untersuchung den Einfluss von Lehrenden und Unterrichtsmerkmalen nicht miteinbezogen hat (BIFIE 2011: 40-41).

2.3 Die Eigenschaften und Arten höherer Technologien

Mit dem verpflichtenden Einsatz höherer Technologie kommt die zentrale Frage auf, welche technologischen Hilfsmittel gewählt werden sollen beziehungsweise zur Auswahl stehen. Damit verbunden ist die Bewältigung organisatorischer Aufgaben, da sich unter anderem alle Mathematiklehrenden der jeweiligen Schule auf eine Technologie einigen sollten (Perfler 2014). Dieser Abschnitt beschäftigt sich kurz mit den Möglichkeiten, die zur Auswahl stehen und deren Eigenschaften.

2.3.1 Didaktische Funktionen

Zu Beginn seien hier kurz Gliederungsmöglichkeiten des Computereinsatzes im Mathematikunterricht erwähnt. Eine eher altmodische Einteilung unterscheidet drei Kategorien: Der Computer als Medium (zur Darstellung und Demonstration), Werkzeug (Einübung gewisser Techniken, Unterstützung des Verständnisses und der Rechenfertigkeiten) und Tutor (für einen speziellen Lernprozess). Eine andere Gliederung teilt den Computereinsatz in folgende Kategorien: Der Computer als gelegentliches Zusatzthema (bezogen auf konkrete Mathematikthemen), begleitend (passend in den Lehrplan eingebaut) und integriert (fester Bestandteil des gesamten Unterrichts). Es gibt in der Hinsicht zwar keine richtige Gliederung, jedoch hat Letztere eine vielleicht stärkere Auswirkung für die Unterrichtspraxis (Reichel 1995: 21-24).

Die verschiedenen Werkzeuge von Technologien haben verschiedene Funktionen bei der Unterstützung der Kompetenzentwicklung.

- Visualisierungswerkzeug: Abstrakte Objekte grafisch darstellen zu können ist oft ein hilfreicher Schritt im Problemlöseprozess. Ohne Technologie ist es meist schwierig zur grafischen Darstellungsform zu wechseln, nimmt man eine Technologie zur Hilfe, kann man diese Darstellungsform rasch zur Hilfe nehmen oder das Finden einer Lösung direkt grafisch erfolgen. Ein Beispiel dafür wäre auch die Beobachtung der Auswirkung von Parameteränderungen auf den Kurvenverlauf von Funktionen.
- Experimentierwerkzeug: Technologien ermöglichen oft erst die experimentelle Phase, in der Vermutungen aufgestellt und Lösungswege gefunden werden können. Weiters können Lösungen experimentell ermittelt werden.
- Modellierungswerkzeug: Die gleichzeitige Verfügbarkeit verschiedener Darstellungsformen, welche durch den Einsatz von Technologien realisiert wird, bietet eine neue Qualität der Modellentscheidung. Mit Sicherheit ist ein wesentlich umfangreicheres Angebot an mathematischen Modellen gegeben.
- Rechenwerkzeug: Es soll zwar das Rechnen nicht komplett von der Technologie übernommen werden, jedoch können komplexe Operationen auf diese ausgelagert werden. Das schafft Raum für andere mathematische Handlungen wie Modellieren, Interpretieren und Argumentieren.

Der Einsatz von Technologie hat verschiedene Facetten: Einige Problemstellungen werden durch diesen Einsatz erst lösbar, bei anderen Problemstellungen dient dieser lediglich als Unterstützung (BIFIE 2011: 73-74).

2.3.2 Welche Möglichkeiten stehen nun zur Verfügung?

Es gibt laut dem BIFIE (2013b: 92-93) unterschiedliche Einteilungskriterien, um zwischen verschiedenen Technologien zu unterscheiden:

1. Nach der Art der Hardware:
   a. sogenannte „Handhelds“ oder „Taschenrechner“: Grafikrechner, CAS-Rechner
   b. mathematische Software, die auf Notebook oder PC läuft
   c. mathematische Software für Tablet-PC, iPad, Mobiltelefon usw.
2. nach der Art der Software:
   a. numerische, rechnende, grafikfähige Software
   b. Tabellenkalkulation
   c. computeralgebrataugliche Software
   d. Dynamische-Geometrie-Software
   e. inhaltsbezogene Software wie etwa Statistikprogramme

Idealerweise ist eine Hardware zu wählen, welche alle oben aufgelisteten Softwarefeatures zur Verfügung stellt, um einen wirkungsvollen Einsatz im Unterricht gewährleisten zu können. Ein weiterer, wichtiger Punkt ist die Verfügbarkeit der Technologie in Lern- und Prüfungssituationen, denn ist eine ständige Benutzung möglich, so „kann eine deutliche Qualitätsentwicklung des Mathematikunterrichts erwartet werden“ (BIFIE 2013b: 93).

In Verbindung mit dieser Entscheidungssituation kommen mehrere organisatorische Fragen (Perfler 2014) auf. Ein Auszug dieser wäre:

- Wie wird dies administriert? Wer wartet die Geräte?
- Wer beschafft die Geräte?
- Wer kommt für die gegebenenfalls damit verbundenen Kosten auf?

Zudem stellt sich die Frage, wie das Erschleichen von Leistungen mit Hilfe dieser Geräte unterbunden werden kann.

Diese Arbeit wird in den folgenden Kapiteln den Fokus auf zwei spezifische Arten von Technologien legen, nämlich auf die mathematische Software ‚GeoGebra‘ und den Handheld-Rechner ‚TI-Nspire CX CAS‘.

3 Die dynamische Mathematiksoftware GeoGebra

Dieses Kapitel befasst sich mit den wichtigsten Funktionen und (besonderen) Eigenschaften von GeoGebra. Eine detaillierte Behandlung jeder einzelnen Funktion würde den Rahmen dieser Arbeit jedoch sprengen, deshalb sei hier noch auf das offizielle Handbuch für GeoGebra hingewiesen, das auch als Hauptquelle für dieses Kapitel dient. Dieses ist frei zugänglich unter: http://www.geogebra.org/manual/de/Handbuch

3.1 Was ist GeoGebra?

GeoGebra, zusammengesetzt aus den Wörtern **Geo**metrie und Al**gebra**, ist eine dynamische Geometriesoftware, die von Markus Hohenwarter an der Universität Salzburg ins Leben gerufen wurde und stets weiterentwickelt wird. Der Grundgedanke dabei war ein Programm zur Verfügung zu stellen, das besonders für den Einsatz in Schulen aller Altersklassen nützlich sein kann. Somit finden sich Anwendungsgebiete für GeoGebra in den Lehrplänen der AHS Unter- sowie Oberstufe. Erste Versionen dieser Software entstanden im Jahr 2001/2002, bereits im Jahr 2009 war sie in 190 Ländern vertreten und stand in 42 Sprachen zur Verfügung (Wendtner 2010: 68). Mittlerweile besitzt GeoGebra eine Gemeinschaft mit Millionen von Nutzern aus fast allen Ländern der Welt und stellt somit die weltweite Nummer Eins unter den Mathematikprogrammen dar. Das Programm ist für nicht kommerzielle Zwecke frei verfügbar. Dies bedeutet, dass es Lernenden sowie Lehrenden zu Hause, in der Schule oder auf der Universität gestattet ist ohne Einschränkungen privaten Gebrauch davon zu machen. Die Software hat seit ihrer Entwicklung bereits etliche Preise gewonnen, zuletzt den Archimedes-Preis für Mathematik im Jahr 2016. Besonders erwähnt sei auch die Verleihung des Förderpreises „digita“ der Deutschen Bildungsmedien im Jahr 2004 (GeoGebra 2016a). Damals wurde verkündet:

> Die Jury erkennt mit großer Freude den Förderpreis dem Programm "GeoGebra" von Markus Hohenwarter zu, weil es in hervorragender Weise entdeckendes, handlungsorientiertes Lernen fördert und sich zur Lösung von Problemaufgaben eignet. Das Werkzeug hat durch die neuartige Verbindung von dynamischer Geometrie und Computeralgebra auf den behandelten

Gebieten didaktische Vorteile, die andere vergleichbare Werkzeuge so nicht bieten (digita 2004).

GeoGebra steht auf der Homepage für Windows, Mac OS X und Linux zum Download verfügbar, ebenso ist es unter anderem[1] möglich die Software auf der Internetseite direkt zu starten. Die aktuelle Version ist GeoGebra 5.0.

3.2 Die Benutzeroberfläche

Die Standardansicht von GeoGebra besteht aus folgenden Teilen:

- Menüleiste
- Werkzeugleiste
- Grafikfenster
- Algebrafenster und
- Eingabezeile

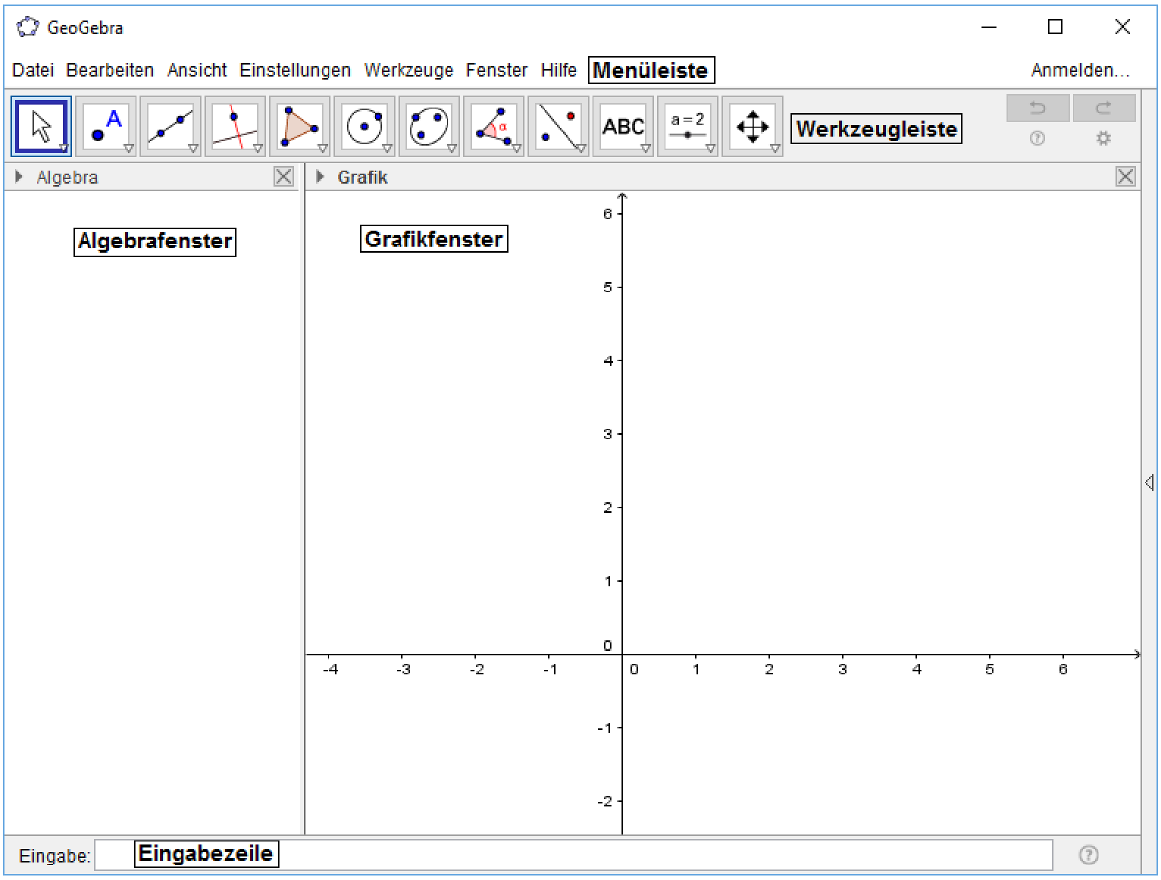


Abbildung 2 GeoGebra Standardansicht

[1] Siehe 3.4.1 ‚Portable Software und Apps', S. 43

3.2.1 Die Menüleiste

Im Menüpunkt ‚Datei' kann man, wie man es von anderen Programmen gewohnt ist, die entstandene Arbeit speichern (mit GeoGebra erstellte Dateien haben die Endung .ggb) oder drucken. Weiters ist es möglich, das Endergebnis als dynamisches Arbeitsblatt zum Einbetten in eine Webseite zu speichern und die Grafik-Ansicht in verschiedenste Bildformate zu exportieren. Unter dem Menüpunkt ‚Ansicht' lassen sich die verschiedenen Ansichtsfenster[2] aufrufen und weitere Layouteinstellungen auswählen. Detaillierte Einstellungen wie die Festlegung der Winkeleinheit und der Nachkommastellen sowie die Darstellungen von Koordinaten können im Menüpunkt ‚Einstellungen' durchgeführt werden. Besonders hervorzuheben ist hier die Einstellung der Sprache: Auffallend ist, dass häufig für eine Sprache mehrere, regionale Einstellungen zur Verfügung stehen, da mathematische Begrifflichkeiten oft regionale Unterschiede aufweisen. Ein Beispiel dafür wären die Spracheinstellungen German und German (Austria), diese unterscheiden einander beispielsweise dadurch, dass in Deutschland der Begriff ‚Mittelsenkrechte' für den uns in Österreich gewohnten Begriff ‚Streckensymmetrale' verwendet wird (Valenta 2009: 9).

3.2.2 Die Werkzeugleiste

Die Symbolleiste von GeoGebra besteht aus verschiedenen Werkzeugen, die individuell an die aktuelle Ansicht angepasst sind. Jede Ansicht, mit Ausnahme der Algebra-Ansicht, besitzt also eine eigene Werkzeugleiste, die jeweils in verschiedene Werkzeugkästen unterteilt ist. Die Benutzerin oder der Benutzer erhält beim Hinbewegen mit der Maus für jedes Werkzeug eine Kurzbeschreibung. Weiters ist es durchführbar, die Position der Werkzeugleiste zu ändern und eine angepasste Werkzeugleiste zu erstellen, in der Werkzeuge hinzugefügt, entfernt oder auch selbst erstellte Werkzeuge hinzugefügt werden können (GeoGebra 2016b).

[2] Siehe 3.3 ‚Die verschiedenen Ansichtsfenster und ihre Funktionen', S. 30

3.2.3 Die Eingabezeile

Vor allem für die Algebra- und Grafikansicht von Bedeutung, lassen sich mit Hilfe der Eingabezeile mathematische Objekte erstellen und umdefinieren (zum Beispiel Werte, Koordinaten, Gleichungen). Besonders hilfreich ist die Verwendung von Befehlen, welche es ermöglichen, ohne jegliches Suchen in der Werkzeugleiste, neue Objekte zu erstellen, oder mit bereits bestehenden Objekten zu arbeiten. Weiters bietet die Eingabezeile einen Formel-Editor an, mit dessen Hilfe man mathematische Symbole eingeben kann. Prinzipiell ist hier zwischen grafischen (zum Beispiel direkte Angabe der Koordinaten von Punkten oder Vektoren) und algebraischen Eingaben (beispielsweise Eingabe einer Funktionsgleichung) zu unterscheiden (GeoGebra 2016c).

Auf das Grafik- und Algebrafenster wird im folgenden Kapitel näher eingegangen.

3.3 Die verschiedenen Ansichtsfenster und ihre Funktionen

In GeoGebra sind die einzelnen Ansichten, man könnte sie auch als Module betrachten, dynamisch miteinander verbunden. Sie können nach Bedarf jederzeit ein- beziehungsweise ausgeblendet werden. Die eingeblendeten Ansichten lassen sich individuell anordnen und können auf verschiedenste Arten miteinander kombiniert werden. Das Zusammenspiel dieser Ansichten hat eine beachtliche Sammlung von Werkzeugen zur Folge, diese werden im GeoGebra Handbuch (2016d) in folgende Kategorien zusammengefasst:
Werkzeuge für

- Bewegungen
- Punkte
- Geraden
- spezielle Geraden
- Vielecke
- Kreise und Kreisbögen
- Kegelschnitte
- Messungen
- Transformationen
- spezielle Objekte und
- Aktionsobjekte

Sowie

- Allgemeine Werkzeuge
- CAS Werkzeuge
- Tabellenkalkulationswerkzeuge und
- Benutzerdefinierte Werkzeuge

3.3.1 Die Grafik-Ansicht

In der Grafik-Ansicht werden alle erzeugten Objekte grafisch dargestellt. Dabei kann die Benutzeroberfläche individuell von der Benutzerin oder dem Benutzer angepasst werden, so ist es beispielsweise realisierbar, verschiedene Arten von Koordinatensystemen und Achsen ein- oder auszublenden. Die Grafik-Ansicht wird mit fast allen anderen Ansichten in Kombination verwendet, somit stellt sie einen Großteil der Funktionalität von GeoGebra dar. Das Erstellen von mathematischen Objekten ist einerseits durch Zuhilfenahme von Werkzeugen möglich und andererseits lassen sich diese auch direkt durch die Eingabe von Befehlen erzeugen. Alle erzeugten Objekte werden automatisch auch in der Algebra-Ansicht dargestellt. Ebenso ist es der Benutzerin oder dem Benutzer gestattet, eine zweite Grafik-Ansicht zu starten, wobei zu beachten ist, dass immer nur eine aktiv ist. Ein Wechsel zwischen diesen Ansichten ist problemlos durchführbar, dies ermöglicht auch das beliebige Erzeugen diverser Objekte in der gewünschten Ansicht.

Der Großteil der oben genannten Werkzeuge ist in der Grafik-Ansicht implementiert.

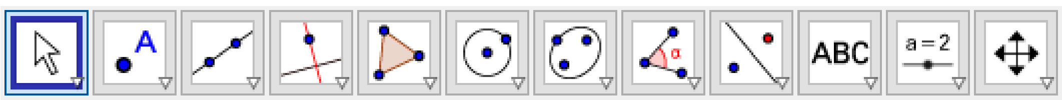


Abbildung 3 Werkzeugleiste der Grafik-Ansicht

Jedes Symbol der Werkzeugleiste stellt einen Werkzeugkasten dar. Durch das Klicken auf den kleinen Pfeil in der unteren rechten Ecke werden die Werkzeuge des jeweiligen Kastens aufgelistet und können ausgewählt werden (GeoGebra 2016e). Besonders erwähnt seien hier das Werkzeug, um Schieberegler zu erstellen, sowie der Spurmodus. Schieberegler erweisen sich als äußerst nützlich bei der Untersuchung von Funktionstypen. Hier können Parameter mit Hilfe des

Schiebereglers beliebig verändert werden und zeitgleich passt sich die Grafik an diese Veränderung an. Dies wird durch Abbildung 4 veranschaulicht: Die Funktion $f(x) = ax^2 + d$ wurde unter Abhängigkeit der Schieberegler a und d für die gleichnamigen Parameter erstellt.

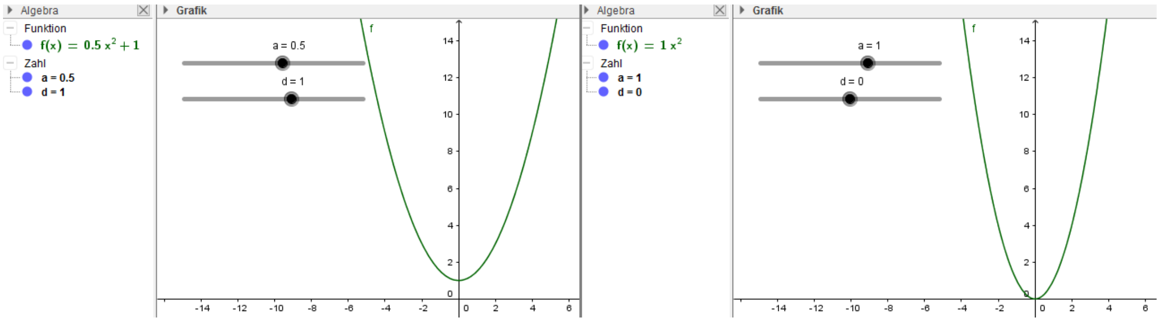


Abbildung 4 Veränderung von Parametern mittels Schieberegler

Der Spurmodus erweist sich bei der Anpassung von Funktionswerten als eine hilfreiche Methode zum Veranschaulichen der verschiedenen Ergebnisse. Die Spur kann für einzelne Objekte individuell eingeschaltet werden und wird in der Grafik-Ansicht hinterlassen, sobald das entsprechende Objekt bewegt wird. Ist dieses Objekt mit Hilfe eines Schiebereglers definiert worden, so wird die Spur auch angezeigt, sobald der Schieberegler bewegt wird. Dies ist in Abbildung 5 ersichtlich.

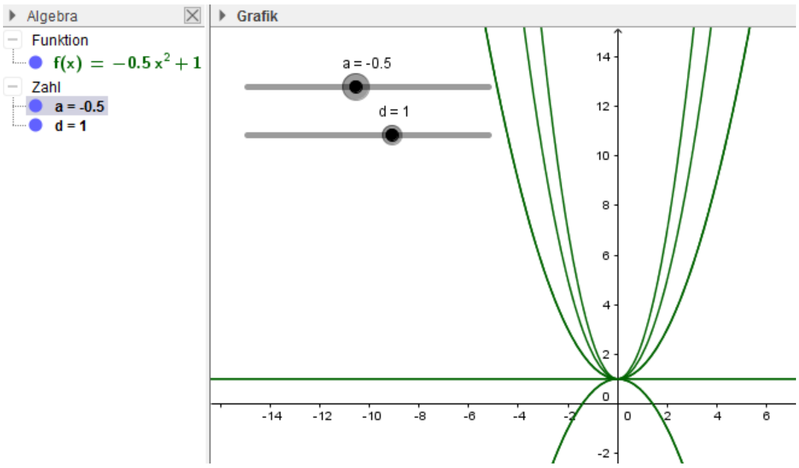


Abbildung 5 Zusammenwirken von Schieberegler und Spurmodus

3.3.2 Die Algebra-Ansicht

Da diese Ansicht keine eigene Werkzeugleiste besitzt, ist stets die der Grafik-Ansicht eingeblendet. Die Algebra-Ansicht ermöglicht es, algebraische Ausdrücke mit Hilfe der Eingabezeile einzugeben. Ist die Eingabe erfolgt, so erscheint einerseits der Ausdruck im Algebrafenster und andererseits die dazugehörige grafische Darstellung im Grafikfenster. Zusätzlich ist in GeoGebra eine Vielzahl von Befehlen implementiert, welche das schnelle Erstellen von diversen mathematischen Objekten ermöglichen. Bei der Eingabe eines Befehls stellt sich die Autovervollständigung als äußerst hilfreich heraus. Da stets eine Verbindung zwischen der Algebra-Ansicht und Grafik-Ansicht besteht, ist es ebenso möglich, Objekte mit Hilfe der Werkzeuge aus der Werkzeugleiste der Grafik-Ansicht zu erstellen. Bereits erstellte Objekte können mit Hilfe der Maus beliebig ein- und ausgeblendet sowie modifiziert werden (GeoGebra 2016f).

3.3.3 Die Tabellen-Ansicht

Die Tabellen-Ansicht ist vor allem in Kombination mit der Grafik-Ansicht äußerst nützlich, um sich mit Statistik zu beschäftigen. Wie gewohnt lässt sich die Benutzeroberfläche individuell anpassen, standardmäßig wird die Tabellen-Ansicht links von der Grafik-Ansicht eingeblendet. Jede Zelle wird mit einem eindeutigen Zellnamen versehen, dies erlaubt es, auf jede von ihnen einen direkten Bezug herzustellen. Diese Benennung und die Verwendung relativer Zellnamen sind vergleichbar mit der Vorgehensweise in bekannten Anwendungen wie Microsoft Excel, OpenOffice Calc und vielen anderen. Daten können auf verschiedenste Weisen in die Tabelle eingetragen werden:

- Händisch
- Mit Hilfe von Befehlen (‚Fülle')
- Aus der Algebra-Ansicht kopieren: Per Drag-and-Drop lassen sich Objekte ganz einfach in die Tabellen-Ansicht kopieren.
- Spurwerte einfügen: Der Spurmodus[3], kann auch dazu verwendet werden die wechselnden Werte in die Tabelle einzutragen.
- Aus einer anderen Tabellen-Software kopieren: Liegen beispielsweise statistische Daten in einer anderen Software bereit und soll man diese nun

[3] Siehe 3.3.1 ‚Die Grafik-Ansicht', S. 32

mit GeoGebra weiter bearbeiten, so kann man dies mit einem schlichten Kopier- und Einfügevorgang durchführen.

- Aus anderen Dateiformaten importieren: GeoGebra kann Daten, die im .txt, .csv oder .dat Format vorliegen, ebenso in die Tabellen-Ansicht einfügen (GeoGebra 2016g).

Die Werkzeugleiste der Tabellen-Ansicht umfasst die Tabellenkalkulationswerkzeuge von GeoGebra.

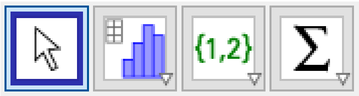


Abbildung 6 Werkzeugleiste der Tabellen-Ansicht

Diese beinhalten zusammengefasst Werkzeuge zur:

- Analyse einer oder mehrerer Variablen
- Erstellung von Listen, Matrizen und Tabellen und
- Durchführung von Rechenoperationen, zum Beispiel Berechnung der Summe oder des Mittelwertes.

Die folgende Abbildung eines Arbeitsblattes (Lindner 2012) stellt einige der grundlegenden Funktionen der Tabellen-Ansicht dar. Es handelt sich bei diesem Arbeitsblatt um die Berechnung und Veranschaulichung des Zeitwertes eines Autos. Anzumerken ist, dass diese Aufgabe nicht unter dem Aspekt betrachtet wird, dass bei Oldtimern der Wert mit dem Alter steigen kann.

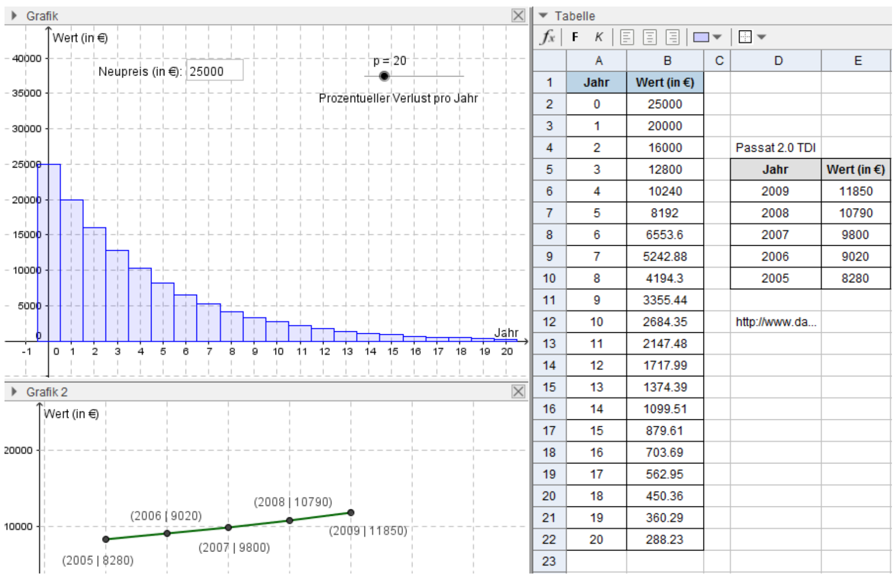


Abbildung 7 Arbeitsblatt Zeitwert eines Autos

In der Tabelle sind der Neupreis eines Autos sowie die Entwicklung des Wertes für die folgenden 20 Jahre eingetragen. Diese Entwicklung wurde mit Hilfe eines Balkendiagramms dargestellt. Im zweiten Grafikfenster werden unter Verwendung eines Polygonzugs Gebrauchtwagenpreise veranschaulicht. Besonders auffallend ist hier das Zusammenspiel zwischen Grafik-Ansicht und Tabellen-Ansicht: Die definierten Schieberegler ermöglichen eine Veränderung der Daten in der Tabelle und zeitgleich passt sich das Balkendiagramm und der Polygonzug an die neuen Werten an.

3.3.4 Die CAS-Ansicht

In der CAS-Ansicht ist das Computeralgebrasystem (CAS) von GeoGebra implementiert, dieses kann für symbolische Berechnungen verwendet werden. Die CAS-Ansicht besteht aus mehreren Zellen, welche je aus einem Eingabe- und einem Ausgabefeld bestehen. Das Eingabefeld unterscheidet sich von der üblichen Algebra-Eingabe durch folgende Punkte:

- Es kann von Variablen Gebrauch gemacht werden, welchen noch kein Wert zugeordnet wurde
- $=$ wird für Gleichungen und $:=$ für Zuweisungen verwendet
- Multiplikationen müssen explizit mit $*$ eingegeben werden

Es ist stets möglich, diverse Werkzeuge per Hand auszuwählen, um gewünschte Operationen durchzuführen, jedoch können auch Tastenkombinationen genutzt werden, um sich Klickarbeit mit der Maus zu ersparen. Ein Ausschnitt dieser Kombinationen wäre:

- Strg + Eingabe: numerische Auswertung
- Alt + Eingabe: Überprüfung der Eingabe, jedoch keine Auswertung (Zuweisungen werden immer ausgewertet)
- Semikolon am Ende der Eingabe: Unterdrückung der Ausgabe
- Leertaste: Einfügen der vorherigen Ausgabe in eine neue Zeile
-): Einfügen der vorherigen Ausgabe in Klammern
- =: Einfügen der vorherigen Eingabe in eine neue Zeile

Eine ausschlaggebende Funktion, die das CAS von GeoGebra beherrscht, ist die Zuweisung von Variablen. Der Vorteil dabei ist, dass eine definierte Variable auch in allen anderen Ansichten der Software verwendet werden kann, ebenso kann beispielsweise mit einer Funktion, die in einer anderen Ansicht definiert wurde, nahtlos in der CAS-Ansicht weitergearbeitet werden. Die Zuweisung einer Variable kann jederzeit mit dem Lösche[ ] Befehl aufgehoben werden.
Weiters ist es möglich, Bezüge zwischen einzelnen Zeilen in der CAS-Ansicht herzustellen. Hierzu stehen zwei Möglichkeiten zur Auswahl: die Verwendung statischer oder dynamischer Zeilenbezüge. Statische Zeilenbezüge kopieren die Ausgabe einer anderen Zeile, jedoch wird keine Verbindung zu dieser Zeile hergestellt. Das bedeutet, dass nachträgliche Änderungen der Bezugszeile keine Auswirkungen haben. Dynamische Zeilenbezüge stellen keine direkte Kopie her, sondern fügen eine Referenz auf die Ausgabe einer Zeile ein. Somit haben nachträgliche Änderungen der Bezugszeile sehr wohl eine Auswirkung auf die Ausgabe und werden direkt auf diese übertragen. Die Handhabung von Zeilenbezügen sieht zusammengefasst wie folgt aus:

- # statischer Zeilenbezug auf die vorherige Ausgabe
- #n statischer Zeilenbezug auf die Ausgabe von Zeile n
- $ dynamischer Zeilenbezug auf die vorherige Ausgabe
- $n dynamischer Zeilenbezug auf die Ausgabe von Zeile n (GeoGebra 2016h)

Die Werkzeugleiste der CAS-Ansicht umfasst die CAS Werkzeuge von GeoGebra.

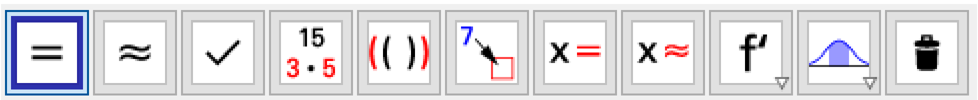


Abbildung 8 Werkzeugleiste der CAS-Ansicht

Der Großteil dieser Werkzeuge dient zur Durchführung von Berechnungen und Auswertungen, jedoch sind noch zwei zusätzliche Werkzeuge zur Analyse enthalten: Eine Verlinkung zum Wahrscheinlichkeitsrechner sowie ein Funktionsinspektor. In der folgenden Abbildung ist eine Analyse der Funktion $f(x) = x^3 + x + 2$ zu sehen.

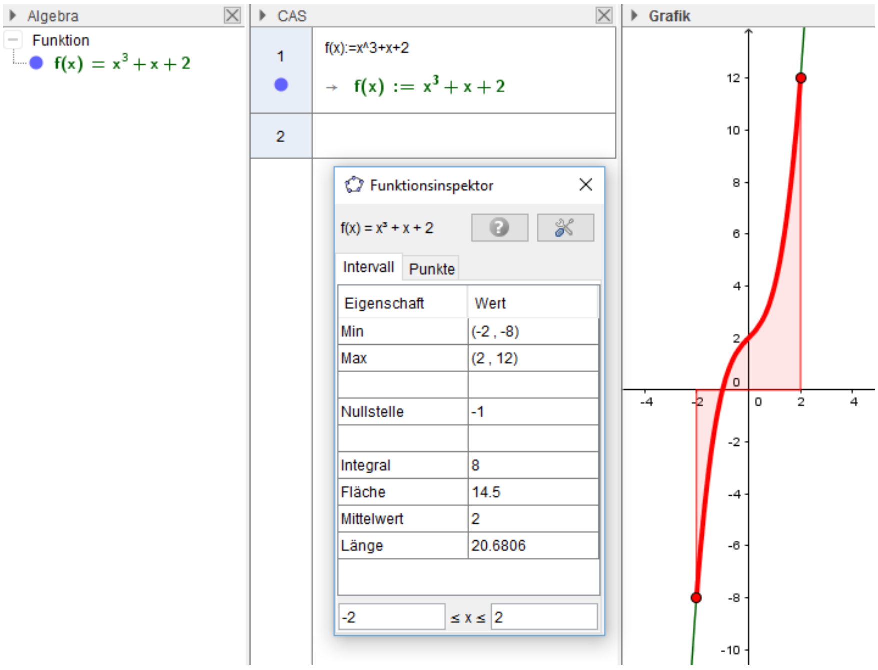


Abbildung 9 Der Funktionsinspektor

Dieses Werkzeug analysiert eine zuvor eingegebene Funktion im gewünschten Intervall und listet deren wichtigsten Eigenschaften übersichtlich auf. Gut zu sehen ist erneut das dynamische Zusammenspiel der einzelnen GeoGebra Komponenten, welches die Benutzerin oder den Benutzer befähigt, Veränderungen an den Intervallgrenzen direkt in der danebenstehenden Grafik zu erkennen.

Die folgende Abbildung zeigt einen typischen Einsatz der CAS-Ansicht in Verbindung mit Bewegungsaufgaben.

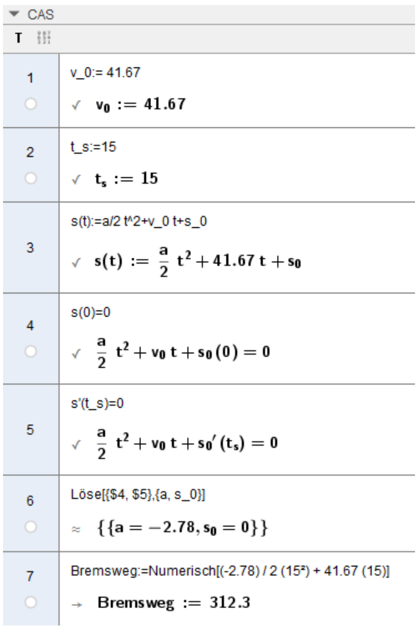


Abbildung 10 Arbeitsblatt Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung

Ein Flugzeug befindet sich in einem Bremsvorgang, der Zeitpunkt und die momentane Geschwindigkeit sind gegeben. Mit Hilfe von einfachen CAS Befehlen werden Funktionsterme für die Entfernung, Geschwindigkeit und Beschleunigung ermittelt, um anschließend die Bremsverzögerung und den Bremsweg zu berechnen. In Zeile 6 sind die Vorteile des Einsatzes dynamischer Zeilenbezüge sehr gut zu erkennen, diese ersparen sehr viel Tipparbeit und führen somit auf einfachem Wege zu einem schnellen Ergebnis (Lindner 2013).

3.3.5 Die 3D Grafik-Ansicht

Mit der Veröffentlichung der GeoGebra Version 5.0 wurden neue Zugänge im Bereich der Raumgeometrie geschaffen, denn es kam zur Einführung der 3D Grafik-Ansicht. Diese ermöglicht die Darstellung von geometrischen Körpern in einem separaten Fenster, das, wie es bei GeoGebra üblich ist, dynamisch mit den restlichen Ansichten verbunden ist (Lindner 2015: 58). Beim Öffnen der 3D Grafik-Ansicht fällt zunächst auf, dass die Benutzeroberfläche sowie die Handhabung soweit wie möglich von der Grafik-Ansicht übernommen wurden. Dies verhilft der Benutzerin oder dem Benutzer zu einem leichten Umstieg auf die 3D Grafik-Ansicht. Das Erstellen von mathematischen Objekten ist weiterhin durch die Verwendung von Werkzeugen oder die Eingabe von Befehlen realisierbar. Wie bisher werden die erzeugten Objekte in der Algebra-Ansicht angezeigt.

Die Werkzeugleiste deckt, neben den gewohnten Werkzeugen der Grafik-Ansicht auch neue Funktionen der Raumgeometrie ab.

Abbildung 11 Werkzeugleiste der 3D Grafik-Ansicht

Neben zusätzlichen Werkzeugen enthält die 3D Grafik-Ansicht neue Werkzeugkästen. Diese beinhalten zusammengefasst Werkzeuge für das Arbeiten mit:

- Ebenen
- Geometrischen Körpern und
- Kugeln

Die algebraische Darstellung der dreidimensionalen geometrischen Objekte verläuft ebenso analog zu der der zweidimensionalen Objekte. Diese Tatsache begünstigt auch das Zusammenarbeiten der 3D Grafik-Ansicht mit der CAS-Ansicht und kann vor allem im Bereich der analytischen Geometrie für eine gleichzeitige rechnerische Behandlung und geometrische Lösung genutzt werden. Ein wichtiger Punkt ist das Hinzukommen der verschiedenen Projektionsarten in dieser Ansicht; diese sind die Parallel-, Perspektive- und Schrägrissprojektion sowie die Projektion für Brillen. Durch das Wechseln zwischen diesen Arten kann ein Objekt unterschiedlich dargestellt werden. Mittels Halten der linken oder rechten Maustaste kann das Koordinatensystem beliebig gedreht werden.
Die 3D Grafik-Ansicht findet Anwendungen in verschiedensten Bereichen des Unterrichts, wie:

- Raumgeometrie
- Funktionen
- Analytische Geometrie
- Differenzialrechnung
- Integralrechnung
- Darstellende Geometrie und
- in Bereichen der Physik.

Die analytische Geometrie stellt einen Teilbereich der Mathematik dar, bei dem geometrische Überlegungen notwendig sind, um eine Aufgabe rechnerisch behandeln zu können. Mit Hilfe von GeoGebra ist es möglich, durch die Kombination der CAS- und 3D Grafik-Ansicht die Aufgabe simultan auf geometrischem und rechnerischem Weg zu lösen, wobei Letzteres in der CAS-Ansicht passiert. Die folgende Abbildung zeigt die geometrische und rechnerische Lösung eines Arbeitsblatts (Lindner 2014) für den Schnitt von drei Ebenen.

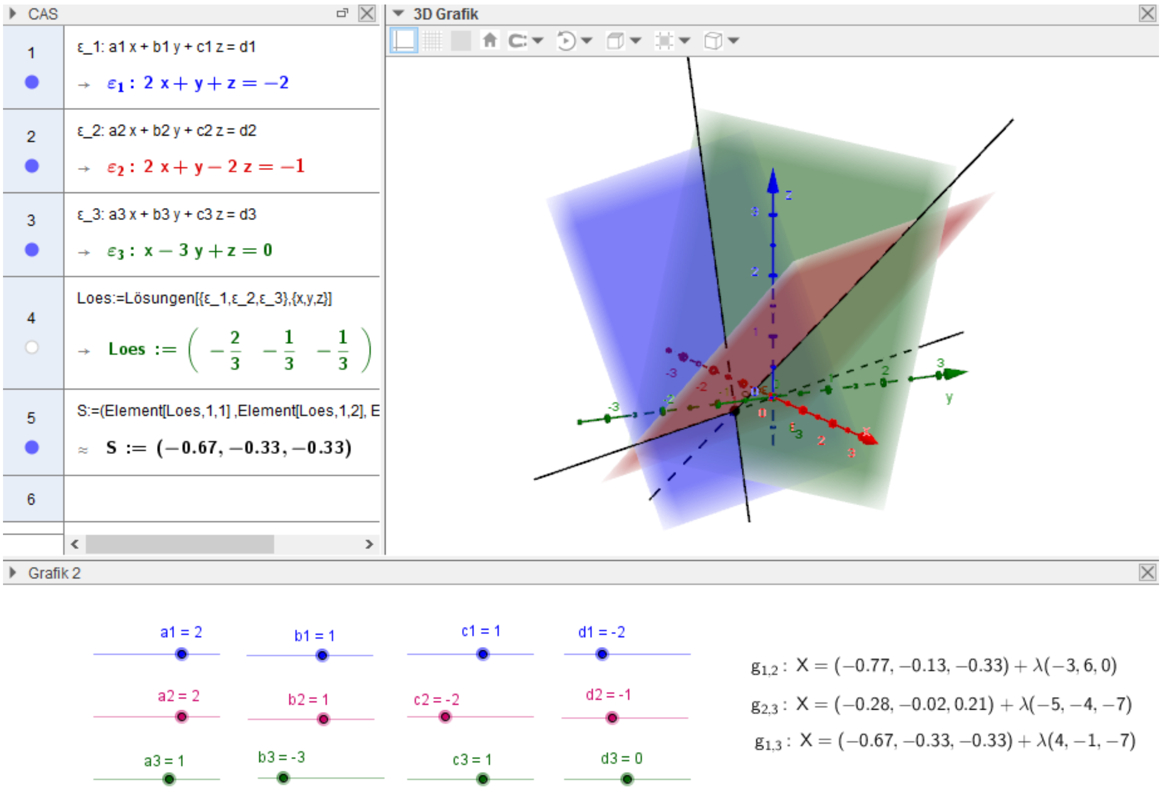


Abbildung 12 Arbeitsblatt Schnitt von 3 Ebenen

Wie gewohnt ist die CAS-Ansicht dynamisch mit der 3D Grafik-Ansicht verbunden, jegliche Änderungen in einer der beiden Ansichten werden also umgehend auch in die andere Ansicht übertragen. Das Ziel dieser Aufgabe ist es, dass der oder die Lernende mit Hilfe der Nutzung von Schiebereglern die Koeffizienten der Ebenen so bestimmt, dass eine bestimmte Lage zwischen den drei Ebenen entsteht. Das operative Arbeiten wird von der CAS-Ansicht übernommen, während die 3D Grafik-Ansicht das räumliche Vorstellungsvermögen verstärkt und die Werte der Schieberegler an die Grafik anpasst (Lindner 2015: 59-67).

3.3.6 Der Wahrscheinlichkeitsrechner

Wie der Name bereits vermuten lässt, können mit Hilfe des Wahrscheinlichkeitsrechners Wahrscheinlichkeiten berechnet, diverse Wahrscheinlichkeitsverteilungen grafisch dargestellt und statistische Testverfahren durchgeführt werden. Im Vergleich zu den anderen Ansichten erscheint der Wahrscheinlichkeitsrechner in einem eigenen, separaten Fenster, dieses ist in die zwei Tabs ‚Verteilung‘ und ‚Statistik‘ geteilt.

Ersteres bietet eine große Auswahl diverser Wahrscheinlichkeitsverteilungen an und ermöglicht es diese grafisch darzustellen und zu untersuchen. Dafür müssen von der Benutzerin oder dem Benutzer lediglich die gewünschte Verteilung ausgewählt und die notwendigen Parameter und Intervalle eingegeben werden (GeoGebra 2016i). Die folgende Abbildung stellt die Lösung einer klassischen Binomialverteilungsaufgabe dar. Die Aufgabenstellung wurde einer Ausarbeitung des GeoGebra Translation Team German (2015) entnommen und lautet „Eine Münze wird 10-mal geworfen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Sie 3-mal oder weniger oft Kopf erhalten."

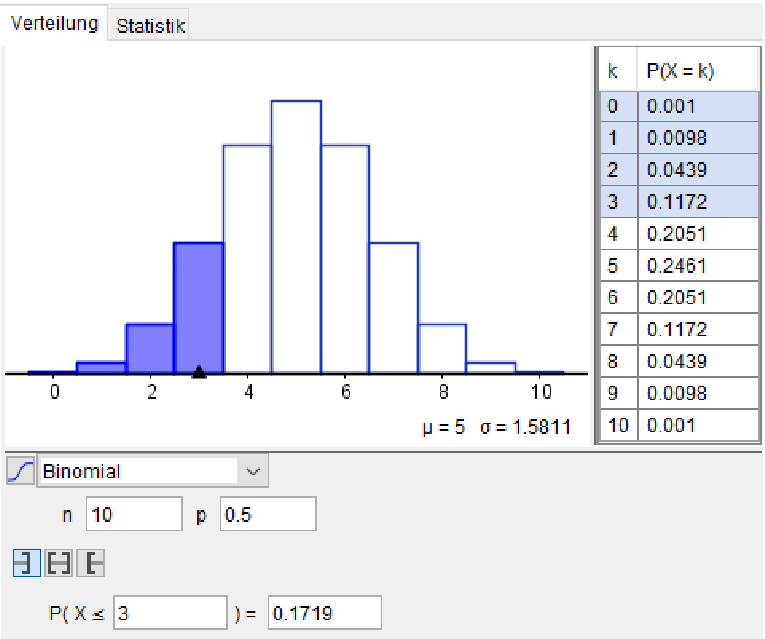


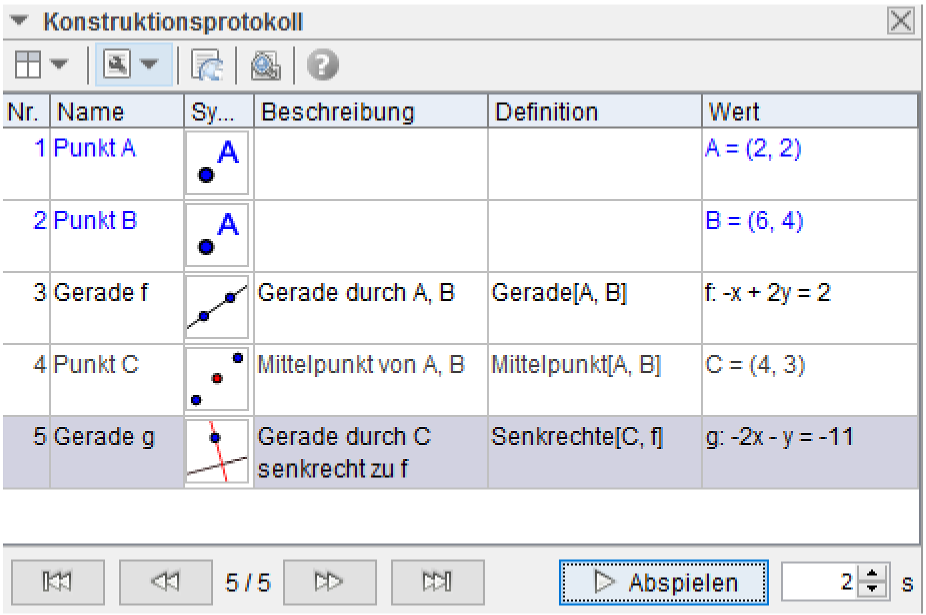
Abbildung 13 Klassische Binomialverteilungsaufgabe

Der Tab Statistik erlaubt es, verschiedene statistische Testverfahren durchzuführen. Da diese für das Unterrichtsfach Mathematik in der AHS nicht von Bedeutung sind (BIFIE 2015: 16-18), wird nicht weiter auf diesen Tab eingegangen.

3.3.7 Das Konstruktionsprotokoll

Während des Arbeitens mit GeoGebra wird jeder Konstruktionsschritt in einem Konstruktionsprotokoll eingetragen. Es werden also alle Schritte in einer Tabelle aufgelistet und die Benutzerin oder der Benutzer kann im Nachhinein einsehen, welche Arbeitsschritte durchgeführt wurden. Zusätzlich ist es erlaubt, die Konstruktion Schritt für Schritt zu wiederholen, indem man auf den ‚Abspielen' Button klickt. Ebenso können beliebig viele Konstruktionsschritte im Nachhinein eingefügt oder bereits vorhandene verschoben werden. Hier sind jedoch die Abhängigkeitsbeziehungen zwischen den Objekten zu beachten, denn diese können bei der Verschiebung eines Schrittes Probleme verursachen. Weiters kann das Konstruktionsprotokoll beispielsweise bei der Erstellung eines Leitfadens sehr hilfreich sein, denn GeoGebra ermöglicht es, das Protokoll als Webseite zu exportieren (Valenta 2009: 13).

Die folgende Abbildung dient als simples Beispiel für ein Konstruktionsprotokoll.


Konstruktionsprotokoll

Nr.	Name	Sy...	Beschreibung	Definition	Wert
1	Punkt A				A = (2, 2)
2	Punkt B				B = (6, 4)
3	Gerade f		Gerade durch A, B	Gerade[A, B]	f: -x + 2y = 2
4	Punkt C		Mittelpunkt von A, B	Mittelpunkt[A, B]	C = (4, 3)
5	Gerade g		Gerade durch C senkrecht zu f	Senkrechte[C, f]	g: -2x - y = -11

5 / 5 Abspielen 2 s

Abbildung 14 Einfaches Konstruktionsprotokoll

Aus dem Protokoll ist klar ersichtlich, welche Arbeitsschritte durchgeführt wurden. Zunächst wurden zwei Punkte, A und B, erstellt und anschließend eine Gerade durch diese gelegt. Der Mittelpunkt C von den Punkten A und B wurde bestimmt, um durch diesen Punkt eine normale Gerade auf die zuvor erstellte Gerade zu legen. Zur besseren Nachvollziehbarkeit, welche vor allem bei komplexeren Konstruktionen von Bedeutung sein kann, zeigt GeoGebra sogar an, mit welchem Werkzeug oder Befehl die angegebenen Schritte durchgeführt werden können.

3.4 Weitere Besonderheiten

GeoGebra bietet neben dem Hauptprogramm auch andere Tools und Erweiterungen an. Auf diese wird im folgenden Kapitel etwas näher eingegangen.

3.4.1 Portable Software und Apps

Wird vom Einsatz von GeoGebra gesprochen, so ist in den meisten Fällen von der Software für Desktop Computer die Rede. Zusätzlich zu dieser Version stehen aber auch Alternativen zur Verfügung. Es ist für Windows, Mac OS X und Linux ebenso möglich, die portable Version herunterzuladen, diese ermöglicht es GeoGebra beispielsweise von einem USB Stick aus zu starten. Es ist somit nicht notwendig, die Software vorher zu installieren. Besonders interessant für den Einsatz in der Schule ist die Version ‚GeoGebraExam', auch ‚GeoGebra Prüfungs-Modus' genannt. Diese Version kann direkt im Browser gestartet werden und gestattet es, Lernende mit GeoGebra, gegebenenfalls an ihrem eigenen Gerät, arbeiten zu lassen und gleichzeitig den Zugang zum Internet oder anderen installierten Programmen und Dateien auf dem Gerät einzuschränken. Sollen nicht alle Funktionen von GeoGebra für die stattfindende Prüfung zugänglich sein, so kann man diese deaktivieren. Hier stehen die folgenden Optionen zur Auswahl:

- Die volle Funktionalität von GeoGebra erlauben.
- Die CAS-Ansicht deaktivieren.
- Die 3D Grafik-Ansicht deaktivieren.

Ein wichtiger Bestandteil dieses Modus ist das Prüfungs-Protokoll. Dieses kann jederzeit von der Lehrperson eingesehen werden und vermerkt auch, ob der Lernende den Vollbildmodus des Prüfungs-Fensters verlassen hat. Tritt dieser Fall ein, wird ein visueller Alarm ausgelöst, welcher von der Lehrperson durch einen kurzen Blick sehr schnell zu erkennen ist (GeoGebra Translation Team German 2016). Anzumerken ist jedoch, dass es in diesem Modus nicht möglich ist, die Arbeit abzuspeichern. GeoGebraExam steht lediglich als Werkzeug neben der eigentlichen Prüfung am Papier zur Verfügung (Hohenwarter 2015).

Vor allem in der heutigen Zeit hat die Verfügbarkeit von Apps für diverse Betriebssysteme einen großen Stellenwert in unserer Gesellschaft eingenommen. GeoGebra ist dieser Entwicklung nachgekommen und steht für Windows 10 Mobile, Apple iOS und Android frei zum Download zur Verfügung. Allerdings ist zu beachten, dass dies momentan nur für Tablets möglich ist. Die GeoGebra App für Tablets unterstützt, ebenso wie die Web Version, alle Funktionen von GeoGebra und weist nur geringe Unterschiede in der Benutzeroberfläche auf. Diese ist in der folgenden Abbildung zu sehen (GeoGebra 2016j).

Abbildung 15 GeoGebra Tablet App

Für die Nutzung von GeoGebra auf Smartphones stehen momentan zwei Optionen zur Auswahl. Einerseits ist es möglich, für Geräte mit Android als Betriebssystem die App ‚GeoGebra Grafikrechner' zu installieren und andererseits kann man die GeoGebra Web Version im Browser des Smartphones starten. Letzteres ist auch mit Windows 10 Mobile und Apple iOS durchführbar. Der Grafikrechner enthält, wie der Name bereits verrät, noch nicht alle Funktionen von GeoGebra, sondern bisher nur die der Grafik- und Algebra-Ansicht. Weiters ist eine Suchfunktion implementiert, welche einen direkten Zugriff auf GeoGebra-Tube ermöglicht (Müller 2016).

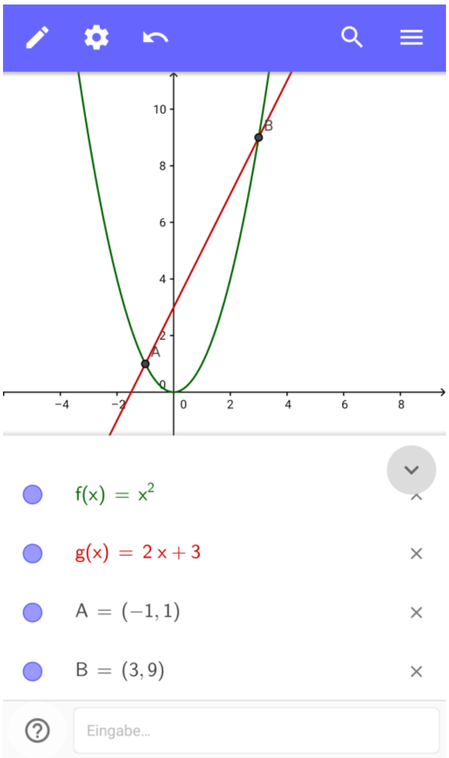


Abbildung 16 GeoGebra Smartphone App

3.4.2 GeoGebra Tube und GeoGebra Books

GeoGebra Tube stellt die Materialienplattform von GeoGebra dar und besitzt laut aktuellem Stand (Juli 2016) eine beachtliche Sammlung von rund 467000 Materialien. Alle Nutzerinnen und Nutzer können selbsterstellte GeoGebra Dateien auf diese Plattform hochladen und stellen sie somit für alle zur Verfügung. Es tritt die CC-BY-SA Lizenz in Kraft, welche besagt, dass das Teilen und Verändern einer Datei, auch für kommerzielle Zwecke, unter der Bedingung, dass der Urheber angegeben wird und die Lizenz beim Teilen erhalten bleibt, stets erlaubt ist (Creative Commons Corporation 2016).

In Kombination mit GeoGebra Materialien stellen GeoGebra Books ein nützliches Tool dar. Lindner (2015: 58) beschreibt GeoGebra Books als „eine Form von digitalen ‘Büchern‘ und […] eine Möglichkeit […] Materialien zu einem bestimmten Thema zu sammeln“. Diese digitalen Bücher entstehen, indem Materialien von GeoGebra Tube in unterschiedliche Kapitel zusammengefasst und somit zu einem Buch zusammengefügt werden. Lehrende können dadurch beispielsweise komplette interaktive Schulbücher für Lernende erstellen und mit der ganzen Welt teilen (Söser 2014).

3.4.3 GeoGebra Groups

Bei GeoGebra Groups handelt es sich um eine Erweiterung von GeoGebra, die es ermöglicht, Gruppen mit Mitgliedern zu erstellen, um verschiedenste Ziele zu erreichen. Diese Gruppen können einerseits genutzt werden, um sich mit Kolleginnen und Kollegen zusammenzuschließen, mit dem Ziel eine Sammlung an GeoGebra Materialien zu erstellen. Andererseits können sie auch als virtueller Klassenraum für Lernende dienen, in dem Arbeitsaufträge, online durchführbare Aufgaben und sonstige Materialien gesammelt werden können. Innerhalb einer Gruppe können individuelle Rechte festgelegt werden, die bestimmen, welche Mitglieder Beiträge sehen, erstellen und verändern dürfen. Besonders von Bedeutung für den virtuellen Klassenraum ist die Verwendung von Aufgaben. Diese bestehen aus einer Beschreibung und einem dazugehörigen GeoGebra Applet. Zusätzlich können zwei Typen von Fragen hinzugefügt werden:

1. Offenes Fragenformat: Der Lernende muss die Antwort selbst formulieren. Es ist möglich, Beispielantworten zur Verfügung zu stellen.
2. Multiple Choice Format: Es werden Antwortmöglichkeiten zur Verfügung gestellt, wobei mindestens eine Antwort richtig sein muss. Der Lernende muss alle richtigen Antworten auswählen, um eine Frage vollständig abschließen zu können.

GeoGebra Groups ist ein noch relativ neues Projekt, daher ist anzunehmen, dass eine Erweiterung der momentanen Funktionen noch folgen könnte (GeoGebra Docu Team 2015).

4 Der Handheld-Rechner TI-Nspire CX CAS

Dieses Kapitel befasst sich mit den wichtigsten Funktionen und (besonderen) Eigenschaften des TI-Nspire CX CAS. Eine detaillierte Behandlung jeder einzelnen Funktion würde den Rahmen dieser Arbeit jedoch sprengen, deshalb sei hier noch auf die Handbuchsammlung von Texas Instruments hingewiesen. Diese ist frei zugänglich unter: https://education.ti.com/de/deutschland/guidebook/search/ti-nspire-cx-cas

4.1 Was ist der TI-Nspire CX CAS?

Das TI-Nspire CX CAS[4] Handheld ist ein Teil der neuesten Generation von Handhelds in der TI-Nspire Produktfamilie der Firma Texas Instruments. Als Nachfolger des TI-Nspire CAS besitzt dieses Modell ein hochauflösendes Farbdisplay inklusive Hintergrundbeleuchtung, sowie einen wieder aufladbaren Akku im dünneren, handlicheren Design. Das Handheld findet Einsatzbereiche in der Mathematik, aber auch in anderen Naturwissenschaften, und ist ein mächtiges Tool für den praktischen Einsatz im Unterricht der Unter- sowie Oberstufe (Texas Instruments 2016a). Ein wichtiger hier zu nennender Punkt bezieht sich auf die Kostenfrage: laut aktuellem Stand (Juli 2016) ist dieses Gerät für Privatpersonen im Einzelhandel um 144 € erwerbbar (Waldbauer.com), jedoch bietet der Hersteller für Lernende, besonders für jene mit sozialer Benachteiligung, und Lehrende gesonderte Preise an. Zudem ist es möglich den TI-Nspire für sich oder sogar in Klassenstärke kostenlos für bis zu vier Wochen auszuleihen, um einen ersten Eindruck von den Funktionalitäten des Produkts erhalten zu können. Anzumerken ist noch, dass bei einem Kauf des Handhelds stets die TI-Nspire CAS Lehrer- beziehungsweise Schüler-Software[5] mitgeliefert wird (Texas Instruments 2013).

---

[4] Zur besseren Lesbarkeit wird in den folgenden Kapiteln der verkürzte Ausdruck ‚TI-Nspire' verwendet

[5] Siehe 4.4.1 ‚Software und App', S. 64

Der Hersteller beschreibt den TI-Nspire mit folgenden Worten:

> Das TI-Nspire™ CX CAS Handheld mit leistungsstarkem Computeralgebra sorgt für ein tiefer gehendes Verständnis in Mathematik und Naturwissenschaften (Texas Instruments 2016a).
>
> TI Technologie hilft Ihrem Kind, ein tieferes Verständnis von Mathematik und Naturwissenschaften zu entwickeln (Texas Instruments 2015).
>
> Mathematik. Naturwissenschaften. Algebraische Präzision. Hat alles Platz in einem Handheld (Texas Instruments 2016a).

4.2 Die Benutzeroberfläche

Der TI-Nspire weist ein schlichtes, schwarzes Design mit einer Vielzahl von verschiedenen Funktionstasten auf. Dies ist in der folgenden Abbildung (Geizhals Preisvergleich 2016) ersichtlich.

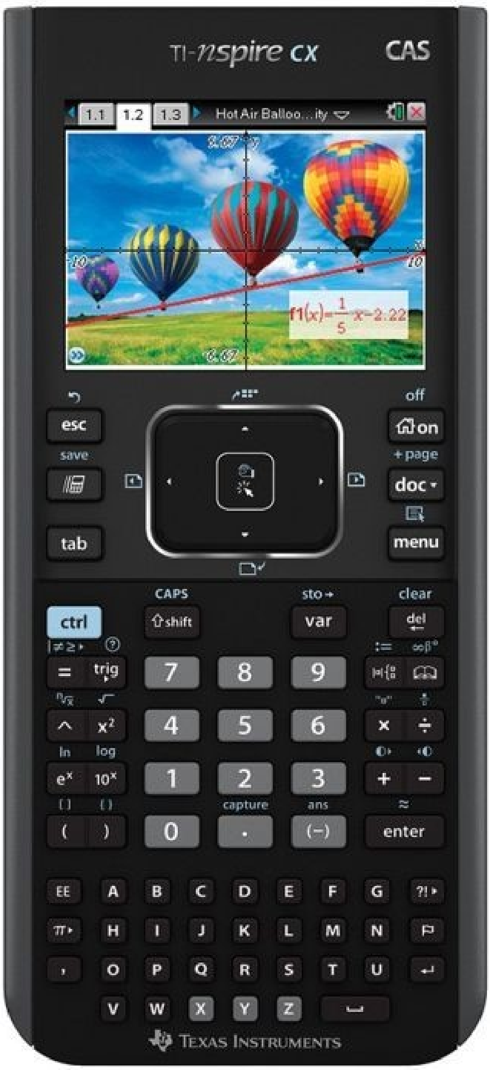


Abbildung 17 Der TI-Nspire CX CAS

esc	Schließt Menüs oder Dialogfelder. Beendet auch laufende Berechnungen.
	Öffnet das Scratchpad für schnelle Berechnungen und Funktionsplots.
tab	Wechselt zum nächsten Eingabefeld.
ctrl	Bietet Zugriff auf die Funktion beziehungsweise das Zeichen oberhalb der jeweiligen Taste. Dient in Verbindung mit anderen Tasten zur Eingabe von Tastenkürzeln.
⇧shift	Großschreiben des nächsten eingegebenen Zeichens.
on	Einschalten des Handhelds. Wenn das Handheld bereits eingeschaltet ist, öffnet diese Taste den Hauptbildschirm.
doc	Öffnet das Dokumentenmenü.
menu	Zeigt das Applikations- oder Kontext-Menü an.
del	Löscht das letzte Zeichen.
var	Zeigt gespeicherte Variablen an.
enter	Wertet einen Ausdruck aus, führt eine Anweisung aus oder wählt einen Menüpunkt.

Zusätzlich zu diesen Tasten besitzt das Handheld ein Touchpad.

Abbildung 18 Das Touchpad

Mit diesem kann auf zwei Arten navigiert werden:

1. Es kann wie das Touchpads eines Laptops gehandhabt werden, indem mit der Fingerspitze über die Mitte gefahren wird. Durch Klicken oder Tippen wird eine Menüoption ausgewählt oder eine Aktion ausgeführt.

2. Durch Drücken der Pfeiltasten am äußeren Rand wird der Mauszeiger nach oben, unten, links oder rechts bewegt.

Die Standardansicht beziehungsweise der Hauptbildschirm besteht aus folgenden Teilen:

- Scratchpad
- Dokumente und
- Applikationen

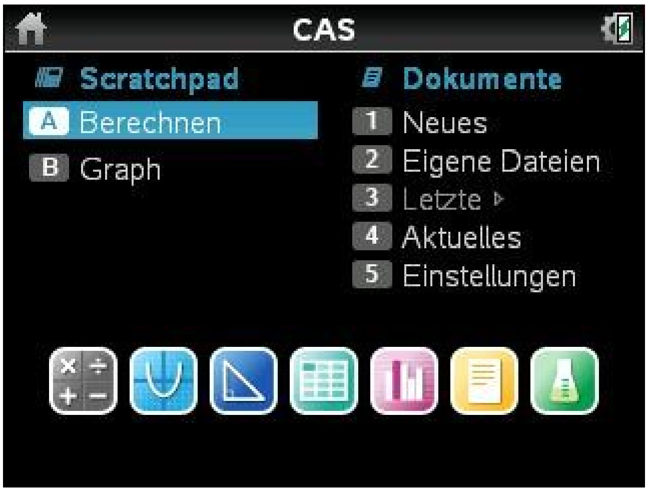


Abbildung 19 TI-Nspire Hauptbildschirm

Der Hauptbildschirm stellt den Ausgangspunkt für alle Aktivitäten des Handhelds dar. Zu diesem kann jederzeit durch Drücken der on-Taste zurückgekehrt werden (Texas Instruments 2016b: 8-12). Die Bildschirmgröße beträgt 320x240 Pixel, beziehungsweise eine Bildschirmdiagonale von 3,2“ (Texas Instruments 2016a), und ist somit deutlich kleiner als der Bildschirm eines Tablets (mindestens 7“) oder eines Computers.

Auf die oben genannten Teile wird im folgenden Kapitel näher eingegangen.

4.3 Die verschiedenen Applikationen und ihre Funktionen

Der TI-Nspire besitzt mehrere Teilprogramme, Applikationen genannt, welche individuell mit spezifischen Funktionen ausgestattet sind. Alle Arbeiten, die mit diesen Applikationen erstellt und gegebenenfalls gespeichert werden, werden als Dokumente angelegt.

4.3.1 Dokumente

Dokumente sind ein grundlegender Teil des TI-Nspire. Diese bestehen aus einem oder mehreren Unterteilen, Probleme genannt, welche mindestens eine Seite in einem Dokument enthalten. Alle Arbeitsschritte werden in einem oder mehreren Dokumenten erfasst, welche problemlos auf dem Gerätespeicher hinterlegt und für andere Nutzerinnen und Nutzer freigegeben werden können. Standardgemäß wird pro Dokumentenseite eine Applikation verwendet, jedoch ist es auch möglich, ein gewünschtes Layout einzustellen, um eine Seite in bis zu vier Arbeitsbereiche zu unterteilen, welche wiederum je eine Applikation enthalten können. Dies ermöglicht das Verknüpfen mehrerer TI-Nspire Applikationen (Texas Instruments 2016b: 37). Zudem können Variablen definiert werden, welche ein beliebiger Teil eines Objekts oder einer Funktion innerhalb einer Applikation sein können. Variablen werden innerhalb eines Problems von verschiedenen Applikationen gemeinsam genutzt und stellen somit dynamische Verknüpfungen zwischen den einzelnen Applikationen dar (Texas Instruments 2016c: 215). Wird ein neues Dokument erstellt, wird stets eine Liste der Applikationen geöffnet.

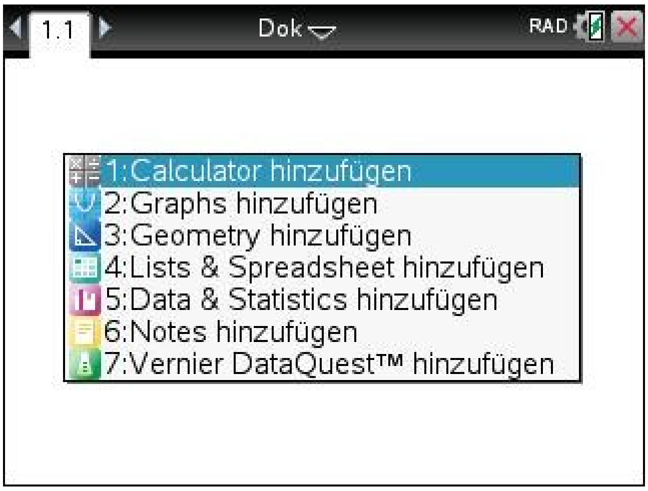


Abbildung 20 Neues Dokument

Es ist aber auch möglich, die jeweiligen Applikationen direkt vom Hauptbildschirm aus zu starten.

4.3.2 Scratchpad

Scratchpad ist eine separate Funktion des TI-Nspire, mit der in kürzester Zeit mathematische Ausdrücke ausgewertet und Funktionen grafisch dargestellt werden können. Diese kann im Hauptbildschirm direkt ausgewählt werden oder jederzeit mit der Scratchpad-Taste gestartet werden. Beim erstmaligen Öffnen wird eine leere Seite mit einem aktiven Calculator angezeigt.

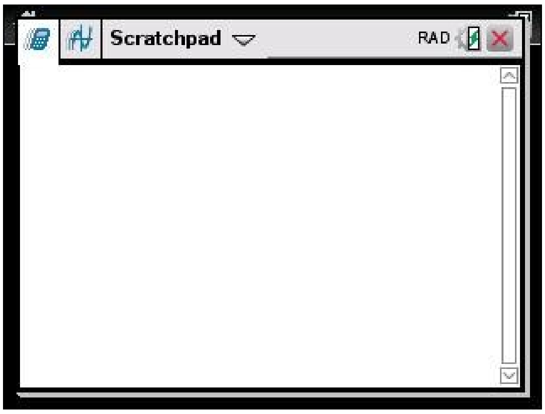


Abbildung 21 Scratchpad ‚Berechnen'

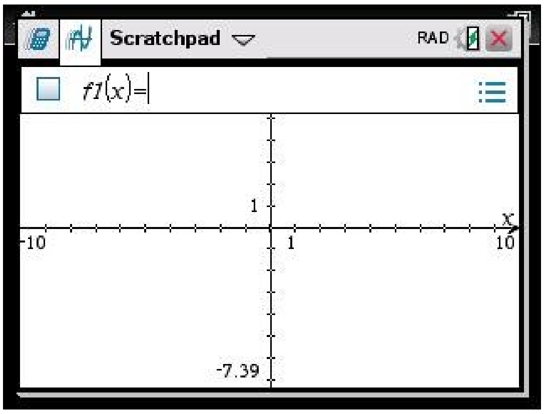


Abbildung 22 Scratchpad ‚Graph'

Mit Hilfe der Scratchpad-Taste lässt sich problemlos zwischen den Seiten ‚Berechnen' und ‚Graph' hin und her wechseln. Das jeweilige Scratchpad Menü enthält einen Teil der Menüfunktionen der Applikationen ‚Calculator' und ‚Graphs' (Texas Instruments 2016b: 21-22). Eine Besonderheit von Scratchpad ist der Umgang mit Variablen, diese stehen nämlich lokal in ‚Scratchpad Berechnen' und ‚Scratchpad Graph', jedoch nicht in TI-Nspire Dokumenten zur Verfügung. Somit ist es auch ohne das Auftreten eines Konfliktes möglich, einer Variable von Scratchpad einen Namen zu geben, welcher bereits in einem Dokument vorhanden ist (Texas Instruments 2016b: 34).

4.3.3 Calculator

In dieser Applikation ist das CAS des TI-Nspire implementiert, der Hersteller (Texas Instruments 2016a) beschreibt diese wie folgt:

> Berechnungen durchführen und in korrekter mathematischer Schreibweise Ausdrücke, Gleichungen und Formeln eingeben.

Mit Hilfe des Calculators kann die Benutzerin oder der Benutzer:

- Mathematische Ausdrücke eingeben und auswerten.
- Variablen, Funktionen und Programme definieren, die für eine beliebige TI-Nspire Applikation – wie z. B. Graphs – verfügbar werden und sich in der gleichen Aufgabe befinden.
- Bibliotheksobjekte wie z. B. Variablen, Funktionen und Programme definieren, die aus jeder Aufgabe eines jeden Dokuments aufgerufen werden können (Texas Instruments 2016c: 193).

Mit Hilfe der Vielzahl an Tasten des Handhelds lassen sich einfache mathematische Ausdrücke problemlos eintippen, mit der enter-Taste wird der Ausdruck ausgewertet. Der Calculator zeigt bei diesem Schritt nicht nur das Ergebnis an, sondern es wird zusätzlich die Eingabe in mathematische Standardschreibweise umgeformt. Um Rundungsfehler zu reduzieren, wird jedes Ergebnis, das keine ganze Zahl ist, als Bruch oder in Symbolform angezeigt. Ist dennoch ein Näherungswert gewünscht, so stehen mehrere Möglichkeiten dies zu erreichen zur Auswahl:

- Tastenkombination: Den Ausdruck mit der ctrl- und enter-Taste auswerten.
- Dezimalzahl einbinden: Einen Punkt nach einer beliebigen Zahl eintippen.
- Funktion verwenden: Den Ausdruck in approx( ) schreiben (Texas Instruments 2016c: 194-195).

Durch Betätigen der menu-Taste wird das Calculator-Menü aufgerufen.

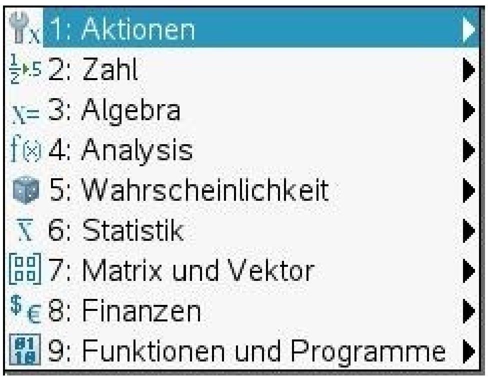


Abbildung 23 Calculator Menü

Dieses enthält eine Vielzahl an Funktionen und Vorlagen des CAS. Letztere können ebenso mit der -Taste aufgerufen werden, diese ruft den Katalog auf, mit dem es möglich ist Systemfunktionen- und befehle, Sonderzeichen und Vorlagen einzufügen. Vorlagen dienen zur Eingabe von Matrizen, stückweise definierten Funktionen, Gleichungssystemen, Integralen, Ableitungen, Produkten und anderen mathematischen Ausdrücken. Das Vorlagenmenü ist in der folgenden Abbildung zu sehen.

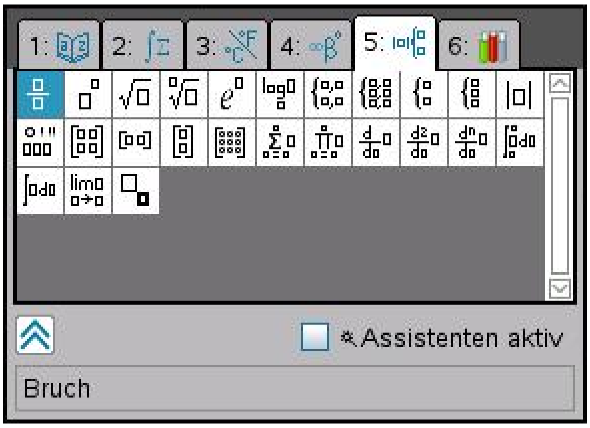


Abbildung 24 Das Vorlagenmenü

Die gewünschte Vorlage kann mit Hilfe des Touchpads ausgewählt werden (Texas Instruments 2016c: 195-197).

Alle eingegebenen Ausdrücke und ihre Ergebnisse werden im Calculator-Protokoll gespeichert, dies ermöglicht ein nachträgliches Überprüfen oder Wiederholen von Berechnungen sowie das Kopieren von Ausdrücken zur Verwendungen in anderen Seiten oder Dokumenten. Ausdrücke oder das ganze Protokoll können stets gelöscht werden, dabei behalten alle definierten Variablen und Funktionen ihre aktuellen Werte (Texas Instruments 2016c: 212-214).

Die folgende Abbildung stellt die Lösung einer klassischen Aufgabe zum Arbeiten mit Funktionen dar. Die, etwas abgeänderte, Aufgabenstellung lautet:

> Tony und Jim kaufen je ein gebrauchtes Auto. Tonys Auto, ein ‚Seat Ibiza‘, kostet 9000 € und hat einen Spritverbrauch von 5,7 Liter pro 100 km. Jims Auto, ein ‚Peugeot 308‘, kostet 8000 € und hat einen Spritverbrauch von 6,3 Liter pro 100 km. 1 Liter Benzin kostet 1,03 €. […] Berechne, nach wie vielen zurückgelegten Kilometern die Kosten für Tony und Jim gleich viel betragen und bestimme diese Kosten (Wessenberg et al. 2014: 145).

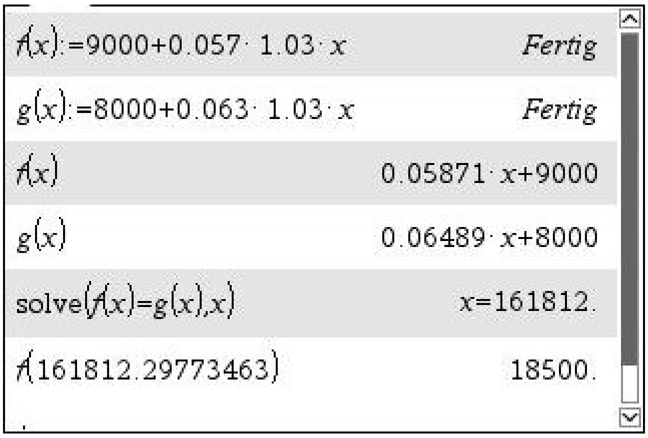


Abbildung 25 Aufgabe Spritverbrauch

Für Tony und Jim wurde je eine Funktion aufgestellt, die die Kosten für die Autos darstellen. Mit Hilfe des Befehls solve( ) wurde berechnet nach wie vielen zurückgelegten Kilometern die Kosten für beide Personen gleich viel betragen, um anschließend diese Kosten bestimmen zu können.

4.3.4 Graphs

Graphs ist die Grafikapplikation des TI-Nspire und wird vom Hersteller (Texas Instruments 2016a) wie folgt beschrieben:

> Funktionen, Gleichungen und Ungleichungen zeichnen und untersuchen, Punkte in Objekten und Graphen animieren, deren Verhalten mit Schiebereglern ergründen und viele weitere Funktionen

Mit Hilfe von Graphs kann die Benutzerin oder der Benutzer:

- Funktionen und andere Relationen wie zum Beispiel Ungleichungen, parametrische und polare Kurven, Folgen, Lösungen von Differenzialgleichungen und Kegelschnitte graphisch darstellen und untersuchen.
- Punkte auf Objekten oder Graphen animieren und ihr Verhalten untersuchen.
- Verknüpfungen zu Daten herstellen, die von anderen Applikationen erstellt wurden (Texas Instruments 2016c: 231).

Die Benutzeroberfläche setzt sich aus einer Eingabezeile und dem Graphs-Arbeitsbereich zusammen, welcher die eingegebenen Relationen grafisch darstellt. Hier ist es jederzeit möglich einzelne Graphen, geometrische Objekte, Texte, Bezeichnungen, Maße und Achsenwerte ein- und auszublenden. Konstruierte Graphen lassen sich beliebig verschieben, drehen, dehnen oder stauchen, indem man mit Hilfe des Touchpads den Zeiger zum Graph bewegt und die Aktionstaste kurz hält, um den Graphen zu „greifen“ (Texas Instruments 2016c: 231-237).

Durch Betätigen der menu-Taste wird das Graphs-Menü aufgerufen.

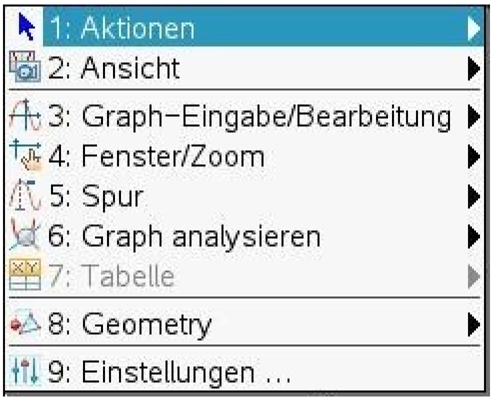


Abbildung 26 Graphs Menü

Auch hier seien die Funktion zum Erstellen von Schiebereglern und der Spurmodus besonders erwähnt. Schieberegler können manuell eingefügt werden, zusätzlich bietet der TI-Nspire die automatische Erstellung dieser an, wenn Funktionen, Gleichungen oder Sequenzen eingegeben werden, die sich nicht auf definierte Variablen beziehen (Texas Instruments 2016c: 311). In der folgenden Abbildung wird wie zuvor in Abbildung 4[6] mit GeoGebra die Funktion $f_1(x) = ax^2 + d$ unter Abhängigkeit der Schieberegler a und d für die gleichnamigen Parameter erstellt. Die Grafik passt sich zeitgleich an die Veränderung der Parameter an. Die Handhabung der Schieberegler ist ähnlich zu der in GeoGebra, jedoch benötigt das Bewegen des Mauszeigers zum Verschieben der Schieberegler deutlich mehr Zeit.

6 Siehe 3.3.1 ‚Die Grafik-Ansicht‘, S. 32

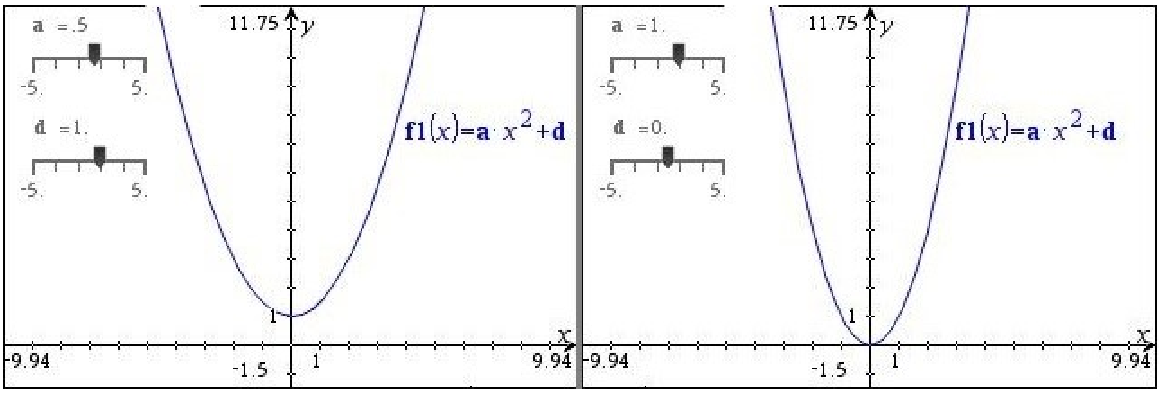


Abbildung 27 Veränderung von Parametern mittels Schieberegler

Der Spurmodus des TI-Nspire erweist sich bei der Untersuchung der Punkte eines Graphen als ein nützliches Hilfsmittel. Hier wird ein Cursor über die Punkte eines Graphen oder Diagramms bewegt und die betreffenden Werte werden angezeigt (Texas Instruments 2016c: 271). Zusätzlich zeigt der Spurmodus die interessanten Punkte eines Graphen automatisch an, sobald der Cursor über diese bewegt wird. Dies ist in der folgenden Abbildung an der Funktion $f_2(x) = x^3 + 1$ ersichtlich.

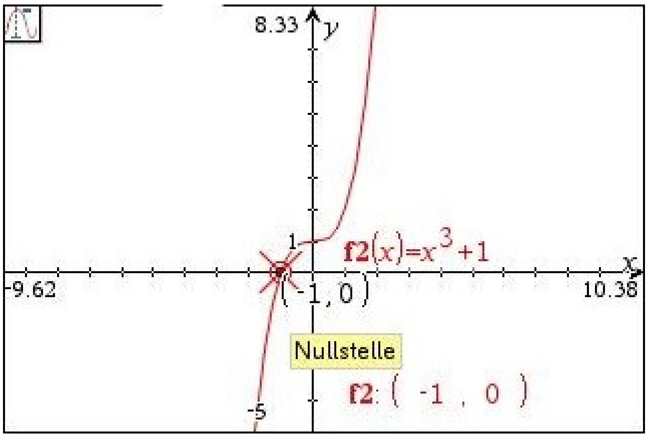


Abbildung 28 Der Spurmodus

Graphs besitzt eine separate 3D Darstellung, welche es ermöglicht 3D Funktionen der Form $z(x, y)$ und parametrische 3D Diagramme grafisch in einem würfelförmigen Ausschnitt darzustellen. Dies ist durch die Eingabe von Funktionen und parametrischen Gleichungen möglich, somit kann die Benutzerin oder der Benutzer beispielsweise Ebenen in der Normal- sowie Parameterform eingeben (Müller 2014: 3-6). In der folgenden Abbildung ist die Darstellung der drei Ebenen aus Abbildung 12[7] als Vergleich zur 3D Grafik-Ansicht von

[7] Siehe 3.3.5 ‚Die 3D Grafik Ansicht', S. 40

GeoGebra zu sehen. Hier macht sich offensichtlich der Nachteil des kleinen Handhelddisplays bemerkbar, da dieses nicht mit der Benutzeroberfläche von GeoGebra mithalten kann.

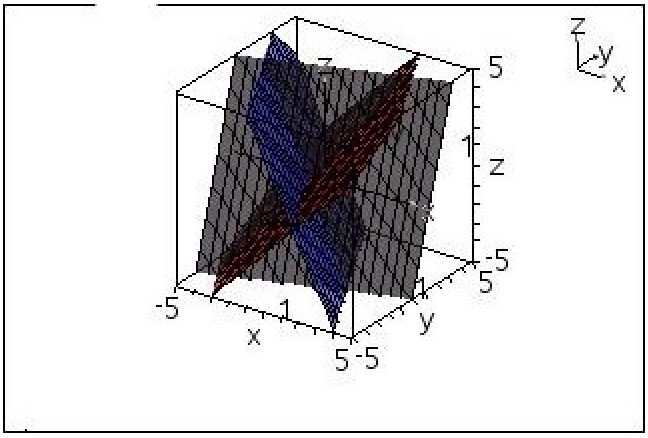


Abbildung 29 Lage von 3 Ebenen

4.3.5 Geometry

Diese Applikation steht speziell für den Umgang mit Geometrieaufgaben zur Verfügung, der Hersteller (Texas Instruments 2016a) beschreibt Geometry wie folgt:

Geometrische Figuren aufbauen und erkunden, Animationen erstellen.

Mit Hilfe von Geometry kann die Benutzerin oder der Benutzer:

- Geometrische Objekte und Konstruktionen erstellen und untersuchen.
- Geometrische Objekte verändern und messen.
- Punkte auf Objekten animieren und ihr Verhalten untersuchen.
- Objektabbildungen untersuchen (Texas Instruments 2016c: 327).

Im Vergleich zu Graphs sind die in Geometry erstellten Objekte, wie Formen, Punkte und Geraden, keine analytischen Objekte. Somit ist es nicht möglich Gleichungen oder Koordinaten erstellter Objekte abzurufen (Texas Instruments 2016c: 332).

Durch Betätigen der menu-Taste wird das Geometry-Menü aufgerufen.

Abbildung 30 Geometry Menü

Sämtliche Messungen passen sich bei der Verschiebung oder Veränderung eines geometrischen Objektes in Echtzeit an dieses an. Dies ist in der folgenden Abbildung, die die Lage zweier Kreise zueinander grafisch darstellt, gut ersichtlich.

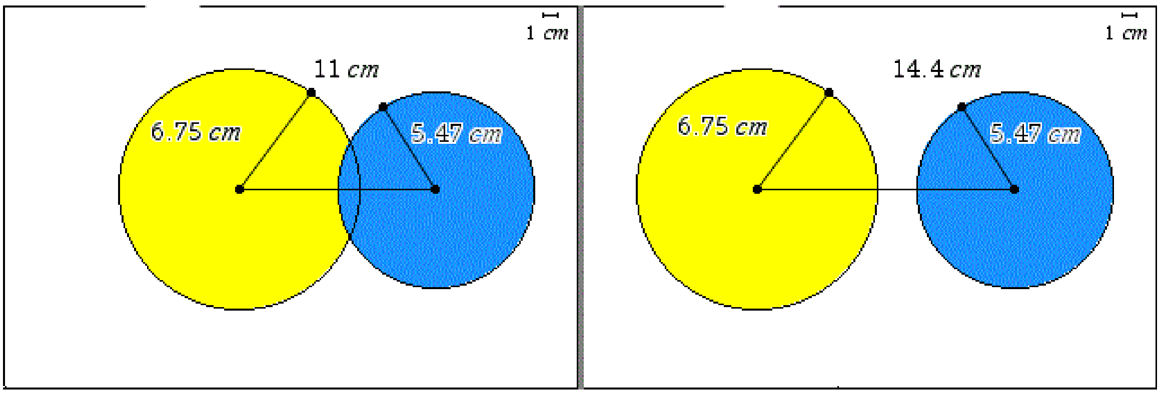


Abbildung 31 Lage von zwei Kreisen

Es wurden zwei verschieden große Kreise erzeugt und die jeweiligen Radien sowie der Abstand der zwei Mittelpunkte zueinander gemessen, um den Zusammenhang zwischen der Lage der Kreise, der Radien und dem Abstand der Mittelpunkte zu veranschaulichen. Wird nun wie oben ein Kreis verschoben, passen sich die Werte gleichzeitig an die neuen Messungen an.

4.3.6 Lists & Spreadsheet

Lists & Spreadsheet umfasst die Tabellenkalkulationsfunktionen des TI-Nspire, der Hersteller (Texas Instruments 2016a) beschreibt diese Applikation wie folgt:

> Mathematische Operationen an Daten durchführen und die Verbindungen zwischen den Daten und ihrer graphischen Darstellung sichtbar machen

Mit Hilfe von Lists & Spreadsheet kann die Benutzerin oder der Benutzer:

- Numerische Daten, Text und mathematische Ausdrücke speichern.
- Eine Tabellenzelle in Bezug auf den Inhalt anderer Zellen definieren.
- Eine Wertetabelle für eine Funktion generieren.
- Datenspalten als Listenvariablen gemeinsam mit anderen TI-Nspire Applikationen nutzen.
- Tabellendaten kopieren und diese in andere Computerapplikationen einfügen (Texas Instruments 2016c: 375).

Jede Zelle wird mit einem eindeutigen Zellnamen versehen, dies erlaubt es, zu jeder Zelle einen direkten Bezug herzustellen. Diese Benennung und die Verwendung relativer Zellnamen sind vergleichbar mit der Vorgehensweise in bekannten Tabellenkalkulationsanwendungen wie Microsoft Excel, OpenOffice Calc und vielen anderen. Ebenso ist es möglich, relative und absolute Zellenbezüge herzustellen. Letztere werden definiert, indem das Zeichen $ vor den Spaltenbuchstaben und vor die Zeilennummer gesetzt wird (Texas Instruments 2016c: 382-384).

Durch Betätigen der menu-Taste wird das Lists & Spreadsheet-Menü aufgerufen.

Abbildung 32 Lists & Spreadsheet Menü

Eine Funktion, die sich als sehr nützlich erweisen kann, ist ‚SchnellGraph'. Diese ermöglicht die grafische Darstellung der Daten einer Tabelle in einem Punkte- oder Streudiagramm. Die folgende Abbildung stellt eine einfache Veranschaulichung dieser Funktion dar.

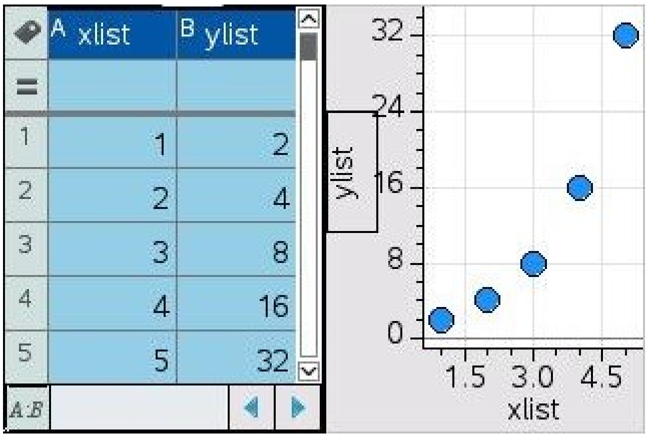


Abbildung 33 SchnellGraph

Eine weitere nützliche Funktion zur grafischen Darstellung von Daten heißt ‚Ergebnisdiagramm'. Diese erstellt anhand von Rohdaten in einer Ergebnistabelle ein Diagramm nach gewünschtem Typ[8]. In der folgenden Abbildung wird eine klassische Binomialverteilung dargestellt.

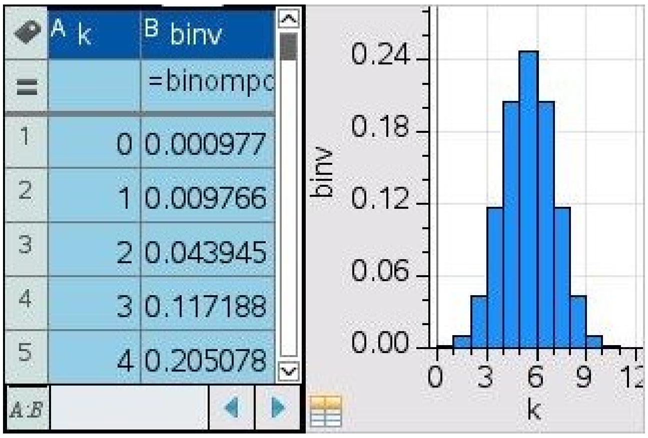


Abbildung 34 Ergebnisdiagramm

Die grafische Darstellung wird in beiden Funktionen durch das Einfügen einer Seite der Applikation Data & Statistics möglich gemacht (Texas Instruments 2016c: 396-398).

[8] Siehe 4.3.7 ‚Data & Statistics', S. 62

4.3.7 Data & Statistics

Diese Applikation dient zur Untersuchung und Visualisierung von Datensätzen, der Hersteller (Texas Instruments 2016a) beschreibt diese wie folgt:

> Daten mithilfe verschiedener Graphikmethoden zusammenfassen und analysieren, z. B. in Histogrammen, Kastenplots, Balken- und Kreisdiagrammen und anderen Darstellungsformen.

Data & Statistics enthält Werkzeuge für:

- die Visualisierung von Datensätzen in unterschiedlichen Diagramm-Typen,
- die direkte Bearbeitung von Datensätzen, um Datenbeziehungen zu entdecken und sichtbar zu machen,
- die Anpassung von Funktionen an Daten,
- die Erstellung von Regressionskurven für Streudiagramme (Texas Instruments 2016c: 429).

Das Menü enthält passend dazu Möglichkeiten um die dargestellten Diagramme zu analysieren oder zu bearbeiten. Dabei stehen verschiedene Typen zur Auswahl, nämlich:

- Punktdiagramm
- Box Plot
- Histogramm
- Normal-Wahrscheinlichkeitsdiagramm
- Streudiagramm
- XY-Linienplot
- Punktdiagramm
- Balkendiagramm und
- Tortendiagramm

Die Applikation ist für den gemeinsamen Einsatz mit Lists & Spreadsheet ausgelegt (Texas Instruments 2016c: 430), dies wurde in den obigen Abbildungen bereits veranschaulicht.

4.3.8 Notes

Mit dieser Applikation können Textdokumente erstellt und freigegeben werden, der Hersteller (Texas Instruments 2016a) beschreibt diese wie folgt:

> Neben den rein mathematischen Vorgängen Notizen, Handlungsschritte, Anleitungen und andere Kommentare auf dem Bildschirm festhalten.

Mit Hilfe von Notes kann die Benutzerin oder der Benutzer:

- Unterrichtsnotizen erstellen und den Stoff für Prüfungen wiederholen.
- Dokumente gemeinsam bearbeiten.
- Mathematische Ausdrücke erstellen und auswerten (Texas Instruments 2016c: 479).

Als besonders nützlich erweist sich die Kombination von Notes mit einer anderen Applikation, indem das Layout des Bildschirms individuell angepasst wird. In der folgenden Abbildung ist das Zusammenwirken einer Graphs- und Notes-Seite dargestellt. Diese wurde der TI-Nspire Datei ‚Erste Schritte', welche sich standardgemäß auf jedem Handheld befindet, entnommen.

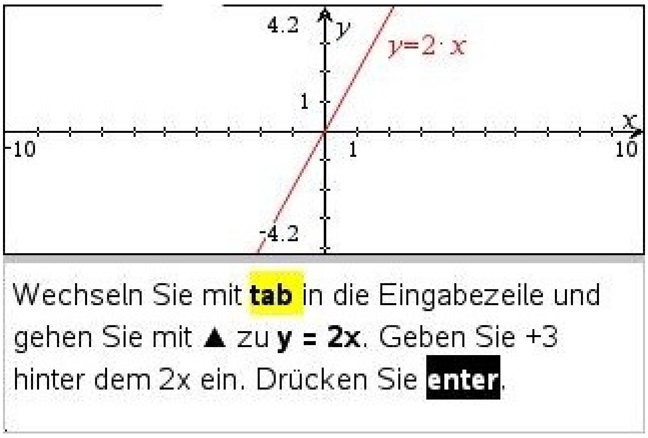


Abbildung 35 Kombination Graphs und Notes

Bei der oberen Bildschirmhälfte handelt es sich um eine einfache Graphs-Seite zur Darstellung einer Funktion, während in der unteren Hälfte mit Hilfe von Notes Erklärungen und Anweisungen angegeben werden.

4.3.9 Vernier DataQuest™

Diese Applikation dient zur Datenerfassung, der Hersteller (Texas Instruments 2016a) beschreibt diese wie folgt:

> Graphische Darstellung von Hypothesen und Wiedergabe von Datenerfassungsexperimenten in einer einzigen Anwendung.

Durch das Anschließen passender Sensoren, hierfür wurde das TI-Nspire Lab Cradle entworfen, macht es diese Applikation möglich, Messdaten aus der realen Welt zu erfassen, anzusehen und zu analysieren (Texas Instruments 2016c: 503-505). Da Vernier DataQuest ihren Einsatz vor allem im Physik- und Chemieunterricht, jedoch nicht in der Mathematik findet, wird nicht näher auf diese Applikation eingegangen.

4.4 Weitere Besonderheiten

Texas Instruments bietet neben dem TI-Nspire auch noch andere Tools und Erweiterungen zum Handheld an. Auf diese wird im folgenden Kapitel etwas näher eingegangen.

4.4.1 Software und App

Beim Erwerb eines TI-Nspire Handhelds wird automatisch die dazu entwickelte TI-Nspire Software mitgeliefert. Diese ist mit Windows und Mac OS X kompatibel und steht auch als 30 Tage Testversion zum Download zur Verfügung. Die Software umfasst die gleichen Applikationen wie das Handheld und ermöglicht zusätzlich folgende Funktionen:

- Erstellung dynamischer Dokumente: Mit Hilfe der Funktion PublishView ist es möglich, auf interaktive Weise Arbeitsblätter, Berichte und Hausaufgaben zu erstellen.
- Anschauliche Konzepte: Um eine Brücke zum Handheld aufbauen zu können, ist neben der normalen Computeransicht eine spezielle Handheldansicht implementiert, in der die benutzten Dokumente so angezeigt werden, wie man es vom Display des Handhelds gewohnt ist.
- Bequeme Datenübertragung: TI-Nspire Dateien können problemlos auf den Computer übertragen werden. Dies ermöglicht den Schülerinnen und Schülern die Fertigstellung ihrer Aufgaben außerhalb des Unterrichts (Texas Instruments 2016d).

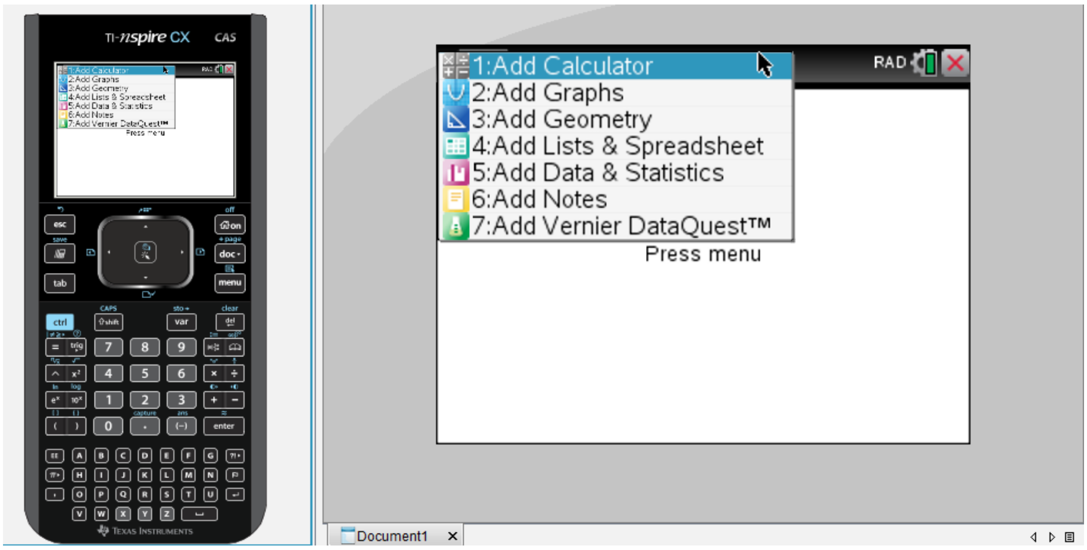


Abbildung 36 Handheld- und Computeransicht

Die Software ist in zwei verschiedenen Versionen verfügbar, nämlich in der Schüler- und der Lehrerversion. Letztere steht sogar als 90 statt 30 Tage Testversion zum Download verfügbar und beinhaltet grundsätzlich die gleichen Funktionen wie die Schülerversion. Zusätzlich bietet die Lehrersoftware allerdings noch weitere Werkzeuge:

- TI SmartView: Dieser Emulator ermöglicht der Lehrperson das Projizieren des Handheldbildschirms, um mehrere Darstellungsformen eines Problems präsentieren zu können.
- Weitergabe von Dokumenten: In Kombination mit der TI-Nspire Docking Station können parallel Dokumente an bis zu zehn Schülerhandhelds übertragen werden (Texas Instruments 2016e).
- Question-App: Diese Applikation ermöglicht es, Fragen in verschiedensten Formen zu erstellen um das Wissen der Schülerinnen und Schüler abfragen zu können (Texas Instruments 2016c: 165).

Besonders für den Einsatz in der Schule sei hier auch der Prüfungsmodus, der ‚Press-to-Test'-Modus, des TI-Nspire erwähnt. Dieser macht es möglich, den Zugang zu bereits bestehenden Programmen, Dokumenten, Dateien, Anwendungen sowie Bildern während einer Prüfungssituation zu sperren. Zur Deaktivierung ist stets der Anschluss an ein zweites Handheld oder an einen Computer erforderlich, dies schafft die Möglichkeit, das unauffällige Erschleichen von Leistungen in Prüfungssituationen deutlich zu erschweren (Brode 2013: 1-2).

Texas Instruments ist der Entwicklung des großen Stellenwerts von Apps in unserer Gesellschaft ebenso wie GeoGebra nachgekommen und hat für das Apple iPad eine TI-Nspire und TI-Nspire CAS App entwickelt. Erstere stellt die numerische Variante dar, während Letztere bereits ein CAS enthält. Beide Versionen können jeweils um 29,99 € erworben werden (Texas Instruments 2013). In der folgenden Abbildung (Texas Instruments 2016f) ist die Applikation Graphs der App zu sehen.

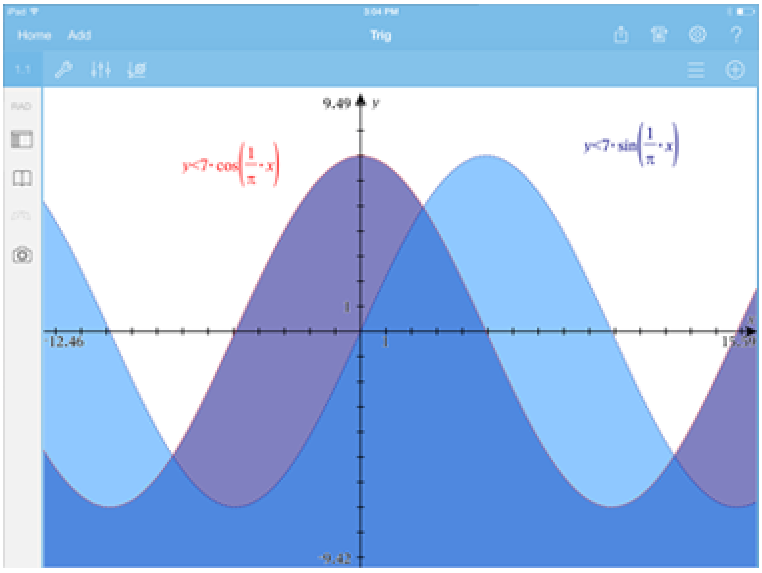


Abbildung 37 TI-Nspire App

Eine Gegenüberstellung der Funktionalität von App, Handheld und Software ist in der folgenden Abbildung (Texas Instruments 2013) gut ersichtlich.

	TI-Nspire™/TI-Nspire™ CAS App für iPad®	TI-Nspire™ CX/ TI-Nspire™ CX CAS Handhelds (inkl. Software)	TI-Nspire™/TI-Nspire™ CAS Software
TI-Nspire™ Funktionalitäten			
Dokumente Erstellen/Teilen/Speichern	•	•	•
Mathematische Funktionen	•	•	•
Graphische/Geometrische Funktionen	•	•	•
Druckoptionen			•
Emulation des Handheld-Displays			•
Touch Oberfläche	•		
Benutzerdefinierte Programme			•
Vernier DataQuest™ App		•	•
Daten Erfassen/Analysieren		•	•
Optional: Interaktive Lernumgebung /Klassenzimmer-Management			
TI-Nspire™ Navigator™ System		•	•
Bezugsquellen	App Store	TI Fachhändler	TI direkt

Abbildung 38 Gegenüberstellung App, Handheld, Software

4.4.2 TI-Nspire CX Navigator System und Unterrichtsmaterialien

Eine sehr moderne Erweiterung von Texas Instruments stellt das Navigator System dar. Mit diesem System wird der Lehrercomputer im Klassenzimmer drahtlos an die Handhelds angebunden um eine innovative Lernumgebung zu schaffen (Texas Instruments 2016g). Besonders interessant ist hier die Funktion der Schülerumfragen. Diese ermöglicht es, eine Umfrage an die Geräte der Lernenden zu schicken während diese ihre Antworten zurück an den Computer der Lehrperson senden. Somit ist die Möglichkeit die Antworten gegenüberzustellen und zu überprüfen gegeben (Texas Instruments 2016h: 209). Es ist jedoch zu beachten, dass der Einsatz dieses Systems mit einem Kauf der notwendigen Hardware verbunden ist. Diese lässt sich aus dem Basispaket, welches den Zugangspunkt und die dazugehörige Software zum Aufbau eines Netzwerks enthält, sowie dem Erweiterungspaket, welches die notwendigen Netzwerkmodule für zehn Handhelds enthält, zusammenfassen. Ersteres ist für Privatpersonen laut aktuellem Stand (August 2016, Arizone.de) im Einzelhandel um 742,79 € und Letzteres um 547,69 € erwerbbar.

Texas Instruments stellt online eine Sammlung von Unterrichtsmaterialien für Mathematik und andere Naturwissenschaften frei zur Verfügung. Diese beinhaltet Anregungen und Arbeitsblätter für den Unterricht sowie Hausaufgaben, Nachhilfe- und Prüfungsmaterialien. Die Inhalte werden größtenteils vom Lehrerfortbildungsprojekt T³ und dem Projekt ‚TI-Nachrichten' angeboten (Texas Instruments 2009). Bei Ersterem handelt sich um ein Team unter der Leitung von Gertrud Aumayr, welches momentan auch an der Ausarbeitung von lehrplanbezogenen Materialien mit Anleitungen zum Technologieeinsatz arbeitet (T³ Österreich 2016a).

5 Praktische Anwendung von GeoGebra und TI-Nspire CX CAS

Dieses Kapitel befasst sich abschließend mit dem praktischen Vergleich der beiden Technologien anhand ausgewählter Aufgabenstellungen. Dabei werden die zentralen Schritte mit Hilfe von Erklärungen und anschließenden Screenshots verdeutlicht.

5.1 BIFIE Aufgaben

Im Aufgabenpool des BIFIE für die AHS befinden sich laut aktuellem Stand (August 2016) drei Aufgaben mit der Angabe „besondere Technologie erforderlich“ im Hinblick auf die zentrale Reifeprüfung.

5.1.1 Aufgabe ‚Aufnahme einer Substanz ins Blut‘

Diese Typ-2-Aufgabe prüft die folgenden Grundkompetenzen ab: AG 2.1, FA 1.2, AN 2.1 und AN 3.3 (BIFIE 2016a). Somit stellt sie eine Aufgabe aus den Bereichen der Algebra und Geometrie, der funktionalen Abhängigkeiten und der Analysis dar. Die wesentlichen Komponenten der Aufgabenstellung sind in der folgenden Abbildung ersichtlich (BIFIE 2016a).

Wenn bei einer medizinischen Behandlung eine Substanz verabreicht wird, kann die Konzentration der Substanz im Blut (kurz: Blutkonzentration) in Abhängigkeit von der Zeit t in manchen Fällen durch eine sogenannte Bateman-Funktion c mit der Funktionsgleichung $c(t) = d \cdot (e^{-a \cdot t} - e^{-b \cdot t})$ mit den Parametern $a, b, d \in \mathbb{R}$ und $a, b, d > 0$ modelliert werden. Die Zeit t wird in Stunden gemessen, $t = 0$ entspricht dem Zeitpunkt der Verabreichung der Substanz.
Dieser zeitliche Verlauf wird durch die Bateman-Funktion c mit den Parametern $d = 19{,}5$, $a = 0{,}4$ und $b = 1{,}3$ beschrieben.
Der Graph der Bateman-Funktion nähert sich für große Zeiten t wie eine Exponentialfunktion asymptotisch der Zeitachse an.

Abbildung 39 Aufgabe Aufnahme einer Substanz ins Blut - Teil 1

Die Aufgabenstellung, welche Technologieeinsatz erfordert und nun behandelt wird, lautet wie folgt (BIFIE 2016a):

a) Berechnen Sie für die in der Einleitung angegebene Bateman-Funktion denjenigen Zeitpunkt, zu dem die maximale Blutkonzentration erreicht wird! Geben Sie dazu die Gleichung der entsprechenden Ableitungsfunktion und den Ansatz in Form einer Gleichung an!

Abbildung 40 Aufgabe Aufnahme einer Substanz ins Blut - Teil 2

Lösen mit GeoGebra: Zunächst wird die CAS-Ansicht gestartet und die Grafik-Ansicht deaktiviert, da diese hier nicht benötigt wird. Im ersten Schritt wird die Funktion $c(t)$ durch Einsetzen der Parameter a, b und d definiert. Hier ist darauf zu achten, dass die Exponentialfunktion durch $\exp(\,)$ oder durch Benutzung der Vorlage eingegeben werden muss. Die Ableitung der Funktion und das anschließende Nullsetzen dieser kann mit den Befehlen Ableitung[ ] und Löse[ ] durchgeführt werden. Um ein numerisches Ergebnis zu erhalten, bietet es sich an das Werkzeug ‚Löse numerisch' oder den Befehl NLöse[ ] zu benutzen. Durch Auswählen mit der Maustaste oder dem Einsatz von Zellbezügen erspart man sich die erneute Eingabe der vorigen Ergebnisse.

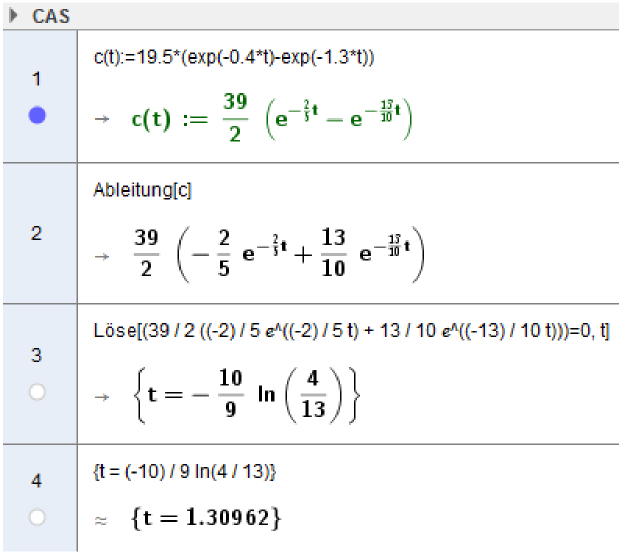


Abbildung 41 Aufnahme einer Substanz ins Blut - GeoGebra

Lösen mit TI-Nspire: Zunächst wird eine neue Calculator-Seite erstellt. Im ersten Schritt wird die Funktion $c(t)$ durch Einsetzen der Parameter a, b und d definiert. Für das Eintippen der Exponentialfunktion besitzt das Handheld eine eigene e^x-Taste. Um die Ableitung der Funktion zu berechnen, wählt man menu→Analysis→Ableitung. Es empfiehlt sich, um Zeit zu sparen, eine Navigation dieser Art durch den Einsatz der Nummerntasten durchzuführen, in diesem Fall wäre das die Tastenkombination menu→4→1. Das anschließende Lösen der Gleichung kann durch menu→3→1 oder mit dem Befehl solve( ) durchgeführt werden. Der TI-Nspire gibt das Ergebnis automatisch numerisch aus, da sich in der Gleichung bereits Dezimalzahlen befinden. Es empfiehlt sich, die vorigen Ergebnisse zur Wiederverwendung mit den Tastenkombinationen ctrl+c und ctrl+v zu kopieren beziehungsweise einzufügen.

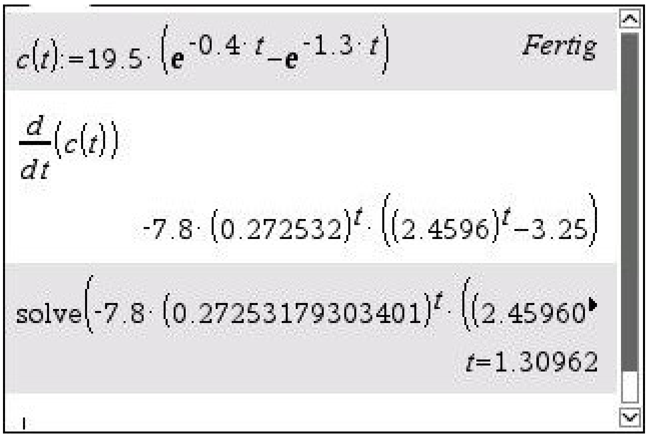


Abbildung 42 Aufnahme einer Substanz ins Blut - TI-Nspire

Fazit: Sowohl GeoGebra als auch der TI-Nspire eignen sich gut zum Lösen dieser Aufgabe. Ein auffallender Unterschied ist die Handhabung der numerischen Eingabe: Während GeoGebra diese automatisch in Bruchschreibweise umwandelt, behält der TI-Nspire die Dezimalschreibweise bei. Aus Sicht der Benutzerfreundlichkeit ist bei dieser Aufgabe der TI-Nspire besser geeignet, da dieser die Eingabe von Brüchen und Potenzen bereits in mathematischer Standardschreibweise ermöglicht und das Lesen und Kontrollieren der Eingabe somit um einiges erleichtert. GeoGebra wandelt den eingegebenen Ausdruck erst nach der Auswertung um, was dazu führt, dass die Benutzerin oder der Benutzer zum Einsatz mehrerer Klammerausdrücke gezwungen wird, um das gewünschte Ergebnis erzielen zu können. Dies sorgt für einen schlechteren Überblick und kann eine eventuelle Fehlerquelle darstellen.

5.1.2 Aufgabe ‚Saturn-V-Rakete'

Diese Typ-2-Aufgabe prüft die folgenden Grundkompetenzen ab: AG 2.1, FA 2.1, FA 4.3, AN 1.1, AN 1.3, AN 3.3 und AN 4.3 (BIFIE 2016b). Somit stellt sie eine Aufgabe aus den Bereichen der Algebra und Geometrie, der funktionalen Abhängigkeiten und der Analysis dar. Die wesentlichen Komponenten der Aufgabenstellung sind in der folgenden Abbildung ersichtlich (BIFIE 2016b).

Eine Saturn V hatte die Startmasse $m_0 = 2{,}9 \cdot 10^6$ kg. Innerhalb von 160 s nach dem Start wurden die $2{,}24 \cdot 10^6$ kg Treibstoff der ersten Stufe gleichmäßig verbrannt. Diese ersten 160 s werden als Brenndauer der ersten Stufe bezeichnet. Die Geschwindigkeit *v*(*t*) (in m/s) einer Saturn V kann *t* Sekunden nach dem Start während der Brenndauer der ersten Stufe näherungsweise durch die Funktion *v* mit

$$v(t) = 0{,}0000000283 \cdot t^5 - 0{,}00000734 \cdot t^4 + 0{,}000872 \cdot t^3 - 0{,}00275 \cdot t^2 + 2{,}27 \cdot t$$

beschrieben werden.

Abbildung 43 Aufgabe Saturn-V-Rakete - Teil 1

Die Aufgabenstellung, welche Technologieeinsatz erfordert und nun behandelt wird, lautet wie folgt (BIFIE 2016b):

a) Berechnen Sie die Beschleunigung einer Saturn V beim Start und am Ende der Brenndauer der ersten Stufe!

Geben Sie an, ob die Beschleunigung der Rakete nach der halben Brenndauer der ersten Stufe kleiner oder größer als die mittlere Beschleunigung (= mittlere Änderungsrate der Geschwindigkeit) während der ersten 160 Sekunden des Flugs ist! Begründen Sie Ihre Antwort anhand des Graphen der Geschwindigkeitsfunktion!

b) Berechnen Sie die Länge des Weges, den eine Saturn V 160 s nach dem Start zurückgelegt hat!

Abbildung 44 Aufgabe Saturn-V-Rakete - Teil 2

Lösen mit GeoGebra: Im ersten Schritt wird in der Eingabezeile der Algebra-Ansicht die Funktion $v(t)$ laut Angabe definiert, um anschließend mit Hilfe des Befehls Ableitung[ ] die Ableitungsfunktion $a(t)$ von $v(t)$ zu definieren. Anschließend wird die CAS-Ansicht gestartet, um die Funktionswerte der Beschleunigungsfunktion $a(t)$ an den Stellen 0 und 160 berechnen zu können. Der Graph der Geschwindigkeitsfunktion wurde bereits automatisch erstellt und ist in der Grafik-Ansicht zu sehen. Zur Beantwortung der Frage in a) legt man eine Gerade durch die Punkte $(0|v(0))$ und $(160|v(160))$, um anschließend die zur Gerade parallele Tangente an die Funktion $v(t)$ zu legen. Dies lässt sich durch Benutzung der Werkzeuge ‚Gerade' und ‚Parallele Gerade' der Grafik-Ansicht problemlos erledigen. Die Stelle des zugehörigen Berührpunktes liegt rechts von $t = 80$, somit folgt aus der Linkskrümmung der Geschwindigkeitsfunktion, dass die Beschleunigung nach 80 Sekunden kleiner als die mittlere Beschleunigung im Intervall $[0; 160]$ ist.

Zum Lösen der Aufgabe b) muss das Integral $\int_0^{160} v(t)\, dt$ berechnet werden, dies wird mit dem Befehl Integral[ ] umgesetzt.

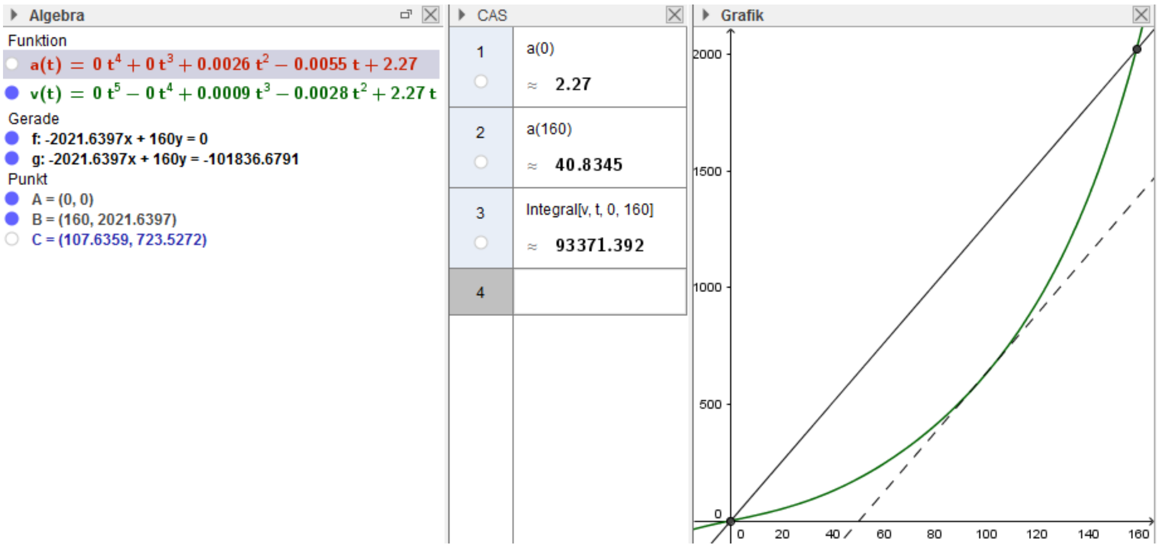


Abbildung 45 Saturn-V-Rakete - GeoGebra

<u>Lösen mit TI-Nspire:</u> Zunächst wird eine neue Calculator-Seite erstellt. Die Funktion $v(t)$ wird laut Angabe definiert, jedoch ist es wichtig, diese $f1(x)$ zu nennen und somit durch die Variable x zu definieren, da der TI-Nspire diese sonst nicht grafisch darstellen kann. Mit der Tastenkombination menu→4→1 wird die Ableitungsfunktion $a(x)$ definiert und anschließend werden ihre Funktionswerte an den Stellen 0 und 160 berechnet. Zur Beantwortung der Frage in a) geht man inhaltlich analog vor wie bei GeoGebra. Um den Graph der Geschwindigkeitsfunktion erstellen zu können, muss eine neue Graphs-Seite erstellt werden. Hier wird nun die Funktion $f1(x)$ ausgewählt, um sie grafisch darzustellen. Da das kleine Display nicht viel Spielraum bietet, müssen im ersten Schritt die Koordinatenachsen angepasst werden, um sinnvoll mit der Grafik arbeiten zu können. Zu dieser Einstellung gelangt man mit der Tastenkombination menu→4→1. Das Erstellen der benötigten Punkte und Geraden wird durch das Zusammenarbeiten von Graphs und Geometry realisiert, indem die Tastenkombinationen menu→8→1→1 beziehungsweise 4 benutzt werden, das Erstellen der Tangente wird mit menu→8→4→2 ermöglicht. Zum Lösen der Aufgabe b) wechselt man wieder zur Calculator-Seite und berechnet mit Hilfe der Tastenkombination menu→4→3 das gewünschte Integral.

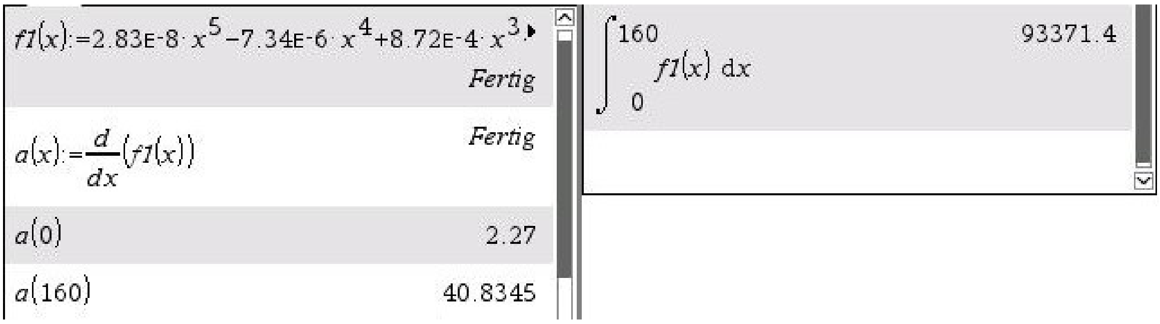


Abbildung 46 Saturn-V-Rakete - TI-Nspire 1

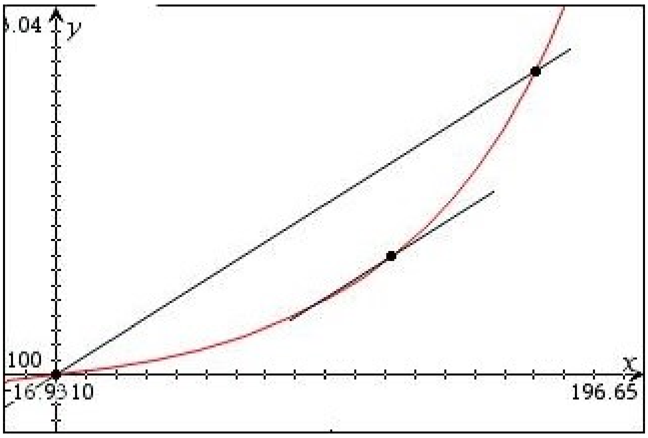


Abbildung 47 Saturn-V-Rakete - TI-Nspire 2

<u>Fazit:</u> Das Lösen dieser Aufgabe ist sowohl mit GeoGebra als auch dem TI-Nspire möglich, jedoch ist man bei der Verwendung von Letzterem klar im Nachteil. Betrachtet man die CAS-Aspekte beim Lösen dieser Aufgabenstellung, befinden sich die beiden Technologien auf Augenhöhe; lediglich anzumerken ist, dass der TI-Nspire bei der Definition der Funktion genauer arbeitet. Vorteilhaft ist die Durchführung des Grafikteils dieser Aufgabe mittels GeoGebra. Die Definition der Funktion kann direkt aus der Angabe übernommen werden, da GeoGebra beim Plotten von Funktionen nicht an jene, welche durch die Variable x definiert sind, gebunden ist. Der Schritt des Umdenkens und Umbenennens der Funktion und der Variable, zu dem man beim Arbeiten mit dem TI-Nspire gezwungen ist, kann für Schülerinnen und Schüler zu Fehlerquellen führen, die somit bei GeoGebra nicht auftauchen würden. Weiters ist man beim TI-Nspire auf ein sehr kleines Display beschränkt und die Anpassung der Achsen und des Fensters im Allgemeinen können einige Minuten Arbeitszeit beanspruchen, während bei GeoGebra dieser Vorgang sehr viel schneller und präziser mit Hilfe der Maus durchgeführt werden kann. Zusätzlich stellt das zur Gerade parallele Legen der Tangente an die Funktion eine weitere Herausforderung dar, da man aufgrund

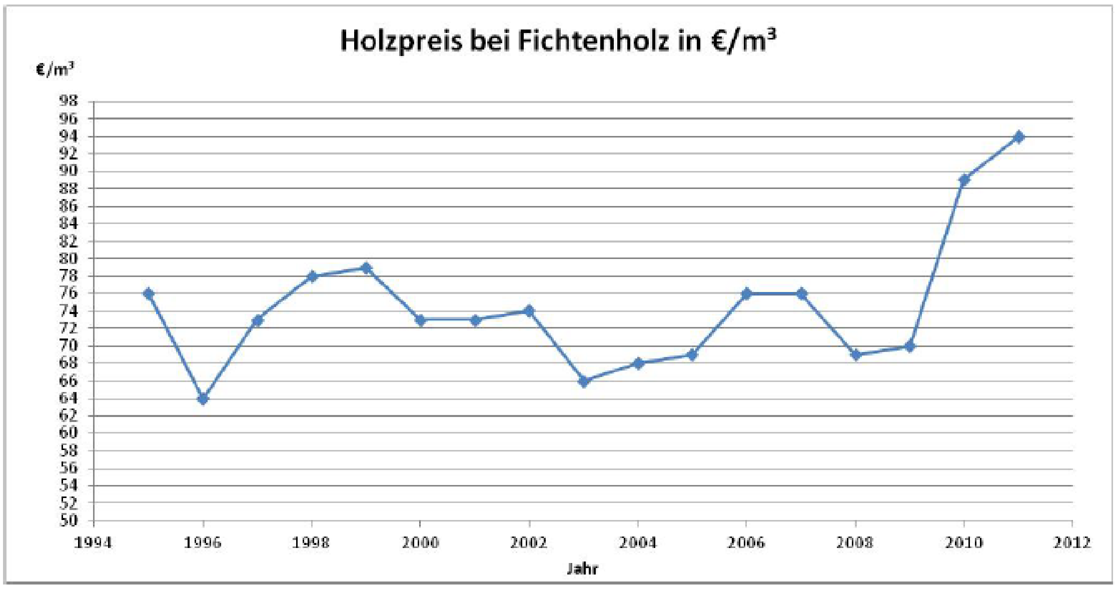
der kleinen Benutzeroberfläche den Berührungspunkt nicht genau finden kann. Dies stellt bei GeoGebra kein Problem dar, da hier beim Bewegen der Gerade der Berührungspunkt an die Funktion vorgeschlagen wird.

5.1.3 Aufgabe ‚Waldbewirtschaftung'

Diese Typ-2-Aufgabe prüft die folgenden Grundkompetenzen ab: AG 2.1, FA 4.1, FA 4.3, FA 5.1, FA 5.6, AN 1.1, AN 1.4, WS 1.3 (BIFIE 2016c). Somit stellt sie eine Aufgabe aus den Bereichen der Algebra und Geometrie, der funktionalen Abhängigkeiten, der Analysis und der Wahrscheinlichkeit und Statistik dar. Die wesentlichen Komponenten der Aufgabenstellung sind in der folgenden Abbildung ersichtlich (BIFIE 2016c).

Der Holzbestand eines durchschnittlichen Fichtenwaldes in Österreich beträgt 350 m³ pro Hektar Waldfläche. Pro Jahr ist mit einem durchschnittlichen Zuwachs von 3,3 % zu rechnen. Bei einer nachhaltigen Bewirtschaftung, wie sie in Österreich vorgeschrieben ist, soll der Holzbestand des Waldes gleich bleiben oder leicht zunehmen.

Der nachstehenden Grafik kann die Entwicklung des Holzpreises bei Fichtenholz im Zeitraum von 1995 bis 2011 entnommen werden.



Datenquelle: http://bfw.ac.at/db/bfwcms2.web?dok=9430 [21.06.2016].

Abbildung 48 Aufgabe Waldbewirtschaftung - Teil 1

Die Aufgabenstellung, welche Technologieeinsatz erfordert und nun behandelt wird, lautet wie folgt (BIFIE 2016c):

b)	Der Holzbestand eines 20 ha großen Fichtenwaldes wird in einem Zeitraum von 15 Jahren jährlich jeweils am Ende des Jahres (nachdem der jährliche Zuwachs abgeschlossen ist) um 10 m³ pro Hektar (also um 200 m³) verringert. Ermitteln Sie den Holzbestand des Fichtenwaldes nach Ablauf von 15 Jahren!
c)	Ermitteln Sie für den Zeitraum 2003 bis 2011 die empirische Standardabweichung des Holzpreises entsprechend der Formel $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}$! Dabei werden mit x_i die Beobachtungswerte und mit $\overline{x}$ das arithmetische Mittel der Beobachtungswerte bezeichnet. Lesen Sie die dazu notwendigen Daten aus der Grafik ab!

Abbildung 49 Aufgabe Waldbewirtschaftung - Teil 2

Lösen mit GeoGebra: Zunächst wird die Tabellen-Ansicht gestartet und die restlichen Ansichten deaktiviert, da diese nicht benötigt werden. Für Aufgabe b) wird eine Liste von 0 bis 15 für den entsprechenden Zeitraum erstellt, der Holzbestand im Anfangsjahr beträgt $20 \cdot 350 = 7000m^3$. Für das folgende Jahr gibt man nun eine Formel, welche den durchschnittlichen Zuwachs und die Verringerung des Holzbestandes am Ende des Jahres berücksichtigt, ein, diese lautet $(B2 \cdot 1{,}033) - 200$. Diese Formel kann nun für die restlichen Jahre übernommen werden, indem das Quadrat im rechten, unteren Eck der Zelle gezogen wird. Für Aufgabe c) wird der Holzpreis für die Jahre 2003 bis 2011 von der Grafik abgelesen und in eine entsprechende Liste eingetragen. Anschließend wird mit Hilfe des Befehls Mittelwert[ ] gleichnamiger berechnet, um die empirische Standardabweichung durch Einsetzen in die entsprechende Formel der Angabe bestimmen zu können. Hier ist bei der Berechnung wichtig, mit Hilfe des $-Zeichens die Zelle des Mittelwerts mit einem absoluten Zellbezug zu versehen, um eine korrekte Übernahme der Formel für die folgenden Zellen zu garantieren.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Jahr1	Holzbestand...	Jahr2	Preis	(X-Mittelwert)^2		
2	0	7000	2003	66	85.0494	n	9
3	1	7031	2004	68	52.1605	mittel	75.2222
4	2	7063.023	2005	69	38.716	standardab	9.9093
5	3	7096.1028	2006	76	0.6049		
6	4	7130.2742	2007	76	0.6049		
7	5	7165.5732	2008	69	38.716		
8	6	7202.0371	2009	70	27.2716		
9	7	7239.7043	2010	89	189.8272		
10	8	7278.6146	2011	94	352.6049		
11	9	7318.8089		Summe	785.5556		
12	10	7360.3296					
13	11	7403.2204					
14	12	7447.5267					
15	13	7493.2951					
16	14	7540.5738					
17	15	7589.4128					

Abbildung 50 Waldbewirtschaftung - GeoGebra

<u>Lösen mit TI-Nspire:</u> Zunächst wird eine neue Lists & Spreadsheet-Seite erstellt. Man geht analog zur Lösung mit GeoGebra vor: um die Formel für die folgenden Jahre zu übernehmen, bewegt man mit Hilfe des Touchpads den Zeiger des Handhelds zur rechten, unteren Ecke der betreffenden Zelle und wählt das erschienene Kreuz durch ein kurzes Halten des Touchpads aus. Nun kann über die gewünschten Zellen gezogen werden. Bei Aufgabe c) geht man ebenfalls analog zur Lösung mit GeoGebra vor. Der TI-Nspire gibt den Mittelwert, welchen man mit dem Befehl mean( ) berechnen kann, automatisch in Bruchschreibweise aus. Ist eine numerische Lösung gewünscht, so muss die eingegebene Formel in den Befehl approx( ) geschrieben werden. Ebenso ist wieder auf die Verwendung eines absoluten Zellbezugs zu achten.

	A jahr	B holzbestand	C
=			
12	11	7403.22	
13	12	7447.53	
14	13	7493.3	
15	14	7540.57	
16	15	7589.41	

B16 $=b15\cdot 1.033-200$

	E preis	F	G	H
=				
1	76	n	9	
2	64	mittel	75.2222	
3	73	stand	9.90931	
4	78			

G3 $=\sqrt{\frac{1}{8}\cdot g18}$

Abbildung 51 Waldbewirtschaftung - TI-Nspire[9]

[9] Aus Platzgründen sind nur die Bereiche mit den gesuchten Ergebnissen dargestellt.

Fazit: Sowohl GeoGebra als auch der TI-Nspire eignen sich zum Lösen dieser Aufgabe. Die Funktionsweise der Tabellenkalkulation der beiden Technologien ist sehr ähnlich, wenn nicht sogar ident, da sie beide an jene von gewohnten Anwendungen wie Microsoft Excel oder OpenOffice Calc angelehnt sind. Auffallend ist jedoch, dass die implementierten Befehle des Handhelds nur in englischer Sprache zur Verfügung stehen, dies könnte für Schülerinnen und Schüler, zumindest anfangs, ein Problem darstellen. Aus Sicht der Benutzerfreundlichkeit und Handhabung ist GeoGebra im Vorteil, da es damit möglich ist, die gesamte Tabelle auf einen Blick zu sehen und sich einfach mit der Maus oder Tastatur zwischen verschiedenen Zellen zu bewegen. Das Display des Handhelds ist dafür schlicht zu klein und zwingt die Benutzerin oder den Benutzer, regelmäßig zwischen verschiedenen Zellen mit dem, auch vergleichsweise kleinen, Touchpad zu navigieren. Dies wiederum erschwert es, einen Überblick über die eingegebenen Daten zu behalten. Um die Handhabung etwas zu erleichtern, empfiehlt es sich, mit Hilfe der Tastenkombination ctrl+G das ‚Gehe zu'-Fenster zu öffnen, um durch direkte Eingabe zu einer gewünschten Zelle navigieren zu können.

Im Anschluss wird eine weitere Aufgabe des BIFIE, welche dem Aufgabenpool für die BHS entnommen wurde, genauer behandelt. Diese ist mit der Angabe „Technologieeinsatz erforderlich" im Hinblick auf die zentrale Reifeprüfung versehen.

5.1.4 Aufgabe ‚Größe von Mädchen'

Diese Teil-B-Aufgabe stellt eine Aufgabe aus den Bereichen der funktionalen Zusammenhänge und der Stochastik dar. Die wesentlichen Komponenten der Aufgabenstellung sind in der folgenden Abbildung ersichtlich (BIFIE 2016d).

In der nachstehenden Tabelle ist angegeben, wie groß Mädchen eines bestimmten Alters durchschnittlich sind.

Alter (in Jahren)	durchschnittliche Körpergröße (in Zentimetern)
0	51,5
1	74,0
2	85,4
3	95,4
4	102,8
5	109,5
6	115,3

Abbildung 52 Aufgabe Größe von Mädchen - Teil 1

Die Aufgabenstellung, welche Technologieeinsatz erfordert und nun behandelt wird, lautet wie folgt (BIFIE 2016d):

c) In der nachstehenden Tabelle sehen Sie, wie schwer Mädchen eines bestimmten Alters durchschnittlich sind.

Alter (in Jahren)	durchschnittliche Masse (in Kilogramm)
1	9,3
2	12,2
3	14,5
4	16,6
5	19,0
6	21,0

– Berechnen Sie den Korrelationskoeffizienten für den linearen Zusammenhang zwischen durchschnittlicher Körpergröße und durchschnittlicher Masse.

Abbildung 53 Aufgabe Größe von Mädchen - Teil 2

<u>Lösen mit GeoGebra:</u> Zunächst wird die Tabellen-Ansicht gestartet und die Grafik-Ansicht ausgeblendet, da diese nicht benötigt wird. In die Tabelle werden nun die benötigten Daten zur durchschnittlichen Körpergröße und Masse aus der Angabe eingetragen. Um den Korrelationskoeffizienten berechnen zu können, muss aus diesen Daten eine Liste von Punkten erstellt werden, dafür werden die folgenden Schritte durchgeführt: Betreffende Zellen markieren→Rechtsklick→Erzeugen→Liste von Punkten. Anschließend wird mit Hilfe des Befehls KorrelationsKoeffizient[ ] der gefragte Wert berechnet.

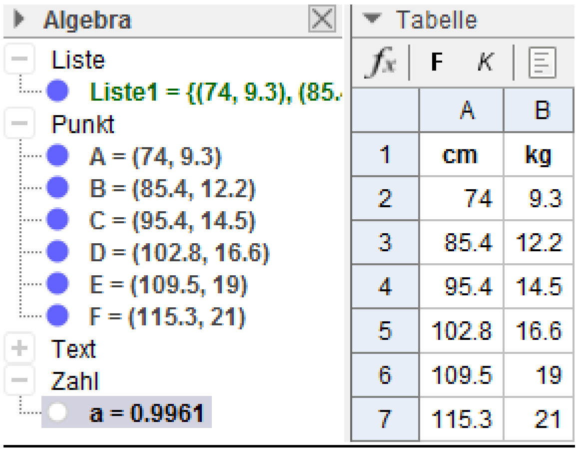


Abbildung 54 Größe von Mädchen - GeoGebra

Lösen mit TI-Nspire: Zunächst wird eine neue Lists & Spreadsheet-Seite erstellt. Die benötigten Daten zur durchschnittlichen Körpergröße und Masse werden aus der Angabe abgelesen und in die Tabelle eingetragen. Man gelangt zur Analyse der beiden eingegebenen Spalten mit Hilfe der Tastenkombination menu→4→1→2. Dies öffnet ein Fenster, in welches die Namen der zwei Spalten eingetragen werden müssen. Nach Bestätigung dieses Fensters berechnet der TI-Nspire eine Vielzahl an statistischen Werten in Bezug auf die vorhandenen Daten, worunter sich auch der Korrelationskoeffizient befindet. Dieser kann nun abgelesen werden.

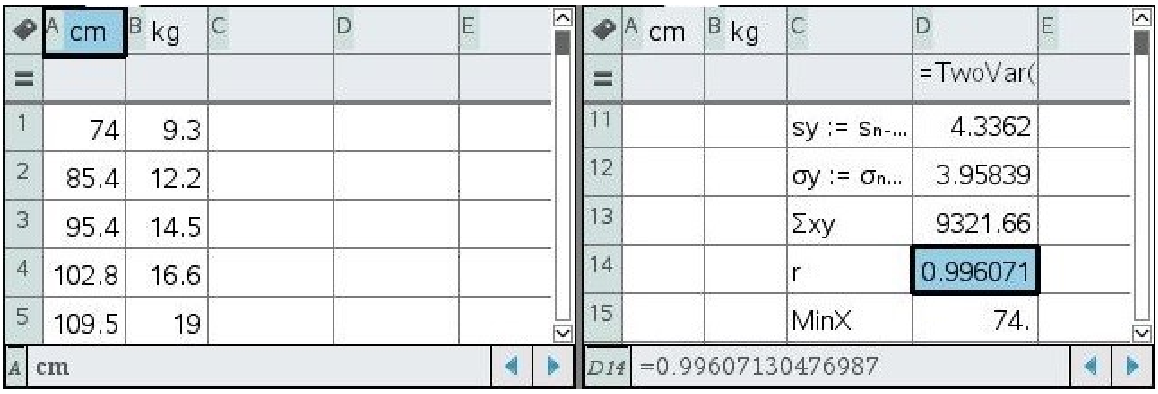


Abbildung 55 Größe von Mädchen - TI-Nspire[10]

Fazit: Sowohl GeoGebra als auch der TI-Nspire sind zum Lösen dieser Aufgabe gut geeignet. Die Eingabe der notwendigen Daten erfolgt mit beiden Technologien analog, jedoch ist die Vorgehensweise bei der Berechnung des Korrelationskoeffizienten unterschiedlich. Mit GeoGebra kommt durch die Erstellung einer Liste von Punkten ein kleiner Zwischenschritt hinzu. Dieser sollte

[10] Aus Platzgründen ist nur der Bereich mit dem gesuchten Ergebnis dargestellt.

jedoch, sobald diese Verfahrensweise klar ist, kein Problem darstellen und ist sehr schnell durchgeführt. Der TI-Nspire hingegen berechnet eine Reihe von statistischen Werten anstatt eines gezielten Wertes. Der gesuchte Wert lässt sich aber durch eine kurze Navigation zur betreffenden Zelle schnell ablesen. Wichtig ist an dieser Stelle zu wissen, dass die Variable r für den Korrelationskoeffizienten steht. Zusammenfassend lässt sich also sagen, dass sich zum Lösen dieser Aufgabe beide Technologien auf Augenhöhe befinden.

5.2 Aufgaben von anderen Quellen

Im vorigen Kapitel wurden Aufgaben behandelt, welche vom BIFIE speziell für den Einsatz von Technologie modelliert wurden. Im weiteren Verlauf werden nun auch Aufgaben von anderen Herausgeberinnen und Herausgebern betrachtet, welche womöglich nicht unbedingt für den Einsatz elektronischer Hilfsmittel erstellt wurden, aber gut dazu verwendet werden können, die Minimalanforderungen[11] an diese praktisch zu untersuchen. Zur Erinnerung werden diese hier noch einmal wiederholt:

> Die Minimalanforderungen an elektronische Hilfsmittel sind grundlegende Funktionen zur Darstellung von Funktionsgraphen, zum numerischen Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen, zur Ermittlung von Ableitungs- bzw. Stammfunktionen, zur numerischen Integration sowie zur Unterstützung bei Methoden und Verfahren in der Stochastik (RIS 2016b: 10).

Ein Teil dieser Anforderungen wurde bereits in 5.1 behandelt, mit Hilfe der folgenden Aufgaben sollen die verbliebenen Anforderungen genauer betrachtet werden.

5.2.1 Aufgabe ‚Badewanne'

Diese Aufgabe wurde der Schulbuchreihe „Lösungswege" (Freiler et al. 2015: 26) für die neunte Schulstufe entnommen und wird dort als Typ-2-Aufgabe eingestuft. Sie stellt eine kurze Aufgabe zum numerischen Lösen von Gleichungssystemen dar. Die Aufgabenstellung lautet wie folgt:

[11] Siehe 2.2.1 ‚Rechtliche Bestimmungen und Ausschreibungen', S. 18

93. Eine Badewanne mit soll mit k Liter Badewasser (35 °C) gefüllt werden. Zur Verfügung steht heißes Wasser (95 °C) und kaltes Leitungswasser (15 °C). Mit Hilfe eines Massenvergleichs und eines Temperaturvergleichs können zwei lineare Gleichungen aufgestellt werden.

I: $x + y = k$ II: $15x + 95y = 35k$

a) Löse das lineare Gleichungssystem in Abhängigkeit von k und bestimme das Verhältnis von kaltem Wasser zu heißem Wasser.

Abbildung 56 Aufgabe Badewanne

<u>Lösen mit GeoGebra:</u> Zunächst wird die CAS-Ansicht gestartet und die restlichen Ansichten deaktiviert, da diese nicht benötigt werden. Zum Lösen von Gleichungssystemen verwendet man den Befehl Löse[ ]. Hier muss nun eine Liste von Gleichungen (in geschwungene Klammern geschrieben und Trennung durch Komma) und eine Liste von Variablen, nach denen das Gleichungssystem gelöst werden soll, eingegeben werden. Es ist wichtig, auf diese Syntax des Befehls zu achten, da GeoGebra die Eingabe sonst nicht richtig interpretieren kann.

CAS

1 Löse[{x+y=k,15x+95y=35k}, {x,y}]

$\rightarrow \left\{ \left\{ x = \frac{3}{4} k, y = \frac{1}{4} k \right\} \right\}$

Abbildung 57 Badewanne - GeoGebra

<u>Lösen mit TI-Nspire:</u> Zunächst wird eine neue Calculator-Seite erstellt. Zum Lösen von Gleichungssystemen nutzt man die Tastenkombination menu→3→7→2. Dies öffnet ein Fenster, in welches die Anzahl der Gleichungen eingegeben werden soll. Der TI-Nspire fügt bis zu einer Anzahl von drei Gleichungen automatisch die Variablennamen ein. Allerdings können sie auch manuell in die nächste Zeile eingegeben werden. Wird dies nun bestätigt, müssen nur noch die aus der Angabe gegebenen Gleichungen eingetippt werden.

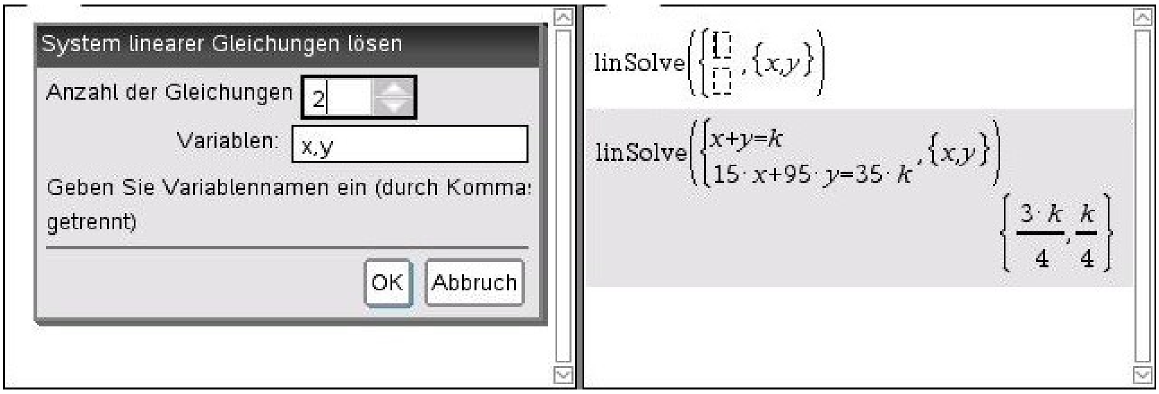


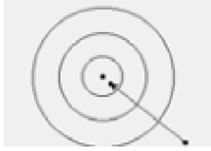
Abbildung 58 Badewanne - TI-Nspire

Fazit: Sowohl GeoGebra als auch der TI-Nspire sind zum Lösen dieser Aufgabe sehr gut geeignet. Beide Technologien arbeiten mit einem implementierten Befehl zum Lösen von Gleichungssystemen, es wäre jedoch mit GeoGebra (Steiner 2016: 61-62) sowie dem TI-Nspire (T³ Österreich 2016b: Gleichung 7) auch möglich dies manuell über das Additions-, Gleichsetzungs- oder Einsetzungsverfahren zu erledigen; das würde allerdings sehr viel mehr Zeit in Anspruch nehmen. Aus Gründen der Benutzerfreundlichkeit ist hier das Handheld zu bevorzugen, da durch das Eingeben der Anzahl von Gleichungen und Variablen im ersten Schritt bereits ein vorbereiteter Befehl erscheint, in welchen nur noch die gewünschten Gleichungen eingegeben werden müssen. Die Benutzerin oder der Benutzer muss nicht auf die Syntax des Befehls achten, da dies bereits vom Handheld erledigt wird. In GeoGebra muss der ganze Befehl händisch eingetippt werden, was eventuell zu Problemen führen kann, vor allem wenn man sich, wie bei dieser Aufgabe, in der neunten Schulstufe befindet und mit dem Umgang der Software vielleicht noch nicht ganz vertraut ist.

5.2.2 Aufgabe ‚Zielscheibe'

Diese Aufgabe wurde einer Materialsammlung für den Einsatz des TI-Nspire in der Stochastik (Langlotz et al. 2011: 35) entnommen und dient zur Festigung des technologiegestützten Umgangs mit Binomialverteilungen. Die Aufgabenstellung lautet wie folgt:

Zehn Pfeile werden auf eine Zielscheibe geworfen. Gezählt wird, wie viele Pfeile den innersten Kreis treffen.
Ein Spieler weiß aus Erfahrung, dass er den inneren Kreis mit einer Wahrscheinlichkeit von 35 % trifft.

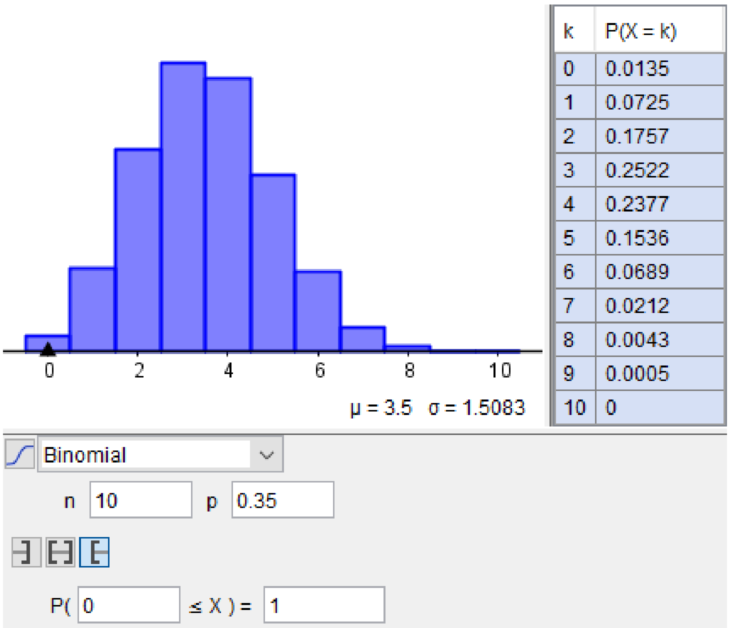


a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass er bei 10 Würfen genau 7mal trifft.
Begründen Sie, dass das Modell „Binomialverteilung" anwendbar ist.

b) Untersuchen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung für dieses Experiment.

Abbildung 59 Aufgabe Zielscheibe

<u>Lösen mit GeoGebra:</u> Zum Lösen dieser Aufgabe bietet sich der Wahrscheinlichkeitsrechner an, welcher über Ansicht→ Wahrscheinlichkeits-rechner gestartet wird. In das nun erschienene Fenster müssen die Art der Verteilung sowie die Anzahl der Versuche und die Erfolgswahrscheinlichkeit eingegeben werden. Die Auswertung der Wahrscheinlichkeiten, sowie die grafische Darstellung der Wahrscheinlichkeitsverteilung werden von GeoGebra anschließend automatisch durchgeführt. Rechts neben der Grafik lässt sich die Wahrscheinlichkeit für den Fall $k = 7$ in der Tabelle ablesen.



k	P(X = k)
0	0.0135
1	0.0725
2	0.1757
3	0.2522
4	0.2377
5	0.1536
6	0.0689
7	0.0212
8	0.0043
9	0.0005
10	0

Abbildung 60 Zielscheibe - GeoGebra

<u>Lösen mit TI-Nspire:</u> Zunächst wird eine neue Lists & Spreadsheet-Seite erstellt. In der ersten Spalte wird eine Liste von 0 bis 10 erstellt, mit dem Befehl binompdf( ) werden in der benachbarten Spalte die einzelnen Wahrscheinlichkeiten des Versuchs berechnet und das Ergebnis für den Fall $k = 7$ kann anschließend in der Tabelle abgelesen werden. Hier ist es für den

nächsten Schritt wichtig, beide Spalten mit einem Namen zu versehen. Für die grafische Darstellung der Binomialverteilung wird mit Hilfe der Tastenkombination menu→3→8 das Erstellen eines Ergebnisdiagramms veranlasst. Hierfür erscheint ein separates Fenster, in welches die Namen der eben erstellten Listen eingegeben werden. Der TI-Nspire stellt anschließend die Wahrscheinlichkeitsverteilung auf derselben oder auf einer neuen Seite grafisch dar.

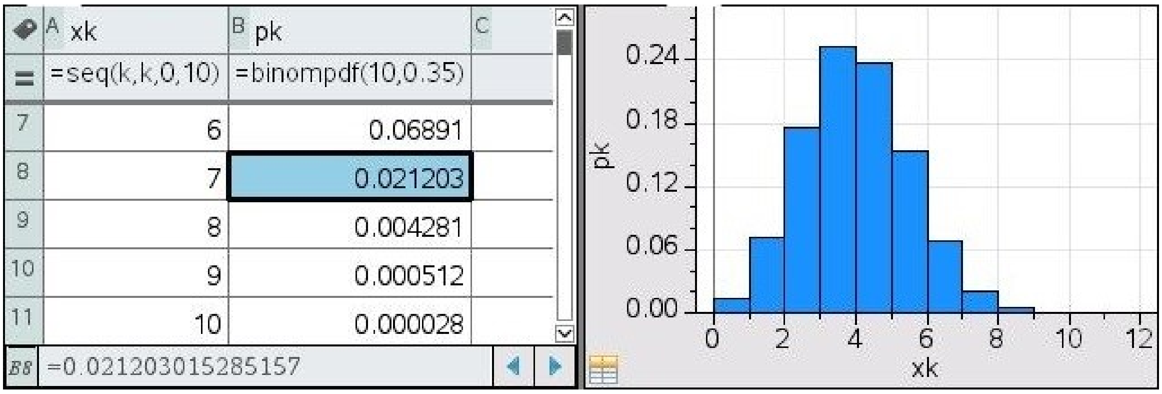


Abbildung 61 Zielscheibe - TI-Nspire

<u>Fazit:</u> Sowohl GeoGebra als auch der TI-Nspire eignen sich sehr gut zum Lösen dieser Aufgabe. Der in GeoGebra implementierte Wahrscheinlichkeitsrechner ist genau auf die Ausarbeitung von Aufgaben dieser Art ausgelegt und nimmt den Lernenden beinahe die gesamte Arbeit ab. Die Arbeitszeit ist durch die benutzerfreundliche Handhabung und durch die Eingabe von nur drei Werten minimal, das Erkennen und Ablesen des gewünschten Ergebnisses muss jedoch stets selbst erledigt werden. Mit dem TI-Nspire sind ein paar Handgriffe mehr notwendig, jedoch halten sich auch diese in Grenzen. Das Erstellen des Ergebnisdiagramms funktioniert einwandfrei und das Diagramm kann bezüglich der Qualität ohne Probleme mit dem von GeoGebra erstellten Diagramm mithalten. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass sich zum Lösen dieser Aufgabe beide Technologien auf Augenhöhe befinden.

5.2.3 Aufgabe ‚Stammfunktionen'

Diese Aufgabe wurde der Schulbuchreihe „Thema Mathematik“ (Brand et al. 2013: 21) für die zwölfte Schulstufe entnommen und wird dort als Typ-1-Aufgabe eingestuft. Sie stellt eine kurze Aufgabe zur Bestimmung und grafischen Darstellung von Stammfunktionen dar. Die Aufgabenstellung lautet wie folgt:

> **69** GK Gib alle Stammfunktionen von $f(x) = x - 2$ an und stelle drei davon grafisch dar.

Abbildung 62 Aufgabe Stammfunktionen

Lösen mit GeoGebra: Im ersten Schritt wird in der Algebra-Ansicht die Funktion $f(x) = x - 2$ definiert, anschließend wird die CAS-Ansicht gestartet, um mit dem Befehl Integral[ ] eine Stammfunktion der Funktion $f(x)$ zu berechnen. Diese wird nun kopiert um drei beliebige Werte für den Parameter c_1 einzusetzen und somit drei verschiedene Stammfunktionen erstellen zu können. Diese werden zeitgleich in der Grafik-Ansicht dargestellt.

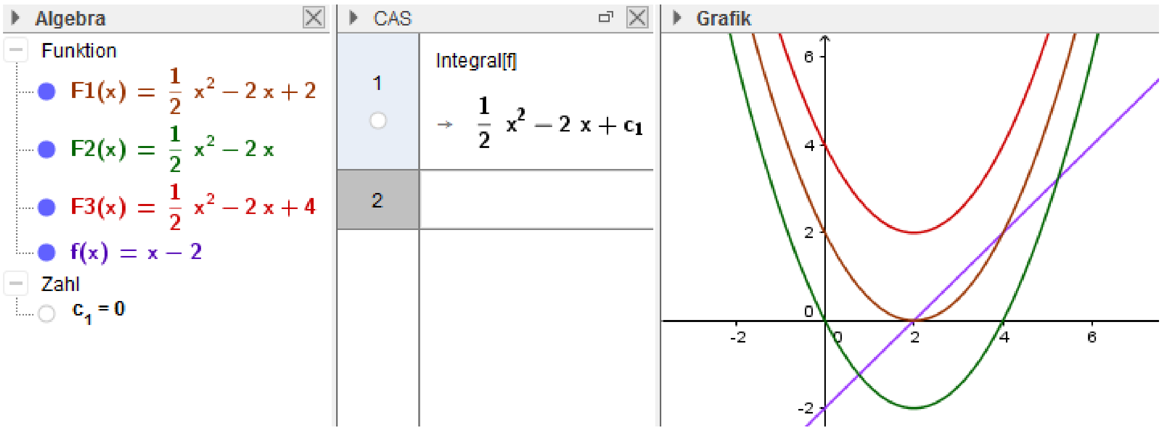


Abbildung 63 Stammfunktionen - GeoGebra

Lösen mit TI-Nspire: Zunächst wird eine Calculator-Seite erstellt, hier wird die Funktion $f1(x) = x - 2$ definiert. Mit Hilfe der Tastenkombination menu→4→3 wird eine Stammfunktion der Funktion $f(x)$ berechnet. Diese wird nun kopiert und es wird eine neue Graphs-Seite erstellt. Die Funktion $f1(x)$ lässt sich direkt auswählen, da sie bereits definiert wurde und für die drei gewählten Stammfunktionen können nacheinander beliebige Parameter eingefügt werden, um dem Graphen drei weitere Funktionen hinzuzufügen.

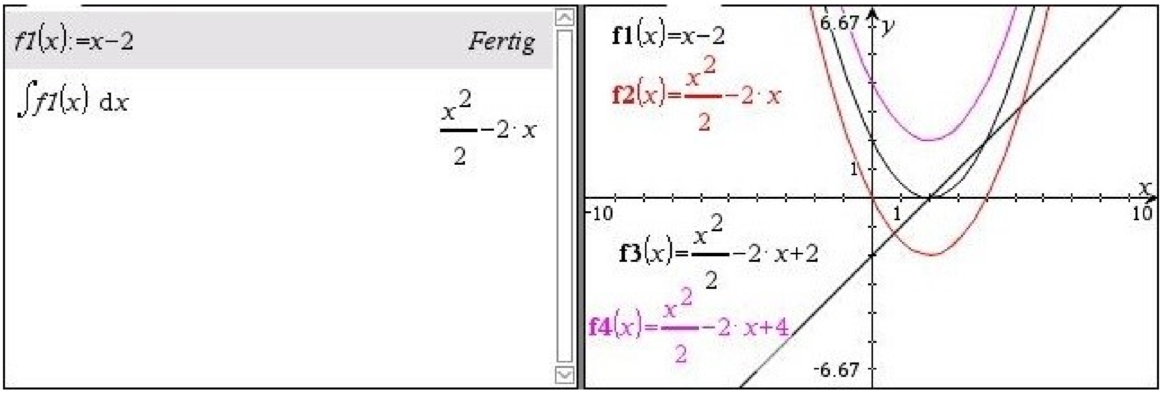


Abbildung 64 Stammfunktionen - TI-Nspire

<u>Fazit:</u> Das Lösen dieser Aufgabe ist sowohl mit GeoGebra als auch dem TI-Nspire möglich und die Technologien gehen bei der Ausführung sehr ähnlich vor. Das Definieren und Integrieren der gewünschten Funktion verläuft analog, jedoch fügt der TI-Nspire dem Ergebnis keine Konstante hinzu. Dies könnte die Schülerinnen und Schüler in dem Glauben lassen, dass es nur eine Stammfunktion gibt oder für Verwirrung sorgen, da die Aufgabenstellung die grafische Darstellung von drei Stammfunktionen verlangt. Der grafische Teil kann mit dem Handheld mit ein paar Handgriffen erledigt werden und stellt keine größere Hürde dar, jedoch ist man mit GeoGebra dank der dynamischen Zusammenarbeit der Algebra- und Grafik-Ansicht den Zeitaufwand und Schwierigkeitsgrad betreffend im Vorteil.

5.2.4 Aufgabe ‚SWS-Fall'

Diese Aufgabe wurde der Schulbuchreihe „Mathematik Verstehen Technologietraining" (Ableitinger et al. 2014: 40) für die neunte Schulstufe entnommen und dient zur Festigung der technologiegestützten Konstruktion von geometrischen Figuren. Die Aufgabenstellung lautet wie folgt:

Von einem Dreieck kennt man $b = 3,\ c = 5,\ \alpha = 55°$. Bestimme die fehlende Seitenlänge a sowie die fehlenden Winkel β und γ und konstruiere das Dreieck mit GeoGebra!

<u>Lösen mit GeoGebra:</u> Im ersten Schritt wird mit Hilfe des Werkzeugs ‚Strecke mit fester Länge' die Seite c gezeichnet, um anschließend mit dem Werkzeug ‚Winkel mit fester Größe' einen Punkt im gegebenen Winkel α zur Seite c zu konstruieren. Hierfür wird nach der Auswahl des Werkzeugs auf den Punkt B und A geklickt und im erschienenen Fenster der gewünschte Wert eingegeben und

‚Gegen den Uhrzeigersinn' ausgewählt. Durch den so entstandenen Punkt und den Punkt A wird ein Strahl eingezeichnet, um anschließend mit Hilfe des Werkzeugs ‚Kreis mit Mittelpunkt und Radius' die Seite b abschlagen zu können. Den fehlenden Eckpunkt C erhält man, indem der soeben konstruierte Kreis mit dem zuvor eingezeichneten Strahl geschnitten wird. Abschließend werden die Seiten des Dreiecks mit dem Werkzeug ‚Strecke' eingezeichnet und die fehlenden Winkel mit dem gleichnamigen Werkzeug gemessen. Die Abmessungen sind in der Algebra-Ansicht ersichtlich und können zusätzlich in der Grafik-Ansicht eingeblendet werden.

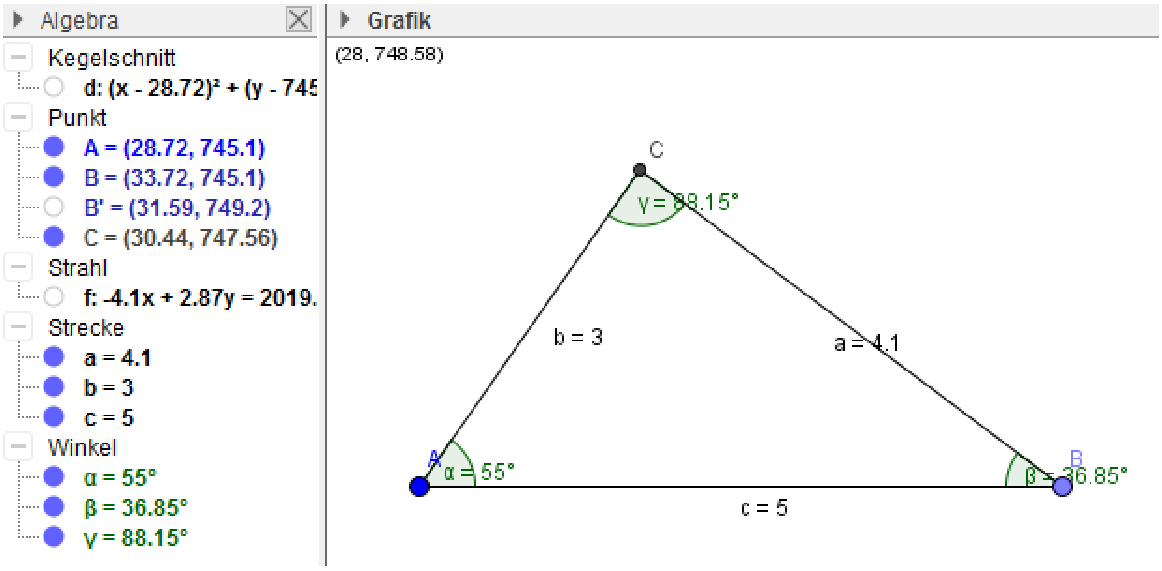


Abbildung 65 SWS-Fall - GeoGebra

<u>Lösen mit TI-Nspire:</u> Zunächst wird eine Graphs-Seite erstellt. Hier ist gleich anzumerken, dass eigentlich die Applikation Geometry für das Lösen von Aufgaben dieser Art vorgesehen ist, jedoch stellt es sich mit dieser als unmöglich heraus, eine Strecke mit der Länge von exakt 5 cm zu zeichnen (es ist nur das Festlegen von einer Länge von 4,93 cm oder 5,03 cm realisierbar). Aufgrund dessen muss auf das Arbeiten in einem Koordinatensystem zurückgegriffen werden, um genauere Längen einzeichnen zu können. Im ersten Schritt werden mit Hilfe der Tastenkombination menu→8→1→2 zwei Punkte im Abstand von 5 Einheiten zueinander auf der x-Achse eingezeichnet und durch diese mit menu→8→1→5 die Seite c festgelegt. Im nächsten Schritt soll mit menu→8→3→4 ein Punkt in 55° zur Seite c konstruiert werden, um anschließend durch diesen einen Strahl legen zu können. Es stellt sich jedoch als unmöglich heraus, das Touchpad so zu bewegen, dass ein Winkel von exakt 55° entsteht

(es ist nur das Festlegen von 54,9° oder 55,1° möglich). Das Bearbeiten der Aufgabe wird an dieser Stelle abgebrochen.

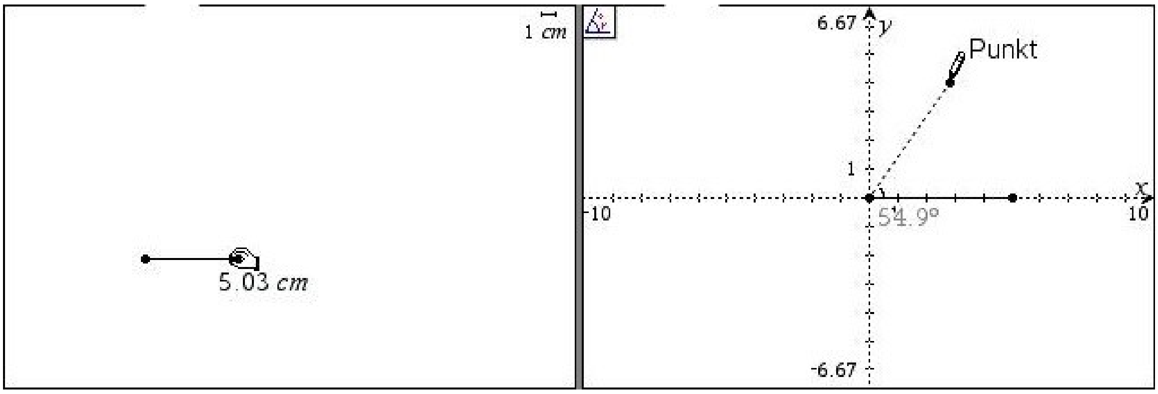
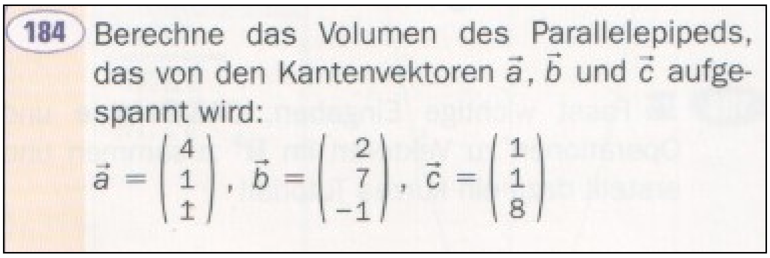


Abbildung 66 SWS-Fall - TI-Nspire

Fazit: Für das (exakte) Lösen dieser Aufgabe eignet sich GeoGebra sehr gut, da für alle Konstruktionsschritte die passenden Werkzeuge implementiert sind und diese auch einfach zu handhaben sind. Besonders positiv auffallend ist die Tatsache, dass für die Konstruktion diverser geometrischer Elemente oft mehrere Möglichkeiten zur Verfügung stehen (beispielsweise die Erstellung eines Kreises mit seinem Mittelpunkt durch einen anderen Punkt oder mit einem gewählten Radius). Die dynamische Zusammenarbeit der Algebra- und Grafik-Ansicht stellt sich als sehr hilfreich heraus, da die Maße der konstruierten Elemente direkt abzulesen sind. Im Gegensatz zu GeoGebra erweist sich der TI-Nspire für das Lösen dieser Aufgabe als ungeeignet. Prinzipiell würden die Werkzeuge, welche zum Konstruieren des Dreiecks benötigt werden, zur Verfügung stehen. Allerdings arbeiten diese nicht exakt genug und machen es somit unmöglich die notwendigen Elemente mit den gegebenen Werten aus der Angabe genau zu konstruieren. Dies stellt jedoch den elementaren Teil dieser Aufgabenstellung dar und somit lässt sich zusammenfassend sagen, dass es ausgeschlossen ist diese Aufgabe mit dem TI-Nspire exakt zu lösen.

5.2.5 Aufgabe ‚Parallelepiped'

Diese Aufgabe wurde der Schulbuchreihe „Thema Mathematik, Mathematik mit GeoGebra" (Brand et al. 2011: 37) für die achte und neunte Schulstufe entnommen. Sie stellt eine kurze Aufgabe zum Rechnen mit Vektoren dar. Die Aufgabenstellung lautet wie folgt:



184 Berechne das Volumen des Parallelepipeds, das von den Kantenvektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ aufgespannt wird:

$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix}$

Abbildung 67 Aufgabe Parallelepiped

<u>Lösen mit GeoGebra:</u> Zunächst wird die CAS-Ansicht gestartet und die restlichen Ansichten ausgeblendet, da diese nicht benötigt werden. Um mit den Vektoren arbeiten zu können, müssen sie zuerst nacheinander mit Hilfe von geschwungenen Klammern definiert werden. Das Volumen des Parallelepipeds kann durch Einsetzen in die Formel $V = \left|\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})\right|$ berechnet werden, wobei für den Betrag der Befehl abs( ) und für das Kreuzprodukt der Befehl Kreuzprodukt[ ] verwendet wird.

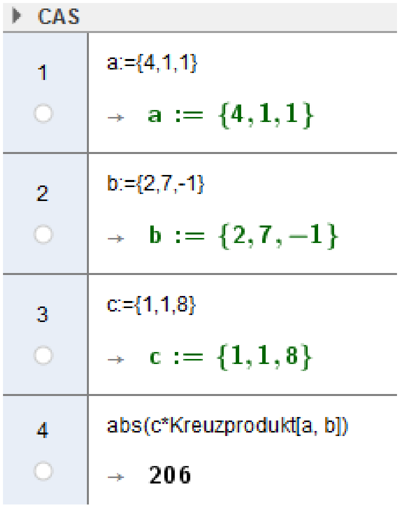


Abbildung 68 Parallelepiped - GeoGebra

<u>Lösen mit TI-Nspire:</u> Zunächst wird eine Calculator-Seite erstellt, in welcher ebenso zunächst die Vektoren aus der Angabe definiert werden müssen. Dafür wird mit Hilfe der Tastenkombination ctrl+(eine 1x1 Matrix erstellt, um anschließend mit der Zeilenumbruchstaste zwei weitere Zeilen hinzuzufügen. In diesen vorgefertigten Vektor können nun die Werte aus der Angabe eingegeben werden. Das Volumen des Parallelepipeds wird mit der gleichen Formel wie in der Lösung mit GeoGebra berechnet, wobei der Betrag mit dem Befehl abs( ), das Skalarprodukt mit menu→7→C→3 oder dem Befehl dotP( ) und das Kreuzprodukt mit menu→7→C→2 oder dem Befehl crossP( ) berechnet wird.

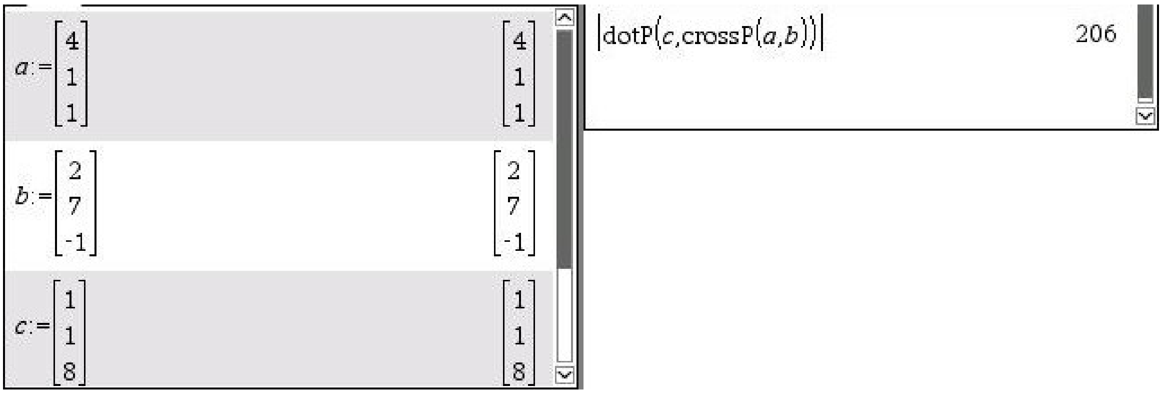


Abbildung 69 Parallelepiped - TI-Nspire

<u>Fazit:</u> Das Lösen dieser Aufgabe ist sowohl mit GeoGebra als auch dem TI-Nspire möglich und die Technologien gehen bei der Ausführung nahezu ident vor. Die Berechnung des Volumens stellt für beide Technologien kein Problem dar und ist in kürzester Zeit erledigt. Dies gilt auch für die Definition der Vektoren, jedoch fällt auf, dass diese in GeoGebra wie Listen eingegeben werden und anschließend auch in dieser Form ausgegeben werden. Der TI-Nspire hingegen ermöglicht die Eingabe der Vektoren bereits in mathematischer Standardschreibweise und zeigt die anschließend definierten Vektoren auch in der gewohnten Matrixform an. Diese benutzerfreundliche Handhabung befürwortet den TI-Nspire, da dadurch den Schülerinnen und Schülern das Eintippen und das Lesen beziehungsweise Kontrollieren der Eingabe um einiges leichter fällt.

5.2.6 Aufgabe ‚Flächenberechnung‘

Diese Aufgabe wurde einer Materialsammlung für den Einsatz des TI-Nspire (Bitsch et al. 2010: 114) entnommen und dient zur Festigung des technologiegestützten Umgangs mit Flächenberechnungen in der Integralrechnung. Da in der Aufgabe ‚Saturn-V-Rakete‘[12] bereits mit der exakten Berechnung von Integralen gearbeitet wurde, befasst sich diese Ausarbeitung mit der näherungsweisen Bestimmung der Flächen anhand eines Graphen. Die Aufgabenstellung lautet wie folgt:

---

[12] Siehe 5.1.2 ‚Aufgabe ‚Saturn-V-Rakete‘‘, S. 71

Aufgabe
Bestimme den Inhalt der Fläche zwischen dem Graphen von f mit $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2$ und den Geraden

a) $x = -6$ und $x = -4$
b) $x = -6$ und $x = 6$

Abbildung 70 Aufgabe Flächenberechnung

<u>Lösen mit GeoGebra:</u> Im ersten Schritt wird die Funktion $f(x) = \frac{1}{4}\,x^2 - 2$ definiert, welche automatisch grafisch dargestellt wird, um anschließend für Aufgabe a) mit Hilfe des Befehls Integral[ ] das Integral mit der unteren Grenze -6 und der oberen Grenze -4 zu berechnen. Für Aufgabe b) müssen zunächst die Nullstellen, also die Schnittstellen der Funktion $f(x)$ mit der x-Achse, bestimmt werden, da ein Teil des Graphen unterhalb der x-Achse verläuft. Dies wird mit dem Werkzeug ‚Schneide' oder ‚Nullstellen' durchgeführt, welches die benötigten Schnittpunkte A und B liefert. Nun können jeweils mit Hilfe des Befehls Integral[ ] die drei Teilflächen separat bestimmt werden, um in Summe das Integral im Intervall $[-6,\ 6]$ berechnen zu können.

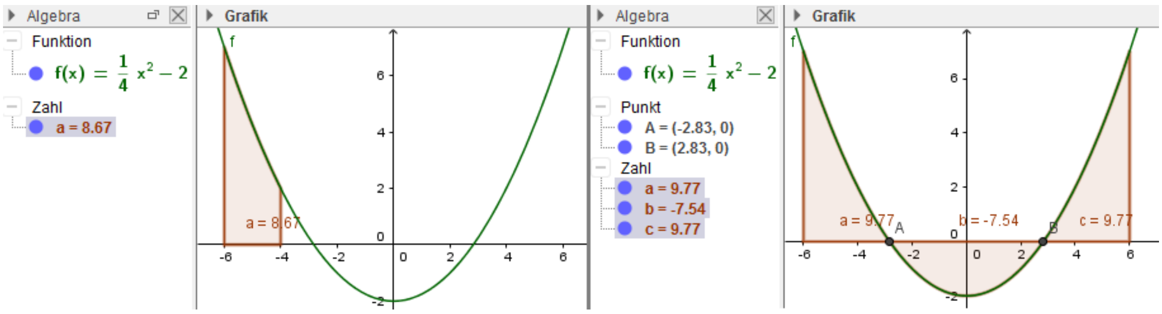


Abbildung 71 Flächenberechnung - GeoGebra

<u>Lösen mit TI-Nspire:</u> Zunächst wird eine Graphs-Seite erstellt und die Funktion $f(x) = \frac{1}{4}\,x^2 - 2$ eingegeben, diese wird somit grafisch dargestellt. Für Aufgabe a) wird mit Hilfe der Tastenkombination menu→6→7 das Werkzeug zur Berechnung von Integralen ausgewählt. Hier wird nun die Eingabe der unteren und oberen Schranke verlangt. Dafür wird der Mauszeiger zur Hilfe genommen, um die Stellen -6 und -4 auswählen zu können. Für Aufgabe b) werden ebenso, wie zuvor mit GeoGebra aufgrund des Verlaufs der Funktion, drei Teilflächen separat berechnet, um in Summe das Integral im Intervall $[-6,\ 6]$ berechnen zu können. Dafür wird erneut menu→6→7 aufgerufen und zunächst die erste untere Schranke ausgewählt. Bewegt man nun den Mauszeiger entlang der x-Achse, stellt der TI-Nspire automatisch die Nullstelle der Funktion $f(x)$ als nächste

Schranke zur Auswahl, sobald man sich in der Nähe dieser befindet, und erspart der Benutzerin oder dem Benutzer somit die separate Berechnung der Nullstelle. Die Berechnung der restlichen zwei Teilflächen verläuft analog.

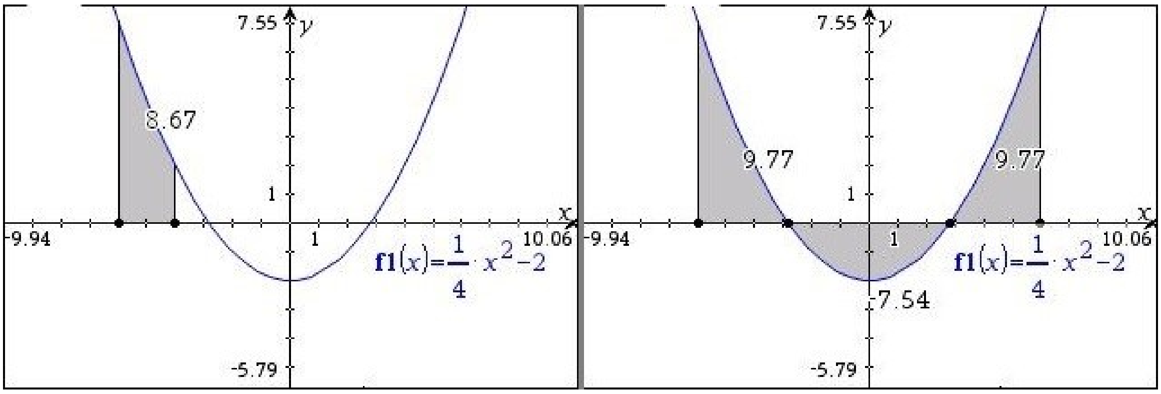


Abbildung 72 Flächenberechnung - TI-Nspire

Fazit: Sowohl GeoGebra als auch der TI-Nspire eignen sich sehr gut zum Lösen dieser Aufgabe. Die beiden Technologien gehen bei der Ausführung aus der Perspektive der Handhabung zwar methodisch unterschiedlich vor, jedoch gelangen sie beide letzten Endes zum gleichen Ergebnis. GeoGebra stellt die Funktion und die berechneten Integrale grafisch dar, allerdings findet keine direkte Arbeit an dem Graphen der Funktion statt, da die Benutzerin oder der Benutzer die Berechnung des Integrals durch die Eingabe eines Befehls durchführt. Der TI-Nspire hingegen lässt alle Schritte direkt am Graphen der Funktion durchführen, indem die untere und obere Schranke im Gegensatz zu GeoGebra direkt am Graph ausgewählt werden. Dies stellt bei der Ausarbeitung der Aufgabe a) noch keinen besonders auffallenden Unterschied dar, bei Aufgabe b) hingegen schon. Mit GeoGebra müssen aufgrund des Verlaufs des Graphen unterhalb der x-Achse zunächst die Nullstellen der Funktion berechnet werden, um die notwendigen Schranken der Integrale bestimmen zu können. Mit dem TI-Nspire erspart man sich diesen Schritt, da durch die Arbeit am Graphen selbst und dem damit verbundenen Vorschlag der Nullstellen diese direkt ausgewählt werden können. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass sich zum Lösen dieser Aufgabe beide Technologien auf Augenhöhe befinden. Es könnte allerdings sein, dass vor allem Schülerinnen und Schülern des visuellen Typs die Handhabung mit dem TI-Nspire leichter fällt, da das direkte Arbeiten am Graphen einen sehr viel stärkeren visuellen Aspekt besitzt.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Es gibt zum jetzigen Zeitpunkt in Österreich keine eindeutig erkennbare Tendenz hinsichtlich der Auswahl einer geeigneten Technologie für die zentrale Reifeprüfung im Unterrichtsfach Mathematik. Es kann davon ausgegangen werden, dass GeoGebra und der TI-Nspire CX CAS zu den meistgewählten beziehungsweise beliebtesten Technologien in den AHS in Österreich zählen, jedoch gibt es keine klare Antwort darauf, welche Technologie die besser geeignete Wahl ist. Die Ergebnisse dieser Arbeit bestätigen diese Tatsache.

Ein Punkt, in dem womöglich die Mehrheit zustimmt, stellt den klaren Vorteil von GeoGebra bezüglich der Arbeit mit geometrischen 2D- oder 3D-Grafiken dar. Der offensichtliche Grund dafür ist die um ein Vielfaches größere Benutzeroberfläche der Software, mit der das kleine Display des Handhelds schlicht nicht mithalten kann. Diese Benutzeroberfläche gestattet ein schnelleres, einfacheres und auch genaueres Arbeiten als der TI-Nspire. Besonders bemerkbar machte sich dies bei der Ausarbeitung der Aufgaben 5.1.2 ‚Saturn-V-Rakete' und 5.2.4 ‚SWS-Fall'.

Abgesehen von dem Aspekt der Benutzeroberflächengröße, befinden sich, für den Gebrauch in der AHS, beide Technologien bezüglich des Arbeitens mit der Tabellenkalkulation beziehungsweise Stochastik bezogenen Aufgaben auf Augenhöhe. Die Handhabung der Tabellenkalkulation ist bei GeoGebra und dem Handheld nahezu ident, ebenso ist es mit beiden Technologien auf ähnliche Art und Weise möglich, stochastische Daten grafisch darzustellen. Dies ist anhand der Ausarbeitungen der Aufgaben 5.1.3 ‚Waldbewirtschaftung', 5.1.4. ‚Größe von Mädchen' und 5.2.2 ‚Zielscheibe' gut ersichtlich.

Den dritten, und letzten, wichtigen Punkt stellt das Computeralgebrasystem der beiden Technologien dar. Bezüglich dieses Punktes ist der TI-Nspire klar im Vorteil, da hier diverse Terme oder Funktionen bereits in mathematischer Standardschreibweise eingegeben werden und vorhandene Vorlagen für eine gute und benutzerfreundliche Handhabung sorgen. Dies ist bei der Ausarbeitung der Aufgaben 5.1.1 ‚Aufnahme einer Substanz ins Blut', 5.2.1 ‚Badewanne' und 5.2.5 ‚Parallelepiped' gut zu sehen.

Diese Schwäche des CAS von GeoGebra wurde bereits von Kranawetter (2015: 82) kritisiert:

> Die Entwickler von Geogebra haben sich sehr viel Mühe gegeben, damit die Schüler auf eine schulnahe Notation zurückgreifen können. Doch sobald die Terme immer mehr verschachtelt werden, wird die Eingabe zusätzlich erschwert.

Neben den inhaltlichen und mathematischen Aspekten darf der organisatorische Faktor nicht außer Acht gelassen werden. Hier kommen mehrere Fragen, welche bereits am Ende des zweiten Kapitels erläutert wurden, auf. Bezüglich der Kostenfrage ist natürlich GeoGebra klar im Vorteil, jedoch ist der Einsatz dieser Software eventuell mit mehr organisatorischen Herausforderungen konfrontiert, wie zum Beispiel die Verfügbarkeit des EDV-Saals zu ermöglichen, wenn keine Geräte im Klassenraum zur Verfügung stehen.

All diese Faktoren müssen bei der Wahl einer Technologie berücksichtigt werden, doch letzten Endes bleibt diese Entscheidung den Schulen überlassen und muss entsprechend der eigenen, individuellen Umstände und Bedürfnisse getroffen werden.

Zu Beginn dieser Diplomarbeit wurde auf ein Zitat von Hans-Christian Reichel verwiesen, um zu zeigen, dass bereits Ende des 20. Jahrhunderts die wachsende Rolle des Computereinsatzes im Mathematikunterricht erkannt wurde. Zum Abschluss dieser Arbeit soll den Leserinnen und Lesern folgendes Zitat mit auf den Weg gegeben werden:

So in the end it wasn't Gödel, it wasn't Turing, and it wasn't my results that are making mathematics go into an experimental mathematics direction, in a quasi-empirical direction. The reason that mathematicians are changing their working habits is the computer. I think it’s an excellent joke!

(Chaitin 2007: 97)

7 Literaturverzeichnis

Ableitinger, Christoph; Dorner, Christian; Embacher, Franz; Ulovec, Andreas. 2014. *Mathematik Verstehen Technologietraining 5*. Wien: öbv-Verlag.

Bitsch, Gerhard; Jacoby-Schäfer, Heike; Kölle, Michael; Schwarz, Markus. 2010. *Unterrichtsmaterialien zum CAS Einsatz, Schülerarbeitsblätter von Klasse 7-12*. http://www.ti-unterrichtsmaterialien.net/imgserv.php?id=Unterricht_mit_CAS_BaW%FC.pdf/ (28. Aug. 2016)

Brand, Clemens; Dorfmayr, Anita; Lechner, Josef; Mistlbacher, August; Nussbaumer, Alfred. 2011. *Thema Mathematik, Mathematik mit GeoGebra 5/6*. Linz: Veritas-Verlag.

Brand, Clemens; Dorfmayr, Anita; Lechner, Josef; Mistlbacher, August; Nussbaumer, Alfred. 2013. *Thema Mathematik 8*. Linz: Veritas-Verlag.

Brode, Marc. 2013. *Press-to-Test bei TI-Nspire.* http://www.ti-unterrichtsmaterialien.net/imgserv.php?id=Brode_213.pdf/ (27. Juli 2016)

Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens. 2011. *Praxishandbuch Mathematik AHS Oberstufe. Teil 1*. Graz: Leykam.

Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens. 2013a. *Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik*. https://www.bifie.at/system/files/dl/srdp_ma_konzept_2013-03-11.pdf (2. Juni 2016)

Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens. 2013b. *Praxishandbuch Mathematik AHS Oberstufe. Teil 2*. https://www.bifie.at/system/files/dl/srdp_ma_praxishandbuch_mathematik_teil2_2013-12-23.pdf (16. Juni 2016)

Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens. 2015a. *Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik*. https://www.bifie.at/system/files/dl/srdp_ma_konzept_neuauflage_2018_2015-10-19.pdf (2. Juni 2016)

Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens. 2015b. *Mathematische Grundkompetenzen im gemeinsamen Kern, gültig ab den Matura-Prüfungsterminen 2017/18*. https://www.bifie.at/system/files/dl/srdp_am_kompetenzen_2018_teil_a%20 2015-11-13_0.pdf (1. Juli 2016)

Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens. 2016a. *Aufgabenpool Mathematik (AHS), Aufnahme einer Substanz ins Blut*. https://aufgabenpool.bifie.at/srp_ahs/download.php?qid=500&file=Aufnahme_einer_Substanz_ins_Blut.pdf/ (11. Aug. 2016)

Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens. 2016b. *Aufgabenpool Mathematik (AHS), Saturn-V-Rakete.* https://aufgabenpool.bifie.at/srp_ahs/download.php?qid=499&file=Saturn-V-Rakete.pdf/ (14. Aug. 2016)

Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens. 2016c. *Aufgabenpool Mathematik (AHS), Waldbewirtschaftung.* https://aufgabenpool.bifie.at/srp_ahs/download.php?qid=501&file=Waldbewirtschaftung.pdf/ (14. Aug. 2016)

Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation & Entwicklung des österreichischen Schulwesens. 2016d. *Aufgabenpool Angewandte Mathematik (BHS), Größe von Mädchen*. https://aufgabenpool.bifie.at/bhs/download.php?qid=672&file=Groesse_von_Maedchen_*.pdf/ (28. Aug. 2016)

Bundesministerium für Bildung und Frauen. 2016. *Standardisierte kompetenzorientierte Reifeprüfung an AHS*. https://www.bmbf.gv.at/schulen/unterricht/ba/reifepruefung.html (2. Juni 2016)

Chaitin, Gregory J. 2007. *Thinking about Godel and Turing: Essays on Complexity, 1970-2007*. Singapore: World Scientific Publishing

Creative Commons Corporation. 2016. *CC BY-SA 3.0*. https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/ (13. Juli 2016)

Dorner, Christian. 2014. *Einsatzmöglichkeiten für GeoGebra in der 5. Klasse AHS*. Schriftenreihe der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft, Heft 47. http://www.oemg.ac.at/DK/Didaktikhefte/2014%20Band%2047/VortragDorner.pdf (8. Juni 2016)

digita. 2004. *Förderpreis GeoGebra*. https://www.digita.de/2004/foerder.htm (6. Juli 2016)

Freiler, Philipp; Marsik, Julia; Olf, Markus; Schmid-Zartner, Rainer; Wittberger Markus. 2015. *Lösungswege Mathematik Oberstufe 5, Arbeitsheft*. Wien: Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG.

Geizhals Preisvergleich. 2016. *Texas Instruments TI-Nspire CX CAS*. https://gzhls.at/p/1090535.jpg/ (21. Juli 2016)

GeoGebra Translation Team German. 2015. *GeoGebra Material - Binomialverteilung.* https://www.geogebra.org/m/SFUTtgKs (8. Juli 2016)

GeoGebra Translation Team German. 2016. *Was ist der GeoGebra Prüfungs-Modus?*. https://www.geogebra.org/m/dRuQyByI (13. Juli 2016)

GeoGebra Docu Team. 2015. *GeoGebra Groups*. https://www.geogebra.org/m/rQrbooeq/ (13. Juli 2016)

GeoGebra. 2016a. *Was ist GeoGebra?*. https://www.geogebra.org/about (6. Juli 2016)

GeoGebra. 2016b. *Werkzeugleiste*. http://www.geogebra.org/manual/de/Werkzeugleiste (6. Juli 2016)

GeoGebra. 2016c. *Eingabezeile*. http://www.geogebra.org/manual/de/Eingabezeile (6. Juli 2016)

GeoGebra. 2016d. *Werkzeuge*. http://www.geogebra.org/manual/de/Werkzeuge (6. Juli 2016)

GeoGebra. 2016e. *Grafik-Ansicht*. http://www.geogebra.org/manual/de/Grafik-Ansicht (8. Juli 2016)

GeoGebra. 2016f. *Algebra-Ansicht*. http://www.geogebra.org/manual/de/Algebra-Ansicht (7. Juli 2016)

GeoGebra. 2016g. *Tabellen-Ansicht*. http://www.geogebra.org/manual/de/Tabellen-Ansicht (8.Juli 2016)

GeoGebra. 2016h. *CAS-Ansicht*. http://www.geogebra.org/manual/de/CAS-Ansicht (12. Juli 2016)

GeoGebra. 2016i. *Wahrscheinlichkeitsrechner*. http://www.geogebra.org/manual/de/Wahrscheinlichkeitsrechner (8. Juli 2016)

GeoGebra. 2016j. *GeoGebra Desktop vs. Web und Tablet Apps.* https://www.geogebra.org/manual/de/GeoGebra_Desktop_vs._Web_und_Tablet_Apps (13. Juli 2016)

Hohenwarter, Markus. 2015. *GeoGebraExam – die neue Prüfungsumgebung*. http://community.geogebra.org/de/2015/03/geogebraexam-die-neue-pruefungsumgebung/ (13. Juli 2016)

Kranawetter, Werner. 2015. „Geogebra, Einsatz in der Sekundarstufe I". Diplomarbeit, Universität Wien.

Langlotz, Hubert; Zappe, Wilfried. 2011. *Beispiele zum Einsatz des TI-Nspire™ CAS in der Stochastik*. http://www.ti-unterrichtsmaterialien.net/imgserv.php?id=ti_cas_stochastik.pdf/ (19. Aug. 2016)

Lindner, Andreas. 2012. *GeoGebra Material - Zeitwert eines Autos*. https://www.geogebra.org/m/zrW9w3Xn (8. Juli 2016)

Lindner, Andreas. 2013. *GeoGebra Material – Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung*. https://www.geogebra.org/m/grG7ZMmX (11. Juli 2016)

Lindner, Andreas. 2014. *GeoGebra Material – Schnitt von 3 Ebenen*. https://www.geogebra.org/m/JT27Qh26 (11. Juli 2016)

Lindner, Andreas. 2015. *Dynamische Mathematik mit GeoGebra 3D*. Schriftenreihe der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft, Heft 48. http://www.oemg.ac.at/DK/Didaktikhefte/2015%20Band%2048/VortragLindner.pdf (9. Juli 2016)

Müller, Emil. 2016. „GeoGebra neu auch für Android-Smartphones". http://web2-unterricht.blogspot.co.at/2016/02/geogebra-neu-auch-fur-android.html (13. Juli 2016)

Müller, Thomas. 2014. *Analytische Geometrie im Raum visualisiert und technologiegestützt durch TI-Nspire*. Zeitschrift für innovativen Unterricht und Bildungsforschung, Ausgabe 1. http://journal.ph-noe.ac.at/index.php/resource/article/viewFile/138/142/ (26. Juli 2016)

Perfler, Gerald. 2014. *Verpflichtender Einsatz höherwertiger Technologie im Mathematikunterricht der Oberstufen*. http://tibs.at/content/verpflichtender-einsatz-h%C3%B6herwertiger-technologie-im-mathematikunterricht-der-oberstufen (22. Juni 2016)

Rechtsinformationssystem. 2016a. *Gesamte Rechtsvorschrift für Lehrpläne – allgemeinbildende höhere Schulen*. https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung/Bundesnormen/10008568/Lehrpl%C3%A4ne%20%E2%80%93%20allgemeinbildende%20h%C3%B6here%20Schulen%2c%20Fassung%20vom%2004.09.2016.pdf/ (4. Sept. 2016)

Rechtsinformationssystem. 2016b. *Gesamte Rechtsvorschrift für Prüfungsordnung AHS*. https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung/Bundesnormen/20007845/Pr%C3%BCfungsordnung%20AHS%2c%20Fassung%20vom%2004.09.2016.pdf/ (4. Sept. 2016)

Reichel, Hans-Christian. 1995. *Computereinsatz im Mathematikunterricht*. Mannheim, Leipzig, Wien, Zürich: BI-Wissenschaftsverlag

Söser, Kurt. 2014. „GeoGebra-Book“. http://www.kurtsoeser.at/2014/05/11/geogebra-book/ (13. Juli 2016)

Steiner, Bernhard. 2016. „Ein mathematischer überflüssiger Luxus? Verschiedene Einstiege in das Themenfeld der Linearen Gleichungssysteme im schulischen Kontext“. Diplomarbeit, Universität Wien.

T³ Österreich. 2016a. *Technologiematerialien 9./10. Schulstufe*. http://www.t3oesterreich.at/index.php?id=215/ (27. Juli 2016)

T³ Österreich. 2016b. *Technologiematerialien 9. Schulstufe, Gleichungen und Gleichungssysteme*. http://www.ti-unterrichtsmaterialien.net/imgserv.php?id=Kl6_Gleichungen.zip/ (16. Aug. 2016)

Texas Instruments. 2009. *Unterrichtsmaterialien für Mathematik und Naturwissenschaften*. http://www.ti-unterrichtsmaterialien.net/ (27. Juli 2016)

Texas Instruments. 2013. *TI Produkte und Services auf einen Blick.* http://bueroland.at/TI_Broschueren/TI_Produkte%20und%20Services_2013.pdf/ (20. Juli 2016)

Texas Instruments. 2015. Elterninformation. https://education.ti.com/de/schweiz/~/media/Education/sites/DEUTSCHLAND/downloads/pdf/TI%20Elterninformation_DACH_2015.pdf/ (20. Juli 2016)

Texas Instruments. 2016a. *TI-Nspire CX CAS Handheld*. https://education.ti.com/de/oesterreich/products/ti-nspire-technologie/ti-nspire-cx-cas/tabs/overview/ (20. Juli 2016)

Texas Instruments. 2016b. *Erste Schritte mit dem TI-Nspire™ CX/TI-Nspire™ CX CAS Handheld*. https://education.ti.com/download/de/DEUTSCHLAND/502A552F7D6E4756A75BD8482FEB0E26/C02F2082E46B4B36B0DE980A83FE0E1A/TI-Nspire_CX-HH_GettingStarted_DE.pdf/ (21. Juli 2016)

Texas Instruments. 2016c. *TI-Nspire CX Computer Software Lehrerausgabe Handbuch*. https://education.ti.com/download/de/SCHWEIZ/24989176C8C84B888EEBAD2C98A42858/273FD337A4C54CDCAB665D97C3BDA52C/TI-Nspire_CX_TS_Guidebook_DE.pdf/ (25. Juli 2016)

Texas Instruments. 2016d. *TI-Nspire™ Software für Schüler*. https://education.ti.com/de/deutschland/products/ti-nspire-technologie/ti-nspire-software/tabs/overview/ (27. Juli 2016)

Texas Instruments. 2016e. *TI-Nspire™ CAS Lehrer Software*. https://education.ti.com/de/deutschland/products/ti-nspire-technologie/ti-nspire-lehrer-software/tabs/overview/ (27. Juli 2016)

Texas Instruments. 2016f. *TI-Nspire™ CAS-App für iPad*. https://education.ti.com/de/deutschland/products/apps/ti-nspire-cas-app-for-ipad/tabs/overview#tab=overview/ (27. Juli 2016)

Texas Instruments. 2016g. *TI-Nspire™ CX Navigator™ System*. https://education.ti.com/de/deutschland/products/ti-nspire-technologie/ti-nspire-navigator-system/features/features-summary/ (27. Juli 2016)

Texas Instruments. 2016h. *Erste Schritte mit TI-Nspire™ Navigator™ Teacher Software*. https://education.ti.com/download/de/DEUTSCHLAND/88E93890243047818972583BF652D5D2/48BA7736E22C44B1AE598E08E637ED45/TI-Nspire_Navigator_Getting_Started_DE.pdf/ (27. Juli 2016)

Valenta, Roman. 2009. „Der Einsatz der dynamischen Geometrie-Software GeoGebra im Mathematikunterricht der AHS-Oberstufe“. Diplomarbeit, Universität Wien.

Wessenberg, Brigitte; Hofbauer, Peter; Metzger-Schuhäker, Heidi. 2014. *Kompetenz: Mathematik, Band 1 für Handelsakademien.* Wien: Hölder-Pichler-Tempsky GmbH.

Wendtner, Theresa. 2010. “Selbstgesteuertes Lernen im Mathematikunterricht am Beispiel Termrechnung”. Diplomarbeit, Universität Wien.

8 Abbildungsverzeichnis