



universität  
wien

# DIPLOMARBEIT / DIPLOMA THESIS

Titel der Diplomarbeit / Title of the Diploma Thesis

„Dyskalkulie im Mathematikunterricht. Vorschläge für  
Diagnose- und Fördermöglichkeiten bei  
rechenschwachen Kindern.“

verfasst von / submitted by

**Dominik Ihrybauer**

angestrebter akademischer Grad / in partial fulfilment of the requirements for the degree of

**Magister der Naturwissenschaften (Mag. rer. nat.)**

Wien, 2016 / Vienna 2016

Studienkennzahl lt. Studienblatt /  
degree programme code as it appears on  
the student record sheet:

A 190 406 456

Studienrichtung lt. Studienblatt /  
degree programme as it appears on  
the student record sheet:

Lehramtsstudium  
UW Mathematik  
UW Geographie und Wirtschaftskunde

Betreut von / Supervisor:

ao. Univ.-Prof. i.R. Mag. Dr. Günter Hanisch



# Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei all jenen bedanken, die mir während des Studiums und beim Verfassen dieser Diplomarbeit zur Seite gestanden sind.

Zuerst gebührt mein Dank Herrn ao. Univ.-Prof. i.R. Mag. Dr. Günter Hanisch, der meine Arbeit betreut und begutachtet hat. Vielen Dank für Ihre hilfreichen und inspirierenden Anregungen, sowie die konstruktive Kritik, wodurch eine rasche Fertigstellung dieser Arbeit möglich war.

Ein ganz besonderer Dank gilt meinen Eltern, die mich immer unterstützt und an mich geglaubt haben und mir somit ein Studium ermöglicht haben. Danke Mama, Papa, Marion und Michael.

Bedanken möchte ich mich bei meiner Familie, für ihre Unterstützung, Geduld, Liebe und Motivation, sowie ihren Stolz und ihr Verständnis.

Ein großes Dankeschön gebührt auch meinen besten Freunden und Freundinnen. Danke, dass ihr immer für mich da seid und stets ein offenes Ohr habt.

Herzlichen Dank auch meiner Freundin Melanie - du hast mich während des Verfassens der Diplomarbeit immer wieder motiviert. Danke für dein Verständnis und deine großartige Unterstützung.

Herzlich bedanken möchte ich mich auch bei meiner Studienkollegin Kathrin - du hast mich während des Studiums immer motiviert und meine Studienzeit mit wunderschönen Momenten gefüllt, an die ich mich immer gerne erinnere und für die ich äußerst dankbar bin.





## Inhaltsverzeichnis

<b>1. EINLEITUNG .....</b>	<b>7</b>
<b>2. DYSKALKULIE/RECHENSCHWÄCHE .....</b>	<b>9</b>
2.1 DEFINITION.....	9
2.2 EPIDEMIOLOGIE.....	11
2.3 TYPISCHE SYMPTOMATIK.....	11
2.4 KOGNITIVE DEFIZITE BEI DYSKALKULIE .....	12
2.4.1 Defizite in der kognitiven Repräsentation von Numerositäten .....	13
2.4.2 Defizite im Langzeitgedächtnis .....	14
2.4.3 Defizite im verbalen Arbeitsgedächtnis .....	14
2.4.4 Defizite in der visuell-räumlichen Verarbeitung.....	15
2.4.5 Defizite in der motorischen Verarbeitung.....	15
<b>3. ERWERB VON MATHEMATISCHEN KENNTNISSEN: ZENTRALE ASPEKTE UND MÖGLICHE SCHWIERIGKEITEN.....</b>	<b>17</b>
3.1 ZÄHLEN.....	17
3.1.1 Zählentwicklung.....	17
3.1.2 Schwierigkeiten beim Erwerb der Zählkompetenz.....	21
3.2 DEKADISCHES STELLENWERTSYSTEM .....	22
3.2.1 Bedeutung und verschiedene Veranschaulichungen .....	22
3.2.2 Mögliche Schwierigkeiten .....	24
3.3 ADDITION UND SUBTRAKTION .....	25
3.3.1 Bedeutung und Aufbau von Addition und Subtraktion .....	25
3.3.2 Schwierigkeiten beim Addieren und Subtrahieren.....	28
3.4 MULTIPLIKATION UND DIVISION .....	32
3.4.1 Bedeutung und Aufbau von Multiplikation und Division .....	32
3.4.2 Schwierigkeiten beim Multiplizieren und Dividieren.....	36
3.5 SCHÄTZEN, RUNDEN, ÜBERSCHLAG.....	37
3.5.1 Bedeutung und Erwerb .....	37
3.5.2 Schwierigkeiten beim Schätzen, Runden, Überschlag.....	37
<b>4. DIAGNOSTIK VON RECHENSCHWÄCHE.....</b>	<b>39</b>
4.1 FRÜHERKENNUNG VON DYSKALKULIE .....	39
4.2 ERKENNEN VON RECHENSTÖRUNGEN IN DER SCHULE .....	43
4.3 QUALITATIVE DIAGNOSTIK DER RECHENSCHWÄCHE. BEDEUTUNG DER DIFFERENZIIERTEN DIAGNOSTIK IM LERNPROZESS .....	49

4.4 UMSETZUNG EINER ENTWICKLUNGS- UND THEORIEGELEITETEN DIAGNOSTIK .....	51
4.5 DYSKALKULIE-TESTS IN DER SCHULE .....	53
4.5.1 Deutsche Mathematiktests – DEMAT .....	53
4.5.2 Eggenberger Rechentest - ERT.....	55
4.5.3 Heidelberger Rechentest – HRT .....	58
4.5.4 Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung – OTZ.....	58
4.5.5 Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern – ZAREKI.....	59
4.5.6 TEDI-MATH .....	60
<b>5. FÖRDERUNG UND HILFEN BEI DER RECHENSCHWÄCHE.....</b>	<b>63</b>
5.1 FÖRDERUNG MATHEMATISCHER GRUNDFERTIGKEITEN .....	63
5.2 SCHULISCHE FÖRDERUNG BEI RECHENSCHWÄCHE.....	67
5.3 PROGRAMME ZUR FÖRDERUNG RECHENSCHWACHER KINDER .....	70
5.3.1 Frühförderprogramme.....	70
5.3.2 Mathematikspezifisches, curricular orientiertes sonderpädagogisches Vorgehen.....	72
5.3.3 Mathematikspezifisches, arbeitsprozessorientiertes Vorgehen .....	73
5.3.4 Der Hamburger Zahl- und Rechenaufbau .....	75
5.3.5 Montessori Material .....	78
5.4 MISSERFOLGE VERMEIDEN – LERNERFOLG SICHERN .....	79
5.5 HILFEN FÜR BETROFFENE ELTERN – AUßERSCHULISCHE FÖRDERUNG .....	83
5.5.1 Integrative Lerntherapie .....	90
<b>6. ZUSAMMENFASSUNG .....</b>	<b>95</b>
<b>7. ABBILDUNGSVERZEICHNIS .....</b>	<b>97</b>
<b>8. LITERATURVERZEICHNIS .....</b>	<b>99</b>
<b>9. ANHANG.....</b>	<b>109</b>
9.1 ABSTRACT DEUTSCH.....	109
9.2 ABSTRACT ENGLISCH .....	110

## 1. Einleitung

*„Gegen Legasthenie, Dyskalkulie und andere Schreib-, Lese- oder Rechenprobleme gibt es kein Patentrezept. Nur eine individuelle Förderung bringt den gewünschten Erfolg. Verständnis, Geduld, Motivation, Lob und Anerkennung durch das Umfeld sind dabei unerlässlich!“*

*(Dr. Astrid KOPP-DULLER)*

Mit diesem Zitat möchte ich meine Diplomarbeit beginnen, da ich es für sehr treffend halte. In der folgenden Arbeit wird darauf eingegangen, was der Begriff Dyskalkulie eigentlich bedeutet und im Anschluss wird der Erwerb von mathematischen Kenntnissen behandelt. Dabei stehen die zentralen Aspekte und auftretenden Schwierigkeiten im Vordergrund. Anschließend möchte ich auf die Diagnostik bei einer Rechenschwäche eingehen und danach, den für mich sehr wichtigen Punkt, der Förderungen und Hilfen bei Dyskalkulie anführen. Dabei rückt das oben erwähnte Zitat in den Fokus, es gibt nämlich kein Patentrezept, sondern es sind nur Möglichkeiten, welche man anwenden könnte, ob diese auch tatsächlich eine Wirkung zeigen, zeigt sich immer erst bei der konkreten Durchführung. Abschließen möchte ich diese Arbeit mit einer Zusammenfassung der für mich wichtigsten Punkte.

Dyskalkulie ist ein in den letzten Jahren immer mehr an Bedeutung gewinnendes Thema. Den Begriff Legasthenie kennen weitaus mehr Menschen als den Begriff Dyskalkulie und viele Personen wissen gar nicht, dass sie eine Rechenschwäche haben. Ein Grund, warum ich mich für dieses Thema entschieden habe, ist, weil ich später vielleicht Menschen helfen könnte, die eine Rechenschwäche haben, oder diese aber nur erkennen und die betroffenen Personen darauf hinweisen kann.

Bis zum Sommersemester 2014 konnte ich mit dem Begriff Dyskalkulie nichts anfangen, ich hatte eigentlich noch nicht wirklich etwas davon mitbekommen. Im Pädagogikseminar zur Theorie und Praxis der Schulentwicklung hörte ich zum ersten Mal etwas zu diesem Thema. Innerhalb dieses Seminars beschäftigte ich mich mit diesem Thema und verfasste eine Seminararbeit darüber. Zu diesem Zeitpunkt war das Verfassen einer eigenen Diplomarbeit noch in weiter Ferne, doch im Zuge meiner Tätigkeit als Nachhilfelehrer beim Lernquadrat wurde ich ein weiteres Mal mit dem Thema Dyskalkulie konfrontiert. Ein Nachhilfeschüler von mir hatte eine Rechenschwäche, was mir aber erst nach Verfassen meiner Seminararbeit auffiel, da ich mich davor noch nie damit beschäftigt hatte. Ich wusste davor noch nicht, wie ich diesem Schüler helfen sollte. Ich hatte viele verschiedene Praktiken probiert, aber es gab keine Besserung hinsichtlich seiner Probleme.

In einer Nachhilfestunde nach dem Verfassen meiner Seminararbeit, kam ich auf den Gedanken, dass er Dyskalkulie haben könnte. In einem vertraulichen Gespräch mit der Standortleiterin erfuhr ich, dass der Schüler eine Rechenschwäche hat, er beziehungsweise seine Eltern aber möchten, dass dies niemand erfährt.

Für mich war dieses Erkennen, dass eine Rechenschwäche vorliegt, ein ausschlaggebender Punkt, dass ich mich noch einmal genauer mit dem Thema Dyskalkulie befassen möchte und daher habe ich mich dazu entschieden, dies als mein Diplomarbeitsthema zu wählen.

## 2. Dyskalkulie/Rechenschwäche

### 2.1 Definition

Als erstes stellt sich nun die Frage, was unter dem Begriff Dyskalkulie beziehungsweise Rechenschwäche verstanden wird. Eine allgemeine einheitliche Definition zu finden ist sehr schwierig, da die Autoren Dyskalkulie allesamt unterschiedlich beschreiben und die Begriffe Dyskalkulie, Rechenstörung, Rechenschwäche oder Arithmasthenie synonym verwendet werden, andere Autoren die Begriffe aber voneinander abgrenzen. (Vgl. LANDERL / KAUFMANN 2008, S.94)

Deswegen werden einige verschiedene Definitionen angeführt.

Die Begriff Rechenstörung wird im Internationalen Diagnostischen Manual der Weltgesundheitsorganisation folgendermaßen definiert:

„Diese Störung besteht in einer umschriebenen Beeinträchtigung von Rechenfertigkeiten, die nicht allein durch eine allgemeine Intelligenzminderung oder eine eindeutig unangemessene Beschulung erklärbar ist. Das Defizit betrifft vor allem die Beherrschung grundlegender Rechenfertigkeiten wie Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division, weniger die höheren mathematischen Fertigkeiten, die für Trigonometrie, Geometrie und Differential- sowie Integralrechnung benötigt werden.“ (ICD-10, DILLING / FREYBERGER 2001, S.267)

LANDERL und KAUFMANN erklären diese Definition, zeigen aber Unvollständigkeiten auf. „Zentral für diese Definition ist also eine unerwartete und eindeutige Beeinträchtigung der Entwicklung der Rechenleistungen. Diese Beeinträchtigung sollte üblicherweise bereits in den ersten Schuljahren auffällig werden, wenn der Erwerb der Grundrechenarten im Vordergrund steht. Bei Personen, die erst in den höheren Klassenstufen allfällige Schwierigkeiten im Schulfach Mathematik entwickeln, ist die Diagnose in den meisten Fällen nichtzutreffend. (...) Keine Berücksichtigung findet in der Definition, dass bereits die altersgemäße Beherrschung der Grundrechenarten das komplexe Zusammenwirken einer ganzen Reihe von mathematischen Teilfertigkeiten erfordert. Aus kognitionspsychologischer Sicht ist die Festmachung an Defiziten in den Grundrechenarten also nach wie vor unbefriedigend.“ (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 94)

Laut Duden versteht man unter Dyskalkulie „eine ausgeprägte Beeinträchtigung des mathematischen Denkens beziehungsweise der Rechenfertigkeiten.“ (ONLINE DUDEN)

WEHRMANN definiert Rechenschwäche als „eine Entwicklungsverzögerung resp. –störung im Bereich des Erlernens, Verstehens und Anwendens mathematischer Grundlagenkenntnisse. Sie

äußert sich in beständigen Minderleistungen im Lernstoff des arithmetischen Grundlagenbereiches (Mächtigkeitsverständnis, kardinaler Zahlbegriff, Grundrechenarten und Dezimalsystem), wobei die betroffenen Schüler mit ihrer subjektiven Logik in systematisierbarer Art und Weise Fehler machen, die auf begrifflichen Verinnerlichungsproblemen beruhen. Die Erscheinungsformen und der individuelle Ausprägungsgrad können sehr verschieden und vielfältig sein – eines haben die betroffenen Kinder und Jugendliche jedoch gemeinsam: Das Verständnis der grundlegenden Logik der Zahlen und der mathematischen Operationen ist bei ihnen nicht oder nur mangelhaft entwickelt. Diese Störungen beim Mathematiklernen sind für sich genommen keine Krankheit, bringen aber auf Grund der Bedeutung des Fachs für die Schule und den Alltag oft Krankheitsbilder im Sinne der sekundären Neurotisierung hervor.“ (WEHRMANN 2007, S. 333)

Es folgen noch weitere Definitionen von JOHNSON et MYKLEBUST, BÄCHTINGER und ORTNER.

„JOHNSON et MYKLEBUST (1971) definieren die Dyskalkulie als eine Lernbeeinträchtigung im Rechnen, die von einer Hirnleistungsschwäche herrührt.

BÄCHTIGER (1987) bezeichnet die Dyskalkulie als eine Teilleistungsstörung, der verschiedene Hirnfunktionsstörungen zugrunde liegen können.

ORTNER (1991) definiert die Dyskalkulie als eine Rechenschwäche, die gekennzeichnet ist durch anhaltende Schwierigkeiten im Erfassen rechnerischer Sachverhalte, im Umgang mit Zahlen und in der Bewältigung von Rechentechniken bei sonst durchschnittlicher bis überdurchschnittlicher Begabung und entsprechenden Leistungen.“ (zitiert nach EGERER 1995, S. 89)

Durch all diese verschiedenen Definitionen wird deutlich, dass Dyskalkulie nicht allgemein eindeutig definiert werden kann. All diese Definitionen haben ihre Richtigkeit, doch hinsichtlich dem Arbeiten mit Kindern, die eine Rechenschwäche besitzen, gibt es kein Patentrezept. Es ist wichtig, auf die einzelnen Kinder einzugehen.

## 2.2 Epidemiologie

Es gab epidemiologische Studien in den unterschiedlichen Ländern, wie zum Beispiel Deutschland, Großbritannien, Griechenland, USA, Indien und Israel, die durchaus überraschend gleiche Prävalenzraten zwischen 3 % und 8,4 % aufzeigten. Laut DSM-IV, dem Diagnosemanuel der American Psychiatric Association, ging man davon aus, dass Dyskalkulie nur 1 % der Weltbevölkerung betrafe. Doch laut den oben genannten Studien, kann man davon ausgehen, dass das Vorkommen von Dyskalkulie mit dem Vorkommen von Legasthenie vergleichbar ist.

Bemerkenswert zu erwähnen ist die Rate des Auftretens bei Mädchen und Jungen, die bei der Dyskalkulie in etwa gleich ist, im Gegensatz zu anderen Entwicklungsstörungen wie Legasthenie oder Aufmerksamkeitsdefizit-Hyperaktivitätsstörung (ADHS), wo die Jungen eine höhere Rate aufweisen.

Oftmals tritt Dyskalkulie nicht alleine auf, sondern steht in Verbindung mit Legasthenie oder ADHS, doch in wie vielen Fällen diese Kombination auftritt, geht in der Literatur nicht hervor. Die Autoren BADIAN, GROSS-TSUR, LEWIS und VON ASTER weisen in ihren Studien alle unterschiedliche Zahlen auf. Die Prozentsätze schwanken zwischen 17% und 70% der rechenschwachen Kinder, die auch eine Lese-Rechtschreibschwäche aufweisen. (Vgl. LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 98)

## 2.3 Typische Symptomatik

Es gibt eine Unterscheidung in primäre und sekundäre Symptome. Wenn wir zuerst die primären Symptome betrachten, „lässt sich erkennen, dass es keine spezifischen Fehler bei einer Rechenerwerbsschwäche gibt, also keine Fehler, die gute Rechner nicht auch manchmal machen würden. Das individuelle rechenschwache Kind weist im Verlauf der Volksschule eine Mischung der unten angeführten Symptome auf.“ (BMUKK, 2008, S.12)

Die Symptome lassen sich gliedern in frühe Defizite in den Zählfunktionen, Defizite im Transkodieren und Defizite im numerischen Faktenwissen.

Laut einer Studie von VON ASTER „haben Kinder, die in der 2. Schulstufe als rechenschwach diagnostiziert wurden, bereits im Kindergartenalter Defizite im Umgang mit Zahlen (Zählfunktionen, einfache Additionen und Subtraktionen).“ (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 102) Als Beispiele könnte man hier anführen, dass Kinder ein mangelndes Zahlgefühl haben. Darunter ist der zählende Umgang mit Zahlen gemeint. Weitere Beispiele wären das Wegzählen von einer höheren Zahl, Probleme beim Rückwärtszählen oder beim Benennen der Zahlennachbarn. (Vgl. BMUKK, 2008, S.12)

Zu den Defiziten im Transkodieren zählen die Probleme beim Stellenwertsystem. Als Beispiel wäre hier zu nennen, dass die Zahl 45 als vierundfünfzig gelesen wird. Doch dieses Problem tritt häufig auch bei Erwachsenen auf, zum Beispiel beim Aufschreiben einer Telefonnummer. (Vgl. LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 103, BMUKK, 2008, S.13)

Nun zu den Defiziten im numerischen Faktenwissen, dies ist „das am konsistentesten belegte Symptom bei Dyskalkulie.“ (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 105) Dabei handelt es sich um eine „Beeinträchtigung von Aufbau und Abruf des arithmetischen Faktenwissens.“ (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 105). Die rechenschwachen Kinder haben Probleme beim „Übergang vom zählenden Rechnen zum direkten Abruf von arithmetischen Fakten aus dem Gedächtnis.“ (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 105) Ein einfaches Beispiel hierfür wäre die Rechnung  $4+3=7$ . Wenn man in Zukunft diese Rechnung sieht, muss man nicht mehr rechnen, sondern assoziiert das Ergebnis mit der Rechnung. Und genau bei diesem Punkt treten bei Kindern mit Dyskalkulie die Probleme auf, sie rechnen immer neu und zusätzlich verrechnen sie sich oft, und dadurch wird es für sie nie möglich ein sogenanntes Bild dieser Rechnung abzuspeichern. (Vgl. LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 106, BMUKK, 2008, S.13)

Unter den sekundären Symptomen versteht man, dass die Schülerinnen und Schüler gerne in die Schule gehen und auch fleißig üben, aber keine Fortschritte bei der Rechenleistung erkennbar sind. Dadurch verzweifelt das Kind und versucht noch mehr zu üben, doch die Erfolge bleiben weiterhin aus und dadurch entsteht eine Abneigung gegen das Fach Mathematik und es kann sogar so weit gehen, dass Kinder mit körperlichen Symptomen die Abneigung gegen die Schule ausdrücken. (Vgl. BMWBK 2006, S. 10)

#### 2.4 Kognitive Defizite bei Dyskalkulie

Auf die Frage woher Kinder eine Dyskalkulie bekommen, gibt es zwei unterschiedliche Standpunkte. Auf der einen Seite steht das Defizit beim Verständnis von Numerositäten, dies ist bereits bei Babys feststellbar. „Defizite in dieser frühen Kompetenz ziehen im weiteren Verlauf der Entwicklung der Zahlenverarbeitung und der Rechenleistung Schwierigkeiten nach sich, die sich mit dem Anstieg der Anforderungen potenzieren. Die grundlegende Kapazität zum Verständnis von Numerositäten stellt also eine Art Startermechanismus oder kognitives Kernsystem dar, auf dem die weitere Entwicklung aufbaut. Dyskalkulie wird als eine Störung des Startermechanismus interpretiert.“ (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 108)

Auf der anderen Seite steht die „Rechenstörung als Folge von Defiziten der allgemeinen kognitiven Verarbeitung. Die Art des Rechenproblems hängt gemäß dieser Sichtweise davon ab,



welche Komponenten des kognitiven Systems beeinträchtigt sind.“ (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 109)

#### 2.4.1 Defizite in der kognitiven Repräsentation von Numerositäten

„Kinder sind von Geburt an mit gewissen Kompetenzen zur Verarbeitung von Mengen und Numerositäten ausgestattet.“ Der Erwerb des Zählens und die Rechenleistung baut auf diesem Prinzip auf. Diese „grundlegende Kompetenz ist der Ausgangspunkt für die Entwicklung eines auf Verarbeitung von Zahlen und Mengen spezialisierten neuronalen Netzwerks. Derartige spezialisierte Systeme bezeichnet die Kognitionspsychologie als kognitive Module. Ein besonderes Kennzeichen derartiger spezialisierter neurokognitiver Systeme ist, dass sie sich weitgehend unabhängig von der allgemeinen kognitiven Entwicklung ausbilden.“ (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 109)

Durch diese Störung des Startermechanismus haben die Kinder eine Dyskalkulie. Dadurch kommt es in weiterer Folge zu einem Verständnisproblem von Zahlen. Diese können nicht richtig eingeordnet werden. Anhand einer Studie untersuchten LANDERL und Kollegen die basisnumerische Verarbeitung von Kindern mit Dyskalkulie. Dabei ging es um Zahlengrößenvergleiche, Mengengrößenvergleiche, eine Zahlenstrahlaufgabe und um das Zusammenfassen von Mengen.

Beim Zahlengrößenvergleich sollten zwei einstellige Zahlen miteinander verglichen werden, einerseits am numerischen Wert, andererseits anhand der physischen Größe, wo der numerische Wert nicht von Bedeutung war, sprich die 7 konnte kleiner dargestellt werden als die 5. Es sollte so schnell wie möglich jeweils die größere Zahl ausgewählt werden. Dabei gab es kaum Fehler, auch rechenschwache Kinder konnten den Anweisungen gut Folge leisten. Einzig und allein der Zeitfaktor stellte einen Unterschied dar. Kinder mit Dyskalkulie wiesen deutlich höhere Reaktionszeiten beim numerischen Zahlenvergleich auf. Beim Größenvergleich gab es kaum zeitliche Unterschiede, also es gab nur wenn eine Verarbeitung von Zahlen gefordert wird, Defizite.

Beim Mengengrößenvergleich ging es darum, dass in jeweils zwei nebeneinanderliegenden blauen Quadraten, kleinere gelbe Quadrate eingefügt wurden. Die Kinder mussten schätzen auf welcher Seite mehr gelbe Quadrate lagen. An ein Durchzählen war nicht zu denken, da die Anzahl der gelben Quadrate zwischen 20 und 72 lag. Das Ergebnis zeigt uns, dass Kinder mit Dyskalkulie deutlich länger brauchen um sich zu entscheiden. Leider lag in dieser Studie kein Bericht vor, ob es einen Unterschied bei der Richtigkeit der Auswahlmöglichkeiten gab, sprich

ob Kinder mit Dyskalkulie häufiger das falsche Quadrat auswählten als Kinder mit normaler Rechenleistung.

Bei der Zahlenstrahlaufgabe war die richtige Lokalisation von Zahlen auf einem Zahlenstrahl von 0 bis 100 beziehungsweise 0 bis 1000 die Aufgabe. Die Anweisungen wurden von allen Kindern gut verstanden, allerdings gab es eine häufigere Fehllokalisierung der Kinder mit Dyskalkulie als bei den Kindern mit normaler Rechenleistung. Dadurch und durch den Zahlenvergleich von oben wird deutlich, dass Kinder mit Dyskalkulie sich schwertun, den Zahlbegriff richtig zu verstehen, und außerdem keine richtige Vorstellung von Zahlen haben. Die Folge davon ist, dass darunter die Rechenleistung leidet, da nicht eingeschätzt werden kann, ob ein Ergebnis einer Rechnung richtig ist oder nicht.

Bei der abschließenden Überprüfung beim Zusammenfassen von kleinen Mengen ging es darum, dass 1 bis 10 Punkte so schnell wie möglich erfasst und gezählt werden. Die Reaktionszeit beim Erfassen von eins, zwei oder drei Punkten war fast ident, erst bei einer höheren Anzahl stieg die Zeit bei der Erfassung der Punkte. Dabei spricht man von einer visuellen Simultanerfassung. Kinder mit Dyskalkulie weisen eine höhere Reaktionszeit bei einer Punkteanzahl über 4 auf, als Kinder mit unauffälligen Rechenleistungen.

Zusammenfassend kann man sagen, dass basisnumerische Defizite eine Ursache von Dyskalkulie sein können. (Vgl. LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 110 – 118)

#### 2.4.2 Defizite im Langzeitgedächtnis

„Ein zentrales Symptom der entwicklungsbedingten Dyskalkulie besteht in massiven Schwierigkeiten in Aufbau und Abruf des arithmetischen Faktenwissens (z.B. Einmaleins). Es wird angenommen, dass Probleme mit dem arithmetischen Faktenwissen auf Defizite im Zugriff auf semantische Gedächtniseinträge zurückzuführen seien. Das semantische Gedächtnis ist ein Teil des Langzeitgedächtnisses, in dem wir Faktenwissen jeglicher Art (z.B. Hauptstädte, historische Daten) speichern.“ (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 119) Dadurch wird es für Kinder mit Dyskalkulie schwerer schnell Fakten aus dem Langzeitgedächtnis abzurufen.

#### 2.4.3 Defizite im verbalen Arbeitsgedächtnis

„Das verbale Arbeitsgedächtnis dient zur kurzzeitigen Speicherung und Bearbeitung von verbaler Informationen. Häufig wird angenommen, dass Defizite im verbalen Arbeitsgedächtnis auch bei der Entwicklung der arithmetischen Leistungen einen negativen Einfluss haben.“ (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 120)

Durch dieses Defizit entstehen die Probleme beim Rechnen, da zum Beispiel die Multiplikation  $7 \times 5 = 35$  nicht im Gedächtnis bleibt und jedes Mal neu berechnet werden muss. Die Neuberechnung geschieht jedes Mal durch einen strikten Ablauf, wo die Malreihen im Kopf oder laut aufgesagt werden, bis man zum korrekten Resultat kommt.

Um die Kapazität des Arbeitsgedächtnisses zu überprüfen, gibt es Nachsprechaufgaben und dabei werden häufig Ziffern verwendet. Hier könnte für Kinder mit Dyskalkulie generell ein Problem auftreten, da ja schon eine Abneigung gegen Mathematik und Ziffern vorhanden ist und die Kinder dadurch mit dieser Aufgabenstellung benachteiligt sind.

Die zweite zentrale Komponente des verbalen Kurzzeitspeichers ist die phonologische Schleife. Mit dieser wird die Merkleistung durch subvokales Wiederholen beeinflusst. Dadurch soll der Gedächtnisinhalt länger aktiv gehalten werden.

Studien zeigen nicht, ob Defizite im verbalen Arbeitsgedächtnis unbedingt mit Dyskalkulie zusammenhängen müssen. (Vgl. LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 120 – 122)

#### 2.4.4 Defizite in der visuell-räumlichen Verarbeitung

Wenn wir den Themenbereich Geometrie betrachten, sind visuell-räumliche Fähigkeiten ein wichtiger Faktor. Diese Fähigkeiten werden oft mit den Entwicklungen der arithmetischen Fähigkeiten assoziiert.

Durch Defizite in der visuell-räumlichen Verarbeitung haben Kinder mit Dyskalkulie Probleme bei der Vorstellung von Zahlen auf einem Zahlenstrahl. Es können aber auch Probleme bei den rechnerischen Fähigkeiten auftreten, zum Beispiel beim schriftlichen Rechnen mit Zahlenkolonnen. Hier kommt es öfters zu Vertauschungen der verschiedenen Spalten und dadurch können die Kinder mit Dyskalkulie zu keinem richtigen Ergebnis gelangen. (Vgl. LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 126 – 127)

#### 2.4.5 Defizite in der motorischen Verarbeitung

„Auch die motorische Entwicklung wird häufig mit der Entwicklung der Rechenleistungen in Verbindung gebracht. Besonders wichtig könnten hier die Fingermotorik und die kognitive Repräsentation der Finger sein, weil die Finger beim frühen Zählprozess eine wichtige Rolle spielen. Sie werden zum einen benutzt, um das Eins-zu-eins-Prinzip umzusetzen, indem auf jedes zu zählende Objekt gezeigt wird. Zum anderen werden die Finger als konkreter Hinweis für die Anzahl benutzt (also etwa 3 Finger für 3 Objekte). Letztlich stellt Fingerrechnen einen wichtigen ersten Schritt in der Entwicklung der Rechenleistungen dar.“ (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 127 – 128)

Gibt es hier Defizite, dann entstehen in der Folge natürlich Schwierigkeiten für Kinder.

Zusammenfassend ist zu sagen, dass es viele unterschiedliche Defizite geben kann. Daher ist es wichtig einen Überblick über die verschiedenen Formen zu bekommen, um beim Umgang mit Kindern in der Schule eventuell eine Dyskalkulie erkennen zu können.

### 3. Erwerb von mathematischen Kenntnissen: Zentrale Aspekte und mögliche Schwierigkeiten

Der Erwerb von mathematischen Kenntnissen ist das grundlegende Thema in diesem Kapitel. Zunächst werden verschiedene mathematische Grundfertigkeiten, welche im Laufe der Zeit erlernt werden, beschrieben und zusätzlich werden die Schwierigkeiten dargelegt, die besonders bei Kindern mit einer Rechenschwäche vorliegen. Die behandelten Grundfertigkeiten sind das Zählen, das dekadische Stellenwertsystem, die Addition und Subtraktion, die Multiplikation und Division, das Schätzen, das Runden und der Überschlag und die auftretenden Probleme, die diese Fertigkeiten mit sich bringen.

#### 3.1 Zählen

##### 3.1.1 Zählentwicklung

„Zählen ist eine für den arithmetischen Lernprozess zentrale Kompetenz. Erst durch den korrekt ausgeführten Zählakt wird es möglich, eine Anzahl zu bestimmen und überhaupt zu einem Anzahlbegriff zu bekommen.“ (Vgl. MOSER OPITZ 2002, JANNSEN u.a 1999, FUSON 1988, FREUDENTHAL 1977, zitiert nach MOSER OPITZ 2007, S. 81 – 82)

Für den Zählprozess gibt es fünf Zählprinzipien.

- „Eindeutigkeitsprinzip: Jedem Objekt der jeweils zu zählenden – endlichen – Kollektion wird ein und nur ein Zahlwort zugeordnet.
- Prinzip der stabilen Ordnung: Die beim Zählen benutzten (Zahl-)Wörter müssen in einer stabilen, d.h. stets in gleicher Weise wiederholbaren Ordnung vorliegen.
- Kardinalprinzip oder Kardinalwort-Prinzip: Das letzte Zahlwort, das bei einem Zählprozess benutzt wird, gibt die (Kardinal-)Zahl/Anzahl der jeweiligen Kollektionen an. Dazu gehören die Aspekte a) Betonen des letztgenannten Zahlwortes, Wiederholung des letztgenannten Zahlwortes, b) Feststellen der Anzahl einer Menge, ohne dass diese ein zweites Mal gezählt wird und c) die Fähigkeit, auf die Nachfrage ‚Wie viele sind es?’ mit dem letztgenannten Zahlwort zu antworten.
- Abstraktionsprinzip: Die ersten drei Zählprinzipien können auf eine beliebige Anzahl von Einheiten angewendet werden.
- Prinzip der Irrelevanz der Anordnung. Die jeweilige Anordnung der Objekte ist für den Zählakt irrelevant.“ (MOSER OPITZ 2007, S.82)

Anhand der oben genannten Prinzipien lässt sich erkennen, dass das Zählen eine komplexe Fähigkeit ist. Verschiedene Aspekte des Zählens werden mit der Zeit zu einer vollständigen Zählkompetenz integriert. Zu diesen zählen die Zahlwortreihe, das korrekte Zählen von Gegenständen und das kardinale Verständnis. Der Beginn des Zählens liegt bei Kindern in etwa im Alter von zwei Jahren, wo gehörte Zahlwortreihen von Eltern oder Geschwistern teilweise falsch wiedergegeben werden. Bis zum Eintritt in die Schule entwickelt sich die Fähigkeit des Zählens so weit, dass problemlos bis 20 gezählt werden kann und dass auch das Bestimmen einer Menge möglich ist, deshalb wird Zählen als kulturell bzw. sozial vermittelte Fähigkeit angesehen. Es gibt verschiedene Aspekte des Zählaktes, welche im Folgenden beschrieben werden. (Vgl. MOSER OPITZ 2007, S.82)

#### 1. „Zahlwortreihe

##### a. Ganzheitsauffassung der Zahlwortreihe (String Level)

Die Zahlwortreihe wird als unidirektionale Ganzheit aufgefasst und wie ein Lied oder ein Gedicht rezitiert. Dabei werden die Zahlwörter zum Teil noch nicht voneinander unterschieden. Vier-fünf-sechs kann z.B. als eine immer wieder vorkommende Einheit betrachtet werden. Die Elemente werden nicht gezählt, und die Zahlwörter haben keine kardinale Bedeutung.

##### b. Unflexible Zahlwortreihe (Unbreakable List Level)

Die Zahlwörter werden als Einheiten aufgefasst. Die Kinder können die Zahlwortreihe aufsaugen, müssen aber immer wieder bei eins beginnen, da eine beliebige Zahl noch nicht als Ausgangspunkt genommen werden kann. Vorgänger und Nachfolger einer bestimmten Zahl können nur genannt werden, indem das Kind sie innerhalb der Zahlreihe zu bestimmen versucht. Eins-zu-eins-Korrespondenz zwischen Zahlwort und Element kann hergestellt werden. Die Kinder können durch Zählen eine Anzahl von Elementen bestimmen, nach der sie gefragt werden („gib mir drei“).

##### c. Teilweise flexible Zahlwortreihe (Breakable Chain Level)

Die Zahlwortreihe kann von einem beliebigen Zahlwort aus aufgesagt werden. Vorgänger- und Nachfolgerzahlen können unverzüglich genannt werden. Rückwärts zählen gelingt zum Teil. FUSON (ebd.) merkt an, dass sich das Rückwärtszählen zum Teil erst zwei Jahre nach dem Vorwärtszählen entwickelt.

##### d. Flexible Zahlwortreihe (Numberable Chain Level)

Jedes Zahlwort wird als Einheit betrachtet. Von jeder Zahl aus kann eine bestimmte Anzahl Schritte weitergezählt werden. („Zähle von 14 aus drei Schritte vorwärts“).

e. Vollständig reversible Zahlwortreihe (Bidirectional Chain Level)

Es kann von jeder Zahl aus vorwärts- und rückwärts gezählt werden. Richtungswechsel erfolgen schnell und ohne Schwierigkeiten. Vorgänger und Nachfolger einer bestimmten Zahl können unverzüglich genannt werden.“ (FUSON 1988, S.33; Übersetzung nach MOSER OPITZ 2002, S.86, zitiert nach MOSER OPITZ 2007, S. 83)

In der deutschen Sprache ist es unumgänglich die Zahlwörter von 1 – 12 auswendig zu lernen, genauso wie die weiteren Zehnerzahlwörter wie 20. Mit Hilfe derer können die Zahlen 13 – 19 konstruiert werden und in weiterer Folge auch die weitere Zahlwortreihe. Beim Zählen treten häufig Fehler auf, es werden zum Beispiel Zahlen wie 22 ausgelassen, oder es kommt zu Fehlern beim Zehner- und Hunderterübergang. Einige Beispiele können wir aus der Abbildung 1 entnehmen.

Verzählungen beim Vorwärtszählen	Verzählungen beim Rückwärtszählen
	54, 53, 52, 51, 49, 48
26, 27, 28, 90	54, 53, 52, 51, 40, 49
56, 57, 58, 59, 100	54, 53, 52, 51, 52, 53, 54
56, 57, 58, 59, 50	402, 401, 399, 398
208, 209, 300	402, 401, 400, 309, 308
	402, 401, 400, 399, 398, 893, 892

Abbildung 1: Verzählungen beim Vor- und Rückwärtszählen (MOSER OPITZ/SCHMASSMANN 2003, S. 14, MOSER OPITZ 2007, S. 84)

Diese Verzählungen sind zum Teil auf die deutsche Sprache zurückzuführen. Bei den Zahlen von 13 – 100 nennt man immer zuerst den Einer und anschließend den Zehner (z.B. 56 – sechsundfünfzig). Bei Zahlen über 100 ist die Reihenfolge anders. Von 101 – 109 gibt es keine Zehner und der Hunderter kommt vor dem Einer (108 – einhundertacht). Und wenn wir die Zahlen ab 113 betrachten ist die Reihenfolge wieder anders, der Zehner kommt als letztes, wobei er bei der Aussprache eigentlich in der Mitte ist, der Einer in der Mitte und der Hunderter am Anfang (125 – einhundertfünfundzwanzig). (Vgl. MOSER OPITZ 2007, S. 84)

Für den Erwerb der Zählkompetenz muss ein Kind laut SCHÄFER folgende sprachliche Festlegungen und Regeln kennen und lernen.

- „Zahlwortreihe von 1 – 12
- Zahlwörter für die Zehnerzahlen
- Zahlwortbildung für die Zahlen von 13 – 19

- Zahlwortbildung für die Zahlwörter ab 21 (zuerst Einer, dann Zehner; ausgenommen bei den reinen Zehnerzahlen)
- Zahlwortbildung ab 100 (Hunderter, dann Einer, zuletzt Zehner)“  
(SCHÄFER 2005, S. 70)

Wenn beim Zählen Zahlen übersprungen werden, sprich die Schritte größer als Eins sind, dann benötigt es eine gute Kenntnis der Zahlwortreihe und jedes Zahlwort muss als Einheit aufgefasst werden (z.B. beim Zählen in 3er Schritten müssen immer zwei Einheiten ausgelassen werden). Um nun vom zählenden Rechnen wegzukommen, bedarf es der Fähigkeit des Zählens in Schritten als Voraussetzung. Im arithmetischen Lernprozess gilt diese Fertigkeit als wichtige Kompetenz. (Vgl. MOSER OPITZ 2007, S. 85)

## 2. Zählen von Objekten

„Zum Zählakt gehört auch das korrekte Zählen von Objekten. Jedem Element einer Menge wird ein Zahlwort zugeordnet. Dies kann durch Verschieben, Antippen, Zeigen oder mit einer Augenfolgebewegung geschehen. Dabei kommen immer wieder Koordinationsfehler vor (vgl. FUSON 1988, 89 ff.). Beispielsweise wird ein Objekt zweimal angetippt, einem Objekt werden zwei Zahlwörter zugeordnet, ein Zahlwort wird auf zwei Objekte ‚verteilt‘ (sie-ben) usw. Wichtig für das Zählen von Objekten ist auch die Erinnerung daran, wo mit dem Zählakt begonnen worden ist. Es kommt oft vor, dass Kleinkinder eine Anzahl von Objekten mehrmals scheinbar endlos ‚durchzählen‘ und erst durch Unterbrechung von außen oder zufällig zu einem Abschluss finden. Sie können die Stopp-Regel nicht anwenden, welche besagt, dass vor dem Objekt, welches als erstes gezählt wurde, angehalten werden muss. Bei den Koordinationsfehlern muss beachtet werden, dass diese einerseits Zeichen eines noch nicht vollständig verstandenen Zählaktes, andererseits aber auch Ausdruck von feinmotorischen Schwierigkeiten sein können. Gerade wenn die Objekte klein, nicht sehr handlich und ungeordnet sind, haben jüngere Kinder oft Mühe mit dem korrekten Zählen. Dies muss in der Diagnostik und im Unterricht berücksichtigt werden.“ (MOSER OPITZ 2007, S. 85)

## 3. Kardinales Verständnis

„Das kardinale Verständnis macht den ‚Kern‘ des Zählens aus: Wir zählen, um eine Anzahl zu bestimmen. KRAJEWSKI (2005, 159) weist darauf hin, dass erst die Verknüpfung von quantitativen Schemata (z.B. Mengenvergleiche im Sinn von mehr, weniger, gleich viel) mit den sich parallel entwickelnden Zählfähigkeiten die Grundlage für das Verständnis des Zahlensystems



bietet. Das vorgängig dargestellte Kardinalwortprinzip beschreibt den Vorgang mit folgenden Schritten: a) Betonen des letztgenannten Zahlwortes, Wiederholung des letztgenannten Zahlwortes, b) Feststellen der Anzahl einer Menge, ohne dass diese ein zweites Mal gezählt wird und c) die Fähigkeit, auf die Nachfrage nach der Anzahl einer gezählten Menge mit dem letztgenannten Zahlwort zu antworten.“ (MOSER OPITZ 2007, S. 86)

### 3.1.2 Schwierigkeiten beim Erwerb der Zählkompetenz

Wichtig zu erwähnen ist, dass Studien darauf hinweisen, dass ein „Zusammenhang zwischen fehlenden bzw. eingeschränkten Zählkompetenzen und mathematischen Lernschwierigkeiten“ besteht. Kinder mit Dyskalkulie haben häufiger Probleme beim Zählen als Kinder die keine Rechenschwierigkeiten besitzen. Die „Zählkompetenz hat eine wesentliche Bedeutung im Hinblick auf den Erwerb arithmetischer Kenntnisse.“ (MOSER OPITZ 2007, S. 86)

Kommen wir nun zu den möglichen Schwierigkeiten, welche beim Erwerb der Zählkompetenz auftreten können.

Die Autoren GEARY, BOW-THOMAS und YAO (1992, S. 383) meinen, dass „Kinder mit mathematischen Lernschwierigkeiten den Zählakt nicht als Mittel zum Bestimmen einer Anzahl, sondern als eine mechanische Aktivität verstehen.“ Ein weiteres Problem besteht beim Nachsprechen von Zahlen, wo es für die Kinder nicht möglich ist „während einer numerischen Aktivität Informationen im Arbeitsgedächtnis zu speichern.“ (GEARY, HOARD und HAMSON, 1999, S. 232)

Eine weitere Untersuchung führten die Autoren HITCH und MCAULEY (1991) durch. Sie beschäftigten sich mit der Frage, ob eine „eingeschränkte Hörspanne oder Schwierigkeiten im visuell-räumlichen Bereich den Zählakt beeinflussen.“ Es wurden sowohl Kinder mit Rechenstörungen als auch Kinder ohne mathematische Schwächen hinsichtlich Aufgaben zum Zählen und Größenvergleich getestet. Diese wurden in zwei Bereiche gegliedert, in visuelle und auditive Aufgaben. In beiden Gruppen gab es durchwegs schlechtere Leistungen der Probanden mit Rechenstörungen. Bei den Größenvergleichsaufgaben wurden keine Unterschiede festgestellt, daraus kann man schließen, dass rechenschwache Kinder Probleme beim Zählen haben.

HITCH und MCAULEY (1991) überprüften außerdem „den Zusammenhang zwischen der Merkfähigkeit für Zahlen und dem Zählen.“ Das Ergebnis zeigte, dass Kinder mit Rechenschwäche langsamer beim Zählen waren und die „Merkfähigkeit für Zahlen“ war geringer als bei Kindern ohne mathematischen Schwächen. Daraus wird geschlossen, dass „die Schwierigkeit der rechenschwachen Kinder vor allem darin besteht, dass sie den Zählakt nicht flüssig durchführen können. Dieser könne somit schlecht kontrolliert werden, und in der Folge würden

Fehler entstehen. Als Ursache für den fehlenden Fluss im Zählakt wird angenommen, dass Kinder mit Lernschwierigkeiten arithmetische Aktivitäten wie das Zählen vermeiden und dadurch zu wenig Erfahrungen damit sammeln können.“ (MOSER OPITZ 2007, S. 88)

Kinder mit einer Rechenschwäche brauchen Unterstützung beim Erlernen des Zählens und somit ist es wichtig, im Unterricht darauf Wert zu legen. (Vgl. MOSER OPITZ 2007, S. 88 – 89)

## 3.2 Dekadisches Stellenwertsystem

### 3.2.1 Bedeutung und verschiedene Veranschaulichungen

Ein weiterer wichtiger Bestandteil des arithmetischen Lernprozesses ist das „Verständnis des dekadischen Stellenwert- bzw. des Dezimalsystems.“ In der Schule spricht man meistens vom Zahlenraum, welcher unterschiedlich groß aufgebaut (Zahlenraum bis 100, bis 1000) ist. „Gemeint ist in der Regel das ‚Kennenlernen‘ der Zahlen in einem bestimmten Zahlenraum. Dabei wird häufig außer Acht gelassen, dass dazu verschiedene Zahlaspekte und auch verschiedene Veranschaulichungen gehören, welche einerseits einzeln erarbeitet und verstanden, andererseits aber in Verbindung gebracht werden müssen.“ (MOSER OPITZ 2007, S. 89)

MÜLLER und WITTMANN (1984, 192) meinen, dass das Bündelungsprinzip von großer Bedeutung ist. „Das Bündelungsprinzip fasst jeweils zehn Einheiten zu einer neuen Einheit zusammen, zehn Einer werden zur Einheit Zehner zusammengefasst, zehn Zehner zur Einheit Hunderter usw. Die Anzahl der einzelnen Einheiten wird anschließend mit Ziffern dargestellt.“

Es gibt verschiedene Möglichkeiten eine Zahl zu beschreiben. Wenn wir die Zahl 136 betrachten, kann sie einerseits mit einem Hunderter, drei Zehner und sechs Einer, andererseits mit dreizehn Zehner und sechs Einer, oder sogar nur mit hundertsechunddreißig Einer beschrieben werden, was sich als eine Schwierigkeit beim Lernen des Stellenwertsystems herausstellt. Es gibt also folgende Eigenschaften für das Stellenwertsystem:

- „Stellenwert: der Wert der verschiedenen Einheiten (Einer, Zehner ...) wird durch die Position der Ziffer innerhalb der Zahl repräsentiert. Die Ziffer gibt die Anzahl der jeweiligen Einheiten an.
- Potenzen zur Basis Zehn: Der Exponent nimmt von links nach rechts jeweils um eins ab ( $1000 = 10^3$ , Hundert =  $10^2$ , Zehn =  $10^1$  ...).
- Multiplikative Eigenschaft: Der Wert einer einzelnen Stelle kann gefunden werden, indem die Anzahl Einheiten – repräsentiert durch die Ziffer – mit dem Wert der jeweiligen Einheit – repräsentiert durch die Position – multipliziert wird. Für 358 bedeutet das,  $3 \cdot 100$ ,  $5 \cdot 10$  und  $8 \cdot 1$ .

- Additive Eigenschaft: Der Wert einer Zahl setzt sich zusammen aus der Summe der einzelnen Stellenwerte. 358 setzt sich zusammen aus  $300 + 50 + 8$ .“ (MOSER OPITZ 2007, S 90)

Das Verständnis des Stellenwertsystems wird laut ROSS (1989, S. 49) in „5 aufeinander folgenden Stadien erworben. Sie nennt die Stadien Anzahlbestimmung, Kennzeichnung der Stellenwerte, Stellenwert erkennen, Einsicht in den Aufbau einer zweistelligen Zahl aus Zehnern und Einern und vollständige Einsicht.“ Es ist aber nicht bewiesen, dass diese Stufen aufeinander folgend sind. Diese Stufen werden schließlich zu einem „vollständig verstandenen Konzept des Stellenwertsystems entwickelt“, müssen aber nicht in dieser Reihenfolge auftreten. Nach kritischer Betrachtung dieses Stufenkonzeptes wird deutlich, dass das Stellenwertsystem schwierig zu erlernen ist und vor allem nicht in einem kurzen Zeitraum. Die Schülerinnen und Schüler benötigen dafür viel Zeit und eine gute Unterstützung seitens der Lehrpersonen. Wichtig ist auch noch zu sagen, dass die Schülerinnen und Schüler durch geeignetes Material vieles selbst entdecken sollen. (Vgl. MOSER OPITZ 2007, S. 91 – 92)

In Abbildung 2 können wir unterschiedliche Veranschaulichungen und die dazugehörige Beschreibung für das Stellenwertsystem erkennen. „Um eine vollumfängliche Einsicht ins Stellenwertsystem zu erwerben und den Zahlaufbau zu verstehen, müssen diese ‚Hilfsmittel‘ erarbeitet und miteinander verknüpft werden.“ (LORENZ 1992 und 1993, zitiert nach MOSER OPITZ 2007, S. 92)

Jeder dieser Veranschaulichungen hat eine unterschiedliche Bedeutung, die oft gar nicht bewusst ist und daher oft zu Problemen, durch falsche Erarbeitung, führen.

Veranschaulichung	Beschreibung
Stellentafel (auch Stellenwerttafel oder Stellenwerttabelle)	Tabelle mit mind. zwei Spalten für die Notation der dezimalen Einheiten: links die Zehner, rechts die Einer. Im Tabellenkopf sind die Einheiten entweder gezeichnet (Zehnerstab, Einerwürfel), in Worten (Zehner, Einer) oder abgekürzt (Z, E) angegeben.
Hunderterfeld/ Tausenderfeld	Darstellung des Zahlenraumes von 1 bis 100 als strukturiertes Punktfeld in quadratischer Anordnung (Zahlenraum von 1-1000: zehn Hunderterfelder nebeneinander). Hervorhebung der Fünferstruktur durch je eine waagrechte und senkrechte Lücke nach jeweils fünf Zeilen bzw. fünf Spalten. Betonung des kardinalen Zahlaspekts. <i>Einsatz:</i> Erarbeiten des Zahlaufbaus aus Hundertern (ganze Felder), Zehnern (ganze Zeilen oder Spalten) und Einern (einzelne Punkte). Entwicklung der Größenvorstellung, strukturierte Darstellung von Zahlen bzw. Anzahlen, Ergänzen auf Zehnerzahlen, Ergänzen auf 100 bzw. 1000.
Hundertertafel, Tausenderbuch	Quadratische Anordnung der Zahlen von 1 bis 100 in der Lese- und Schreibrichtung von links oben nach rechts unten (Zahlen von 1 bis 1000: zehn waagrecht aneinander gereihte Hundertertafeln). Betonung der Position der Zahlen (jede Zahl hat auf Grund des ordinalen Zahlaspektes ihren eindeutig festgelegten Platz unter Hervorhebung der dezimalen Schreibweise (gleiche Einer untereinander). <i>Einsatz:</i> Erarbeiten der Gesetzmäßigkeiten des Zahlaufbaus und der Zahlenschreibweise im Zehnersystem, Orientierung im Hunderterraum, Entdecken von Strukturen und Zahlenmustern.
Zahlenreihe	Reihenfolge der natürlichen Zahlen (1, 2, 3, 4 ...). Betonung des ordinalen Zahlaspektes. <i>Einsatz:</i> Erarbeiten der Rangordnung der Zahlen, Entwicklung von Zählstrategien.
Zahlenstrahl	Eine waagrechte Linie wird durch senkrechte, nicht oder teilweise beschriftete Markierungsstriche verschiedener Länge oder Stärke in Einer-, Fünfer-, Zehner-, Hunderter-, Tausenderabstände usw. unterteilt. Durch die Wahl der Länge eines Abstandes (z.B. des Zehnerabstandes) sind alle anderen Abstände auf dem Zahlenstrahl festgelegt und proportional zueinander. Jede Zahl wird gleichzeitig durch den Endpunkt einer Strecke und durch die Länge der Strecke (von 0 aus gemessen) repräsentiert. Betonung des ordinalen Zahlaspektes. <i>Einsatz:</i> Erarbeiten und Erkennen von dezimalen Größenbeziehungen (z.B. ein Zehner ist 10-mal so viel wie ein Einer), Platzieren und Ablesen von Zahlen, Zählen in Schritten, Erarbeiten der Übergänge über die Zehner, Hunderter usw.

Abbildung 2: Veranschaulichung zum Dezimalsystem (MOSER OPITZ/SCHASSMANN 2003, S. 39)

### 3.2.2 Mögliche Schwierigkeiten

„Eine Schwierigkeit beim Erwerb des Stellenwertsystems, welche immer wieder auftritt, ist die Einsicht in den Aufbau der Zahlen und deren Notation. Es muss verstanden werden, dass die verschiedenen Stellenwerte gemäß dem Bündelungsprinzip in einer bestimmten Beziehung zueinander stehen. Diese Erkenntnis muss anschließend mittels eines Transkodierungsprozesses in die Schreibweise des arabischen Zeichensystems umgesetzt werden, dessen Regeln die Kinder lernen müssen.“ (MOSER OPITZ 2007, S. 93)

Laut NOËL und TURCONI (1999, 298) dauert dieser Prozess zwei bis drei Jahre und es wird in zwei Phasen unterschieden, der „Phase des Zahlenverständnisses“ und der „Phase der Zahlenproduktion.“ „Beim Zahlenverständnis geht es darum, Zahlen laut der Bedeutung der Stellenwerte zu verstehen.“ Zweihundertachtundvierzig bedeutet zwei Hunderter, vier Zehner und acht Einer, wobei hier auf die Aussprache, aufgrund der Zehner in der Mitte, geachtet werden muss. Bei der Zahlenproduktion muss ein Kind die Zahl selber korrekt lesen und stellengetreu schreiben. Genau bei diesem Prozess entstehen häufig Fehler, weil die Zahlen „gemäß ihrer Sprechweise und nicht gemäß ihrem Stellenwert“ notiert werden (208 – zweihundertacht wird oft als 2008 geschrieben). (Vgl. MOSER OPITZ 2007, S. 93 – 94).

### 3.3 Addition und Subtraktion

#### 3.3.1 Bedeutung und Aufbau von Addition und Subtraktion

##### 1. Kopfrechnen

„Addieren und Subtrahieren dürfen nicht als ein möglichst schnelles Beherrschen und Automatisieren von Zahlensätzen verstanden werden. Zentral ist, dass die Schülerinnen und Schüler ein grundlegendes Operationsverständnis erwerben können.“ (KRAUTHAUSEN/SCHERER 2003, S. 22)

Dabei ist es wichtig sich zuerst eine Einsicht in Zahlbeziehungen zu erarbeiten.

Als erstes liegt laut MOSER OPITZ (2007, S. 94 – 95) der Fokus auf die „Anzahlbestimmung und die Zuordnung von Zahlen zu Mengen.“ Danach ist die „Addition und die Gleichungsschreibweise“ von Bedeutung. Dabei wird vorerst nicht beachtet, dass sich Zahlen „nicht nur aus Einzelementen zusammensetzen, sondern auch aus Teilen, welche größer sind als Eins.“ Später allerdings ist es wichtig, dass die Schülerinnen und Schüler wissen, dass man Zahlen auch in verschiedenen große Teile zerlegen kann (z.B. Acht lässt sich durch fünf und drei oder sechs und zwei zusammensetzen). „Vom Ganzen und einem Teil kann auf den zweiten Teil geschlossen werden, von den zwei Teilen auf das Ganze.“ Daraus ergibt sich die Thematik Zahlzerlegung, welche eine sehr wichtige Bedeutung für die Addition und Subtraktion mit sich bringt. Wird diese nicht verstanden, entsteht für die Kinder sowohl beim mündlichen als auch schriftlichen Rechnen ein Nachteil. (Vgl. MOSER OPITZ 2007, S. 94 – 95)

In Abbildung drei erkennt man die Prinzipien zum Lösen von Rechnungen. Sehr wichtig ist dabei das inverse Prinzip, es wird schließlich „unabhängig von der Größe des Summanden angewendet.“ Wenn Kinder nicht dieses Prinzip anwenden, sondern das „Prinzip des Abzählens“



dann benötigen sie deutlich länger um eine Aufgabe richtig zu lösen, unabhängig davon ob Kinder eine Rechenschwäche besitzen oder nicht. (Vgl. MOSER OPITZ 2007, S. 96)

Prinzip	Beispiel
Identitätsprinzip: Wiedererkennen einer Aufgabe	Vorlage: $8 + 6 = 14 \rightarrow$ auf die Frage $8 + 6 = ?$ erfolgt sofort die Antwort „14“
Kommutativgesetz	$9 + 4 = 13$ , also ist $4 + 9 = 13$
$n + 1 / n - 1$ Prinzip	$23 + 44 = 67 \rightarrow 23 + 45 = 68$
$n \cdot 10$ Prinzip	$26 + 72 = 98 \rightarrow 260 + 720 = 980$
Inverses Prinzip zur Addition/ Subtraktion	$46 + 27 = 73 \rightarrow 73 - 27 = 46$

Abbildung 3: Prinzipien zum Lösen von Aufgaben (Dowker 1998, S.282, MOSER OPITZ 2007, S. 96)

Den „Zusammenhang zwischen Addition und Subtraktion, als das inverse Prinzip“ und unter welcher Bedingung Kinder dies zum Rechnen nutzen hat BAROODY (1999) untersucht. Er kam zu dem Schluss, dass diese Beziehung nach und nach erarbeitet werden muss.

DOWKER (1998) überprüfte, „inwiefern die Kenntnis der obgenannten Prinzipien mit der Mathematikleistung in Zusammenhang stehen.“ Kopfrechenaufgaben wurden von älteren Kindern besser gelöst als von jüngeren. Wer die oben genannten Prinzipien nicht beherrscht, ist beim „mündlichen und schriftlichen Rechnen benachteiligt.“ (COWAN 2003, S. 43)

Daher ist es wichtig, sich genügend Zeit im Unterricht für die „Erarbeitung der Zahlbeziehungen und darauf aufbauend der Lösungsprinzipien und Strategien“, zu nehmen.

(Vgl. MOSER OPITZ 2007, S. 96)

Das Alleszählen wird mit der Zeit vom Weiterzählen abgelöst, wobei Kinder oft nicht zwischen „Weiterzähl-Strategien (Counting on) und Alleszähl-Strategien (Counting all)“ unterscheiden, diese werden oft vermischt und parallel verwendet. „Counting on‘ kann mit und ohne Zählhilfe durchgeführt werden, weiters als ‚counting on from first‘ (Weiterzählen von der erstgenannten Zahl des Additionsterms, unabhängig von deren Größe) oder als ‚counting on from larger‘ (Weiterzählen von der größeren Zahl des Additionsterms, unabhängig davon, ob diese im Term zuerst genannt wird). [...] In jedem Fall wird [...] beim eigentlichen ‚counting on‘, zumindest einer der beiden Summanden nicht modelliert. Am Beispiel  $3+4$ : Beim ‚counting on‘ wird nicht zuerst ‚eins, zwei, drei‘ gezählt. Sondern das Kind nennt gleich das Zahlwort ‚drei‘, um von dort ausgehend in der Zahlwortreihe ‚um vier‘ weiterzuzählen.“ (GAIDOSCHIK 2010, S. 100 – 102)

Das „Counting on“ gilt als Fortschritt zum „Counting all“.

## 2. Halbschriftliche Addieren und Subtrahieren

„Unter halbschriftlichen Verfahren versteht man die Ausführung und Darstellung von eigenständigen, flexiblen Rechenstrategien, die zwischen dem mündlichen Rechnen und dem Kopfrechnen angesiedelt sind. Kenntnisse des Einspluseins und des Einmaleins werden mit den dezimalen Strukturen des Zahlaufbaus verknüpft und nutzen die elementaren Rechengesetze. Dadurch tragen die halbschriftlichen Verfahren wesentlich zur Entwicklung des mathematischen Denkens bei.“ (MOSER OPITZ / SCHASSMANN 2004, S. 42)

Beim halbschriftlichen Addieren und Subtrahieren gibt es verschiedene Strategien, wie man zur richtigen Lösung kommen kann, diese entnehmen wir aus der Abbildung 4.

Strategie	Beispiel
Stellenwerte extra	$254 + 247 \rightarrow 200 + 200 = 400; 50 + 40 = 90; 4 + 7 = 11 \rightarrow$ $400 + 90 + 11 = 501$
Schrittweise	$254 + 247 \rightarrow 254 + 200 = 454 \rightarrow 454 + 40 = 494 \rightarrow$ $494 + 7 = 501$
Vereinfachen (Hilfsaufgabe)	$254 + 247 \rightarrow 254 + 250 = 504; 504 - 3 = 501$

Abbildung 4: Halbschriftliche Rechenstrategien am Beispiel der Addition (MOSER OPITZ 2007, S.97)

Meistens wird die Strategie der „Stellenwerte extra“ und „Schrittweise“ von den Schülerinnen und Schülern verwendet, vermutet wird dies auch bei den Kindern mit einer Rechenschwäche. Relativ sicher ist, dass diese nicht die dritte Strategie das „Vereinfachen“ verwenden, da hier „das Herstellen von Zahlbeziehungen“ erforderlich ist. (Vgl. MOSER OPITZ 2007, S.98)

## 3. Schriftliche Verfahren

„Schriftliche Verfahren werden im Alltag immer weniger verwendet, und ihre Bedeutung als ‚Gebrauchswert‘ sinkt zunehmend. Trotzdem stellt schriftliches Rechnen für viele Schülerinnen und Schüler sowie auch für die Erwachsenen immer noch die Krönung der Grundschulmathematik dar, und im Unterricht wird oft viel Zeit für die Erarbeitung der Verfahren und vor allem für das Üben aufgewendet. Schriftliches Rechnen ist ‚Ziffernrechnen‘, bei welchen Zahlen in Ziffern zerlegt werden, die dann mit Hilfe des Einspluseins und des Einmaleins gemäß definierten Regeln verknüpft werden.“ (SELTER 2000, S. 228)

Für Schülerinnen und Schüler mit Lernschwierigkeiten wird in der Praxis, schriftliches Rechnen empfohlen, da dort auswendig gelernte Rezepte angewendet werden können. Die Theorie besagt aber, dass diese Rezepte erst recht zum Problem werden können für rechenschwache

Kinder, da „die Schülerinnen und Schüler die für das Verständnis des Algorithmus notwendigen mathematischen Voraussetzungen nicht mitbringen“ und gelernte Rezepte wieder vergessen oder falsch anwenden. (GERSTER 2003, S. 222)

MOSER OPITZ und SCHASSMANN (2004) meinen andererseits, dass solche Rezepte, unter gewissen Bedingungen, sehr wohl eine Hilfestellung für rechenschwache Kinder sind. Der Ablauf bleibt immer derselbe und es können immer kleinere Zahlen verwendet werden. Die Bedingungen sind, dass die Schülerinnen und Schüler „notwendige Vorkenntnisse mitbringen“ und dass die „Verfahren nicht rezepthaft, sondern aufbauend auf Verständnis erarbeitet werden.“ Es gibt kein Patentrezept für alle Schülerinnen und Schüler mit Dyskalkulie und daher kann auch nicht gesagt werden, ob ihnen das schriftliche Rechnen leichter fällt, hier bedarf es einer individuellen Entscheidung. (Vgl. MOSER OPITZ 2007, S. 98 – 99)

### 3.3.2 Schwierigkeiten beim Addieren und Subtrahieren

#### 1. Schwierigkeiten beim Kopfrechnen

Rechenschwache Schülerinnen und Schüler haben größere Schwierigkeiten bei „Aufgaben des Typs  $a \pm ? = x$  und  $? \pm b = c$ “ laut einer Studie von OSTAD (1998, S. 11). Im Laufe der Schulzeit entwickeln sich die mathematischen Kompetenzen weiter und es werden laufend neue Strategien zum Lösen von Aufgaben gewonnen, allerdings nicht bei Kindern mit Dyskalkulie. „Mangelhaft arithmetische Kompetenzen von Kindern mit mathematischen Lernschwierigkeiten werden oft mit fehlenden bzw. unreifen Rechenstrategien in Verbindung gebracht und in der Regel am Beispiel der Addition und Subtraktion näher untersucht.“ (MOSER OPITZ 2007, S. 100) In der nachfolgenden Abbildung 5 können wir eine Übersicht über einige Rechenstrategien gewinnen.

Wichtig ist zu erwähnen, dass diese Strategien nicht immer einzeln auftreten, sondern durchaus vermischt werden. Ein typisches Merkmal von Rechenschwäche ist das „zählende Rechnen“, welches hier als dynamisches Fingerzählen beschrieben wird. Dies ist problematisch, weil durch das dynamische Abzählen die Rechenteile nicht als Einheiten, sondern als Einzelteile wahrgenommen werden. Die Folge daraus ist, dass die Kinder nicht rechnen, sondern zählen. „Ein Verhalten, welches beim dynamischen Abzählen häufig auftritt und zu falschen Resultaten führt, ist der Minuseins- oder Pluseins-Fehler. Es wird zählend addiert bzw. subtrahiert, wobei die Ausgangszahl jeweils mitgezählt wird. Bei der Addition wird das Resultat um 1 zu klein,



bei der Subtraktion um 1 zu groß.“ (GEARY/BOW-THOMAS/YAO 1992, S.374, zitiert nach MOSER OPITZ 2007, S. 100)

Laut einer Studie gibt es keinen Unterschied von rechenschwachen Kindern und Kindern ohne mathematischen Defizite bei der Verwendung von Fingerzählen, außer der Tatsache, dass Kinder mit Rechenschwäche sich häufiger verzählen. Außerdem fällt auf, dass Kinder mit Dyskalkulie ihrem Schema in der Schule treu bleiben und ständig Zählstrategien verwenden.

Strategie	Varianten und Beispiele
<i>Dynamisches Fingerzählen</i> (Beispiel Addition) Rechenoperationen werden an den Fingern abgezählt.	a) „Alles zählen Start bei 1“: Erster und zweiter Summand werden gezählt, bei jedem Summanden wird wieder mit 1 begonnen. b) „Alles zählen“: Erster und zweiter Summand werden gezählt. c) Weiterzählen (Min-Strategie): Nur zweiter Summand wird gezählt. d) Weiterzählen vom größeren (bzw. zweiten) Summanden aus. e) Zeichnen von Strichen oder Tupfen zur Darstellung der Glieder der Operation, dabei werden die Varianten a-d verwendet.
<i>Statischer Gebrauch der Finger</i>	Finger werden zum Repräsentieren von Anzahlen verwendet.
<i>Verbales Zählen</i> : Operationen werden durch verbales Vorwärts- oder Rückwärtszählen gelöst.	Varianten wie beim dynamischen Fingerzählen.
<i>Zerlegen</i> : Aufgabe wird in (einfachere) Teilaufgaben zerlegt.	Zehnerübergang: $8 + 6 = 8 + 2 + 4$ Zerlegen (12 wird z.B. durch die „Kraft der Fünf“ in 7 und 5 zerlegt)
<i>Ableiten</i> : Aufgabe wird von „Merkaufgabe“ (einer einfachen Aufgabe) abgeleitet.	Ableiten von Rechenaufgaben von „near doubles“: $7 + 6$ ist 1 mehr als $6 + 6$ .
<i>Abrufen</i> : Resultat der Aufgabe wird aus dem Langzeitgedächtnis abgerufen.	

Abbildung 5: Strategien Kopfrechnen (OSTAD 1998, S. 3, MOSER OPITZ 2007, S. 101)

Bei einer weiteren Untersuchung stellte sich heraus, dass Kinder ohne mathematische Defizite im Laufe der Schulzeit anstatt von Abzählstrategien immer öfter Abrufstrategien verwenden. Es blieb nicht nur bei einer Strategie, sondern die Schülerinnen und Schüler werden immer flexibler. Bei den Kindern mit einer Rechenschwäche dagegen kommen keine neuen Strategien im Laufe der Schulzeit hinzu, die als erste verwendet wurde, wird über die gesamte Zeit hinweg benutzt. Außerdem sind es - wie bereits oben erwähnt - hauptsächlich Abzählstrategien.

Wenn wir nun auf die Entwicklung von Rechenstrategien blicken, welche nichts mehr mit Abzählen zu tun haben, dann wird deutlich, dass diese vom Alter und vom Unterricht abhängig sind. Um das abzählende Rechnen ablösen zu können, ist das Verständnis wichtig, dass es größere Einheiten als eins gibt, dabei bedarf es einer intensiven Übung, vor allem bei lernschwachen Kindern. Im Unterricht ist darauf zu achten, dass man den Schülerinnen und Schülern nicht immer Hilfsmittel wie „Zahlenstrahl oder die Hundertertafel“ zur Verfügung stellt, denn diese Hilfsmittel erschweren das Wegkommen vom zählenden Rechnen. (Vgl. MOSER OPITZ 2007, 102)

## 2. Häufige Fehler bei der schriftlichen Addition und Subtraktion

GERSTER (1982, S. 149) merkt an, „dass die meisten Schülerfehler bei den schriftlichen Verfahren entgegen einer verbreiteten Klischeevorstellung nicht durch Müdigkeit, Unlust oder Unaufmerksamkeit verursachte Flüchtigkeitsfehler seien. 80 % der Fehler würden eine Struktur bzw. ein klares Fehlermuster aufweisen.“

Abbildung 6 gibt einen Überblick über häufige Fehler bei der Addition und Subtraktion. Genauer wird eingegangen auf die Fehler beim Rechnen mit der Null und die Schwierigkeiten beim Übertrag. „Rechenaufgaben mit der Null sind generell fehleranfällig.“ Laut GERSTER treten diese Probleme häufiger nach dem Erlernen der Multiplikation auf. Denn dort existiert die Regel, wenn man etwas mit Null multipliziert, dann ist das Ergebnis auch Null. Und diese Regel wird dann oft auf andere Rechengänge, wie zum Beispiel die Addition und Subtraktion übertragen. „Die verschiedenen Zahlaspekte und damit die unterschiedliche Zahlbedeutung der Null“ wird häufig im Unterricht nicht thematisiert. (WAGNER 2003, S. 242ff., zitiert nach MOSER OPITZ 2007, S.105)

Häufige Fehler	Beschreibung
Fehler beim Einsundeins (bzw. beim Einsminus-eins)	Aufgaben werden z.B. durch Abzählen gelöst, dabei wird das Anfangsglied mitgezählt, das Resultat wird um 1 zu groß/zu klein.
Fehler mit der Null	Verwechslung der Rolle der Null (mit Multiplikation): $7 + 0 = 0$ oder $7 - 0 = 0$ .
Perseveration	Ziffern werden perseveriert, z.B.: $3 + 3 = 3$ .
Fehler durch unterschiedliche Stellenzahl	Zahlen werden nicht stellengerecht untereinander geschrieben.
Fehler beim Übertrag	Übertrag nicht berücksichtigt, Übertragsziffer zuviel usw.
Notationsfehler	Übertrag wird ungenau notiert und an der falschen Stelle dazugezählt.
Ausweichen Zehnerübergang bei der Subtraktion	Die obere Ziffer ist kleiner als die untere (z.B. die Einerstelle in $703 - 97$ ). Es wird gerechnet $7 - 3 = 4$ .

Abbildung 6: Häufige Fehler bei der schriftlichen Addition und Subtraktion (MOSER OPITZ 2007, S. 105)

„Kardinal betrachtet bezeichnet die Null die ‚leere Menge‘, ordinal stellt sie eine Position dar wie jede andere Zahl und markiert die Grenze zwischen positiven und negativen Zahlen. Null als Stellenwert bedeutet ‚null Einheiten‘ an einer bestimmten Stelle. Für das Verständnis der Operationen mit Null ist es wichtig, dass diese unterschiedlichen Zahlaspekte thematisiert und diskutiert werden.“ (MOSER OPITZ 2007, S.105)

„Beim Übertrag spielen verschiedene Faktoren eine Rolle. Zum Ersten ist die Einsicht in die verschiedenen Aspekte des Dezimalsystems und insbesondere in Bündeln und Entbündeln eine wichtige Voraussetzung, welche nicht alle Schülerinnen und Schüler mitbringen. Fehlende Einsicht in diese Aspekte kann dazu führen, dass der Übertrag nicht oder falsch gemacht wird. Weiter muss die Notation des Übertrags berücksichtigt werden. Es kommt zum Beispiel vor, dass dieser nicht genau unter der richtigen Stelle geschrieben wird und dann beim falschen Stellenwert dazu gerechnet wird.“ (MOSER OPITZ 2007, S.105)

VANLEHN (1990, 25) nennt ein weiteres Problem beim Überschlag. Er meint, dass Schülerinnen und Schüler mit der „Notation des Überschlags schlecht zurechtkommen“. Dies liegt vermutlich daran, dass im Unterricht „Probleme mit zweistelligen Zahlen behandelt werden, bei denen kaum Überträge notwendig sind.“

### 3.4 Multiplikation und Division

#### 3.4.1 Bedeutung und Aufbau von Multiplikation und Division

Das Lernen der Multiplikation und Division ist für viele Schülerinnen und Schüler ein Punkt an dem sie merken, ob sie große Lernschwierigkeiten haben oder nicht. Gerade bei dieser grundlegenden Operation gibt es laut Forscherinnen und Forschern einen großen Leistungsunterschied. (Vgl. MOSER OPITZ 2007, 106)

##### 1. Multiplikation

Es gibt laut KRAUTHAUSEN/SCHERER (2003, S. 25) drei Modellvorstellungen:

- „Zeitlich-sukzessives Modell: Rückführung der Multiplikation auf die fortgesetzte Addition ( $7 + 7 + 7 = 3 \cdot 7$ ).
- Räumlich-simultanes Modell: Das Produkt wird simultan als Ganzes dargestellt, in der Regel als Felddarstellung (vgl. Abb. 7).
- Kartesisches Produkt: Modellvorstellung zur Anzahl der Kombinationsmöglichkeiten (kombinatorischer Aspekt, vgl. Abb. 7).“

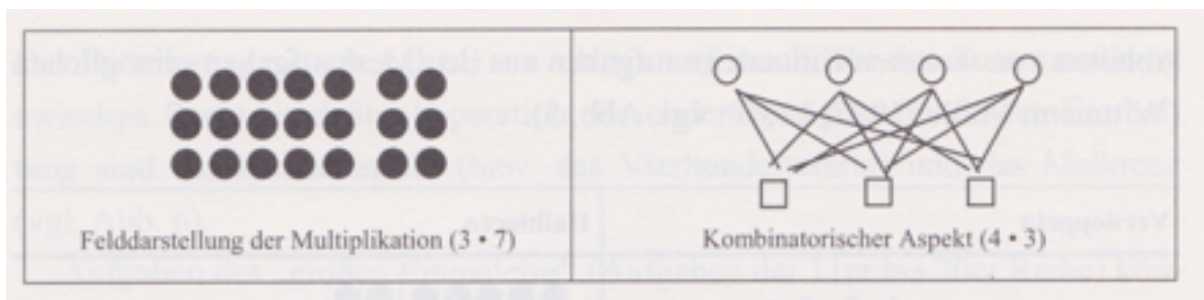


Abbildung 7: Felddarstellung und kombinatorischer Aspekt der Multiplikation (MOSER OPITZ 2007, S. 107)

In den meisten Schulbüchern wird der „Zugang zur Multiplikation über das Addieren von gleichen Summanden gewählt.“ Doch die Literatur hegt Kritik an diesem Vorgang, denn dieser Zugang sei nur ein „Prozedere zum Lösen von Aufgaben“, es führt aber nicht zu „konzeptuellem Verständnis.“ „Praxiserfahrungen mit lernschwachen Schülerinnen und Schülern zeigen dasselbe: Bei einer einseitigen Gewichtung des zeitlich-sukzessiven Modells wird das Verständnis des ‚Malnehmens‘ häufig nicht aufgebaut. Die Schülerinnen und Schüler verstehen die Multiplikation nur als Addieren von gleichen Summanden und tun dies zählend.“ (MOSER OPITZ 2007, 107)

Um die Multiplikation auch wirklich zu verstehen, ist es wichtig, dass die Schülerinnen und Schüler ein „explizites multiplikatives Denken“ (räumlich-simultanes Modell) anwenden.

Wichtig ist hierbei die „Darstellung von multiplikativen Strukturen als Punktmuster.“ Hier werden anhand von neuen „Merkaufgaben wie  $2 \cdot x$  (verdoppeln [sic!] von  $x$ ) oder  $5 \cdot x$  (Halbieren von  $10 \cdot x$ )“ weitere Einmaleins Aufgaben abgeleitet, wie wir aus Abbildung 8 entnehmen können. (MOSER OPITZ 2007, 107)


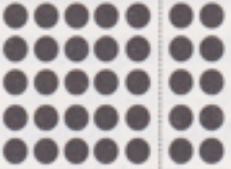
Verdoppeln	Halbieren
 <p><math>1 \cdot 7 = 7 \rightarrow</math> das Doppelte <math>2 \cdot 7 = 14</math></p>	 <p><math>10 \cdot 7 = 70</math> <math>\rightarrow</math> die Hälfte <math>5 \cdot 7 = 35</math></p>
<p>Beispiel Ableitung: <math>4 \cdot 7 = 2 \cdot 7 + 2 \cdot 7</math></p>	<p>Beispiel Ableitung: <math>6 \cdot 7 = 5 \cdot 7 + 1 \cdot 7</math></p>

Abbildung 8: Aufbau Einmaleins durch Verdoppeln und Halbieren (MOSER OPITZ 2007, 108)

„Für die Entwicklung von Lösungsstrategien zu Multiplikationsaufgaben (auch mit größeren Zahlen) wird die Notwendigkeit der Einsicht in die Rechengesetze (Kommutativ-, Assoziativ- und Distributivgesetz) betont.“ (ANGHILERI 1999, S. 188, zitiert nach MOSER OPITZ 2007, S. 108)

„Während das Kommutativgesetz ( $a \cdot b = b \cdot a$ ) vor allem für das Erarbeiten und Automatisieren des kleinen Einmaleins von Bedeutung ist, werden Assoziativ- und Distributivgesetz für halbschriftliches und schriftliches Multiplizieren wichtig. Ersteres besagt, dass die Summanden einer Summe bzw. die Faktoren eines Produktes beliebig zusammengesetzt werden dürfen, z.B.  $3 + 4 + 5 + 2 = (3 + 4) + (5 + 2) = 3 + (4 + 5) + 2$ . Das Distributivgesetz ( $a \cdot (b \pm c) = a \cdot b \pm a \cdot c$ ) beschreibt den Zusammenhang zwischen Punkt- und Strichoperationen. Besonders geeignet für dessen Erarbeitung sind das Hunderterfeld und das Malkreuz“, welche wir in der untenstehenden Abbildung 9 erkennen können. (MOSER OPITZ 2007, S. 108)



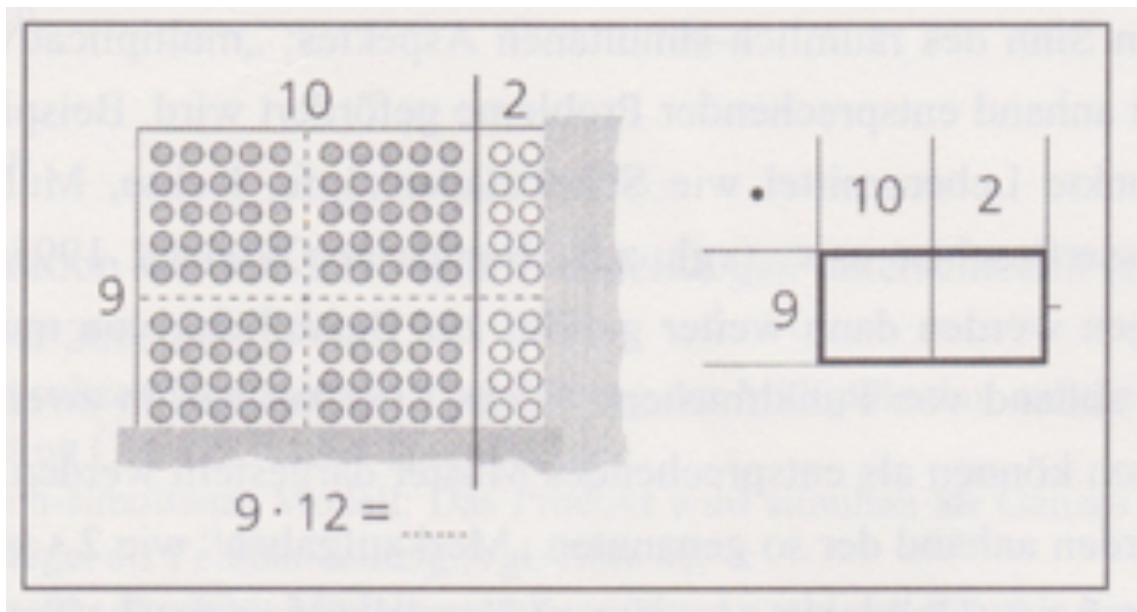


Abbildung 9: Distributivgesetz, veranschaulicht an Hunderterfeld und Malkreuz, (MOSER OPITZ 2007, S. 108)

„Aufgaben des ‚großen Einmaleins‘ (Aufgaben der 11er bis 20er Reihe) können unter der Anwendung des Distributivgesetzes halbschriftlich oder als Kopfrechenaufgabe mit Hilfe des kleinen Einmaleins gelöst werden ( $9 \cdot 12 = 9 \cdot 10 + 9 \cdot 2$ ). Hilfreich ist auch hier die Darstellung am Punktfeld (vgl. Abb. 9). Zentral für die Einsicht ins Dezimalsystem ist das Zehnereinmaleins ( $1 \cdot 40, 2 \cdot 40, 3 \cdot 40$  usw.) bzw. das Multiplizieren mit Stufenzahlen ( $20 \cdot 30; 300 \cdot 2$  usw.). Beim Multiplizieren mit 10 werden aus Einern Zehner, aus Zehnern Hunderter usw. Dieses Verständnis ist Voraussetzung, damit die Regel ‚Null anhängen‘ verstanden und korrekt angewendet werden kann.“ (MOSER OPITZ 2007, S. 109)

## 2. Bedeutung und Erwerb der Division

### a. Aufteilen und Verteilen

„Teilen ist eine alltagsbezogene Tätigkeit, welche Kinder schon im Vorschulalter lernen. Umso erstaunlicher scheint es, dass berichtet wird, das Dividieren bereite sogar Sekundarschülerinnen und –schülern und Erwachsenen häufig Schwierigkeiten.“ (SQUIRE / BRYANT 2002, S. 2 zitiert nach MOSER OPITZ 2007, S.109)

Allerdings gibt es zwei Modellvorstellungen, die diese Sachlage zum Teil erklären:

- „Aufteilen: Eine gegebene Grundmenge wird in die größtmögliche Zahl von Teilmengen mit gleicher, vorgeschriebener Größe aufgeteilt. Ein diese Größe unterschreitender Rest kann übrig bleiben. Die Anzahl der Elemente einer Teilmenge ist hier vorgegeben, die Anzahl der Teilmengen wird gesucht.

- Verteilen: Eine gegebene Grundmenge wird in eine vorgeschriebene Anzahl von Teilmengen so geteilt, dass jede Teilmenge die gleiche, größtmögliche Anzahl von Elementen enthält. Es kann ein nicht mehr weiter verteilter Rest übrig bleiben. Die Anzahl der Teilmengen ist vorgegeben, die Zahl der Elemente der einzelnen Teilmengen ist gesucht.“ (KRAUTHAUSEN/SCHERER 2003, S. 28 zitiert nach MOSER OPITZ 2007, S. 109)

Wichtig für den Unterricht ist, dass beide Modellvorstellungen verwendet werden, sie müssen von den Schülerinnen und Schülern nicht unterschieden werden können. Natürlich stellt sich die Frage, welches der beiden Modelle leichter zu verstehen ist. Studien haben ergeben, dass das Aufteilen, aufgrund z.B. von zeichnerischer Unterstützung, den Schülerinnen und Schülern leichter fällt.

„Unabhängig von der verwendeten Modellvorstellung sind bezüglich der Division folgende Aspekte wichtig: a) Ausgangspunkt ist die Grundmenge, b) Teilen (Aufteilen oder Verteilen) muss immer ‚gerecht‘ sein, d.h. es müssen gleich große Teilmengen gebildet werden, und c) es wird geteilt, bis kein weiter verteilter oder aufteilbarer Rest übrig bleibt. Im Unterricht stellt sich oft das Problem, dass die Division nur auf formaler Ebene als Umkehrung der Multiplikation bearbeitet wird und die hier genannten zentralen Einsichten von den Kindern nicht erworben werden können. Dies kann in höheren Schuljahren beispielsweise zu Schwierigkeiten beim Bruchrechnen führen. Für das Automatisieren der Division muss beachtet werden, dass die Schülerinnen und Schüler den Zusammenhang zwischen Multiplikation und Division verstanden haben und Divisionsaufgaben ausgehend von der Umkehrung von Einmaleinsaufgaben lösen können. Analog zur Multiplikation ist auch bei der Division wichtig, dass die Schülerinnen und Schüler Einsicht in die Divisionen durch 10, 100 usw. und mit Stufenzahlen [Streichen der 0] ( $1200 : 4$ ,  $1200 : 40$ ,  $1200 : 400$ ) erwerben.“ (MOSER OPITZ 2007, S. 110)

#### b. Halbschriftliches Dividieren

„Halbschriftliches Dividieren ist ein wichtiger Aspekt beim Erwerb des Divisionsverständnisses, da dadurch die zentralen Elemente der Division anschaulich erarbeitet werden können. Wie bei den anderen halbschriftlichen Verfahren geht es auch hier um die Entwicklung von eigenständigen Strategien und die Förderung des mathematischen Denkens. Bei der halbschriftlichen Division wird die Operation schrittweise durchgeführt, und die Zwischenergebnisse werden notiert. Im Gegensatz zum schriftlichen Verfahren muss nicht immer der größtmögliche Quotient gesucht werden, wie Abbildung 10 zeigt.“ (MOSER OPITZ 2007, S. 111)

$$\begin{array}{r}
 936 : 4 = 200 + 25 + 9 = 234 \\
 \underline{800} : 4 = 200 \\
 \text{Rest } 136 \\
 \underline{100} : 4 = 25 \\
 \text{Rest } 36 \\
 \underline{36} : 4 = 9 \\
 \text{Rest } 0
 \end{array}$$

Abbildung 10: Halbschriftliche Divisionsaufgabe (MOSER OPITZ 2007, S. 111)

### 3.4.2 Schwierigkeiten beim Multiplizieren und Dividieren

#### 4. Multiplikation

Ein Problem, welches bei der Multiplikation auftreten kann, ist Addieren anstatt Multiplizieren ( $4 \cdot 5 = 9$  wegen  $4 + 5 = 9$ ). Dies geht auf die Tatsache zurück, dass die Multiplikation oft nur als „fortgesetzte Addition“ erarbeitet wird und die „Schülerinnen und Schüler die Glieder der Operation nur als Summanden und nicht als Faktoren wahrnehmen und diese in der logischen Folge addieren.“

Ein weiteres Problem ist die Aufgabenschwierigkeit. Aufgaben in denen der Faktor 2 oder 5 vorkommt, wird häufiger richtig gelöst, ebenso wie Aufgaben mit „zwei gleichen Faktoren.“ Generell brauchen die Schülerinnen und Schüler länger für Aufgaben mit größeren Faktoren, vor allem dann, wenn diese „durch wiederholte Addition (zählend) gelöst werden.“ (MOSER OPITZ 2007, S. 112)

„Wenn bestimmte Aufgabenkombinationen vermehrt geübt werden, hat dies einen positiven Einfluss auf die Lösungshäufigkeit von anderen, nicht besonders geübten Aufgaben.“ (BAROODY 1999a, S. 182, zitiert nach MOSER OPITZ 2007, S. 112) Es wurde eine Leistungssteigerung bei ähnlichen Aufgaben erkannt, wie zum Beispiel  $3 \cdot 7$  und  $3 \cdot 9$ .

Ein weiteres Ergebnis der Studie von BAROODY (1999a) war die Fehlerhäufigkeit unter Zeitdruck. In der Folge ist dieses Ergebnis kontraproduktiv zu den oft durchgeführten Multiplikationswettbewerben (Rechenkaiser) an den Schulen.

Ein weiterer Fehler, welchen viele Kinder oft begehen, tritt bei der Multiplikation oder Division mit „Stufenzahlen“ auf, da die Schülerinnen und Schüler das 0 dazu geben oder wegstreichen



nicht verstehen. Um diesem Problem vorzubeugen, bedarf es einer guten Einarbeitung in das Dezimalsystem. (Vgl. MOSER OPITZ 2007, S. 113)

## 5. Schwierigkeiten beim Dividieren

Über die Schwierigkeiten der Operation Division gibt es trotz zahlreicher auftretender Probleme kaum Studien. Es wird nur von großem Leistungsrückstand und fehlenden Operationsverständnis gesprochen. (Vgl. MOSER OPITZ 2007, S. 113 – 114)

### 3.5 Schätzen, Runden, Überschlag

#### 3.5.1 Bedeutung und Erwerb

„Beim Schätzen gibt man einen im Alltagsgebrauch sinnvollen Zahlenwert an, den man nicht genau kennt. Man nimmt dazu eine Bezugsgröße zu Hilfe, die als Repräsentant zu einer Schätzung führt. Beim Runden geht man von einer bekannten Größe aus. Sie soll den Zahlenwert haben, der in der Praxis sinnvoll erscheint. [...] Beim Schätzen verwenden wir gerundete Zahlen.“ (AFFOLTER u.a. 2001, S. 126, zitiert nach MOSER OPITZ 2007, S. 114)

Für das Runden gibt es exakte Regeln, welche eingehalten werden müssen. Von Eins bis Vier wird abgerundet und von Fünf bis Neun wird aufgerundet.

Eine Überschlagsrechnung wird mit gerundeten Zahlen durchgeführt, um auf das ungefähre Ergebnis zu kommen. Dies ist eine sehr wichtige mathematische Kompetenz und kann auch gut im Alltag angewandt werden (z.B. beim Einkaufen). Doch um dieser Kompetenz gerecht zu werden, bedarf es einer guten Vorstellungskraft von größeren Zahlen. Laut Studien ist die „Fähigkeit des Schätzens bzw. Überschlags“ vom Alter abhängig. (LEMAIRE/LECACHEUR 2002, S. 298) Im Laufe der Zeit steigern die Schülerinnen und Schüler ihr mathematisches Niveau und dadurch wird später der Überschlag auch besser verstanden. Beim Schätzen im mathematischen Bereich ist es das gleiche, auch erst mit zunehmenden Alter können Zahlen auf einem Zahlenstrahl besser zugeordnet werden. (Vgl. MOSER OPITZ 2007, S. 114)

#### 3.5.2 Schwierigkeiten beim Schätzen, Runden, Überschlag

Der Überschlag stellt generell ein großes Problem für die Schülerinnen und Schüler dar. Dieses Problem tritt aber auch bei guten Rechnerinnen und Rechnern ein, denn „Schätzen, Überschlag und Runden erfordern den Umgang mit Ungenauigkeiten. Das fällt vielen Schülerinnen und Schülern schwer. Sie sind es gewohnt, dass es in Mathematik um ein genaues Resultat geht.“ (MOSER OPITZ 2007, S. 116)

Der Überschlag wird oft durch Raten der Ergebnisse bzw. exakte Berechnung umgangen.

Die größten Probleme für rechenschwache Schülerinnen und Schüler sind die fehlenden Vorkenntnisse, darunter fallen das Beherrschen der Grundoperationen und vor allem die Vorstellungskraft von größeren Zahlen. (Vgl. MOSER OPITZ 2007, S. 116)

Zusammenfassend kann man sagen, dass es viele unterschiedliche Probleme gibt und dass es einer individuellen Förderung von rechenschwachen Kindern bedarf um diese Probleme aus dem Weg zu räumen. Im Unterricht ist es wichtig darauf zu achten, den Schülerinnen und Schülern die Problemstellen von mehreren Seiten zu beleuchten und gemeinsam mit ihnen versuchen diese zu beseitigen.

## 4. Diagnostik von Rechenschwäche

Das folgende Kapitel handelt von der Diagnostik bei Rechenschwäche. Zuallererst wird die Früherkennung behandelt, um dann auf das Erkennen in der Schule eingehen zu können. Anschließend wird auf die qualitative Diagnostik und auf die Umsetzung einer entwicklungs- und theoriegeleiteten Diagnostik eingegangen. Am Ende dieses Kapitels wird noch auf unterschiedliche Dyskalkulie-Tests (die Deutschen Mathematiktests, die Eggenberger Rechentests, die Heidelberger Rechentests, den Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung, den ZAREKI und den TEDI-MATH) in der Schule eingegangen.

### 4.1 Früherkennung von Dyskalkulie

Bei der Früherkennung von Dyskalkulie, ist es wichtig, „die Frage zu beantworten, was Basiskompetenzen schulischen Lernens sind und welche Entwicklungsauffälligkeiten Frühindikatoren [...] für mathematische Lernstörungen sind. Im Vorschulalter ist eine genaue Entwicklungsbeobachtung der Kinder umso wichtiger, weil sich schon oft hier frühe Hinweise auf später auftretende schulische Lernstörungen zeigen.“ (BARTH 2010, S.53)

Im frühen Kindesalter werden keine Tests bezüglich Dyskalkulie gemacht, sondern das Beobachten von Spiel- und Problemlöseverhalten steht im Vordergrund. Dabei werden von Kindern mit einer Rechenschwäche Spiele vermieden, in denen sie schlechter abschneiden als Kinder ohne Rechenschwäche. Beim Problemlöseverhalten ist wichtig, dass die Kinder laut denken beziehungsweise Notizen machen, damit Erwachsene dem Lösungsweg folgen und auf etwaige Fehler reagieren können. (Vgl. LORENZ 2007, S. 390 – 391)

Laut Studien liegt vor, dass der „Erwerb mathematischer Fähigkeiten und Fertigkeiten ein Entwicklungsprozess ist, der lange vor dem Mathematikunterricht in der Schule beginnt. Mathematische Fähigkeiten und erste Einsichten in den Zahlbegriff entwickeln sich bei allen Kindern weit vor dem Schulbeginn. Kinder begegnen in der Schule nicht zum ersten Mal den Zahlen. Auch die Notwendigkeit, mit Zahlen und Mengen zu operieren, ist für sie keinesfalls neu. Der Umgang mit Zahlen beginnt bereits recht früh. Selbst im Säuglingsalter lassen sich erstaunliche Fähigkeiten im Umgang mit Mengen und Mengenoperationen feststellen.“ (DEHAENE 1999, zitiert nach BARTH 2010, S.57)

Im Mathematikunterricht werden gewissen Fähigkeiten verlangt, die Kinder bereits im Kindesalter bei Spielen, wie Memory, Puzzle bauen oder bauen mit Bauklötzen, verwenden. Dazu zählen „visuell-räumliche Verarbeitungsprozesse, Sprachverständnis und gedächtnisbezogene

Verarbeitungsprozesse.“ Die „modale Wahrnehmungsleistungen, Sprachverständnis, Gedächtnis sowie der pränumerische Bereich“ sind für eine Früherkennung von Dyskalkulie von immenser Bedeutung, deswegen sollten dafür folgende Aspekte erfasst werden.

- „Entwicklungsstand in basalen Wahrnehmungsmodalitäten (taktil-kinästhetische, vestibuläre, visuelle und auditive Modalitäten)
- Entwicklungsstand im pränumerischen Bereich bzw. im mengenbezogenen Vorwissen
- Entwicklungsstand im zahlbezogenen Vorwissen
- Sprachkompetenz
- Gedächtnis“ (BARTH 2010, S.58 – 59)

Bereits im Kindergarten, können Kinder, laut BARTH (2010, S.62), die später eine Rechenschwäche entwickeln, erkannt werden. Sie fallen auf, weil sie

- „nur ungern oder schlecht malen und zeichnen. Vor allem die Anordnung des Gemalten auf dem Blatt ist wenig ausgewogen oder unstrukturiert. Das Nachzeichnen bereitet den Kindern oft Probleme, insbesondere, wenn die gezeigte Figur aus dem Gedächtnis nachgezeichnet werden muss. [...]
- ein schlecht entwickeltes Körperschema haben
- das Bauen mit Konstruktionsspielen vermeiden (z.B. das Bauen mit Lego-/Fischertechnik), ungern puzzeln oder auch die verschiedenen Möglichkeiten des Spielzeugs/Spielmaterials nicht kreativ ausschöpfen können. Die Spiele erfordern das gedankliche Operieren mit vorgestellten Inhalten
- Schwierigkeiten in der räumlichen Orientierung (rechts-links, oben-unten, dahinter-davor) und in der Erfassung räumlicher Beziehungen haben
- Defizite im Erfassen von Mengen oder bei Mengenvergleichen aufweisen. Es fällt ihnen oft schwer, eine Anhäufung von Gegenständen rasch zahlenmäßig abzuschätzen (z.B. „wo liegen mehr/weniger Stäbchen?“). Insbesondere diese Schwierigkeiten mit numerischen Vergleichen, über die die Kinder bei Schuleintritt in der Regel bereits verfügen, sind indikativ für sich anbahnende Schwierigkeiten.
- Sprachverständnisprobleme haben. Unzulänglichkeiten im Sprachverständnis weisen auf Schwierigkeiten des quantitativen Verstehens hin. [...]
- sich die Abfolge einer Handlung oder Geschichte schlecht vorstellen können und deshalb auch Schwierigkeiten haben, eine kleine Bildergeschichte in ihrem Handlungsablauf zu legen

- Gedächtnisprobleme aufweisen. Gedichte, Lieder, Verse werden von den Kindern oft schlechter behalten. Das Ausführen von zwei bis drei miteinander verknüpften Handlungsaufträgen gelingt ihnen nicht.“ (BARTH 2010, S.62)

Bei auftretenden Problemen, die gerade beschrieben wurden, ist es wichtig, dass man die Kinder spielerisch unterstützt und ihnen hilft.

Laut derzeitigem Wissensstand treten bei Kindern mit Dyskalkulie nachfolgende Grundstörungen auf:

- „visuell-räumliche und ganzheitliche Verarbeitungsstörung
- visuo-motorische Störungen
- Störungen des Sprachverständnisses und der sprachlichen Kodierung
- Verbal-sequentielle Informationsverarbeitungsstörungen, auditive Gedächtnis-/Merkfähigkeitsstörungen
- Störungen der kognitiven Strategiebildung“ (BARTH 2010, S.59)

„Für die Früherkennung von Rechenschwierigkeiten müssen Entwicklungsbereiche identifiziert werden, die als Vorläuferfertigkeiten für den Erwerb mathematischer Kompetenzen schon im Vorschulalter, spätestens zu Schulbeginn erfasst werden können und die eine Vorhersage der schulischen Mathematikleistungen erlauben.“ (BARTH 2010, S.59)

Daher werden nun einige Aufgaben von LORENZ (2007, S. 392 – 395) genannt, wo Stärken und Schwächen der Kinder besonders deutlich auftreten.

- Visuelle Differenzierung: „Die Aufgabe besteht im Heraussuchen von einem visuell gleichen Gegenstand aus leicht veränderten Gegenständen; hierbei müssen die Kinder auch kleine Details beachten. Das Zielbild ist zu suchen, wobei verschiedene Alternativen zusammen mit einer richtigen Lösung vorgegeben werden.“
- Figur-Grund-Diskrimination: „Drei ineinander gezeichnete konkrete Gegenstände, werden dem Kind präsentiert, und es muss aus sechs Vorschlägen herausfinden, welche Objekte gezeichnet wurden. Gefordert ist hierbei die Figur-Grund-Diskrimination, die im Grundschulunterricht bei der Bearbeitung von Arbeitsblättern, Schulbuchseiten und dem Tafelbild verlangt wird.“
- Labyrinth: „Zu suchen sind die Wege durch verschiedene Labyrinth. Das Kind weist mit dem Bleistift(-strich) der Maus den Weg zu dem Käse, ohne Umwege zu machen. Gefordert ist hierbei die Auge-Hand-Koordination: Der Weg ist in einer räumlichen

Anordnung herauszusuchen, ohne in Sackgassen zu geraten, was auch eine visuelle Planung voraussetzt.“

- Spiegelbilder: „Hier gilt es, ein räumlich anders angeordnetes Bild aus räumlich gleich angeordneten heraus zu suchen; insbesondere ist die veränderte Orientierung/Spiegelung zu beachten.“
- Mosaik: „Die Kinder sollen geometrische Muster aus vorgegebenen Teilmustern ergänzen. Dies verlangt räumliches Operieren, denn die Muster müssen in der Vorstellung vervollständigt werden, ein handelndes Ausprobieren ist nicht möglich.“
- Visuelles Gedächtnis: „In dieser Aufgabenfolge wird dem Kind ein Bild mit einem oder mehreren Gegenständen 5 sec gezeigt. Anschließend muss es den richtigen Gegenstand, die geometrische Figur oder Serie nach Vorlage heraussuchen, wobei das Zielbild und verschiedene Lösungsalternativen vorgelegt werden.“
- Zahlennachsprechen vorwärts: „Hierbei handelt es sich um die auditive Gedächtnisleistung. Eine Folge von Zahlworten soll nachgesprochen werden, wobei die Zahlensequenz zunehmend länger wird. Die Zahlen werden vom Kind mündlich und unmittelbar wiederholt.“
- Zahlennachsprechen rückwärts: „Bei diesen Aufgaben liegt eine Zusatzanforderung vor, denn nun müssen die Zahlenreihen in umgekehrter Reihenfolge wiederholt werden. Das Kind muss also die Reihung verkehren.“
- Präpositionen: „Hier werden dem Kind Bildvorlagen in verschiedenen Raum-Lage-Beziehungen vorgegeben. Aus jeweils fünf Vorlagen muss das Kind heraussuchen, ob sich ein Objekt über, unter, vor, hinter, rechts oder links von einem anderen Objekt befindet. Dies ist für das im Unterricht geforderte Sprachverständnis im Umgang mit Veranschaulichungsmittel notwendig aber auch für das Verständnis mathematischer Operationen, die über tatsächlich ausgeführte oder vorgestellte Handlungen repräsentiert wird. Insbesondere das Verstehen von räumlichen und zeitlichen Beziehungen, die in Form von Präpositionen ausgedrückt werden, entscheidet im Anfangsunterricht über den Erfolg oder Misserfolg von Lernprozessen.“
- Perzeptiver Vergleich: „Mittels ihrer Wahrnehmung gelingt es Kindern Größen und Mengen zu vergleichen. Hierbei sind sie aufgefordert, aus zwei Darstellungen (Mengen von Gegenständen oder Punkten) die größere/kleinere Menge auszusuchen. Die Anzahlen sollten so groß sein, dass ein Zählen für Kinder nicht möglich ist.“
- Mathematisches Sprachverständnis: „Für den Schulunterricht ist die richtige Verwendung von Präpositionen (an, bei, über, unter, zwischen, oben, nach, vor, bei etc.) und

Komparativen (größer/kleiner als, dicker/dünnere als, höher/tiefer als etc.) wesentlich. Dies kann im Alltag an vielen Stellen beobachtet werden.“

- Zählfertigkeiten: „Auch, wenn das Zählen in der Grundschule behutsam abgelöst wird, so ist das ‚zählende Rechnen‘ eine wesentliche Phase in der kindlichen Entwicklung, die nicht übersprungen werden kann. Aus diesem Grund ist es notwendig, die Kompetenz des Kindes bezüglich der Zahlwortreihe (verbales Zählen) und des Zählens von Objekten (mit dem Finger deutend) zu erfassen.“
- Seriation: „Die Aufgabe besteht darin, Reihen in ihrer Größe zu ordnen bzw. Objekte der Größe/Länge nach in vorhandene Reihen einzuordnen. Zur Seriationsfähigkeit gehört auch die Zuordnung von Objekten nach ihrer Größe. Hierbei müssen die Kinder bei zwei Reihen jeweils eine (visuelle) Ordnung vornehmen und die zueinander gehörenden Objekte verbinden.“

(LORENZ 2007, S. 392 – 395)

Eine weitere sehr wichtige Fähigkeit ist der Umgang mit Zahlen. Kinder lernen bereits im Vorschulalter bis zu einer gewissen Zahl zu zählen. Dabei werden fünf „Zählprinzipien“ entwickelt, dazu zählen die „Stabilität der Zahlwortreihe“, „die Eins-zu-Eins-Zuordnung“, die „Kardinalität“, die „Anordnungsbeliebigkeit“ und das „Abstraktionsprinzip“. Diese Prinzipien bilden den Anfang von Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division.

Daher ist das Üben mit Kindern, die den Anschein machen eine Rechenschwäche zu haben, sehr wichtig. (Vgl. LORENZ 2007, S. 395 – 396)

#### 4.2 Erkennen von Rechenstörungen in der Schule

Eine korrekte Diagnose der verschiedensten Probleme in der Schule, welche bei mathematischen Aufgaben auftreten können, ist enorm wichtig, um frühzeitig mit einer individuellen Förderung beginnen zu können. Zu den Fördermöglichkeiten, welche es im Falle einer Dyskalkulie gibt, kommen wir später. Im vorherigen Kapitel ging es um die Früherkennung einer Dyskalkulie, jetzt wird die schulische Diagnostik näher betrachtet.

„Zielrichtung der schulischen Diagnostik ist die Identifikation von Schwierigkeiten auf der Ebene derjenigen Teilbereiche,

- durch die sich die mathematischen Kernideen altersadäquat behandeln und entwickeln lassen (curriculare Komponente),

- die als notwendige kognitive Fähigkeiten entwickelt werden müssen, bevor weiterführende Inhalte Unterrichtsgegenstand werden können (kognitive Komponente).“ (LORENZ 2007, S. 391)

Dazu werden Beispiele herangezogen, mit denen die Leistung der Schülerinnen und Schüler überprüft wird; sind diese sehr schlecht, könnte eine Rechenschwäche vorliegen. Die Aufgaben sind dieselben, die am Ende des vorherigen Kapitels bereits erwähnt wurden. Diese werden entweder vor dem Einstieg in die Schule geprüft, oder in den Anfangswochen. Je früher eine Rechenschwäche bei Kindern diagnostiziert wird, desto früher kann mit der Förderung begonnen und somit den Kindern geholfen werden. (Vgl. LORENZ 2007, S. 391)

Die Lehrerinnen und Lehrer der Grundschule bekommen oft Lösungen, welche in der nachstehenden Abbildung betrachten werden können, die erstaunlich sind, aber wenn Kinder eine Rechenschwäche besitzen, sind sie leider alltäglich.

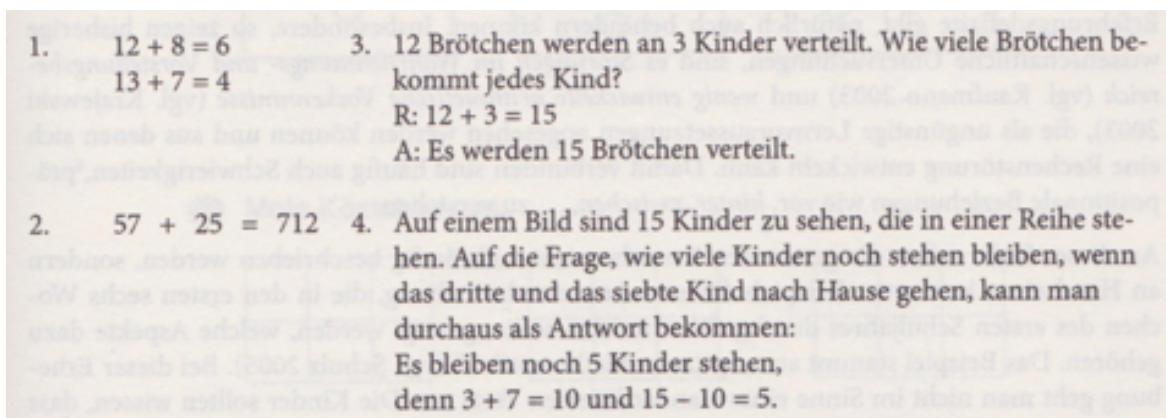


Abbildung 11: Schulbeispiele von rechenschwachen Kindern (WESSOLOWSKI 2007, S. 315)

Man erkennt deutlich, dass die Kinder kein Verständnis für mathematische Aufgaben und das Zahlenverständnis haben. Schülerinnen und Schüler mit einer Rechenschwäche verstehen nicht den „Zusammenhang oder auch den Unterschied zwischen Ordinal- und Kardinalzahl.“ Wichtig ist, dass bei allen Kindern individuelle Fehler auftreten werden, dennoch gibt es typische Schwierigkeiten, welche von WESSOLOWSKI (2007, S. 315) beschrieben werden:

- „einseitige Zahlvorstellungen,
- einseitige Operationsvorstellungen, verbunden mit
- verfestigtem zählenden Rechnen.“



Dies sind die grundlegendsten Symptome, die bei einer Rechenschwäche auftreten. „Außerdem lassen sich sowohl bei der Zahldarstellung und der Zahlauffassung als auch bei Vorstellungen von Rechenoperationen Schwierigkeiten oder die Unfähigkeit, zwischen verschiedenen Repräsentationsmodi flexibel zu wechseln, beobachten.“ (WESSOLOWSKI 2007, S. 315)

„Kein Kind kommt mit einer Rechenstörung in die Schule“, es gibt nur schlechte Voraussetzungen, darunter fallen „Störungen im Wahrnehmungs- und Vorstellungsbereich“ (KAUFMANN 2003) und „wenig entwickelte arithmetische Vorkenntnisse“ (KRAJEWSKI 2003). Mit diesen Voraussetzungen ist es möglich, dass eine Rechenstörung entwickelt wird. Um zu überprüfen, ob es diese gibt, soll eine „Lernstandserhebung in den ersten sechs Wochen des ersten Schuljahres durchgeführt werden.“ Allerdings sollte dieser Test nicht unter Druck stattfinden, die Schülerinnen und Schüler sollen genügend Zeit bekommen und auch nicht alle Aufgaben auf einmal lösen.

Bei der Auswertung des Tests, sollte zuerst auf Quantität geachtet werden, also ob die Aufgaben „richtig, zum Teil richtig, völlig falsch oder gar nicht bearbeitet wurden.“ Wenn eine der drei letzten Bereiche auftritt, ist es sinnvoll eine qualitative Analyse durchzuführen, sprich die Kinder beim Lösen der Aufgaben zu beobachten und gegebenenfalls mit ihnen über die Lösungsschritte zu sprechen, damit in Erfahrung gebracht wird, wie die Kinder vorgehen.

In den folgenden Abbildungen 12, 13, 14 und 15 sehen wir, wie so ein Test aussehen könnte. Das Beispiel stammt aus „Spitze der Mathematik 1“. (Vgl. WESSOLOWSKI 2007, S. 316)

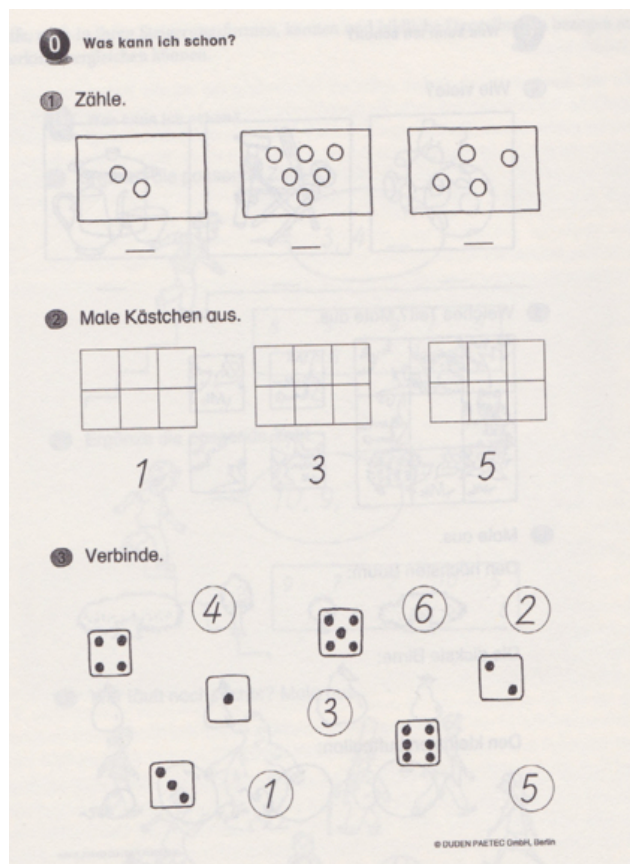


Abbildung 12: Aufgaben zur Zahlauffassung und Zahldarstellung (WESSOLOWSKI 2007, S. 315)

Bei den Beispielen in der Abbildung 12 geht es um die Zahlauffassung und Darstellung. Bei Aufgabe 1 soll die jeweils korrekte Zahl hingeschrieben werden. Dabei kann man beobachten, ob die Kinder die Kreise auf einem Blick erkennen oder sie einzeln abzählen.

Bei Aufgabe 2 sollen Kästchen bemalt werden, hier kann beobachtet werden, ob während des Malens, die Kästchen immer wieder neu abgezählt werden müssen. Bei Aufgabe drei gehören die Würfel mit den richtigen Zahlen verbunden, hier kann überprüft werden ob die Kinder das Bild des Würfels kennen, oder ob sie die Punkte jedes Mal abzählen müssen.

Bei Aufgabe 4 soll die Anzahl der Gegenstände ermittelt werden, auch wenn sich diese teilweise überdecken. Bei Aufgabe 5 geht es darum, das richtige Puzzle Teil zu finden und bei Aufgabe 6 ist das Ziel, dass die Schülerinnen und Schüler „geometrische Qualitätsbegriffe, auch in ihren Steigerungsformen“ kennen und richtig anwenden können.

Bei den Aufgaben 7 und 8 müssen die fehlenden Zahlen ergänzt werden und somit wird überprüft ob die Kinder richtig vorwärts und rückwärts zählen können. Bei der Aufgabe 9 soll die Fähigkeit überprüft werden links und rechts zu unterscheiden.

(Vgl. WESSOLOWSKI 2007, S. 316 - 320)

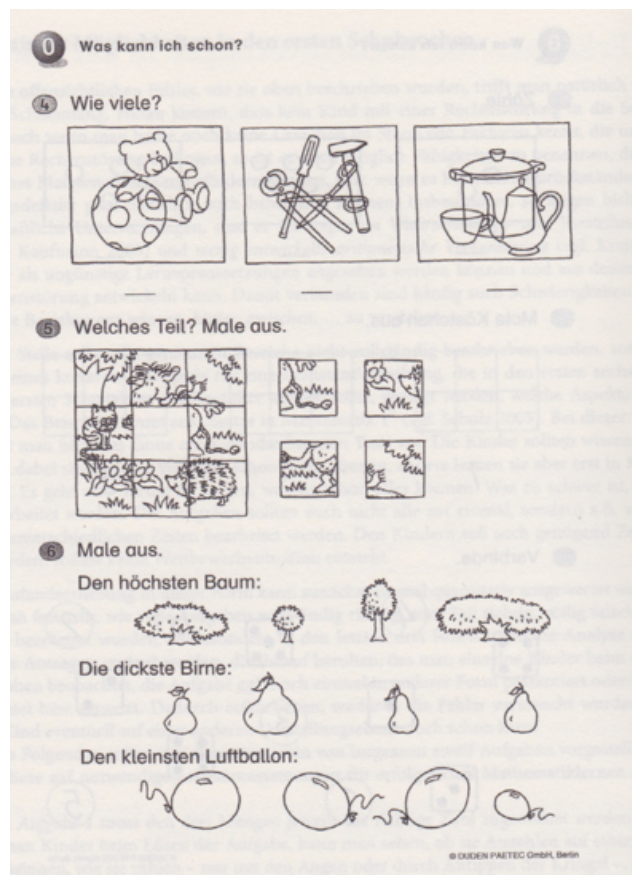


Abbildung 13: Aufgaben zur visuellen Wahrnehmung und zum Verständnis für geometrische Qualitätsbegriffe (WESSOLOWSKI 2007, S. 315)

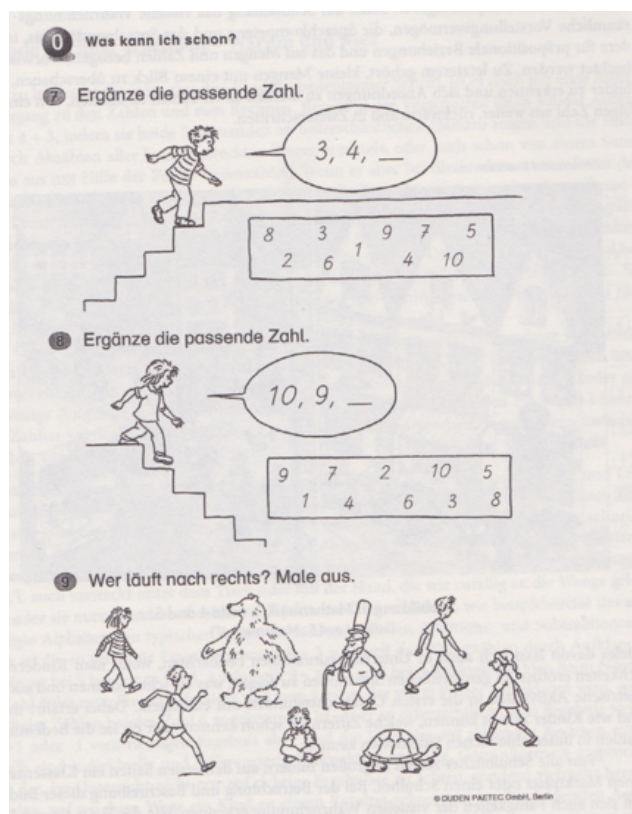


Abbildung 14: Aufgaben zum Weiter- und Rückwärtszählen und zur Raum-Lage-Beziehung (WESSOLOWSKI 2007, S. 315)

Anhand dieser ganzen Beispiele sollte „am Schulanfang das visuelle Wahrnehmungs- und das räumliche Vorstellungsvermögen, die Sprachkompetenz und das Sprachverständnis, insbesondere für präpositionale Beziehungen und das auf Mengen und Zahlen bezogene Vorwissen beobachtet werden. Zu letzterem gehört, kleine Mengen mit einem Blick zu überschauen, Würfelbilder zu erkennen und sich Anordnungen zu merken sowie zählen zu können, von einer beliebigen Zahl aus weiter, rückwärts und in Zweierschritten.“ (WESSOLOWSKI 2007, S. 320) Solche Aufgaben können ganz leicht in den Unterricht eingebaut werden, und die Schülerinnen und Schüler merken nicht einmal, dass sie getestet werden.

Ein weiterer Punkt, der in der Schule erkannt werden sollte, ist das zählende Rechnen, wobei dies in den ersten zwei Schuljahren oft schwierig ist, denn bis zum Zahlenraum 20 können die Aufgaben zählend oft schneller gelöst werden, als wenn die Aufgaben zerlegt und anschließend berechnet werden.

Das Zählen lernen ist für die Kinder der „erste Zugang zu den Zahlen und zum Rechnen.“ Kleine Rechnungen können bereits in der Vorschulzeit durch Abzählen der Finger gelöst werden. Wenn aber jedes Mal neu gezählt werden muss, ist es ein Zeichen, dass die Kinder den Sinn hinter den Zeichen (z.B. sieben Finger für die Zahl 7) nicht verstehen. Problematisch wird es, wenn die Kinder dies beibehalten und auch in der Schule diese Methode angewandt wird. Durch das zählende Rechnen ist es für die Schülerinnen und Schüler schwer, sich das Einmal-eins einzuprägen, da sie keine Zahlbeziehungen kennen. Ein häufiger Fehler des zählenden Rechnens ist die „Einsabweichung“, doch nur aufgrund dieser, kann noch kein zählendes Rechnen festgestellt werden. Dazu müssen die Kinder beobachtet werden und es soll nicht nur darauf geachtet werden, ob die Lösung richtig ist, sondern wie die Kinder auf das Ergebnis gekommen sind. (Vgl. WESSOLOWSKI 2007, S. 321)

Im Folgenden werden einige Punkte von KAUFMANN und WESSOLOWSKI (2005) angeführt, die es erleichtern, das zählende Rechnen zu entdecken.

- „Wie viel Zeit braucht das Kind für das Lösen von Aufgaben, wie  $6 + 2$  und  $6 + 7$ ,  $15 - 3$  und  $15 - 6$ ?“ (KAUFMANN und WESSOLOWSKI 2005, zitiert nach WESSOLOWSKI 2007, S. 321)

Wichtig ist dabei, dass diese Aufgaben direkt nacheinander mündlich gestellt werden. Werden für die jeweils zweite Aufgabe ( $6 + 7$  und  $15 - 6$ ) deutlich mehr Zeit benötigt, kann dies ein

„Zeichen für zählendes Rechnen“ sein, da bei den zweiten Aufgaben größere Zahlen dazu gezählt oder weggezählt werden müssen.

- „Wie schnell nennt das Kind das Ergebnis der jeweils zweiten Aufgabe?

$5 + 5$  und  $5 + 6$

$6 + 2$  und  $2 + 6$

$7 + 4$  und  $11 - 4$ “

(KAUFMANN und WESSOLOWSKI 2005, zitiert nach WESSOLOWSKI 2007, S. 322)

Wenn Schülerinnen und Schüler ein zählendes Rechnen anwenden, dann werden keine Beziehungen erkannt und jedes Beispiel neu gerechnet. Normalerweise haben die Kinder Vorgänger und Nachfolger von Zahlen bereits kennen gelernt, wenn die Beispiele dennoch jedes Mal aufs Neue gerechnet werden, anstatt Verbindungen herzustellen, ist dies ein Zeichen für zählendes Rechnen, ebenso wird bei einem Tausch der zwei Summanden, oder bei Umkehraufgaben, neu gezählt.

- „Nutzt das Kind Material zur Lösung von Aufgaben?“ (KAUFMANN und WESSOLOWSKI 2005, zitiert nach WESSOLOWSKI 2007, S. 322)

Aufgabe ist, dass die Schülerinnen und Schüler Rechenaufgaben wie im obigen Punkt nacheinander legen und rechnen. Oft werden nur die richtigen Zahlen ausgetauscht aber trotzdem immer wieder neu gezählt.

- „Wie erklärt das Kind eine mit Material durchgeführte subtraktive Handlung?“ (KAUFMANN und WESSOLOWSKI 2005, zitiert nach WESSOLOWSKI 2007, S. 322)

Anhand von Plättchen soll eine Subtraktion durchgeführt werden. Das Kind nimmt bei der Rechnung  $14 - 3$  die letzten drei Plättchen weg und zählt dann die übrig gebliebenen Plättchen. Auf die Frage, ob auch aus der Mitte 3 Plättchen entfernt werden dürfen, lautet die Antwort Nein und dies ist ein Zeichen einer zählenden Rechnerin bzw. eines zählenden Rechners.

- „Wo und wie verortet ein Kind Zahlen auf einem leeren Zahlenstrahl?“ (KAUFMANN und WESSOLOWSKI 2005, zitiert nach WESSOLOWSKI 2007, S. 322)

„Kinder, die Zahlen als Zählzahlen sehen, werden die Zuordnung auch über das Abzählen von gedachten Strichen begründen und Zahlbeziehungen, wie 5 ist die Hälfte von 10, 2 ist genauso weit entfernt von 0 wie 8 von 10 nicht bei ihren Lösungen berücksichtigen.“ (WESSOLOWSKI 2007, S. 322)

- „Fehlende Operationsvorstellungen erkennen“ (KAUFMANN und WESSOLOWSKI 2005, zitiert nach WESSOLOWSKI 2007, S. 323)

Wenn Kinder ein zählendes Rechnen anwenden, wird keine Vorstellung der Rechenoperationen aufgebaut. Bei einem + wird vorwärts gezählt und bei einem – rückwärts. Hilfreich um dies zu erkennen, ist, dass die Kinder sich Rechengeschichten überlegen sollen oder „Bilder zu Aufgaben“ zu zeichnen. (Vgl. WESSOLOWSKI 2007, S. 321 – 323)

Zusammenfassend kann man sagen, dass es wichtig ist eine Rechenschwäche so früh wie möglich zu diagnostizieren. Die ersten Schritte können bereits in der Vorschulzeit bzw. am Beginn der Schulzeit getroffen werden.

#### 4.3 Qualitative Diagnostik der Rechenschwäche. Bedeutung der differenzierten Diagnostik im Lernprozess

Schülerinnen und Schüler, die eine Rechenschwäche besitzen, gehören individuell gefördert, um dies zu verwirklichen, bedarf es einer „genauen Ermittlung der Lernausgangslage“. „Die qualitative Diagnostik von Rechenschwierigkeiten ist eine Differenzial- und Förderdiagnostik, sie untersucht die konkreten Schwierigkeiten im mathematischen Grundlagenbereich, die betroffenen Stoffgebiete, deren individuelles Ausmaß und die konkreten Erscheinungsformen.“ (WEHRMANN 2007, S. 334)

Um die Wissenslage der Schülerinnen und Schüler wirklich erkennen zu können, muss individuell mit ihnen gearbeitet und dabei den Fehlern auf den Grund gegangen werden. Nur so ist es möglich, zu erkennen, ob wirklich zählend gerechnet wird, oder ob es sogar auswendig gelernt wurde. „Eine qualitative Untersuchung ermittelt daher nicht, wie viel richtig ist, sondern auf welcher kognitiven Grundlage die Ergebnisse, ob richtig oder falsch, produziert werden. Ziel ist daher nicht die Rangwertung der Leistungen, sondern die genaue Beschreibung der begrifflichen Verinnerlichung. Dafür sind differenzierende qualitative Diagnostikinstrumente

erforderlich, sog. Mikrogenetische Verfahren, die unter der Oberfläche der falschen und richtigen Ergebnisse tauchen und darüber die subjektiven Bewältigungsstrategien der Kinder beim Lösen mathematischer Aufgabenstellungen offenlegen. Wichtig ist dabei die Rekonstruktion der inneren Denk- und Handlungspläne sowie der individuellen Algorithmen der Kinder beim Bearbeiten mathematischer Aufgabenstellungen. Die Methode der qualitativen Fehleranalyse ermöglicht es, die Quellen der Rechenfehler schrittweise einzugrenzen, bis sich ein individuelles Defizitbild, das persönliche Fehlerprofil, ergibt. Angemessene Diagnostikinstrumente sind innerhalb des klinischen Interviews die Methode des lauten Denkens, die Analyse des Umgangs mit Veranschaulichungsmaterialien sowie die Beobachtung der Mimik und Gestik des Schülers.“ (WEHRMANN 2007, S. 334)

Mit dieser Methode kann eine genaue Leistungsbeurteilung der Kinder gemacht werden, um schließlich mit einer gezielten Förderung zu beginnen. „Das Ergebnis einer qualitativen Diagnose von Rechenschwierigkeiten besteht konsequenterweise nicht in einem Noten- oder Punkteergebnis, d.h. die untersuchten Leistungen der Schüler werden nicht auf einer Skala quantitativ vergleichbar gemacht. Die Auswertung mündet vielmehr in einem qualitativen Fehlerprofil, das die individuelle Lernausgangslage des untersuchten Schülers so genau wie möglich widerspiegelt. Im Fehlerprofil wird dargelegt, welche Aspekte der Arithmetik sich der Schüler erschlossen hat und wo seine begrifflichen Schwierigkeiten zu verorten sind.“ (WEHRMANN 2007, S. 334 – 335)

Tests wie sie in der Schule durchgeführt werden, haben nicht dieses Anforderungsprofil, da das Hauptaugenmerk auf Richtig oder Falsch liegt. Wenn etwas nicht richtig gelöst wird, wird darüber nicht nachgedacht, es heißt nur, dass das Kind die Anforderungen nicht erreicht. Zum „Verständnis der Schwierigkeiten, die Kinder beim Rechnen haben“, tragen diese schulischen Tests nichts bei.

Wichtig für das Erlernen des Rechnens, ist eine „Beschäftigung mit der Mathematik.“ Meistens fehlen die Grundlagen und die Probleme können nur bewältigt werden, wenn die grundlegenden Schwierigkeiten aus dem Weg geräumt werden. „Demzufolge müssen diese Inhalte mitsamt ihren kognitiven Voraussetzungen sachgerecht neu aufgebaut werden. Im individuellen Lerndialog muss gesichert sein, dass der Schüler die mathematischen Argumente von Anfang an in ihm angemessenen Schritten nachvollzieht und darüber ständig reflektiert. Eine wichtige Rolle spielt dabei die in den Lernprozess integrierte Verlaufsdiagnostik, da diese die erzielten Lernfortschritte lernprozess-immanent auf kontinuierliche Weise absichert.“ (WEHRMANN 2007, S. 335) Dabei ist wichtig, dass das rechenschwache Kind seine Schritte immerzu erläutert.

Als wichtigster Punkt beim Erlernen des Rechnens gilt das kardinale Zahlenverständnis. Dieses muss von Grund auf verstanden und angewendet werden. Wenn ein Kind eine Rechenschwäche besitzt, hilft andauerndes Üben nicht beim Beseitigen der Probleme, denn wenn etwas nicht verstanden wurde, kann es auch nicht geübt werden. Anstatt dessen entwickelt sich eine immer größer werdende Abneigung gegen das Fach Mathematik. Zielgerecht geübt werden kann erst, wenn ein Kind die Grundfertigkeiten beherrscht und es versteht wie eine Rechnung richtig gelöst werden soll.

Um einer Dyskalkulie rechtzeitig entgegenzuwirken, ist es wichtig, dass bei den Kindern so früh wie möglich Schwierigkeiten im mathematischen Bereich erkannt und diesen auf den Grund gegangen wird.

(Vgl. WEHRMANN 2007, S. 334 – 337)

#### 4.4 Umsetzung einer entwicklungs- und theoriegeleiteten Diagnostik

„Wie soll Rechenschwäche diagnostiziert werden, wenn es keine klare und eindeutige Beschreibung des Phänomens gibt? Wie soll etwas diagnostiziert werden, wenn man nicht genau sagen kann, was es ist?“ (MOSER OPITZ 2009, S. 289)

Diese Fragen beschreiben ein Problem, welches MOSER OPITZ (2009) anspricht. „Ohne transparente Definition, ohne theoretisches Konzept und ohne dazugehörige empirische Hinweise ist also weder eine angepasste Diagnose noch eine adäquate Förderung möglich.“ (MOSER OPITZ 2009, S. 290)

„Zur Diagnostik von Rechenschwäche sind Konzeptionen nötig, welche folgende Voraussetzungen erfüllen:

- Es muss offengelegt werden, auf welches theoretische Verständnis von Rechenschwäche sich das Diagnosekonzept bezieht. Dieses Verständnis soll sich am aktuellen Forschungsstand orientieren.
- Die Entscheidungskriterien, welche zur Diagnose beziehungsweise zur Festlegung von Förderzielen führen, müssen begründet und offengelegt werden.
- Die verwendeten Instrumente müssen zentrale mathematische Kompetenzen erfassen.
- Gütekriterien müssen – unabhängig davon, ob ein standardisierter Test oder eine qualitative Lernstandserfassung durchgeführt wird – minimale Anforderungen erfüllen.“ (MOSER OPITZ 2009, S. 290 – 291)

Um eine Diagnose bestmöglich durchführen zu können, müssen „Diagnoseaufgaben nach theoriegeleiteten, entwicklungsorientierten (und empirischen) Kriterien entwickelt werden“. (MOSER OPITZ 2009, S. 291)



Im Mittelpunkt dieser Tests müssen die mathematischen Kompetenzen stehen und um diese zu diagnostizieren wird ein „zweistufiges Verfahren vorgeschlagen, bei dem sowohl standardisierte Instrumente als auch qualitative Lernstandserfassungen verwendet werden. Es wird empfohlen, zuerst standardisierte Instrumente beziehungsweise empirisch validierte Aufgaben als Screening einzusetzen, welche einen empirisch und theoretisch festgelegten Grenzwert zur Einschätzung der Mathematikleistungen enthalten. Damit soll nicht eine Etikettierung vorgenommen werden [...], sondern mit Bezug auf den mathematischen Lernstoff soll eine möglichst personenunabhängige Beurteilung des Ausmaßes des Leistungsrückstandes erfolgen. Dadurch soll die Entscheidung erleichtert werden, mit welchen Schülerinnen und Schülern im Anschluss an das Screening eine ausführliche qualitative Lernstandserfassung durchgeführt werden soll. Zudem können sich auch Hinweise ergeben, in welchen Bereichen ein Kind Schwierigkeiten hat.“ (MOSER OPITZ 2009, S. 293)

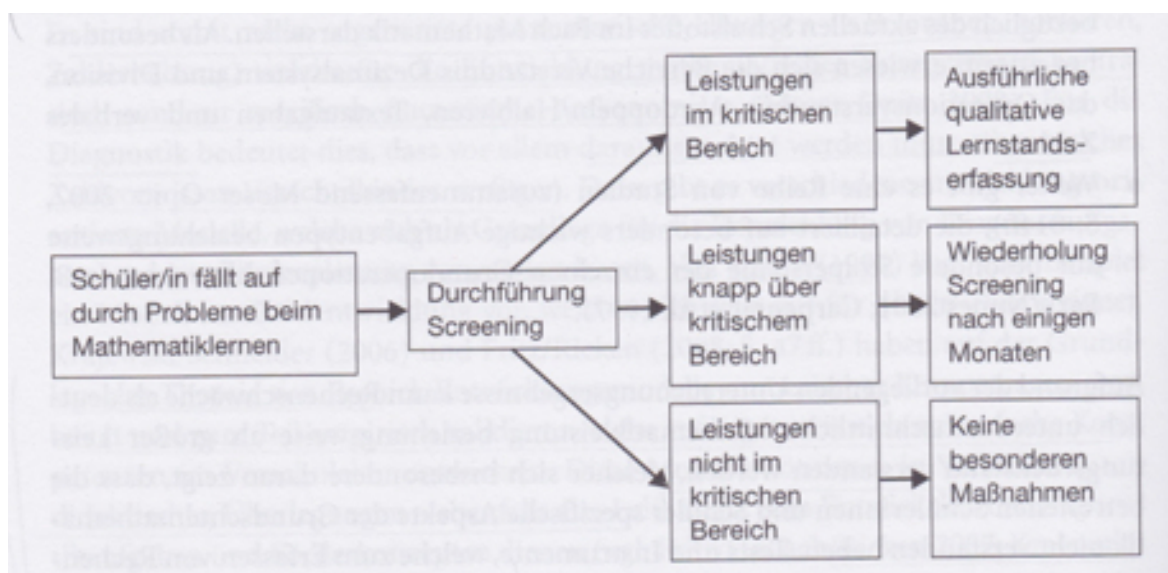


Abbildung 15: Zweistufiges Diagnoseverfahren (MOSER OPITZ 2009, S. 294)

Um dieses Diagnoseverfahren einzusetzen, bedarf es Instrumente mit gewissen Anforderungen. Zunächst zu den inhaltlichen Anforderungen.

Die Instrumente sind zum „Erfassen von niedrigen Mathematikleistungen“, dabei ist wichtig, dass zentrale mathematische Inhalte überprüft werden. Die Instrumente sollen sich außerdem an „theoretisch schlüssigen, empirisch fundierten und didaktisch begründeten Modellen zur Entwicklung des mathematischen Denkens orientieren.“ (MOSER OPITZ 2009, S. 294) Es müssen also Strategien, und nicht nur Lösungen überprüft werden.

Als nächstes stellt sich die Frage, welche Anforderungen an Aufgabenstellungen und Veranschaulichungen gestellt werden müssen.



„Diagnostische Aufgaben müssen so gestaltet sein, dass sie unabhängig vom verwendeten Schulbuch und unabhängig von der Kenntnis von besonderen Darstellungsformen und Arbeitsmittel lösbar sind. Ausgenommen sind die konventionellen mathematischen Veranschaulichungen wie der Zahlenstrahl, die Hundertertafel oder die Stellentafel, welche Grundideen der Arithmetik darstellen, zum zentralen mathematischen Lernstoff gehören und in allen Schulbüchern vorkommen. Wird diese Frage der Darstellungsformen nicht beachtet, dann besteht die Gefahr, dass unter Umständen nicht die mathematische Kompetenz überprüft wird, sondern dass getestet wird, ob eine bestimmte Darstellungsform beziehungsweise ein Arbeitsmittel im Unterricht behandelt oder verwendet wurde und bekannt ist.“ (MOSER OPITZ 2009, S. 296 – 297)

Um eine gute Diagnose stellen zu können, ist es nötig, eine „Kombination von kriteriumsorientierten, empirisch validierten und von theoriegeleiteten qualitativen Verfahren“ anzuwenden und zusätzlich einer „Diagnostik, welche sich um eine Orientierung an den Testgütemerkmalen bemüht.“ Die Instrumente müssen daher „bestimmte Anforderungen erfüllen: sie müssen theoriegeleitet, fachlich abgestützt, didaktisch durchdacht, bezüglich Darstellung von Aufgaben kontrolliert und wenn möglich empirisch überprüft sein.“ (MOSER OPITZ 2009, S. 304)

#### 4.5 Dyskalkulie-Tests in der Schule

In diesem Unterkapitel werden einige Dyskalkulie Tests angeführt, welche in der Schule gemacht werden können. Diese werden unterschieden in Schulleistungstests, dazu zählen der Deutsche Mathematiktest (DEMAT), der Eggenberger Rechentest (ERT) und der Heidelberger Rechentest (HRT), und in „Tests, die auf neuropsychologische Theorien der Zahlverarbeitung und des Rechnens basieren“, dazu zählen der Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung (OTZ), die Neuropsychologische Testbatterie für Zahlverarbeitung und Rechnen bei Kindern (ZAREKI) und der TEDI-MATH. (Vgl. LANDERL / KAUFMANN 2008, S.151 – 173, BMWBK 2006, S. 42 – 45)

##### 4.5.1 Deutsche Mathematiktests – DEMAT

Bei diesen Tests gibt es eine Unterscheidung in die verschiedenen Schulstufen. DEMAT 1+ ist für die erste Schulstufe, DEMAT 2+ für die zweite, DEMAT 3+ für die dritte, DEMAT 4 für die vierte Schulstufe, DEMAT 5+ für die fünfte und DEMAT 6+ für die sechste Schulstufe. Das große Ziel bei der Erstellung dieser Tests war eine hohe Lernplanvalidität. Des Weiteren

wurden die „allgemeingültigen methodischen und theoretischen Prinzipien der Testkonstruktion“ beachtet. „Alle Verfahren sind umfassend normiert und erfüllen die Testgütekriterien der Validität, Reliabilität und Objektivität in zufriedenstellenden Ausmaß und können somit für den Einsatz in der Praxis empfohlen werden.“ (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 152, BMWBK 2006, S. 43)

In der folgenden Abbildung 16 sieht man eine Übersicht der Aufgabenstellungen in den einzelnen Schulstufen.

Test	Subtests	Aufgaben (Aufgabenanzahl)	Dauer	N
DEMAT 1+		Mengen-Zahlen (3), Zahlenraum (5), Additionen (4), Subtraktionen (4), Zahlenzerlegung-Zahlenergänzung (4), Teil-Ganzes (4), Kettenaufgaben (4), Ungleichungen (4), Sachaufgaben (4)	1 EH, 45 min	2.936
DEMAT 2+		Zahleneigenschaften (2), Längenvergleiche (4), Additionen (4), Subtraktionen (4), Verdoppeln (3), Divisionen (4), Halbieren (3), Rechnen mit Geld (4), Sachaufgaben (4), Geometrie (4)	1 EH, 45 min	4.014
DEMAT 3+	Arithmetik	Zahlenstrahlen (3), Additionen (4), Subtraktionen (4), Multiplikationen (4)	1 EH, 45 min	4.209
	Sachrechnen	Sachrechnen (4), Längen umrechnen (4)		
	Geometrie	Spiegelzeichnungen (3), Formen legen (3), Längen schätzen (2)		
DEMAT 4	Arithmetik	Zahlenstrahlen (3), Additionen (4), Subtraktionen (4), Multiplikationen (4), Divisionen (4)	1 EH, 45 min	5.266
	Sachrechnen	Größenvergleiche (6), Sachrechnungen (8)		
	Geometrie	Lagebeziehungen (4), Spiegelzeichnungen (3)		

Abbildung 16: Deutsche Mathematiktests (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 153)

„Der DEMAT 1+ enthält mehrere Aufgaben zum Bereich Zahlenverständnis/Zahlenverarbeitung (Mengen und Zahlen, Zahlenraum, Teil-Ganzes). Darüber hinaus werden aber auch bereits Kenntnisse zu den Grundrechenarten (Addition, Subtraktion) und zum Sachrechnen (einfache Textaufgaben) vorgegeben.“ (LANDERL / KAUFMANN 2008, S.152)

Ein konkretes Beispiel wie so eine Aufgabe aussehen könnte, wäre beim Subtest „Teil-Ganzes“, die Rechnung  $4 + y = 7 + 1$  oder bei Kettenaufgaben die Rechnung  $19 - 3 - 2 - 4 =$ . (Vgl. DEMAT 1+)

Beim DEMAT 2+ liegt der Schwerpunkt auf den arithmetischen Leistungen und weniger auf dem Verständnis für Zahlen. Bei den beiden nächsten Tests DEMAT 3+ und DEMAT 4 unterteilen sie die Tests in den Arithmetik-, Sachrechnen- und Geometriebereich. (Vgl. LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 151 – 154)

Beim Demat 3+ sind „die drei curricular relevanten Bereiche Arithmetik, Sachrechnen und Geometrie in neun Aufgabentypen mit insgesamt 31 Items gegliedert. Der Bereich Arithmetik wird durch die vier Aufgabentypen Zahlenstrahlen, Additionen, Subtraktionen und Multiplikationen thematisiert. Der Bereich Sachrechnen wird über die beiden Aufgabentypen Sachrechnungen und Längen umrechnen erfasst. Die Geometrieleistung wird mit den drei Aufgabentypen Spiegelzeichnungen, Formen legen und Längen schätzen gemessen.“ (TESTZENTRALE)

Der DEMAT 4 „Test gliedert sich in drei Bereiche (Arithmetik, Sachrechnen und Geometrie) und neun Aufgabentypen. Der Bereich Arithmetik wird durch die Aufgabentypen Zahlenstrahlen, Additionen, Subtraktionen, Multiplikationen und Divisionen thematisiert. Der Bereich Sachrechnen wird mit den Aufgabentypen Größenvergleiche und Sachrechnungen erfasst. Die Geometrieleistung wird mit den Aufgabentypen Lagebeziehungen und Spiegelzeichnungen gemessen.“ (TESTZENTRALE)

„Die drei Subtests des DEMAT 5+ gliedern sich in die Inhaltsbereiche Arithmetik, Geometrie und Sachrechnen. Der Subtest Arithmetik umfasst Aufgaben zu den Grundvorstellungen des Zahlensystems im Bereich der natürlichen Zahlen, zur Anwendung von Rechenroutinen im Bereich der Grundrechenarten und zum Umgang mit Maßeinheiten, zur Anwendung von Rechengesetzen sowie zur Termbildung und -transformation. Zum Subtest Geometrie gehören Aufgaben, die das Abmessen von geometrischen Körpern in der Ebene, das Verständnis von Symmetrie sowie die Berechnung von Umfängen geometrischer Körper in der Ebene erfassen. Der Subtest Sachrechnen beinhaltet Aufgaben, welche die Entnahme und Verknüpfung von Informationen aus Sachkontexten zur Erarbeitung eines Lösungsweges erfordern. Als zusätzliche Komponente zählen zu diesem Bereich die Bearbeitung und Interpretation von Tabellen und Diagrammen.“ (TESTZENTRALE)

Der DEMAT 6+ ist genauso aufgebaut wie der DEMAT 5+. Beim Arithmetik Subtest kommen noch die gebrochenen Zahlen hinzu. Beim Subtest Geometrie ist zusätzlich noch die Berechnung von Flächen und Volumina geometrischer Körper erforderlich. (Vgl. TESTZENTRALE)

#### 4.5.2 Eggenberger Rechentest - ERT

Der Eggenberger Rechentest ist eine österreichische Variante. Ähnlich wie beim DEMAT gibt es auch hier verschiedene Schulstufentests, den ERT 1+, ERT 2+, ERT3+ und ERT 4+. Zusätzlich gibt es hier noch die Kindergartenvariante ERT 0+, wobei es davon eine verkürzte Variante gibt, den Screening-ERT 0+ Test. Nachfolgende Abbildungen 17 und 18 zeigen, welche Aufgaben bei den verschiedenen Tests behandelt werden. (Vgl. LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 154, BMWBK 2006, S. 44)

„Im Kindergarten und den ersten Klassenstufen (ERT 0+, Screening ERT 0+, ERT 1+ und 2+) werden sogenannte Grundfähigkeiten der Mathematik, zu denen die Autoren unter anderem die Raum-Lage-Orientierung, Serialität (Abfolgen reproduzieren) oder die visuelle Differenzierung (Vergleichen) zählen, erfasst und zu einem Faktor zusammengefasst. Das Kindergartenverfahren (ERT 0+ und Screening ERT 0+) fokussiert darüber hinaus naturgemäß auf Verständnis für Mengen (Faktor Mengen-Wissen) und Zahlen (Faktor Zahlen-Wissen), außerdem werden bereits einfache Sachaufgaben [...] (Faktor angewandte Mathematik) vorgegeben. Über alle vier Klassenstufen hinweg werden altersgemäße Aufgaben zu Zahlenverständnis und Zahlenraumorientierung (Faktor Ordnungsstrukturen), zu den Grundrechenarten (Faktor algebraische Strukturen) und Textaufgaben (Faktor angewandte Mathematik) durchgeführt. In den Klassenstufen 3 und 4 werden zusätzlich noch Aufgaben zu Geld-, Zeit-, Längen-, Flächen- und Massenmaßbeziehungen (Faktor Größenmaßbeziehungen) vorgegeben.“ (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 156 – 157)

„Das Verfahren des ERT 1+ erfasst mathematische Fähigkeiten und Fertigkeiten anhand der vier Faktoren a) Grundfähigkeiten der Mathematik, b) Ordnungsstrukturen, c) algebraische Strukturen und d) angewandte Mathematik. Diese vier Faktoren werden durch insgesamt 16 Skalen erhoben.“ (TESTZENTRALE)

„Der Eggenberger Rechentest 2+ ist ein Verfahren zur Erfassung von Rechenschwäche/Dyskalkulie, das die mathematischen Fähigkeiten und Fertigkeiten anhand der vier Faktoren a) Grundfähigkeiten der Mathematik, b) Ordnungsstrukturen, c) algebraische Strukturen und d) angewandte Mathematik bestimmt. Diese Faktoren basieren auf insgesamt 18 Skalen.“ (TESTZENTRALE)

„Der ERT 3+ erfasst mathematische Kompetenzen anhand der vier Faktoren Ordnungsstrukturen, algebraische Strukturen, Größenbeziehungen und angewandte Mathematik. Diese vier Faktoren werden durch insgesamt 15 Skalen erfasst.“ (TESTZENTRALE)

„Der ERT 4+ erfasst mit insgesamt 15 Skalen die mathematischen Kompetenzen. Die folgenden vier Faktoren werden erhoben: Mathematische Ordnungsstrukturen, Algebraische Strukturen, Größenbeziehungen und angewandte Mathematik.“ (TESTZENTRALE)

Beim Subtest Mengen-Wissen wird beim Mengenvergleich zum Beispiel ein Kreis mit sechs Objekten darin vorgegeben und darunter befinden sich drei weitere Kreise mit beispielsweise vier, sechs und sieben Objekten und die Kinder müssen das Richtige ankreuzen. (Vgl. TESTZENTRALE)

Faktoren	ERT 0+	Screening-ERT 0+	ERT 1+	ERT 2 +	ERT 3+	ERT 4+
<b>Skalen</b>						
<b>Grundfähigkeiten der Mathematik</b>						
Raumlage (auditiv-verbal)	+	+				
Räumliche Beziehungen	+					
Vergleichen	+		+ (4)	+		
Klassifizieren	+		+ (6)	+		
Seriation	+	+				
Serialität	+	+	+ (3)	+		
Eins-zu-eins-Zuordnung	+		+ (3)	+		
Raum-Lage-Orientierung			+ (4)	+		
Zahlencodierung			+ (5)	+		
Kopfrechnen			+ (5)	+		
Ordinales Zahlenverständnis			+ (3)			
Mengenoperationen			+ (3)	+		
<b>Mengen-Wissen</b>						
Mengen vergleichen	+	+				
Seriation von Mengen	+	+				
Phonologische Bewusstheit und Mengen	+					
<b>Zahlen-Wissen</b>						
Arabische Zahlen erkennen	+					
Menge-Zahl-Zuordnung	+					
Zahl-Menge-Zuordnung	+	+				
Ordinalzahlaspekt	+					
Zahlenvergleich	+	+				
Kardinalzahlaspekt	+					
<b>Angewandte Mathematik</b>						
Sachaufgaben	+	+				
Textaufgaben			+ (6)	+	+	+
<b>Ordnungsstrukturen</b>						
Zahlenraumorientierung mit Einern			+ (4)	+		
Zahlenraumorientierung mit Zehnern			+ (4)			
Zahlenraumorientierung					+	+
Numerische Mengenperzeption			+ (6)	+		
Kontextuelle Mengenbeurteilung				+		
Logische Zahlenabfolgen					+	+
Menge-Zahl-Repräsentanz					+	+

Abbildung 17: Eggenberger Rechentest (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 155)

<b>Algebraische Strukturen</b>						
Addieren (ERT 3+ und 4+ halbschriftlich)			+ (6)	+	+	+
Subtrahieren (ERT 3+ und 4+ halbschriftlich)			+ (6)	+	+	+
Rechnen mit Zehnern			+ (6)			
Multiplizieren				+		
Dividieren				+		
Größenbeziehungen				+		
Rechnen mit Platzhalter				+	+	+
Addieren nach Algorithmus					+	+
Subtrahieren nach Algorithmus					+	+
Multiplizieren nach Algorithmus					+	+
Dividieren nach Algorithmus					+	+
<b>Größenbeziehungen</b>						
Geldmaßbeziehungen					+	+
Zeitmaßbeziehungen					+	+
Längenmaßbeziehungen					+	+
Massenmaßbeziehungen					+	+
Flächenmaßbeziehungen						+
<b>Itemanzahl</b>	71	35	74	83	90	83
<b>Skalenanzahl</b>	17	8	16	18	15	15
<b>Durchführungsdauer (min)</b>	2-3 EH (60-120)	1 EH (20-30)	2 EH (25-60)	2 EH (25-60)	3 EH (25-60)	3 EH (25-60)
<b>Normierungs-N</b>	1.233	In Arbeit	2.117	2.538	1.861	1.494

Abbildung 18: Fortsetzung Eggenberger Rechentest (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 156)



#### 4.5.3 Heidelberger Rechentest – HRT

Der Heidelberger Rechentest ist von der Lehrplangestaltung unabhängig, weil er auf die „Erfassung arithmetischer Basiskompetenzen im Grundschulalter“ (1 – 4 Klasse) abzielt. Im Gegensatz zu den vorherigen Tests, soll der HRT so schnell wie möglich gelöst werden. „Dahinter steht die Annahme, dass Kinder mit ineffektiven, umständlichen oder unsicheren Lösungsstrategien weniger Aufgaben pro Zeiteinheit lösen können als geschickte, kompetente und geübte Rechner, das heißt dass die Anzahl gelöster Aufgaben pro Untertest ein guter Indikator/Schätzwert für die jeweils im entsprechenden Untertest gemessene mathematische Fähigkeit/Kompetenz darstellt.“ (HAFFNER et al. 2005, 129 zitiert nach LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 157)

In den Bereichen Additionen, Subtraktionen, Multiplikationen bzw. Divisionen sollen in jeweils zwei Minuten, so viele Aufgaben wie möglich, richtig im Kopf gelöst werden. Wenn Schülerinnen und Schüler zählendes Rechnen anwenden, wird die Anzahl der richtigen Lösungen deutlich geringer sein, als dass der anderen Kinder. In weiterer Folge gibt es noch fünf weitere Untertests („Zahlenfolgen, Längenschätzen, Würfel, Zählen geordneter Mengen und Zahlenverbinden“). Positiv gesehen werden kann, dass der HRT über mehrere Schulstufen hinweg verwendet werden kann, somit kann die mathematische Entwicklung besser verfolgt werden. (Vgl. LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 157 – 159, TESTZENTRALE)

Beispielsweise müssen 60 Ziffern so schnell wie möglich abgeschrieben werden, oder beim Mengenzählen müssen 21 Mengen gezählt und dann als Ziffer dargestellt werden. (Vgl. HEIDELBERGER RECHENTEST)

#### 4.5.4 Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung – OTZ

Beim Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung wird „das Zahlenwissen und Zahlenverständnis bei 5 – 7,5-jährigen Kindern“ überprüft. „Der OTZ ist damit bereits im Vorschulalter einsetzbar und eignet sich vor allem zur Überprüfung der frühen Zahlbegriffsentwicklung. [...] Im Rahmen von acht Komponenten wird numerisches und nichtnumerisches quantitatives Wissen erfasst. Jede der acht Komponenten wird anhand von fünf Aufgaben überprüft.“ (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 160)

- „Die ersten beiden Komponenten (Vergleichen und Klassifizieren) überprüfen Fähigkeiten der Objektkategorisierung (aufgrund von quantitativen/qualitativen Merkmalen oder von Objektmerkmalen)
- Die weiteren fünf Komponenten (Eins-zu-eins-Zuordnung, nach Reihenfolge ordnen, Zählwörter benutzen, synchrones und verkürztes Zählen, resultatives Zählen) erheben

das Verständnis für Zählprinzipien und –prozeduren im Zahlenraum bis 20. Beim synchronen und verkürzten Zählen besteht das Stimulusmaterial aus Würfelbildern („Zahlbildern“), welche quasi simultan – also ohne seriell Zählen – erfasst werden können. Bei dieser Komponente ist die Zuhilfenahme der Finger beim Zählen erlaubt. Beim resultierenden Zählen müssen – ohne Zuhilfenahme der Finger – sowohl strukturierte bzw. regelmäßig angeordnete als auch unstrukturierte bzw. zufällig angeordnete (und sogar versteckte) Mengen gezählt werden.

- Die achte und letzte Komponente des OTZ erfasst das Anwenden von Zahlenwissen im Alltag. Dabei soll das Kind unter Zuhilfenahme des entsprechenden Bildmaterials einfache Textaufgaben mündlich lösen.“

(LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 160)

#### 4.5.5 Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern – ZAREKI

„Dieses Verfahren ermöglicht qualitative und quantitative Einblicke in wesentliche Aspekte der Zahlenverarbeitung und des Rechnens bei Grundschulkindern.“ (BMW BK 2006, S. 42)

Seit 2005 gibt es die neue Variante ZAREKI-R. Dabei wurde der alte Test adaptiert und mit zusätzlichen Aufgaben ausgestattet. In der folgenden Abbildung 19 sehen wir, dass das Verfahren aus zwölf Untertests besteht, „die basierend auf einer Faktorenanalyse vier Faktoren zugeordnet werden. Der erste Faktor repräsentiert das kulturvermittelte Zahlen- und Faktenwissen (Untertests Transkodieren, Zahlenvergleich und Multiplikation) und ist der stärkste, d.h. erklärt den größten Anteil der Varianz. Der zweite Faktor erfasst analog-semantische und arithmetische Fähigkeiten (Untertests Zahlenstrahl sowie Kopfrechnen), der dritte Faktor die Zählfertigkeiten und der vierte Faktor das numerische Arbeitsgedächtnis (Zahlen nachsprechen).“

(LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 161)

Untertests ZAREKI-R (maximale Itemanzahl)	Dauer	Normierungsschritte (N)
Abzählen (5) Zahlen rückwärts mündlich (4) Transkodieren: Zahlen schreiben (8) Transkodieren: Zahlen lesen (8) Kopfrechnen: Additionen u. Subtraktionen (je 8), Multiplikationen (6) Zahlenstrahl: I Multiple-choice (6) und II Markierung muss vom Kind vorgenommen werden (12) Zahlen nachsprechen vorwärts und rückwärts (je 12) Zahlenvergleich: Zahlwörter (8) Zahlenvergleich: arabische Zahlen (8) Perzeptive Mengenbeurteilung (5) Kognitive Mengenbeurteilung (6) Textaufgaben (6)	ca. 35 min	pro Klassenstufe:  Klasse 1 (104) Klasse 2 (455) Klasse 3 (114) Klasse 4 (91)

Abbildung 19: Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 162)

„Jeder Subtest prüft einen möglichst umschriebenen Fertigkeitenbereich. Die Aufgaben werden nach vorgegebenen Testinstruktionen mündlich bzw. mittels Testvorlagen präsentiert und sind von den Kindern durch motorische, mündliche oder schriftliche Reaktionen zu beantworten. Der Test ist vom Material her anschaulich gestaltet. Gerade wegen der häufig anzutreffenden Leistungsängste bei Kindern mit schulischen Lernstörungen sind vorbereitende Übungsaufgaben sowie für schwache Kinder leicht zu lösende Aufgaben in ausreichender Zahl gegeben. Das Verfahren ermöglicht einen Einblick in die spezifischen Vorstellungen und Strategien eines Kindes beim Lösen der Aufgaben.“ (TESTZENTRALE)

Beim Subtest Zahlenlesen muss z.B. folgende Aufgabe gelöst werden: „Transkodierung von Zahlen von ihrer arabischen Ziffernform in ihre jeweilige Wortform, z. B. 15; 57; 1900; 138; 6485“ (ZAREKI-R)

#### 4.5.6 TEDI-MATH

„Der sogenannte TEDI-MATH ist ein Test zur Erfassung numerisch-rechnerischer Fertigkeiten vom Kindergarten bis zur 3. Klasse. [...] Auch der TEDI-MATH ist multikomponentiell und ermöglicht die differenzierte Erfassung numerischer und rechnerischer Fähigkeiten bei Kindern zwischen 4 Jahren [...] und 8 Jahren. [...] Der TEDI-MATH kann zur Früherkennung numerischer Stärken und Schwächen eingesetzt werden, da er bereits im Kindergartenalter anwendbar ist.“ (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 168 – 169)



Der TEDI-MATH verfügt über 28 Untertests, kann aber auch in einer verkürzten Form durchgeführt werden, diese Aufgabe sind als Kernbatterie (KB) in den folgenden Abbildungen 20 und 21 gekennzeichnet. (Vgl. LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 168 – 173, Testzentrale)

Untertests TEDI-MATH	Untertests je Klassenstufe_Halbjahr (Kernbatterie KB; zusätzliche Untertests Z)								
	Item-anzahl	IKG_2	IKG_1	IKG_2	1_1	1_2	2_1	2_2	3_1
1. Zahlprinzipien	14	KB	KB	KB	KB	KB	Z	Z	Z
2. Abzählen	13	KB	KB	KB	Z	Z	Z	Z	Z
3. Entscheidung arabische Zahl	8	KB	KB	KB	Z	Z	-	-	-
4. Größenvergleich arabische Zahlen	18/ 12*	-	-	Z	KB**	KB**	KB**	KB**	KB**
5. Entscheidung Zahlwort	12	KB	KB	KB	Z	Z	Z	Z	Z
6. Entscheidung Zahlwortsyntax	12	-	-	-	Z	Z	Z	Z	Z
7. Größenvergleich Zahlwörter	21/ 12*	-	-	-	KB**	KB**	KB**	KB**	KB**
8. Dekadisches Positionssystem – Repräsentation mit Stäbchen	11	-	-	-	-	-	Z	Z	Z
9. Dekadisches Positionssystem – Repräsentation mit Plättchen	10	-	-	-	-	-	KB**	KB**	KB**
10. Dekadisches Positionssystem – Erkennen der E/Z/H-Stelle	15	-	-	-	-	-	Z	Z	Z
11. Transkodieren – Zahlen schreiben nach Diktat	28/ 18*	-	-	-	KB**	KB**	KB**	KB**	KB**
12. Transkodieren – Zahlen lesen	28/ 18*	-	-	-	KB**	KB**	KB**	KB**	KB**
13. Ordnen nach numerischer Größe – Baumuster	2	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	-
14. Ordnen nach numerischer Größe – Zahlen	1	-	-	-	Z	Z	Z	Z	Z
15. Klassifizieren nach numerischer Größe	2	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z
16. Numerische Konservation	4	-	-	Z	Z	Z	Z	Z	Z

Abbildung 20: TEDI-MATH (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 170)

17. Numerische Inklusion	3	-	-	Z	Z	Z	Z	Z	-
18. Additive Zerlegung	6	-	-	KB	KB***	KB***	KB***	KB***	KB***
19. Rechnen mit Objektabbildungen	6	KB	KB	KB	Z	Z	-	-	-
20. Addition	18	Z	Z	KB	KB***	KB***	-	-	-
21. Unvollständige Addition	4	-	-	Z	Z	Z	Z	Z	Z
22. Subtraktion	15	-	-	Z	KB***	KB***	KB***	KB***	KB***
23. Unvollständige Subtraktion	4	-	-	-	Z	Z	Z	Z	Z
24. Multiplikation	14	-	-	-	-	KB***	KB***	KB***	KB***
25. Textaufgaben	12	-	-	KB	KB***	KB***	KB***	KB***	KB***
26. Anwendung arithmetischer Konzepte	8	-	-	Z	Z	KB***	KB***	KB***	KB***
27. Approximativer Größenvergleich – Punktmengen	6	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z
28. Approximativer Größenvergleich – numerische Distanz	12	-	-	-	-	Z	Z	Z	Z
<b>Maximale Itemanzahl Gesamtttest</b>		<b>81</b>	<b>81</b>	<b>151</b>	<b>245</b>	<b>271</b>	<b>275</b>	<b>275</b>	<b>270</b>
<b>Maximale Itemanzahl KB</b>		<b>53</b>	<b>53</b>	<b>89</b>	<b>125</b>	<b>147</b>	<b>125</b>	<b>125</b>	<b>125</b>
<b>Durchführungszeit Gesamtttest (min)</b>		<b>ca. 30</b>	<b>ca. 30</b>	<b>ca. 50</b>	<b>ca. 70</b>	<b>ca. 70</b>	<b>ca. 70</b>	<b>ca. 70</b>	<b>ca. 70</b>
<b>Durchführungszeit KB (min)</b>		<b>ca. 20</b>	<b>ca. 20</b>	<b>ca. 35</b>	<b>max. 45</b>	<b>max. 45</b>	<b>max. 45</b>	<b>max. 45</b>	<b>max. 45</b>
<b>Normierungs-N</b>		<b>126</b>	<b>115</b>	<b>117</b>	<b>104</b>	<b>100</b>	<b>104</b>	<b>104</b>	<b>104</b>

Abbildung 21: Fortsetzung TEDI-MATH (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 171)

Beim TEDI-MATH werden zusätzlich zu der genauen Bearbeitung auch die Geschwindigkeit der Bearbeitung beurteilt. Positiv zu erwähnen ist noch, dass es auch eine „computergestützte Auswertung“ gibt. (Vgl. LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 168 – 173)

All diese Tests haben ihre Vor- und Nachteile, sind aber alle für den Schulgebrauch zur Diagnostik einer Rechenschwäche gut geeignet. Zusammenfassend kann man sagen, dass eine frühe Diagnostik sehr wichtig ist, denn umso früher kann mit einer Förderung begonnen werden. Zu dieser kommen wir im nächsten Kapitel.

## 5. Förderung und Hilfen bei der Rechenschwäche

Das fünfte Kapitel handelt von der Förderung und Hilfen bei einer Rechenschwäche. Zuerst wird auf eine Förderung der mathematischen Grundfertigkeiten eingegangen. Danach wird die Schulische Förderung bei Rechenschwäche behandelt. Ein weiteres Unterkapitel sind die Programme zur Förderung rechenschwacher Kinder, darunter fallen Frühförderprogramme, mathematikspezifisches, curricular orientiertes sonderpädagogisches Vorgehen, mathematikspezifisches, arbeitsprozessorientiertes Vorgehen, der Hamburger Zahl- und Rechenaufbau und das Montessori-Material. Das nächste Unterkapitel handelt von der Vermeidung von Misserfolgen und wie der Lernerfolg gesichert werden kann. Abschließend werden noch Hilfen für betroffene Eltern behandelt, zum Beispiel die Integrative Lerntherapie.

### 5.1 Förderung mathematischer Grundfertigkeiten

Wie wir bereits gehört haben, sind die „grundlegenden Entwicklungsprozesse für arithmetische Fähigkeiten bereits im frühen Kindesalter verankert“, deswegen ist es wichtig, bereits in diesem Alter mit einer gezielten, individuellen Förderung zu beginnen. Laut GAIDOSCHIK (2003) haben „zwei Drittel der rechenschwachen Kinder ein mangelndes kardinales Zahlenverständnis“, laut KRAJEWSKI (2003) „Defizite im mengenbezogenen Vorwissen“ und laut WEHRMANN (2003) „Defizite in der pränumerischen Kompetenz“. Wichtig zu erwähnen ist, dass rechenschwache Kinder individuelle Probleme in den gerade erwähnten Bereichen haben. Um nun eine gute und sichere Förderung zu gewährleisten bedarf es handlungsorientierter Förderangebote. Diese sollen jedoch nur am Anfang zu Hilfe genommen und später soll Stück für Stück darauf verzichtet werden. „Nur so ist ein Übergang zu abstrakteren Darstellungsformen mathematischer Sachverhalte und zu einem Operieren in der Vorstellung möglich.“ (LORENZ 2004, zitiert nach MERDIAN 2007, S. 382)

(Vgl. MERDIAN 2007, S. 381 – 382)

In Therapiestunden wird oft die Erkenntnis gewonnen, dass rechenschwachen Kindern die Vorstellungskraft für mathematische Aufgaben fehlt. Daher hat MERDIAN (2004, 2006) eine geeignete Materialsammlung „Training mathematischer Grundfertigkeiten“ entwickelt. Dieses Training ist in fünf Themenbereiche gegliedert, welche im Folgenden kurz erläutert werden:

- Zuordnungen

„Sie sind die Grundlage für das Zahlenwissen und können schon im Vorschulalter vorgenommen werden. Zählen ist hierfür keine zwingende Voraussetzung. Bei den Übungsaufgaben geht

es um 1:1-Zuordnungen mengengleicher Reize bzw. Zuordnungen auf der Grundlage gemeinsamer Merkmale. Ein Element der Gruppe kann genau einem Element einer anderen Gruppe zugeordnet werden.“ (MERDIAN 2007, S. 383)

- Klassifizieren und Sortieren

„Klassifizieren bedeutet, Reize nach Gemeinsamkeiten in Gruppen zu ordnen. Klassifikationsleistungen setzen konkrete Erfahrungen mit Objekten bzw. mit deren Eigenschaften voraus und sind die Grundlage für abstrakte Begriffsbildungen. Kinder im Vorschulalter erkennen die Gemeinsamkeiten unterschiedlicher Reize häufig nicht und gruppieren nach subjektiven Kriterien. Mit den Übungsaufgaben werden semantische Begriffsbildungen, wie etwa die Unterscheidung von Oberbegriffen und Unterbegriffen, aber auch Reizdifferenzierungen nach visuell wahrnehmbaren Merkmalen wie Farbe, Form oder Größe trainiert.“ (MERDIAN 2007, S. 383)

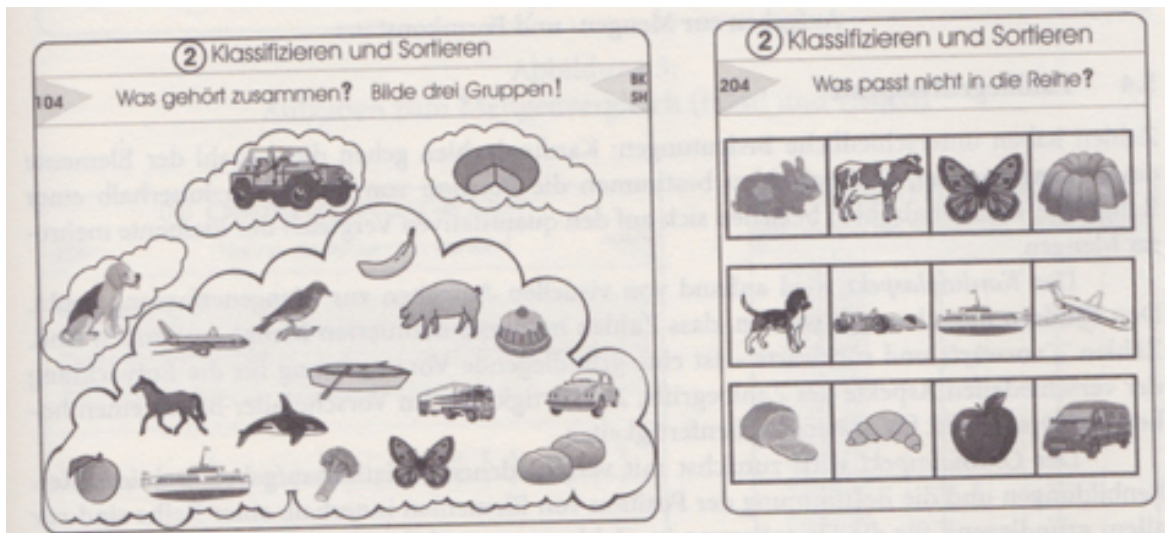


Abbildung 22: Aufgaben zum Klassifizieren und Sortieren (MERDIAN 2007, S. 383)

- Wahrnehmungskonstanz

„Zu den pränumerischen Grundfertigkeiten zählt auch die Wahrnehmungskonstanz. Gemeint ist die Fähigkeit, kritische Reizmerkmale auch dann zu erkennen, wenn andere, irrelevante Merkmale verändert werden. Für rationale Mengenvergleiche ist die Mengenkonzanz grundlegend. Erst wenn diese nicht mehr aufgrund räumlicher Aspekte, sondern quantitativ vorgenommen werden, haben Kinder ein invariantes Mengenverständnis. Mengenkonzanz gilt als guter Prädiktor für die späteren Mathematikleistungen. Dies ist aber nur ein Teilaspekt der Wahrnehmungskonstanz. Ein weiterer Aspekt ist z.B. die Formkonzanz, die besonders für den Bereich Geometrie wichtig ist.“ (MERDIAN 2007, S. 383 – 384)

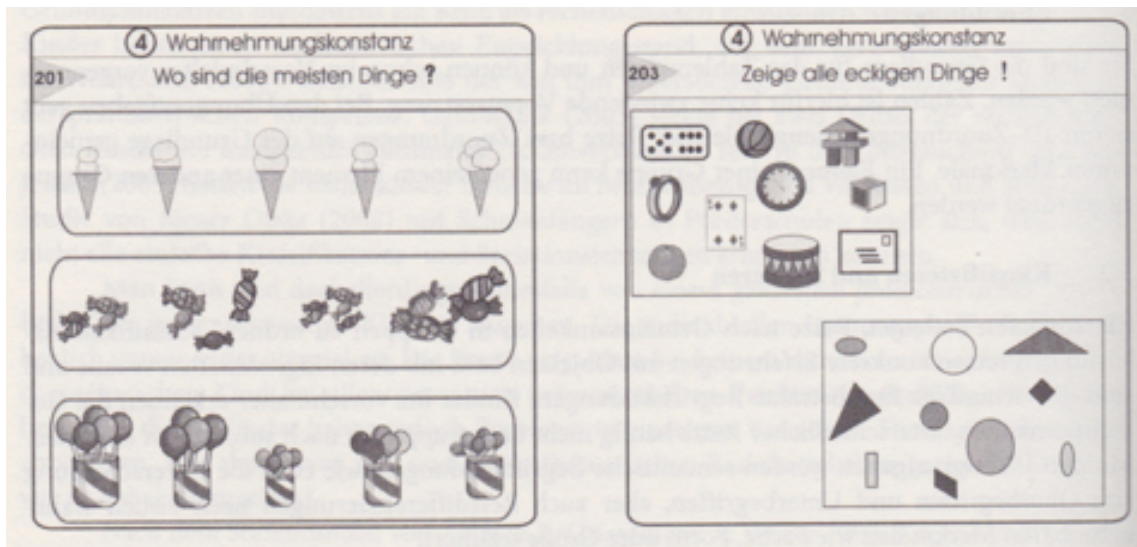


Abbildung 23: Aufgaben zur Mengen- und Formkonstanz (MERDIAN 2007, S. 384)

- Zahlbegriffsaspekte

„Zahlen haben unterschiedliche Bedeutungen: Kardinalzahlen geben die Anzahl der Elemente einer Menge wieder, Ordinalzahlen bestimmen die Position von Elementen innerhalb einer Rangreihe, Relationszahlen beziehen sich auf den quantitativen Vergleich der Elemente mehrerer Reihen.

Der Kardinalaspekt wird anhand von visuellen Aufgaben zur Mengenerfassung geübt. Den Kindern muss bewusst werden, dass Zahlen mit einer definierten Menge verbunden sind. Zählen – vorwärts und rückwärts – ist eine grundlegende Voraussetzung für die Entwicklung der verschiedenen Aspekte des Zahlbegriffs; Zählfertigkeiten im Vorschulalter haben einen hohen Vorhersagewert für spätere Rechenfertigkeiten.

Der Ordinalaspekt wird zunächst mit verschiedenen Serationsaufgaben trainiert. Reihenbildung und die Bestimmung der Position von Elementen innerhalb einer Reihe sind vor allem grundlegend für die Orientierung im Zahlenraum und das Verständnis des Stellenwertsystems. Anschließend wird der Unterschied zwischen Kardinalzahlen und Ordinalzahlen trainiert. Kinder haben zunächst ein ordinales Zahlenverständnis, d.h. sie sehen Zahlen als Glieder in einer Rangreihe. Abzählen ist ein Akt, bei dem jedem Element genau ein Zahlwort zugeordnet wird. Erst später wird Zählen kardinal zur Bestimmung der Anzahl genutzt.

Zur Festigung des relationalen Aspekts dienen pränumerische Aufgaben zum Mengenvergleich. Derartige Vergleiche zunächst an konkreten Reizen vorzunehmen, schafft die Voraussetzung für den Umgang mit Ungleichungen. Quantitative Mengenvergleiche (Mehr-Weniger-Bestimmungen) sollten zum Zeitpunkt der Einschulung von jedem Kind vorgenommen werden



können. [...] Wenn – wie anzunehmen ist – Rechenschwachen die hierfür notwendigen Maßnahmen nicht zur Verfügung stehen, so ist der Erwerb relationaler Begriffe erschwert und muss gezielt trainiert werden, nicht nur mengenorientiert, sondern auch in Bezug auf den Ausprägungsgrad geometrischer Merkmale und Eigenschaften wie Länge, Größe, Breite, Höhe, Gewicht.“ (MERDIAN 2007, S. 384 – 385)

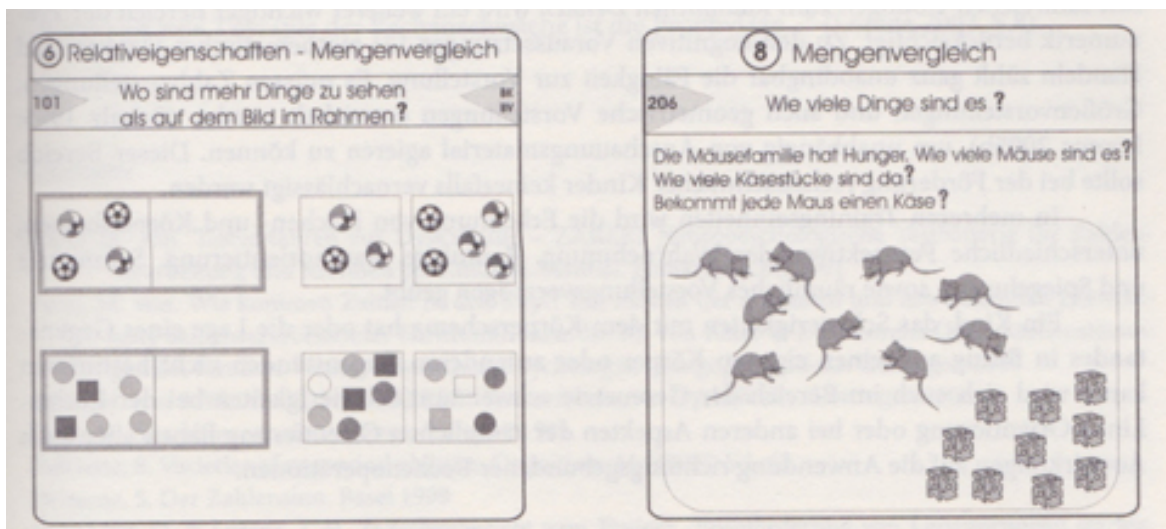


Abbildung 24: Aufgaben zum Mengenvergleich (MERDIAN 2007, S. 385)

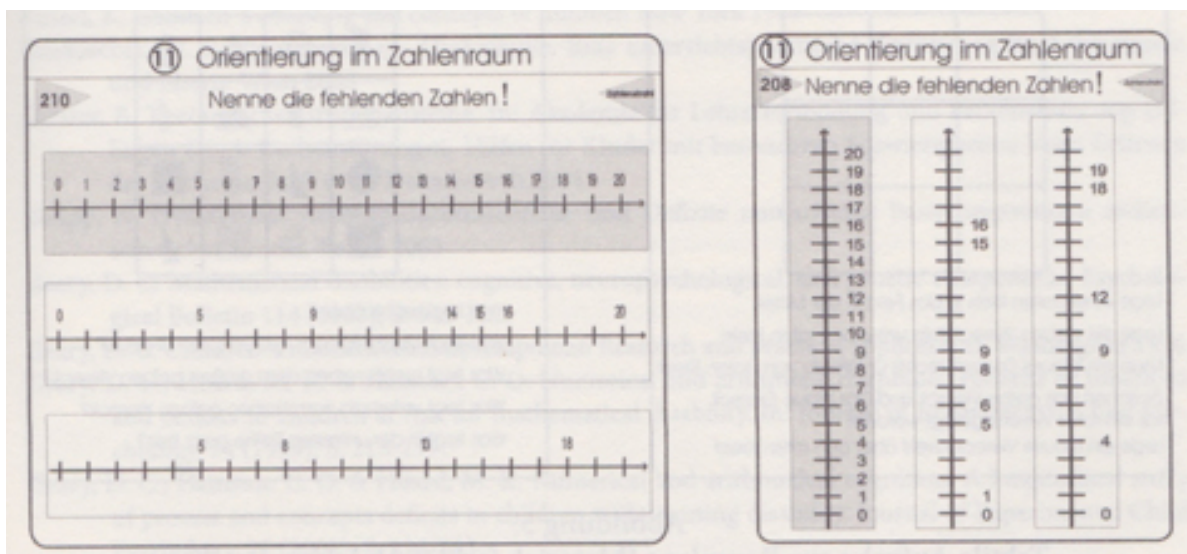


Abbildung 25: Aufgaben am horizontalen und vertikalen Zahlenstrahl (MERDIAN 2007, S. 385)

- Räumliches Denken

Ein weiterer wichtiger Bereich der Pränumerik ist das Räumliche Denken. „Zu den kognitiven Voraussetzungen für mathematisches Denken und Handeln zählt ganz unabdingbar die Fähigkeit zur Vorstellung. Es müssen Zahlvorstellungen, Größenvorstellungen und auch geometri-

sche Vorstellungen entwickelt werden (SCHULZ 1995; LORENZ 2005), um unabhängig von Anschauungsmaterial agieren zu können. Dieser Bereich sollte bei der Förderung rechenschwacher Kinder keinesfalls vernachlässigt werden.“ (MERDIAN 2007, S. 386)

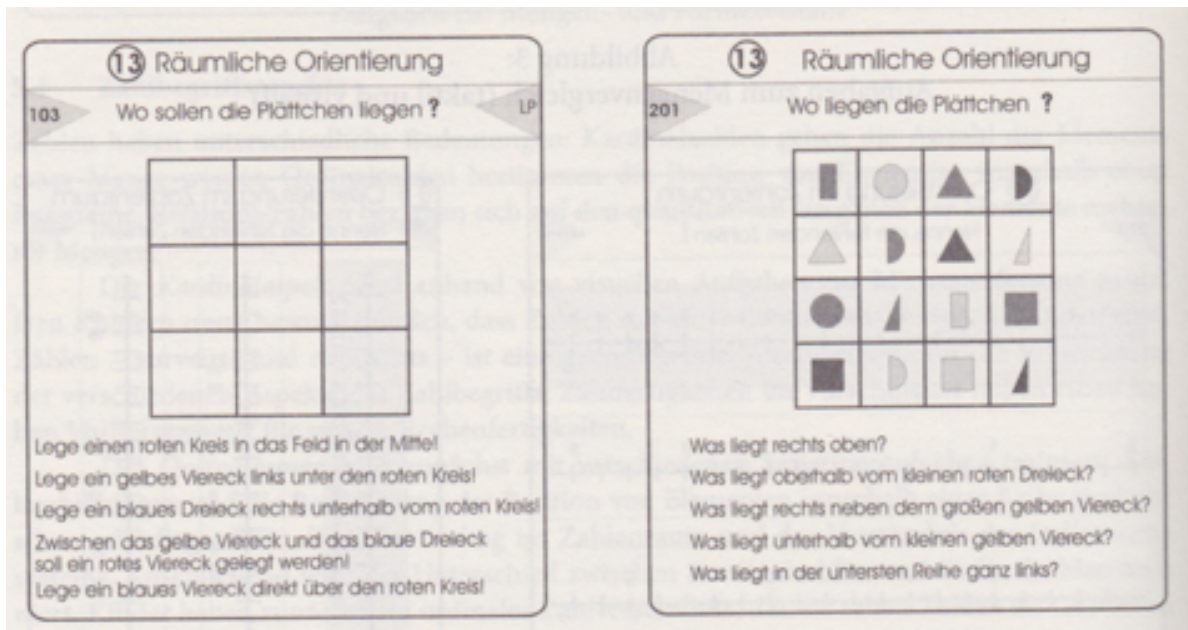


Abbildung 26: Taktile Aufgabe zur Raumlage (MERDIAN 2007, S. 386)

Zusammengefasst kann man sagen, dass das Pränumerische Vorwissen die Grundlage für spätere Rechenfähigkeiten bildet, und daher ist eine diesbezügliche Förderung wichtig.

## 5.2 Schulische Förderung bei Rechenschwäche

Rechenschwache Schülerinnen und Schüler haben oft eine Abneigung gegen den Mathematikunterricht. Oft geht es sogar so weit, dass sie eine generelle Abneigung gegen die Schule haben, daher ist eine schulische Förderung bei Rechenschwäche sehr wichtig. Für die Lehrkräfte ist am wichtigsten, dass sie die Kinder dort abholen, wo sie ihrem Wissenstand nach stehen. Doch gerade dies ist oft sehr schwierig, da der Wissenstand in einer Klasse oft sehr weit auseinander gehen kann und man sollte die rechenstarken Kinder auch nicht unterfordern, genauso wenig wie die rechenschwachen Kinder überfordern.

Im Unterricht hat man die Möglichkeit von individueller Förderung oder einer Förderung in der Gruppe. Allerdings besteht hier die Gefahr einer Vernachlässigung der anderen Kinder. Für rechenschwache Schülerinnen und Schüler wäre eine zusätzliche Lehrperson für die individuelle Förderung äußerst wichtig. Diese Lehrperson achtet dann nur auf die rechenschwachen Kinder und kann gezielte Übungen, die benötigt werden mit dem rechenschwachen Kind durcharbeiten. Ein Vorteil bei der Förderung in der Gruppe, ist die ständige Kommunikation der

Schülerinnen und Schüler untereinander. Wenn z.B. eine Schülerin oder ein Schüler jemanden eine Aufgabe erklären soll, wird das Verständnis der einzelnen Schülerinnen und Schüler noch besser. (Vgl. LANDERL/KAUFMANN 2008, S. 186 – 187)

Rechenstörungen gelten in der Regel als schulische Probleme, daher ist eine schulische Förderung von bedeutender Wichtigkeit. Deshalb sollen folgende Punkte laut SCHIPPER in der Schule angestrebt werden:

- „Verbesserung des Mathematikunterrichts
  - Schärfung des ‚diagnostischen Blicks‘
  - Aktive Arbeit in Fachkonferenzen
  - Konzepte für Fördermaßnahmen
  - Schulinterne Berater für Rechenstörungen
  - Schulinterne Lehrerfortbildungen
  - Aussetzen der Benotung nur unter bestimmten Voraussetzungen“
- (SCHIPPER 2010, S.113)

Laut SCHIPPER gibt es auch Aufgaben für die Administration:

- „Einrichtung von Zusatzstudiengängen Rechenstörung
  - Einrichtung und Pflege eines ‚Fördernetzes Mathematik‘ (Koordination von Fortbildungen incl. angemessener Rahmenbedingungen; Systemberatung und Beratung im Einzelfall; Koordination und Kontrolle der außerschulischen Förderung; ...)“
- (SCHIPPER 2010, S.113)

Um diese Punkte umzusetzen, bedarf es einer guten Organisation und Kommunikation von den Schulen und den zugehörigen Administrationen. Für die Lehrerinnen und Lehrer ist eine gute Ausbildung bzw. regelmäßige Fortbildung ein wichtiger Baustein um rechenschwache Schülerinnen und Schüler fördern zu können.

„Um die Qualität des schulischen Mathematik-Förderunterrichts ist es leider nicht immer zum Besten bestellt. Aus verschiedenen Gründen (z.B. fehlende Diagnostik, zu große Gruppen, Auswahl der Förderkräfte) besteht Förderunterricht zu häufig nur aus einer quantitativen Differenzierung als Versuch, die Mängel im aktuellen Unterrichtsstoff zu beheben. Benötigt wird jedoch eine qualitativ hochwertige Förderung, die zielgerecht auf die individuellen Probleme des Kindes eingeht. Diese beziehen sich i.d.R. auf Unterrichtsinhalte, deren Behandlung schon zwei



oder mehr Schuljahre zurückliegt. Wegen dieser großen Diskrepanz zwischen aktuellem Unterrichtsinhalt und tatsächlichem Problem des Kindes kann nicht erwartet werden, dass Maßnahmen der inneren Differenzierung allein ausreichend sein können. Benötigt wird eine Form der äußeren Differenzierung im Sinne eines qualitativ hochwertigen Förderunterrichts, der im Extremfall auch Einzelförderung sein muss.“ (SCHIPPER 2010, S. 116 – 117)

Folgende Prinzipien des Förderunterrichts sind laut LORENZ (2007, S. 398) wichtig. „Die Lehrperson sollte bei Rechenschwierigkeiten:

- den Schülern bei ihren Problemlösungsprozessen zuschauen,
- bei den Schülern neue, ungeahnte Denkprozesse wahrnehmen,
- überlegen, wie Fehler zustande kamen,
- die eigenständige Ausbildung von Vorstellungsbildern und Prototypen anregen, indem die Schüler
  - die entsprechenden Handlungen ausführen,
  - die Handlung teilweise auslassen,
  - dies aber sprachlich beschreiben oder aufmalen,
  - nicht-ausgeführte Handlungsteile ggf. ertasten.“

(LORENZ 2007, S. 398)

Das geeignetste Mittel gegen Dyskalkulie ist ein guter Unterricht. Grundsätzlich ist eine Einbindung der Eltern in schulische Entscheidungen sinnvoll. „Damit sind Informationen über und Begründungen für schulische Entscheidungen gemeint, nicht in jedem Fall die Mitwirkung an der Entscheidung selbst. Das Mitwirken von Eltern bei der Förderung sollte i.d.R. vermieden werden. Einerseits belasten die Versuche von Eltern, ihren Kindern z.B. bei den Hausaufgaben zu helfen, recht häufig die familiären Beziehungen. Andererseits haben die meisten Eltern nicht die fachdidaktische Qualifikation, Fördermaßnahmen selbst durchführen und die Reaktionen der Kinder bewerten zu können.“ (SCHIPPER 2010, S.117)

Oft werden dann die Probleme noch verstärkt, da die Eltern versuchen den Kindern zu helfen und Aufgaben zu vereinfachen, aber gerade das verwirrt rechenschwache Schülerinnen und Schüler noch mehr.

„Die Förderung von Kindern mit besonderen Schwierigkeiten beim Erlernen des Rechnens erfolgt nicht dadurch, dass den Kindern Arbeitsblätter bzw. ein Arbeitsheft zur Bearbeitung gegeben wird oder die Kinder vor einem Computer gesetzt werden. Förderung ohne die persönliche Interaktion zwischen Kind und Förderer ist undenkbar. Bei der Förderung können solche

Materialien (in der Regel keine Printmedien) eingesetzt werden, die auch in einem guten Mathematikunterricht brauchbar sind, um aus den Handlungen an ihnen mentale Vorstellungen zu entwickeln. Aus Handlungen müssen (geistige) Operationen werden. Allerdings entwickeln sich solche Operationen gerade bei Kindern mit besonderen Schwierigkeiten beim Erlernen des Rechnens nicht schon durch die bloßen Handlungen. Hier muss einerseits die Sprache unterstützen, andererseits muss mit Hilfe einiger besonderer Maßnahmen (z.B. Hände verdecken, Augen verbinden) der Verinnerlichungsvorgang provoziert werden.“ (SCHIPPER 2010, S.118)

Wichtig ist also eine gute und kompetente Förderung. Im nächsten Unterkapitel werden verschiedene Programme zur Förderung rechenschwacher Kinder behandelt.

### 5.3 Programme zur Förderung rechenschwacher Kinder

#### 5.3.1 Frühförderprogramme

Bei Frühförderprogrammen steht die spielerische Vermittlung des Zahlbegriffes auf dem Programm. Mit Hilfe dieser Programme, sollen die angehenden Schülerinnen und Schüler bereits vor Schuleintritt ungefähr auf demselben Wissenslevel stehen. Im Folgenden werden drei verschiedene Frühförderprogramme beschrieben.

- Mengen, zählen, Zahlen

KRAJEWSKI und Mitarbeiter (2007) entwickelten das Programm „Mengen, zählen, Zahlen“, welches ein numerisches Frühförderprogramm für Kinder ab vier Jahren ist. „Das MZZ-Programm besteht aus 24 Übungseinheiten, die über einen Zeitraum von acht Wochen dreimal wöchentlich für je 30 Minuten durchgeführt werden sollen. Empfohlen wird die Anwendung in Kleingruppen von vier bis sechs Kindern. Die Einhaltung der Reihenfolge sowie gelegentliche im MZZ-Programm vorgesehene Wiederholungen von Übungen sind gemäß KRAJEWSKI und Kollegen sehr wichtig, um zu gewährleisten, dass die Kinder die für den Aufstieg in die nächsthöhere Kompetenzebene notwendigen Fertigkeiten meistern. Ein zentrales Konzept des MZZ-Programms ist, dass die Kinder die basisnumerischen Lerninhalte auch verbal weitergeben sollen: Zu diesem Zwecke sollen den Kindern bei jeder Übung bzw. bei jedem Spiel vorformulierte Fragen („Leitfragen“) gestellt werden, die die Lerninhalte bewusst machen sollen.“ (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 195)

Diese Fragen kann man aus der Abbildung 27 ablesen. Als Anschauungshilfe haben die Kinder eine Zahlentreppe, welche aus Zahlenstufen besteht. Ein weiteres Merkmal dieses Programm ist das Weglassen der Zahl Null, um die besonders schwachen Rechnerinnen und Rechner zu

schützen, da die Vorstellungskraft versagen könnte. (Vgl. LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 195 – 198)

Komponenten	Ausgewählte Übungen (Leitfragen) [Zahlenraum 1 bis 10]	Konzeptuelle Zuordnung
Zahlen als Anzahlen (Anzahlkonzept)	<i>Mengen zählen</i> („Wie viele sind das?“; „Welche Zahl ist das?“); <i>Mengen zuordnen und vergleichen – Transformation verschiedener Repräsentationsformen</i> („Welche Mengen/Anzahlen passen zu dieser Zahl?“; „Was haben alle Seiten einer Zahlenstufe gemeinsam?“; „Welche Zahl kommt zwischen diese beiden Zahlen?“)	Basisnumerische Fähigkeiten (Numerosität, Zählprinzipien [Eins-zu-eins-Zuordnung, stabile Abfolge der Zählwörter], ordinaler Zahlenaspekt), Transkodieren + Konzeptuelles Wissen
Anzahlordnung	<i>Abzählen und Mehr/Weniger-Vergleich</i> („Bei welcher Zahl sind mehr/weniger Dinge“; „Woher weißt du das?“; „Wie viele Dinge liegen bei dieser Zahl mehr/weniger als bei der anderen?“); <i>Ordnen nach numerischer Größe</i> („Wohin in die Reihe gehört diese Zahlenstufe?“; „Welche Menge/Zahl ist kleiner/größer?“; „Welche Menge/Anzahl fehlt in der Reihe?“); <i>Bestimmen von Nachfolger-Anzahlen und Nachfolger-Zahlen</i> („Welche Zahl kommt beim Zählen genau nach dieser Zahl?“; „Zu welcher der Zahlen gehören mehr Dinge?“; „Welcher Punkt/Streifen etc. ist von der vorherigen Zahl zu dieser Zahl hinzugekommen?“); <i>Anzahlen/Höhen schätzen</i> („Wer von euch hat die meisten/die wenigsten Chips?“; „Warum ist dein Turm größer als mein Turm?“)	Basisnumerische Fähigkeiten (ordinaler und relationaler Zahlenaspekt), Transkodieren + Einfache Arithmetik + Konzeptuelles Wissen
Teil-Ganzes-Beziehungen und Anzahlunterschiede	<i>Zusammenzählen von zwei Mengen</i> („Wie viel/hoch/lang sind beide Mengen/Zahlenstufen/Zahlenstreifen zusammen?“); <i>Zuordnen von Teilmengen zu einer Gesamtmenge</i> („Welche/-r Zahlenstufe/Zahlenstreifen ist so hoch/lang wie beide zusammen?“); <i>Exakte numerische Differenzen errechnen</i> („Wie viele Dinge gehören zu dieser Zahl mehr/weniger als zur anderen Zahl?“)	Basisnumerische Fähigkeiten (relationaler Zahlenaspekt) + Einfache Arithmetik + Konzeptuelles Wissen

Abbildung 27: Der Aufbau des Frühförderprogramms „Mengen, zählen, Zahlen“ (LANDERL/KAUFMANN 2008, S. 196)

- Entdeckungen im Zahlenland

„Das Programm fokussiert explizit auf die Förderung basisnumerischer Fertigkeiten und differenziert die Handlungs- und Erfahrungsfelder: das Zahlenhaus, den Zahlenweg und die Zahlenländer. Lernziele sind die Etablierung der Numerositäten von 1 bis 5 (Teil 1) sowie 6 bis 10 (Teil 2), wobei der kardinale, ordinale und relationale Zahlenaspekt spielerisch vermittelt wer-

den soll. Bei jeder Übungseinheit taucht zudem ein ‚Fehlerteufel‘ auf, der alles durcheinanderbringt. Die Kinder sollen die Ordnung wiederherstellen, indem sie das Zahlenhaus 2 wieder mit je 2 Objekten (z.B. 2 Nüsse, 2 Bälle, 2 Steine), das Zahlenhaus 3 mit 3 Objekte, etc. ausstatten. Teil 1 besteht aus zehn Übungseinheiten, Teil 2 aus zwölf Übungseinheiten, die einmal wöchentlich über ein bis eineinhalb Stunden mit einer Gruppe von 12 bis 15 Kindern durchgeführt werden sollen.“ (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 198)

- Komm mit ins Zahlenland

Dieses Programm ist ähnlich zum vorherigen Programm, es wird ebenso in „drei Handlungs- und Erfahrungsbereiche differenziert, die jedoch teilweise andere Namen tragen (Zahlenstadt, Zahlengärten, Zahlenweg).“ (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 199) Ebenso gibt es einen Fehlerteufel, welcher die Aufgaben durcheinanderbringt. „Die primären Lernziele sind auch hier die Veranschaulichung der Zahlengrößen sowie die Verinnerlichung der kardinalen und ordinalen Zahlaspekte. [...] Das Programm ist in zehn Übungseinheiten gegliedert, jede Einheit ist einer Zahl von 1 bis 10 gewidmet. Pro Übungseinheit bzw. Zahl soll ein ca. einstündiges Training einmal wöchentlich durchgeführt werden.“ (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 199) Ein Merkmal dieses Programmes ist die Personalisierung der einzelnen Zahlen, d.h. „jede Zahlengröße bzw. Numerosität wird den Kindern in einer bestimmten Gestalt präsentiert. [...] Dieses didaktische Konzept widerspricht allerdings dem Prinzip, dass Anschauungshilfen nicht mit den abstrakten Zahlenvorstellungen interferieren sollten. Vor allem Kindern mit basisnumerischen Defiziten könnte es schwerfallen, den Wechsel von personalisierten zu abstrakten Zahlenrepräsentationen zu meistern.“ (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 199)

### 5.3.2 Mathematikspezifisches, curricular orientiertes sonderpädagogisches Vorgehen

Dieses Programm richtet sich an Fachleute, die rechenschwache Kinder unterstützen. Die Arbeitsmaterialien sind auf bestimmte Lehrmaterialien abgestimmt, deshalb wird dieses Programm curricular orientiert genannt. „Die Testaufgaben sind geordnet nach Klassenstufen und mathematischen Lernbereichen (Mengen, Zahlen und Zahlenoperationen, Größen und Relationen, Sachrechnen).“ (GRISSEMANN 1996, S. 27) Dieses Programm dient vor allem für die Überprüfung des Wissensstandes der Schülerinnen und Schüler, damit diese fachgerecht gefördert werden können. In der folgenden Abbildung 28 sieht man einen Ausschnitt des Tests inklusive Lösungen und Bewertungsanweisungen zum Thema Beziehungen und Zuordnungen für das dritte Schuljahr. (Vgl. GRISSEMANN 1996, S. 28 – 29)



**Anweisungen**

- Erkläre zuerst das erste Haus und rechne!
- Erkläre nun das zweite Haus und rechne!

**Beobachtungen**

- kann mit H und Z rechnen
- wähle bestimmte Strategie (zerlegt)

**Auswertung**

- pro richtige Antwort 1 Punkt
- Total: 6 Punkte

---

**Anweisungen**

- Erkläre zuerst jede Darstellung einzeln und rechne!
- Trage die fehlenden Zahlen ein!

**Hilfsmittel**

- 3 Kartonkarten mit den vorgegebenen Rechnungen (Schüler braucht sie zum Erklären)

**Beobachtungen**

- kann die Darstellungen erklären
- kann Zahlen zerlegen
- erkennt sofort den Lösungsweg

**Auswertung**

- für jede richtig gelöste Aufgabe 2 Punkte
- Total: 6 Punkte

---

Stimmen diese Gleichungen?  
Sätze = sind ≠ sind!

12 + 65	sind	77
24 + 30	gleich	57
30 + 15	gleich	99

Sätze sind < > oder = sind

(57 + 38)	>	(71 - 24)
(300 : 8)	>	(270 : 9)
(378 + 7)	=	(408 - 24)
420	sind	(6 + 70)

**Anweisungen**

- Lies zuerst den 1. Teil der Aufgabe und löse!
- Lies jetzt den 2. Teil der Aufgabe und löse!

**Hilfsmittel**

- Kartontafelchen mit Zeichen = < > ≠ (nur anwenden, wenn Kenntnisse nicht vorhanden)

**Beobachtungen**

- kennt die Zeichen = < > ≠
- kann addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren

**Auswertung**

- pro richtige Antwort 1 Punkt
- Total: 7 Punkte

---

**Anweisungen**

- Schau die Figuren A, B, C, D, E genau an und zähle bei jeder Figur die Ecken!
- Löse jetzt die Aufgabe! Der Pfeil -> bedeutet «hat weniger Ecken als...»

**Hilfsmittel**

- Figuren A, B, C, D, E aus Karton

**Beobachtungen**

- kann Beziehungen herstellen
- geht systematisch vor

**Auswertung**

- pro Pfeil 1/2 Punkt
- Total: 5 Punkt

Abbildung 28: Beziehungen und Zuordnungen (GRISSEMANN 1996, S. 29)

Mit den Auswertungen eines Schulkindes kann eine „recht aussagekräftige Diagnose bezüglich seiner mathematischen Fähigkeiten und Denkweisen erstellt werden“ und sie bildet eine „Grundlage für gezielte Fördermaßnahmen.“ (Vgl. GRISSEMANN 1996, S. 31 – 32)

### 5.3.3 Mathematikspezifisches, arbeitsprozessorientiertes Vorgehen

Ein Beispiel des mathematikspezifischen, arbeitsprozessorientierten Vorgehens ist das sogenannte TIPI-Modell (Abbildung 29), welches so genannt wird, weil es wie ein Indianerzelt aufgebaut ist.

„Das TIPI-Modell zeigt Stufen mathematischen Lernens [...], das Lernen beruhend auf quantitativen Problemen und Erfahrungen im alltäglichen Handlungsbereich, mit Rechenhandeln im konkreten Gegenstandsbereich, Übergängen zu wahrnehmbaren und manipulierbaren Gegenstandssymbolen (semi-abstrakter Bereich), zum Ziffernsymbolsystem (Abstraktionsbereich), mit den Notwendigkeiten der Automatisierung und dem Freiwerden für Aktivitäten der Problemlösung bzw. der Anwendung (Bereich der Einfälle) mit den Möglichkeiten des Rückgriffes auf den konkreten Bedeutungsbereich.“ (GRISSEMANN 1996, S. 32)

Für ein förderdiagnostisches Vorgehen ist das Arbeitsprozessmodell der Autoren wichtig. „Damit wird versucht, durch Beobachtung des Vorgehens bei der Lösung von Rechenaufgaben die Bedingungen der Fehler differenziert zu analysieren und auf die TIPI-Lernbereiche zu beziehen.“ (GRISSEMANN 1996, S. 32 – 35)

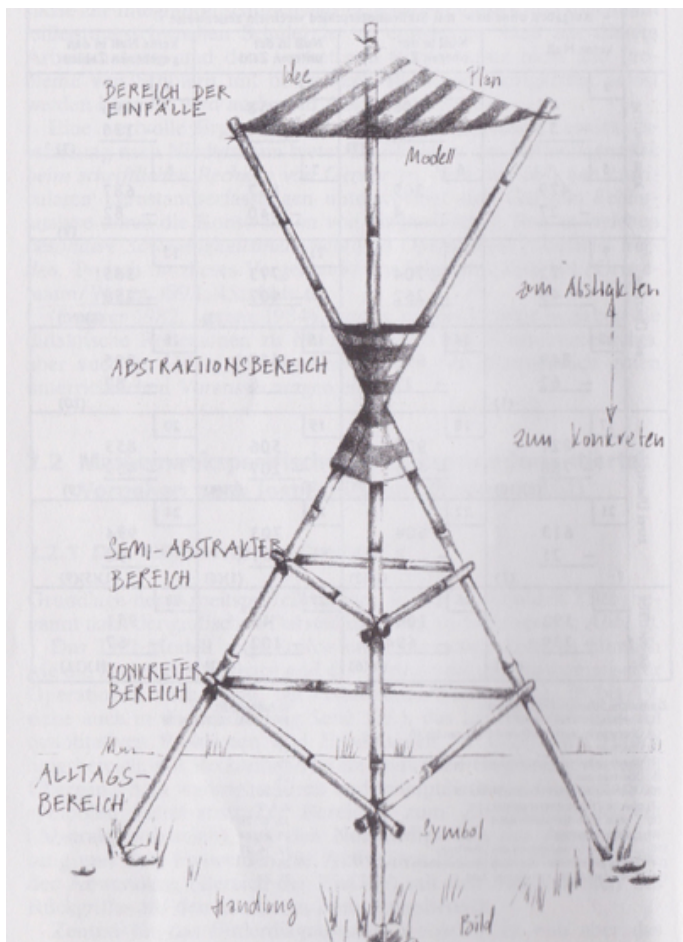


Abbildung 29: TIPI-Modell (GRISSEMANN 1996, S. 34)

#### 5.3.4 Der Hamburger Zahl- und Rechenaufbau

Das Förderprogramm „der Hamburger Zahl- und Rechenaufbau“ hat Kinder, die am Anfang des Rechnens stehen, zum Ziel. Die Besonderheiten dieses Konzepts sind:

- „Erstens: Der inhaltliche Aufbau – oder die Frage: Was soll gelernt werden? Dieser Aufbau ergibt sich aus einer Abfolge von Lern- und Verständnisschritten, die entwicklungspsychologisch und mathematikdidaktisch gut begründet sind. Es handelt sich um einen Dreischritt: Zunächst wird ein Verständnis der Zahl als Anzahl angebahnt, ein zweiter Lernschritt richtet sich auf die Beziehungen der Zahlen untereinander, insbesondere auf den Erwerb der Zahlzerlegungen. Erst dann kann in einem abschließenden Schritt die Erarbeitung der Addition und der Subtraktion als Mengenoperation angegangen werden.
- Das zweite Charakteristikum von HamZaRa ist eine Abfolge von Lernstufen – oder die Antwort auf die Frage: Wie werden die genannten Verständnisschritte vollzogen? Wir wissen schon seit längerem, dass der Erwerb mathematischer Kenntnisse im Elementarbereich auf dem Wege einer stufenweisen Verinnerlichung von Operationen geschieht (AEBLI 1976). Daher sieht das Förderprogramm eine Vielzahl von Übungen vor, die diesen Verinnerlichungsprozess anbahnen und unterstützen.
- Das dritte Charakteristikum ist das Arbeitsmaterial. Die in HamZaRa verwandten Arbeitsmittel sind die Finger oder Fingerbilder sowie das Zehnerfeld.“

(PETER 2007, S. 417)

Bei HamZaRa gibt es drei Lernschritte (Zahl als Anzahl, Zahlzerlegungen und Addition und Subtraktion), die im Folgenden erläutert werden.

Beim ersten Lernschritt geht es darum, den Kindern beizubringen, wie sie Zahlen mit einer Mengenvorstellung verknüpfen. „Dabei reicht es allerdings nicht aus zu verstehen, dass Zahlen überhaupt mit einer Menge assoziiert sind. Vielmehr soll der Lernende für jede Zahl zwischen 1 und 10 eine ganz individuelle Mengendarstellung herausbilden. Sie soll ihm helfen, sich beispielsweise die Zahl 8 als diese ganz bestimmte Anzahl – also größer als 7 und kleiner als die 9 – vorzustellen.“ (PETER 2007, S. 417)

Dabei sollen die Kinder mit ihren Fingern arbeiten. Sie sollen Fingerbilder erstellen für die jeweilige Zahl, natürlich sind dabei verschiedene Varianten möglich, doch es ist wichtig, dass das Fingerbild (Abbildung 30) immer gleich aussieht. Zusätzlich zu den Fingerbildern sollen die Zahlen auch mit einem Zehnerfeld (Abbildung 31) dargestellt werden.

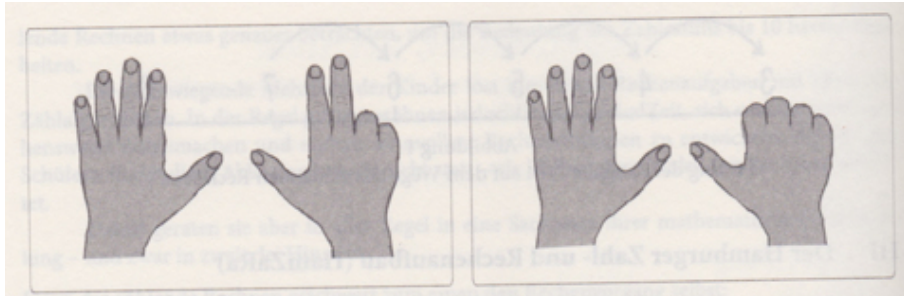


Abbildung 30: Die Fingerbilder der Zahlen 8 und 6 (PETER 2007, S. 418)

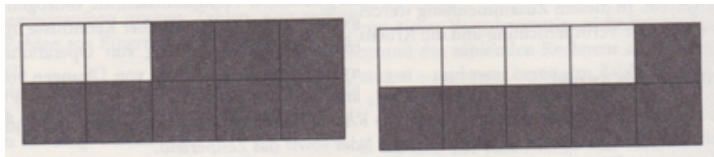


Abbildung 31: Die Darstellung der Zahlen 8 und 6 im Zehnerfeld (PETER 2007, S. 418)

Nun ist es wichtig, diese Zahlenbilder immer wieder zu üben, damit die Kinder sie immer schneller erkennen und auch umgekehrt die Zahlenbilder mit ihren Fingern zeigen können. Wenn dieser Prozess verinnerlicht ist, sollen die Kinder mit den Zahlen arbeiten, z.B. sollen gewisse Fingerbilder beschrieben werden, oder die Anzahl bildhaft darstellen. Am Schluss soll es eine „Verknüpfung von Zahlenworten und Zahlensymbolen mit den zugehörigen Mengenvorstellungen“ (Abbildung 32) geben, welche mit der Zeit durch das Üben von alleine entwickelt werden. (Vgl. PETER 2007, S. 417 - 419)

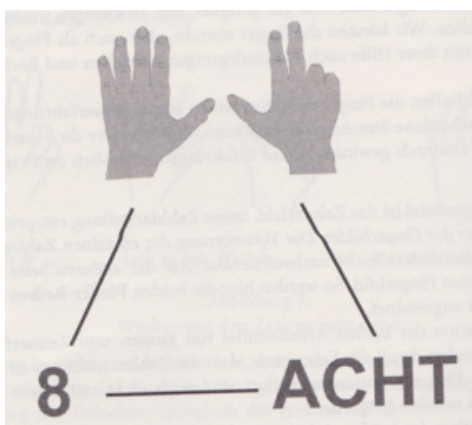


Abbildung 32: Zahlensymbol – Zahlwort – Mengendarstellung (PETER 2007, S. 419)

Beim zweiten Lernschritt geht es darum, „ein Verständnis der Klasseninklusion aufzubauen, also die Erkenntnis zu erwerben, dass in Zahlen andere Zahlen enthalten sind. Oder: dass Zahlen aus anderen Zahlen zusammengesetzt sind. Im Vordergrund steht dabei die Erarbeitung der Zahlerlegungen. Wir haben es hier nicht nur mit einer basalen Eigenschaft der Zahlen zu tun



– das Verständnis und die Beherrschung der Zerlegungen ist vielmehr zugleich die Grundlage für den Aufbau einer Alternative zum zählenden Rechnen. Wenn Kinder sich von dieser unangemessenen Rechenstrategie lösen sollen, dann gelingt ihnen das eben nur unter Rückgriff auf die Kenntnis und die praktische Beherrschung der Zahlzerlegungen.“ (PETER 2007, S. 421) Wenn Kinder wieder die 8 betrachten, sehen sie schnell, dass darin eine 5 und eine 3 enthalten ist, dies kann wieder mit den Fingerbildern (Abbildung 33) und mit dem Zehnerfeldbild geübt und zusätzlich in einem Zahlenhaus (Abbildung 34) dargestellt werden. Durch geeignete „Verbalisierungs- und Imaginationsübungen“ wird der Verinnerlichungsprozess vollzogen und die Kinder können schnell und sicher die richtigen Bilder zu den Zahlen abrufen. (Vgl. PETER 2007, S. 421 – 422)



Abbildung 33: Zerlegung der 8 (PETER 2007, S. 421)

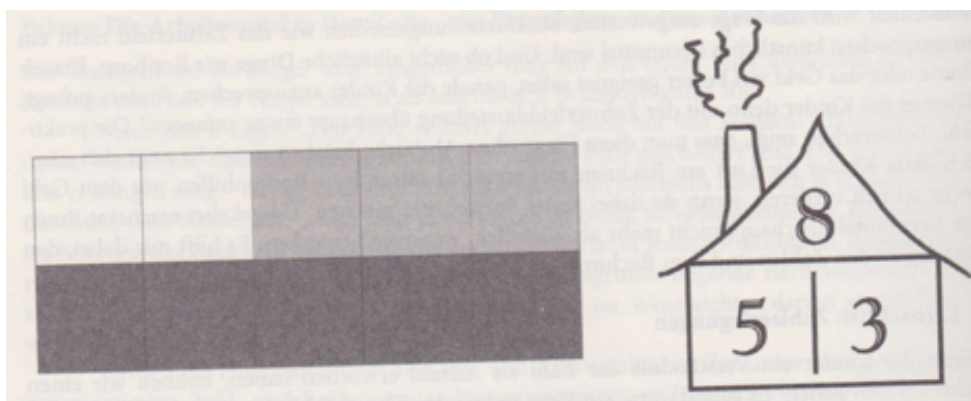


Abbildung 34: Zerlegung der Zahl 8 im Zehnerfeld und im Zahlenhaus (PETER 2007, S. 422)

Beim dritten Lernschritt, der Addition und Subtraktion wird mit einer Rechengeschichte begonnen, „In ,einem Bus sitzen 7 Fahrgäste. An einer Haltestelle steigen 3 Leute aus. 4 bleiben zurück’. Hier geht es noch gar nicht darum, das Ergebnis zu vermitteln. Im Lerndialog mit dem Kind soll vielmehr die Eigenart des Mengenvorgangs herausgearbeitet werden, der in dieser Geschichte enthalten ist: Zu Beginn haben wir eine Gesamtmenge bestehend aus einer Gruppe

von Fahrgästen. Ein Teil der Fahrgäste steigt aus – die ursprüngliche Anzahl wird also vermindert. Ein anderer bleibt als Rest übrig. Auf diese Weise lernen die Kinder den Mengenvorgang kennen, der sich mit der Subtraktion verbindet: Eine Menge wird vermindert. Sie lernen darüber hinaus, wie die Zahlzerlegungen, die sie ja bereits kennen, in der Subtraktion auftauchen. Jede Subtraktion beginnt mit einer Gesamtmenge; eine der Teilmengen wird weggenommen und die andere Teilmenge bleibt als Rest übrig. Die Addition beginnt hingegen mit einer Teilmenge; eine zweite Teilmenge wird hinzugefügt und im Ergebnis verfügen wir über eine neue Gesamtmenge.“ (PETER 2007, S. 423)

Diese Schritte können von den Kindern wieder sehr gut mit Fingerbildern und Zehnerfeldbildern geübt werden. Wenn diese Aufgaben gut gemeistert werden, können Aufgaben in geschriebener Form behandelt werden. Das Kind soll dabei gedanklich eine schriftliche Rechenaufgabe mit einem Mengenvorgang verknüpfen und es kann schließlich mit einem Automatisierungsprozess begonnen werden. (Vgl. PETER 2007, S. 424)

Dieses Programm wurde vielfach getestet und es hat sich bewährt. „Es gestattet:

- die Förderung mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten,
- die Förderung des weitergehenden Lernfortschrittes,
- die Förderung der Eigenständigkeit im Rechnen und Rechnenlernen,
- die Förderung der Lernfreude.“

(PETER 2007, S. 425)

### 5.3.5 Montessori Material

„Eine prominente Vertreterin der Ansicht, dass Lernen durch die Bereitstellung von ‚begreifbaren‘ Lernmaterial (sprich Anschauungshilfen) wesentlich erleichtert wird, war Maria Montessori. Die für die Mathematikdidaktik entwickelten Montessori-Materialien zeichnen sich dadurch aus, dass die Basis-10-Struktur des arabischen Zahlensystems regelhaft abbilden. Durch das Hantieren mit diesen konkreten Objekten soll das Kind eine bildhafte Darstellung von noch nicht vorhandenen mentalen (abstrakten) Zahlenrepräsentationen bekommen.“ (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 181)

„Lernen nach Maria Montessori bedeutet, jedem Kind die Freiheit zu lassen, in seinem eigenen Tempo zu lernen und sich mit jenen Lernmaterialien zu beschäftigen, die seinem aktuellen Interessens- und Wissensstand entsprechen. Nach dem Motto ‚Hilf mir, es selbst zu tun‘ werden verschiedene Materialien angeboten, mit denen das Kind selbstbestimmt die Welt entdecken und Wissen durch eigenes Tun erwerben kann.“ (MONTESSORI-MATERIAL)

Mit dem Montessori-Materialien soll die Idee des kindgerechten Lernens verwirklicht werden. Die Kinder haben Materialien zum Angreifen und müssen sich nicht etwas abstrakt vorstellen. Außerdem wird die Aktivität gefördert und vor allem werden mehrere Sinne auf einmal angesprochen und man kann sich selbst kontrollieren, ob etwas richtig gelöst wurde. Die Schülerinnen und Schüler sollen selbst entscheiden, mit welchen Materialien sie arbeiten wollen, denn dann entsteht Interesse an einem Unterrichtsfach. Das Mathematik-Montessori-Material bietet unterschiedliche Unterlagen von „Übungen zum mathematischen Grundverständnis bis hin zu komplexen Rechenoperationen.“ Zur Hilfe genommen werden zum Beispiel „Perlen, Zylinder, kurze und lange Zahlenstöckchen, Bruchrechnenkreisen oder ein Pythagorasbrett.“ (MONTESSORI-MATERIAL)

#### 5.4 Misserfolge vermeiden – Lernerfolg sichern

Für rechenschwache Schülerinnen und Schüler ist es wichtig, dass Misserfolge vermieden werden können und dass der Lernerfolg gesichert wird. Sie müssen merken, dass sie Fortschritte machen, ansonsten geht die Motivation verloren und ihre Rechenschwäche wird immer größer werden.

Bei rechenschwachen Schülerinnen und Schülern ist eine Akzeptanz der Klassenlehrerin bzw. dem Klassenlehrer eine erste wichtige Hilfemaßnahme. Dazu müssen die Lehrkräfte erkennen, dass das Kind eine Rechenschwäche besitzt und der Leistungsabfall dadurch erfolgt. (Vgl. ÖRM 3, 2001)

Im Folgenden werden einige Möglichkeiten vorgestellt, wie Misserfolge zu vermeiden und Lernerfolg zu sichern sind:

##### 1. Fördern – Lernen ist individuell

Individuelle Lernanlagen werden von einem Fördernden Unterricht akzeptiert. Im Folgenden werden Beispiele erwähnt, bei denen auf die individuellen Lernanlagen geachtet werden kann:

- Schreibweise von Termen

„Die übliche Schreibweise für Äquivalenzvergleiche von Termen [...] ist nicht unbedingt einleuchtend und benachteiligt rechtshirndominante Kinder besonders. Das kleine Kästchen als Platzhalter signalisiert kaum ‚Gleichheit‘ mit den Angaben links vom Gleichheitszeichen.“

(ELLROTT / APS-ELLROTT 2009, S. 415)

In der Abbildung 35 ist auf beiden Seiten der Gleichung das Kästchen gleich groß, womit die Kinder leichter ein Gleichheitsgefühl entwickeln können.

Abbildung 35: Termvergleiche-Darstellung (ELLROTT/APS-ELLROTT 2009, S. 416)

- Darstellung von Subtraktionsaufgaben

„Aus der Sicht eines Kindes kann es durchaus logisch und richtig sein, dass ‚6-2‘ und ‚3‘ äquivalent sind. Die Art der gängigen Subtraktionsdarstellung mit Durchstreichen bildet hierfür die Grundlage [...]. Das Plättchen links neben den durchgestrichenen Plättchen ist entscheidend für die Benennung des Subtraktionsergebnisses. Aber nur, wenn man von links nach rechts die Plättchen nummerierend zählt, ‚kommt das Gewünschte raus‘.“ (ELLROTT / APS-ELLROTT 2009, S. 416) Wenn wir Abbildung 36 betrachten treten im rechten Teil diese Probleme nicht auf.

Abbildung 36: Differenzen-Darstellung (ELLROTT/APS-ELLROTT 2009, S. 416)

Dem rechenschwachen Kind muss beigebracht werden, dass nicht die Leistungen der anderen Schülerinnen und Schüler das Maß sind, sondern die eigenen Lernfortschritte sollen im Vordergrund stehen. Dies ist wichtig für das Kind, ansonsten geht die Motivation verloren, wenn die rechenschwache Schülerin oder der rechenschwache Schüler mit dem Leistungsniveau der Klasse verglichen wird und dann bemerkt, dass die Leistungen deutlich schlechter sind. (Vgl. ÖRM 3, 2001)

## 2. Fördern – Lernen wird durch Emotionalität beeinflusst

„Lernen ist individuell und muss freudig gewollt sein. Lernen geschieht nicht auf Knopfdruck! – Angst behindert Lernen!“ (ELLROTT / APS-ELLROTT 2009, S. 419)

GANSER (2010) ist derselben Ansicht, dass auch bei Kinder mit mathematischen Lernschwierigkeiten das Lernen durch Emotionalität beeinflusst wird.

„Rechenschwache Kinder haben gerade im emotionalen Bereich Bedürfnisse:

- Verständnis für die mangelhaften schulischen Leistungen
- Soziale Anerkennung, abgekoppelt von den Zensuren, um das Selbstwertgefühl zu stärken
- Drastische Reduzierung der Leistungserwartung
- Bewältigbare Leistungssituationen in Kombination mit Nachteilsausgleich: weniger Aufgaben, mehr Zeit...“ (GANSER 2010, S. 231)

Gerade für rechenschwache Kinder ist es wichtig, dass man sie nicht tadelt, wenn sie etwas falsch machen, denn dadurch bekommen sie Angst und das Lernen wird gehemmt. Beispielsweise sieht man das Rechnen mit Fingern in der Schule nicht gerne, doch rechenschwache Kinder sind oft davon abhängig, um überhaupt etwas Rechnen zu können. Dazu sollten sie dabei unterstützt und geschult werden. (Vgl. ELLROTT / APS-ELLROTT 2009, S. 421)

### 3. Fördern – Lernen muss wirksam werden

„Lernen ist individuell, muss freudig gewollt und auf individuelle Kompetenzerweiterung ausgerichtet sein.“ (ELLROTT / APS-ELLROTT 2009, S. 424)

„Die Umsetzung eines aktiv-entdeckenden Unterrichts mit lernschwachen Schülerinnen und Schülern wird in der Primarstufe zum Teil realisiert und ist dort in Lehrplänen und Schulbüchern zumindest teilweise umgesetzt. Für den Förderschwerpunkt Lernen gibt es diesbezüglich noch Entwicklungsmöglichkeiten, und zwar auf der Ebene der Lehrpläne, der Schulbücher und auch der Ausbildung von Lehrpersonen.“ (SCHERER / MOSER OPITZ 2010, S. 205)

Wenn wir beispielsweise bildhafte oder grafische Darstellungen betrachten, haben meistens die Kinder unterschiedliche Interpretationsansätze und genau dies muss man nutzen und somit auf die unterschiedlichen Lernanlagen eingehen zu können. Wenn alle Interpretationen erlaubt sind und nichts als falsch abgestempelt wird, entwickeln die Kinder Selbstvertrauen und können dann bessere Leistungen erzielen. (Vgl. ELLROTT / APS-ELLROTT 2009, S. 424 – 428)

### 4. Fördern – Lernen will gelernt sein

„Lernen ist individuell, muss freudig gewollt, wirksam und selbstbestimmt sein. Wer gelernt hat zu lernen, kann selbstbestimmt lernen.“

- Lernen ist Aufnahme, Verarbeitung und Speicherung von nicht ererbten Informationen, die eine Änderung des Verhaltens bewirken oder ermöglichen.
- Voraussetzungen für Lernen sind Herausforderungen, Erprobungsmöglichkeiten und vor allem die Lernbereitschaft, die gesteuert wird durch Bedürfnisse, Neugierde, Tatendrang oder auch durch emotionalen Druck.
- Lernen verändert Lernen: Frühere Lernerfahrungen beeinflussen neues Lernen. Fremdpulse werden ersetzt durch individuelle Interessen, kurzzeitige Lernaktivitäten werden abgelöst durch Lern-Handeln auf lange Sicht hin.
- Schulisches Lernen ist eine besondere Form des Lernens. Weitgehend wird von außen auf das Kind eingewirkt. Schulisches Lernen ist Pflicht und kann die Entwicklung des Einzelnen eingrenzen, durch Zeitdruck, durch allgemeine Leistungsbewertung, durch Ansprüche von Leistungsvergleichbarkeit, durch für alle verbindlichen Lerninhalte in feststehender curricularer Aufbereitung.“

(ELLROTT / APS-ELLROTT 2009, S. 429)

Auch SCHMASSMANN (2010) ist der Ansicht, dass den rechenschwachen Kindern ein gewisser Freiraum bei der Bearbeitung der Aufgaben gegeben werden muss.

„Die meisten Schülerinnen und Schüler, auch solche mit Lernschwierigkeiten haben oder finden eigene Wege zur Bearbeitung von Aufgaben. Man muss sie nur danach fragen oder dazu ermuntern. Wird das ursprüngliche und eigenständige Denken aber von vorgegebenen Normstrategien überlagert, kann es zu ‚Zusammenstößen‘ kommen, die sich in Fehler oder Blockaden äußern.“ (SCHMASSMANN 2010, S. 211)

Lernen ist eine angeborene Fähigkeit, doch nur mit Training ist es auch möglich diese sinnvoll einzusetzen. Am besten und meisten lernt man, wenn man eigene Wege beschreitet und sich selbst etwas aneignet. Ebenso ist es förderlich, wenn in der Klasse mehr miteinander als gegeneinander gearbeitet wird. Oft werden die Übungen zu Wettkämpfen, und die „Verlierer“ haben dann keine Motivation mehr etwas zu lernen. (Vgl. ELLROTT / APS-ELLROTT 2009, S. 429 – 432)

Laut SCHMASSMANN (2010) brauchen die rechenschwachen Schülerinnen und Schüler aber Unterstützung, um die richtigen Wege zu finden.

„Allerdings ist nicht jeder selbst gewählte Weg gangbar oder jeder selbst gewählte Veranschaulichung hilfreich. Schülerinnen und Schüler mit mathematischen Lernschwierigkeiten brauchen

Beratung und Unterstützung in Form von Austausch mit anderen Lernenden und mit der Lehrperson, um einen für sie passenden Weg oder ein passendes Material zu finden.“ (SCHMASSMANN 2010, S. 211)

Wichtig ist beim Lernen auf diese drei Punkte zu achten und den Kindern bestmöglich zu helfen. Es sollten alle Schülerinnen und Schüler in einer Klasse gefördert werden. Bei einer individuellen Förderung sind folgende Punkte zu beachten:

- „Misserfolg präventiv vermeiden!
- Lernzuwachs individuell ermöglichen!
- Lernerfolg nachhaltig sichern!“

(ELLROTT / APS-ELLROTT 2009, S. 432)

Wie auch in den vorherigen Ausführungen bemerkbar, sind auch SCHERER und MOSER OPITZ (2010) der Meinung, „dass es trotz vielfältiger Fördermaßnahmen und eines zeitgemäßen und guten Mathematikunterrichts immer Schülerinnen und Schüler geben wird, die beim Mathematiklernen Schwierigkeiten haben, und dass nicht alle Probleme behoben werden können. In jedem Fall geht es aber darum, die Lernenden zu unterstützen, mit ihren Schwierigkeiten bestmöglich umzugehen, mathematische Einsichten zu erwerben, dadurch Vertrauen in die eigenen Leistungen und damit verbunden auch Freude am mathematischen Lernen zu entwickeln.“ (SCHERER / MOSER OPITZ 2010, S. 205)

## 5.5 Hilfen für betroffene Eltern – außerschulische Förderung

Die Fehler, die rechenschwache Kinder begehen, passieren nicht zufällig und auch nicht, weil sich das Kind zu wenig konzentriert oder zu wenig geübt hat, sondern die Fehler sind auf eine „Fülle von mathematischen Fehlvorstellungen, Missverständnissen und fehlerhaften Konzepten“ zurückzuführen. (Vgl. ÖRM 1. 2000, S. 2) „Eltern rechenschwacher Kinder sind häufig überfordert oder hilflos. Sie möchten ihr Kind optimal unterstützen, wissen aber nicht wie. Der Markt an Lern- und Übungsbüchern ist gesättigt, dennoch wissen Eltern nicht, wie und womit sie sinnvoll und erfolgreich üben können. Oftmals liegt der Misserfolg zusätzlichen Übens aber nicht an der Menge oder Auswahl der Übungsblätter, sondern am nicht gezielten und störungsspezifisch angepassten Lernen. Lernen ist dabei mehr als ‚du musst mehr üben‘ – dieser Ansatz ist häufig bereits gescheitert. Gut funktionierendes Lernen berücksichtigt Lernumfang, Lernstrategie, Lernstil, Lernmaterialien und Lerninhalte. Der Erfolg häuslichen Übens ist also auch

entscheidend abhängig von den Fragen: WIE VIEL, WIE, AUF WELCHE ART, WOMIT und WAS wird geübt?“ (WEJDA 2007, S. 427)

Diese Fragen werden im Folgenden beantwortet:

1. Lernumfang: Wie viel wird geübt?

„Dem zeitlichen Anteil des Übens wird i. d. R. große Beachtung geschenkt. Was und vor allem wie geübt wird, ist häufig nur von untergeordneter Bedeutung. Aber schon in der kritischen Auseinandersetzung mit der Hilfsschuldidaktik wurde festgehalten, dass eine reine Wiederholung nicht den erhofften Lerngewinn bringen kann (vgl. BÖHM 1980, 123). Ungeachtet dessen wird dennoch häufig angenommen, dass ein Inhalt nur oft genug wiederholt werden muss, damit er verfügbar ist.“ (SCHERER / MOSER OPITZ 2010, S. 62)

Dasselbe kann man auch bei WEJDA (2007) lesen.

„Rechenschwache Kinder üben meist viel mehr als ihre Klassenkameraden. Der erwünschte Erfolg zeigt sich jedoch nicht. Trotz vermehrten Übens versagen sie und Mathematik wird zur Qual. Leistungsschwache Schüler müssen meist mehr üben – das gilt auch für Kinder mit Rechenschwächen. Sie benötigen mehr Lernanregungen, mehr Zeit zum Festigen neu gelernter Inhalte und müssen Gelerntes immer wieder Wiederholen um es nicht gleich wieder zu vergessen. Aber gerade die negativen Erfahrungen im Umgang mit Mathematik oder zusätzlichen erfolglosen Lernen lässt die Motivation sinken. Rechenschwache haben weniger Lust, sie haben die Lernmotivation verloren. Sie haben gelernt, ständiges Üben bringt keinen oder nur wenig Erfolg.“ (WEJDA 2007, S. 427)

Zusätzlich zu den Therapiestunden sollten die Kinder daheim mit ihren Eltern üben, dabei ist eine gezielte Beratung und Einschulung durch kompetente Rechenschwächetherapeutinnen und Rechenschwächetherapeuten unumgänglich. Hervorzuheben ist noch, dass stures Üben keine Rechenschwäche-Therapie ist, ganz im Gegenteil, wenn Nicht-Verstandenes geübt wird, kann dies die Probleme noch verschlimmern. (Vgl. GRÜNEIS 2011, HUEMER 2013, S. 84)

Doch gerade für rechenschwache Kinder ist ein tägliches Üben wichtig und wenn es nur 15 Minuten pro Tag sind. Beim Üben ist es wichtig, dass Verstandenes gesichert wird, es soll nichts Neues gelernt werden. Wichtig ist bei den täglichen Übungen eine effektive und zielgerechte Arbeit. Ein Punkt, der nicht vernachlässigt werden sollte, ist eine Abmachung zwischen den Eltern und Kindern, wann die täglichen Übungseinheiten stattfinden, dabei sollte ein regel-



mäßiger Rhythmus eingehalten werden. Förderlich ist eine genaue Abmachung und bei Nichteinhalten, soll es Konsequenzen geben (z.B. für die Kinder staubsaugen und für die Eltern eine zusätzliche Gute-Nacht-Geschichte). (Vgl. WEJDA 2007, S. 427 – 428)

## 2. Lernstrategien: Wie wird geübt?

Rechenschwache Kinder sollten ohne Druck und Stress üben können, dabei ist wichtig, dass die Defizite bereits vor dem Üben bekannt sind. Hilfreich ist auch, dass zuerst ein Überblick über das Thema gegeben wird und anschließend mit leichten Beispielen beginnen, damit nicht von Anfang an eine Überforderung herrscht. Wenn die rechenschwachen Kinder nun ein Beispiel gelöst haben, dieses nicht auf richtig oder falsch prüfen, sondern den Kindern die Chance geben, selbst zu überprüfen, ob es korrekt ist. Ein weiterer wichtiger Punkt ist das Nachfragen bei den Lösungswegen, wie das Kind auf die richtige oder falsche Lösung kommt. Gerade bei rechenschwachen Schülerinnen und Schülern ist ein Lob bei richtig gelösten Beispielen von großer Bedeutung. Rechenschwache Kinder sollen nicht überfordert werden, daher ist es wichtig, dass auf die (fehlende) Konzentration geachtet wird. Beim Üben mit rechenschwachen Kindern ist „weniger oft mehr“. (Vgl. VON SCHWERIN 2010, S. 240 – 248)

Bei der Frage „wie wird geübt“, ist es bedeutend, dass die Kinder sich eine Lernstrategie zu-rechtlegen, damit die Lerninhalte gefestigt werden können. Es gibt drei Kategorien von Lernstrategien, die kognitiven, die metakognitiven und die ressourcenbezogenen. (Vgl. WEJDA 2007, S. 428, METAKOGNITIVE LERNSTRATEGIEN, RESSOURCENBEZOGENE LERNSTRATEGIEN)  
„Kognitive Lernstrategien hinterfragen die Art der Vorgehensweise und das Herangehen an Aufgabenstellungen, als das WIE. Mögliche Fragestellungen können daher sein:

- Wird die Aufgabenstellung nochmals gelesen / mit eigenen Worten wiederholt?
- Wird auf bereits bekannte ähnliche Aufgaben zurückgegriffen?
- Wie könnte die Aufgabe mit konkretem Material aussehen?
- Werden die wesentlichen Aspekte der Aufgabe identifiziert (Markierungen)?
- Wird die Aufgabe strukturiert (unterstreichen, gegeben/gesucht)?
- Werden Skizzen / Notizen erstellt?“ (WEJDA 2007, S. 428)

Als nächstes betrachten wird die Metakognitive Lernstrategien, diese „können (a) auf die Planung von Lernschritten, (b) die Prüfung des erreichten Lernfortschrittes anhand der formulierten Lernziele durch aktive Selbstüberwachungstätigkeiten („self-monitoring“), oder (c) die flexible Ausrichtung des eigenen Lernverhaltens am Ergebnis dieser Vergleiche ausgerichtet sein.“ (METAKOGNITIVE LERNSTRATEGIEN)

„Metakognitive Strategien beschäftigen sich nicht mit der Art der Informationsaufnahme oder konkreten Arbeitstechnik, sondern mit der Kontrolle über das WIE, also das Planen und Überwachen der Lernschritte. Mögliche Fragestellungen könnten daher sein:

- Werden Zwischenrechnungen formuliert?
- Werden Zwischenrechnungen überwacht?
- Wird der Operationsaufbau auf die Brauchbarkeit hin verglichen?
- Werden Fehler bemerkt? Werden Korrekturen vorgenommen?
- Wird die Vorgehensweise an die Aufgabe angepasst?
- Wird das Bearbeiten durch Selbstanweisung angeleitet?“ (WEJDA 2007, S. 428)

Als letztes werden die Ressourcenbezogenen Lernstrategien behandelt. „Der Bereich der als ressourcenbezogene Strategien (bzw. Sekundärstrategien) bezeichneten Aktivitäten kann prinzipiell sehr weit gefasst werden, beinhaltet aber vor allem Maßnahmen, die sich auf die eigene Anstrengung, Aufmerksamkeit und investierte Zeit sowie auf die Gestaltung des Arbeitsplatzes [...] und die Nutzung von Informationsmaterialien beziehen.“ (RESSOURCENBEZOGENE LERNSTRATEGIEN)

Dieselben Ansätze finden wir bei WEJDA (2007).

„Ressourcenbezogene Lernstrategien schildern Organisationen und Rahmenbedingungen des Lernens. Neben Anstrengungsbereitschaft, Aufmerksamkeit, Konzentration geht es auch um Zeiteinteilung, Lernumgebung und Lernformen. Mögliche Fragestellungen könnten sein:

- Besteht Interesse an der Aufgabe?
- Ist die Aufmerksamkeit auf die Aufgabe gerichtet (Probleme mit eigener Aufmerksamkeit, Konzentration oder anderen Störfaktoren)?
- Besteht die Bereitschaft sich anzustrengen?
- Wird bei auftretenden Schwierigkeiten die Anstrengung erhöht?
- Gelingt es dem Schüler, sich gegen ablenkende Einflüsse abzuschirmen?
- Werden angemessene Erklärungen für Erfolge / Misserfolge gegeben?
- Werden feste Lernzeiten, Pausen eingehalten?
- Wo wird gelernt? Wie sieht der Arbeitsplatz aus?
- Ist alles notwendige Material bereitgelegt?
- Wird alleine / mit Lernpartner geübt?
- Findet üben mit Aufgabenblättern / Auswendig lernen / spielerisch statt?“ (WEJDA 2007, S. 429)

### 3. Lernstil und Lernmaterial: Auf welche Art und womit wird geübt?

Gerade für rechenschwache Schülerinnen und Schüler, die allesamt einen unterschiedlichen Lernstil besitzen, ist es wichtig, dass sie geeignetes Material zur Verfügung haben.

(Vgl. WEJDA 2007, S. 429)

„In Bezug auf die Auswahl der Inhalte ist man sich in der didaktischen Literatur weitestgehend einig, dass eine reine Wiederholung des aktuellen Unterrichtsstoffs für die Förderung rechenschwacher Kinder nicht ausreichend sein kann.“ (Vgl. KRAUTHAUSEN / SCHERER 2007, S. 212; LORENZ 2013 zitiert nach LESEMANN 2015, S. 91)

Im Folgenden gibt es eine Übersicht, wie und womit Mathematisches aufgebaut werden kann.

- Aufbau und Verinnerlichung mathematischer Kompetenzen

„Nach AEBLI (1976) gelangt das Kind über verschiedene Abstraktionsebenen zum Anwenden und Automatisieren von Rechenzeichen und Operationsverfahren und letztlich zur Verinnerlichung mathematischer Kompetenzen.“ (WEJDA 2007, S. 429)

- Handlung mit konkreten Material

Dabei soll zum Beispiel die Subtraktion korrekt mit bereitliegenden Material (z.B. Stiften) dargestellt werden. Wichtig ist dabei die konkrete Formulierung. „Für rechenschwache Schulkinder ist diese Phase elementar. Hier sollten sie so lange verweilen können, bis sie den Sinn der Handlung und das Verständnis der Situation mit Material verstanden haben und selbständig vollziehen können.“ Wichtig ist auch noch, dass die Kinder nicht nur den Eltern zuhören wie so eine Subtraktion sprachlich durchgeführt wird, sondern sie selbst aufsagen. (WEJDA 2007, S. 430)

Dieselbe Meinung vertreten SÖBBEKE (2005) und SCHERER und MOSER OPITZ (2010).

„Arbeitsmittel und Veranschaulichungen nehmen in der mathematischen Forderung einen zentralen Stellenwert ein und sollen Schülerinnen und Schülern helfen, Einsicht und Verständnis in mathematische Strukturen aufzubauen bzw. die mathematische Begriffsbildung zu unterstützen.“ (SÖBBEKE 2005, zitiert nach SCHERER / MOSER OPITZ 2010, S. 75)

- Darstellung auf ikonischer Ebene

Als nächsten Schritt soll die Subtraktion zweidimensional dargestellt werden, indem die Kinder Bilder malen. „Die Anstrengung eine Situation auf die ikonische Ebene zu bringen, darf sich nicht auf das Zeichnen der einzelnen konkreten Materialien konzentrieren. Das Kind muss an-

geleitet werden, statt Autos vielmehr Punkte oder Striche oder andere leichtere Zeichenelemente zu wählen. Gut geeignet dafür sind auch Stempel, die das Material darstellen.“ (WEJDA 2007, S. 430)

- Darstellung auf symbolischer Ebene

Diese Ebene stellt „den Übergang zu den Ziffern und Operationszeichen (+, -, ·, : ) dar. Hier werden nun die Handlungen und die bildliche Darstellung der Aufgabe in die bekannten Symbole übertragen. Zu dieser Repräsentationsform sollte erst dann übergegangen werden, wenn sicher gestellt ist, dass die Kinder sowohl die Handlung mit konkretem Material als auch die bildliche Darstellung [...] erfolgreich durchlaufen und verinnerlicht haben.“ (WEJDA 2007, S. 430)

Auch SÖBBEKE und SCHERER und MOSER OPITZ sind derselben Meinung wie folgendes Zitat zeigt:

„Es handelt sich auch nicht um eine Abbildung im Sinne eines detaillierten Bildes, sondern um ein schemenhaftes Bild, das vage ist und dadurch Symbolfunktion besitzt. Vorstellungsbilder bzw. Repräsentationen sind deshalb nicht identisch mit mathematischen Begriffen, sondern weisen auf die mathematischen Inhalte hin und stellen diese symbolisch dar. (SÖBBEKE 2005, 17 f. zitiert nach SCHERER / MOSER OPITZ 2010, S. 79)

- Automatisierung

„Wenn bspw. das Einmaleins in den höheren Klassen nicht beherrscht wird, so werden als Ursache unzureichende Automatisierungsübungen angenommen, wobei Automatisierung häufig mit reinem Auswendiglernen gleichgesetzt wird [...]. Dabei bleibt unberücksichtigt, dass Üben bzw. Lernen überhaupt nur möglich ist, wenn es auf der Grundlage von Einsicht und Verständnis erfolgt.“ (SCHERER / MOSER OPITZ 2010, S. 62)

Selbige Meinung findet man bei WEJDA (2007), BAROODY (1985), SCHIPPER (1990) und bei SCHERER und MOSER OPITZ (2010).

Schließlich soll es zu einem Automatisierungsprozess kommen, dabei ist regelmäßiges Üben des Gelernten essenziell, vor allem „das Einspluseins, Einsminuseins, Zerlegen der Zahlen bis 10 (9 kann ich zerlegen in 5 und 4, ....) und das kleine Einmaleins.“ (WEJDA 2007, S. 430)

„Bei der Automatisierung besteht grundsätzlich die Gefahr, dass Aufgaben lediglich auswendig gelernt werden. Deshalb ist die Grundlegungsphase von zentraler Bedeutung. Bei der Automatisierung sollte es sich also um das Abrufen verinnerlichter Vorstellungen handeln. Das bedeutet, dass die Übersetzung zwischen den einzelnen Repräsentationsebenen (verbal, ikonisch,

symbolisch) potenziell beherrscht (und ggf. auch überprüft) werden und dass eine Rückführung von der symbolischen auf eine andere Ebene möglich sein muss. Das Automatisieren gelingt Schülerinnen und Schülern umso besser, wenn die entsprechenden Inhalte in Beziehungen oder auch durch eigene Strategien gelernt wurden. (Vgl. BAROODY 1985; SCHIPPER 1990 zitiert nach SCHERER / MOSER OPITZ 2010, S. 74)

- Auswahl geeigneter Lernmaterialien

Zu den vorherigen beschriebenen Lernphasen gibt es passendes Lernmaterial, doch dieses muss gut überlegt sein. Wichtig ist, dass die Auswahl des Materials an den Zahlenraum und die Aufgabenstellung angepasst ist. „Kindsspezifische Schwierigkeiten und Lernchancen, die bestenfalls durch eine individuelle qualitative Beurteilung des Lernstils festgelegt wurden, entscheiden über die Art der Aufgabenpräsentation und Lernunterstützung. Je nachdem, wie der Lernende seine Erfolge erzielen kann, welche Sinnesmodalitäten er bevorzugt, wird der Lernerfolg sich einstellen und den Lernprozess unterstützen oder behindern. Mögliche Lernpräferenzen können sein:

- Das Kind lernt gerne allein / benötigt einen Ansprechpartner
- Das Kind lernt gerne mit dem Computer / mit dem Karteikasten
- Das Kind braucht zu jeder Aufgabenstellung konkretes Material / Notizblock und Stift“

(WEJDA 2007, S. 431)

WEJDA (2007) behauptet, dass die Lernmaterialien gut ausgewählt werden müssen, diese Überlegung wird, wie wir im Folgenden sehen, von SCHERER, WITTMANN und MÜLLER und SCHERER und MOSER OPITZ bekräftigt.

„Zur wohlüberlegten Auswahl von Arbeitsmitteln und Veranschaulichungen insbesondere für lernschwache Schülerinnen und Schüler gehört als wichtige Konsequenz auch, dass die Anzahl beschränkt wird (SCHERER 1996, 53). Das bedeutet, dass nicht viele verschiedene Arbeitsmittel verwendet werden sollen, sondern dass für die verschiedenen Zahlenräume nach dem Motto ‚weniger ist mehr‘ (WITTMANN / MÜLLER 2007, 12) möglichst strukturgleiche Materialien gewählt werden. (SCHERER / MOSER OPITZ 2010, S. 85)

#### 4. Lerninhalte: Was wird geübt?

„Die Auswahl der geeigneten Lerninhalte beeinflusst entscheidend Lernerfolg und weitere Lernmotivation. Zu hoch gesteckte Ziel, die nicht erreichbar sind, führen zu Lernfrust und Versagen. Versagen, schlechte Leistungen, mangelndes Selbstbewusstsein in die eigenen (mathematischen) Fähigkeiten – gerade das sind hinlänglich bekannte Erfahrungen rechenschwacher Kinder. Erfolg hängt also auch wesentlich von der Frage ab, was geübt werden soll. Geübt kann nur das werden, was auch tatsächlich bereits verstanden wurde.“ (WEJDA 2007, S. 431)

Wichtig für rechenschwache Kinder sind kleine Ziele, Eltern sollten dabei das Üben übernehmen und das nicht länger als 15 Minuten täglich. Ein Tipp für die Eltern ist auch noch, dass das Mathematische spielerisch verpackt wird und so mit den Kindern Mathematik geübt wird, obwohl sie es gar nicht merken. (Vgl. WEJDA 2007, S. 431 – 432)

Als Beispiel für eine außerschulische Förderung wird die Integrative Lerntherapie angeführt.

##### 5.5.1 Integrative Lerntherapie

„Eine integrative Lerntherapie ist eine ganzheitliche Entwicklungsförderung unter Einbeziehung des sozialen Umfelds. Sie ist auf folgende Ziele gerichtet:

- Verbesserung der emotionalen Befindlichkeit des Lernenden
- Verbesserung der Lernvoraussetzung für jegliches Lernen
- Aufbau der grundlegenden Inhalte des Faches
- Verbesserung des Lernumfelds.“

(SCHULZ 2009, S. 462)

Wenn sich Personen für eine integrative Lerntherapie entscheiden und anmelden, beginnt diese mit einer Bestandsaufnahme: „Entwicklungsgeschichte, Eingangsdagnostik, Erwartungen, Haltungen, Ressourcen und Aufträge werden gesammelt oder erarbeitet und münden in die Erstellung eines Theorieplans.“ (KEMPF-KURTH 2007, S. 399)

Wenn eine Diagnose erstellt wurde, erfolgt die „Therapie als Einzeltherapie oder in regelmäßigen Wechsel von Einzelarbeit und Arbeit in Kleinstgruppen (höchstens drei Kinder) einmal wöchentlich. Die Schwerpunkte der Therapie, die in Auswertung der Diagnose festgelegt wurden, werden von den Lerntherapeuten in individuellen Therapieplänen konkretisiert. Im Mittelpunkt einer Lerntherapie zur Beseitigung von Rechenschwäche steht das Lernen von Mathematik. Demnach kommt dem fachdidaktischen Vorgehen in der Therapie eine große Bedeutung zu.“ (SCHULZ 2009, S. 466)

„In der Lerntherapie stehen nicht die Defizite des Klienten im Vordergrund, sondern seine Kompetenzen und Stärken. Diese positive Sicht fördert die Motivation und das Vertrauen, Lern- und Leistungsschwierigkeiten überwinden zu können. Es werden genau die Methoden und Materialien ausgewählt, die dem Klienten entsprechen und seiner individuellen Förderung dienen.“ (IFLW)

Um geeignete Übungen zu finden, werden folgende Fragen gestellt:

- „Wie kann sich das Kind unverstandene mathematische Sachverhalte erarbeiten?
- Welche Arbeitsmittel erleichtern den Erkenntnisprozess?
- Welche Missverständnisse haben zu den falschen Vorstellungen und Vorgehensweisen geführt? Welche Voraussetzungen für Mathematiklernen waren oder sind noch nicht entwickelt?
- Welche Erfahrungen hat das Kind noch nicht gemacht? ...“ . (SCHULZ 2009, S. 466)

Die Ziele einer integrativen Lerntherapie sind die „Förderung von Motivation, Anstrengungsbereitschaft, Ausdauer sowie Selbstvertrauen in die eigene Leistungsfähigkeit.“ (IFLW)

„Im lerntherapeutischen gibt es, ausgehend von der anfänglichen Lernstandsanalyse, eine strukturierte Umsetzung, in der die verschiedenen fachlichen Kompetenzen, d.h. fachdidaktische, methodische und psychotherapeutische, miteinander vernetzt eingesetzt werden.“ (KEMPF-KURTH 2007, S. 399) „Im Mittelpunkt der Reflexion über das Vorgehen stehen erkannte Strukturen, gemacht Lernerfahrungen und bisherige Missverständnisse.“ (SCHULZ 2009, S. 466) Die Herstellung einer positiven Lernstruktur gilt als weiteres Ziel der integrativen Lerntherapie. Wichtig ist ein strukturiertes Vorgehen, damit die Kinder von Grund auf nachvollziehen können, wie die Aufgaben zu lösen sind. Im Folgenden werden einige konkrete Beispiele beschrieben: (Vgl. SCHULZ 2009, S. 466 – 467, IFLW)

#### 1. Arbeit an der Orientierung

„In der Mathematik müssen häufig Richtungen beachtet werden, zum Beispiel bei der Orientierung im Zahlenraum, bei der Angabe von Vorgänger und Nachfolger zu Zahlen oder beim Ausführen von Rechenstrategien. Oft müssen sogar unterschiedliche Richtungen betrachtet werden (man denke nur an das halbschriftliche Rechnen und an die schriftlichen Rechenverfahren). Die Fähigkeit, sich orientieren zu können, ist jedoch nicht angeboren, sondern unterliegt einem individuellen Entwicklungsprozess. Dazu gehören die Beherrschung des eigenen und fremden Körperschemas und die Orientierung im Raum und in der Ebene. Viele rechen-



schwache Kinder sind in der Orientierung noch sehr unsicher. Sie wechseln häufig ihre Arbeitsrichtung und wissen oft nicht, wann sie eine vorgegebene Richtung einhalten müssen.“ (SCHULZ 2009, S. 467)

Um diese Fähigkeit zu stärken werden beispielsweise Übungen aus der Ergotherapie angewendet. Das rechenschwache Kind soll lernen, sich „am eigenen Körper zu orientieren und Bewegungsübungen nach Aufforderung durchzuführen. Dazu wurden bewusst Orientierungspunkte gesetzt, zum Beispiel Markieren der rechten Hand.“ Dadurch lernt das Kind „sich bewusst im Raum und in der Ebene zu orientieren.“ Wichtig dabei ist die Erkenntnis, wann „Richtungen zu beachten sind und wann nicht.“ (SCHULZ 2009, S. 467)

Einige Übungen sind hier laut SCHULZ (2009) besonders hilfreich:

- „Bauen von vorgegebenen Bauwerken, Nachlegen von Mustern.
- Arbeit mit geometrischen Körpern in Bauwerken, Identifizieren und Realisieren von Lagebeziehungen, Zeichnen von Ansichten.
- Unterscheiden von identischen Bildern und Spiegelbildern.
- Orientieren im Raster.“

(SCHULZ 2009, S. 467)

## 2. Arbeit an Vorstellungen

„Wie die Orientierung gehören auch Vorstellungen zu den kognitiven Fähigkeiten, die sich lange vor der Schule durch Tätigsein entwickeln. In der Schule muss es Kindern gelingen, Vorstellungen zu mathematischen Inhalten zu entwickeln. Zum Beispiel sollen sie gute Zahlvorstellungen anhand geeigneter Materialien aufbauen, Vorstellungen zu den Rechenoperationen über Handlungen entwickeln, geometrische Grundvorstellungen und Größenvorstellungen erwerben. Voraussetzung dafür ist ein bestimmtes Entwicklungsniveau in den Vorstellungsfähigkeiten. Häufig weisen rechenschwache Kinder Entwicklungsverzögerungen in diesem Bereich auf. Sie können sich noch nicht gut etwas vorstellen oder können nicht mit vorgestellten Bildern im Kopf operieren. Häufig fehlen ihnen Erfahrungen im Umgang mit den Materialien, die die Vorstellungsentwicklung unterstützen sollen.“ (SCHULZ 2009, S. 468)

Wenn es an der Vorstellungskraft scheitert, bleiben die rechenschwachen Kinder oft zählende Rechnerinnen und Rechner, bzw. haben Probleme mit der Uhr. Um die Vorstellung zu stärken, gibt es laut LORENZ (1998) folgende Vorgehensweise:

- „Handlungserfahrungen werden an konkreten Materialien gesammelt.
- Handlungsschritte werden bildhaft dargestellt, dabei erfolgt ein allmähliches Verkürzen der Handlung durch Auslassen von Handlungsschritten.

- Handlungsschritte werden innerlich ausgeführt, das Material repräsentiert nur noch den Anfangs- und/oder Endzustand, einzelne Schritte werden beschrieben.
- Gesamthandlung wird innerlich ausgeführt, das Material steht nicht mehr zur Verfügung.“

(SCHULZ 2009, S. 468 - 469)

Die Vorstellung ist in der Mathematik ein wichtiger Punkt, ohne dieser wird der Übergang von einem rechenschwachen Kind zu einem Kind ohne mathematische Schwierigkeiten nicht gelingen.

### 3. Arbeit am Gedächtnis

Bei rechenschwachen Kindern wird oft von einem „schwachen Gedächtnis“ gesprochen, weil wichtige „mathematische Begriffe und ihre Merkmale, Umrechnungszahlen für Größen, Rechenstrategien oder das Einspluseins und Einmaleins“ vergessen werden, zum Beispiel muss das Einmaleins immer wieder neu gelernt werden. „Im Mittelpunkt der Arbeit am Gedächtnis steht das Erlernen von Strategien zum sinnvollen Einprägen und Reproduzieren. Die Kinder lernen in der Therapie die Einprägestrategien Memorieren, Elaborieren und Organisieren an Gegenständen, Bildern, Wörtern und schließlich an mathematischen Inhalten bewusst kennen und nutzen (SCHULZ 1995). Einprägestrategien sind inhaltsabhängig und orientieren sich an der Struktur und am Sinngehalt des Inhalts. Demnach entwickelt sich das Gedächtnis sowohl durch den Erwerb von Strategien als auch durch mehr Wissen über zu lernende Inhalte. Um das Einmaleins dauerhaft zu lernen, ist die Arbeit am Verständnis für die Multiplikation genauso wichtig wie das Nutzen effektiver Einprägestrategien. Diesen beiden Seiten wird in einer integrativen Lerntherapie stets Rechnung getragen.“ (SCHULZ 2009, S. 470 – 471)

Die integrative Lerntherapie findet außerhalb der Schule und des heimischen Umfelds statt. Die rechenschwachen Kinder arbeiten mit einer Therapeutin oder mit einem Therapeuten einmal wöchentlich 45 Minuten lang. In einem 15-minütigen Gespräch erfahren schließlich die Eltern, „was, wie und warum in der Therapiestunde gemacht wurde und was zu Hause zu tun ist.“ Im Anschluss daran soll bis zur nächsten Therapiestunde zuhause jeden Tag 15 Minuten geübt werden, nur dann können Fortschritte erzielt werden. (Vgl. SCHULZ 2009, S. 471, IFLW)

Zusammenfassend kann man sagen, dass eine Förderung von rechenschwachen Kindern sehr zeitintensiv, aber unbedingt notwendig ist. Je früher man mit dieser beginnt, desto höher sind die Chancen für die Kinder von ihrer Rechenschwäche wegzukommen. Allerdings sollte mit

dem Üben nicht übertrieben werden, ansonsten verlieren die Kinder die Lust und alle bisherigen Erfolge gehen verloren. Rechenschwache Kinder sollen von ihren Eltern, den Lehrpersonen und außerschulischen Fördermöglichkeiten unterstützt gefordert und gefördert werden.

## 6. Zusammenfassung

Am Ende dieser Arbeit möchte ich die für mich wichtigsten Punkte kurz zusammenfassen. Am Beginn galt es eine korrekte Definition von Dyskalkulie zu finden, was sich als sehr schwer herausstellte, da sehr viele Begriffe synonym verwendet werden. Die Rede ist von Lernschwierigkeiten, mathematischen Defiziten, Teilleistungsschwächen oder Rechenstörungen. Es gibt also viele verschiedene Bedeutungen. Allgemein lässt sich sagen, dass Kinder mit Dyskalkulie Probleme beim Erlernen des Mathematikstoffes haben.

Als nächstes wurde von verschiedenen Defiziten gesprochen, welche rechenschwache Kinder aufweisen können. Besonders für Lehrpersonen ist dieser Punkt sehr schwer einzuschätzen, weil viele Lehrer und Lehrerinnen kaum etwas über Symptome und somit über eine rechtzeitige Früherkennung von Dyskalkulie gehört haben.

Anschließend wurde der Erwerb von mathematischen Kenntnissen und den möglichen auftretenden Problemen behandelt. Hier ist wichtig zu erwähnen, dass es sehr viele verschiedene Problemfelder gibt, die von Kind zu Kind unterschiedlich sein können. Deswegen ist es wichtig, dass im Unterricht rechenschwache Schüler und Schülerinnen von allen Seiten beleuchtet werden und gemeinsam mit dem betroffenen Kind die Fehlerquelle beseitigt wird.

Danach behandelte diese Arbeit die verschiedenen Diagnosemöglichkeiten für rechenschwachen Schülerinnen und Schülern. Diese sind sehr wichtig, um eine mögliche Dyskalkulie zu erkennen, je früher desto besser. Die ersten Schritte können dabei schon im Kindergarten bzw. in der Vorschule gemacht werden. Spätestens in den ersten Wochen der beginnenden Schulzeit sollte eine Diagnose durch einen der verschiedenen Dyskalkulie-Tests durchgeführt werden. Bei den Ergebnissen der verschiedenen Diagnosen werden mögliche Unterschiede bei rechenschwachen Schülerinnen und Schülern auftreten. Nicht alle Probleme werden sofort durch einen Test erkannt, deswegen ist eine individuelle Diagnose ausschlaggebend. Wie bereits erwähnt ist eine frühzeitige Diagnose sehr wichtig, weil danach sofort mit einer umfangreichen Förderung begonnen werden kann.

Das letzte Kapitel behandelt verschiedene Förderungen bei einer Rechenschwäche. Zualererst gilt es auch hier zu erwähnen, dass es einer individuellen Förderung bedarf. Es gibt unzählige verschiedene Fördermöglichkeiten, die allesamt von Kind zu Kind unterschiedlich wirken oder nicht wirken. Bei der Förderung sollen die rechenschwachen Schülerinnen und Schüler nicht

überfordert werden. Dabei ist der Grundsatz „Weniger ist Mehr“ wichtig. Die einen Schülerinnen und Schüler werden gewisse Defizite schneller aufholen können als andere. Sie sollen den Spaß an der Mathematik wiederfinden, denn dieser wird benötigt, um gute Erfolge erzielen zu können.

Schlussendlich möchte ich noch den Begriff „individuell“ hervorheben. Alle rechenschwachen Kinder sind verschieden und weisen deshalb auch verschiedene Symptome auf. Daher bedarf es einer individuellen Diagnose und schließlich einer individuellen Förderung, wie auch schon mein Eingangszitat besagt: es gibt kein Patentrezept gegen Dyskalkulie.

## 7. Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Verzählungen beim Vor- und Rückwärtszählen (MOSER OPITZ/SCHMASSMANN 2003, S. 14, MOSER OPITZ 2007, S. 84).....	19
Abbildung 2: Veranschaulichung zum Dezimalsystem (MOSER OPITZ/SCHMASSMANN 2003, S. 39).....	24
Abbildung 3: Prinzipien zum Lösen von Aufgaben (Dowker 1998, S.282, MOSER OPITZ 2007, S. 96).....	26
Abbildung 4: Halbschriftliche Rechenstrategien am Beispiel der Addition (MOSER OPITZ 2007, S.97).....	27
Abbildung 5: Strategien Kopfrechnen (OSTAD 1998, S. 3, MOSER OPITZ 2007, S. 101).....	29
Abbildung 6: Häufige Fehler bei der schriftlichen Addition und Subtraktion (MOSER OPITZ 2007, S. 105).....	31
Abbildung 7: Felddarstellung und kombinatorischer Aspekt der Multiplikation (MOSER OPITZ 2007, S. 107).....	32
Abbildung 8: Aufbau Einmaleins durch Verdoppeln und Halbieren (MOSER OPITZ 2007, 108).....	33
Abbildung 9: Distributivgesetz, veranschaulicht an Hunderterfeld und Malkreuz, (MOSER OPITZ 2007, S. 108).....	34
Abbildung 10: Halbschriftliche Divisionsaufgabe (MOSER OPITZ 2007, S. 111).....	36
Abbildung 11: Schulbeispiele von rechenschwachen Kindern (WESSOLOWSKI 2007, S. 315).....	44
Abbildung 12: Aufgaben zur Zahlauffassung und Zahldarstellung (WESSOLOWSKI 2007, S. 315).....	45
Abbildung 13: Aufgaben zur visuellen Wahrnehmung und zum Verständnis für geometrische Qualitätsbegriffe (WESSOLOWSKI 2007, S. 315).....	46
Abbildung 14: Aufgaben zum Weiter- und Rückwärtszählen und zur Raum-Lage-Beziehung (WESSOLOWSKI 2007, S. 315).....	46
Abbildung 15: Zweistufiges Diagnoseverfahren (MOSER OPITZ 2009, S. 294).....	52
Abbildung 16: Deutsche Mathematiktests (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 153).....	54
Abbildung 17: Eggenberger Rechentest (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 155).....	57
Abbildung 18: Fortsetzung Eggenberger Rechentest (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 156).....	57
Abbildung 19: Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 162).....	60
Abbildung 20: TEDI-MATH (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 170).....	61
Abbildung 21: Fortsetzung TEDI-MATH (LANDERL / KAUFMANN 2008, S. 171).....	62

Abbildung 22: Aufgaben zum Klassifizieren und Sortieren (MERDIAN 2007, S. 383) .....	64
Abbildung 23: Aufgaben zur Mengen- und Formkonstanz (MERDIAN 2007, S. 384) .....	65
Abbildung 24: Aufgaben zum Mengenvergleich (MERDIAN 2007, S. 385).....	66
Abbildung 25: Aufgaben am horizontalen und vertikalen Zahlenstrahl (MERDIAN 2007, S. 385).....	66
Abbildung 26: Taktile Aufgabe zur Raumlage (MERDIAN 2007, S. 386) .....	67
Abbildung 27: Der Aufbau des Frühförderprogramms „Mengen, zählen, Zahlen“ (LANDERL/KAUFMANN 2008, S. 196).....	71
Abbildung 28: Beziehungen und Zuordnungen (GRISSEMANN 1996, S. 29) .....	73
Abbildung 29: TIPI-Modell (GRISSEMANN 1996, S. 34).....	74
Abbildung 30: Die Fingerbilder der Zahlen 8 und 6 (PETER 2007, S. 418) .....	76
Abbildung 31: Die Darstellung der Zahlen 8 und 6 im Zehnerfeld (PETER 2007, S. 418) .....	76
Abbildung 32: Zahlensymbol – Zahlwort – Mengendarstellung (PETER 2007, S. 419) .....	76
Abbildung 33: Zerlegung der 8 (PETER 2007, S. 421) .....	77
Abbildung 34: Zerlegung der Zahl 8 im Zehnerfeld und im Zahlenhaus (PETER 2007, S. 422) .....	77
Abbildung 35: Termvergleiche-Darstellung (ELLROTT/APS-ELLROTT 2009, S. 416).....	80



## 8. Literaturverzeichnis

AEBLI, H. (1976): *Grundformen des Lehrens*.- Stuttgart.

ANGHILERI, J. (1999): *Issues in teaching multiplication and division*.- In: THOMPSON, I.: *Issues in teaching numeracy in primary schools*.- Buckingham/Philadelphia. Open University Press. S. 184-194.

BADIAN, N. A. (1983): *Arithmetic and nonverbal learning*.- In: MYKLEBUST, H. R. (Ed.): *Progress in learning disabilities*. Vol. 5.- New Nork: Grune and Stratton, S. 235-264.

BAROODY, A.J. (1985): *Mastery of basic number combinations: internalization of relationships or facts?*.- Journal for Research in Mathematics Education 16(2). S. 83-98

BAROODY, A.J. (1999): *Children's relational knowledge of addition and subtraction*. In: *Cognition and Instruction* 17. S. 137-175.

BAROODY, A.J. (1999a): *The roles of estimation and the commutativity principle in the development of third graders' multiplication*.- In: *Journal of Experimental Child Psychology* 74. S. 157-193.

BARTH, K. (2010): *Früherkennung und Prävention schulischer Lernstörungen im Übergangsbereich Kindergarten – Grundschule*.- In: SCHAUPP, H. (Hrsg.): *Rechenschwäche Rechenstörung Dyskalkulie. Erkennung Prävention Förderung*.- Graz: Leykam.

BÖHM, O. (1980): *Zur Problematisierung der Lernbehindertenschule*.- *Zeitschrift für Heilpädagogik*, 31(2). S.116-126.

COWAN, R. (2003): *Does it all add up? Changes in children's knowledge of addition combinations, strategies and principles*. In: BAROODY, A.J., DOWKER, A.: *The development of arithmetical concepts and skills. Constructing adaptive expertise*.- Mahwah/London: Erlbaum. S. 35-74.

DAHAENE, S. (1999): *Der Zahlensinn oder warum wir rechnen können*.- Basel: Birkenhäuser Verlag.

- DILLING, H., FREYBERGER, H. J. (2001): *Taschenführer zur ICD-10 Klassifikation psychischer Störungen.*- Bern: Hans Huber. 2.Auflage.
- DOWKER, A. (1998): *Individual differences in normal arithmetical development.* In: DONLAN, CH. (Hrsg.): *The development of mathematical skills.* Hove: Psychology Press. S. 275-302.
- EGERER, C. (1995): *Methodenexperimente zur Dyskalkulie im Zahlenraum 100.*- Dissertation, Wien.
- ELLROTT, D., APS-ELLROTT, B. (2009): *Fördern – Misserfolge vermeiden und Lernerfolg sichern.*- In: FRITZ, A., RICKEN, G., SCHMIDT, S. (Hrsg.): *Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie.*- Weinheim/Basel: Beltz Verlag. S. 413-433.
- FREUDENTHAL, H. (1977): *Mathematik als pädagogische Aufgabe.*- Stuttgart: Klett. 2. Auflage.
- FUSON, K. (1988): *Children's counting and number concept.*- New York: Springer.
- GAIDOSCHIK, M. (2010): *Die Entwicklung von Lösungsstrategien zu den additiven Grundaufgaben im Laufe des ersten Schuljahres.* – Dissertation, Wien.
- GAIDOSCHIK, M. (2003): *Rechenschwäche – Dyskalkulie. Eine unterrichtspraktische Einführung für Lehrerinnen und Eltern.*- Wien.
- GANSER, B. (2010): *Warum fördern oft wenig bewirkt: Teufelskreis Rechenschwäche.*- In: SCHAUPP, H. (Hrsg.): *Rechenschwäche Rechenstörung Dyskalkulie. Erkennung Prävention Förderung.*- Graz: Leykam.
- GEARY, D. C., HOARD, M.K., HAMSON, C.O. (1999): *Numerical and arithmetic cognition. Patterns of functions and deficits in children at risk for mathematical disability.* In: *Journal of Experimental Psychology* 74. S. 213-239.

GEARY, D. C., BOW-THOMAS, CH., YAO, Y. (1992): *Counting knowledge and skill in cognitive addition: A comparison of normal and mathematically disabled children*. In: Journal of Experimental Psychology 54. S. 372-391.

GERSTER, H.D. (2003): *Probleme und Fehler bei den schriftlichen Rechenverfahren*.- In: FRITZ, A., RICKEN, G., SCHMIDT, S. (Hrsg.): *Rechenschwäche. Lernwege. Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie*. Weinheim/Basel/Berlin: Beltz. S. 222-237.

GERSTER, H.D. (1982): *Schülerfehler bei schriftlichen Rechenverfahren – Diagnose und Therapie*.- Freiburg/Basel/Wien: Herder.

GRISSEMAN, H. (1996): *Dyskalkulie heute. Sonderpädagogische Integration auf dem Prüfstand*.- Bern: Verlag Hans Huber.

GROSS-TSUR, V., MANOR, O., SHALEV, R. S. (1996): *Developmental dyscalculia: Prevalence and demographic features*. Development Medicine and Child Neurology 38. S. 25-33.

GRÜNEIS, A. (2011): *Rechenschwäche – konkret: Hilfestellung für die Individualbetreuung von Kindern mit Rechenschwierigkeiten*.- Wien, (1. Auflage).

HITCH, G.J., MCAULEY, E. (1991): *Working memory in children with specific arithmetical learning difficulties*. In: British Journal of Psychology 82, S. 375-386.

HUEMER, C. (2013): *Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht: Ursachen, Prävention, Diagnostik und Förderung Betroffener*.- Wien.

JANSSEN, R., DE BOEK, P., VIANE, M., VALLAEYS, L. (1999): *Simple mental addition in children with and without mild mental retardation*.- In: Journal of Experimental Child Psychology 74, S. 261-281.

JOHNSON, D. J. et MYKLEBUST, H. R. (1971): *Lernschwächen*.- Stuttgart.

KAUFMANN, S. S. (2003): *Früherkennung von Rechenstörungen in der Eingangsklasse der Grundschule und darauf abgestimmte remediale Maßnahmen*.- Frankfurt am Main.

KAUFMANN, S. S., WESSOLOWSKI, S. (2005): *Zählendes Rechnen*.- In: Grundschule MATHEMATIK. Heft 7. S. 18-23.

KEMPF-KURTH, I. (2007): *Integrative Lerntherapie bei LRS und Dyskalkulie*.- In: SCHULTE-KÖRNE, G. (Hrsg.): *Legasthenie und Dyskalkulie: Aktuelle Entwicklungen in Wissenschaft, Schule und Gesellschaft*.- Bochum: Dr. Dieter Winkler. S. 399-402.

KRAJEWSKI, K., NIEDING, G., SCHNEIDER, W. (2007): „Mengen, zählen, Zahlen“. *Die Welt der Mathematik entdecken (Theoretische Konzeption)*.- Berlin: Cornelsen.

KRAJEWSKI, K. (2005): *Früherkennung und Frühförderung von Risikokindern*.- In: VON ASTER, M., LORENZ, J.H. (Hrsg.): *Rechenstörung bei Kindern. Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik*.- Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht. S. 150-164.

KRAJEWSKI, K. (2003): *Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule*.- Hamburg.

KRAUTHAUSEN, G., SCHERER, P. (2007): *Einführung in die Mathematikdidaktik*.- Heidelberg/Berlin: Spektrum Akademischer Verlag. 3. Auflage.

KRAUTHAUSEN, G., SCHERER, P. (2003): *Einführung in die Mathematikdidaktik*.- Heidelberg/Berlin: Spektrum Akademischer Verlag. 2. Auflage.

LANDERL, K., KAUFMANN, L. (2008): *Dyskalkulie. Modelle, Diagnostik, Intervention*.- München: Ernst Reinhardt.

LEMAIRE, P., LECACHEUR, M. (2002): *Children's strategies in computational estimation*.- In: *Journal of Experimental Child Psychology* 82. S. 281-304.

LESEMANN, S. (2015): *Fortbildung zum schulischen Umgang mit Rechenstörungen. Eine Evaluationsstudie zur Wirksamkeit auf Lehrer- und Schülerebene*.- Wiesbaden: Springer Spektrum-

LEWIS, C., HITCH, G. J., WALKER, P. (1994): *The prevalence of specific arithmetic difficulties and specific reading difficulties in 9- and 10-year-old boys and girls.* Journal of Child Psychology and Psychiatry 35. S. 283-292.

LORENZ, J. H. (2013): Grundlagen der Förderung und Therapie.- In: VON ASTER, M., LORENZ, J. H. (Hrsg.): *Rechenstörungen bei Kindern.*- Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht. 2. Auflage. S. 181-193.

LORENZ, J. H. (2007): *Schulische Diagnostik und Förderung bei Rechenschwäche.*- In: SCHULTE-KÖRNE, G. (Hrsg.): *Legasthenie und Dyskalkulie: Aktuelle Entwicklungen in Wissenschaft, Schule und Gesellschaft.*- Bochum: Dr. Dieter Winkler. S. 389-398.

LORENZ, J. H. (2005): *Grundlagen der Förderung und Therapie. Wege und Irrwege.*- In: VON ASTER, M., LORENZ, J. H. (Hrsg.): *Rechenstörungen bei Kindern. Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik.*- Göttingen. S.165-177.

LORENZ, J. H. (2004): *Rechenschwäche.*- In: LAUTH, G.W., GRÜNKE, M., BRUNSTEIN, J.C. (Hrsg.): *Interventionen bei Lernstörungen.*- Göttingen. S. 34-45.

LORENZ, J. H. (1998): *Anschaung und Veranschaulichungsmittel im Mathematikunterricht.*- Göttingen: Hogrefe.

MERDIAN, G. (2007): *Förderung mathematischer Grundfertigkeiten.*- In: SCHULTE-KÖRNE, G. (Hrsg.): *Legasthenie und Dyskalkulie: Aktuelle Entwicklungen in Wissenschaft, Schule und Gesellschaft.*- Bochum: Dr. Dieter Winkler. S. 377-388.

MERDIAN, G. (2006): *Training mathematischer Grundfertigkeiten: Materialien zur Förderung visueller Wahrnehmungsprozesse und kognitiver Operationen für die Vorschule.*- Bamberg.

MERDIAN, G. (2004): *Training mathematischer Grundfertigkeiten: Materialien zur Förderung visueller Wahrnehmungsprozesse und kognitiver Operationen, Teil 1-4.*- Bamberg.

MOSER OPITZ, E. (2009): *Rechenschwäche diagnostizieren: Umsetzung einer entwicklungs- und theoriegeleiteten Diagnostik.*- In: FRITZ, A., RICKEN, G., SCHMIDT, S. (Hrsg.): *Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie.*- Weinheim/Basel: Beltz Verlag. S. 286-307.

MOSER OPITZ, E. (2007): *Rechenschwäche/Dyskalkulie: Theoretische Klärungen und empirische Studien an betroffenen Schülerinnen und Schülern.*- Bern, Stuttgart, Wien: Haupt Verlag.

MOSER OPITZ, E. (2002): *Zählen, Zahlbegriff, Rechnen. Theoretische Grundlagen und eine empirische Untersuchung zum mathematischen Erstunterricht in Sonderklassen.*- Bern, Stuttgart, Wien: Haupt Verlag. 2. Auflage.

MOSER OPITZ, E. SCHMASSMANN, M. (2003): *Heilpädagogischer Kommentar zum Zahlenbuch 3. Hinweise zur Arbeit mit Kindern mit mathematischen Lernschwierigkeiten.*- Zug: Klett und Balmer.

MOSER OPITZ, E. SCHMASSMANN, M. (2004): *Heilpädagogischer Kommentar zum Zahlenbuch 4. Hinweise zur Arbeit mit Kindern mit mathematischen Lernschwierigkeiten.*- Zug: Klett und Balmer.

MÜLLER, G.N., WITTMANN, E.CH. (1984): *Der Mathematikunterricht in der Primarstufe.*- Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg. 2. Auflage.

NOËL, M.P., TURCONI, E. (1999): *Assessing number transcoding in children.* In: *European Review of Applied Psychology* 4. S. 295-302.

ORTNER, A. (1991): *Verhaltens- und Lernschwierigkeiten.*- Weinheim Basel: Beltz.

OSTAD, S.A. (1998): *Developmental differences in solving simple arithmetic word problems and simple number-fact problems: A comparison of mathematically normal and mathematically disabled children.* In: *Mathematical Cognition* 4. S. 1-19.

PETER, J. (2007): *Finger, Bilder, Rechnen. Ein Programm zur Förderung des Zahl- und Rechenverständnisses im Zahlenraum bis 10.*- In: SCHULTE-KÖRNE, G. (Hrsg.): *Legasthenie und Dyskalkulie: Aktuelle Entwicklungen in Wissenschaft, Schule und Gesellschaft.*- Bochum: Dr. Dieter Winkler. S. 415-426.

ROSS, S.H. (1989): *Parts, wholes, and place value: A development view.* In: *Arithmetic Teacher* 2. S. 47-51.

SCHÄFER, J. (2005): *Rechenschwäche in der Eingangsstufe der Hauptschule. Lernstand, Einstellung und Wahrnehmungsleistung. Eine empirische Studie.*- Hamburg: Verlag Dr. Kovač.

SCHERER, P. (1996): „*Das kann ich schon im Kopf*“. *Zum Einsatz von Arbeitsmitteln und Veranschaulichungen im Mathematikunterricht mit lernschwachen Schülern.*- *Grundschulunterricht* 43 (3). S. 52-56.

SCHERER, P., MOSER OPITZ, E. (2010): *Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe.*- Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

SCHIPPER, W. (1990): *Kopfrechnen: Mathematik im Kopf.*- *Die Grundschulzeitschrift* 4 (31). S. 22-25 & 45-49.

SCHIPPER, W. (2010): *Thesen und Empfehlungen zum schulischen und außerschulischen Umgang mit Rechenstörungen.*- In: SCHAUPP, H. (Hrsg.): *Rechenschwäche Rechenstörung Dyskalkulie. Erkennung Prävention Förderung.*- Graz: Leykam.

SCHMASSMANN, M. (2010): *Lernförderung und zeitgemäße Mathematikdidaktik.*- In: SCHAUPP, H. (Hrsg.): *Rechenschwäche Rechenstörung Dyskalkulie. Erkennung Prävention Förderung.*- Graz: Leykam.

SCHULZ, A. (2009): *Integrative Lerntherapie – eine außerschulische Hilfe für Kinder mit Rechenschwäche.*- In: FRITZ, A., RICKEN, G., SCHMIDT, S. (Hrsg.): *Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie.*- Weinheim/Basel: Beltz Verlag. S. 459-475.



SCHULZ, A. (1995): *Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht der Grundschule*.- Berlin: paetec.

SELTNER, CH. (2000): *Vorgehensweise von Grundschüler(inne)n bei Aufgaben zur Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 1000*. In: Journal für Mathematikdidaktik 21. S. 227-258.

SÖBBEKE, E. (2005): *Zur visuellen Strukturierungsfähigkeit von Grundschulkindern. Epistemologische Grundlagen und empirische Fallstudien zu kindlichen Strukturierungsprozessen mathematischer Anschauungsmittel*.- Hildesheim: Franzbecker.

SQUIRE, S., BRYANT, P. (2002): *The influence of sharing in children's initial concepts of division*.- In: Journal of Experimental Child Psychology 81. S. 1-43.

VANLEHN, K. (1990): *Mind bugs. The origin of procedural misconceptions*.- Cambridge/Massachusetts. MIT Press.

VON ASTER, M., SCHWEITER, M., WEINHOLD ZULAUF, M. (2007): *Rechenstörung bei Kindern: Vorläufer, Prävalenz und psychische Symptome*. Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie 39. S. 85-96.

VON SCHWERIN, A. (2010): *Wo Üben zur Verzweigung führt*.- In: SCHAUPP, H. (Hrsg.): *Rechenschwäche Rechenstörung Dyskalkulie. Erkennung Prävention Förderung*.- Graz: Leykam.

WAGNER, H.J. (2003): *Rechnen mit der Null*.- In: FRITZ, A., RICKEN, G., SCHMIDT, S.: *Rechenschwäche, Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie*.- Weinheim/Basel/Berlin: Beltz. S.238-247.

WEHRMANN, M. (2007): *Qualitative Diagnostik der Rechenschwäche. Bedeutung der differenzierten Diagnostik im Lernprozess*. – In: SCHULTE-KÖRNE, G. (Hrsg.): *Legasthenie und Dyskalkulie. Aktuelle Entwicklungen in Wissenschaft, Schule und Gesellschaft*.- Bochum: Dr. Dieter Winkler, S. 333-337.

WEHRMANN, M. (2003): *Qualitative Diagnostik von Rechenschwierigkeiten im Grundlagenbereich Arithmetik.*- Berlin.

WEJDA, S. (2007): *Der Kampf mit den Zahlen. Hilfen für betroffene Eltern.*- In: SCHULTE-KÖRNE, G. (Hrsg.): *Legasthenie und Dyskalkulie: Aktuelle Entwicklungen in Wissenschaft, Schule und Gesellschaft.*- Bochum: Dr. Dieter Winkler. S. 427-432.

WESSOLOWSKI, S. (2007): *Erkennen von Rechenstörungen in der Schule.*- In: SCHULTE-KÖRNE, G. (Hrsg.): *Legasthenie und Dyskalkulie: Aktuelle Entwicklungen in Wissenschaft, Schule und Gesellschaft.*- Bochum: Dr. Dieter Winkler. S. 315-324.

WITTMANN, E.C., MÜLLER, G.N. (2007): *Schweizer Zahlenbuch 1. Schülerbuch.*- Zug: Klett & Balmer.

#### **Internetquellen:**

BMUKK. (2008): *Die Schulische Behandlung der Rechenschwäche. Eine Handreichung.*- Wien - <http://www.schulpsychologie.at/lernen-leistung/rechenschwaech/> [16.2.2017, 11:10].

BMW BK. (2006): *Rechenschwäche. Eine Handreichung für Pädagoginnen und Pädagogen.*- Wien - <http://www.rechenschwaech.co.at/erlaesse.htm> [16.2.2017, 11:20].

DEMAT 1+: [http://lernarchiv.bildung.hessen.de/dia\\_foe/dia\\_math/dia\\_mat/dm1.pdf](http://lernarchiv.bildung.hessen.de/dia_foe/dia_math/dia_mat/dm1.pdf) [29.3.2017, 18:00].

HEIDELBERGER RECHENTEST: [http://lernarchiv.bildung.hessen.de/dia\\_foe/dia\\_math/dia\\_mat/hr.pdf](http://lernarchiv.bildung.hessen.de/dia_foe/dia_math/dia_mat/hr.pdf) [29.3.2017, 18:15].

IFLW: Institut für Integrative Lerntherapie und Weiterbildung: <https://www.iflw.de/blog/lerntherapie-lerntherapeut/was-ist-integrative-lerntherapie/> [2.4.2017, 15:30].

KOPP-DULLER, A.: <http://www.legasthenie.com/besondere-zitate-und-wortschopfungenneologismen/> [12.1.2017, 13:19].

METAKOGNITIVE LERNSTRATEGIEN: <http://paedpsych.jk.uni-linz.ac.at/INTERNET/ARBEITSBLAETTERORD/LERNTECHNIKORD/LERNSTRATEGIEN/meta.html> [2.4.2017, 17:20].

MONTESSORI MATERIAL: <http://materialmontessori.at> [29.3.2017, 16:50].

ONLINE DUDEN: <http://www.duden.de/rechtschreibung/Dyskalkulie> [13.1.2017, 17:10].

ÖRM 1 (2000): ): <http://www.recheninstitut.at/weiterfuehrendes/das-rechenschwachemagazin-archiv/> [4.4.2017, 11:30].

ÖRM 3 (2001): <http://www.recheninstitut.at/weiterfuehrendes/das-rechenschwachemagazin-archiv/> [4.4.2017, 11:30].

RESSOURCENBEZOGENE LERNSTRATEGIEN: <http://paedpsych.jk.uni-linz.ac.at/INTERNET/ARBEITSBLAETTERORD/LERNTECHNIKORD/LERNSTRATEGIEN/ressou.html> [2.4.2017, 17:00].

TESTZENTRALE: <https://www.testzentrale.de> [29.3.2017, 17:46].

ZAREKI-R: [http://lernarchiv.bildung.hessen.de/dia\\_foe/dia\\_math/dia\\_mat/neuro\\_test.pdf](http://lernarchiv.bildung.hessen.de/dia_foe/dia_math/dia_mat/neuro_test.pdf) [29.3.2017, 18:25].

## 9. Anhang

### 9.1 Abstract Deutsch

Diese Diplomarbeit behandelt das Thema Dyskalkulie im Mathematikunterricht und mögliche Vorschläge für Diagnose- und Fördermöglichkeiten bei rechenschwachen Kindern. Somit ergibt sich für diese Arbeit folgende Forschungsfrage: Wie kann Dyskalkulie erkannt werden und welche unterschiedlichen Diagnose- und Fördermöglichkeiten können von Lehrpersonen bei einer auftretenden Rechenschwäche angewendet werden?

Zunächst wird ein Überblick über den umfangreichen Begriff Dyskalkulie gegeben und die Problematik der Begriffsdefinition erläutert. Danach wird auf die unterschiedlichen Defizite, die rechenschwache Kinder besitzen können, eingegangen. Anschließend werden verschiedene mathematische Kenntnisse, welche am Anfang der Schulzeit erworben werden müssen und ihre auftretenden Probleme, behandelt. In einem eigenen Kapitel wird somit auf eine Vielzahl an verschiedenen Diagnosemöglichkeiten eingegangen. Als letztes werden noch einige empfohlene Fördermöglichkeiten bei Dyskalkulie beschrieben.

Durch diese Arbeit wird deutlich, dass es kein Patentrezept bei der Diagnose und Förderung bei Dyskalkulie gibt und dass jedes Kind individuell unterstützt werden muss.

## 9.2 Abstract Englisch

This thesis covers the topic of dyscalculia in maths lessons and discusses possible suggestions for the diagnosis and encouragement of children suffering from dyscalculia. Therefore, the main research question of this thesis is how dyscalculia can be identified, and which possibilities of diagnosing and supporting can be applied by teachers.

First, a general overview of the extensive term dyscalculia will be presented, and the difficulty of the definition of this term illustrated. Furthermore, different deficits children suffering from dyscalculia can have will be addressed. Subsequently, various mathematical skills which need to be acquired at the beginning of children's school careers, and the possible challenges these can pose will be dealt with. Therefore, a separate chapter will inform about a variety of different diagnostic options. Finally, a number of supporting measures relevant to dyscalculia will be described.

This paper clarifies that there is no certain formula for the diagnosis of dyscalculia and the assistance of children suffering from this disease, and that children have to be supported individually.