



MASTERARBEIT / MASTER'S THESIS

Titel der Masterarbeit / Title of the Master's Thesis

„Erwartungshaltung der Universitätslehrenden an die operativen Fertigkeiten der Studienanfänger*innen im BSc Mathematik“

verfasst von / submitted by

Fabian Sucharda, BEd MSc

angestrebter akademischer Grad / in partial fulfilment of the requirements for the degree of
Master of Education (MEd)

Wien, 2022 / Vienna 2022

Studienkennzahl lt. Studienblatt /
degree programme code as it appears on
the student record sheet:

UA 199 500 520 02

Studienrichtung lt. Studienblatt /
degree programme as it appears on
the student record sheet:

Masterstudium Lehramt Sek (AB)
UF Bewegung und Sport UF
Mathematik

Betreut von / Supervisor:

Univ.-Prof. Michael Eichmair, PhD

Mitbetreut von / Co-Supervisor:

Mag. Dr. Christian Dorner, BSc

Abstract

Kurt Matyas, Vice Rector of TU Wien, and Michael Drmota, Dean of the Faculty of Mathematics and Geoinformation at TU Wien, address the decline in mathematical skills of first-year students in their open letter to Heinz Faßmann, then Minister of Education, in June 2018. According to Matyas and Drmota, first-year students seem to lack operational skills in particular. In order to develop a better understanding of this problem, this master's thesis investigates what expectations university teachers at the University of Vienna have of the operational skills of BSc Mathematics first-year students. For this purpose, 89 operational skills that are important for the school-university interface were identified and a prototypical task for each of them was designed. Then, eight expert interviews were conducted with university lecturers who had given at least one introductory lecture in the BSc Mathematics between 2017 and 2019. Each interview consisted of two parts: Open-ended questions on expectations and the card-sorting method were used. In the card-sorting part, the university lecturers assigned the prototypical tasks to the institutions where they thought they should be taught. Through the Section Label Analysis (SLA) method, 29 operational skills could be referred to school and one operational skill to university. For 59 operational skills, no consensus could be found.

Keywords: operational skill, university teachers' expectations, card sorting, mathematics, first-year students, school-university interface, discontinuity

Kurt Matyas, Vizerektor der TU Wien, und Michael Drmota, Dekan der Fakultät Mathematik und Geoinformation der TU Wien, thematisieren in ihrem offenen Brief vom Juni 2018 an Heinz Faßmann, den damaligen Bildungsminister, das Absinken mathematischer Fertigkeiten von Studienanfänger*innen. Laut Matyas und Drmota scheint es den Studienanfänger*innen besonders an operativen Kompetenzen zu fehlen. Um diese Problematik besser zu verstehen, untersucht die vorliegende Masterarbeit, welche Erwartungen Universitätslehrende der Universität Wien an die *operativen Fertigkeiten* der Studienanfänger*innen des BSc Mathematik haben. Es wurden dazu 89 *operative Fertigkeiten*, welche für die Schnittstelle Schule-Hochschule von Bedeutung sind, identifiziert und jeweils eine prototypische Aufgabe für diese entworfen. Anschließend wurden acht Expert*inneninterviews mit Universitätslehrenden, die in den Jahren 2017 bis 2019 zumindest eine Einführungsvorlesung im Rahmen des BSc Mathematik gehalten hatten, durchgeführt. Jedes Interview bestand aus zwei Teilen: Offene Fragen zur Erwartungshaltung und die Methode des Card-Sorting kamen

zur Anwendung. Beim Card-Sorting Teil ordneten die Universitätslehrenden die prototypischen Aufgaben jenen Institutionen zu, an denen diese ihrer Meinung nach gelehrt und vermittelt werden sollen. Durch die Section Label Analysis (SLA) Methode konnten 29 *operative Fertigkeiten* an die Schule und eine *operative Fertigkeit* an die Universität verwiesen werden. Bei 59 *operativen Fertigkeiten* konnte kein Konsens gefunden werden.

Schlüsselwörter: operative Fertigkeit, Erwartungshaltung der Universitätslehrenden, Card Sorting, Mathematik, Studienanfänger*innen, Schnittstelle Schule Hochschule, Diskontinuität

Vorwort

Das Projekt „Mathematik macht Freu(n)de“ war für mich ein ständiger Begleiter während meines Lehramtsstudiums. Die unzähligen Studienclubs, bei denen ich mitgeholfen habe, waren die beste Vorbereitung für meinen jetzigen Beruf. Umso mehr erfüllt es mich mit Stolz, dass ich meine Masterarbeit für dieses Projekt schreiben durfte. Dass das „Mathematik macht Freu(n)de“-Team mehr als ein Projektteam ist, konnte ich auch bei der mir angebotenen Unterstützung für diese Masterarbeit feststellen.

- Besonders möchte ich mich bei Univ.-Prof. Michael Eichmair, PhD für die zahlreichen Feedbackgespräche und die immense Unterstützung bedanken. Obwohl die derzeitige Lage aufgrund der Coronapandemie für alle herausfordernd war, unterstützte er mich, wann immer es notwendig war.
- Weiters möchte ich mich bei meinem Co-Betreuer Mag. Dr. Christian Dorner für seine großartige Hilfe und für die Klärung von Fragen bedanken.
- Für die Hilfe bei der Entwicklung der Forschungsmethode möchte ich mich auch bei Assoz. Prof. Mag. Dr. Marko Lüftenegger, Privatdoz. auf das Herzlichste bedanken.
- Mein Dank gilt auch Martin Mayerhofer, MEd und DI Mag. Dr. Lukas Riegler für die zahlreichen Rückmeldungen zum Konzept und die Hilfe bei der Kärtchenerstellung.
- Bei Univ.-Prof. Dr. Bernd Thaller möchte ich mich ebenfalls für seine Expertise und Hilfe bei der Erstellung und vor allem der Verbesserung der Methode bedanken.
- Für die Möglichkeit der Probeinterviews und die dadurch gewonnenen Informationen bedanke ich mich bei Mag. Melanie Hunger und Mag. Kata Sebök.
- Mein Dank gilt zudem Dipl.-Ing. Dr. Lukas Donner, Michael Begasusch und Felix Heistingner, MEd für ihre großartige Unterstützung und die vielen Arbeitsgespräche.
- Zuletzt möchte ich mich bei meiner Familie für die unendliche Unterstützung bedanken. Besonders bedanke ich mich bei Lisa Klettenhofer Bakk.rer.nat. BA für die unzähligen Diskussionen über meine Arbeit und ihr reichliches Feedback.

Inhalt

1	Einleitung	6
2	Theoretische Grundlagen	7
2.1	Unterschied zwischen Schulmathematik und Universitätsmathematik	8
2.2	Übertrittsproblematik.....	11
2.2.1	Moderner Initiationsritus	12
2.2.2	Selbsterklärungsaktivität	15
2.3	Forschungsstand der Erwartungen an Studienanfänger*innen.....	17
2.3.1	Mindestanforderungskatalog Mathematik der Arbeitsgruppe cosh	18
2.3.2	Erwartungshaltung der Hochschullehrenden	20
2.4	Operative Fertigkeiten im Fach Mathematik.....	22
2.4.1	Mathematische Kompetenz	22
2.4.2	Begriff operieren	23
2.4.3	Prozedurales Wissen	24
2.4.4	Definition	25
3	Forschungsfrage	26
4	Methode.....	26
4.1	Datenerhebung und Datenauswertung.....	27
4.1.1	Qualitative Interviews	27
4.1.2	Card-Sorting	28
4.2	Identifizierung relevanter operativer Fertigkeiten.....	30
4.2.1	Erster Schritt.....	31
4.2.2	Zweiter Schritt.....	34
4.2.3	Dritter Schritt.....	43
4.3	Auswahl der Universitätslehrenden.....	43
5	Studiendurchführung	44
5.1	Interviewsituation	45

5.2	Transkription	45
6	Ergebnisse	46
6.1	Auswertung der Transkripte	46
6.1.1	Erwartungen	48
6.1.2	Studienanfänger*innen können zu wenig/weniger	50
6.1.3	Zuordnung vor 20 Jahren	51
6.1.4	Eigene Schulerfahrung	51
6.2	Ergebnisse des Card-Sorting	51
6.2.1	Kategorie „eindeutig an der Schule“	59
6.2.2	Kategorie „eindeutig hier an der Universität“	60
6.2.3	Kategorie „das Lehren und Üben dieser Fertigkeit ist nicht notwendig“	61
6.2.4	Besonders polarisierende Fertigkeiten	61
7	Diskussion	63
7.1	Interpretation der erkannten Muster	64
7.2	Interpretation der Zuordnungen	65
7.3	Verknüpfung der Muster und Zuordnungen	67
7.4	Limitation der Forschungsarbeit	67
7.5	Weiterführende Forschungen	68
8	Fazit	68
9	Literaturverzeichnis	70
10	Abbildungsverzeichnis	76
11	Tabellenverzeichnis	76
	Appendix A (prototypische Aufgaben)	77
	Appendix B (Leitfaden)	86
	Appendix C (Paraphrasen, Generalisierung und erste Reduktion)	87
	Appendix D (Zweite Reduktion)	93

1 Einleitung

Das erste Semester eines Studiums stellt für viele Studienanfänger*innen einen herausfordernden Lebensabschnitt dar. Der Wechsel von der Schule zur Universität geht oft mit neuen Erfahrungen und unbekanntem Situationen einher. Die Studieneingangsphase stellt dabei eine zentrale Hürde dar, welche unter anderem vom Wechsel der Institutionen geprägt ist (Rach & Heinze, 2013, S. 123). Vor allem in MINT-Studien (Mathematik, Informatik, Naturwissenschaft und Technik) scheint diese Hürde besonders hoch zu sein. Dies zeigt sich durch die in Deutschland erhobenen Dropout-Raten dieser Studienrichtungen. In der Fächergruppe Mathematik und Naturwissenschaften beträgt sie in Deutschland 28 Prozent. Dies sind acht Prozentpunkte mehr als die durchschnittliche Abbruchquote an den Universitäten in Deutschland. Der Fachbereich Mathematik ist mit einer Dropout-Rate von 31 Prozent besonders betroffen (Heublein, Hutzsch, Schreiber, Sommer & Besuch, 2010, S. 154).

Zum 19. Juli 2019 studierten an der Universität Wien 889 Personen im Studium BSc Mathematik. Die durchschnittliche Studiendauer dieses Studiums beträgt 7,6 Semester (Universität Wien, n.d.). Im Jahr 2015 gab es im Sommersemester und Wintersemester zusammen 239 neue Studierende im BSc Mathematik (Fuchs, 2018a, S. 63, 2018b, S. 64). Mit der durchschnittlichen Studiendauer von 7,6 Semester hätten diese Studierenden im Jahr 2018 ihren Bachelorabschluss erreicht. Im Jahr 2018 schlossen 53 Personen das BSc Mathematik Studium an der Universität Wien ab (Fuchs, 2019a, S. 64, 2019b, S.64). Die Zahl der Studienanfänger*innen unterscheidet sich im BSc Mathematik demnach eindeutig von der Zahl der Absolvent*innen. Die Gründe für diese Diskrepanz können sehr vielfältig sein. In Deutschland wurden die Ursachen für einen Studienabbruch näher untersucht. Sie sind sehr verschieden und reichen von mangelnder Motivation und Leistungsproblemen bis hin zu finanziellen Problemen und Krankheit. Am häufigsten werden aber Leistungsprobleme als Abbruchgrund genannt. Im Jahr 2000 gaben 20% der Studienabbrecher*innen in Deutschland Leistungsprobleme als Ursache an. Acht Jahre später nannten schon 33% der Studienabbrecher*innen Leistungsprobleme als Abbruchgrund (Heublein et al., 2010, S. 153).

Leistungsprobleme thematisieren auch Kurt Matyas, Vizerektor der TU Wien, und Michael Drmota, Dekan der Fakultät Mathematik und Geoinformation der TU Wien, in ihrem offenen Brief (2018) an den damaligen Bildungsminister Heinz Faßmann. In diesem Brief weisen die Autoren darauf hin, dass sie ein Absinken der vorhandenen mathematischen Fähigkeiten und Fertigkeiten bei den Erstsemestrigen beobachten und daher eine Intensivierung der

Bemühungen zur Verbesserung des Schulsystems von Seiten des Bundes empfehlen (Matyas & Drmota, 2018). Der Brief erschien zu einer brisanten Zeit. Zwei Jahre zuvor wurde die Zentralmatura österreichweit eingeführt. Sie soll eine bessere Vergleichbarkeit und mehr Fairness für alle Maturant*innen bringen (BMBWF, n.d.a). Als weiterer Vorteil der Zentralmatura gelten die einheitlich vorhandenen „*Mindeststandards*“ (Winkler, 2016, S. 2) für die Absolvent*innen. Da die künftigen Erstsemestrigen überwiegend ihre Universitätsreife durch die Zentralmatura erlangen werden, ist besonders der Zeitraum nach der Zentralmatura-Einführung für die derzeitige Situation relevant.

Durch die hohen Dropout-Raten in den MINT-Fächern (Heublein et al., 2010, S. 153) und den offenen Brief der TU Wien (Matyas & Drmota, 2018) scheint es so, dass manche Universitätslehrenden Kompetenzen, Fähigkeiten und Fertigkeiten erwarten und auch voraussetzen, welche bei vielen Studienanfänger*innen nicht vorhanden sind. In Deutschland erarbeitete das Kooperationssteam für Schule und Hochschule (cosh) einen Mindestanforderungskatalog zur Orientierung von Lehrenden und Lernenden. Dieser Mindestanforderungskatalog listet Kompetenzen, welche Studienanfänger*innen eines WiMINT-Studiums (Wirtschaft, Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften oder Technik) mitbringen sollen (Zentrum für Schulqualität und Lehrerbildung (HG), 2020).

Der Übergang von der Schule zur Hochschule stellt für die Studienanfänger*innen eine Diskontinuität dar. Laut dem offenen Brief von Matyas und Drmota (2018) scheint es den Studienanfänger*innen besonders an operativen Kompetenzen wie Termumformungen zu fehlen. Diese *operativen Fertigkeiten* sind jedoch für ein Mathematik-Studium zentral. Welche Kompetenzen dabei von Universitätslehrenden in Österreich vorausgesetzt werden und demnach von den Studienanfänger*innen mitgebracht werden sollten, ist daher eine entscheidende Fragestellung. Eine Konkretisierung dieser Kompetenzen würde die Vorbereitung auf ein Mathematikstudium für Studienanfänger*innen entsprechend erleichtern.

2 Theoretische Grundlagen

Zunächst werden die Unterschiede und Gemeinsamkeiten der Schulmathematik und der Universitätsmathematik betrachtet. Diese Betrachtung ist erforderlich, da sich die Schulmathematik und Universitätsmathematik für die Student*innen ähneln, aber nicht ident sind (Rach & Heinze, 2017, S. 1355). Anschließend wird im Kapitel 2.2 die Übertrittsproblematik analysiert. Im Kapitel 2.3 wird der derzeitige Forschungsstand zum

Thema Erwartungen an Studienanfänger*innen dargelegt. Der Fokus liegt dabei auf den Erkenntnissen der cosh-Arbeitsgruppe (Kooperationsteam zwischen Schule und Hochschule) und den Erwartungshaltungen der Hochschullehrenden, welche von Neumann, Pigge und Heinze (2017) untersucht wurden. Das Theoriekapitel wird mit einer Analyse des Begriffs operieren und der in dieser Arbeit verwendeten Definition des Begriffs *operative Fertigkeit* abgeschlossen.

2.1 Unterschied zwischen Schulmathematik und Universitätsmathematik

Reichersdorfer, Ufer, Lindmeier und Reiss (2014) sind prinzipiell der Meinung, dass es nur eine Mathematik gibt. Doch auch sie weisen auf die Unterschiede hinsichtlich der wissenschaftlichen Disziplin Mathematik und dem Profil des Schulfaches Mathematik hin (Reichersdorfer et al., 2014, S. 38).

Laut Neubrand (2015) handelt es sich bei der Schulmathematik und der Universitätsmathematik nicht unbedingt um dieselbe Mathematik. Die Ziele, Herangehensweisen und Rahmenbedingungen können unterschiedlich und sogar unvereinbar sein (Neubrand, 2015, S. 137).

Die Universität kann von der Schule erwarten, dass die Maturant*innen ein gutes Grundwissen erlangt haben. Das lässt sich aus dem geforderten schulischen Lernen, welches „*systematisch-langfristig-kumulativ*“ (Neubrand, 2015, S. 138) zu sein hat, ableiten. Offen bleibt hingegen, was dieses gut verankerte Grundwissen alles umfasst. Weiters zielt das Lernen in einer Schule nicht auf die direkte Verwendung des Wissens ab. Die Universität kann daher kein technisches Wissen, das direkt anwendbar wäre, erwarten. Eine Bereitschaft und Offenheit, sich ein solches Wissen anzueignen, kann aber sehr wohl vorausgesetzt werden (Neubrand, 2015, S. 138).

Der Übergang von einer Schule zu einer Universität fordert beide Institutionen heraus. „*Die Schule hat ein Bring-,Commitment*“ (Neubrand, 2015, S. 145). Die Schule soll schließlich den Schüler*innen gewisse Kompetenzen vermitteln. Die Schulmathematik muss daher auf die systematischen Aspekte ausgerichtet sein. Grundlegende Ideen sollten in Folge von den Schüler*innen in ihrer Schullaufbahn verinnerlicht werden. Demgegenüber steht das „*Abhol-,Commitment*“ (Neubrand, 2015, S. 146) der Hochschulen und Universitäten. Das Vorwissen der Studienanfänger*innen soll anerkannt und unzureichend verankerte Grundvorstellungen neu aufbereitet werden (Neubrand, 2015, S. 145-146).

Die Ziele der Schulmathematik und Universitätsmathematik untersucht Neubrand (2015) hinsichtlich der folgenden sieben Aufgaben von Heymann (1996):

1. „*Lebensvorbereitung*“ (Heymann, 1996, S. 51)
2. „*Stiftung kultureller Kohärenz*“ (Heymann, 1996, S. 65)
3. „*Weltorientierung*“ (Heymann, 1996, S. 79)
4. „*Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch*“ (Heymann, 1996, S. 88)
5. „*Entfaltung von Verantwortungsbereitschaft*“ (Heymann, 1996, S. 104)
6. „*Einübung in Verständigung und Kooperation*“ (Heymann, 1996, S. 110)
7. „*Stärkung des Schüler-Ichs*“ (Heymann, 1996, S. 117)

Neubrand (2015) fasste dabei einzelne Aspekte bei den Zielen zusammen. Beim Ziel „*Lebensvorbereitung*“ (Neubrand, 2015, S. 139) unterscheiden sich die Schul- und die Universitätsmathematik in ihrer Brauchbarkeit. In der Schule geht es um das Arbeiten mit Modellen. Bei der Universitätsmathematik spielt dies ebenfalls eine Rolle, aber es geht auch um die Vermittlung einer gewissen Menge an mathematischem Wissen. Beim Ziel der „*Enkulturation*“ (Neubrand, 2015, S. 139) thematisiert die Schulmathematik historische Fakten und Implikationen. Die Universitätsmathematik beschäftigt sich dabei mit ähnlichen Fragestellungen. Diese werden aber auf einem höheren wissenschaftlichen Niveau bearbeitet. Die Schulmathematik soll die Schüler*innen lehren, „*rational und kritisch [zu] sein*“ (Neubrand, 2015, S. 140). Dieses Ziel hat auch die Universitätsmathematik, wobei es dort expliziter gefördert werden soll. Zuletzt betrachtet Neubrand (2015, S. 140) das Ziel „*Selbstentfaltung und reflektierte Distanz*“. Dies wird zwar grundsätzlich von der Schulmathematik gefordert, dennoch stellt sich die Frage, wie es im Mathematikunterricht vermittelt werden soll. An der Universität liegt hierbei der Fokus auf dem Nachdenken über die persönliche Verantwortung und Partizipation (Neubrand, 2015, S. 139-140).

Bauer und Partheil (2009) verorten zwischen der Schulmathematik und der Universitätsmathematik für die Studenten*innen eine Diskontinuität auf mehreren Ebenen. Die Diskontinuität findet auf der „*Inhaltsebene*“, der „*Ebene der Ziele*“ und der „*Argumentationsebene*“ (Bauer & Partheil, 2009, S. 86) statt. Die Autoren konstatieren, dass dieses Problem im Kern auch nach Curricularadaptionen bestehen blieb (Bauer & Partheil, 2009, S. 86). Da es sich um ein grundlegendes Spannungsfeld zwischen der Schulmathematik und der Universitätsmathematik handelt, kann diese Überlegung auch auf Wien übertragen werden.

Auf der Inhaltsebene ergibt sich die Diskontinuität aus den zu bearbeitenden Inhalten. Bei der Schulmathematik handelt es sich um elementare Überlegungen und Grundlagen. Bei der Universitätsmathematik stehen darüber hinaus das Forschungsinteresse und forschungsaktive mathematische Themen im Vordergrund. Am Beispiel der Geometrie wird dies deutlich. In der Schule findet eine Auseinandersetzung mit der Elementargeometrie statt, während an der Universität unter anderem die Differentialgeometrie behandelt wird (Bauer & Partheil, 2009, S. 86).

Auf der Ebene der Ziele tritt eine „Zieldiskontinuität“ (Bauer & Partheil, 2009, S. 86) zwischen der Schulmathematik und der Universitätsmathematik auf. Auch bei der Bearbeitung gleicher Inhalte stehen unterschiedliche Ziele im Hintergrund. Zum Beispiel spielt in einer Analysis-Vorlesung das Ziel „Eigenschaften des Riemann-Integrals nachweisen können“ (Bauer & Partheil, 2009, S. 86) eine Rolle, während dies in der Schule kein Ziel darstellt (Bauer & Partheil, 2009, S. 86).

Die dritte Ebene, bei welcher Bauer und Partheil (2009) Unterschiede verorten, ist die Argumentationsebene. Die Universitätsmathematik ist geprägt von ihrem axiomatischen Aufbau. Das Erlernen eines mathematischen Gebiets geht daher immer einher mit dem Verstehen des Aufbaus dieses Gebiets. In der Schule hingegen spielen heuristische Beweise ebenso eine Rolle wie vollständige Beweise (Bauer & Partheil, 2009, S. 87).

Die drei Ebenen der Diskontinuität treten nicht nur getrennt voneinander auf. Besonders die Ebene der Ziele und die Argumentationsebene beeinflussen sich gegenseitig. Eine gewisse Diskontinuität ist allerdings keine Eigenheit des Fachs Mathematik. Inhaltliche Unterschiede und unterschiedliche Zielsetzungen weisen auch andere Fächer beim Übergang von der Schule zur Universität auf. Die Diskontinuität der Argumentationsebene ist allerdings spezifisch für die Mathematik, aufgrund ihres axiomatisch-deduktiven Aufbaus. Bauer und Partheil (2009) vermuten daher, dass die Diskontinuität der Argumentationsebene für die starke Ausprägung der Diskontinuität im Fach Mathematik verantwortlich ist (Bauer & Partheil, 2009, S. 87).

Dass die Schulmathematik und die Universitätsmathematik Unterschiede aufweisen, nehmen die Student*innen ebenfalls wahr. Für sie sind die Schulmathematik und die Universitätsmathematik zwar ähnlich, aber nicht gleich (Rach & Heinze, 2017, S. 1355). Die Ergebnisse der Forschung von Rach und Heinz (2017) bestätigen außerdem, dass

Schulmathematik und Universitätsmathematik unterschiedliches mathematisches Wissen und unterschiedliche Fertigkeiten erfordern (Rach & Heinze, 2017, S. 1360).

Sowohl bei Studien, die sich mit dem Lernen in der Schule, als auch bei Studien, die sich mit dem Lernen an der Universität beschäftigen, werden affektive und kognitive Kompetenzen als wichtige Faktoren betrachtet. Als Beispiel kann die Studie von Trigwell, Ashwin und Millan (2013) genannt werden. Rach und Heinze (2017, S. 1353) zeigen jedoch, dass affektive schulbezogene Variablen nur einen geringen Einfluss auf die Erfolge im Studium haben. Betrachtet wurden dabei die affektiven Variablen „*Interesse an Schulmathematik*“ und „*Selbstkonzept bezogen auf die Schulmathematik*“ (Rach & Heinze, 2017, S. 1359). Bei der Betrachtung der kognitiven Variablen zeigte sich, dass die Variable „*Leistung in Schulmathematik*“ (Rach & Heinze, 2017, S. 1359) nur gering mit dem Erfolg im Studium korreliert, während die Variable „*Gesamtschulleistung*“ (Rach & Heinze, 2017, S. 1359) einen starken Einfluss hat (Rach & Heinze, 2017, S. 1359). Weiters konnte nur eine geringe Korrelation zwischen schulischen- und universitätsbezogenen Lernvoraussetzungen festgestellt werden (Rach & Heinze, 2017, S. 1355). Währenddessen gibt es aber eine starke Korrelation zwischen den affektiven Variablen „*Interesse an Schulmathematik*“ und „*Interesse an Universitätsmathematik*“ (Rach & Heinze, 2017, S. 1355). Diese starke Korrelation tritt auch beim „*Selbstkonzept bezogen auf die Schulmathematik*“ und „*Selbstkonzept bezogen auf die Universitätsmathematik*“ auf (Rach & Heinze, 2017, S. 1355).

Die kognitiven Variablen „*Gesamtschulleistung*“, „*Leistung in Schulmathematik*“ und „*Vorwissen in Universitätsmathematik*“ (Rach & Heinze, 2017, S. 1360) korrelieren nur gering. Dies zeigt, dass Schulmathematik und Universitätsmathematik verschiedener Kenntnisse und unterschiedlicher Fähigkeiten bedürfen (Rach & Heinze, 2017, S. 1360). Daraus folgt, dass es sich bei Übergang von der Schule zur Universität um eine Diskontinuität handelt. Demnach ist es auch entscheidend herauszufinden, welche Lernvoraussetzungen für die ersten Lehrveranstaltungen der Universität notwendig sind. (Rach & Heinze, 2017, S. 1360).

2.2 Übertrittsproblematik

Die Diskontinuität von der Schule zur Universität ist für viele Studienanfänger*innen überfordernd. Kümmerer (2013) vergleicht den Übergang mit dem Schwimmen ohne Schwimmen gelernt zu haben (Kümmerer, 2013, S. 145). Er plädiert auch für die Vermittlung von neuen Inhalten am Anfang des Studiums, da sich einige Studienanfänger*innen auf die

universitären Inhalte freuen. Die Motivation dieser würde absinken, wenn die Universitätslehrenden mit für sie bekannten Inhalten starten. Ein weiteres Problem wäre, dass manche Studienanfänger*innen nicht mitlernen, da sie die Vorlesungsinhalte schon kennen, und dadurch den Zeitpunkt verpassen, ab dem sie nicht mehr der Vorlesung folgen können (Kümmerer, 2013, S. 141).

Neben den Unterschieden der Schulmathematik und der Universitätsmathematik gibt es auch allgemeinere Herausforderungen beim Übergang von der Schule zur Universität. Roth, Bauer, Koch und Prediger (2015) verorten Herausforderungen auf drei Ebenen: der „kognitiven“, der „kulturellen“ sowie der „Meta-Ebene“ (Roth et al., 2015, S. VI-VII).

Bei der kognitiven Ebene handelt es sich um fehlendes Wissen und fehlende Fertigkeiten der Studienanfänger*innen. Weiters scheint es immer wieder Schwierigkeiten zu geben, vorhandene Fertigkeiten selbstständig und in unterschiedlichen Aufgaben einzusetzen. Ein stabiles Grundwissen scheint überdies notwendig, aber nicht immer vorhanden zu sein (Roth et al., 2015, S. VI). Bei der kulturellen Ebene gibt es ebenfalls einige Herausforderungen für die Studienanfänger*innen. Die spezifischen Denkweisen und Praktiken, die Fachsprache und fachlichen Eigenheiten stellen Herausforderungen beim Übertritt dar. Die Schwierigkeiten der Meta-Ebene fokussieren sich auf die Reflexionsfähigkeit, Selbstwirksamkeit, das Durchhaltevermögen und das eigenverantwortliche Lernen (Roth et al., 2015, S. VII).

2.2.1 Moderner Initiationsritus

Ein theoretisches Model für den Übergang von der Schule zur Universität im Fach Mathematik entwickelten Clark und Lovric (2008). Sie verwenden dazu das anthropologische Konzept eines Initiationsritus von Van Gennep, Vizedom, Caffee und Kimball (2001). In Anlehnung an das anthropologische Konzept gibt es auch nach Clark und Lovric (2008, S. 35) drei Phasen beim Übergang von der Schule zur Hochschule im Fach Mathematik:

1. „Trennungsphase“ (Clark & Lovric, 2008, S. 35):

Die zukünftigen Student*innen sind noch in der Schule und freuen sich schon auf die Universität.

2. „Übergangsphase“ (Clark & Lovric, 2008, S. 35):

Diese Phase umfasst das Ende der Schule, die Zeit zwischen Schule und Universität und den Anfang des ersten Studienjahrs.

3. „Eingliederungsphase“ (Clark & Lovric, 2008, S. 35):

Diese Phase finden im ersten Studienjahr statt (Clark & Lovric, 2008, S. 35).

Die Annahme, dass es sich beim Übergang von der Schule zur Universität um einen modernen Initiationsritus handelt, lässt die folgenden drei Schlüsse zu:

- Solch ein Übergang kann nicht reibungslos vonstattengehen. Ein Schock ist unvermeidbar. Die Studienanfänger*innen sind mit so vielen Veränderungen konfrontiert, dass es für sie in jedem Fall sehr herausfordernd wird. In Mathematik trägt besonders die formale Sprache zu diesem Schock bei (Clark & Lovric, 2008, S. 28-29). Eine sehr gute Vorbereitung auf akademischem Niveau kann diesen Schock abfedern (Clark & Lovric, 2008, S. 31).
- Der Initiationsritus erfordert eine gewisse Zeit. Die Studienanfänger*innen müssen die neuen Informationen schrittweise verarbeiten. Dieser Prozess sollte auch nicht verkürzt werden. Demnach sind eigens organisierte Willkommens- und Einführungsveranstaltungen möglicherweise nur bis zu einem gewissen Grad sinnvoll (Clark & Lovric, 2008, S. 31).
- Die Studienanfänger*innen benötigen außerdem einen gewissen Reifegrad. Die Student*innen müssen Verantwortung für ihr Lernen und für die Bewältigung des Übergangs übernehmen. Bei Misslingen sollte nicht die Schuld bei den Lektor*innen oder den pädagogischen Methoden gesucht werden. Letztlich sind die Student*innen immer selbst für ihr Lernen verantwortlich (Clark & Lovric, 2008, S. 33).

Der moderne Initiationsritus (Clark & Lovric, 2008) wird von Clark und Lovric (2009) um die Faktoren „*kognitive Konflikte*“ und „*Kulturschock*“ (Clark & Lovric, 2009, S. 756) erweitert. Kognitive Konflikte treten auf, wenn das bisherige Wissen einer Person nicht mehr kompatibel zum neu erlangten Wissen ist. Die Studienanfänger*innen werden versuchen, das neue Wissen in ihr vorhandenes Wissen zu integrieren. Es resultiert eine Mischform, ein sogenanntes „*synthetisches Modell*“ (Clark & Lovric, 2009, S. 757). Die Autoren weisen auf die Erkenntnisse von Biza, Souyoul und Zachariades (2005) hin, dass bei solch einem synthetischen Modell Fehlvorstellungen entstehen. Die Individuen passen ihre Überzeugungen und die neuen wissenschaftlichen Fakten aneinander an. Diese synthetischen Modelle sind fest verankert und stellen einen der Hauptgründe dar, wieso der Übergang von der Schule zur Universität für die einzelnen Individuen herausfordernd ist (Clark & Lovric, 2009, S. 756-757).

Der Kulturschock ist geprägt von starken Emotionen. Diese treten beim Übergang von der Schule zur Hochschule bei einer Person auf (Clark & Lovric, 2009, S. 757). Die Emotionen verändern dann das Handeln und Verhalten der Person. Dabei durchlebt eine Person vier Phasen: die Honeymoon-Phase, die Phase der Krise, die Phase der Erholung und die Phase der Anpassung (Ward, Bochner, Furnham, 2001, S. 80).

Clark und Lovric (2009) definieren einen gelungenen Übergang folgendermaßen:

„Thus, a success in transition can tentatively be defined as accomplishing most of:

- *individual is comfortable in her/his new role as university student,*
- *she/he is able to achieve and work towards their goals,*
- *she/he shows good academic progress,*
- *she/he has support (both academic and otherwise), and can access it when needed,*
- *she/he enjoys mathematics courses, etc.“* (Clark & Lovric, 2009, S. 759)

Basierend auf dem Modell des modernen Initiationsritus (Clark & Lovric, 2008) und dessen Erweiterung um die Faktoren des Kulturschocks und der kognitiven Konflikte (Clark & Lovric, 2009) können wieder Folgerungen abgeleitet werden.

1. Der moderne Initiationsritus passiert nur innerhalb einer Gemeinschaft. Wenn der Übergang gelingen soll, muss diese Gemeinschaft funktionieren und jedes Mitglied muss Verantwortung übernehmen und am Prozess teilnehmen (Clark & Lovric, 2009, S. 761).
2. Die Studienanfänger*innen, also die Mitglieder der Gemeinschaft, sollten immer wissen, was als nächstes kommen wird. Falls es dennoch Unklarheiten gibt, sollte eine verantwortliche Person, z.B. ein*e Tutor*in, die Studienanfänger*innen durch den Prozess führen und ihnen helfen. Diesen Forderungen stehen aber die zahlreichen Herausforderungen und die damit einhergehenden Unklarheiten beim Übergang von Schule zur Hochschule im Fach Mathematik gegenüber (Clark & Lovric, 2009, S. 762).
3. In fast allen Übergängen erleben die Individuen den Schock des Neuen. Dies kann für sie schmerzhaft sein, da sie Gegebenheiten ihres alten Lebens ablegen müssen (Clark & Lovric, 2009, S. 763-764).
4. Jede signifikante Veränderung eines Individuums benötigt Zeit (Clark & Lovric, 2009, S. 765). Dies wurde auch schon von Clark und Lovric (2008) festgehalten.
5. Der moderne Initiationsritus verändert das gesamte Individuum und es gibt keine Möglichkeit, dies abzuwenden (Clark & Lovric, 2009, S. 766).

6. Die Studienanfänger*innen sind für sich selbst verantwortlich. Überfürsorgliche Professor*innen entmutigen die Student*innen (Clark & Lovric, 2009, S. 766).
7. Initiationsriten involvieren die ganze Person. Demzufolge sollen Brückenkurse nicht nur einen einzigen Zweck haben, zum Beispiel die Verbesserung der algebraischen Fertigkeiten. Diese wären dem Prinzip des Initiationsritus zufolge nicht sehr effektiv (Clark & Lovric, 2009, S. 768). Damit Brückenkurse erfolgreich sind, müssen Wissenslücken und fehlende Fertigkeiten vermittelt werden. Sie müssen auf neue Ansätze wie die formale Sprache und Beweise vorbereiten und die Entwicklung geeigneter Lernstile und Einstellungen fördern (Wood, 2001, S. 90).
8. Dieser moderne Übergangsritus beinhaltet reale Ereignisse und berücksichtigt daher das Umfeld, in welchem sie stattfinden (Clark & Lovric, 2009, S. 769).

Die Überlegung, dass der Übergang von der Schule zur Universität im Fach Mathematik ein moderner Initiationsritus ist, und das von Clark und Lovric (2008, 2009) entworfene Modell helfen dabei, den Übergangsprozess besser zu verstehen.

2.2.2 Selbsterklärungsaktivität

Die hohen Abbruchquoten von Student*innen im Fach Mathematik zeigen, dass Anstrengungen und Forschungen im Bereich der mathematische Ausbildung an der Universität erforderlich sind. Hierbei stellt sich die Frage, welche Eigenschaften erfolgreiche Student*innen im Fach Mathematik auszeichnen.

Rach und Heinze (2013) beschäftigten sich mit dieser Frage und konzentrierten sich auf das erste Semester. Sie analysierten dazu die Leistungen und Lernstrategien von 104 Mathematikstudent*innen während des ersten Semesters über drei Messzeitpunkte hinweg: den ersten Vorlesungstermin, Mitte der Vorlesungszeit, Ende der Vorlesungszeit des Wintersemesters (Rach & Heinze, 2013, S. 132).

Zur Bearbeitung von Übungsaufgaben und bei der erreichten Leistung in den Vorlesungen werden Selbsterklärungsaktivitäten eine besondere Rolle von Rach und Heinze (2013, S. 132) zugeschrieben. Bei Selbsterklärungsaktivitäten handelt es sich um Lernstrategien zur „Generierung von Selbsterklärungen“ (Rach & Heinze, 2013, S. 131). Um ihre Forschungsfragen beantworten zu können, entwarfen sie ein Erhebungsinstrument der Selbsterklärungsaktivitäten. Die Erhebung der Selbsterklärungsaktivitäten findet mittels

Fragebogen statt. Auf Basis dieser Erhebung wurden die Studierenden in fünf verschiedene Studierendentypen eingeteilt: „*verweigernder Typ, Abschreiber-Typ, nachvollziehender Typ, selbsterklärender Typ und selbstlösender Typ*“ (Rach & Heinze, 2013, S. 133). Die Studierenden verteilen sich jedoch nur auf den nachvollziehenden, selbsterklärenden und selbstlösenden Typ.

- Nachvollziehender Typ: Die Studierenden beschäftigen sich intensiv mit den Übungsaufgaben und versuchen, die Lösungen anderer zu verstehen. Sie finden selten eigene Erklärungen oder Verbesserungsvorschläge (Rach & Heinze, 2013, S. 134).
- Selbsterklärender Typ: Die Studierenden beschäftigen sich intensiv mit den Übungsaufgaben und können sich die Lösungen von anderen selbst erklären. Sie erklären die Lösungen dann auch anderen Studierenden (Rach & Heinze, 2013, S. 134).
- Selbstlösender Typ: Die Studierenden können die Übungsaufgaben selbstständig lösen und erklären anderen Studierenden ihre Lösungen (Rach & Heinze, 2013, S. 134).

Zur Untersuchung der unterschiedlichen Lernvoraussetzungen hinsichtlich der Lernstrategien der einzelnen Studienanfänger*innen führten Rach und Heinze (2013) eine Varianzanalyse durch, wobei die abhängigen Variablen die Lernvoraussetzungen waren. Die Ergebnisse legen nahe, dass affektive und kognitive Voraussetzungen wie Interesse, extrinsische Motivation und Gesamt-Abiturnote die Selbsterklärungsaktivitäten nicht beeinflussen. Selbstkonzept, Punktzahl in Mathematik und mathematische Kompetenz weisen hingegen einen signifikant positiven Zusammenhang mit den Selbsterklärungsaktivitäten auf (Rach & Heinze, 2013, S. 136). Die Autor*innen zeigten durch Post-hoc-Tests, dass diese „*auf die besseren Werte der Studierenden des selbstlösenden Typs zurückzuführen sind*“ (Rach & Heinze, 2013, S. 136).

Um den Einfluss der Selbsterklärungsaktivitäten auf den mathematischen Kompetenzerwerb zu prüfen, führten Rach und Heinze (2013) eine Kovarianzanalyse durch. Es konnten signifikante Unterschiede beim Kompetenzerwerb durch die Nutzung von Selbsterklärungsaktivitäten festgestellt werden. Die Studierenden des selbstlösenden Typs konnten ihre mathematischen Fertigkeiten signifikant stärker verbessern als die Studierenden des selbsterklärenden und nachvollziehenden Typs. Bei den Leistungen der selbsterklärenden und nachvollziehenden Typen gibt es hingegen keinen signifikanten Unterschied (Rach & Heinze, 2013, S. 137).

Weiters konnte ein signifikanter Einfluss von Selbsterklärungsaktivitäten auf den erfolgreichen Abschluss des Moduls nachgewiesen werden. Obwohl sich die Leistungen der Studierenden des nachvollziehenden Typs und des selbsterklärenden Typs am Anfang nicht unterschieden, zeigen sich signifikante Unterschiede bei der Abschlussquote. Dies erklären die Autor*innen damit,

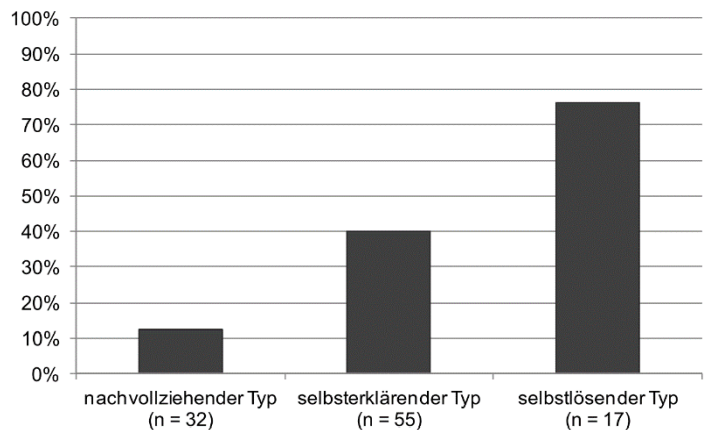


Abbildung 1: „Prozentualer Anteil bestandener Modulprüfungen je Studientyp“ (Rach & Heinze, 2013, S. 137)

dass die „Studierenden des selbsterklärenden Typs das Lernangebot wahrscheinlich erfolgreicher nutzen konnten als Studierende des nachvollziehenden Typs“ (Rach & Heinze, 2013, S. 138). Die Studierenden des selbstlösenden Typs weisen auch bei der Abschlussquote deutlich bessere Leistungen auf (Rach & Heinze, 2013, S. 138).

Grundsätzlich gelten das Interesse und das Selbstkonzept als sehr stabile Konstrukte. Die Autor*innen zeigen, dass das Interesse an Mathematik und das mathematikbezogene Selbstkonzept der Studierenden des nachvollziehenden und selbsterklärenden Typs in den ersten sieben Wochen des Semesters signifikant abnehmen. Bei den Studierenden des selbstlösenden Typs gibt es sowohl beim Interesse an Mathematik als auch beim mathematikbezogenen Selbstkonzept keine signifikanten Änderungen. (Rach & Heinze, 2013, S. 139).

Es bleibt festzuhalten, dass besonders die Selbsterklärungsaktivität einen Einfluss auf den Studienerfolg, das Interesse an Mathematik und auf das mathematikbezogene Selbstkonzept im ersten Semester hat. Außerdem zeigt sich kein Zusammenhang zwischen affektiven und kognitiven Voraussetzungen und Selbsterklärungsaktivitäten (Rach & Heinze, 2013, S. 142).

2.3 Forschungsstand der Erwartungen an Studienanfänger*innen

Die Studierenden verweisen auf Leistungsprobleme als Hauptursache eines Studienabbruchs (Heublein et al., 2010, S. 153). Die Studienabbrecher*innen geben an, dass die Anforderungen ihres Studiums für sie zu hoch sind, sie den Leistungsdruck nicht aushalten und den Stoff nicht bewältigen können (Heublein et al., 2010, S. IV). Auch Universitätslehrende bemängeln immer wieder die Leistungen von Studienanfänger*innen im Fach Mathematik (Biehler, Bruder,

Hochmuth & Koepf, 2014, S. 2; Matyas & Drmota, 2018). Hier stellt sich zwangsläufig die Frage, welche mathematischen Voraussetzungen die Hochschullehrenden von den Studienanfänger*innen in einem Mathematik-Studium erwarten. Dieser Frage gehen sowohl die cosh-Arbeitsgruppe (Zentrum für Schulqualität und Lehrerbildung (HG), 2020), als auch Neumann et al. (2017) nach.

2.3.1 Mindestanforderungskatalog Mathematik der Arbeitsgruppe cosh

Die Arbeitsgruppe cosh setzt sich aus Lehrer*innen und Professor*innen diverser Schulen, Universitäten und Hochschulen in Baden-Württemberg zusammen. Sie erarbeiten gemeinsam Lösungen, um den Schüler*innen den Übergang von der Schule zur Universität zu erleichtern. Das Kernteam von cosh setzt sich aus 13 Lehrpersonen zusammen. Bei cosh handelt es sich um eine Abkürzung für „*Cooperation Schule-Hochschule*“ (cosh, n.d.a).

Im Fokus der Arbeitsgruppe liegen die Schwierigkeiten der Studienanfänger*innen beim Übergang von der Schule zu einem „*WiMINT (Wirtschaftswissenschaften, Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften, Technik)-Studium*“ (cosh, n.d.b).

Die Ziele der Arbeitsgruppe sind folgende:

1. *„Detaillierte Analyse der Ursachen für die Schwierigkeiten*
2. *Ausbau eines tragfähigen Netzwerkes zwischen Mathematiklehrenden an Schulen und Hochschulen*
3. *Aufbau regionaler Kooperationen zwischen Schulen und Hochschulen*
4. *Angebote für Schulabgänger und Studienanfänger zur Minderung der Schwierigkeiten*
5. *Durchführung gemeinsamer Fachtagungen für Mathematiklehrende beider Seiten*
6. *Entwicklung von Empfehlungen an die politischen Institutionen zur Glättung des Übergangs.“* (cosh, n.d.b)

Im Rahmen einer Arbeitstagung, welche sich mit den Schwierigkeiten beim Übergang von der Schule zur Universität beschäftigte, wurde ein Mindestanforderungskatalog für mathematische Kompetenzen, welche bei Abiturient*innen vorhanden sein sollen, erstellt. cosh initiierte die Erstellung davon. Im Mindestanforderungskatalog werden die notwendigen Kompetenzen, um erfolgreich ein WiMINT-Studium anfangen zu können, gelistet. Zusätzlich wurden prototypische Aufgaben erstellt, welche der Konkretisierung und Veranschaulichung der erforderlichen Kompetenzen dienen (Achtstätter et al., 2014, S. 1).

Der Mindestanforderungskatalog „ist das Ergebnis einer Arbeitstagung an der Akademie Esslingen zum Thema ‚Übergangsschwierigkeiten in Mathematik an der Schnittstelle Schule zu Hochschule‘“ (Achtstätter et al., 2014, S. 1). Sowohl der Großteil der anwesenden Lehrpersonen aus der Schule als auch der Großteil der anwesenden Lehrpersonen aus der Universität deklarieren die im Katalog enthaltenen Kompetenzen als erforderlich für ein WiMINT-Studium. Weiters ist er ein Ausdruck davon, dass die Problematik sowohl der Schule als auch der Universität bewusst ist und dass sie gemeinsam das Problem des herausfordernden Übertritts lösen wollen. Aufgrund dieser Punkte wird dem Mindestanforderungskatalog eine besondere Akzeptanz von den Teilnehmer*innen der Arbeitstagung zuteil (Achtstätter et al., 2014, S. 2).

Im Mindestanforderungskatalog werden auch die Verantwortungen der Stakeholder der Übertrittsproblematik angeführt. Die Schule soll die Schüler*innen auf ein Studium vorbereiten und sie über die Problematik informieren und Hilfe anbieten. Die Universitäten orientieren sich am Mindestanforderungskatalog und bieten ebenfalls im Rahmen ihrer Möglichkeiten Hilfestellungen an. Die Studienanfänger*innen eines WiMINT-Studiums haben die Verantwortung, dass sie die Kompetenzen des Mindestanforderungskatalog beherrschen. Sie müssen aber beim Erlangen dieser Kompetenzen, falls erforderlich, Unterstützung bekommen. Weiters fordert cosh von der Politik, die Problematik beim Übertritt von der Schule zur Universität anzuerkennen und mit entsprechenden Maßnahmen gegenzusteuern (Achtstätter et al., 2014, S. 2)

Der Mindestanforderungskatalog umfasst allgemeine mathematische Kompetenzen (Achtstätter et al., 2014, S. 3) sowie Kompetenzen aus den Bereichen elementare Algebra (Achtstätter et al., 2014, S. 4), elementare Geometrie und Trigonometrie (Achtstätter et al., 2014, S. 5), Analysis (Achtstätter et al., 2014, S. 6) und lineare Algebra und analytische Geometrie (Achtstätter et al., 2014, S. 8). Kompetenzen aus dem Bereich Stochastik werden hingegen im Mindestanforderungskatalog nicht gelistet. Eine Begründung hierfür wird in Achtstätter et al. (2014) nicht gegeben. Die Universitäten begrüßen es aber, wenn es eine Vorbildung der Studienanfänger*innen in diesem Bereich gibt (Achtstätter et al., 2014, S. 8).

Bei den allgemeinen mathematischen Kompetenzen stehen das Lösen von Problemen, das systematische Vorgehen, das Anstellen von Plausibilitätsüberlegungen und das mathematische Kommunizieren und Argumentieren im Fokus. Zu diesen einzelnen Punkten wurden jeweils

drei bis fünf genauer formulierte Kompetenzen aufgestellt. Beim mathematischen Kommunizieren und Argumentieren ist beispielsweise der Punkt: „*Fachsprache und Fachsymbolik verstehen und verwenden*“ (Achtstätter et al., 2014, S. 4) enthalten.

Kompetenzen im Bereich der elementaren Algebra werden aus den Teilbereichen Grundrechenarten, Bruchrechnen, Prozentrechnung, Potenzen und Wurzeln, Gleichungen mit einer Unbekannten und Ungleichungen mit einer Unbekannten gelistet. Die Lösungen der Aufgaben zu diesen Kompetenzen sollen mit Papier und Stift und ohne Taschenrechner ermittelt werden. Das händische Ermitteln von numerischen Endergebnissen wird allerdings nicht vorausgesetzt (Achtstätter et al., 2014, S. 4-5).

Die Mindestanforderungen im Bereich der elementaren Geometrie und Trigonometrie umfassen das Arbeiten mit geometrischen Körpern, Gradmaßen und Bogenmaßen, Sinus, Kosinus und Tangens am Einheitskreis und bei Dreiecken sowie das Arbeiten mit grundlegenden Sätzen der Elementargeometrie (Achtstätter et al., 2014, S. 6).

Beim Bereich der Analysis werden Grundkenntnisse der Differentialrechnung und Integralrechnung vorausgesetzt. Von den Studienanfänger*innen wird unter anderem ein grundlegendes Wissen über Grenzwerte, das Anwenden-Können von Ableitungs- und Integrationsregeln, das Kennen von spezifischen Eigenschaften der Ableitungsfunktion und die Nutzung des Integrals zur Bestimmung des Flächeninhalts zwischen zwei Kurven gefordert (Achtstätter et al., 2014, S. 7).

Beim Bereich der linearen Algebra und analytischen Geometrie werden von den Studienanfänger*innen Kompetenzen aus den Bereichen Orientierung im zweidimensionalen Koordinatensystem, lineare Gleichungssysteme und Grundlagen der anschaulichen Vektorgeometrie erwartet. Zum Beispiel wird von den Studienanfänger*innen erwartet, dass sie „*lineare Gleichungssysteme mit bis zu 3 Gleichungen und 3 Unbekannten ohne Hilfsmittel lösen*“ (Achtstätter et al., 2014, S. 8).

2.3.2 Erwartungshaltung der Hochschullehrenden

Der Mindestanforderungskatalog von Achtstätter et al. (2014) zeigt, dass ein Konsens zwischen Schule und Universität hinsichtlich der Leistung von Studienanfänger*innen gefunden werden kann. Neumann et al. (2017) beschäftigten sich mit den Erwartungen der Universitätslehrenden

und gingen der Frage „*Welche mathematischen Lernvoraussetzungen erwarten Hochschullehrende für ein MINT-Studium?*“ (Neumann et al., 2017, S. 1) nach. Als Forschungsmethode wurde die Delphi-Methode gewählt. Dabei wird die Meinung von Expert*innen über mehrere Runden abgefragt. Den Teilnehmer*innen werden in jeder neuen Runde zwar die Ergebnisse/Aussagen der Gruppe der letzten Runde mitgeteilt, jedoch wird ihnen nicht mitgeteilt, wer welche Aussagen gemacht hat. Das Ziel dieses Vorgehens ist es, einen Konsens innerhalb der Teilnehmer*innen zu schaffen (Neumann et al., 2017, S. 6).

Bei der Studie von Neumann et al. (2017) wurden drei Delphi-Runden durchgeführt. In der ersten Runde wurde eine explorative Befragung mit einem Teil der Stichprobe durchgeführt, um erste Vorschläge für mathematische Lernvoraussetzungen zu sammeln. Die dabei identifizierten Voraussetzungen wurden im zweiten Schritt der ganzen Stichprobe vorgelegt. In dieser Runde wurden die Voraussetzungen hinsichtlich ihrer Notwendigkeit analysiert (Neumann et al., 2017, S. 6). Die Ergebnisse wurden in der dritten Runde erneut den Expert*innen zur Analyse übermittelt, „*um die Stabilität der Expertenmeinung sicherzustellen*“ (Neumann et al., 2017, S. 6).

Die Stichprobe der Delphi-Studie umfasst 664 Hochschullehrende, welche alle innerhalb der Jahre 2010-2015 eine Mathematikvorlesung des ersten Studienseesters gehalten haben. Die 664 Hochschullehrenden setzen sich aus 320 Fachhochschullehrenden und 344 Universitätslehrenden zusammen (Neumann et al., 2017, S. 7).

Trotz der Unterschiedlichkeit der einzelnen MINT-Studien besteht bei den Mathematik-Hochschullehrenden eine grundsätzliche Einigkeit über mathematische Lernvoraussetzungen. Kompetenzen aus der Sekundarstufe I sollten die Studienanfänger*innen schnell und flexibel zur Verfügung haben. Bei Kompetenzen aus der Sekundarstufe II reicht laut den Studienteilnehmer*innen ein grundsätzliches Verständnis aus. Einigkeit besteht auch dabei, dass die Studienanfänger*innen mathematische Beweise prüfen und verstehen sollen. Uneinigkeit besteht hingegen beim selbstständigen Entwickeln von Beweisen. Hochschullehrende erwarten von den Studienanfänger*innen Kompetenzen im Bereich der mathematischen Begriffe und Verfahren. Sie erwarten aber auch gewisse Arbeitstätigkeiten und Arbeitsweisen. Diese reichen vom Problemlösen bis zum Einsatz digitaler Hilfsmittel. Darüber hinaus wird von den Studienanfänger*innen ein Verständnis der Mathematik als Wissenschaft, welche mehr als die Aspekte der Schulmathematik umfasst, erwartet. Auch persönliche

Merkmale wie Durchhaltevermögen und Neugier sollen die Studienanfänger*innen eines MINT-Studiums laut den Hochschullehrenden mitbringen (Neumann et al., 2017, S. 4).

Die Studienteilnehmer*innen wurden dabei zu ihrer Meinung zu 179 Kompetenzen befragt. Diese Kompetenzen teilen sich auf 4 Bereiche auf:

- „*mathematische Inhalte*“ (106 Kompetenzen),
- „*mathematische Arbeitstätigkeiten*“ (42 Kompetenzen),
- „*Wesen der Mathematik*“ (9 Kompetenzen) und
- „*persönliche Merkmale*“ (22 Kompetenzen) (Neumann et al., 2017, S. 14).

Die Hochschullehrenden erwarten von diesen 179 Kompetenzen 140 von den Studienanfänger*innen. 4 Kompetenzen (Fixvektoren von linearen Abbildungen, Potenzen von Matrizen und Grenzmatrizen, abstrakte algebraische Strukturen wie Gruppe und Vektorraum und Kombinatorik (Erweiterung)) werden von den Studienanfänger*innen nicht erwartet. Für die restlichen 35 Kompetenzen wurde kein Konsens gefunden (Neumann et al., 2017, S. 15).

2.4 Operative Fertigkeiten im Fach Mathematik

Matyas und Drmota (2018) thematisieren in ihrem offenen Brief an Bildungsminister Heinz Faßmann Termumformungen und Rechenfertigkeiten. Die Verwendung von Rechenregeln und algorithmischen Verfahren spielen dabei und in der ganzen Mathematik eine zentrale Rolle. Da der dazugehörige Begriff *operative Fertigkeit* für diese Forschungsarbeit von immenser Bedeutung ist, folgt nun eine begriffliche Näherung und eine Definition des Begriffs *operative Fertigkeit*.

Zur Näherung des Begriffs *operative Fertigkeit* werden zunächst die Begriffe mathematische Kompetenz und operieren analysiert. Anschließend wird die Bedeutung des Begriffs operieren im Handlungsbereich der mathematischen Kompetenz geklärt. Dann wird erläutert, worum es sich beim prozeduralen Wissen handelt. Das Kapitel wird mit der Definition des Begriffs *operative Fertigkeit* abgeschlossen.

2.4.1 Mathematische Kompetenz

Eine mathematische Kompetenz umfasst im Sinne des im österreichischen Lehrplan verwendeten Kompetenzmodells drei Dimensionen (BMBWF, n.d.c, S. 167):

1. *„Inhaltsdimension:*

- *I1: Algebra und Geometrie*
- *I2: Funktionale Abhängigkeiten*
- *I3: Differential- und Integralrechnung*
- *I4: Wahrscheinlichkeit und Statistik*

2. *Komplexitätsdimension:*

- *K1: Einsetzen von Grundkenntnissen und Grundfertigkeiten*
- *K2: Herstellen von Verbindungen*
- *K3: Einsetzen von Reflexionswissen; Reflektieren*

3. *Handlungsdimension:*

- *H1: Darstellen, Modellbilden*
- *H2: Rechnen, Operieren*
- *H3: Interpretieren*
- *H4: Argumentieren, Begründen“ (Bayer-Felzmann et al., 2012, S. 10-11)*

Für den Bereich H2, welcher die formal-operative Dimension der Handlungsdimension darstellt, werden die Begriffe rechnen und operieren näher definiert:

„Rechnen im engeren Sinn meint die Durchführung numerischer Rechenoperationen, Rechnen in einem weiteren Sinn meint regelhafte Umformungen symbolisch dargestellter mathematischer Sachverhalte.“ (Breyer et al., 2014, S. 21)

„Operieren meint allgemeiner und umfassender die Planung sowie die korrekte, sinnvolle und effiziente Durchführung von Rechen- oder Konstruktionsabläufen [...].“ (Breyer et al., 2014, S. 21)

2.4.2 Begriff operieren

Unter dem Begriff operieren versteht der Duden:

1. *„an jemandem, etwas eine Operation vornehmen*
2. *Operationen durchführen*
3. *in einer bestimmten Weise handeln, vorgehen*

4. mit etwas umgehen, arbeiten“ (*operieren*, n.d.)

Hervorzuheben ist hierbei die dritte und vierte Klärung der Bedeutung des Wortes. Es handelt sich um ein Verb, welches ausdrückt, dass man in einer gewissen Art arbeitet.

Umgelegt auf das mathematische Operieren heißt dies, dass *operative Fertigkeiten* jene sind, welche einen geplanten Effekt hervorrufen und mit denen man auf einen Term, eine Gleichung oder andere Aspekte einwirken kann, damit ein bestimmter Effekt eintritt. Ein Beispiel wäre das Ermitteln des Skalarprodukts von zwei Vektoren oder das Ermitteln von Summen unendlicher geometrischer Reihen.

2.4.3 Prozedurales Wissen

Bei der Bearbeitung mathematischer Aufgaben ist prozedurales Wissen erforderlich. Dieses setzt sich aus der „*Kalkülkenntnis*“ und „*Kalkülfertigkeit*“ (Altieri, 2016, S. 25) zusammen. Prozeduren nehmen dabei eine zentrale Rolle ein. Sie sind Schritt-für-Schritt-Anweisungen zum Lösen einer Aufgabe und unterteilen sich in „*Basisprozeduren*“ und „*Superprozeduren*“ (Altieri, 2016, S. 23). Basisprozeduren sind „*kurze und direkte Prozeduren*“ (Altieri, 2016, S. 23), während Superprozeduren die Zusammensetzung von mehreren Basisprozeduren sind (Altieri, 2016, S. 23). Die Menge aller verfügbaren Prozeduren, welche einer Person zur Lösung einer Aufgabe zur Verfügung stehen, wird als prozedurales Netzwerk bezeichnet (Altieri, 2016, S. 24).

Die Kenntnis von Prozeduren, Regeln, Symbolen und der mathematischen Sprache, welche zum Lösen von mathematischen Aufgaben erforderlich ist, wird als *Kalkülkenntnis* bezeichnet (Altieri, 2016, S. 25).

Kalkülfertigkeit bezeichnet hingegen die erforderlichen Fertigkeiten zum Einsatz von *Kalkülkenntnis* um Prozeduren gezielt, korrekt und in angemessener Zeit durchzuführen (Altieri, 2016, S. 25).

Prozedurales Wissen bezeichnet nun „*die Verknüpfung von Kalkülkenntnis und Kalkülfertigkeit*“ (Altieri, 2016, S. 25).

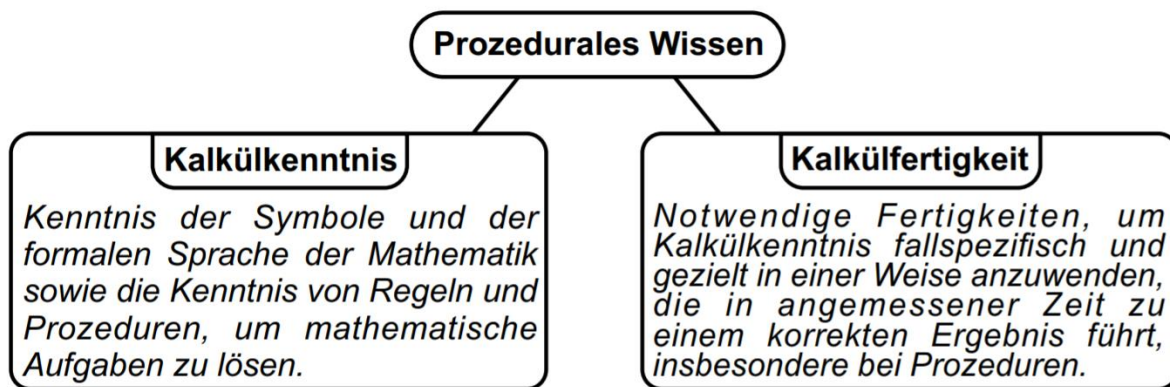


Abbildung 2: Definition prozeduralen Wissens (Altieri, 2016, S. 25)

2.4.4 Definition

Mithilfe der in 2.4.1 - 2.4.4 betrachteten Definitionen und Beschreibungen kann eine Definition für *operative Fertigkeiten* gegeben werden.

Für diese Masterarbeit wird der Begriff *operative Fertigkeit* durch folgende drei Punkte charakterisiert:

1. *Operative Fertigkeiten* umfassen richtiges und zielgerichtetes Verwenden diverser Rechenregeln und algorithmischer Verfahren im Sinne des prozeduralen Wissens. Wenn ein rezeptartiges Lösen einer Aufgabe möglich ist, stellt das Lösen dieser ein algorithmisches Verfahren dar. Die erforderlichen Schritte können dann bei gleichartigen Aufgaben in derselben Reihenfolge durchgeführt werden. Das Wissen darüber und die Fähigkeit diese auszuführen fassen wir als *operative Fertigkeit* auf.
2. *Operative Fertigkeiten* werden im Kopf oder mit Papier und Stift angewandt. Das Lösen einer Aufgabe mit Technologie stellt keine *operative Fertigkeit* dar.
3. Unter Fertigkeiten, die eine Anwendung darstellen, eine Anschauungsmöglichkeit bieten (z.B.: Funktionen, Wendestellen) oder Konstruktionen umfassen (z.B.: Geometrie) verstehen wir keine *operativen Fertigkeiten*. In diesem Sinne sind beispielsweise die Finanzmathematik, die Biomathematik und die Wahrscheinlichkeitsrechnung ausgenommen:

3 Forschungsfrage

Der Übergang von der Schule zur Universität stellt besonders im Fach Mathematik eine Herausforderung für die Studienanfänger*innen dar. Dies zeigt sich durch die hohen Drop-Out-Raten (Heublein et al., 2010, S. 154). Darüber hinaus wird von Universitätslehrenden auf das Fehlen von Voraussetzungen bei Studienanfänger*innen hingewiesen (Matyas & Drmota, 2018; Neumann et al., 2017, S. 5). Schließlich wird zwar von der Schule gefordert, dass die Schüler*innen ein gut verankertes Grundwissen mitbringen; was dies alles umfasst, bleibt jedoch in der Regel offen (Neubrand, 2015, S. 138). Es ist daher entscheidend herauszufinden, welche Lernvoraussetzungen für die ersten Lehrveranstaltungen der Universität notwendig sind (Rach & Heinze, 2017, S. 1360). Dieser Frage geht auch die deutsche Arbeitsgruppe *cosh* nach und entwickelte dazu den Mindestanforderungskatalog (Achtstätter et al., 2014). In Österreich gibt es keinen vergleichbaren Mindestanforderungskatalog für das Fach Mathematik. Da Matyas und Drmota (2018) gerade bei Termumformungen und Rechenfertigkeiten fehlende Voraussetzungen der Studienanfänger*innen verorten, stellt sich die Frage, welche dieser *operativen Fertigkeiten* für ein Mathematikstudium erforderlich sind. Dies führt zu der Forschungsfrage dieser Masterarbeit:

FF: Welche *operativen Fertigkeiten* erwarten die Universitätslehrenden der Universität Wien von Studienanfänger*innen im BSc Mathematik?

4 Methode

Zur Beantwortung der Forschungsfrage wird ein empirisches Forschungsdesign gewählt. Zunächst werden mithilfe eines dreistufigen Prozesses *operative Fertigkeiten* identifiziert und dazugehörige prototypische Aufgaben entworfen. Anschließend wird ein Mixed-Methods-Ansatz verfolgt. Im Rahmen von leitfadengestützten Expert*inneninterviews werden die prototypischen Aufgaben den ausgewählten Universitätslehrenden vorgelegt. Das Interview enthält einerseits offene Frage zu den Erwartungen der Universitätslehrenden an die Studienanfänger*innen und andererseits einen Card-Sorting-Teil. Bei letzterem ordnen die Universitätslehrenden prototypische Aufgaben einer der Kategorien „eindeutig an der Schule“, „eindeutig hier an der Universität“ bzw. „das Lehren und Üben dieser Fertigkeit ist nicht notwendig“ zu. Falls eine Zuordnung für die Interviewteilnehmer*innen nicht möglich ist, können sie auch unentschlossen bleiben. Eine exakte Beschreibung des Vorgehens erfolgt in den folgenden Kapiteln.

4.1 Datenerhebung und Datenauswertung

4.1.1 Qualitative Interviews

Die vorliegende Masterarbeit untersucht die Erwartungen der Universitätslehrenden hinsichtlich der *operativen Fertigkeiten*. Einen Katalog für erwartete *operative Fertigkeiten* für ein Mathematik-Studium an der Universität Wien gibt es bisher nicht. Damit die Meinungen der Universitätslehrenden möglichst umfassend erfragt werden können, ist ein qualitatives Forschungsdesign naheliegend. Zur Auswertung der acht Interviews mit Expert*innen wird die qualitative Inhaltsanalyse nach Mayring (2015) angewandt. Die Erwartungen der Hochschullehrenden sollen aus den Transkripten der Interviews herausgefiltert werden. Dazu werden die Aussagen einer Paraphrasierung, einer Generalisierung, einer ersten Reduktion und einer zweiten Reduktion unterzogen (Mayring, 2015, S. 72).

Die Teilnahme an den Interviews war freiwillig. Die Teilnehmer*innen wurden im Vorfeld über den Datenschutz aufgeklärt. Neun Universitätslehrende, welche in den Jahren 2017 bis 2019 eine Einführungsvorlesung des ersten Semesters gehalten hatten, wurden vom Autor der Masterarbeit zu den Interviews eingeladen. Acht Universitätslehrende nahmen an den Interviews teil. Die Gespräche wurden auditiv aufgenommen. Im Anschluss wurden acht Transkripte angefertigt und als Forschungsmaterial verwendet. In Summe handelt es sich dabei um 87 Transkriptionsseiten.

Zu Beginn der Interviews wurden Unklarheiten und Begriffe geklärt. Zunächst wurde der Begriff *operative Fertigkeit* erläutert. Anschließend wurde darauf hingewiesen, dass mit der Bezeichnung Studienanfänger*innen immer Studienanfänger*innen im BSc Mathematik an der Universität Wien gemeint sind. Für den Hauptteil der Interviews wurde ein Leitfaden erstellt. Dieser bestand aus zwei Teilen. Der erste Teil enthielt zwei offene Fragen:

- Bei welchen Fertigkeiten wurden Ihre Erwartungen von vielen Studienanfänger*innen zumindest erfüllt?
- Bei welchen Fertigkeiten wurden Ihre Erwartungen von vielen Studienanfänger*innen nicht erfüllt?

Die Aussagen der Interviewpartner*innen werden nach den Interpretationsregeln der zusammenfassenden qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring (2015, S. 72) ausgewertet.

„Ziel der Analyse ist es, das Material so zu reduzieren, dass die wesentlichen Inhalte erhalten bleiben, durch Abstraktion einen überschaubaren Corpus zu schaffen, der immer noch Abbild des Grundmaterials ist.“ (Mayring, 2015, S. 67)

Diese Interpretationsregeln umfassen vier Schritte (Mayring, 2015, S. 72):

Z1: „Paraphrasierung“ (Mayring, 2015, S. 72)

Bei diesem Schritt werden überflüssige Textteile gestrichen und die inhaltstragenden Teile werden in einer einheitlichen Kurzform angeschrieben.

Z2: „Generalisierung“ (Mayring, 2015, S. 72)

Die Textteile werden auf einer neuen Abstraktionsebene generalisiert. Bei den Generalisierungen müssen die ursprünglichen Aussagen impliziert sein.

Z3: „Erste Reduktion“ (Mayring, 2015, S. 72)

Bedeutungsgleiche Paraphrasen werden in der ersten Reduktion gestrichen. Die inhaltstragenden Paraphrasen werden übernommen.

Z4: „Zweite Reduktion“ (Mayring, 2015, S. 72)

Ähnliche Paraphrasen werden gebündelt.

Im zweiten Teil des Interviews kam die Methode des Card-Sorting zum Einsatz.

4.1.2 Card-Sorting

Card-Sorting ist eine von Psycholog*innen entwickelte Forschungsmethode, welche eine lange Tradition aufweist. Psycholog*innen untersuchten anfänglich mithilfe von Card-Sorting Methoden, wie Personen ihr Wissen organisieren und kategorisieren. Die Teilnehmer*innen sortierten dabei Karten in verschiedene Boxen. Zum Beispiel entwarf die Psychologin Berg (1948) ein Card-Sorting Verfahren für das Messen der Flexibilität im Denken. Heutzutage werden Card-Sorting Methode besonders bei Software-Applikationen verwendet. Dadurch können die Informationen optimal für die Nutzer*innen sortiert werden (Wood & Wood, 2008, S. 445).

Für die optimale Organisation einer Website werden meistens offene Card-Sorting Projekte durchgeführt. Dabei sortieren die Teilnehmer*innen die Karten zunächst in einzelne Boxen und

wählen anschließend einen passenden Überbegriff. Alternativ können die Kategorien schon vorgegeben sein. Ein Card-Sorting Projekt mit vorgegebenen Kategorien wird als Closed Card-Sorting Projekt bezeichnet (Wood & Wood, 2008, S. 446).

Card-Sorting Projekte werden oft mit Clusteranalysen und statistischen Verfahren ausgewertet (Hülsmann et al., 2015, S. 446). Eine Heatmap ermöglicht ein sehr schnelles und einfaches Erkennen von Tendenzen bei Closed Card-Sorting Projekten. Bei einer Heatmap handelt es sich um eine Tabelle. Darin ist ersichtlich, wie viele Personen jede Karte in die einzelnen Kategorien einsortiert haben. Die Zeilen stehen für die einzelnen Karten, während die Spalten für die einzelnen Kategorien stehen (Hülsmann et al., 2015, S. 446).

„Die Bezeichnung ‚Heatmap‘ rührt daher, dass man die Tabellenwerte farblich derart unterlegt, dass der Wert n ‚knallrot‘, der Wert 0 ‚tiefblau‘ und alle dazwischenliegenden Werte entsprechend abgestuft von rot zu blau eingefärbt werden.“ (Hülsmann et al., 2015, S. 447)

Eine Heatmap mit vielen knallroten und tiefblauen Punkte weist auf homogene Meinungen der Teilnehmer*innen hin. Falls eine Heatmap aber viele Zwischentöne aufweist, deutet dies auf heterogene Meinungen hin (Hülsmann et al., 2015, S. 447).

Die Section Label Analysis (SLA) ist ein weiteres Auswertungsverfahren für Closed Card-Sorting Projekte. Dabei wird ein Prozentwert $p > 50\%$ vorgegeben. Nach der SLA-Methode ist eine Karte einer Kategorie zuzuordnen, „wenn mindestens $p\%$ der Teilnehmer[*innen] die Karte in diese Kategorie einsortiert haben“ (Hülsmann et al., 2015, S. 447). Wenn allerdings bei einer Karte für keine Kategorie ein entsprechender p -Wert erreicht wird, kann nach der SLA-Methode keine Zuordnung vorgenommen werden. Die SLA-Methode ermöglicht viele Zuordnungen bei einer Heatmap mit vielen knallroten und tiefblauen Punkten (Hülsmann et al., 2015, S. 448). Bei Neumann et al. (2017, S. 13) mussten unter anderem 2/3 aller Befragten die Lernvoraussetzung als notwendig erachten, damit die Lernvoraussetzung als notwendig angesehen wird. Dass die Lernvoraussetzung als nicht notwendig deklariert wurde, mussten 3/4 aller Befragten sie als nicht notwendig erachten. Dies umgelegt auf die SLA-Methode bedeutet, dass bei der Studie von Neumann et al. (2017) für die Kategorie „nicht notwendig“ ein $p = 75\%$ definiert war. Bei der vorliegenden Masterarbeit werden wesentlich weniger Meinungen von Universitätslehrenden erhoben als bei der Studie von Neumann et al. (2017). In dieser Forschungsarbeit wird ein $p = 80\%$ für die SLA-Methode festgelegt.

Der zweite Teil der Interviews für diese Masterarbeit beinhaltet eine Closed Card-Sorting Methode. Dabei werden den Universitätslehrenden Kärtchen der prototypischen Aufgaben, die im Hintergrund einer gewissen operativen Fertigkeit zugeordnet sind, vorgelegt. Die Universitätslehrenden sollen sich dann bei jedem Kärtchen die folgende Frage stellen:

Wo soll die Fertigkeit, solche oder ähnliche Aufgaben mit Papier und Stift zu lösen, verlässlich gelehrt und geübt werden?

Die Universitätslehrenden können die einzelnen Aufgaben in drei Kategorien einordnen:

- i) eindeutig an der Schule
- ii) eindeutig hier an der Universität
- iii) das Lehren und Üben dieser Fertigkeit ist nicht notwendig

Die Universitätslehrenden können auch bei einzelnen Kärtchen bis zum Ende unentschlossen bleiben. Durch diese Closed Card-Sorting Methode wird daher erhoben, bei welcher Institution die zuvor identifizierten *operativen Fertigkeiten* gelehrt und vermittelt werden sollen. Falls die Universitätslehrenden die Vermittlung der dahinterstehenden Kompetenz in der Schule verorten, impliziert dies, dass diese *operative Fertigkeit* von den Universitätslehrenden erwartet und demnach vorausgesetzt wird.

Damit die Reihenfolge der Kärtchen keinen Effekt auf die Zuordnung hat, werden die Kärtchen mit den prototypischen Aufgaben den Universitätslehrenden in einer zufälligen Reihenfolge übergeben.

4.2 Identifizierung relevanter operativer Fertigkeiten

Die Erarbeitung der einzelnen operativen Bereiche und ihrer zugehörigen Aufgaben geschah durch eine systematische Analyse, welche drei Schritte umfasste. Im ersten Schritt fand eine Erhebung der zu untersuchenden Inhalte basierend auf dem AHS-Lehrplan Sekundarstufe II (BMBWF, n.d.c), dem cosh-Mindestanforderungskatalog (Achtstätter et al., 2014) sowie der Studie von Neumann et al. (2017) statt. Anschließend wurden alle erkennbaren *operativen Fertigkeiten* eines Bereichs ausgewählt. Dazu wurden die Werke von Malle, Koth, Woschitz, Malle, Salzger und Ulovec (2016, 2017, 2018, 2019), Schichl und Steinbauer (2018), Forster (2013) und Fischer (2014) analysiert.

Tabelle 1: Untersuchte Werke

Werk	Zitierung
Malle et al., 2017	[1]
Malle et al., 2018	[2]
Malle et al., 2019	[3]
Malle et al., 2016	[4]
Schichl & Steinbauer, 2018	[5]
Forster, 2013	[6]
Fischer, 2014	[7]

Die Werke [1-4] wurden gewählt, da es sich um vielgenutzte Schulbücher einer österreichischen AHS handelt. Die Werke [5-7] sind hingegen klassische Einführungswerke in die Universitätsmathematik. Für eine Analyse der Schnittstelle Schule-Universität scheinen demnach die Werke [1-7] geeignet.

Die Analyse der Werke umfasste die Durchforstung der Werke [1-7] in aufsteigender Reihenfolge zu jedem erhobenen Bereich. Jene Kapitel und Bereiche der Werke, deren Inhalte zu dem untersuchten Bereich passten, wurden nach Rechenregeln und algorithmischen Verfahren durchleuchtet. Durch in den Werken [1-7] enthaltene Rechenregeln und Verfahren wurden konkrete *operative Fertigkeiten* identifiziert. Im dritten Schritt wurde zu jeder operativen Fertigkeit eine prototypische Aufgabe entwickelt mit dem Ziel, seine zugeordnete *operative Fertigkeit* umfassend abzubilden. Die Liste der *operativen Fertigkeiten* stellt keinen Anspruch auf Vollständigkeit. Sie soll als systematischer Versuch gewertet werden, nachvollziehbar relevante *operative Fertigkeiten* zu identifizieren.

4.2.1 Erster Schritt

Bereiche, in denen *operative Fertigkeiten* (Abschnitt 2.4.4) im Rahmen einer Anwendung erforderlich sind, werden der Definition entsprechend nicht gelistet. Dies gilt zum Beispiel für das Untersuchen von Funktionseigenschaften. Dazu werden zwar *operative Fertigkeiten* (z.B.: das Lösen von Gleichungen) benötigt, jedoch handelt es sich dabei um eine Anwendung dieser. *Operative Fertigkeiten* aus der Unterstufe wie das Umformen einer Gleichung werden ebenfalls nicht berücksichtigt, da diese in den *operativen Fertigkeiten* der Oberstufe zwangsläufig enthalten sind.

Aus dem AHS-Lehrplan der neunten Schulstufe (BMBWF, n.d.c, S. 168) ergeben sich die folgenden Bereiche, in denen *operative Fertigkeiten* enthalten sind:

1. Mengen und Aussagen
2. Teilbarkeitsfragen
3. Lineare Gleichungen
4. Lineare Gleichungssysteme
5. Quadratische Gleichungen
6. Trigonometrische Gleichungen
7. Polarkoordinaten
8. Vektoren

Aus dem AHS-Lehrplan der zehnten Schulstufe (BMBWF, n.d.c , S. 169) ergeben sich die folgenden Bereiche, in denen *operative Fertigkeiten* enthalten sind:

1. Potenzen und Wurzeln
2. Logarithmen
3. Ungleichungen
4. Exponentialgleichungen
5. Weitere Gleichungen und Termumformungen
6. Folgen und Reihen
7. Vektoren

Aus dem AHS-Lehrplan der elften Schulstufe (BMBWF, n.d.c , S. 170) ergeben sich die folgenden Bereiche, in denen *operative Fertigkeiten* enthalten sind:

1. Differenzieren
2. Nichtlineare Gleichungssysteme
3. Komplexe Zahlen

Aus dem AHS-Lehrplan der zwölften Schulstufe (BMBWF, n.d.c , S. 171) ergeben sich die folgenden Bereiche, in denen *operative Fertigkeiten* enthalten sind:

1. Integrieren
2. Differentialgleichungen

Im Mindestanforderungskatalog (Achtstätter et al., 2014) finden sich die folgenden Bereiche, in denen *operative Fertigkeiten* enthalten sein können:

1. Potenzen und Wurzeln
2. Lineare Gleichungen
3. Quadratische Gleichungen
4. Wurzelgleichungen
5. Betragsgleichungen
6. Gleichungen mittels Substitution lösen
7. Ungleichung
8. Polynome addieren und multiplizieren
9. Grenzwert
10. Differenzieren
11. Integrieren
12. Lineare Gleichungssysteme
13. Vektoren

Aus der Delphi-Studie (Neumann et al., 2017) wurden die folgenden Bereiche, welche *operative Fertigkeiten* inkludieren, berücksichtigt:

1. Mengen
2. Teilbarkeitsfragen
3. Komplexe Zahlen
4. Exponentialgleichungen
5. Logarithmen
6. Trigonometrische Gleichungen
7. Ungleichungen
8. Lineare Gleichungssysteme
9. Grenzwert
10. Folgen und Reihen
11. Differenzieren
12. Integrieren
13. Vektoren
14. Matrizen

Die Vereinigung dieser Listen bildete die Grundlage der Bereichsauswahl. Vereinzelt wurden verschiedene Bereiche subsumiert, wenn sie thematisch ähnlich waren. Jene Bereiche, die in einen anderen übergeführt wurden, sind in der folgenden Liste in Klammer dargestellt.

1. Mengen und Aussagen
2. Teilbarkeitsfragen
3. Quadratische Gleichungen (Gleichung mittels Substitution lösen)
4. Trigonometrische Gleichungen
5. Vektoren und Matrizen
6. Potenzen und Wurzeln (Wurzelgleichungen)
7. Logarithmen
8. Exponentialgleichungen
9. Folgen und Reihen (Grenzwert)
10. Ungleichungen
11. Lineare Gleichungssysteme
12. Differenzieren
13. Komplexe Zahlen (Polarkoordinaten)
14. Integrieren
15. Differentialgleichungen
16. Nichtlineare Gleichungssysteme
17. Weitere Gleichungen und Termumformungen (Lineare Gleichungen, Betragsgleichungen)

4.2.2 Zweiter Schritt

In diesem Schritt wurden anhand der Werke [1-7] *operative Fertigkeiten* identifiziert, die sich den Bereichen aus dem ersten Schritt zuordnen lassen. Die dabei identifizierten *operativen Fertigkeiten* wurden gelistet. Jene Themen und Sätze der Werke [1-7], die zu keiner operativen Fertigkeit führten, konnten entweder keinem Bereich zugeordnet werden oder stellen keine *operative Fertigkeit* im Sinne unserer Definition (Abschnitt 2.4.4) dar. Die Identifizierung der *operativen Fertigkeiten* des zweiten Bereichs (Teilbarkeitsfragen) dient als Beispiel und Anschauung der Vorgehensweise. Für die übrigen Bereiche wurden analoge Überlegungen angestellt.

(2) Teilbarkeitsfragen

Zunächst wurden die Werke [1-4] analysiert. Alle Inhalte, die zum Bereich Teilbarkeitsfragen passen, wurden nach Erklärungen, Aufgaben, Sätzen und Lösungsverfahren durchforstet. Das Werk [1] beschäftigt sich mit der Primfaktorenzerlegung (S. 26). In [2] wird Wissen über elementare Teilbarkeitsregeln vorausgesetzt (S. 242). Im Anschluss wurde die Werke [5-7]

betrachtet. In [5] wird der größte gemeinsame Teiler (S. 255) definiert und das Rechnen mit Restklassen (S. 153) thematisiert. Außerdem wird der euklidische Algorithmus in [5] (S. 257) eingeführt.

Die Aufgaben, die mit den folgenden aufgelisteten *operativen Fertigkeiten* verknüpft sind, können im Kopf oder mit Papier und Stift gelöst werden, daher ist der zweite Punkt der Definition erfüllt. Die nachstehenden *operativen Fertigkeiten* stellen auch keine Anwendungen, Anschauungen oder Konstruktionen dar. Folglich ist auch der dritte Punkt der Definition erfüllt. Die Begründung für die Erfüllung des ersten Punktes der Definition wird bei jeder Fertigkeit einzeln diskutiert.

Folgende *operative Fertigkeiten* ergeben sich aus dieser Untersuchung:

- a) natürliche Zahlen kleiner 500 in Primfaktoren zerlegen

Der erste Punkt der Definition ist zutreffend, da es sich um ein algorithmisches Verfahren handelt. Um eine natürliche Zahl x in Primfaktoren zu zerlegen, startet man mit der kleinsten Primzahl, welche ein Teiler von x ist. Die natürliche Zahl x wird durch diese Primzahl geteilt. Anschließend wird der Quotient erneut mit der kleinstmöglichen Primzahl, welche ein Teiler des Quotienten ist, geteilt. Dies wird fortgeführt, bis der Quotient 1 beträgt. Jene Zahlen, durch die dividiert wurde, werden als Primfaktoren bezeichnet, und ihr Produkt ergibt die natürliche Zahl x . Der erste Punkt der Definition ist folglich erfüllt.

- b) Teilbarkeitsregeln anwenden (Teilbarkeit durch 9)

Teilbarkeitsregeln beinhalten zwangsläufig etwas Prozedurales. Es kann mit der exakten Anwendung der Regeln geprüft werden, ob eine Zahl durch eine gewisse andere Zahl teilbar ist. Möchte man beispielsweise prüfen, ob eine Zahl x durch 9 teilbar ist, bildet man die Ziffernsumme von x . Wenn 9 die Ziffernsumme von x teilt, impliziert dies, dass 9 auch x teilt. Beim Bearbeiten solcher Aufgaben handelt es sich folglich um eine Prozedur. Im ersten Schritt werden alle Ziffern der Zahl addiert und im zweiten Schritt wird geprüft, ob die Zahl 9 diese Ziffernsumme teilt. Demzufolge ist der erste Punkt der Definition erfüllt.

- c) Teilbarkeitsregeln anwenden (Teilbarkeit durch 6)

Hier greift dieselbe Argumentation, wie bei der vorherigen *operativen Fertigkeit*. Bei der Teilbarkeitsregel für die Zahl 6 wird geprüft, ob die Zahlen 2 und 3 die Zahl x teilen. Falls x

sowohl durch 2 als auch durch 3 teilbar ist, ist x auch durch 6 teilbar. Dies stellt wieder eine Prozedur dar und erfüllt somit den ersten Punkt der Definition.

d) den größten gemeinsamen Teiler (ggT) ermitteln

Auch für die Ermittlung des ggT kann ein algorithmisches Verfahren beziehungsweise ein Rezept gefunden werden. Zum Beispiel werden in einem ersten Schritt alle Teilmengen der zu analysierenden Zahlen notiert. Im zweiten Schritt werden die gemeinsamen Teiler markiert. Der ggT ist nun der größte dieser gemeinsamen Teiler. Die Ermittlung des ggT mithilfe einer Primfaktorzerlegung stellt ebenfalls eine Prozedur dar. Es handelt sich somit in jedem Fall um eine *operative Fertigkeit*, da alle drei Punkte der Definition erfüllt sind.

e) den größten gemeinsamen Teiler mittels euklidischem Algorithmus ermitteln

Der erste Punkt der Definition ist erfüllt, da es sich beim euklidischen Algorithmus um ein algorithmisches Verfahren handelt. Beim euklidischen Algorithmus wird die Division mit Rest genutzt, um den jeweils nächsten Wert zu ermitteln. Hierfür gibt es ebenfalls eine genaue Schritt-für-Schritt-Anleitung.

f) mit Restklassen rechnen

Beim Rechnen mit Restklassen wird die Definition der „Kongruenz modulo n “ angewandt. Hierbei spielt die Frage, wie viel Rest bei einer Division bleibt, eine zentrale Rolle. Das Arbeiten mit Restklassen ist eine Superprozedur, welche sich aus den Basisprozeduren der Teilbarkeitsregeln und der Division mit Rest zusammensetzt. Demzufolge ist auch hier der erste Punkt der Definition erfüllt. Die beispielhafte Aufgabe dieser operativen Fertigkeit kann gelöst werden, indem systematisch geprüft wird, ob die Gleichung für die einzelnen Werte der endlichen Menge gilt.

Zur Identifizierung der operativen Fertigkeiten der übrigen Bereiche wurden ähnliche Überlegungen angestellt, welche im Folgenden skizziert werden.

(1) Mengen und Aussagen

Mengen von Zahlen im aufschreibenden und beschreibenden Verfahren darzustellen, wird in [1] auf Seite 8 thematisiert. Die Schüler*innen untersuchen dabei, ob vorgegebene Mengenbeziehungen zutreffen. In [1] auf Seite 9 werden Mengenoperationen eingeführt. Das Arbeiten mit Produktmengen (S. 144), Potenzmengen (S. 143) und Wahrheitstafeln (S. 74) behandeln die Autor*innen von [5]. Daraus ergeben sich die folgenden *operativen Fertigkeiten*:

- a) Mengen von Zahlen im aufzählenden und beschreibenden Verfahren darstellen,
- b) Mengenoperationen bei endlichen Mengen von Zahlen anwenden,
- c) Produktmengen zweier endlicher Mengen bilden,
- d) Potenzmengen endlicher Mengen bilden,
- e) Aussagen mittels Wahrheitstabellen untersuchen.

(3) Quadratische Gleichungen (Gleichung mittels Substitution lösen)

In [1] werden quadratische Gleichungen mithilfe des Satzes von Vieta (S. 64) bzw. der Lösungsformeln (S. 58) gelöst. Im Rahmen der Herleitung der Lösungsformel sind Aufgaben angeführt, in welchen quadratische Gleichungen ohne die Methode „Ergänzung auf ein vollständiges Quadrat“ angewandt werden [2] (S. 58). Weiters sind Aufgaben angegeben, bei denen Schüler*innen untersuchen sollen, welche Lösungsfälle abhängig von den Koeffizienten eintreten (S. 66). Wie das Lösen einer biquadratischen Gleichung durch Substitution funktioniert, wird in [3] (S. 8) behandelt. Daraus ergeben sich die folgenden *operativen Fertigkeiten*:

- a) Satz von Vieta anwenden,
- b) quadratische Gleichungen mithilfe der Lösungsformeln lösen,
- c) Lösen von Spezialfällen quadratischer Gleichungen ohne Verwendung der Lösungsformeln und des Satzes von Vieta,
- d) Koeffizienten für bestimmte Lösungsfälle quadratischer Gleichungen ermitteln,
- e) biquadratische Gleichungen durch Substitution lösen.

(4) Trigonometrische Funktionen und Gleichungen

Die Zusammenhänge der Winkelfunktion (S. 83) werden in [1] thematisiert. Die Verwendung der Additionstheoreme (S. 100) erklären die Autor*innen von [2]. In [6] wird mit der Verdopplungsformel (S. 146) gearbeitet. Daraus ergeben sich die folgenden *operativen Fertigkeiten*:

- a) $\cos(x)$ und $\sin(x)$ ineinander überführen,
- b) Additionstheoreme anwenden,
- c) Verdopplungsformel anwenden.

(5) Vektoren und Matrizen

In [1] wird das Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Skalieren von Vektoren im \mathbb{R}^2 (S. 205) behandelt. Die Erklärungen zum Skalarprodukt zweier Vektoren finden sich auf Seite 206

in [1]. Das Arbeiten mit Vektoren in \mathbb{R}^3 wird in [2] thematisiert (S. 169). Das Kreuzprodukt zweier Vektoren wird auf Seite 177 in [2] definiert. Linearkombinationen (S. 379), Rechnungen mit Matrizen (S. 450) und das Auswerten von Determinanten (S. 412) werden in [5] diskutiert.

Daraus ergeben sich die folgenden *operativen Fertigkeiten*:

- a) Vektoren in \mathbb{R}^2 und \mathbb{R}^3 addieren, subtrahieren und skalieren,
- b) das Skalarprodukt von zwei Vektoren ermitteln,
- c) das Kreuzprodukt von zwei Vektoren ermitteln,
- d) einen Vektor als Linearkombination zweier anderer Vektoren darstellen,
- e) Matrizen addieren,
- f) 2×2 Matrizen multiplizieren,
- g) die Determinante einer 2×2 Matrix ermitteln,
- h) die Determinante einer 3×3 Matrix ermitteln.

(6) Potenzen und Wurzeln (Wurzelgleichungen)

Die Schüler*innen können Potenzrechenregeln (S. 7) durch [2] systematisch erlernen. Das händische Wurzelziehen von natürlichen Zahlen (S. 16) und das Arbeiten mit Termen (S. 17), welche Wurzeln und Potenzen beinhalten, wird in [2] behandelt. Das Lösen von Gleichungen durch Wurzelziehen wird auf Seite 15 in [2] beleuchtet. Wurzelgleichungen werden in [2] durch zwei Lösungsverfahren, durch Isolierung und anschließendem Quadrieren und ausschließlich durch Quadrieren, (S. 18) gelöst. Daraus ergeben sich die folgenden *operativen Fertigkeiten*:

- a) Potenzrechenregeln anwenden,
- b) die Wurzel von natürlichen Zahlen ziehen,
- c) Wurzelrechenregeln anwenden oder Wurzeln in rationale Hochzahlen umwandeln und Potenzrechenregeln anwenden,
- d) Gleichungen durch Wurzelziehen lösen,
- e) Wurzelgleichungen durch Isolierung der Wurzel und anschließendes Quadrieren lösen,
- f) Wurzelgleichungen durch Quadrieren lösen.

(7) Logarithmen

In [2] werden die Ermittlungen von Logarithmen, Basen und Numeri, deren Ergebnisse ganzzahlig sind (S. 23), und die Logarithmusrechenregeln (S. 23) thematisiert. Logarithmusgleichungen werden in [2] (S. 70) behandelt. Da Schüler*innen das Lösen von Gleichungen durch Substitution mit dem Schulbuch [3] (S. 8) erarbeiten können, kann zum

Lösen von Logarithmusgleichungen durch Substitution eine weitere *operative Fertigkeit* identifiziert werden. Daraus ergeben sich die folgenden *operativen Fertigkeiten*:

- a) Ermittlung eines ganzzahligen Numerus aus Basis und Logarithmus,
- b) Ermittlung eines ganzzahligen Logarithmus aus Basis und Numerus,
- c) Logarithmusrechenregeln anwenden,
- d) Logarithmusgleichungen durch Auflösen des Logarithmus lösen,
- e) Logarithmusgleichungen durch Substitution lösen.

(8) Exponentialgleichungen

Exponentialgleichungen werden systematisch in [2] (S. 24) behandelt. Das Lösen von Exponentialgleichungen mit einer Unbekannten im Exponenten steht dabei im Fokus. Bei [5] (S. 42) wird das Lösen von Exponentialgleichungen der Form $e^{n \cdot x + a} = e^{m \cdot x + b}$ mit $m, n \in \mathbb{N}^*$ und $a, b \in \mathbb{Z}$ thematisiert. In [6, 7] können keine weiteren *operativen Fertigkeiten* identifiziert werden. Daraus ergeben sich die folgenden *operativen Fertigkeiten*:

- a) Exponentialgleichungen mit einer Unbekannten in einem Exponenten lösen,
- b) Exponentialgleichungen der Form $e^{n \cdot x + a} = e^{m \cdot x + b}$ mit $m, n \in \mathbb{N}$ und $a, b \in \mathbb{Z}$ lösen.

(9) Folgen und Reihen (Grenzwert)

In [2] werden Grenzwertberechnungen von arithmetischen Folgen (S. 135), Folgen mit einem Bruchterm als Bildungsvorschrift (S. 133) und geometrischen Folgen (S. 138) analysiert. Bildungsvorschriften von Folgen können explizit oder rekursiv angegeben sein. Der Wechsel von einer Darstellung in die andere wird auf Seite 141 in [2] behandelt. Bei den Reihen werden die Summen endlicher arithmetischer Reihen (S. 154) und endlicher (S. 155) sowie unendlicher (S. 157) geometrischer Reihen thematisiert. Daraus ergeben sich die folgenden *operativen Fertigkeiten*:

- a) Grenzwerte von arithmetischen Folgen ermitteln,
- b) Grenzwerte von Folgen, die einen Bruchterm als Bildungsvorschrift besitzen, ermitteln,
- c) Grenzwerte geometrischer Folgen ermitteln,
- d) rekursive und explizite Bildungsvorschriften ineinander überführen,
- e) Summen endlicher arithmetischer Reihen ermitteln,
- f) Summen endlicher geometrischer Reihen ermitteln,
- g) Summen unendlicher, geometrischer Reihen ermitteln,
- h) Folgenglieder einer rekursiv definierten Folge ermitteln.

(10) Ungleichungen

Das Lösen von linearen Ungleichungen (S. 30), Ungleichungen mit Beträgen (S. 35), Ungleichungen mit Bruchtermen (S. 34) und quadratischen Ungleichungen (S. 36) wird in [2] behandelt. Daraus ergeben sich die folgenden *operativen Fertigkeiten*:

- a) Lineare Ungleichungen lösen,
- b) lineare Ungleichungen mit Beträgen lösen,
- c) Ungleichungen mit Bruchtermen lösen,
- d) quadratische Ungleichungen lösen.

(11) Lineare Gleichungssysteme

Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen und ohne (S. 190) bzw. mit Parameter (S. 194) werden in [1] behandelt. Lineare Gleichungssysteme mit drei Variablen und zwei Gleichungen werden auf Seite 192 in [2] thematisiert und jene mit drei Variablen und drei Gleichungen auf Seite 194 in [2]. In [7] werden beliebige lineare Gleichungssysteme mittels Gauss-Verfahren gelöst (S. 20). Daraus ergeben sich die folgenden *operativen Fertigkeiten*:

- a) Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen ohne Parameter lösen,
- b) lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen mit Parameter lösen,
- c) lineare Gleichungssysteme mit drei Variablen und drei Gleichungen lösen,
- d) lineare Gleichungssysteme mit drei Variablen und zwei Gleichungen lösen,
- e) lineare Gleichungssysteme mit vier Variablen und vier Gleichungen lösen.

(12) Differenzieren

Anwendungen, Anschauungen und Konstruktionen sind durch die in Abschnitt 2.4.4 vorgestellte Definition des Begriffs *operative Fertigkeit* ausgeschlossen. Die identifizierten *operativen Fertigkeiten* beschränken sich in diesem Bereich auf das Anwenden der Ableitungsregeln. Diese werden in [3] (S. 32, 33, 144, 146, 149, 151) eingeführt. Daraus ergeben sich die folgenden *operativen Fertigkeiten*:

- a) Ableitungen mittels Summen-, Differenz-, Faktorregel ermitteln,
- b) Ableitungen von Winkelfunktionen, Exponentialfunktionen und Logarithmusfunktionen ermitteln,
- c) Ableitungen mittels Produktregel ermitteln,
- d) Ableitungen mittels Quotientenregel ermitteln,
- e) Ableitungen mittels Kettenregel ermitteln,
- f) Ableitungen mittels mehrerer Ableitungsregeln ermitteln.

(13) Komplexe Zahlen (Polarkoordinaten)

Die Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division von komplexen Zahlen werden in [3] (S. 234) behandelt. Die konjugierte komplexe Zahl wird in [3] (S. 234) thematisiert. Das Wurzelziehen einer negativen Zahl (S. 236) und das Lösen einer quadratischen Gleichung mit komplexen Lösungen (S. 237) können die Schüler*innen sich ebenfalls mit Hilfe von [3] erarbeiten. Die Polardarstellung einer komplexen Zahl wird auf Seite 242 in [3] eingeführt. Daraus ergeben sich die folgenden *operativen Fertigkeiten*:

- a) Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren komplexer Zahlen,
- b) Ermittlung der komplex konjugierten Zahl,
- c) Wurzelziehen einer negativen Quadratzahl,
- d) quadratische Gleichungen, welche komplexe Lösungen besitzen, lösen,
- e) Polardarstellung einer komplexen Zahl ermitteln.

(14) Integrieren

Wie beim Differenzieren schränkt die Definition auch den Bereich Integrieren stark ein. *Operative Fertigkeiten* konnten zu den Ermittlungen bestimmter und unbestimmter Integrale identifiziert werden. Den ersten Kontakt können Schüler*innen mit Stammfunktionen in [4] (S. 8) machen. Der erste Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung wird auf Seite 18 in [4] eingeführt. Der zweite Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung (S. 51) wird sehr kurz thematisiert. Die Substitutionsregel (S. 53) und die partielle Integration (S. 57) können ebenfalls schon in der Schule mit Hilfe von [4] gelehrt werden. In [6] (S. 229) wird zweimal die partielle Integration hintereinander angewandt. Daraus ergeben sich die folgenden *operativen Fertigkeiten*:

- a) Eine Stammfunktion ermitteln,
- b) Anwendung des ersten Hauptsatzes der Integralrechnung,
- c) Anwendung des zweiten Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung,
- d) eine Stammfunktion mittels Substitutionsregel ermitteln,
- e) eine Stammfunktion mittels partieller Integration ermitteln,
- f) eine Stammfunktion durch die mehrmalige Anwendung von Integrationsregeln ermitteln.

(15) Differentialgleichungen

Das Ermitteln von $f(x)$ durch dessen Ableitung mit Hilfe gegebener Bedingungen wird auf Seite 23, Aufgabe 1.58 in [4] verlangt. In [4] werden außerdem Differentialgleichungen von

linearen (S. 127), exponentiellen (S. 128) und logistischen (S. 130) Modellen betrachtet. Darüber hinaus wird auf die Differentialgleichung harmonischer Schwingungen (S. 130) eingegangen. Daraus ergeben sich die folgenden *operativen Fertigkeiten*:

- a) Differentialgleichungen linearer Modelle mit einer gegebenen Anfangsbedingung lösen,
- b) Ermittlung von $f(x)$ durch dessen Ableitung und dessen Anfangsbedingung,
- c) Differentialgleichungen exponentieller Modelle mit einer gegebenen Anfangsbedingung lösen,
- d) Differentialgleichungen logistischer Modelle mit einer gegebenen Anfangsbedingung lösen,
- e) Differentialgleichungen harmonischer Schwingungen mit einer gegebenen Anfangsbedingung lösen.

(16) Nichtlineare Gleichungssysteme

Nichtlineare Gleichungssysteme werden in [3] thematisiert. Es werden die Schnittpunkte von Kreisen (S. 88), Ellipsen (S. 102), Hyperbeln (S. 108) und Parabeln (S. 112) mit Geraden in [3] untersucht. Hierbei handelt es sich um das Lösen nichtlinearer Gleichungssysteme in zwei Variablen. In [3] wird darüber hinaus ein Gleichungssystem zweier nichtlinearer Gleichungen gelöst (S. 102). Dies führt zu nichtlinearen Gleichungssystemen mit zwei beziehungsweise mit drei Variablen. Daraus ergeben sich die folgenden *operativen Fertigkeiten*:

- a) Nichtlineare Gleichungssysteme mit einer linearen und einer nichtlinearen Gleichung mit zwei Variablen lösen,
- b) nichtlineare Gleichungssysteme mit zwei nichtlinearen Gleichungen mit zwei Variablen lösen.

(17) Weitere Gleichungen und Termumformungen (Lineare Gleichungen, Betragsgleichungen)

Zu diesem Punkt gehören lineare Gleichungen [1] (S. 50) und durch Herausheben lösbare Gleichungen höheren Grades [3] (S. 7). Bruchgleichungen werden in [1] (S. 63) thematisiert. Das Zerlegen von Termen in Linearfaktoren wird in [1] (S. 65), [3] (S. 9) und [5] (S. 368) behandelt. Das Multiplizieren von Termen wird auf Seite 44 in [1] erläutert. Zugehörig zu dem Punkt Termumformungen sind Partialbruchzerlegungen [6] (S. 221) und Polynomdivisionen [3] (S. 9). Der Umgang mit dem Binomialkoeffizienten wird in [3] (S. 213) thematisiert. Daraus ergeben sich die folgenden *operativen Fertigkeiten*:

- a) Lineare Gleichungen lösen,
- b) Gleichungen durch Herausheben lösen,
- c) Bruchgleichungen lösen,
- d) Terme in Linearfaktoren zerlegen,
- e) Terme multiplizieren und zusammenfassen,
- f) Partialbruchzerlegung durchführen,
- g) Polynomdivisionen durchführen,
- h) den Wert eines Binomialkoeffizienten ermitteln.

In Summe wurden 89 *operative Fertigkeiten* identifiziert.

4.2.3 Dritter Schritt

Im Anschluss an die Identifizierung der 89 *operativen Fertigkeiten* wurden prototypische Aufgaben erstellt. Diese Aufgaben bilden die dahinterstehende *operative Fertigkeit* möglichst umfassend ab. Zunächst wurde vom Autor für jede identifizierte *operative Fertigkeit* eine Aufgabe, die sich in ihrer Komplexität an der untersuchten Aufgabe orientiert, erstellt. Im Rahmen mehrerer Feedbackschleifen mit fünf Mitarbeiter*innen der Universität Wien und drei Studienkolleg*innen wurde sichergestellt, dass die identifizierten *operativen Fertigkeiten* bestmöglich abgebildet werden.

4.3 Auswahl der Universitätslehrenden

Aufgrund der neuen Prüfungsmodalitäten der Zentralmatura stellte ihre österreichweite Einführung einen Bruch in der Vorbereitung für das Erlangen der Studienreife dar. Die Zentralmatura wurde in den berufsbildenden höheren Schulen (BHS) und allgemeinbildenden höheren Schulen (AHS) ab dem Schuljahr 2015/2016 verpflichtend durchgeführt. Die Maturant*innen, welche ihre Matura ab dem Schuljahr 2015/2016 erfolgreich absolvierten, verfügen wahrscheinlich durch die spezielle Vorbereitung über andere Vorkenntnisse im Fach Mathematik als jene, die vor dem Schuljahr 2015/2016 ihre Hochschulreife erworben haben. In den meisten Fällen beginnen die studieninteressierten Absolvent*innen im darauffolgenden Wintersemester ihr Studium. Manche von ihnen müssen jedoch nach der Schule den Präsenzdienst beziehungsweise den Zivildienst leisten oder entscheiden sich vor ihrem Studienstart für ein freiwilliges soziales Jahr. Diesen Personen ist der Studienstart erst im darauffolgenden Jahr möglich. Im Wintersemester 2016 begannen somit auch noch einige

Personen ihr Studium, die im Schuljahr 2014/2015, also vor der Einführung der Zentralmatura, maturierten. Um die Situation nach der verpflichtenden Einführung der Zentralmatura zu beleuchten, empfiehlt es sich daher, den Zeitraum auf das Wintersemester 2017 bis zum Wintersemester 2019 festzulegen. Da die Masterarbeit die aktuelle Situation, welche durch die Zentralmatura maßgeblich beeinflusst wird, untersuchen möchte, werden jene Universitätslehrenden des BSc Mathematik der Universität Wien befragt, die seit dem Wintersemester 2017 eine Mathematikvorlesung des ersten Semesters eines Studienjahrgangs gehalten haben. Es ist davon auszugehen, dass sich diese Personen klar über ihre Erwartungen gegenüber der Studienanfänger*innen sind. Folgende mathematische Vorlesungen sind laut Curriculum des BSc Mathematik für das erste Semester eines Studienjahrgangs vorgesehen:

- I. „Einführung in das mathematische Arbeiten“,
- II. „Einführung in die Analysis“,
- III. „Einführung in die lineare Algebra und Geometrie“ (Universität Wien, 2014).

Die Universitätsprofessor*innen, welche im Jahr 2017, 2018 oder 2019 eine dieser Vorlesungen gehalten haben, sind somit für die Untersuchung relevant. In der nachstehenden Liste werden jene Professor*innen angeführt, die die geforderten Kriterien erfüllen.

Tabelle 2: Eingeladene Universitätslehrende

Name	Semester	Vorlesung
Ehler Martin	WS 2019	I
Stefanelli Ulisse	WS 2019	II
Auinger Karl	WS 2019	III
Grohs Philipp	WS 2018	I
Constantin Adrian	WS 2018	II
Hörmann Günther	WS 2018	III
Fischer Ilse	WS 2017	I
Bot Radu Ioan	WS 2017	II
Schichl Hermann	WS 2017	III

5 Studiendurchführung

Das benötigte Datenmaterial zur Beantwortung der Forschungsfrage wurde im Rahmen von acht Interviews erhoben. Die Interviews wurden auditiv und teilweise sogar auditiv und visuell

aufgenommen. Alle acht Interviews wurden nach den Richtlinien für eine inhaltlich-
semantische Transkription verschriftlicht (Dresing & Pehl, 2017, S. 21). Die offenen Fragen
des Leitfadens zu den Erwartungen der Universitätslehrenden wurden anschließend mit der
qualitativen Inhaltsanalyse ausgewertet (Mayring, 2015, S. 67). Der Card-Sorting Teil des
Interviews wurde durch eine Heatmap und die SLA-Methode ausgewertet.

Im Vorfeld der tatsächlichen Interviews wurde zwei Probeinterviews durchgeführt, um etwaige
Unklarheiten und Probleme des Leitfadens entdecken zu können. Es wurde jeweils ein
Probeinterview mit Mag. Melanie Hunger und Mag. Kata Sebök durchgeführt. Dadurch war es
möglich, die Fragen des Leitfadens und die zugehörigen Erklärungen zu konkretisieren und
auch zu finalisieren.

5.1 Interviewsituation

Die Interviews fanden im März und April 2020 statt. Da es ab 15. März 2020 aufgrund der
Covid-19-Pandemie zu einem Lockdown kam, musste die Interviewsituation im Laufe der
Durchführung der Studie an die gegebenen Bedingungen angepasst werden. Dementsprechend
konnten nicht alle Gespräche unter denselben Rahmenbedingungen durchgeführt werden.
Anfänglich war geplant, alle Interviews als Face-to-Face-Interview an der Fakultät für
Mathematik abzuhalten. Das erste Interview konnte wie geplant Anfang März 2020
durchgeführt werden. Beim zweiten Interview musste hingegen die Distanz zwischen
Interviewer und den Interviewten aufgrund der Coronaproblematik vergrößert werden. Der
Abstand wurde auf etwa drei Meter erweitert. Der überwiegende Teil der Interviews wurde
jedoch online über Microsoft Teams oder Skype, je nach Vorliebe der*s Interviewten, während
des Lockdowns durchgeführt. Ein Interview fand auch per Telefonat statt, wobei die
teilnehmende Person im Vorfeld eine PowerPoint-Präsentation erhalten hatte, die die zu
ordnenden Kärtchen enthielt. Es wurden daher verschiedene Aufnahmeprogramme
entsprechend der Interviewsituation verwendet.

5.2 Transkription

Die Interviews mit den Universitätslehrenden wurden zur Auswertung transkribiert. Pro
Interview wurde ein Transkript angefertigt. Zur Anfertigung der Transkriptionen wurde das
Programm F4 verwendet. Dabei wurden die folgenden Richtlinien für ein semantisch-
inhaltliches Transkriptionssystem von Dresing und Pehl (2017) angewendet:

1. „Es wird wörtlich transkribiert, also nicht lautsprachlich oder zusammenfassend. [...]
2. Wortschleifungen werden an das Schriftdeutsch angenähert. [...]
3. Die Satzform wird beibehalten, auch wenn sie syntaktische Fehler beinhaltet. [...]
4. Dialekte werden möglichst wortgenau ins Hochdeutsche übersetzt. [...]
5. Halbsätze, denen die Vollendung fehlt, werden mit dem Abbruchzeichen „/“ gekennzeichnet. [...]
6. Stottern wird geglättet.“ (Dresing & Pehl, 2017, S. 21)

Zudem wurden Aussagen des Interviewers mit „I:“ eingeleitet. Aussagen der*s Interviewpartner*in wurden mit „B:“ markiert.

6 Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Interviews präsentiert. Es werden sowohl die erkannten Muster bei den Aussagen der Universitätslehrenden als auch ihre Erwartungen hinsichtlich der *operativen Fertigkeiten* vorgelegt.

6.1 Auswertung der Transkripte

Entsprechend den Interpretationsregeln einer qualitativen Inhaltsanalyse wurden die vier Schritte Paraphrasierung, Generalisierung, erste Reduktion, zweite Reduktion durchgeführt (Mayring, 2015, S. 67). Im Anschluss folgte die Kategorienbildung. Es zeigte sich, dass die Aussagen der Universitätslehrenden in folgende vier Kategorien eingeteilt werden können:

- K1: Erwartungen,
- K2: Studienanfänger*innen können zu wenig,
- K3: Zuordnung vor 20 Jahren und
- K4: eigene Schulerfahrung.

In Summe wurden mit den Interpretationsregeln 138 Aussagen paraphrasiert, generalisiert und reduziert. Der Kategorie „Erwartungen“ sind die meisten Aussagen (85) zugeordnet worden. Die Paraphrasen, ihre Generalisierung und die erste Reduktion sind im Anhang zu finden. Die einzelnen Paraphrasen wurden nummeriert, damit Ankerbeispiele (Nr. xy) aus den Transkripten zitiert werden können. Die verwendeten Begriffe Fähigkeiten und Fertigkeiten, welche die

Universitätslehrenden verwendet haben, wurden entsprechend übernommen. Es ergab sich folgendes Kategoriensystems:

K1: Erwartungen

a) Allgemeine Erwartungen

1) Mathematische Erwartungen:

- i. algebraische Fertigkeiten
- ii. elementare Vektorrechnung
- iii. analytische Fähigkeit
- iv. algebraische Fertigkeiten

2) heterogene Studierende:

- i. unterschiedliche Schulen/Module
- ii. chronologischer Aufbau
- iii. manche werden abbrechen

3) Erwartungen sind kontraproduktiv, wichtiger sie wissen es am Ende

b) erfüllte Erwartungen

- 1) Stoff der Sekundarstufe I
- 2) analytische Geometrie und ihre Konzepte
- 3) Arbeiten mit Funktionen
- 4) quadratische Gleichungen
- 5) Interesse
- 6) Intuition und Anpassungsfähigkeit
- 7) Überblick bewahren
- 8) Verallgemeinerungen

c) nicht erfüllte Erwartungen

- 1) Äquivalenz, Implikation, Beweis
- 2) operative Fertigkeit (Technik)
- 3) Symbole und Sprache
- 4) zu wenig Vorwissen
- 5) komplexere Aufgaben
- 6) Akzeptanz der Chronologie
- 7) Verständnis von Begriffen

K2: Studienanfänger*innen können zu wenig

- 1) Wiederholung ist erforderlich
- 2) denken nicht gründlich genug nach
- 3) damals mehr Vorwissen
- 4) operative Fertigkeit (Technik) waren ausgeprägter
- 5) Bereitschaft Dinge zu hinterfragen, wurde geringer
- 6) Schule lehrt manches falsch/unzureichend

K3: Zuordnung vor 20 Jahren ähnlich gewesen

- 1) Zuordnung wäre gleich/ähnlich
- 2) auch heute gutes Niveau

K4: Eigene Schulerfahrung

- 1) Entscheidung durch eigene Schulerfahrung
- 2) eigener Schulunterricht war schwach

6.1.1 Erwartungen

Die Kategorie Erwartungen gliedert sich in drei Teile: allgemeine Erwartungen, erfüllte Erwartungen und nicht erfüllte Erwartungen. In Summe wurden 85 Paraphrasen dieser Kategorie zugeordnet. In dieser Kategorie sind alle Paraphrasen enthalten, welche im Zusammenhang mit Erwartungen der Universitätslehrenden stehen.

1) Allgemeine Erwartungen

Dem Punkt allgemeine Erwartungen wurden Paraphrasen zugeordnet, die weder erfüllte noch nicht erfüllte Erwartungen thematisieren. Es befinden sich Erwartungen hinsichtlich allgemeiner mathematischer Fertigkeiten in diesem Teilbereich. Zudem sind Paraphrasen in diesem Bereich enthalten, welche die Erwartungshaltung der Universitätslehrenden widerspiegeln, dass die Studienanfänger*innen ganz unterschiedliche Lernvoraussetzungen mitbringen. Drittens wurden Paraphrasen diesem Punkt zugeordnet, die aussagen, dass Erwartungen kontraproduktiv sind.

Die Universitätslehrenden erwarten von den Studienanfänger*innen algebraische Fertigkeiten. Die Erwartung spiegelt sich in der Aussage, „*Als Studienanfänger*in sollte man auch gewisse Rechenfertigkeiten, algebraische Fertigkeiten, mitbringen*“ (Nr. 102), wider. Weiters wird von

den Studienanfänger*innen „*ganz elementare Vektorrechnung*“ (Nr. 104) erwartet. Auch „*analytische Fähigkeiten*“ (Nr. 107) sind für Studienanfänger*innen wichtig. Den Universitätslehrenden ist allerdings auch bewusst, dass die Studienanfänger*innen heterogene Lernvoraussetzungen mitbringen. Schließlich hängt das Vorwissen der Studienanfänger*innen „*von der Schule ab*“ (Nr. 118). Auch der Schultyp (Nr. 126) und Schulzweig (Nr. 125) spielen eine Rolle. Um mit diesem heterogenen Vorwissen umzugehen, wird „*alles oder so viel wie geht, wirklich in der Vorlesung entwickelt*“ (Nr. 33). Dennoch müssen die Lehrenden „*damit rechnen, dass einfach viele dieses Studium nicht zu Ende bringen*“ (Nr. 86). Es gibt auch Lehrende, die sich keine Fertigkeiten erwarten (Nr. 1) und die die Meinung vertreten, dass Erwartungen nicht vorteilhaft sind (Nr. 82).

2) erfüllte Erwartungen

Die Studienanfänger*innen erfüllen zumindest die Erwartungen mancher Lehrender (Nr. 2). Besonders der Stoff der Sekundarstufe I scheint verankert zu sein. Als Beispiel kann ein Verständnis für rationale Zahlen und Bruchrechnung dienen. Das fanden die Lehrenden „*eigentlich ganz okay*“ (Nr. 31). Die Studienanfänger*innen erfüllen auch die Erwartungen im Bereich der analytischen Geometrie (Nr. 23). Das Arbeiten mit Graphen von Funktionen scheint ebenfalls keine Hürde für die Studienanfänger*innen zu sein (Nr. 20). Die Studienanfänger*innen erfüllen außerdem die Erwartungen beim Lösen von quadratischen Gleichungen (Nr. 76).

Neben diesen erfüllten mathematischen Erwartungen gibt es auch allgemeinere Erwartungen, die von den Studienanfänger*innen erfüllt werden. Sie bringen ein „*grundsätzliches Interesse*“ mit (Nr. 29). Darüber hinaus sei eine gewisse Intuition bei den Studienanfänger*innen vorhanden (Nr. 48). Die Studienanfänger*innen behalten nicht nur den Überblick, sondern sind darin sogar „*besser als es früher war*“ (Nr. 58). „*Bei Verallgemeinerungen erfüllen die Studienanfänger*innen durchaus die Erwartung*“ (Nr. 114), die die Lehrenden an sie haben. Diesen erfüllten Erwartungen stehen die nicht erfüllten Erwartungen der Universitätslehrenden an die Studienanfänger*innen gegenüber.

3) nicht erfüllte Erwartungen

Obwohl zahlreiche erfüllte Erwartungen genannt wurden, sind auch einige unerfüllte Erwartungen aufgelistet worden. Für die Studienanfänger*innen scheint es sehr unklar zu sein, „*was das bedeutet, einen Beweis oder eine Begründung durchzuführen*“ (Nr. 70). Weiters

wurde ein fehlendes Verständnis für die Unterscheidung von Äquivalenzumformung und Implikation kritisiert (Nr. 5). Die Studienanfänger*innen haben auch Schwierigkeiten mit der Sprache der Mathematik (Nr. 47). Lehrende äußerten sich zudem überrascht über die fehlenden *operativen Fertigkeiten* der Studienanfänger*innen (Nr. 56). Eine interviewte Person stellte darüber hinaus klar, dass es „*kaum Fertigkeiten [gab] die meine Erwartungen erfüllt haben*“ (Nr. 39). Die Erwartungen wurden auch beim Umgang mit komplexeren Aufgaben nicht erfüllt (Nr. 134). Der axiomatische Aufbau der Mathematik und die Akzeptanz dieser scheint eine Herausforderung für die Studienanfänger*innen zu sein (Nr. 49). Das für den axiomatischen Aufbau der Mathematik wichtige Verstehen von Begriffen wird ebenfalls als unzureichend erfüllte Erwartung genannt (Nr. 90).

6.1.2 Studienanfänger*innen können zu wenig/weniger

Der Kategorie „Studienanfänger*innen können zu wenig“ wurden 31 Paraphrasen zugeordnet. Neben Beschwerden über fehlende Lernvoraussetzungen ist diese Kategorie stark davon geprägt, dass heutige Studienanfänger*innen weniger Kompetenzen mitbringen. Die Unterscheidung zwischen dieser Kategorie und den nicht erfüllten Erwartungen resultiert daraus, dass es sich bei diesen Aussagen nicht um Erwartungen handelt. Aussagen dieser Kategorie thematisieren die Kompetenzen der Studienanfänger*innen im Allgemeinen und stellen keine konkrete Erwartung der Universitätslehrenden dar. Als Beispiel dient die Paraphrase Nr. 111: „*Diese Fähigkeit ist auch zu einem guten Teil verloren gegangen.*“

Grundsätzlich ist die Wiederholung von schulischen Lehrinhalten im Studium notwendig, auch wenn diese im Lehrplan stehen (Nr. 7). Die Studienanfänger*innen würden laut den Lehrenden nicht genügend über mathematische Inhalte, wie Formeln, nachdenken (Nr. 77). Es zeigt sich generell ein Konsens darüber, dass die Leistungen und das Vorwissen der Studienanfänger*innen absolut betrachtet zurückgehen (Nr. 6, 8, 14, 36, 63, 64, 80, 97, 99, 109, 110, 111, 112, 120, 128, 129, 131, 132). Untermuert wird diese Vermutung zum Beispiel durch die Aussage, dass „*die Durchschnittspunkteanzahl über die Jahre hinweg gefallen ist*“ (Nr. 133). Die heutigen Studienanfänger*innen hätten zudem bei den *operativen Fertigkeiten* Schwierigkeiten (Nr. 65). Weiters erhielten die Interviewten den Eindruck, dass die Bereitschaft, Dinge zu hinterfragen, abgenommen hat (Nr. 137).

Zuletzt kritisieren einige Lehrende, dass die Schule den Lehrstoff teilweise falsch oder unzureichend vermitteln würde (Nr. 26). Eine interviewte Person äußerte daher den Wunsch, dass sie*er gerne die*der Erste beim Erklären von gewissen Themen wäre (Nr. 25).

6.1.3 Zuordnung vor 20 Jahren

Diese Kategorie zeigt ein anderes Bild der heutigen Schulausbildung als die zuvor besprochene Kategorie. Im Anschluss an das Card-Sorting wurden die Universitätslehrenden gefragt, wie ihre Zuordnung vor 20 Jahren ausgesehen hätte. Einige Paraphrasen verdeutlichen, dass „*die Zuordnung [...] nicht sehr anders ausgesehen hätte*“ (Nr. 62). Weiters wird hervorgehoben, dass die Schule den Schüler*innen auch heutzutage einige Kompetenzen im Fach Mathematik vermittelt und dies auf einem guten Niveau gemacht wird (Nr. 81).

6.1.4 Eigene Schulerfahrung

Obwohl die Universitätslehrenden nicht nach ihrer eigenen Schullaufbahn und ihrem eigenen schulischen Mathematikunterricht gefragt wurden, thematisierten 15 Aussagen der Universitätslehrenden ihren eigenen Schulunterricht. Die eigene schulische Ausbildung wird als Begründung genommen, wieso eine *operative Fertigkeit* in der Schule zu verorten ist: „*Sagen wir so, ich habe es noch in der Schule gelernt und geübt*“ (Nr. 119). Auch die Paraphrase 37 zeigt den Einfluss des eigenen schulischen Mathematikunterrichts: „*Das ist glaube ich schon [ein] bisschen, weil ich das aus meiner Schulzeit auch noch kenne, oder aus meinem Physikunterricht*“.

6.2 Ergebnisse des Card-Sorting

Der Card-Sorting-Teil der Interviews wird, wie in der Methode beschrieben, zunächst mit einer Heatmap veranschaulicht und im Anschluss mit der SLA-Methode mit einem $p = 80\%$ ausgewertet. Die gestellte Frage für den Card-Sorting-Teil war:

Wo soll die Fertigkeit, solche oder ähnliche Aufgaben mit Papier und Stift zu lösen, verlässlich gelehrt und geübt werden?

Die prototypischen Aufgaben wurden dann von den Universitätslehrenden einer der folgenden drei Kategorien zugeordnet:

- i) eindeutig an der Schule

- ii) eindeutig hier an der Universität
- iii) das Lehren und Üben dieser Fertigkeit ist nicht notwendig zugeordnet.

Falls für die Universitätslehrenden keine Kategorie passend erschien, konnten sie auch unentschlossen bleiben.

Bei der folgenden Heatmap stehen die Spalten S, U, n und ~ für die einzelnen Zuordnungskategorien. „S“ steht dabei für die Kategorie „eindeutig an der Schule“. „U“ steht für die Kategorie „eindeutig hier an der Universität“. „n“ ist die Notation der Kategorie „das Lehren und Üben dieser Fertigkeit ist nicht notwendig“. Tilde „~“ steht für die Option, unentschlossen zu bleiben.

Die Zahlen in den zugehörigen Zellen steht für die Anzahl der Universitätslehrenden, welche die prototypische Aufgabe in die entsprechen Kategorie geordnet haben. Die Aufgabe 1 haben somit sechs Universitätslehrende der Kategorie „eindeutig an der Schule“ und zwei Universitätslehrenden der Kategorie „eindeutig hier an der Universität“ zugeordnet.

Die dunkelrote farbliche Markierung bedeutet, dass acht Universitätslehrende die prototypische Aufgabe in die entsprechende Kategorie geordnet haben. Die dunkelblaue farbliche Markierung bedeutet hingegen, dass keine*r der Universitätslehrenden die prototypische Aufgabe in die entsprechende Kategorie geordnet hat.

Tabelle 3: Heatmap der operativen Fertigkeiten

Nr.	Bereich	Fertigkeit	S	U	n	~
1	Mengen und Aussagen	Mengen von Zahlen im aufzählenden und beschreibenden Verfahren darstellen	6	2	0	0
2	Mengen und Aussagen	Mengenoperationen bei endlichen Mengen von Zahlen anwenden	7	1	0	0
3	Mengen und Aussagen	Produktmengen zweier endlicher Mengen bilden	3	5	0	0
4	Mengen und Aussagen	Potenzmengen endlicher Mengen bilden	5	3	0	0
5	Mengen und Aussagen	Aussagen mittels Wahrheitstafeln untersuchen	2	6	0	0
6	Teilbarkeitsfragen	Natürliche Zahlen kleiner 500 in Primfaktoren zerlegen	8	0	0	0
7	Teilbarkeitsfragen	Teilbarkeitsregeln anwenden (Teilbarkeit durch 9)	8	0	0	0
8	Teilbarkeitsfragen	Teilbarkeitsregeln anwenden (Teilbarkeit durch 6)	8	0	0	0
9	Teilbarkeitsfragen	Den größten gemeinsamen Teiler ermitteln	8	0	0	0
10	Teilbarkeitsfragen	Den größten gemeinsamen Teiler mittels euklidischen Algorithmus ermitteln	5	2	0	1
11	Teilbarkeitsfragen	Mit Restklassen rechnen	5	3	0	0
12	Quadratische Gleichungen	Satz von Vieta anwenden	6	1	1	0
13	Quadratische Gleichungen	Quadratische Gleichungen mithilfe der Lösungsformeln lösen	8	0	0	0
14	Quadratische Gleichungen	Lösen von Spezialfällen quadratischer Gleichungen ohne Verwendung der Lösungsformeln und des Satzes von Vieta	8	0	0	0
15	Quadratische Gleichungen	Koeffizienten für bestimmte Lösungsfälle quadratischer Gleichungen ermitteln	7	1	0	0
16	Quadratische Gleichungen	Biquadratische Gleichungen durch Substitution lösen	8	0	0	0

17	Trigonometrische Gleichungen	$\cos(x)$ und $\sin(x)$ ineinander überführen	5	3	0	0
18	Trigonometrische Gleichungen	Additionstheoreme anwenden	5	3	0	0
19	Trigonometrische Gleichungen	Verdopplungsformel anwenden	4	3	0	1
20	Vektoren und Matrizen	Vektoren in \mathbb{R}^2 und \mathbb{R}^3 addieren, subtrahieren und skalieren	7	1	0	0
21	Vektoren und Matrizen	Das Skalarprodukt von zwei Vektoren ermitteln	5	3	0	0
22	Vektoren und Matrizen	Das Kreuzprodukt von zwei Vektoren ermitteln	3	4	1	0
23	Vektoren und Matrizen	Einen Vektor als Linearkombination zweier anderer Vektoren darstellen	7	1	0	0
24	Vektoren und Matrizen	Matrizen addieren	2	6	0	0
25	Vektoren und Matrizen	2×2 Matrizen multiplizieren	2	6	0	0
26	Vektoren und Matrizen	Die Determinante einer 2×2 Matrix ermitteln	2	6	0	0
27	Vektoren und Matrizen	Die Determinante einer 3×3 Matrix ermitteln	1	7	0	0
28	Potenzen und Wurzeln	Potenzrechenregeln anwenden	6	1	1	0
29	Potenzen und Wurzeln	Die Wurzel von natürlichen Zahlen ziehen	7	1	0	0
30	Potenzen und Wurzeln	Wurzelrechenregeln anwenden oder Wurzeln in rationale Hochzahlen umwandeln und Potenzrechenregeln anwenden	4	2	1	1
31	Potenzen und Wurzeln	Gleichungen durch Wurzelziehen lösen	7	1	0	0
32	Potenzen und Wurzeln	Wurzelgleichungen durch Isolierung der Wurzel und anschließendes Quadrieren lösen	6	2	0	0
33	Potenzen und Wurzeln	Wurzelgleichungen durch Quadrieren lösen	5	2	0	1
34	Logarithmen	Ermittlung eines ganzzahligen Numerus aus Basis und Logarithmus	7	1	0	0
35	Logarithmen	Ermittlung eines ganzzahligen Logarithmus aus Basis und Numerus	6	1	0	1

36	Logarithmen	Logarithmusrechenregeln anwenden	6	2	0	0
37	Logarithmen	Logarithmusgleichungen durch Auflösen des Logarithmus lösen	6	1	0	1
38	Logarithmen	Logarithmusgleichungen durch Substitution lösen	5	2	0	1
39	Exponentialgleichungen	Exponentialgleichungen mit einer Unbekannten in einem Exponenten lösen	7	1	0	0
40	Exponentialgleichungen	Exponentialgleichungen der Form $e^{n \cdot x + a} = e^{m \cdot x + b}$ mit $m, n \in \mathbb{N}$ und $a, b \in \mathbb{Z}$ lösen	7	1	0	0
41	Folgen und Reihen	Grenzwerte von arithmetischen Folgen ermitteln	6	2	0	0
42	Folgen und Reihen	Grenzwerte von Folgen, die einen Bruchterm als Bildungsvorschrift besitzen, ermitteln	5	3	0	0
43	Folgen und Reihen	Grenzwerte geometrischer Folgen ermitteln	6	2	0	0
44	Folgen und Reihen	Rekursive und explizite Bildungsvorschriften ineinander überführen	3	3	0	2
45	Folgen und Reihen	Summen endlicher arithmetischer Reihen ermitteln	5	2	0	1
46	Folgen und Reihen	Summen endlicher geometrischer Reihen ermitteln	6	2	0	0
47	Folgen und Reihen	Summen unendlicher, geometrischer Reihen ermitteln	4	4	0	0
48	Folgen und Reihen	Folglied einer rekursiv definierten Folge ermitteln	6	2	0	0
49	Ungleichungen	Lineare Ungleichungen lösen	8	0	0	0
50	Ungleichungen	Lineare Ungleichungen mit Beträgen lösen	7	0	0	1
51	Ungleichungen	Ungleichungen mit Bruchtermen lösen	8	0	0	0
52	Ungleichungen	Quadratische Ungleichungen lösen	7	0	0	1

53	Lineare Gleichungssysteme	Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen ohne Parameter lösen	8	0	0	0
54	Lineare Gleichungssysteme	Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen mit Parameter lösen	5	3	0	0
55	Lineare Gleichungssysteme	Lineare Gleichungssysteme mit drei Variablen und drei Gleichungen lösen	5	3	0	0
56	Lineare Gleichungssysteme	Lineare Gleichungssysteme mit drei Variablen und zwei Gleichungen lösen	6	2	0	0
57	Lineare Gleichungssysteme	Lineare Gleichungssysteme mit vier Variablen und vier Gleichungen lösen	1	5	1	1
58	Differenzieren	Ableitungen mittels Summen-, Differenz-, Faktorregel ermitteln	7	1	0	0
59	Differenzieren	Ableitungen von Winkelfunktionen, Exponentialfunktionen und Logarithmusfunktionen ermitteln	7	1	0	0
60	Differenzieren	Ableitungen mittels Produktregel ermitteln	6	1	0	1
61	Differenzieren	Ableitungen mittels Quotientenregel ermitteln	7	1	0	0
62	Differenzieren	Ableitungen mittels Kettenregel ermitteln	6	2	0	0
63	Differenzieren	Ableitungen mittels mehreren Ableitungsregeln ermitteln	6	1	0	1
64	Komplexe Zahlen	Addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren komplexer Zahlen	5	3	0	0
65	Komplexe Zahlen	Ermittlung der komplex konjugierten Zahl	5	3	0	0
66	Komplexe Zahlen	Wurzelziehen einer negativen Quadratzahl	5	3	0	0
67	Komplexe Zahlen	Quadratische Gleichungen, welche komplexe Lösungen besitzen, lösen	5	3	0	0
68	Komplexe Zahlen	Polardarstellung einer komplexen Zahl ermitteln	4	4	0	0
69	Integrieren	Eine Stammfunktion ermitteln	6	2	0	0

70	Integrieren	Anwendung des ersten Hauptsatzes der Integralrechnung	6	2	0	0
71	Integrieren	Anwendung des zweiten Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung	2	6	0	0
72	Integrieren	Eine Stammfunktion mittels Substitutionsregel ermitteln	5	3	0	0
73	Integrieren	Eine Stammfunktion mittels partieller Integration ermitteln	4	3	0	1
74	Integrieren	Eine Stammfunktion durch die mehrmalige Anwendung von Integrationsregeln ermitteln	5	3	0	0
75	Differentialgleichungen	Differentialgleichungen linearer Modelle mit einer gegebenen Anfangsbedingung lösen	2	5	0	1
76	Differentialgleichungen	Ermittlung von $f(x)$ durch dessen Ableitung und dessen Anfangsbedingung	2	5	0	1
77	Differentialgleichungen	Differentialgleichungen exponentieller Modelle mit einer gegebenen Anfangsbedingung lösen	2	5	0	1
78	Differentialgleichungen	Differentialgleichungen logistischer Modelle mit einer gegebenen Anfangsbedingung lösen	0	6	0	2
79	Differentialgleichungen	Differentialgleichungen harmonischer Schwingungen mit einer gegebenen Anfangsbedingung lösen	1	5	0	2
80	Nichtlineare Gleichungssysteme	Nichtlineare Gleichungssysteme mit einer linearen und einer nichtlinearen Gleichung mit zwei Variablen lösen	7	1	0	0
81	Nichtlineare Gleichungssysteme	Nichtlineare Gleichungssysteme mit zwei nichtlinearen Gleichungen mit zwei Variablen lösen	4	4	0	0
82	Weitere Gleichungen und Termumformungen	Lineare Gleichungen lösen	8	0	0	0

83	Weitere Gleichungen und Termumformungen	Gleichungen durch Herausheben lösen	8	0	0	0
84	Weitere Gleichungen und Termumformungen	Bruchgleichungen lösen	5	2	0	1
85	Weitere Gleichungen und Termumformungen	Terme in Linearfaktoren zerlegen	5	2	0	1
86	Weitere Gleichungen und Termumformungen	Terme multiplizieren und zusammenfassen	7	1	0	0
87	Weitere Gleichungen und Termumformungen	Partialbruchzerlegung durchführen	6	1	0	1
88	Weitere Gleichungen und Termumformungen	Polynomdivisionen durchführen	6	2	0	0
89	Weitere Gleichungen und Termumformungen	Den Wert eines Binomialkoeffizienten ermitteln	7	1	0	0

Mithilfe der SLA-Methode und einem $p = 80\%$ wurden nun die einzelnen *operativen Fertigkeiten* Kategorien zugeordnet. Für eine eindeutige Zuordnung in eine Kategorie müssen daher mindestens sieben Universitätslehrende der gleichen Meinung sein.

6.2.1 Kategorie „eindeutig an der Schule“

In die Kategorie „eindeutig an der Schule“ können 29 *operative Fertigkeiten* geordnet werden. Die zugehörigen prototypischen Aufgaben wurde von mindestens sieben Universitätslehrenden „eindeutig in die Schule“ verwiesen. Es handelt sich um folgende *operative Fertigkeiten*:

Tabelle 4: Operative Fertigkeiten der Kategorie „eindeutig an der Schule“

Nr.	Bereich	Fertigkeit	p-Wert
2	Mengen und Aussagen	Mengenoperationen bei endlichen Mengen von Zahlen anwenden	87,5%
6	Teilbarkeitsfragen	Natürliche Zahlen kleiner 500 in Primfaktoren zerlegen	100%
7	Teilbarkeitsfragen	Teilbarkeitsregeln anwenden (Teilbarkeit durch 9)	100%
8	Teilbarkeitsfragen	Teilbarkeitsregeln anwenden (Teilbarkeit durch 6)	100%
9	Teilbarkeitsfragen	Den größten gemeinsamen Teiler ermitteln	100%
13	Quadratische Gleichungen	Quadratische Gleichungen mithilfe der Lösungsformeln lösen	100%
14	Quadratische Gleichungen	Lösen von Spezialfällen quadratischer Gleichungen ohne Verwendung der Lösungsformeln und des Satzes von Vieta	100%
15	Quadratische Gleichungen	Koeffizienten für bestimmte Lösungsfälle quadratischer Gleichungen ermitteln	87,5%
16	Quadratische Gleichungen	Biquadratische Gleichungen durch Substitution lösen	100%
20	Vektoren und Matrizen	Vektoren in \mathbb{R}^2 und \mathbb{R}^3 addieren, subtrahieren und skalieren	87,5%
23	Vektoren und Matrizen	Einen Vektor als Linearkombination zweier anderer Vektoren darstellen	87,5%
29	Potenzen und Wurzeln	Die Wurzel von natürlichen Zahlen ziehen	87,5%
31	Potenzen und Wurzeln	Gleichungen durch Wurzelziehen lösen	87,5%
34	Logarithmen	Ermittlung eines ganzzahligen Numerus aus Basis und Logarithmus	87,5%
39	Exponentialgleichungen	Exponentialgleichungen mit einer Unbekannten in einem Exponenten lösen	87,5%

40	Exponentialgleichungen	Exponentialgleichungen der Form $e^{n \cdot x + a} = e^{m \cdot x + b}$ mit $m, n \in \mathbb{N}$ und $a, b \in \mathbb{Z}$ lösen	87,5%
49	Ungleichungen	Lineare Ungleichungen lösen	100%
50	Ungleichungen	Lineare Ungleichungen mit Beträgen lösen	87,5%
51	Ungleichungen	Ungleichungen mit Bruchtermen lösen	100%
52	Ungleichungen	Quadratische Ungleichungen lösen	87,5%
53	Lineare Gleichungssysteme	Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen ohne Parameter lösen	100%
58	Differenzieren	Ableitungen mittels Summen-, Differenz-, Faktorregel ermitteln	87,5%
59	Differenzieren	Ableitungen von Winkelfunktionen, Exponentialfunktionen und Logarithmusfunktionen ermitteln	87,5%
61	Differenzieren	Ableitungen mittels Quotientenregel ermitteln	87,5%
80	Nichtlineare Gleichungssysteme	Nichtlineare Gleichungssysteme mit einer linearen und einer nichtlinearen Gleichung mit zwei Variablen lösen	87,5%
82	Weitere Gleichungen und Termumformungen	Lineare Gleichungen lösen	100%
83	Weitere Gleichungen und Termumformungen	Gleichungen durch Herausheben lösen	100%
86	Weitere Gleichungen und Termumformungen	Terme multiplizieren und zusammenfassen	87,5%
89	Weitere Gleichungen und Termumformungen	Den Wert eines Binomialkoeffizienten ermitteln	87,5%

Vier Themenbereiche von *operativen Fertigkeiten* stechen besonders hervor. Beim Themenbereich „Teilbarkeitsfragen“ wurden 4/6 der prototypischen Aufgaben in die Kategorie „eindeutig an der Schule“ geordnet. Beim Bereich „Quadratische Gleichungen“ verorten die Universitätslehrenden 5/6 der *operativen Fertigkeiten* in der Schule. Die prototypischen Aufgaben der Themenbereiche „Exponentialgleichungen“ und „Ungleichungen“ wurde alle vollständig der Kategorie „eindeutig an der Schule“ zugeordnet.

6.2.2 Kategorie „eindeutig hier an der Universität“

Nach der SLA-Methode und einem $p = 80\%$ kann nur eine *operative Fertigkeit* der Kategorie „eindeutig hier an der Universität“ zugeordnet werden:

Tabelle 5: Operative Fertigkeit der Kategorie „eindeutig hier an der Universität“

Nr.	Bereich	Fertigkeit	p -Wert
27	Vektoren und Matrizen	Die Determinante einer 3×3 Matrix ermitteln	87,5%

6.2.3 Kategorie „das Lehren und Üben dieser Fertigkeit ist nicht notwendig“

In die dritte Kategorie wurde insgesamt nur fünf Mal eine prototypische Aufgabe einsortiert. Jedes dieser fünf Male betraf allerdings eine andere prototypische Aufgabe. Folgende fünf *operative Fertigkeiten* wurden somit je ein einziges Mal in die Kategorie „das Lehren und Üben dieser Fertigkeit ist nicht notwendig“ eingeordnet:

1. Satz von Vieta anwenden (Nr. 12)
2. Das Kreuzprodukt von zwei Vektoren ermitteln (Nr. 22)
3. Potenzrechenregeln anwenden (Nr. 28)
4. Wurzelrechenregeln anwenden oder Wurzeln in rationale Hochzahlen umwandeln und Potenzrechenregeln anwenden (Nr. 30)
5. Lineare Gleichungssysteme mit vier Variablen und vier Gleichungen lösen (Nr. 57)

Da jede dieser *operativen Fertigkeiten* nur ein einziges Mal in diese Kategorie verwiesen wurden, lässt sich keine Zuordnung dieser Fertigkeiten in diese Kategorie nach der SLA-Methode treffen.

6.2.4 Besonders polarisierende Fertigkeiten

Es gibt 34 *operative Fertigkeiten*, bei denen die Meinung der Universitätslehrenden **besonders** polarisierend ist. Alle **besonders** polarisierenden Fertigkeiten müssen p -Werte in jeder Kategorie von $p < 70\%$ aufweisen. Dies wäre möglich, wenn drei, vier oder fünf Universitätslehrenden die Vermittlung der operativen Fertigkeit an die Schule verwiesen haben, während drei, vier oder fünf Universitätslehrenden der Meinung sind, dass diese *operativen Fertigkeiten* an der Universität zu verorten ist. Der p_S -Wert steht für den p -Wert der Kategorie „eindeutig an der Schule“, während der p_U -Wert für den p -Wert der Kategorie „eindeutig hier an der Universität“ steht. Folgende *operative Fertigkeiten* weisen **besonders** polarisierende Meinungen auf:

Tabelle 6: Besonders polarisierende operative Fertigkeiten

Nr.	Bereich	Fertigkeit	p_S -Wert	p_U -Wert
3	Mengen und Aussagen	Produktmengen zweier endlicher Mengen bilden	37,5%	62,5%
4	Mengen und Aussagen	Potenzmengen endlicher Mengen bilden	62,5%	37,5%
10	Teilbarkeitsfragen	Den größten gemeinsamen Teiler mittels euklidischen Algorithmus ermitteln	62,5%	25%
11	Teilbarkeitsfragen	Mit Restklassen rechnen	62,5%	37,5%
17	Trigonometrische Gleichungen	$\cos(x)$ und $\sin(x)$ ineinander überführen	62,5%	37,5%
18	Trigonometrische Gleichungen	Additionstheoreme anwenden	62,5%	37,5%
19	Trigonometrische Gleichungen	Verdopplungsformel anwenden	50%	37,5%
21	Vektoren und Matrizen	Das Skalarprodukt von zwei Vektoren ermitteln	62,5%	37,5%
22	Vektoren und Matrizen	Das Kreuzprodukt von zwei Vektoren ermitteln	37,5%	50%
30	Potenzen und Wurzeln	Wurzelrechenregeln anwenden oder Wurzeln in rationale Hochzahlen umwandeln und Potenzrechenregeln anwenden	50%	25%
33	Potenzen und Wurzeln	Wurzelgleichungen durch Quadrieren lösen	62,5%	25%
38	Logarithmen	Logarithmusgleichungen durch Substitution lösen	62,5%	25%
42	Folgen und Reihen	Grenzwerte von Folgen, die einen Bruchterm als Bildungsvorschrift besitzen, ermitteln	62,5%	37,5%
44	Folgen und Reihen	Rekursive und explizite Bildungsvorschriften ineinander überführen	37,5%	37,5%
45	Folgen und Reihen	Summen endlicher arithmetischer Reihen ermitteln	62,5%	25%
47	Folgen und Reihen	Summen unendlicher, geometrischer Reihen ermitteln	50%	50%
54	Lineare Gleichungssysteme	Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen mit Parameter lösen	62,5%	37,5%
55	Lineare Gleichungssysteme	Lineare Gleichungssysteme mit drei Variablen und drei Gleichungen lösen	62,5%	37,5%
57	Lineare Gleichungssysteme	Lineare Gleichungssysteme mit vier Variablen und vier Gleichungen lösen	12,5%	62,5%

64	Komplexe Zahlen	Addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren komplexer Zahlen	62,5%	37,5%
65	Komplexe Zahlen	Ermittlung der komplex konjugierten Zahl	62,5%	37,5%
66	Komplexe Zahlen	Wurzelziehen einer negativen Quadratzahl	62,5%	37,5%
67	Komplexe Zahlen	Quadratische Gleichungen, welche komplexe Lösungen besitzen, lösen	62,5%	37,5%
68	Komplexe Zahlen	Polardarstellung einer komplexen Zahl ermitteln	50%	50%
72	Integrieren	Eine Stammfunktion mittels Substitutionsregel ermitteln	62,5%	37,5%
73	Integrieren	Eine Stammfunktion mittels partieller Integration ermitteln	50%	37,5%
74	Integrieren	Eine Stammfunktion durch die mehrmalige Anwendung von Integrationsregeln ermitteln	62,5%	37,5%
75	Differentialgleichungen	Differentialgleichungen linearer Modelle mit einer gegebenen Anfangsbedingung lösen	25%	62,5%
76	Differentialgleichungen	Ermittlung von $f(x)$ durch dessen Ableitung und dessen Anfangsbedingung	25%	62,5%
77	Differentialgleichungen	Differentialgleichungen exponentieller Modelle mit einer gegebenen Anfangsbedingung lösen	25%	62,5%
79	Differentialgleichungen	Differentialgleichungen harmonischer Schwingungen mit einer gegebenen Anfangsbedingung lösen	12,5%	62,5%
81	Nichtlineare Gleichungssysteme	Nichtlineare Gleichungssysteme mit zwei nichtlinearen Gleichungen mit zwei Variablen lösen	50%	50%
84	Weitere Gleichungen und Termumformungen	Bruchgleichungen lösen	62,5%	25%
85	Weitere Gleichungen und Termumformungen	Terme in Linearfaktoren zerlegen	62,5%	25%

7 Diskussion

Die vorliegende Arbeit untersuchte die Erwartungshaltung der Universitätslehrenden an die Studienanfänger*innen des BSc Mathematik und fokussierte dabei auf den Bereich der *operativen Fertigkeiten*.

Dabei wurden 89 *operative Fertigkeiten* aus der Sekundarstufe II und den Einführungsvorlesungen des BSc Mathematik identifiziert. Bei 29 *operativen Fertigkeiten* sind sich die interviewten Universitätslehrenden einig, dass diese von den Studienanfänger*innen mitgebracht werden müssen; eine identifizierte *operative Fertigkeit* wird erst an der Universität gelehrt. Kein Konsens konnte hingegen bei 59 *operativen Fertigkeiten* gefunden werden, wobei 34 als **besonders** polarisierend eingestuft wurden.

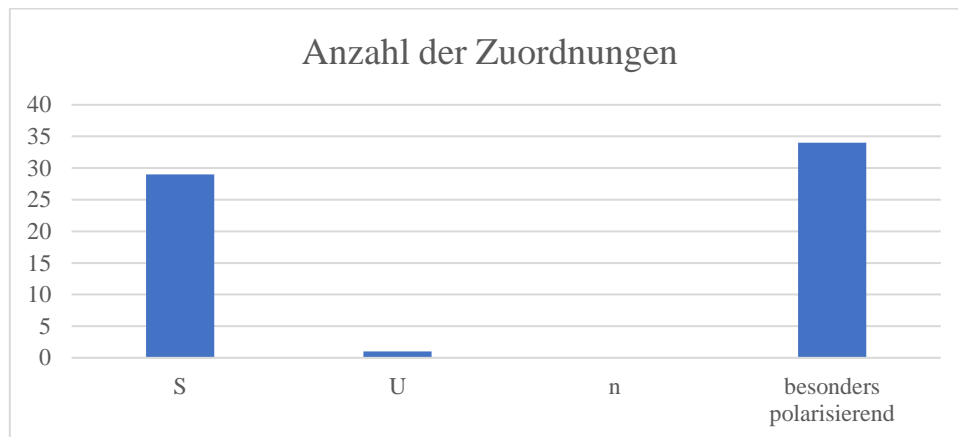


Abbildung 3: Anzahl der zugeordneten operativen Fertigkeiten nach Kategorien

Des Weiteren sind sechs Universitätslehrende der Meinung, dass vor 20 Jahren mehr *operative Fertigkeiten* in der Schule vermittelt wurden als heutzutage. Niemand unter den interviewten Universitätslehrenden vertritt hingegen die Meinung, dass heutzutage mehr *operative Fertigkeiten* in der Schule vermittelt werden als früher. Die Ergebnisse zeigen außerdem, dass es eine große Anzahl an allgemeinen Erwartungen der Universitätslehrenden an die Studienanfänger*innen gibt. Von diesen werden einige erfüllt, anderen hingegen werden die Studienanfänger*innen aus Sicht der Universitätslehrenden nicht gerecht.

7.1 Interpretation der erkannten Muster

Durch die Aussagen der Kategorie „Erwartungen“ zeigt sich, dass es allgemeine, erfüllte und unerfüllte Erwartungen der Universitätslehrenden an die Studienanfänger*innen im Fach Mathematik gibt. Den Universitätslehrenden ist auch bewusst, dass das Vorwissen der Studienanfänger*innen heterogen ist. Sie erwarten allerdings grundlegende, elementare Kompetenzen aus der Sekundarstufe I, wie auch Neumann et al. (2017) schon in ihrer Studie zeigten. Laut Neumann et al. (2017) ist das Interesse an Mathematik eine wichtige

Lernvoraussetzung (Neumann et al., 2017, S. 31). Drei interviewte Personen erwähnen explizit, dass die Studienanfänger*innen Interesse mitbringen (Nr. 29, 73, 115).

Roth et al. (2015, S. VII) weisen darauf hin, dass die Fachsprache und die fachliche Eigenheit von Mathematik eine besondere Herausforderung für die Studienanfänger*innen im Fach Mathematik darstellen. Auch die im Rahmen dieser Forschung durchgeführten Interviews zeigen, dass die Studienanfänger*innen im Bereich der Fachsprache und den Eigenheiten des Mathematikstudium, axiomatischer Aufbau (Nr. 49), Beweise (Nr. 40) und komplexe Aufgaben (Nr. 134), Schwierigkeiten haben und den Erwartungen der Universitätslehrenden nicht gerecht werden.

Aussagen wie Nr. 39 („*Es gab kaum Fertigkeiten, die meine Erwartungen erfüllt haben. Es war eigentlich schon eine große Enttäuschung*“) und Nr. 56 („*Also Fertigkeiten, wo ich überrascht war, dass sie vielleicht nicht so vorhanden waren wie erhofft, haben großteils das reine Rechnen mit Termen betroffen.*“) unterstützen den Eindruck von Matyas und Drmota (2018), dass die *operativen Fertigkeiten* der Studienanfänger*innen in den letzten Jahren abgenommen haben.

Eine interviewte Person ist der Meinung, dass die Schüler*innen heutzutage in Mathematik gut ausgebildet werden (Nr. 81). Weiters gibt es keine homogene Meinung hinsichtlich der Änderung der Zuordnung im Vergleich mit jener, die sie vor 20 Jahren getroffen hätten. Einige Lehrende hätten damals noch mehr *operative Fertigkeiten* in der Schule verortet, während bei anderen die Zuordnung gleich geblieben wäre. Die Meinung, dass heutzutage mehr *operative Fertigkeiten* in der Schule vermittelt werden, unterstützte aber keine interviewte Person.

Das letzte erkannte Muster „eigene Schulerfahrung“ zeigt, wie stark die Meinungen der Universitätslehrenden von ihren eigenen Schulerfahrungen geprägt sind. Dies wird deutlich durch Aussagen wie: „*Das Lustige ist, Sie zeigen mir lauter Beispiele, die ich in der Schule machen musste*“ (Nr. 121).

7.2 Interpretation der Zuordnungen

Beim Card-Sorting stellte sich heraus, dass es Themen mit *operativen Fertigkeiten* gibt, welche eher in der Schule zu verorten sind, während bei anderen kein Konsens gefunden werden konnte. Eine homogene Meinung weisen die Universitätslehrenden nicht bei allen *operativen*

Fertigkeiten auf. Schließlich gibt es 34 *operative Fertigkeiten*, bei denen die Meinungen **besonders** polarisierend sind. Dies zeigt, dass es auch von den Universitätslehrenden abhängt, ob die mitgebrachten *operativen Fertigkeiten* der Studienanfänger*innen als ausreichend wahrgenommen werden oder nicht.

Die *operativen Fertigkeiten* des Bereichs „Mengen und Aussagen“ zeigen, wie unterschiedlich die Erwartungen sein können. Während fünf Universitätslehrende die *operative Fertigkeit* „Potenzmengen endlicher Mengen bilden“ in der Schule verorten, ordnen nur drei diese Fertigkeit der Kategorie „eindeutig hier an der Universität“ zu. Dem gegenüber steht die Tatsache, dass Potenzmengen in den Schulbüchern von Malle et al. (2016, 2017, 2018, 2019) nicht behandelt werden und im AHS-Lehrplan nicht enthalten sind (BMBWF, n.d.c). Fünf Universitätslehrende erwarten somit eine *operative Fertigkeit*, die Schüler*innen in ihrer Schullaufbahn wahrscheinlich nicht vermittelt bekommen haben. Hierfür gibt es weitere Beispiele, wie die „Ermittlung einer Stammfunktion durch die mehrmalige Anwendung von Integrationsregeln“. Diese *operative Fertigkeit* wird ebenfalls von fünf Universitätslehrenden in der Schule verortet, obwohl eine Aufgabe dieses Komplexitätsgrades kaum in den Schulbüchern von Malle et al. (2016, 2017, 2018, 2019) enthalten ist. Es wurden jedoch nur *operative Fertigkeiten* mittels SLA-Methode in die Kategorie „eindeutig an der Schule“ zugeordnet, welche auch in den Schulbücher Malle et al. (2016, 2017, 2018, 2019) enthalten sind und gemäß AHS-Lehrplan (BMBWF, n.d.c) vermittelt werden sollen.

Da die Universitätslehrenden unterschiedliche Erwartungen hinsichtlich der *operativen Fertigkeiten* haben, werden die Studienanfänger*innen des BSc Mathematik nicht immer mit denselben Anforderungen konfrontiert. Ob die mitgebrachten *operativen Fertigkeiten* ausreichend sind, hängt demnach stark von den Universitätslehrenden ab. Schließlich erwartet auch ein*e Lehrende*r, dass die Studienanfänger*innen Determinanten einer 3×3 Matrix ermitteln können, obwohl die übrigen sieben Interviewten diese *operative Fertigkeit* in der Universität verorten. Es wäre demnach für die Studienanfänger*innen von Vorteil, wenn es einen Katalog von erwarteten *operativen Fertigkeiten* für ein Mathematikstudium gäbe. Die Studienanfänger*innen könnten sich dadurch zielgerichteter auf das Mathematik-Studium vorbereiten.

7.3 Verknüpfung der Muster und Zuordnungen

Wie in Kapitel 7.2 diskutiert, gibt es *operative Fertigkeiten*, die von den Universitätslehrenden in die Kategorie „eindeutig an der Schule“ zugeordnet wurden, welche jedoch in den untersuchten Schulbüchern und im AHS-Lehrplan nicht enthalten sind. Dies kann mit dem Einfluss der eigenen Schulerfahrung zusammenhängen. Mehrere Universitätslehrende stellten beim Interview einen Bezug zu ihrer eigenen Schullaufbahn her. Sechs Universitätslehrende sind außerdem der Meinung, dass damals mehr *operative Fertigkeiten* in der Schule zu verorten waren. Eventuell hängt somit die Erwartungshaltung der Universitätslehrenden mit der Erfahrung ihres eigenen Mathematikunterrichts zusammen. Diese Hypothese wird auch von der Paraphrase Nr. 15 gestützt: „*Die hätte ich wahrscheinlich vor 20 Jahren auch an die Uni verwiesen, weil ich selber an der Schule sowas nie gesehen habe.*“

In den letzten 20 Jahren hat sich jedoch einiges in der Schulausbildung verändert, wie zum Beispiel die standardisierte Reife- und Diplomprüfung (BMBWF, n.d.b). Die Studienanfänger*innen kommen daher mit anderen Voraussetzungen an die Universitäten als vor 20 Jahren. Dies könnte zu einer großen Diskrepanz zwischen den Erwartungen der Universitätslehrenden und den tatsächlichen Voraussetzungen, die die Studienanfänger*innen mitbekommen haben, führen. Dies unterstreicht die Relevanz von Untersuchungen der Erwartungshaltung von Universitätslehrenden. Die vorliegende Arbeit stellt einen Beitrag für die Universität Wien am Beispiel des BSc Mathematik zu diesem Thema dar.

7.4 Limitation der Forschungsarbeit

Die vorliegende Forschungsarbeit weist einige Limitationen auf. Bei der Forschungsarbeit handelt es sich um einen ersten Versuch, relevante *operative Fertigkeiten* zu identifizieren. Der Identifikationsprozess wurde ausführlich in der Methode beschrieben und nach objektiven Kriterien durchgeführt. Dennoch kann eine gewisse Subjektivität im Rahmen des Prozesses nicht ausgeschlossen werden. Die Auswahl der *operativen Fertigkeiten* wurde ausführlich mit einer Definition, was eine *operative Fertigkeit* ausmacht, begründet.

Weiters wurden acht Universitätslehrende zu ihren Erwartungen interviewt. Ein $n = 8$ stellt eine kleine Stichprobe dar. Außerdem liegt der Fokus auf der Universität Wien, da alle befragten Universitätslehrenden Professor*innen der Universität Wien waren. Eine Verallgemeinerung der Erwartungen auf die Gesamtheit aller Universitätslehrenden im Fach

Mathematik ist daher nicht möglich. Auch die Übertragung der Ergebnisse auf andere Standorte ist nicht ohne Einschränkungen möglich, da standortbezogene Einflussfaktoren vorhanden sein können. Dennoch handelt es sich bei den erhobenen Erwartungen der Universitätslehrenden um eine erste Annäherung an erwartete *operative Fertigkeiten* für ein Mathematikstudium. Die Ergebnisse können daher als Grundlage für weitere Forschungen dienen.

Zuletzt muss noch darauf hingewiesen werden, dass ausschließlich mit Schulbüchern der AHS Sekundarstufe II gearbeitet wurden. Die Lehrpläne und Schulbücher anderer Schultypen, z.B. BHS, wurden nicht speziell beachtet. Die Inhalte von möglichen Wahlpflichtfächern oder Wahlmodulen wurden ebenfalls nicht berücksichtigt.

7.5 Weiterführende Forschungen

Weiterführende Forschungen können sich mit der Erhebung und Identifizierung von erforderlichen *operativen Fertigkeiten* beim Übergang von der Sekundarstufe I zur Sekundarstufe II oder von der Primarstufe zur Sekundarstufe I beschäftigen. Weiters könnte der Fokus zukünftiger Forschungen auf der Erstellung eines österreichischen Mindestanforderungskatalogs für ein mathematikintensives Studium oder ein reines Mathematik-Studium wie jenen von Achtstätter et al. (2014) liegen. Ebenfalls wäre es notwendig, den Card-Sorting Teil dieser Forschung mit einer größeren Anzahl an Teilnehmer*innen durchzuführen.

Bei der Schnittstelle zwischen Schule und Universität wurde bei dieser Forschung die Universitätsseite betrachtet und analysiert. Offen bleibt allerdings auch die Frage, welche *operativen Fertigkeiten* die Lehrpersonen an den Schulen (den Schüler*innen) unter Berücksichtigung des gesamten Lehrplans vermitteln können.

8 Fazit

Die vorliegende Masterarbeit untersucht die Erwartungshaltung der Universitätslehrenden an die Studienanfänger*innen. Im Fokus der Forschung stehen dabei *operative Fertigkeiten*. Zunächst wurden durch einen dreistufigen Prozess *operative Fertigkeiten* identifiziert. Dann wurde zu jeder dieser *operativen Fertigkeiten* eine möglichst umfassende prototypische Aufgabe entworfen und durch Feedbackschleifen verfeinert. Anschließend wurden 8 Expert*innen-Interviews mit Universitätslehrenden durchgeführt. Die Fragen des ersten

Interviewteils konzentrierten sich dabei auf erfüllte bzw. unerfüllte *operative Fertigkeiten*. Im zweiten Teil der Interviews kam die Methode des Card-Sorting zum Einsatz. Dabei ordneten die Universitätslehrenden die zuvor entworfenen prototypischen Aufgaben drei Kategorien, „eindeutig an der Schule“, „eindeutig hier an der Universität“ und „das Lehren und Üben dieser Fertigkeit ist nicht notwendig“, zu. Falls eine Zuordnung für die Interviewteilnehmer*innen nicht möglich war, konnten sie auch unentschlossen bleiben.

Mithilfe einer qualitativen Inhaltsanalyse wurde der erste Teil des Interviews ausgewertet. Es konnten vier Kategorien gebildet werden, „Erwartungen“, „Studienanfänger*innen können zu wenig/weniger“, „Zuordnung vor 20 Jahren“ und „Eigene Schulerfahrung“. Es zeigte sich, dass die Studienanfänger*innen die Erwartungen der Universitätslehrenden bei Kompetenzen der Sekundarstufe I erfüllen können. Weiters bringen die Studienanfänger*innen auch ein „grundsätzliches Interesse“ mit (Nr. 29). Diesen und weiteren erfüllten Erwartungen stehen einige unerfüllte Erwartungen gegenüber. Beweisführung, Symbolik und die Sprache der Mathematik scheinen hierbei die größten Hindernisse für die Studienanfänger*innen aus Sicht der Universitätslehrenden zu sein.

Das Card-Sorting wurde durch eine Heatmap und die SLA-Methode ausgewertet. Bei der Heatmap zeigt sich, dass die Meinungen der Universitätslehrenden bei der Frage „Wo soll die Fertigkeit, solche oder ähnliche Aufgaben mit Papier und Stift zu lösen, verlässlich gelehrt und geübt werden?“ heterogen ist. Mithilfe der SLA-Methode mit $p = 80\%$ konnten in Summe 30 der 89 *operativen Fertigkeiten* einer Kategorie zugeordnet werden. Der Kategorie „eindeutig an der Schule“ wurden 29 *operative Fertigkeiten* zugeordnet. Dabei handelt es sich überwiegend um elementare *operative Fertigkeiten*, welche auch im Lehrplan und in den untersuchten Schulbüchern verankert sind. Die *operative Fertigkeit* „Die Determinante einer 3×3 Matrix ermitteln“ wurde in sieben der acht Interviews der Kategorie „eindeutig hier an der Universität“ zugeordnet. Bei den übrigen 59 *operativen Fertigkeiten* konnte kein Konsens gefunden werden. Zukünftige Studienanfänger*innen des BSc Mathematik sollten somit die 29 *operativen Fertigkeiten* der Kategorie „eindeutig an der Schule“ zur Vorbereitung auf das Mathematikstudium üben. Gleichzeitig wird durch die vorliegende Masterarbeit deutlich, dass es bei den Erwartungen an die Studienanfänger*innen von den Universitätslehrenden keinen Konsens über den Großteil der identifizierten *operativen Fertigkeiten* gibt. Für die zukünftigen Studienanfänger*innen wäre eine Klärung der Frage, ob diese 59 *operativen Fertigkeiten* im BSc Mathematik vorausgesetzt werden, hilfreich.

9 Literaturverzeichnis

- Achtstätter, F., Ahring-Nowak, A., Berendes, J., Boger, A., Bohrmann, S., ..., & Wurth, R. (2014). *Mindestanforderungskatalog Mathematik (Version 2.0) der Hochschulen Baden-Württembergs für ein Studium von WiMINT-Fächern*. cosh. Abgerufen am 21.07.2021 von <http://cosh-mathe.de/redesign/wp-content/uploads/2020/11/makV2.0neu.pdf>
- Altieri, M. (2016). *Erfolg in Mathematik Klausuren ingenieurwissenschaftlicher Studiengänge unter besonderer Berücksichtigung prozeduralen Wissens* [Technische Universität Dortmund]. Abgerufen am 26.09.2021 von <https://eldorado.tu-dortmund.de/handle/2003/35376>
- Bauer, T., & Partheil, U. (2009). Schnittstellenmodule in der Lehramtsausbildung im Fach Mathematik. *Mathematische Semesterberichte*, 56(1), 85–103.
<https://doi.org/10.1007/s00591-008-0048-0>
- Bayer-Felzmann, T., Breyer, G., Dafanek, S., Hauer-Typpelt, P., Hauser, F., Heugl, H., Kramer, S., Lechner, J., Pöllabauer, R., Preis, C., Röblreiter, G., & Salzger, B. (2012). *Mathematik an AHS - Richtlinien und Beispiele für Themenpool und Prüfungsaufgaben*. BMBF.
- Berg, E. A. (1948). A Simple Objective Technique for Measuring Flexibility in Thinking. *The Journal of General Psychology*, 39(1), 15–22.
<https://doi.org/10.1080/00221309.1948.9918159>
- Biehler, R., Bruder, R., Hochmuth, R., & Koepf, W. (2014). Einleitung. In I. Bausch, R. Biehler, R. Bruder, P. R. Fischer, R. Hochmuth, W. Koepf, S. Schreiber, & T. Wassong (Hrsg.), *Mathematische Vor- und Brückenkurse* (S. 1–6). Springer Fachmedien Wiesbaden. https://doi.org/10.1007/978-3-658-03065-0_1
- Biza, I., Souyoul, A., & Zachariades, T. (2005). *Conceptual change in advanced mathematical thinking*. Department of Mathematics, University of Athens. Abgerufen

- am 20.07.2021 von
https://www.academia.edu/29217347/CONCEPTUAL_CHANGE_IN_ADVANCED_MATHEMATICAL_THINKING
- BMBWF. (n.d.a). *Die neue Oberstufe*. Abgerufen am 02.01.2021 von
<https://www.bmbwf.gv.at/Themen/schule/zrp/nost.html>
- BMBWF. (n.d.b). *Die Zentralmatura*. Abgerufen am 15.07.2021 von
<https://www.bmbwf.gv.at/Themen/schule/schulpraxis/zentralmatura.html>
- BMBWF. (n.d.c). *Gesamte Rechtsvorschrift für Lehrpläne – allgemeinbildende höhere Schulen*. Abgerufen am 19.07.2021 von
<https://www.ris.bka.gv.at/GeltendeFassung.wxe?Abfrage=Bundesnormen&Gesetzesnummer=10008568>
- Breyer, G., Liebscher, M., Fürst, S., Heugl, H., Kraker, M., Preis, C., Svecnik, E., Liegl, I., & Plattner, G. (2014). *Praxishandbuch Mathematik AHS Oberstufe Teil 1*. BIFIE.
- Clark, M., & Lovric, M. (2008). Suggestion for a theoretical model for secondary-tertiary transition in mathematics. *Mathematics Education Research Journal*, 20(2), 25–37.
<https://doi.org/10.1007/BF03217475>
- Clark, M., & Lovric, M. (2009). Understanding secondary–tertiary transition in mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 40(6), 755–776. <https://doi.org/10.1080/00207390902912878>
- cosh. (n.d.a). *Über cosh Mathe*. Abgerufen am 22.07.2021 von <http://cosh-mathe.de/uber-uns-kontakte/>
- cosh. (n.d.b). *Was ist cosh?* Abgerufen am 21.07.2021 von <http://cosh-bw.de/#wasistcosh>
- Dresing, T., & Pehl, T. (2017). *Praxisbuch Interview, Transkription & Analyse: Anleitungen und Regelsysteme für qualitativ Forschende* (7. Auflage). Eigenverlag.
- Fischer, G. (2014). *Lineare Algebra: Eine Einführung für Studienanfänger*. Springer Fachmedien Wiesbaden. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-03945-5>

- Forster, O. (2013). *Analysis I*. Springer Fachmedien Wiesbaden. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-00317-3>
- Fuchs, C. (2018a). *Studierende und Studienzulassungen nach Studienprogrammleitung und Studienrichtung (SoSe 2015)*. Referat für Reporting und Analysen der Universität Wien. Abgerufen am 15.07.2021 von https://studieren.univie.ac.at/fileadmin/user_upload/p_studieren/Studienwahl-Angebot/Statistiken/studstat_72_2015S_akt.pdf
- Fuchs, C. (2018b). *Studierende und Studienzulassungen nach Studienprogrammleitung und Studienrichtung (WS 2015)*. Referat für Reporting und Analysen der Universität Wien. Abgerufen am 15.07.2021 von https://studieren.univie.ac.at/fileadmin/user_upload/p_studieren/Studienwahl-Angebot/Statistiken/studstat_72_2015W_akt.pdf
- Fuchs, C. (2019a). *Studierende und Studienzulassungen nach Studienprogrammleitung und Studienrichtung (SoSe 2018)*. Referat für Reporting und Analysen der Universität Wien. Abgerufen am 15.07.2021 von https://studieren.univie.ac.at/fileadmin/user_upload/p_studieren/Studienwahl-Angebot/Statistiken/studstat_72_2018S_akt.pdf
- Fuchs, C. (2019b). *Studierende und Studienzulassungen nach Studienprogrammleitung und Studienrichtung (WS 2018)*. Referat für Reporting und Analysen der Universität Wien. Abgerufen am 15.07.2021 von https://studieren.univie.ac.at/fileadmin/user_upload/p_studieren/Studienwahl-Angebot/Statistiken/studstat_72_2018W_akt.pdf
- Heublein, U., Hutzsch, C., Schreiber, J., Sommer, D., & Besuch, G. (2010). *Ursachen des Studienabbruchs in Bachelor- und in herkömmlichen Studiengängen*. HIS Hochschul-Informationen-System GmbH. Abgerufen am 15.07.2021 von <https://hsdbs.hof.uni-halle.de/documents/t1944.pdf>

- Heymann, H. W. (1996). *Allgemeinbildung und Mathematik*. Beltz.
- Hülsmann, A., Mexin, Y., Szwillus, G., & Wawilow, A. (2015). Casolysis 2.0: Flexible Auswertung von Card Sorting Experimenten. In A. Endmann, H. Fischer, & M. Krökel (Hrsg.), *Mensch und Computer 2015 – Usability Professionals* (S. 445–456). De Gruyter. <https://doi.org/10.1515/9783110443882-056>
- Kümmerer, B. (2013). Wenn du wenig Zeit hast, nimm' dir viel davon am Anfang: Ein Einstieg in die Analysis. In C. Ableitinger, J. Kramer, & S. Prediger (Hrsg.), *Zur doppelten Diskontinuität in der Gymnasiallehrerbildung* (S. 135–150). Springer Fachmedien Wiesbaden. https://doi.org/10.1007/978-3-658-01360-8_8
- Malle, G., Koth, M., Woschitz, H., Malle, S., Salzger, B., & Ulovec, A. (2016). *Mathematik verstehen 8*. Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG.
- Malle, G., Koth, M., Woschitz, H., Malle, S., Salzger, B., & Ulovec, A. (2017). *Mathematik verstehen 5*. Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG.
- Malle, G., Koth, M., Woschitz, H., Malle, S., Salzger, B., & Ulovec, A. (2018). *Mathematik verstehen 6*. Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG.
- Malle, G., Koth, M., Woschitz, H., Malle, S., Salzger, B., & Ulovec, A. (2019). *Mathematik verstehen 7*. Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG.
- Matyas, K., & Drmota, M. (2018). *Das „M“ in MINT: TU Wien beobachtet Absinken der Mathematikkenntnisse von Studienanfänger_innen*. TU Wien. Abgerufen am 15.07.2021 von <https://www.tuwien.at/tu-wien/aktuelles/news/news/das-m-in-mint-tu-wien-beobachtet-absinken-der-mathematikkenntnisse-von-studienanfaenger-innen>
- Mayring, P. (2015). *Qualitative Inhaltsanalyse: Grundlagen und Techniken* (12., überarb. Aufl.). Beltz.
- Neubrand, M. (2015). Schulmathematik und Universitätsmathematik: Gegensatz oder Fortsetzung? Woran kann man sich orientieren? In J. Roth, T. Bauer, H. Koch, & S.

- Prediger (Hrsg.), *Übergänge konstruktiv gestalten* (S. 137–147). Springer Fachmedien Wiesbaden. https://doi.org/10.1007/978-3-658-06727-4_9
- Neumann, I., Pigge, C., & Heinze, A. (2017). *Welche mathematischen Lernvoraussetzungen erwarten Hochschullehrende für ein MINT-Studium ? Operieren.* (n.d.). Wortbedeutung.info. Abgerufen am 26.07.2021 von <https://www.wortbedeutung.info/operieren/>
- Rach, S., & Heinze, A. (2013). Welche Studierenden sind im ersten Semester erfolgreich?: Zur Rolle von Selbsterklärungen beim Mathematiklernen in der Studieneingangsphase. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 34(1), 121–147. <https://doi.org/10.1007/s13138-012-0049-3>
- Rach, S., & Heinze, A. (2017). The Transition from School to University in Mathematics: Which Influence Do School-Related Variables Have? *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(7), 1343–1363. <https://doi.org/10.1007/s10763-016-9744-8>
- Reichersdorfer, E., Ufer, S., Lindmeier, A., & Reiss, K. (2014). Der Übergang von der Schule zur Universität: Theoretische Fundierung und praktische Umsetzung einer Unterstützungsmaßnahme am Beginn des Mathematikstudiums. In I. Bausch, R. Biehler, R. Bruder, P. R. Fischer, R. Hochmuth, W. Koepf, S. Schreiber, & T. Wassong (Hrsg.), *Mathematische Vor- und Brückenkurse* (S. 37–53). Springer Fachmedien Wiesbaden. https://doi.org/10.1007/978-3-658-03065-0_4
- Roth, J., Bauer, T., Koch, H., & Prediger, S. (2015). *Übergänge konstruktiv gestalten.* Springer Fachmedien Wiesbaden. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-06727-4>
- Schichl, H., & Steinbauer, R. (2018). *Einführung in das mathematische Arbeiten* (3. Aufl.). Springer Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-56806-4>
- Trigwell, K., Ashwin, P., & Millan, E. S. (2013). Evoked prior learning experience and approach to learning as predictors of academic achievement: Predictors of academic

- achievement. *British Journal of Educational Psychology*, 83(3), 363–378.
<https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.2012.02066.x>
- Universität Wien. (2014). *Curriculum für das Bachelorstudium Mathematik (Version 2014)*.
 Abgerufen am 5.01.2022 von
https://senat.univie.ac.at/fileadmin/user_upload/s_senat/konsolidierte_Bachelorcurricula/BA_Mathematik_Vers2014.pdf
- Universität Wien. (n.d.). *Mathematik (Bachelor)*. Abgerufen am 19.07.2019 von
<https://studieren.univie.ac.at/studienangebot/bachelor-und-diplomstudien/mathematik-bachelor/>
- Van Gennep, A., Vizedom, M. B., Caffee, G. L., & Kimball, S. T. (2001). *The rites of passage* (17. Aufl.). University of Chicago Press.
- Ward, C., Bochner, S., & Furnham, A. (2001). *The Psychology of Culture Shock* (2. Aufl.).
 Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781003070696>
- Winkler, R. (2016). *Zentralmatura – quo vadis?* Schriftenreihe zur Didaktik der Mathematik der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft (ÖMG). Abgerufen am 15.07.2021
 von <https://dmg.tuwien.ac.at/winkler/pub/quo-vadis.pdf>
- Wood, J. R., & Wood, L. E. (2008). Card Sorting: Current Practices and Beyond. *Journal of Usability Studies*, 4(1), 1–6.
- Wood, L. (2001). The Secondary-tertiary Interface. In D. Holton, M. Artigue, U. Kirchgräber, J. Hillel, M. Niss, & A. Schoenfeld (Hrsg.), *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level* (Bd. 7, S. 87–98). Kluwer Academic Publishers.
https://doi.org/10.1007/0-306-47231-7_9
- Zentrum für Schulqualität und Lehrerbildung (HG). (2020, Juli 13). *cosh—Kooperation Schule Hochschule*. Abgerufen am 16.07.2021 von https://lehrerfortbildung-bw.de/u_matnatech/mathematik/bs/bk/cosh/

10 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: „Prozentualer Anteil bestandener Modulprüfungen je Studierendentyp“ (Rach & Heinze, 2013, S. 137)	17
Abbildung 2: Definition prozeduralen Wissens (Altieri, 2016, S. 25).....	25
Abbildung 3: Anzahl der zugeordneten operativen Fertigkeiten nach Kategorien	64

11 Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Untersuchte Werke	31
Tabelle 2: Eingeladene Universitätslehrende	44
Tabelle 3: Heatmap der operativen Fertigkeiten	53
Tabelle 4: Operative Fertigkeiten der Kategorie „eindeutig an der Schule"	59
Tabelle 5: Operative Fertigkeit der Kategorie „eindeutig hier an der Universität“	61
Tabelle 6: Besonders polarisierende operative Fertigkeiten	62

Appendix A (prototypische Aufgaben)

1 Mengen und Aussagen

1.1 1. Aufgabe

Stelle die Menge A in aufzählender Form dar.

$$A = \{n \in \mathbb{Z} \mid 3 \cdot n < 17\}$$

1.2 2. Aufgabe

Ermittle die Mengen

$$G = (A \cup B) \setminus C \quad \text{und} \quad H = (A \cap B) \cup C,$$

wobei $A = \{2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 8\}$, $C = \{5, 7, 8\}$.

1.3 3. Aufgabe

Gib die Produktmenge $A \times B$ in aufzählender Form an, wobei

$$A = \{3, 4, 5\} \quad \text{und} \quad B = \{1, 2\}.$$

1.4 4. Aufgabe

Gib die Potenzmenge der Menge $A = \{1, 2, 3, 4\}$ in aufzählender Form an.

1.5 5. Aufgabe

Seien A , B und C Aussagen. Ergänze die folgende Wahrheitstafel.

A	B	C	$B \Rightarrow C$	$A \vee (B \Rightarrow C)$	$(A \vee (B \Rightarrow C)) \Rightarrow A$
0	0	0			
0	0	1			
0	1	0			
0	1	1			
1	0	0			
1	0	1			
1	1	0			
1	1	1			

2 Teilbarkeitsfragen

2.1 6. Aufgabe

Ermittle die Primfaktorzerlegung von 420.

2.2 7. Aufgabe

Welche der folgenden Zahlen sind durch 9 teilbar?

i) 1768 ii) 31415 iii) 56322

2.3 8. Aufgabe

Welche der folgenden Zahlen sind durch 6 teilbar?

i) 7404 ii) 1996 iii) 20550

2.4 9. Aufgabe

Ermittle den größten gemeinsamen Teiler der Zahlen

$$m = 2^2 \cdot 7 \cdot 11^3 \quad \text{und} \quad n = 2^3 \cdot 5 \cdot 7^3.$$

2.5 10. Aufgabe

Ermittle den

$$\text{ggT}(660, 858)$$

mithilfe des euklidischen Algorithmus.

2.6 11. Aufgabe

Für welche $x \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ gilt folgende Gleichung:

$$2 \cdot x \equiv 1 \pmod{5}?$$

3 Quadratische Gleichungen

3.1 12. Aufgabe

Finde eine quadratische Gleichung mit Lösungsmenge

$$\mathbb{L} = \{-5, 3\}.$$

3.2 13. Aufgabe

Ermittle die Lösungsmenge der Gleichung

$$x^2 - 12 \cdot x + 35 = 0$$

über der Grundmenge \mathbb{R} mit einer der Lösungsformeln.

3.3 14. Aufgabe

Ermittle die Lösungsmenge der Gleichung

$$(x + 3)^2 - 16 = 0$$

über der Grundmenge \mathbb{R} ohne Lösungsformeln.

3.4 15. Aufgabe

Ermittle $a \in \mathbb{R}$, sodass die Gleichung

$$x^2 - a \cdot x + 16 = 0$$

genau eine reelle Lösung hat.

3.5 16. Aufgabe

Ermittle die Lösungsmenge der Gleichung

$$x^4 - 20 \cdot x^2 + 64 = 0$$

über der Grundmenge \mathbb{R} .

4 Trigonometrische Gleichungen

4.1 17. Aufgabe

Ermittle alle Lösungen $x \in [0; 2 \cdot \pi[$ der Gleichung

$$\sin(x) = \cos(0,6 \cdot \pi).$$

4.2 18. Aufgabe

Ermittle $a, b \in \mathbb{R}$, sodass für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt:

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = a \cdot \sin(x) + b \cdot \cos(x)$$

4.3 19. Aufgabe

Ermittle die Lösungsmenge der Gleichung

$$\cos(2 \cdot x) = \cos(x) - \sin^2(x)$$

über der Grundmenge \mathbb{R} .

5 Vektoren und Matrizen

5.1 20. Aufgabe

Berechne

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + 2 \cdot \left[\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \right].$$

5.2 21. Aufgabe

Ermittle das Skalarprodukt $\vec{a} \cdot \vec{b}$ der Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

5.3 22. Aufgabe

Ermittle das Kreuzprodukt $\vec{a} \times \vec{b}$ der Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

5.4 23. Aufgabe

Finde $s, t \in \mathbb{R}$, sodass

$$s \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -11 \end{pmatrix}.$$

5.5 24. Aufgabe

Ermittle die Summe $A + B$ der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 5 & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 3 \\ -3 & 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

5.6 25. Aufgabe

Ermittle das Produkt $A \cdot B$ der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

5.7 26. Aufgabe

Ermittle die Determinante der Matrix A .

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

5.8 27. Aufgabe

Ermittle die Determinante der Matrix A .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 5 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

6 Potenzen und Wurzeln

6.1 28. Aufgabe

Stelle den Term

$$\frac{(x \cdot y^2)^5 \cdot z^{-3}}{x^4 \cdot y^{-3} \cdot z^0}$$

in der Form $x^r \cdot y^s \cdot z^t$ mit $r, s, t \in \mathbb{Z}$ dar.

6.2 29. Aufgabe

Vereinfache den Term

$$\sqrt[3]{54} \cdot (\sqrt[3]{2})^2.$$

6.3 30. Aufgabe

Stelle den Term

$$\frac{\sqrt[5]{x^3} \cdot \sqrt[3]{y \cdot z^2}}{\sqrt[3]{x^5} \cdot (\sqrt[2]{y} \cdot z)^3}$$

in der Form $x^r \cdot y^s \cdot z^t$ mit $r, s, t \in \mathbb{Q}$ dar.

6.4 31. Aufgabe

Ermittle die Lösungsmenge der Gleichung

$$x^4 = 16$$

über der Grundmenge \mathbb{R} .

6.5 32. Aufgabe

Ermittle die Lösungsmenge der Gleichung

$$\sqrt{x-10} - 2 = 0$$

über der Grundmenge \mathbb{R} .

6.6 33. Aufgabe

Ermittle die Lösungsmenge der Gleichung

$$\sqrt{4 \cdot x + 1} + \sqrt{2 \cdot x - 3} = 4$$

über der Grundmenge \mathbb{R} .

7 Logarithmen

7.1 34. Aufgabe

Ermittle die Lösungsmenge der Gleichung

$$\log_{10}(x) = 3$$

über der Grundmenge \mathbb{R} .

7.2 35. Aufgabe

Vereinfache den Term

$$\log_{\sqrt{10}}(100^3).$$

7.3 36. Aufgabe

Stelle den gegebenen Ausdruck als Logarithmus eines einzigen Terms dar.

$$1 + 3 \cdot \log_{10}(a) - 2 \cdot \log_{10}(b)$$

7.4 37. Aufgabe

Ermittle die Lösungsmenge der Gleichung

$$\log_6(x^2 - 9) = 3$$

über der Grundmenge \mathbb{R} .

7.5 38. Aufgabe

Ermittle die Lösungsmenge der Gleichung

$$(\log_{10}(x))^2 - 6 \cdot \log_{10}(x) + 5 = 0$$

über der Grundmenge \mathbb{R} .

8 Exponentialgleichungen

8.1 39. Aufgabe

Ermittle die Lösungsmenge der Gleichung

$$100 = 2 \cdot e^{1,45 \cdot x}$$

über der Grundmenge \mathbb{R} .

8.2 40. Aufgabe

Ermittle die Lösungsmenge der Gleichung

$$e^{3 \cdot x + 7} = e^{5 \cdot x + 1}$$

über der Grundmenge \mathbb{R} .

9 Folgen und Reihen

9.1 41. Aufgabe

Ermittle den Grenzwert der Folgen (a_n) mit

$$a_n = 3 - \frac{3}{n}.$$

9.2 42. Aufgabe

Ermittle den Grenzwert der Folgen (a_n) mit

$$a_n = \frac{1 - 4 \cdot n^2}{2 \cdot n^2 + 1}.$$

9.3 43. Aufgabe

Ermittle den Grenzwert der Folgen (a_n) mit

$$a_n = 5 \cdot (-0,3)^n.$$

9.4 44. Aufgabe

Gib eine explizite Bildungsvorschrift der durch

$$\begin{aligned} a_{n+1} &= a_n + 10 \\ a_0 &= 42 \end{aligned}$$

rekursiv definierten Folge (a_n) an.

9.5 45. Aufgabe

Ermittle die Summe

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 95 + 97 + 99 + 101.$$

9.6 46. Aufgabe

Ermittle die Summe

$$\sum_{k=0}^{100} (0,5)^k.$$

9.7 47. Aufgabe

Ermittle die Summe

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-0,5)^k.$$

9.8 48. Aufgabe

Die Folge (a_n) ist rekursiv durch

$$\begin{aligned} a_{n+1} &= 3 \cdot a_n + n \\ a_0 &= -1 \end{aligned}$$

definiert. Ermittle a_4 .

10 Ungleichungen

10.1 49. Aufgabe

Ermittle die Lösungsmenge der Ungleichung

$$3 \cdot x + 4 < 7 \cdot x + 3$$

über der Grundmenge \mathbb{R} .

10.2 50. Aufgabe

Ermittle die Lösungsmenge der Ungleichung

$$|3 \cdot x + 2| < 10$$

über der Grundmenge \mathbb{Z} in aufzählender Form.

10.3 51. Aufgabe

Ermittle die Lösungsmenge der Ungleichung

$$\frac{3}{x+2} > 7$$

über der Grundmenge \mathbb{R} .

10.4 52. Aufgabe

Ermittle die Lösungsmenge der Ungleichung

$$x^2 + x + 2 < 2 \cdot x + 4$$

über der Grundmenge \mathbb{R} .

11 Lineare Gleichungssysteme

11.1 53. Aufgabe

Ermittle die Lösungsmenge des Gleichungssystems

$$\begin{aligned} 2 \cdot x + 2 \cdot y &= -5 \\ -3 \cdot x + 4 \cdot y &= 4 \end{aligned}$$

über der Grundmenge \mathbb{R}^2 .

11.2 54. Aufgabe

Ermittle $a \in \mathbb{R}$, sodass das Gleichungssystem

$$\begin{aligned}x + a \cdot y &= 1 \\ -2 \cdot x + 6 \cdot y &= 4\end{aligned}$$

keine Lösung $(x \mid y) \in \mathbb{R}^2$ hat.

11.3 55. Aufgabe

Ermittle die (eindeutige) Lösung $(x \mid y \mid z) \in \mathbb{R}^3$ des Gleichungssystems

$$\begin{aligned}x + 2 \cdot y + 3 \cdot z &= 4 \\ 3 \cdot x + y + z &= 2 \\ 3 \cdot x + 2 \cdot y + 2 \cdot z &= 1.\end{aligned}$$

11.4 56. Aufgabe

Gib die Lösung des Gleichungssystems

$$\begin{aligned}x + 2 \cdot y + 3 \cdot z &= 4 \\ x + 3 \cdot y + 4 \cdot z &= 5\end{aligned}$$

über der Grundmenge \mathbb{R}^3 in Parameterform an.

11.5 57. Aufgabe

Das Gleichungssystem

$$\begin{aligned}w + 2 \cdot x + 3 \cdot y + 4 \cdot z &= 5 \\ 2 \cdot w + 3 \cdot x + 4 \cdot y + 5 \cdot z &= 1 \\ 3 \cdot w + 4 \cdot x + 5 \cdot y + z &= 2 \\ 4 \cdot w + 5 \cdot x + y + 2 \cdot z &= 3\end{aligned}$$

hat eine eindeutige Lösung $(w \mid x \mid y \mid z) \in \mathbb{R}^4$. Wie lautet sie?

12 Differenzieren

12.1 58. Aufgabe

Ermittle die Ableitung der gegebenen Funktion f .

$$f(x) = 2 \cdot x^3 + 4 \cdot x^2 - 5 \cdot x - 1$$

12.2 59. Aufgabe

Ermittle die Ableitung der gegebenen Funktion f .

$$f(x) = 2 - \cos(x) - 3 \cdot \sin(x)$$

12.3 60. Aufgabe

Ermittle die Ableitung der gegebenen Funktion f .

$$f(x) = x \cdot e^x$$

12.4 61. Aufgabe

Ermittle die Ableitung der gegebenen Funktion f .

$$f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 + 1}$$

12.5 62. Aufgabe

Ermittle die Ableitung der gegebenen Funktion f .

$$f(x) = (x^2 + 3)^{0,25}$$

12.6 63. Aufgabe

Ermittle die Ableitung der gegebenen Funktion f .

$$f(x) = e^{-2 \cdot x} \cdot \sin(3 \cdot x)$$

13 Komplexen Zahlen

13.1 64. Aufgabe

Sei $z = 1 + 3 \cdot i$ und $y = 2 - 4 \cdot i$. Stelle

$$\text{i) } z + w \quad \text{ii) } z - w \quad \text{iii) } z \cdot w \quad \text{iv) } \frac{z}{w}$$

in Normalform dar.

13.2 65. Aufgabe

Ermittle die komplex konjugierte Zahl von z .

$$z = -5 \cdot i + 6$$

13.3 66. Aufgabe

Sei $a > 0$. Ermittle die Lösungsmenge der Gleichung

$$z^2 = -36 \cdot a^2$$

über der Grundmenge \mathbb{C} .

13.4 67. Aufgabe

Ermittle die Lösungsmenge der Gleichung

$$x^2 + 4 \cdot x + 68 = 0$$

über der Grundmenge \mathbb{C} .

13.5 68. Aufgabe

Ermittle die Polardarstellung der Zahl

$$z = 1 + 3 \cdot i.$$

14 Integrieren

14.1 69. Aufgabe

Finde eine Stammfunktion von f .

$$f(x) = 6 \cdot x^2 + 3$$

14.2 70. Aufgabe

Ermittle das bestimmte Integral.

$$\int_0^6 10 \cdot x + 4 \, dx$$

14.3 71. Aufgabe

Ermittle $g'(1)$ der Funktion g , wobei gilt:

$$g(t) = \int_0^t e^{-x^2} \, dx$$

14.4 72. Aufgabe

Ermittle eine Stammfunktion von f .

$$f(x) = e^{2 \cdot x + 1}$$

14.5 73. Aufgabe

Ermittle eine Stammfunktion von f .

$$f(x) = x \cdot e^x$$

14.6 74. Aufgabe

Ermittle eine Stammfunktion von f .

$$f(x) = 2 \cdot x \cdot \sin(2 \cdot x)$$

15 Differentialgleichungen

15.1 75. Aufgabe

Ermittle die Lösung f der gegebenen Differentialgleichung.

$$\begin{aligned}f'(x) &= \pi \\f(0) &= 7\end{aligned}$$

15.2 76. Aufgabe

Ermittle die Lösung f der gegebenen Differentialgleichung.

$$\begin{aligned}f'(x) &= 3 \cdot x + 1 \\f(0) &= 2\end{aligned}$$

15.3 77. Aufgabe

Ermittle die Lösung f der gegebenen Differentialgleichung.

$$\begin{aligned}f'(x) &= 3 \cdot f(x) \\f(0) &= 1\end{aligned}$$

15.4 78. Aufgabe

Ermittle die Lösung f der gegebenen Differentialgleichung.

$$\begin{aligned}P'(t) &= 0,03 \cdot P(t) \cdot [4000 - P(t)] \\P(0) &= 1000\end{aligned}$$

15.5 79. Aufgabe

Ermittle die Lösung f der gegebenen Differentialgleichung.

$$\begin{aligned}s''(t) &= -4 \cdot s(t) \\s(0) &= 2\end{aligned}$$

16 Nichtlineare Gleichungssysteme

16.1 80. Aufgabe

Welche Punkte $(x \mid y) \in \mathbb{R}^2$ sind Lösung des folgenden Gleichungssystems?

$$\begin{aligned}x - y &= 1 \\(x - 3)^2 + y^2 &= 16\end{aligned}$$

16.2 81. Aufgabe

Welche Punkte $(x \mid y) \in \mathbb{R}^2$ sind Lösung des folgenden Gleichungssystems?

$$\begin{aligned}x^2 + 2 \cdot y^2 &= 8 \\-4 \cdot x^2 + 5 \cdot y^2 + 20 \cdot x &= 20\end{aligned}$$

17 Weitere Gleichungen und Termumformungen

17.1 82. Aufgabe

Ermittle die Lösungsmenge der Gleichung

$$3 \cdot x + 7 = 28$$

über der Grundmenge \mathbb{R} .

17.2 83. Aufgabe

Ermittle die Lösungsmenge der Gleichung

$$x^3 - 4 \cdot x = 0$$

über der Grundmenge \mathbb{R} .

17.3 84. Aufgabe

Ermittle die Lösungsmenge der Gleichung

$$\frac{x}{x^2 - 1} + \frac{1}{x + 1} = \frac{1}{x - 1}$$

über der Grundmenge \mathbb{R} .

17.4 85. Aufgabe

Zerlege das Polynom

$$x^3 - x^2 - x + 1$$

in Linearfaktoren.

17.5 86. Aufgabe

Stelle das Polynom

$$6 \cdot x^3 \cdot (x - 2)^2 - 2 \cdot (x^2 - 1) \cdot (3 \cdot x^3 - x^2)$$

in Normalform dar.

17.6 87. Aufgabe

Ermittle $A, B \in \mathbb{R}$, sodass

$$\frac{1}{1 - x^2} = \frac{A}{1 - x} + \frac{B}{1 + x}$$

für alle $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ gilt.

17.7 88. Aufgabe

Führe die Polynomdivision durch.

$$(x^4 + 18 \cdot x^3 - 45 \cdot x^2 - 94 \cdot x + 120) : (x - 1) =$$

17.8 89. Aufgabe

Ermittle den Wert des Binomialkoeffizienten

$$\binom{6}{3}.$$

Appendix B (Leitfaden)

Interview

Fabian Sucharda
Februar, 2020

Vielen Dank, dass Sie sich die Zeit nehmen, an der Befragung für meine Masterarbeit teilzunehmen!

Ich untersuche im Rahmen meiner Masterarbeit die Schnittstelle Schule-Hochschule mit Hinblick auf das Studium BSc Mathematik an dieser Fakultät. Im Fokus meiner Arbeit stehen mathematische Fertigkeiten. Ich habe Sie für dieses Interview angefragt, weil Sie innerhalb der letzten drei Jahre im ersten Semester des BSc Mathematik eine Lehrveranstaltung geleitet haben.

In diesem Interview sind mit „Fertigkeiten“ immer operative mathematische Fertigkeiten gemeint, die das richtige und zielgerichtete Verwenden diverser Rechenregeln und algorithmischer Verfahren umfassen und mit Papier und Stift ausgeführt werden. Unter „Studienanfänger*innen“ verstehe ich immer Studienanfänger*innen im BSc Mathematik an dieser Fakultät.

Ich bitte Sie, auf alle Fragen möglichst spontan zu antworten. Bei Unklarheiten können Sie jederzeit Fragen stellen. Ich beginne jetzt mit der Aufnahme und den Fragen.

START DER AUFNAHME

Als Lehrende/Als Lehrender stellen Sie Erwartungen an die Studienanfänger*innen betreffend der Fertigkeiten, die sie in das Studium mitbringen.

- Bei welchen Fertigkeiten wurden Ihre Erwartungen von vielen Studienanfänger*innen zumindest erfüllt? Bei welchen Fertigkeiten wurden Ihre Erwartungen von vielen Studienanfänger*innen nicht erfüllt?
- Ich lege Ihnen nun Kärtchen vor. Auf jedem Kärtchen befindet sich eine Aufgabe, die im Hintergrund einer gewissen Fertigkeit zugeordnet ist. Bitte stellen Sie sich bei jedem Kärtchen die folgende Frage:
 - i) eindeutig an der Schule
 - ii) eindeutig hier an der Universität
 - iii) das Lehren und Üben dieser Fertigkeit ist nicht notwendig

Falls Sie bei einzelnen Kärtchen unentschlossen sind, können Sie diese überspringen. Wenn Sie bis zum Ende bei diesen Kärtchen unentschlossen bleiben, erläutern Sie ihre Unentschlossenheit bitte kurz.

- Stellen Sie sich vor Sie hätten schon vor 20 Jahren gelehrt. Bitte kommentieren Sie kurz, ob und gegebenenfalls wie Ihre Zuordnung damals anders ausgesehen hätte.
- Bitte kommentieren Sie kurz, ob und gegebenenfalls wie Ihre Zuordnung vor 20 Jahren anders ausgesehen hätte.

Vielen Dank, dass Sie an diesem Interview teilgenommen haben.

Appendix C (Paraphrasen, Generalisierung und erste Reduktion)

Interv	Abs.	Nr.	Paraphrase	Generalisierung	Erste Reduktion
1	14	1	Eigentlich erwarte ich mir so gesehen gar keine Fertigkeiten.	Keine Fertigkeiten werden erwartet	<p>K1: Erwartung Keine Erwartungen Erwartungen sind nicht so gut Wichtiger sie können es am Ende des Studiums</p> <ul style="list-style-type: none"> • K1.1: Mathematische Erwartungen Algebraische Fertigkeiten Fortgeschrittenere mathematische Fertigkeiten Elementare Vektorrechnung Analytische Fähigkeit • erfüllt 1. Primfaktorenzerlegung 2. Algebraische Strukturen erkennen 3. Konzepte der Trigonometrie 4. Funktionen und deren Graphen 5. Analytische Geometrie 6. Zahlen 7. Brüche 8. Nicht durch 0 teilen 9. Wurzel 10. Quadratische Gleichungen 11. Rechnen nicht das große Problem 12. Differenzieren
1	14	2	Ich habe keine Erwartungen gehabt, die nicht erfüllt wurden. Fällt mir jetzt nichts ein.	Keine unerfüllten Erwartungen	
1	16	3	Was nicht erfüllt wurde, dass etliche nicht leserlich an der Tafel schreiben können.	S* können nicht leserlich schreiben	
1	16	4	Ein Ausreißer konnte keine Primfaktorenzerlegung	Primfaktorenzerlegung können sie	
1	20	5	Was nicht erfüllt wurde, ist, dass der Unterschied zwischen Äquivalenzumformung und Implikation eigentlich nicht so richtig wahrgenommen wird.	Unterschied zwischen Äquivalenz und Implikation nicht klar	
1	48	6	Naja, das lernt man in der Schule glaub ich. Weiß ich jetzt nicht, ob man das noch in der Schule lernt.	Denkweise: damals lernte man in der Schule mehr	
1	190	7	Wenn man das auf die Schule abwälzt, dann bleibt es einem trotzdem nicht erspart, das an der Uni zu wiederholen.	Wiederholen muss man es trotzdem	
1	222	8	Vor 20 Jahren. [...] Vielleicht hätte ich mehr an die Schule abgewälzt.	Denkweise: damals lernte man in der Schule mehr	
1	225	9	Die bisschen theoriebehafteter Beispiele habe ich alle an die Uni verwiesen, weil ich irgendwie vielleicht unbewusst die Erfahrung gemacht habe, wir kommen an der Uni nicht drumherum, dass wir das machen.	Wiederholen muss man es trotzdem	
1	225	10	Er erzählt mir immer, er macht so Module mit Begabten. Und dort kann man all diese Sachen selbstverständlich machen. Die können das perfekt.	Module für Begabte, die können das	
1	225	11	Schule ist nicht gleich Schule.	Heterogene Schulen	
1	227	12	Ich frage mich, warum man sozusagen die alle daran misst, ob sie für das Bachelor of Science Studium perfekt vorbereitet sind.	Heterogenität bei den Absolventen	<ul style="list-style-type: none"> 1. Äquivalenz, Implikation 2. Verständnis für Beweise 3. Operative Fertigkeiten (besonders Termumformung) 4. Summenzeichen und ähnliches 5. Zu wenig Vorwissen 6. Formelwissen 7. Technik 8. mathematische Sprache 9. Wechsel zwischen Grafiken und Rechnungen 10. Fallunterscheidungen 11. Logisches Denken 12. Mechanische Fertigkeiten 13. Umgang mit komplexeren Beispielen <ul style="list-style-type: none"> • K1.2: Sonstige Erwartungen • erfüllt 1. Interesse 2. Intuition 3. Flexibilität 4. Lücken schnell schließen 5. Überblick bewahren 6. Verallgemeinerungen <ul style="list-style-type: none"> • nicht erfüllt 1. leserlich schreiben 2. Akzeptanz der Chronologie 3. Mathematische Texte schreiben
1	227	13	Und weil ich irgendwie ohnehin die Erfahrung gemacht habe, dass wir an der Uni ohnehin nicht umhin kommen, das zu machen.	Wiederholen muss man es trotzdem	
1	229	14	Ich würde sagen, vor 20 Jahren hätte ich von der Schule noch mehr verlangt, würde ich sagen.	Denkweise: damals lernte man in der Schule mehr	
1	233	15	Die hätte ich wahrscheinlich vor 20 Jahren auch an die Uni verwiesen, weil ich selber an der Schule sowas nie gesehen habe.	Entscheidung durch Schulerfahrung	
1	233	16	Mein Schulunterricht war extrem schwach.	Schlechte Schulerfahrung	
1	233	17	Es war bei diesem Lehrer, den ich gehabt habe. Wir haben keinen Beweis, keinen Grenzwert gelernt.	Schlechte Schulerfahrung	
2	4	18	Meine Erwartung wäre, dass die Leute mit algebraischen Strukturen, Gleichungen der ersten Ordnung, der zweiten Ordnung, vielleicht Konzepte aus der Trigonometrie ein bisschen spielen können. Und ich sehe, dass sie die schon gesehen haben.	Umgang mit algebraischen Strukturen, Konzepten der Trigonometrie	
2	4	19	Aber manchmal sind diese Fertigkeiten nicht so operativ. Sie wissen, wie es geht, aber sie haben es vielleicht halb vergessen.	Theorie wurde vergessen	
2	4	20	Ich finde sie sind schon Expert*innen beim Argumentieren mit Zeichnungen und Graphen von Funktionen.	Guter Umgang mit Graphen von Funktionen	
2	4	21	Ja, die operativen Fertigkeiten, die ich brauche, fehlen vielleicht zum Teil ein bisschen.	Operative Fertigkeiten fehlen	
2	6	22	Termumformungen sind manchmal ein kleines Problem. Besonders Termumformungen für Ungleichungen sind ein Problem.	Termumformungen sind problematisch	

2	10	23	Studenten sind normalerweise mit der analytischen Geometrie gut ausgerüstet.	Analytische Geometrie beherrschen die Studenten	<p>4. Verständnis von Begriffen</p> <p>K2: Studierende können wenig</p> <ul style="list-style-type: none"> K2.1: allgemein <ol style="list-style-type: none"> 1. Wiederholen muss man es trotzdem 2. Studierende lernten manches nicht 3. Studierende denken nicht gründlich genug nach K2.2: können heute weniger als vor 20 Jahren <ol style="list-style-type: none"> 1. Damals mehr Vorwissen 2. Damals Schulstoff: Diffgleichungen, Partialbruchzerlegung, 4x4 Gleichungssysteme 3. operative Fertigkeiten waren ausgeprägter 4. Algebraische Fertigkeiten, geometrisches Verständnis 5. Bereitschaft Dinge zu hinterfragen <p>K3: Zuordnung vor 20 Jahren wäre ähnlich</p>
2	10	24	Die elementaren Funktionen haben sie schon gesehen. Das finde ich okay, weil diese Funktionen sind elementar.	Guter Umgang mit Funktionen	
2	10	25	Aber manchmal hätte ich vielleicht den Wunsch der Erste zu sein, der solche Sachen auch erklärt. Weil manchmal wurden Sachen nicht erklärt, wie ich sie erklären würde.	Wunsch Dinge als Erster zu erklären	
2	10	26	So, in der Schule reden Studenten sehr, sehr oft von Funktionen $f(x)$. Das geht nicht. So eine Funktion ist eine Abbildung. Sie braucht einen Definitionsbereich, vielleicht braucht sie auch eine Formel, wie $f(x) = \text{irgendwas}$. Aber die Formel ist nicht die Funktion, die Formel ist einfach eine Formel.	Funktionen werden in der Schule falsch erklärt	
2	10	27	Das ist für Studenten ein bisschen neu. Die haben das in der Schule normalerweise nicht gesehen.	Studierende haben manches nicht gelernt	
2	98	28	Ich glaube nicht, dass meine Zuordnung vor 20 Jahren anders gewesen wäre.	Zuordnung wie vor 20 Jahren	
3	3	29	Also ich glaube, dass ein grundsätzliches Interesse an Mathematik da war	Interesse ist da	
3	3	30	Was so Sachen sind, wie Summenzeichen und solche Dinge, da war es sicherlich nicht so gut, wie erwartet.	Summenzeichen und Ähnliches unzureichend	
3	11	31	Ich würde sagen ein Verständnis für rationale Zahlen und Bruchrechnung. Das fand ich eigentlich ganz okay.	Verständnis für Zahlen und Brüche	
3	13	32	Dass man durch null nicht teilen darf, das wussten wahrscheinlich alle.	Durch null darf man nicht teilen	

3	15	33	Ich versuche die Vorlesung schon so aufzubauen, dass alles oder so viel wie geht wirklich in der Vorlesung entwickelt wird.	Aufbau so damit alle folgen können	<ul style="list-style-type: none"> Zuordnung wäre gleich Zuordnung wäre ähnlich Es wird versucht auch heute auf einem guten Niveau zu lehren. <p>K4: Heterogenität</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Unterschiedliche Schulen/Module 2. Vorwissen ist heterogen 3. Aufbau der LV damit alle folgen können 4. Manche werde abbrechen <p>K5: Eigene Schulerfahrung</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Entscheidung durch eigene Schulerfahrung 2. Eigener Schulunterricht war schwach 3. Beispiele aus eigener Schulzeit <p>K6: Schule lehrt es falsch</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Wunsch Dinge als Erste*r zu erklären 2. Funktionen sind mehr als $f(x)$ 3. Schule lehrt manches falsch
3	294	34	Die Zuordnung wäre sehr ähnlich gewesen	Zuordnung wie vor 20 Jahren	
3	294	35	Ich hab womöglich schon einen ordentlichen Bias bezüglich meiner eigenen Schulzeit	Entscheidung durch Schulerfahrung beeinflusst	
3	294	36	Die Aufgaben mit den Differentialgleichungen, die ich an die Universität verortet habe aufgrund des Wortes Differentialgleichung, die hätte ich glaube ich in die Schule verortet	Diffgleichungen damals in der Schule	
3	296	37	Das ist glaube ich schon bisschen, weil ich das aus meiner Schulzeit auch noch kenne, oder aus meinem Physikunterricht.	Entscheidung durch eigene Schulerfahrung	
3	307	38	Ich tue mir ein kleines bisschen schwer, weil ich aus meiner Schulzeit für die Matura und solche Sachen halt auch sowas wie Leistungskurse gewohnt bin.	Beeinflussung durch eigene Schulerfahrung	
4	24	39	Es gab kaum Fertigkeiten die meine Erwartungen erfüllt haben. Es war eigentlich schon eine große Enttäuschung.	Studierende haben nicht genügend Vorwissen	
4	24	40	Also ich habe da nicht viel gemerkt von Beweistechniken, von einer Beherrschung von Rechenregeln fürs Argumentieren.	Beherrschen keine Beweistechniken, Rechenregeln	
4	28	41	Zum Beispiel die Ungleichung zwischen arithmetischem Mittel und geometrischem Mittel zweier Zahlen. Das kam nicht wie aus der Pistole geschossen und das habe ich erwartet.	Unzureichendes Formelwissen	
4	30	42	Cauchy-Schwarz-Ungleichung. Einfach mal, ja, Ausdrücke, kompliziertere Ausdrücke, Polynome mal als Produkt schreiben. Einfach mal dieser Umgang, diese Lockerheit, dieser Umgang mit Termen hat gefehlt.	Unzureichender Umgang mit Termen	
4	30	43	Also es war sehr wenig da.	Studienanfänger*innen wissen zu wenig	

4	32	44	Wahrscheinlich war eine gewisse Intuition für mache Aspekte da	Intuition war da
4	32	45	Aber die Technik hat gefehlt.	Technik fehlt
4	32	46	Also ich glaube sie hatten schon ein Verständnis für Mathematik, für mathematische Aussagen.	Verständnis für Mathematik war da
4	32	47	Aber das zu formulieren und dann die Sprache der Mathematik, das haben sie leider nicht beherrscht	Mathematische Sprache beherrschen sie nicht
4	34	48	Eine gewisse Intuition war da.	Intuition war da
4	40	49	Ja, wahrscheinlich auch diese Art von Mathematik zu akzeptieren. Wo es immer auch eine gewisse Chronologie existiert. [...] Das hat komplett gefehlt.	Akzeptanz der Chronologie hat gefehlt
4	42	50	Diese Lücken haben sie unglaublich schnell schließen können.	Fähigkeit Lücken schnell zu schließen
4	44	51	Also es war sehr wenig Vorwissen da, aber wahrscheinlich andere Fähigkeiten.	Fast kein Vorwissen dafür anderes
4	44	52	Wie gesagt, eine gewisse Intuition, eine gewisse Flexibilität und die haben dazu geführt, dass die da, in einer gewissen Zeit auf einem guten Niveau waren.	Durch Intuition und Flexibilität wären sie schnell auf einem guten Niveau
4	196	53	Bei mir war eh alles Schule. Noch mehr Schule hätte ich gesagt.	Eigene Schulerfahrung und Denkweise damals lernte man mehr in der Schule
4	202	54	Differenzierbarkeit bis hin zur Integralrechnung. Das hat man bestimmt damals in der Schule gehabt und das gehört für mich nicht hier an die Universität.	Eigene Schulerfahrung beeinflusst Entscheidung Differenzierbarkeit und Integral sind Schulstoff
4	209	55	Also ich habe meine Schulausbildung in xxx genossen. Und ich glaube die Lehrinhalte waren schon anders und sind sie immer noch.	Eigene Schulerfahrung
5	2	56	Also Fertigkeiten, wo ich überrascht war, dass sie vielleicht nicht so vorhanden waren wie	Rechnen mit Termen ist unzureichend

			erhofft, haben großteils das reine Rechnen mit Termen betroffen.	
5	2	57	So elementare arithmetische algebraische Umformungen sind einfach oft langsam gegangen.	Umformungen gehen langsam
5	2	58	Den Überblick bewahren und das Zusammensetzen von Argumenten, das war besser als es früher war.	Überblick bewahren funktioniert
5	4	59	Ist dann aber rasch besser geworden.	Schnell auf einem guten Niveau
5	6	60	Dass die noch ganz am Beginn stehenden Studierenden nicht von selbst zwischen einfachen Grafiken, Bildern und Rechnung übersetzt haben. Das hat gefehlt	Wechsel zwischen Grafiken und Rechnungen fehlt
5	8	61	Als ob es sozusagen verpönt gewesen wäre, einen Betrag aufzulösen in zwei Fälle.	Fallunterscheidungen verpönt
5	38	62	Eigentlich hätte die Zuordnung nicht sehr anders ausgesehen ehrlich gesagt	Zuordnung wie vor 20 Jahren
5	43	63	Partialbruchzerlegung hätte ich zumindest in dieser einfachen Form vor 20 Jahren in der Schule noch eher erwartet.	Partialbruchzerlegung war damals Schule
5	45	64	Das ist auch etwas, das ich jetzt auf die Uni gegeben habe. Hätte ich früher in der Schule erwartet	Denkweise: Damals lernte man mehr in der Schule
5	47	65	Das waren so stark operative Fertigkeiten und das Auflösen von Gleichungen, Potenzen oder Ungleichungen auflösen. Das ist alles insbesondere damals als Schulstoff schon gegangen.	Operative Fertigkeiten insbesondere damals Schulstoff
5	55	66	Gibt keine wirklichen Änderungen außer bei Mengen.	Zuordnung ähnlich wie vor 20 Jahren (Mengen anders)
6	4	67	Es ist sehr heterogen das Ganze.	Heterogene Studierende
6	4	68	Zum Beispiel eine große Mehrheit, bei der ist es fast unlesbar, was die schreiben.	Unleserliche Schreibweise

6	4	69	Es ist ihnen nicht klar, was eine vollständige Argumentation ist.	Fehlendes Verständnis für vollständige Argumentation
6	4	70	Für viele ist, es sehr unklar, was das bedeutet, einen Beweis oder eine Begründung durchzuführen	Fehlendes Verständnis für einen Beweis
6	8	71	Die Neugierde ist da	Neugierde ist da
6	8	72	Überblick über Begriffe, das haben die meisten Studenten	Überblick über Begriffe ist da
6	8	73	Und sie sind auch bereit Neues zu erfahren und sind nicht uninteressiert.	Sind bereit Neues zu erfahren
6	10	74	Das können einige sehr gut, andere nicht. Andere weniger. Die Mehrheit weniger, aber einige schon sehr.	Heterogene Studierende
6	12	75	Also es gibt 15 Prozent, die das gut können und auch gut darstellen. Dann gibt es noch 15, 20 Prozent die die Hauptideen kennen und die Hälfte hat Probleme mit Begriffen, die eigentlich Voraussetzungen sind.	Heterogene Studierende
6	14	76	Strukturen der rationalen Zahlen, ein bisschen das Verhalten, quadratische Gleichungen zu lösen. Ein Polynom. Wissen, dass das eine Wurzel ist.	Vorwissen bezüglich rationalen Zahlen, quadratische Gleichungen, Polynome, Wurzel
6	14	77	Also es ist klar, dass nicht genügend darüber nachgedacht wurde, was man eigentlich macht. Man hat die Formel genommen und weiß nicht ungefähr, wie das reinkommt.	Studierende denke nicht gründlich genug über etwas nach
6	44	78	Also es wäre sicher nützlich, wenn das in der Schule gemacht wird. Aber wenn man keinen guten/ Ich würde/ Es ist besser so.	Schule lehrt es falsch daher an der Universität
6	50	79	Auch vor 20 Jahren hätte ich das ähnlich gemacht.	Zuordnung ähnlich wie vor 20 Jahren
6	52	80	Also vor 20 Jahren hat man mehr in der Schule gemacht.	Denkweise: damals lernte man mehr in Schulen

6	54	81	Man versucht das auch heute auf einem guten Niveau zu machen.	Schule versucht es auch heute zu lehren
7	6	82	Also ich bin mir nicht sicher, ob Erwartungen, ob das so gut ist immer so viel zu erwarten.	Erwartungen sind nicht gut
7	6	83	Logisches Denken ist für mich sozusagen das Wichtigste und da, wo ich vielleicht am öftesten enttäuscht werde.	Logisches Denken fehlt
7	8	84	Ich würde sagen, dass es für mich hinreichend viele erfüllen.	Studierende erfüllen Erwartungen hinreichend
7	10	85	Und mir geht es in erster Linie darum, ob sie es am Ende dann erfüllen mehr oder weniger.	Wichtiger, dass sie es nach dem Abschluss können
7	10	86	Es ist zwar schwer zuzuschauen, aber insofern müssen wir damit rechnen, dass einfach viele dieses Studium nicht zu Ende bringen und erst im Laufe des ersten oder der ersten zwei Jahre sehen, dass es vielleicht nicht das Richtige für sie ist	Heterogene Studierende – manche brechen ab
7	12	87	Ich bin nicht eine*r, der*die glaubt, dass das Rechnen das große Problem ist.	Rechnen ist nicht das große Problem
7	18	88	Die Studierenden tun sich sehr schwer Texte zu schreiben über Mathematik.	Schwierigkeiten beim Schreiben mathematischer Texte
7	18	89	In der Schule besteht Mathematik aus einer Aufzählung aus Beispielen und man schreibt auch Texte darüber. Auf der Universität bei Prüfungen ist dann zum Beispiel verlangt, dass man einen Beweis schreibt.	Unzureichendes Vorwissen beim Texte schreiben
7	20	90	Ich sehe eigentlich tatsächlich nicht in den Fertigkeiten das große Problem, sondern in dem Nichtverstehen von nicht verschiedenen Begriffen.	Nichtverstehen von Begriffen
7	20	91	Aber ich sehe meine eigene Schulzeit nicht als/ Es war nicht so besonders toll. In dem Sinn/ Um	Eigene negative Schulerfahrung

			eine Matura zu schaffen, musste man neun Rezepte irgendwie können.	
7	22	92	Das Sprachliche wird von kaum jemandem erfüllt und darin sehe ich halt, wie unterrichtet wird	Sprachliche wird nicht erfüllt
7	22	93	Das logische Denken wird dann von vielen doch auch wieder erfüllt. Das teilt sich natürlich in die eine Gruppe und in die andere Gruppe.	Heterogene Studierende
7	22	94	Im Rechnen sind sie fast noch besser als in diesen logischen Fertigkeiten.	Rechnen funktioniert besser als logisches Denken
7	22	95	Da sind zumindest gewisse Leute sehr trainiert darauf, andere halt auch wieder nicht.	Heterogene Studierende
7	26	96	Also was Differenzieren betrifft/ Da sind sie recht firm.	Differenzieren funktioniert
7	26	97	Algebraische Fertigkeiten werden meiner Meinung nach schwächer	Algebraische Fertigkeiten werden schwächer
7	26	98	Differenzieren, ist etwas, das ausgeprägter ist als anderes	Differenzieren funktioniert
7	26	99	Geometrisches Verständnis ist auch etwas, das zurückgeht.	Geometrisches Verständnis geht zurück
7	188	100	Ich glaube nicht, dass ich das anders gemacht hätte.	Zuordnung wäre wie vor 20 Jahren
8	6	101	Ich erwarten, dass Sie in der Lage sind, sprachlich halbwegs korrekt zu argumentieren.	Erwartung: sprachlich korrekt zu argumentieren
8	6	102	Als Studienanfänger*in sollte man auch gewisse Rechenfertigkeiten, algebraische Fertigkeiten, mitbringen.	Erwartung: gewisse algebraische Fertigkeiten
8	6	103	Weiters würde ich dann fortgeschrittenere mathematische Fertigkeiten erwarten	Erwartung: fortgeschrittenere mathematische Fertigkeiten
8	6	104	ganz elementare Vektorrechnung.	Erwartung: elementare Vektorrechnung
8	6	105	Ich würde sagen bei einem großen Teil der Rechenfertigkeiten werden Erwartungen der Studienanfänger*innen nicht mehr erfüllt	Rechenfertigkeiten werden nicht erfüllt

8	6	106	argumentativen Fähigkeiten war es bis vor fünf Jahren noch völlig unproblematisch nun sind sie unter das erforderliche Grundniveau bei vielen gefallen.	Argumentative Fähigkeit wird nicht mehr erfüllt
8	6	107	Was auch noch wichtig wäre, ist analytische Fähigkeit (Abstraktion)	Erwartung: analytische Fähigkeit
8	6	108	Die Fähigkeit zu verallgemeinern und die Fähigkeit dann wieder zu spezialisieren. Und ich denke, da ist in den letzten Jahren die Erwartungshaltung nicht besser und nicht schlechter geworden als früher.	Fähigkeit zu verallgemeinern ist stabil geblieben
8	8	109	elementaren Termumformungen ist zurückgegangen	Beherrschung von Termumformungen ist zurückgegangen
8	8	110	Also diese Fertigkeit ist selbst bei sehr guten Studierenden in den vergangenen Jahren fast auf null zurückgegangen.	Studierende haben weniger Vorwissen als früher
8	8	111	Diese Fähigkeit ist auch zu einem guten Teil verloren gegangen.	Studierende haben weniger Vorwissen als früher
8	8	112	Diese pure Fähigkeit, rechenstechnisch mit Papier und Bleistift Dinge zu manipulieren, ist in den letzten Jahren stark gefallen	Rechenfertigkeit ist zurückgegangen
8	10	113	Verallgemeinerungen funktionieren wie gehabt gut	Fähigkeit zu verallgemeinern ist stabil geblieben
8	10	114	Also bei Verallgemeinerungen erfüllen die Studienanfänger*innen durchaus die Erwartung, die ich habe, und das hat auch in den letzten 20 Jahren nicht geändert.	Fähigkeit zu verallgemeinern ist stabil geblieben
8	10	115	Interesse ist nach wie vor da	Interesse ist da
8	10	116	Interesse ist da	Interesse ist da
8	10	117	Mit fortschreitender Dauer des ersten Semesters diesen axiomatischen Aufbau dann auch zu verinnerlichen und dann selbst auch zu beginnen, ähnliche Herangehensweisen an die	Verinnerlichung des axiomatischen Aufbaus funktioniert nach wie vor

			mathematischen Fragestellungen zu entwickeln, das ist auch gut entwickelt und so wie ich es erwarten würde	
8	22	118	Das hängt von der Schule ab.	Heterogene Schulen
8	29	119	Sagen wir so, ich habe es noch in der Schule gelernt und geübt.	Eigene Schulerfahrungen
8	29	120	Zu meiner Zeit war das noch Schulstoff. Mittlerweile weiß ich, dass das nicht mehr Schulstoff ist	Damals war es Schulstoff
8	118	121	Das Lustige ist, Sie zeigen mir lauter Beispiele, die ich in der Schule machen musste.	Beispiele aus der eigenen Schulzeit
8	152	122	Ich weiß, dass das so die Beispiele (Winkelsätze) waren, wo meine Klassenkolleg*innen damals schon ärgere Schwierigkeiten hatten	Probleme der Klassenkolleg*innen
8	152	123	Aber das sind so Rechnungen, die damals, wo noch sehr viel rechnen geübt wurde auch in den Unterstufen, Schwierigkeiten gemacht haben	Machten damals sogar Schwierigkeiten
8	156	124	Aber das sind so Rechnungen, die damals, wo noch sehr viel rechnen geübt wurde auch in den Unterstufen, Schwierigkeiten gemacht haben	Machten damals sogar Schwierigkeiten
8	160	125	Also da hängt es davon ab, welchen Schulweig man macht.	Hängt vom Schulweig ab
8	160	126	Das ist auch so ein Grenzfall, wo es definitiv Schultypen gibt, wo man wegen der weiteren Bildung dort diese Aufgaben braucht	Heterogene Schulen
8	174	127	Ich habe das alles noch in meiner Schulzeit gelernt, Partialbruchzerlegen und Ähnliches.	Ich lernte das noch in der Schule
8	178	128	Also wie gesagt, zu unserer Zeit war das noch Schulstoff	Damals war das noch Schulstoff
8	184	129	Zu unserer Zeit war das noch Schulstoff. Aber ich kann mir durchaus vorstellen, dass man das vielleicht außer in der Mathematik eigentlich gar nirgends braucht	Damals war das noch Schulstoff

8	188	130	die Aufgabe war zu meiner Zeit auch bei meinen Kolleginnen und Kollegen in der Schule schon schwer	Machten damals schon Schwierigkeiten
8	196	131	Alle außer dem 4x4 Gleichungssystem und dem letzten Integral, alles Schule.	Damals lernte man mehr in der Schule
8	198	132	Also das war alles Schulstoff einfach.	Damals lernte man mehr in der Schule
8	200	133	Durchschnittspunkteanzahl ist über die Jahre hinweg gefallen	Studierende sind schlechter geworden
8	200	134	Studienanfänger*innen zunehmend Schwierigkeiten damit haben, komplexere Beispiele in Einzelschritte zu zerlegen.	Studierende haben Schwierigkeiten mit komplexeren Beispielen
8	200	135	die mechanische Fähigkeit Dinge zu berechnen ist zurückgegangen	Mechanische Fähigkeit ist zurückgegangen
8	200	136	Rechenfähigkeiten abgenommen haben aber in den Verständnisaufgaben eigentlich nicht zugenommen haben	Rechenfähigkeit ist zurückgegangen, Verständnisaufgaben sind aber nicht besser geworden
8	202	137	Die Bereitschaft Dinge zu hinterfragen, die ist weniger ausgeprägt als früher	Bereitschaft Dinge zu hinterfragen hat abgenommen
8	206	138	Also das hat sich geändert in den vergangenen 20 Jahren. Sozusagen die Bereitschaft, hingeschriebene Dinge einfach zu akzeptieren und hinzunehmen, ist viel größer, habe ich den Eindruck.	Bereitschaft Dinge zu hinterfragen hat abgenommen

Appendix D (Zweite Reduktion)

Zweiter Durchgang und Entwicklung des Kategoriensystems			
Kat.		Generalisierung	Reduktion und Entwicklung des Kategoriensystems
Erwartungen			K'1: Erwartungen a) Allgemeine Erwartungen 1) Mathematische Erwartungen: i. algebraische Fertigkeiten ii. elementare Vektorrechnung iii. analytische Fähigkeit iv. algebraische Fertigkeiten 2) heterogene Studierende: i. unterschiedliche Schulen/Module ii. chronologischer Aufbau iii. manche werden abbrechen 3) Erwartungen sind kontraproduktiv, wichtiger sie wissen es am Ende b) Erfüllte Erwartungen 1) Stoff der Sekundarstufe I 2) analytische Geometrie und ihre Konzepte 3) Arbeiten mit Funktionen 4) quadratische Gleichungen 5) Interesse 6) Intuition und Anpassungsfähigkeit
1	keine Erwartungen	Erwartungen sind kontraproduktiv,	
1	Erwartungen sind nicht so gut	wichtiger sie wissen es am Ende	
1	wichtiger sie können es am Ende des Studiums	Erwartungen sind kontraproduktiv, wichtiger sie wissen es am Ende	
Mathematische Erwartungen			
1.1	algebraische Fertigkeiten	algebraische Fertigkeiten	
1.1	fortgeschrittenere mathematische Fertigkeiten	fortgeschrittenere mathematische Fertigkeiten	
1.1	elementare Vektorrechnung	elementare Vektorrechnung	
1.1	analytische Fähigkeit	analytische Fähigkeit	
Erfüllte mathematische Erwartungen			
1.1a	Primfaktorenzerlegung	Stoff der Sekundarstufe I	
1.1a	algebraische Strukturen erkennen	Stoff der Sekundarstufe I	
1.1a	Konzepte der Trigonometrie	analytische Geometrie und ihre Konzepte	
1.1a	Funktionen und deren Graphen	Arbeiten mit Funktionen	

1.1a	analytische Geometrie	analytische Geometrie und ihre Konzepte	7) Überblick bewahren 8) Verallgemeinerungen c) nicht erfüllte Erwartungen 1) Äquivalenz, Implikation, Beweis 2) operative Fertigkeit (Technik) 3) Symbole und Sprache 4) zu wenig Vorwissen 5) komplexere Aufgaben 6) Akzeptanz der Chronologie 7) Verständnis von Begriffen
1.1a	Zahlen	Stoff der Sekundarstufe-I	
1.1a	Brüche	Stoff der Sekundarstufe-I	
1.1a	Nicht durch 0 teilen	Stoff der Sekundarstufe-I	
1.1a	Wurzel	Stoff der Sekundarstufe-I	
1.1a	quadratische Gleichungen	quadratische Gleichungen	
1.1a	Rechnen nicht das große Problem	Stoff der Sekundarstufe-I	
1.1a	Differenzieren	Arbeiten mit Funktionen	
Nicht erfüllte mathematische Erwartungen			K'2: Studienanfänger*innen können zu wenig 1) Wiederholung ist erforderlich 2) denken nicht gründlich genug nach 3) damals mehr Vorwissen 4) operative Fertigkeit (Technik) waren ausgeprägter 5) Bereitschaft Dinge zu hinterfragen, wurde geringer 6) Schule lehrt manches falsch/unzureichend K'3: Zuordnung vor 20 Jahren ähnlich gewesen 1) Zuordnung wäre gleich/ähnlich 2) auch heute gutes Niveau
1.1b	Äquivalenz, Implikation	Äquivalenz, Implikation, Beweis	
1.1b	Verständnis für Beweise	Äquivalenz, Implikation, Beweis	
1.1b	operative Fertigkeiten (besonders Termumformung)	operative Fertigkeit (Technik)	
1.1b	Summenzeichen und ähnliches	Symbole und Sprache	
1.1b	zu wenig Vorwissen	zu wenig Vorwissen	
1.1b	Formelwissen	zu wenig Vorwissen	
1.1b	Technik	operative Fertigkeit (Technik)	
1.1b	mathematische Sprache	Symbole und Sprache	
1.1b	Wechsel zwischen Grafiken und Rechnungen	komplexere Aufgaben	
1.1b	Fallunterscheidungen	komplexere Aufgaben	

1.1b	logisches Denken	logisches Denken	K'4: Eigene Schulerfahrung 1) Entscheidung durch eigene Schulerfahrung 2) eigener Schulunterricht war schwach
1.1b	mechanische Fertigkeiten	operative Fertigkeit (Technik)	
1.1b	Umgang mit komplexeren Aufgaben	komplexere Aufgaben	
sonstige Erwartung			
erfüllte sonstige Erwartungen			
1.2a	Interesse	Interesse	
1.2a	Intuition	Intuition und Anpassungsfähigkeit	
1.2a	Flexibilität	Intuition und Anpassungsfähigkeit	
1.2a	Lücken schnell schließen	Intuition und Anpassungsfähigkeit	
1.2a	Überblick bewahren	Überblick bewahren	
1.2a	Verallgemeinerungen	Verallgemeinerungen	
nicht erfüllte sonstige Erwartungen			
1.2b	leserlich schreiben	Symbole und Sprache	
1.2b	Akzeptanz der Chronologie	Akzeptanz der Chronologie	
1.2b	mathematische Texte schreiben	Symbole und Sprache	
1.2b	Verständnis von Begriffen	Verständnis von Begriffen	
Studienanfänger*innen wissen zu wenig			
Studienanfänger*innen wissen zu wenig ohne zeitlichen Bezug			
2.1	wiederholen muss man es trotzdem	Wiederholung ist erforderlich	
2.1	Studienanfänger*innen lernten manches nicht	Wiederholung ist erforderlich	

2.1	Studienanfänger*innen denken nicht gründlich genug nach	denken nicht gründlich genug nach	
Studienanfänger*innen wissen heutzutage weniger als früher			
2.2	damals mehr Vorwissen	damals mehr Vorwissen	
2.2	damals Schulstoff: Differentialgleichungen, Partialbruchzerlegung, 4x4 Gleichungssysteme	damals mehr Vorwissen	
2.2	operative Fertigkeiten waren ausgeprägter	operative Fertigkeit (Technik) waren ausgeprägter	
2.2	algebraische Fertigkeiten, geometrisches Verständnis	operative Fertigkeit (Technik)	
2.2	Bereitschaft Dinge zu hinterfragen	Bereitschaft Dinge zu hinterfragen, wurde geringer	
Zuordnung vor 20 Jahren ähnlich gewesen			
3	Zuordnung wäre gleich	Zuordnung wäre gleich/ähnlich	
3	Zuordnung wäre ähnlich	Zuordnung wäre gleich/ähnlich	
3	Es wird versucht auch heute auf einem guten Niveau zu lehren.	auch heute gutes Niveau	
Heterogenität → Erwartungen			
4	unterschiedliche Schulen/Module	unterschiedliche Schulen/Module	

4	Vorwissen ist heterogen	unterschiedliche Schulen/Module
4	Aufbau der LV damit alle folgen können	chronologischer Aufbau
4	manche werden abbrechen	manche werden abbrechen
eigene Schulerfahrung		
5	Entscheidung durch eigene Schulerfahrung	Entscheidung durch eigene Schulerfahrung
5	eigener Schulunterricht war schwach	eigener Schulunterricht war schwach
5	Aufgaben aus eigener Schulzeit	Entscheidung durch eigene Schulerfahrung
Schule lehrt es falsch → Studienanfänger*innen wissen zu wenig		
6	Wunsch Dinge als Erste*r zu erklären	Schule lehrt manches falsch/unzureichend
6	Funktionen sind mehr als $f(x)$	Schule lehrt manches falsch/unzureichend
6	Schule lehrt manches falsch	Schule lehrt manches falsch/unzureichend