

Minora 1955

Mächtigkeit des Quantenfeld - Funktionals

Supra-Entwurf

Thinning hohl kugel ~~hohl kugel~~.

Temperaturgefälle im Schwerfeld

Die M., dass die Lsgen in-ell mit best. a-Intervall
 folgen. Für jeden J-ter in diesem Intervall ist die M.
~~best~~ beschaffen für ein $\frac{m'}{a}$, also ist die M. gerade
 Diese Intervalle $\left(\frac{n-m'}{n}\right)^{n-a} \left(\frac{m'}{a}\right)^2$ (für $a > 1$)

nur für $a=1$, weil
 in $m'=1$.

Diese Lsgen sind richtig gebildet, also

$$(n+a-1) \left(\frac{n-m'}{n}\right)^{n-a} \left(\frac{m'}{a}\right)^2$$

Die Forderung ist

$$\sum_{a=1}^n (n+a-1) \left(\frac{n-m'}{n}\right)^{n-a} \left(\frac{m'}{a}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

Kann das richtig ist, so muss die $\sum_1^n$ die Eins sein.
 Ist sie das?

$$\frac{n-m'}{n} = x \quad m'^2 \text{ ist konstant} \quad m' = n(1-x)$$

$$\begin{aligned} \sum &= m'^2 \sum_{a=1}^n (n+a-1) x^{n-a} \frac{1}{a^2} = \frac{2}{1} \\ &= m'^2 x^{2n} \sum_{a=1}^n (n+a-1) x^{-n-a} \frac{1}{a^2} \\ &= -m'^2 x^{2n} \frac{d}{dx} \sum_{a=1}^n x^{-n-a+1} \frac{1}{a^2} = -m'^2 x^{2n} \frac{d}{dx} S \end{aligned}$$

$$S = \sum_{a=1}^n x^{-n-a+1} \frac{1}{a^2} \quad a > 1$$

$$\int_1^\infty x^{-a} dx = - \frac{x^{-a+1}}{a} \Big|_1^\infty = \frac{x^{-a+1}}{a}$$

$$\frac{1}{x} \int_1^\infty x^{-a} dx = \frac{x^{-a}}{a}$$

$$\int_1^\infty \frac{dx}{x} \int_1^\infty x^{-a} dx = \frac{x^{-a+1}}{a^2}$$

$$\frac{1}{x} \int_1^\infty \frac{dx}{x} \int_1^\infty x^{-a} dx = \frac{x^{-a}}{a^2} \quad \text{also}$$

$$\begin{aligned} S &= \cancel{x^{-n}} + \sum_{a=2}^n x^{-n-a+1} \frac{1}{a^2} \\ &= x^{-n} + x^{-n-1} \cdot \frac{1}{x} \int_1^\infty \frac{dx}{x} \int_1^\infty \sum_{a=2}^n x^{-a} dx \end{aligned}$$

$$\sum_{a=2}^n x^{-a} = x^{-2} + x^{-3} + \dots + x^{-n} = x^{-2} (1 + x^{-1} + \dots + x^{-(n-2)})$$

$$1 + y + y^2 + \dots + y^{n-2} = \frac{y^{n-1} - 1}{y - 1} \quad x = \frac{1}{y}$$

Das geht nicht. Also das ist für das in Gauss-Polynom?

Opt!

$$S = \sum_{a=1}^n x^{-n-a+1} \frac{1}{a^2} = x^{-n} \sum_{a=1}^n \frac{x^{-a}}{a^2} = x^{-n} \sum_{a=1}^n \frac{x^{-a+1}}{a^2} \quad x = \frac{1}{y}$$

$$= y^n \sum_{a=1}^n \frac{y^{a-1}}{a^2}$$

Es handelt sich um die Reihe:

$$f(y) = 1 + \frac{y}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{y^3}{16} + \frac{y^4}{25} + \dots + \frac{y^{n-1}}{n^2} \quad \text{Trichotomie?}$$

$$(yf)' = 1 + \frac{y}{2} + \frac{y^2}{3} + \dots + \frac{y^{n-1}}{n}$$

$$[y(yf)']' = 1 + y + y^2 + \dots + y^{n-1} = \frac{y^n - 1}{y - 1}$$

Anderes: man das 1. geben soll, so nur die Reihe

$$\frac{1}{m'^2} = \frac{1}{n^2(1-x)^2} \quad \text{gilt.} \quad \text{Ternum von oben.}$$

Das ist so aber nicht, die Reihe ist nicht richtig.

Ein Fehler unterstellt.

$$\sum = m'^2 \sum_{a=1}^n (n-a+1) \frac{x^{n-a}}{a^2} = m'^2 \frac{d}{dx} \sum_{a=1}^n \frac{x^{n-a+1}}{a^2}$$

Es spricht die Richtigkeit der gewählten Reihe zu sein.

$$\sum = m'^2 \frac{d}{dx} \left(\frac{x}{n^2} + \frac{x^2}{(n-1)^2} + \dots + x^n \right)$$

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots$$

$$\frac{1}{(1-x)^2} = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4 + \dots$$

$$-\frac{d}{dx} \frac{1}{1-x} = \frac{1}{(1-x)^2} = 1 + 2x + 3x^2 + \dots$$

Es ist noch fehl unterlegt.

Man muss $\left(\frac{m'}{a}\right)^2$ durch $\left(\frac{m'}{n}\right)^2$

so bleibt es immer auf dass in Richtigkeit, $n-2$

Es ist die Ungleich bei gegebenem m' so

$a=1$ so zu summieren. Weg von $a=m'$ so.

Aber dann fallen alle die letzten Glieder weg!

$$\text{Wes ist}$$

$\frac{n^2}{a^2} (n-a+1)$	
$a=$	
n	1
$n-1$	$2 \frac{n^2}{(n-1)^2}$
$n-2$	

Wir betrachten also den Fall nicht $m' = 1$. Ein bestimmter Fall ist jedoch gegeben, dass ganz bestimmte Zahlen m' Zahlen $n-a$ Zahlen n betreffen sind bestimmte 2 betreffen sind. Das konzipiert den Fall nicht. Also wir wissen die Zahlen sind in 2 Gruppen geteilt

Losbetreffend m' Nichtbetreffend $n-m'$

Dies ist die 2te. Gruppe 2 heißt $n-a$ heißt zu finden? Das muss als Grund betrachtet werden. (Darin lag mein Fehler!) Wir nehmen $m' \geq 2$. Nicht $n-m'-(n-a-1) = a-m'+1$

$$\frac{2+n-a-1}{n-(n-a+1)} = \frac{a-1}{a-1} \cdot \frac{m'}{n} \cdot \frac{m'-1}{n-1} \cdot \frac{n-2}{n-2} \cdot \frac{n-m'}{n-2} \cdot \frac{n-m'-1}{n-3} \cdots \frac{a+1-m'}{a-1}$$

Nur mit $n-a+1$ zu multiplizieren. Von $a=m'$ bis n zu nehmen! - Das liefert die

$$\frac{a!}{n!} \cdot 2! \cdot \frac{\binom{m'}{2} \binom{n-m'}{n-a} (n-a)!}{\binom{n}{a}} \cdots n-a+1$$

$$\text{Also zusammen: } 2(n+1) \cdot \frac{\binom{m'}{2} \binom{n-m'}{n-a}}{\binom{n+1}{a}} = m'(m'-1)(n+1) \cdot \frac{\binom{n-m'}{n-a}}{\binom{n+1}{a}}$$

Vorgängige n Fall nicht $a=n$

$$\frac{m'(m'-1)}{n(n-1)} \cdot \frac{(n-m')(n-m'-1) \cdots (a+1-m')}{(n-2)(n-3) \cdots a-1} = n-a+1$$

$a = n$	$n-1$	$n-2$	$\cdots$	m'
$\text{Prod.} = 1$	$\frac{n-m'}{n-2}$	$\frac{(n-m')(n-m'-1)}{(n-2)(n-3)}$	$\frac{(n-m')(n-m'+1) \cdots 1}{(n-2)(n-3) \cdots m'-1}$	
$n-a+1 = 1$	2	3	$n-m'+1$	
$\text{also} = 1$	$\frac{1 \cdot 2}{2!}$	$\frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{3!}$	$\frac{(n-m'+1)!}{(n-m')!}$	

$$= F(2, \beta, \gamma, 1) = F(n-m', 2, n-2, 1)$$

$$\alpha = n-m' \quad \beta = 2 \quad \gamma = n-2$$

Kann alles in Ordnung ist, falls dies $\frac{n(n-1)}{m'(m'-1)}$ ist.

$$\alpha = 2 \quad \beta = -(n-m') \quad \gamma = n-2 \quad x = -1 \quad \text{also}$$

$$F(2, -(n-m'), -(n-2), +1)$$

Also das Jacobi-Polynom

$$\left(G_{n-m'} \left(\begin{matrix} 2-n+m' & -(n-2) & +1 \\ (p) & (q) & (x) \end{matrix} \right) \right)$$

$$\hat{n} = n-m' \\ p + \hat{n} = 2 \\ p = 2-n+m' \\ q = n-2$$

Wir zurück, das ist $\frac{n(n-1)}{m'(m'-1)}$

$$\text{Beispiel: } m' = n-1 \quad G_1 \left(\begin{matrix} 1 & n-2 & -1 \\ p & q & x \end{matrix} \right) = 1 + \frac{2}{n-2} = \frac{n}{n-2} \quad \text{hier}$$

$$m' = n-2 \quad G_2 \left(\begin{matrix} 0 & n-2 & -1 \end{matrix} \right) = 1 + 2 \frac{2}{n-2} + \frac{2 \cdot 3}{(n-2)(n-1)} = \frac{(n-2)(n-1) + 4(n-1) + 6}{(n-2)(n-1)} = \frac{n^2 - 3n + 2 + 4n - 4 + 6}{(n-2)(n-1)} = \frac{n^2 + n + 4}{(n-2)(n-1)}$$

$$\text{falls } \frac{n(n-1)}{(n-2)(n-3)} = \frac{n^2 + n + 4}{(n-2)(n-1)} \quad \text{hier nicht}$$

$$m' = n-3 \quad G_3 \left(\begin{matrix} -1 & n-2 & -x \end{matrix} \right) = 1 + 3 \frac{2}{n-2} + 3 \frac{2 \cdot 3}{(n-2)(n-1)} + \frac{2 \cdot 3 \cdot 4}{(n-2)(n-1)n} = \frac{(n-2)(n-1)n + 6(n-1)n + 12n + 24}{(n-2)(n-1)n} = \frac{(n^2 - 3n + 2)n + 6(n-1)n + 12n + 24}{(n-2)(n-1)n} = \frac{n^3 - 3n^2 + 2n + 6n^2 - 6n + 12n + 24}{(n-2)(n-1)n} = \frac{n^3 + 3n^2 + 8n + 24}{(n-2)(n-1)n}$$

Der Fall liegt in Verwaschen! also! so!

$$r' = \frac{c}{r} \quad r'v' = rv \quad v' = \frac{v^2}{c} v \quad v = \frac{v'^2}{c} v'$$

$$x' = \frac{cx}{r^2} \quad x = \frac{cx'}{r'^2} \quad \frac{x'}{r'} = \frac{x}{r} \text{ etc.}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = \left(\frac{c}{r^2} - \frac{2cx^2}{r^4} \right) \frac{\partial}{\partial x'} = \frac{c}{r^4} (y'^2 + z'^2 - x'^2) \frac{\partial}{\partial x'} = \frac{r'^2}{c} \left(\frac{y'^2}{r'^2} + \frac{z'^2}{r'^2} - \frac{x'^2}{r'^2} \right) \frac{\partial}{\partial x'}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{c}{x'} \quad \frac{1}{x'} = \frac{cx}{r^4} \quad \frac{c}{r^2} = \frac{r'^2}{c}$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} = \frac{1}{c} (y'^2 + z'^2 - x'^2) \frac{\partial}{\partial x'} \right]$$

$$\frac{\partial}{\partial x'} = \left(\frac{c}{r'^2} - \frac{2cx'^2}{r'^4} \right) \frac{\partial}{\partial x} = \frac{c}{r'^4} (y^2 + z^2 - x^2) \frac{\partial}{\partial x} = \frac{r^2}{c} \left(\frac{y^2}{r^2} + \frac{z^2}{r^2} - \frac{x^2}{r^2} \right) \frac{\partial}{\partial x}$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial x'} = \frac{1}{c} (y^2 + z^2 - x^2) \frac{\partial}{\partial x} \right]$$

Die sind nicht vergeblich. Das sind bei konst. y', z' , das sind y, z .

$$-E_x = + \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$= \frac{1}{c} (y'^2 + z'^2 - x'^2) \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{r'^2}{c} v' \right) +$$

$$+ \frac{1}{c} (z'^2 + x'^2 - y'^2) \frac{\partial}{\partial y'} \left(\frac{r'^2}{c} v' \right) +$$

$$+ \frac{1}{c} (x'^2 + y'^2 - z'^2) \frac{\partial}{\partial z'} \left(\frac{r'^2}{c} v' \right)$$

~~Wiederholung~~

$$= \frac{1}{c^2} \left\{ 2v' [2(x'+y'+z')r'^2 - 2x'^3 - 2y'^3 - 2z'^3] + (r'^4 - 2x'^2r'^2) \frac{\partial v'}{\partial x'} + (r'^4 - 2y'^2r'^2) \frac{\partial v'}{\partial y'} + (r'^4 - 2z'^2r'^2) \frac{\partial v'}{\partial z'} \right\}$$

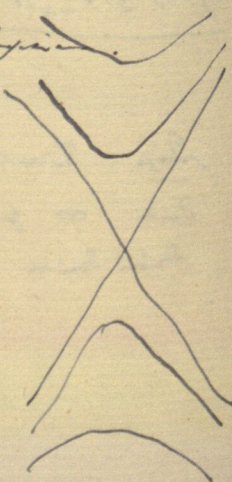
$$= \frac{1}{c^2} \left\{ 2v' (x'(y'^2+z'^2) + y'(z'^2+x'^2) + z'(x'^2+y'^2)) + r'^2(y'^2+z'^2-x'^2) \frac{\partial v'}{\partial x'} + r'^2(x'^2+z'^2-y'^2) \frac{\partial v'}{\partial y'} + \dots \right\}$$

Es, nicht mehr. Das ist $-E_x$ in der Formel.

Das $\Delta v = \rho$ liefert sich leicht durch.

Das hilft bei der in 4 Dimensionen.

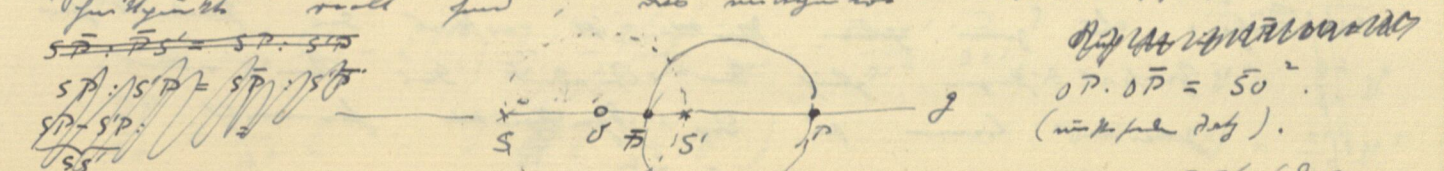
$$\sum x_n^2 \sum x_b^2 = c^2$$



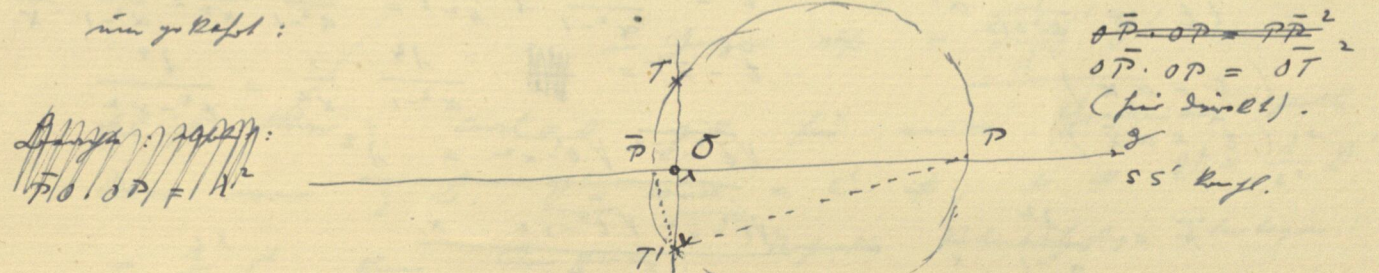
Man soll die Spiegelung in einer Ebene 2. Ordnung (n-1 Dim.) wie folgt definieren:

Der Spiegelpunkt $\bar{P}$ von P in einer Mittelpunkts-Ebene 2. Ordnung ist der 4. harmonische von P bezüglich der 2. Ordnungspunkte von OP mit der Ebene, wo O der Mittelpunkt.

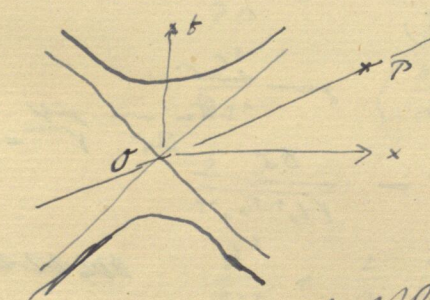
Zur geometrischen Konstruktion verwendet man, falls die zwei Ordnungspunkte reell sind, das imaginäre Kreisbüschel.



Die Orthogonalprojektion in der Ebene des Kreisbüschels SS' (das sind die Ordnungspunkte!), sind die Ordnungspunkte imaginär, das man erhält:



Die Punkte, die man erhält, sind nämlich Orthogonalproj. in die imaginäre Kreisbüschel. Diese zwei konj. konj. Punkte auf g. Konstruktion (die Linie TT' muss bekannt sein):



$$t^2 - x^2 = 1^2 \quad t = \alpha x$$

$$x^2(\alpha^2 - 1) = 1^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} x_s = \pm \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 - 1}} \\ t_s = \pm \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - 1}} \end{array} \right\} \text{ für } \alpha < 1.$$

~~Wiederholung~~

$$\frac{OP}{OP'} = \frac{OP}{OP'} = \frac{OP}{OP'} = \frac{OP}{OP'}$$

Der Radiusvektor zu einem Punkt P ist $\frac{1+\alpha^2}{\alpha^2-1} \lambda^2$

OP für Orthogonalen $x, t = \alpha x$, Radiusvektor $x\sqrt{1+\alpha^2} = r$

OP für Radiusvektor $\bar{r}$. Man soll $r\bar{r} = \frac{1+\alpha^2}{\alpha^2-1} \lambda^2$, d.h.

$$\bar{r} = \frac{1+\alpha^2}{\alpha^2-1} \lambda^2 \cdot \frac{1}{r}$$

$$= \frac{1+\alpha^2}{\alpha^2-1} \lambda^2 \cdot \frac{r}{r^2}$$

$$x\bar{x} = \frac{\lambda^2}{\alpha^2-1}$$

$$t\bar{t} = \frac{\lambda^2}{\alpha^2-1} \alpha^2$$

also $\bar{x}, \bar{t}$ in der Ebene des Kreisbüschels

$$\bar{x} = \frac{1+\alpha^2}{\alpha^2-1} \lambda^2 \cdot \frac{1}{r^2} x = \frac{\lambda^2}{\alpha^2-1} \frac{1}{x}$$

$$\bar{t} = \frac{1+\alpha^2}{\alpha^2-1} \lambda^2 \cdot \frac{1}{r^2} t = \frac{\lambda^2}{\alpha^2-1} \frac{t}{x^2}$$

$$= \frac{\lambda^2}{\alpha^2-1} \frac{\alpha^2}{t} = \frac{\lambda^2}{\alpha^2-1} \frac{\alpha}{x}$$

Die andere Auffassung (Polar!)

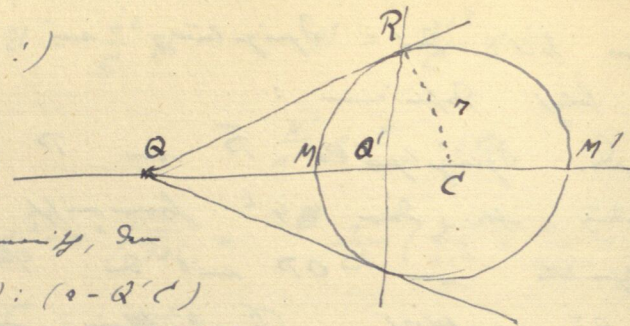
$$\rightarrow QD : r = r : Q'C$$

$$QC \cdot Q'C = r^2 \quad (\text{Potenz!})$$

Stützlinie QQ' , MM' senkrecht, der

$$(QC+r) : (QC-r) = (r+Q'C) : (r-Q'C)$$

$$QM' : QM = QM' : Q'M$$



Frage: Für zwei festen Punkte ist nicht das Produkt ihrer Zirkelabstände gleich dem Quadrat des Abstands, sondern die Differenz ist konstant.

$$x\bar{x} = \frac{\lambda^2}{\alpha^2 - 1}$$

$$t\bar{t} = \frac{\lambda^2}{\alpha^2 - 1} \alpha^2$$

$$(t = \alpha x)$$

$$(t = \alpha \bar{x})$$

$$\bar{x} = \frac{1+\alpha^2}{\alpha^2-1} \lambda^2 \frac{1}{x} = \frac{\lambda^2}{\alpha^2-1} \frac{1}{x}$$

$$\bar{t} = \frac{1+\alpha^2}{\alpha^2-1} \lambda^2 \frac{1}{t} = \frac{\lambda^2}{\alpha^2-1} \frac{t}{x^2} = \frac{\lambda^2}{\alpha^2-1} \frac{\alpha}{x}$$

$$\bar{t}^2 - \bar{x}^2 = \frac{\lambda^4}{\alpha^2-1} \frac{1}{x^2} = \frac{\lambda^4}{t^2 - x^2}$$

$$\sqrt{\bar{t}^2 - \bar{x}^2} \sqrt{t^2 - x^2} = \lambda^2$$

$$\bar{x} = \frac{\lambda^2}{\alpha^2-1} \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{\bar{t}^2 - \bar{x}^2} \sqrt{t^2 - x^2} \cdot x}{t^2 - x^2}$$

$$\frac{\bar{x}}{\sqrt{\bar{t}^2 - \bar{x}^2}} = \frac{x}{\sqrt{t^2 - x^2}} \quad (*) \quad \text{Aber Abzählen!}$$

Frage: Wie kann man zeigen, dass jede Lichtkegel in einem Lichtkegel übergeht, der um O in der x-Achse verläuft?

$$L \equiv (t-t_0)^2 - (x-x_0)^2 = 0 \quad (L)$$

$$\text{Lichtkegel um } O: t\bar{t} - x\bar{x} = \lambda^2$$

$$\frac{x_0}{\sqrt{t_0^2 - x_0^2}} = \frac{x}{\sqrt{t^2 - x^2}} \quad \frac{t_0}{\sqrt{t_0^2 - x_0^2}} = \frac{t}{\sqrt{t^2 - x^2}}$$

$$\frac{t t_0 - x x_0}{r r_0} = \frac{\bar{t} \bar{t}_0 - \bar{x} \bar{x}_0}{\bar{r} \bar{r}_0}$$

(Frage: Wie kann man die 2 Punkte konjugieren?)

$$L \equiv r^2 - 2(t t_0 - x x_0) + r_0^2$$

$$= \frac{\lambda^4}{r^2} - \frac{2 r r_0}{\bar{r} \bar{r}_0} (\bar{t} \bar{t}_0 - \bar{x} \bar{x}_0) + \frac{\lambda^4}{\bar{r}_0^2}$$

$$= \lambda^4 \left(\frac{1}{r^2} - \frac{2}{\bar{r} \bar{r}_0} (\bar{t} \bar{t}_0 - \bar{x} \bar{x}_0) + \frac{1}{\bar{r}_0^2} \right)$$

$$= \frac{\lambda^4}{\bar{r}^2 \bar{r}_0^2} L' \quad \text{wobei } L' \equiv \bar{t}^2 - \bar{x}^2 - 2(\bar{t} \bar{t}_0 - \bar{x} \bar{x}_0) + \bar{t}_0^2 - \bar{x}_0^2$$

Nun zeigen wir, dass $L' = 0$ ist. Das ist klar.

Oder man sieht sofort, dass die Lichtkegel die Abstände sind.

Die gehen alle in der Form Lichtkegel über!

Zurück zur Lichtkegel, die sich wieder um O drehen.

$$\text{zu } x': \quad x' = \frac{\lambda^2 x}{r^2} \quad : \quad x = \frac{\lambda^2 x'}{r'^2} \quad r'^2 = \frac{\lambda^2}{r'^2} \quad r' = \frac{\lambda}{r}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = \left(\frac{\lambda^2}{r^2} - \frac{2\lambda^2 x}{r^4} \right) \frac{\partial}{\partial x'} + \left(-\frac{2\lambda^2 x}{r^4} \right) \frac{\partial}{\partial y'} + \left(-\frac{2\lambda^2 x}{r^4} \right) \frac{\partial}{\partial z'}$$

$$= \frac{\lambda'^2}{r'^2} \left[\left(1 - 2\frac{x'^2}{r'^2} \right) \frac{\partial}{\partial x'} - 2\frac{x'y'}{r'^2} \frac{\partial}{\partial y'} - 2\frac{x'z'}{r'^2} \frac{\partial}{\partial z'} \right]$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\lambda'^2}{r'^2} \left[\dots \right] \quad \left(\frac{\lambda'^2}{r'^2} V' \right)$$

Die Gleichung mit V' lässt sich, wenn man die Faktoren $\frac{2x'^2}{r'^4}$ abhebt:

$$(y'^2 + z'^2 - x'^2) x' - 2x'y'z' - 2x'z'^2 = -x'^2 r'^2$$

$$\text{in } V' \text{ also } -\frac{2x'y'z'}{r'^4} V'$$

Es ist klar: $\text{curl} = 0$ gilt für einen Gradientenfeld.

Oder man zeigt: $V' = \text{const.} = C$ ist, so ist $V = \frac{\lambda^2}{r^2} V' =$

$$= \frac{\lambda^2}{r^2} C \quad \text{konst.} \quad \text{Nur für } V' = C \quad \text{Lösungen: } V = C, \quad V = \frac{1}{2} \quad \text{Der Fall ist ja noch}$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} = 0 \quad \text{Lösungen: } V = C, \quad V = \frac{1}{2} \quad \text{Der Fall ist ja noch}$$

Für Funktionen von r allein:

$$\frac{\partial}{\partial r} = -\frac{\lambda^2}{r^2} \frac{\partial}{\partial r'} = -\frac{r'^2}{\lambda^2} \frac{\partial}{\partial r'}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} = \left(\frac{r'^2}{\lambda^2} \frac{\partial}{\partial r'} \right)^2 = \frac{r'^2}{\lambda^2} \left(\frac{r'^2}{\lambda^2} \frac{\partial^2}{\partial r'^2} + \frac{2r'}{\lambda^2} \frac{\partial}{\partial r'} \right)$$

$$\frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} = -\frac{2r'^3}{\lambda^4} \frac{\partial}{\partial r'}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} = \frac{r'^4}{\lambda^4} \frac{\partial^2}{\partial r'^2}$$

$$\text{Lösungen } C, \frac{1}{r} \quad C, \frac{1}{r'}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} = \frac{r'^4}{\lambda^4} \left(\frac{\partial^2}{\partial r'^2} + \frac{2}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \right) = \frac{r'^4}{\lambda^4} \frac{1}{r'} \frac{\partial^2}{\partial r'^2} r'$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} = \frac{r'^4}{\lambda^4} \frac{\partial^2}{\partial r'^2} r'$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (rV) = \frac{r'^4}{\lambda^4} \frac{\partial^2}{\partial r'^2} V = \frac{r'^4}{\lambda^4} \frac{\partial^2}{\partial r'^2} r' \frac{V}{r'}$$

$$\equiv \Delta V \quad \text{wobei } \frac{V}{r'} = V' \text{ const.}$$

Es muss mit der 5. Bedingung übereinstimmen!

$$V = r' V'$$

Nun wichtig in Ordg:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{1}{\lambda^2} \left[\left(1 - \frac{2x'^2}{\lambda'^2} \right) \frac{\partial}{\partial x'} - \frac{2x'y'}{\lambda'^2} \frac{\partial}{\partial y'} - 2 \frac{z'x'}{\lambda'^2} \frac{\partial}{\partial z'} \right] (x' y')$$

Das gleich mit V' brüht also von Faktor $\frac{1}{\lambda'^2} V'$ abgeleitet

$$\left(1 - \frac{2x'^2}{\lambda'^2} \right) x' - \frac{2x'y'}{\lambda'^2} - 2 \frac{x'z'}{\lambda'^2}$$

$$\text{oder } \frac{y'^2 + z'^2 - x'^2}{\lambda'^2} x' - \frac{2x'y'}{\lambda'^2} - \frac{2x'z'}{\lambda'^2} \quad \text{Besser}$$

~~hier~~

$$\frac{1}{\lambda'^2} (x'^2 - x'(x' + y' + z')) =$$

$$= x' - \frac{x'^2}{\lambda'^2} (x' + y' + z') \quad \text{Dann ist.}$$

Also das ist jetzt ganz klar: Die E_x etc. Transformationen müssen untereinander bestehen mit V . Selbstverständlich aber nicht. Auch wenn man hierher gehen will, wird das nur die Richtung sein, man geht. In einem der E_x etc. muss ja auch Transformationen!

Man muss die Transformationen der Lichtkegel gründlich überlegen. Es sind nur zwei Dinge, die man hier hat: 1. Die Punkte, die man hier hat, sind die Punkte, die man hier hat. 2. Die Punkte, die man hier hat, sind die Punkte, die man hier hat.

Wenn der Lichtkegel mit ∞ form Punkte - wie? Oder nicht? Wenn aber nicht, wie? Das ist dann ein 45°. Ja, das ist es. Lichtkegel, der dann ist mit dem Jacobkegel liegen Degenerationen in dieser Lage, aber.

Es ist also ein mysteriöses, richtiges Modell, gegeben. Das muss ganz klar sein. In einem geben alle 1. Grade. Das ist ein ∞ -form Punkte.

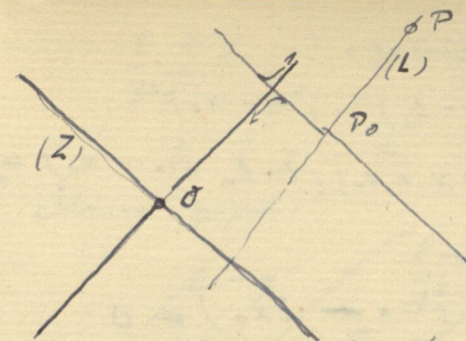
$$\lambda \lambda' = \lambda^2$$

$$\lambda = \sqrt{t^2 - x^2}$$

$$L = (t - t_0)^2 - (x - x_0)^2 \quad L' = (t' - t'_0)^2 - (x' - x'_0)^2$$

$$L = \frac{\lambda^4}{\lambda'^2 \lambda_0^2} L' = \lambda^{-4} \lambda'^2 \lambda_0^2 L'$$

Man muss die zwei Punkte mit dem Jacobkegel liegen, d.h. von $\lambda \neq 0$, $\lambda_0 \neq 0$, folgt mit $L = 0$ auf $L' = 0$.



hofft

also mit ∞ transformiert werden, und wegen der Projektivität der ∞ von (L) in den Punkt gewiss (L) $\rightarrow$ (Z); also auf (Z), wie transformiert (Z) $\rightarrow$ (Z'). Auf dem Jacobkegel ist nämlich die Transformation invertierbar. Das muss man sehen. Was geht man nun wenn P_0 gegen den Jacobkegel (Z) konvergiert? Es bleibt vorläufig noch alles offen, aber P_0 wird sich ∞ , bei Projektion, zeigt es, ja, ist wieder alles offen. Besser wie's möglich ist:

$$0 = L = \lambda^{-4} \lambda'^2 \lambda_0^2 L' = \lambda^{-4} \lambda'^2 \lambda_0^2 (x'^2 - 2(x'x'_0) + x_0'^2) = \lambda^{-4} (\lambda'^2 \lambda_0^2 - 2 \lambda' \lambda_0^2 x'_0 + \lambda_0'^4)$$

$$(x'x'_0) = t't'_0 - x'x'_0 =$$

$$\text{besser } 0 = L = \lambda_0^2 - 2 \lambda_0^2 \frac{(x'x'_0)}{\lambda'^2} + \frac{\lambda^4}{\lambda'^2} \quad \text{Lieber aufwärts:}$$

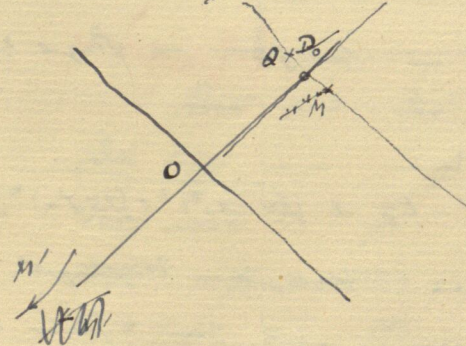
$$0 = L = \lambda_0^2 - 2(t't'_0 - x'x'_0) + \lambda_0^2$$

$$= \frac{\lambda^4}{\lambda'^2} - 2 \frac{\lambda^4}{\lambda'^2 \lambda_0^2} (t't'_0 - x'x'_0) + \lambda_0^2$$

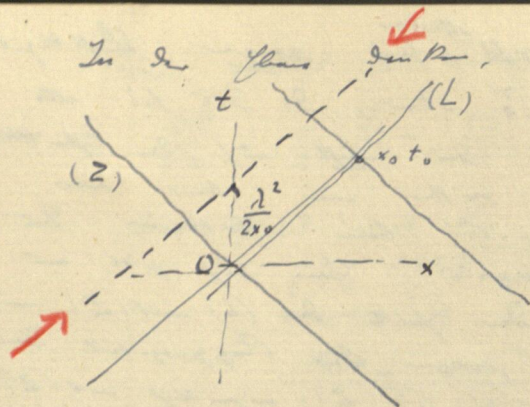
für $\lambda_0 \rightarrow 0$

$$\frac{1}{\lambda'^2} \left(1 - 2 \frac{t't'_0 - x'x'_0}{\lambda_0'^2} \right) = 0$$

Es muss allgemein $\lambda'^2 \rightarrow \infty$ für den Punkt der Ebene sein. Dann liegt P' auf einer Ebene. Das heißt aber fast nichts:



Hilft das? Das heißt, man hat Punkte wie Q, M . Jeder Punkt durch O ist ein Punkt der Ebene (L), in O, also auf einer 2. Ebene. Es muss also auf jeder Ebene durch O einen Punkt von (L') geben. Wenn (L') eine Ebene ist, dann kann sie nicht durch O gehen. (L') muss identisch mit (L) sein. Das heißt, man hat Punkte, die auf einer Ebene liegen. Das ist die Ebene!



In der Ebene, die durch den Ursprung und den Punkt (x_0, t_0) geht, gilt:

$$L = (t - t_0)^2 - (x - x_0)^2 = 0$$

$$= (t - t_0 - x + x_0)(t - t_0 + x - x_0) = 0$$

$$t_0 = x_0$$

$$L = (t - x)(t + x - 2x_0) = 0$$

$$(t^2 - x^2)(t'^2 - x'^2) = \lambda^4$$

Wir wollen wissen, in welcher Ebene...

(G) $t + x = 2x_0$ überlegt.

$$\frac{t}{x} = \frac{t'}{x'} \quad \frac{t}{\sqrt{t^2 - x^2}} = \frac{t'}{\sqrt{t'^2 - x'^2}} \quad \frac{x}{\sqrt{t^2 - x^2}} = \frac{x'}{\sqrt{t'^2 - x'^2}}$$

Vorzeichen wegen des Vorzeichens. Falls $|t| < |x|$, $\frac{t}{x}$ negativ, $\frac{t'}{x'}$ positiv, $\frac{x}{\sqrt{t^2 - x^2}}$ imaginär.

1) $|t| > |x|$

(G) $\frac{t}{\sqrt{t^2 - x^2}} + \frac{x}{\sqrt{t^2 - x^2}} = \frac{2x_0}{\sqrt{t^2 - x^2}} = \frac{2x_0 \sqrt{t'^2 - x'^2}}{\lambda^4}$

$$\frac{t'}{\sqrt{t'^2 - x'^2}} + \frac{x'}{\sqrt{t'^2 - x'^2}} = \frac{2x_0}{\lambda^2} \sqrt{t'^2 - x'^2}$$

$$t' + x' = \frac{2x_0}{\lambda^2} (t'^2 - x'^2)$$

$$= \frac{2x_0}{\lambda^2} (t' - x')(t' + x')$$

$t' + x' = 0$ ist möglich.

$$t' - x' = \frac{\lambda^2}{2x_0}$$

allgemein Ebene? Ebenen? $\frac{t}{x}$ in Ebene? $\frac{t'}{x'}$ in Ebene?

$$L = (t - t_0)^2 - (x - x_0)^2 - (y - y_0)^2$$

$$= [t - t_0 - \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}][t - t_0 + \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}]$$

Das bedeutet aber hier noch nichts: Zentralkugel - Wurfkugel.

Nehmen wir $y_0 = 0$ und fragen wir, was die Ebene $x = x_0$ heißt.

$$[t - t_0 - y_0][t - t_0 + y_0] = 0$$

$$\frac{t}{\sqrt{t^2 - x^2 - y^2}} = \frac{t_0}{\sqrt{t_0^2 - x_0^2 - y_0^2}}$$

$$\frac{t + y}{\sqrt{t^2 - x^2 - y^2}} = \frac{t_0}{\lambda^2} \sqrt{t'^2 - x'^2 - y'^2}$$

$$t' + y' = \frac{t_0}{\lambda^2} \sqrt{(t'^2 - x'^2 - y'^2)^2}$$

Nun überlegt: $x = x_0$

Obere Zeit:

$$t' - y' - \frac{t_0}{\lambda^2} (t' - y')(t' + y') = -\frac{t_0 x_0^2}{\lambda^2} \quad x = x_0$$

$$(t' - y') \left[1 - \frac{t_0}{\lambda^2} (t' + y') \right] = -\frac{t_0 x_0^2}{\lambda^2}$$

Untere Zeit:

$$(t' + y') \left[1 - \frac{t_0}{\lambda^2} (t' - y') \right] = \frac{t_0 x_0^2}{\lambda^2} \quad \sqrt{t^2 - x^2 - y^2} \sqrt{t'^2 - x'^2 - y'^2} = t^2$$

$$x = x_0$$

$$\frac{x}{\sqrt{t^2 - x^2 - y^2}} = \frac{x'}{\sqrt{t'^2 - x'^2 - y'^2}}$$

$$x = \frac{x' \lambda^2}{\sqrt{t'^2 - x'^2 - y'^2}}$$

$$t'^2 - x'^2 - y'^2 = \frac{x' \lambda^2}{x_0} \quad t_0 = x_0$$

$$t' + y' = x'$$

Untere Zeit:

$$x'(t' - y') - x'^2 = \frac{x' \lambda^2}{x_0}$$

$$t' - y' - x' = \frac{\lambda^2}{x_0}$$

$$t' + y' = \frac{\lambda^2}{x_0}$$

$$\begin{cases} y' = -\frac{\lambda^2}{2x_0} \\ t' - x' = \frac{\lambda^2}{2x_0} \end{cases}$$

Obere Zeit:

$$x'(t' + y') - x'^2 = \frac{x' \lambda^2}{x_0} \quad x' = 0 \text{ mit } y' = 0$$

$$t' + y' - x' = \frac{\lambda^2}{x_0}$$

$$t' - y' = x'$$

$$2y' = \frac{\lambda^2}{x_0}$$

$$\begin{cases} y' = \frac{\lambda^2}{2x_0} \\ t' - x' = \frac{\lambda^2}{2x_0} \end{cases}$$

Das sind die zwei Ebenen!

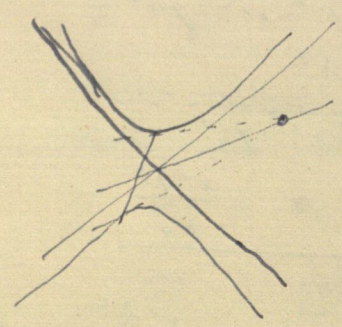
Es hilft nun wohl, ob es die ganze Ebene ist. Nach $t = 0$. Aber nur die geraden Linien. Gilt wohl nicht mehr. - Richtig $L \rightarrow 0$, so wird L' (was $x_0 \rightarrow 0$) mit ∞ .

Der Zentralkugel geht in die ∞ ferne Ebene über. Ein Lichtkegel mit dem Scheitel auf dem Zentralkugel geht über in eine Ebene, die zur gemeinsamen Tangentialebene parallel ist, wobei das Produkt des euklidischen Abstands des Kugelscheitels und der zwei geraden Ebenen konstant ($\frac{\lambda^2}{2}$, sie) ist.

Bemerkung wert ist, dass zwar dem Zentralkegel als Fläche die ∞ ferne Ebene zugeordnet ist. Aber als Ort des Scheitels anderer Lichtkegel bloss eine Linie. Allen Scheiteln die auf einer Erzeugenden des Zentralkegels liegen entspricht derselbe ∞ ferne Punkt.

Ein ∞ ferner Punkt hat entweder gar keinen Lichtkegel im Endlichen oder eine ganze Faser von Paraboloiden.

Was wird dabei aus den concentrischen Hyperboloiden? Z. v. a. in paralleler Ebene geschnitten. ~~Spur~~ Spur zum "ebenen Lichtkegel". Ursprung. Berührungspunkt ist nicht invariant.



Die 4-er Transformation der Feldgrößen.

$$r^2 = x^\alpha x_\alpha \quad r r' = \lambda^2$$

$$\frac{x_\alpha}{r} = \frac{x'_\alpha}{r'} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\partial r}{\partial x_k} = \frac{x^k}{r}$$

$$x'_\alpha = \frac{r'}{r} x_\alpha = \frac{\lambda^2}{r^2} x_\alpha \quad x'_1 = \frac{\lambda^2}{r^2} x_1$$

$$\frac{\partial}{\partial x_k} = \left(\frac{\lambda^2}{r^2} - \frac{2x_k x^k}{r^4} \right) \frac{\partial}{\partial x'_k} - \frac{2x_k x^k}{r^4} \frac{\partial}{\partial x'_k} - \dots$$

$$= \frac{\lambda^2}{r^2} \left(1 - \frac{2x_k x^k}{r^2} \right) \frac{\partial}{\partial x'_k} - \frac{2x_k x^k}{r^2} \frac{\partial}{\partial x'_k} - \dots$$

$$\frac{\partial}{\partial x'_\alpha} = \frac{r'^2}{\lambda^2} \left(\delta^\beta_\alpha - \frac{2x'^\beta x'_\alpha}{r'^2} \right) \frac{\partial}{\partial x^\beta} = \lambda^{-2} \left(\delta^\beta_\alpha r'^2 - 2x'^\beta x'_\alpha \right) \frac{\partial}{\partial x^\beta}$$

[Leeres Raum vorerst]

$$\frac{\partial \varphi^{\alpha\beta}}{\partial x^\alpha} = 0 \quad \frac{\partial \hat{\varphi}^{\alpha\beta}}{\partial x^\alpha} = 0 \quad \hat{\varphi}^{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \varepsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} \varphi_{\gamma\delta}$$

Kann man zuformen setzen mittels des Distanz.

$$\frac{\partial \varphi^{\alpha\sigma}}{\partial x^\alpha} = \lambda^{-2} \left(\delta^\beta_\alpha r'^2 - 2x'^\beta x'_\alpha \right) \frac{\partial}{\partial x^\beta} \varphi^{\alpha\sigma}$$

Mit einer hinreichend Lr. der $\varphi^{\alpha\beta}$ geht es nicht. Man kann setzen, dass es mit einer nicht konstanten Lr. konstant geht.

$$\square \phi = r^{-3} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^3 \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) \quad (\text{nur von } r \text{ abhängig, muss nicht})$$

$$\frac{\partial}{\partial r} = -\frac{\lambda^2}{r^2} \frac{\partial}{\partial r'} = -\lambda^{-2} r'^2 \frac{\partial}{\partial r'} \quad r^3 = \frac{\lambda^6}{r'^3} \quad r^{-3} = \frac{r'^3}{\lambda^6}$$

~~Formel~~
$$r^3 \frac{\partial}{\partial r} = -\lambda^4 \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'}$$

$$\square = r^{-3} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^3 \frac{\partial}{\partial r} \right) = \frac{r'^3}{\lambda^6} \cdot \left(-\lambda^{-2} r'^2 \frac{\partial}{\partial r'} \right) \left(-\lambda^4 \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \right)$$

$$= +\lambda^{-4} r'^5 \frac{\partial}{\partial r'} \left(\frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \right)$$

$$= \lambda^{-4} \left[r'^4 \frac{\partial^2}{\partial r'^2} - r'^3 \frac{\partial}{\partial r'} \right] = \lambda^{-4} r'^4 \left(\frac{\partial^2}{\partial r'^2} - \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \right)$$

$$= \lambda^{-4} r'^5 \frac{\partial}{\partial r'} \left(\frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \right)$$

Die Vorzeichen: die Lösung für $\left(\frac{1}{r'}, C \right) = \phi$
 Die Vorzeichen trifft nicht zu: $\frac{1}{r'^2}$ ist die Lösung!
 Man muss $\square$ konstant, aber nicht Null. Die Lösung sind C', r'^2 .
 Also es geht nicht, man muss die 10 Größen in konstanten Transformationen.

Synge befragt ob es ein gewisses Theorem über konstante der allg. Relativität. In einem Satz:

$$\frac{x_k}{r} = \frac{x'_k}{r'} \quad x^k = \frac{\lambda^2}{r'^2} x'^k \quad r x' = \lambda^2 \quad r = \sqrt{\lambda^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2}$$

$$dx^k = \lambda^2 \left(\frac{dx'^k}{r'^2} - \frac{2}{r'^4} x'_k x'^k dx'^k \right) \quad \text{oder} \quad x'_k x'^k = r'^2$$

$$dx^k = \lambda^2 \left(\frac{dx'^k}{r'^2} - \frac{2}{r'^4} x'_k x'^k dx'^k \right) \quad x'_k dx'^k = \frac{2}{r'} dr'$$

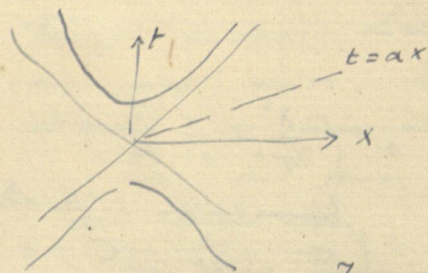
$$dx_k dx^k = \lambda^4 \left(\frac{dx'^k}{r'^2} - \frac{2}{r'^4} x'_k x'^k dx'^k \right) \left(\frac{dx'^k}{r'^2} - \frac{2}{r'^4} x'^k x'_k dx'^k \right)$$

vorher besser $dx^k = \lambda^2 \left(\frac{dx'^k}{r'^2} - \frac{2x'^k}{r'^4} \frac{dr'}{r'} \right) \quad dx'_k dx'^k = \lambda^2 dr'$

$$dx_k dx^k = \lambda^4 \left(\frac{dx'^k}{r'^2} - 2x'^k \frac{r' dr'}{r'^4} \right) \left(\frac{dx'^k}{r'^2} - 2x'^k \frac{r' dr'}{r'^4} \right)$$

$$= \lambda^4 \left(\frac{dx'^k dx'^k}{r'^4} - 4 \frac{dx'^k}{r'^4} \frac{dr'}{r'} + 4 \frac{dr'^2}{r'^4} \right)$$

Über Relativitätsmetrik.



$$t^2 - x^2 = 1^2 \quad t = \alpha x \quad \alpha < 1.$$

$$(\alpha^2 - 1)x^2 = 1^2$$

$$x = \pm \frac{1}{\sqrt{1-\alpha^2}} \quad \left. \begin{array}{l} \text{S, S'} \\ \text{S, S'} \end{array} \right\}$$

$$t = \pm \frac{\alpha}{\sqrt{1-\alpha^2}}$$

Null, wenn $\alpha = 1$ oder $\alpha = -1$ ist.
 Dann ist das D.V. $\frac{1}{\sqrt{1-\alpha^2}} = p$ a, a', p null

$$S: x = ip \quad S': x = -ip$$

$$D = \frac{a-ip}{a+ip} : \frac{a'+ip}{a'+ip} = \frac{(a-ip)(a'+ip)}{(a+ip)(a'-ip)}$$

Dann ist $\frac{a'-ip}{a'+ip} = \frac{(a'-ip)(a+ip)}{(a'+ip)(a-ip)}$
 also $aa' + ip(a-a') + p^2 = \pm (aa' + ip(a'-a) + p^2)$

$$aa' + ip(a-a') + p^2 = \pm (aa' + ip(a'-a) + p^2)$$

$$2ip(a-a') = 0 \quad p \neq 0 \quad a = a'$$

$$aa' + p^2 = -aa' - p^2$$

$$2aa' + 2p^2 = 0 \quad aa' = -p^2 \quad \text{Null.}$$

Dann ist $\frac{a'-ip}{a'+ip} = \frac{(a'-ip)(a+ip)}{(a'+ip)(a-ip)}$
 also $aa' + ip(a-a') + p^2 = \pm (aa' + ip(a'-a) + p^2)$

$$D = (a^2 + p^2)^{-1} (a'^2 + p^2)^{-1} (a-ip)^2 (a'+ip)^2$$

$$\{ (a^2 - p^2 - 2iap) (a'^2 - p^2 + 2ia'p) = (a^2 - p^2) (a'^2 - p^2) + 4iaa'p^2 +$$

$$+ 2i[a'p(a^2 - p^2) - ap(a'^2 - p^2)]$$

Unmittelbar:

$$D = \frac{a-ip}{a'+ip} : \frac{a+ip}{a'-ip}$$

Der Logarithmus des Quotienten zweier
 komplex. Zahl. ist imaginär. $\frac{a'-ip}{a'+ip}$
 Das D.V. ist die Leistung 1. Die
 Formeln für die Leistung sind angegeben.

Begrenzung der adiabatischen Atmosphäre

$$p r^{\kappa} = C$$

$$p = C \rho^{\kappa} \quad \kappa > 1$$

$$dp = - \rho g dz$$

$$C \kappa \rho^{\kappa-1} d\rho = - \rho g dz ; \quad \frac{C \kappa}{g} \rho^{\kappa-2} d\rho = - dz$$

$$z = - \frac{C \kappa}{g(\kappa-1)} \rho^{\kappa-1} + \text{const.} = \frac{C \kappa}{g(\kappa-1)} (\rho_0^{\kappa-1} - \rho^{\kappa-1}) \quad \rho_0 \text{ ist bei } z=0.$$

$$z_{\text{max}} = \frac{C \kappa}{g(\kappa-1)} \rho_0^{\kappa-1} \quad \text{oder bei } \rho = 0$$

$$\text{Dann ist } p = C \rho^{\kappa} = C \rho^{\kappa-1} \cdot \rho \quad \frac{p}{\rho} = R'T$$

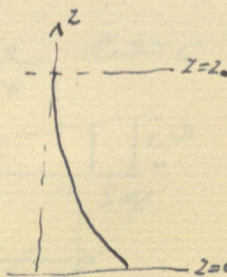
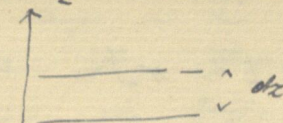
$$C \rho^{\kappa-1} = R'T$$

$$z_{\text{max}} = \frac{\kappa R'T_0}{g(\kappa-1)} \quad \text{An der Grenze: } T = 0.$$

$$\text{Differential: } \rho^{\kappa-1} = \rho_0^{\kappa-1} - \frac{g(\kappa-1)}{C \kappa} z = \frac{g(\kappa-1)}{C \kappa} (z_0 - z)$$

$$\rho = C' (z_0 - z)^{\frac{1}{\kappa-1}} \quad C' = \left(\frac{g(\kappa-1)}{C \kappa} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}}$$

$$\frac{dp}{dz} \rightarrow 0 \quad \text{bei } z = z_0 \quad \left. \begin{array}{l} \text{max. } \kappa \quad \frac{1}{3} = \frac{5}{3} \\ \text{min. } \frac{1}{\kappa-1} = \frac{3}{2} \end{array} \right\}$$



Herleitung, die Gleichung der Bewegung, gemittelt, und dann, so haben wir ja gar nicht für die Impulsbedingung, dass man nicht erwarten, dass es erfüllt ist. Man findet man nur, was ja nicht.

$$\rho \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} + \text{div}(\rho v) = 0 \quad \text{Erhaltung, Gleichung}$$

$$\text{Einkörper Bewegungsgleichung} \quad T^{ij} = \rho v_i v_j$$

$$\text{Erhaltung, die ist dann:} \quad \frac{\partial T^{ij}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_i v_j) \quad 1 \rightarrow 3$$

$$\text{Die Bewegung soll konservativ sein, also} \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} = 0 \quad \text{also}$$

$$\frac{\partial T^{ij}}{\partial x_j} = \rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j}$$

Die mit dt multipliziert ist die mittlere Geschwindigkeit. Man sollte man sich nicht überlegen, ob man die Gleichung nicht so leicht zu beweisen würde, dass die Impulsbedingung zu zeigen, dass man nicht weiß, was für ein Problem ist. Das Vorzeichen ist natürlich gerade, was nicht! Bei der Bewegung, die man vor sich hat, ist das Problem nicht zu beweisen, ob man es oder in der Impulsbedingung zu zeigen, dass es gerade in der Bewegungsgleichung richtig ist, dass man nicht weiß.

Man muss die Bewegung sehen, so können wir die Gleichung nicht verstehen. Soll die Impulsbedingung erfüllt sein, so müssen wir sie nicht als Bewegung sehen, sondern doppelt überlegen. Es ist das man weiß? Dann kommt die Bewegung in mitbewegten Gleichung nicht, bei der man nicht mitbewegt, zu werden kann.

Man muss hier, es ist der Nachschub, der Tolman bewegt zwischen t_{ij} und p_{ij} (man hat Druck und es ist kein zu billigen). Aber jedenfalls, in der Feldgleichung der Gravitation bewegt man einen Gegenstand. Dieser Bewegung verstanden. Also muss man Bewegungsgleichung nicht annehmen, dass die Gleichung man. Dagegen: der Faktor 2 für die hinzugefügten Kraft zu zeigen. - Man. Gleichung!

Konjugierte Diracgleichung (Ad Part., time-reversal).

$$(4) \quad (\gamma^\mu \partial_\mu + M) \psi = 0 \quad \text{und} \quad \psi^\dagger (\gamma^\mu \partial_\mu - M) = 0 \quad (B)$$

Das ist $\psi^\dagger = \tilde{\psi}^\dagger$. Die γ^μ sind hermitisch. Daher können wir zum konjugierten übergehen. Die ∂_μ sind nicht $\frac{\partial}{\partial x_\mu}$. Aber ist das M reell? Das man in 1932 in der Arbeit:

$$\kappa = \frac{\hbar}{2\pi i} = -i \quad p_\mu = \kappa \frac{\partial}{\partial x_\mu} \quad \mathcal{H} = c(\alpha_1 p_1 + \alpha_2 p_2 + \alpha_3 p_3 + \alpha_4 mc)$$

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} + \mathcal{H} \psi = 0 \quad c=1$$

$$\alpha_4 \left| -i \frac{\partial \psi}{\partial t} + i \left(\alpha_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + \alpha_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + \alpha_3 \frac{\partial}{\partial x_3} \right) + \alpha_4 mc \right| \psi = 0$$

$$-i \alpha_4 \frac{\partial \psi}{\partial t} - i \alpha_4 \frac{\partial}{\partial x_1} - \dots + mc \psi = 0$$

Man muss alle Faktoren hermitisch machen, wenn man die Gleichung ist hermitisch. Oder p_x ist nicht hermitisch, das man nicht in der Gleichung. - Man muss hier, das man nicht hermitisch. Gleichung zu (1) ist:

$$(\tilde{\gamma}_\mu \partial_\mu + M) \psi^\dagger = 0$$

Umstellen nicht leicht, also:

$$\psi^\dagger (\gamma_\mu \partial_\mu + M) = 0$$

Das man hat:

$$p_\mu = -i \frac{\partial}{\partial x_\mu} + \frac{e}{c} \mathcal{A}_\mu$$

$$i \psi = (\alpha_1 p_1 + \alpha_2 p_2 + \alpha_3 p_3 + \alpha_4 m) \psi$$

$$-i \psi^\dagger = -(\tilde{\alpha}_1 p_1 + \tilde{\alpha}_2 p_2 + \tilde{\alpha}_3 p_3 - \tilde{\alpha}_4 m) \psi^\dagger$$

$$i \psi^\dagger = \psi^\dagger (\alpha_1 p_1 + \alpha_2 p_2 + \alpha_3 p_3 - \alpha_4 m)$$

+ , umstellen ist ja nicht möglich, weil c ist nicht hermitisch.

Es ist bei Pauli ein kleiner Punkt für die Gleichung. Es ist nicht zu zeigen.

Wie beweist man aus den Kern v. R., ~~speziell~~ dass jede Pentade sich in jede andere unitär transf. lässt.

$$\left. \begin{aligned} \beta_k^3 &= \beta_k \\ \beta_e \beta_k^2 + \beta_k^2 \beta_e &= \beta_e \\ \beta_e \beta_k \beta_e &= 0 \\ \beta_e \beta_k \beta_m + \beta_m \beta_k \beta_e &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \beta_e \beta_k \beta_m + \beta_m \beta_k \beta_e &= \\ &= \beta_m \delta_{ek} + \beta_e \delta_{mk} \quad \text{Zerfällt.} \end{aligned}$$

Dass die 5 ineinander äquivalent sind ist mit den 5 β_k , in die wir zerlegen wollen, dass man also gewisse unter, vielleicht der 2^{te} sind vorzuziehen. Also man ist es mit nur invarianten der Stellung zu tun. Drogen sind die 10 er. Oder fangen wir mit der 5 an.

Man zeigt wohl besser, dass sie bij. unter sich stehen. Dann ist der Stellung keine Rolle. Das genügt. Nun die β_k^2 (oder die η_k) konstruieren, lassen sich also diagonal machen. Formel kann man für E. w. ableiten. Formel ist dann (2^{te} Gley. mit β_e von v. 16):

$$\beta_e \beta_k^2 \beta_e = -\beta_k^2 \beta_e^2 + \beta_e^2 \quad \text{auf diagonal.}$$

$$\beta_e, \alpha \text{ Maß } \beta_e, \beta \delta$$

$$\beta_e, \alpha \text{ Maß } \beta_e, \alpha \delta$$

$$\beta_k^2 \text{ in Maß}$$

Man könnte η_k statt β_k^2 nehmen.

$$\beta_e \eta_k + \eta_k \beta_e = 0$$

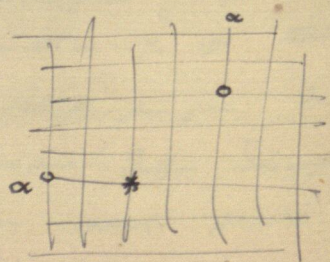
$$\beta_e \eta_k \beta_e = \text{diagonal}$$

$$\beta_e, \alpha \eta_{k, \alpha, \alpha} \beta_e, \alpha \delta = \text{diagonal}$$

$$\eta_{k, \alpha, \alpha} \text{ gegeben.}$$

Man ist in der α ten Spalte ~~das~~ die 8^{te} Element $\neq 0$, dass in der α ten Spalte ~~das~~ die 8^{te}.

Man ist in der α ten Spalte ein Element nicht Null ist, dass in der α ten Spalte steht. Das sieht man. Und wie verhält sich zu den 9 Spalten verhalten.



$$\text{Formel: } \beta_e \eta_k \beta_e \cdot \beta_e \eta_k \beta_e = \beta_e \eta_k \beta_e^2 \text{ (denn } \beta_e^2 \text{ ist idempotent).}$$

Es bleibt E. w. 0, 1. Es heißt mit dem Produkt von Spaltenelementen von β_e (nicht ± 1 , sondern 0, 1).

Wegen der Linearität nur jedes Element in Spalte. Man ist nicht wichtig, sondern wichtig.

Jede Spalte ist eine Zeile in der nicht Spalte. Man ist nicht wichtig, sondern wichtig.

Man ist nicht wichtig, sondern wichtig. Man ist nicht wichtig, sondern wichtig.

Man ist nicht wichtig, sondern wichtig. Man ist nicht wichtig, sondern wichtig.

Man ist nicht wichtig, sondern wichtig. Man ist nicht wichtig, sondern wichtig.

$$\beta_e \eta_k \beta_e = -\beta_e^2 \eta_k$$

bleibt 0, -1. Man ist nicht wichtig, sondern wichtig.

$$\beta_m \beta_e \beta_m = 0$$

$$\beta_e \eta_k \beta_e = -\beta_e^2 \eta_k$$

$$\beta_e \eta_k \beta_e = -\beta_e^2 \eta_k$$

$$\beta_e \eta_k \beta_e = -\beta_e^2 \eta_k$$

$$\beta_e \eta_k \beta_e = -\beta_e^2 \eta_k$$

$$\beta_e \eta_k \beta_e = -\beta_e^2 \eta_k$$

$$\beta_e \eta_k \beta_e = -\beta_e^2 \eta_k$$

$$\beta_e \eta_k \beta_e = -\beta_e^2 \eta_k$$

man fassend abgepfloren (mit veripulieren) Unterwurz fassend
 fassen. Man stelle $\varphi(x)$ als Funktion der J.L. mit
 den Grenzwerten $\varphi(0) = 0$ und $\varphi(1) = 1$. Man betrachte bloß bloß
 mit veripulieren. Man kann davon zugeordnet
 dann, soll man bei all dem. Das trifft in der
 allgemeinen Fall nicht zu, man muß ein besonderer Beweis
 nötig sein wird, der die Einführung der Operation
 liefert.

Das ist bei der Feldgleichung nicht viel anders. Die
 Lösungsformeln sind abgepfloren, man man die
 Eigenschaften der Lösung sind. Die man

$$\Psi = \sum A_k \Psi_k$$

Das ist ein Ansatz d.h. mit abgepfloren bloß weil
 man die A_k invariant zu läßt. Man, bloß. Aber das
 fassen man zu bloß.

Man müßte die Eigenschaften mit bloß schritt weise, in
 einer abgepfloren Unterwurz der $\varphi(x)$ zu setzen, dann
 $x_0 = x_1$

man müßte bloß auf die Ränder zu helfen, man muß
 beliebig lange. - Es wiederholt sich immer wieder das
 Dilemma!

Lane, Supraleitung (2. Aufl.)

Wichtige Lemmata R. Becker's et aliorum:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = e \mathbf{E} \quad J = Ne \mathbf{v}$$

$$\frac{m}{Ne} \frac{d\mathbf{J}}{dt} = e \mathbf{E}$$

$$\mathbf{E} = \frac{m}{Ne^2} \frac{d\mathbf{J}}{dt} \quad \text{therm.} = -\mu^{-1} \nabla \cdot \text{grad } \vartheta$$

Aber: Das man hat das ganze $\mathbf{E}$ sein! Nach dem
 $\rightarrow$

Man müßte sich, daß p. 13 IX mit $\text{grad}(\lambda \rho^e)$ aufstellt,
 und p. 18 Gley. (5,5) und dann die Integration. Die
 Dinge sind zu setzen. Es will gehen (Energie) etc. also:
 $\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon} \nabla \cdot \mathbf{J} = 0$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} + \nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad -\mathbf{E} \cdot \nabla \times \mathbf{H} - \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} = 0$$

$$\nabla \cdot [\mathbf{E} \mathbf{H}] + \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\mathbf{H}^2 + \mathbf{E}^2) + \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (5,4)$$

$$+ \quad + \quad + \quad \sigma \mathbf{E}^2 + \mathbf{J}^e \frac{\partial}{\partial t} (\lambda \mathbf{J}^e) + \mathbf{J}^e \text{grad}(\lambda \rho^e) = 0$$

$$\text{ferner von VI: } \nabla \cdot \mathbf{J}^e + \frac{\partial \rho^e}{\partial t} = 0$$

$$\mathbf{J}^e \text{grad}(\lambda \rho^e) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\lambda \rho^e \mathbf{J}^e) + \lambda \rho^e \frac{\partial \mathbf{J}^e}{\partial t}$$

$$\text{also } \mathbf{J}^e \text{grad}(\lambda \rho^e) + \lambda \rho^e \nabla \cdot \mathbf{J}^e + \lambda \rho^e \frac{\partial \rho^e}{\partial t} = 0$$

$$= \nabla \cdot (\lambda \rho^e \mathbf{J}^e) + \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\lambda \rho^e \mathbf{J}^e) + \sigma \mathbf{E}^2 = 0$$

Das ist die Gleichung. Man muß sich in der Lage sein. Es ist
 klar, daß in der Supraleitung $\mathbf{E} = 0$ sein muß. Das
 will er $\rho^e \neq 0$. Was kommt bei mir für die Supraleitung
 in der Supraleitung? Nach meiner Methode:
 $\frac{\partial \rho^e}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{J}^e = -\frac{1}{\lambda} (\nabla \cdot \mathbf{E} - \lambda \text{grad} \rho^e) = -\frac{\rho^e}{\lambda} + \Delta \rho^e$

Es folgt nicht notwendig $\mathbf{E} = 0$?
 Dann wird aber $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \neq 0$. Es würde Joule'sche Wärme
 entstehen. Das ist unerwünscht. Außerdem mit $\mathbf{E} = 0$ folgt
 $\text{grad} \rho^e = 0$ in der Supraleitung. Im der unmöglich? Aber
man bleibt $\mathbf{E} = 0$?

prüfen wir uns auf, wie tief die Luft sich vermischt. Man
kann sich frag. (13,6) p. 65:

$$\text{Die } \mathcal{O}(J^e, q) = -q \frac{\partial \rho^e}{\partial t} + \frac{1}{2} [J_e H] + \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta} J_\alpha^e J_\beta^e \Delta(\lambda_{\alpha\beta})$$

folgt aus der Variationsformel:

$$\lambda \rho^e = q_4 \text{ bzw. } \lambda \rho^e = q_4$$

$$-q \frac{\partial \rho^e}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} (\rho^e q) + \rho^e \frac{\partial q}{\partial t}$$

$$E = \frac{\partial q}{\partial t} + \text{grad } q_4$$

$$= -\frac{\partial}{\partial t} (\rho^e q) + \rho^e E - \rho^e \text{grad } q_4$$

Dann:

$$\text{Die } \mathcal{O}(J^e, q) = \rho^e E + \frac{1}{2} [J_e H] + \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta} -\frac{\partial}{\partial t} (\rho^e q) - \rho^e \text{grad } q_4$$

Es tritt also zu (13,10) noch das Glied

$$+ \rho^e \text{grad } q_4 \text{ bei zu.}$$

Was bedeutet es? In der Tat muß es sein. $\rho^e \text{grad}(\lambda \rho^e)$.

Der Teil $\rho^e \text{grad}(\lambda \rho^e)$ gehört zu $\sum_{\alpha\beta}$, der Anteil ist nicht.

Der Teil $\frac{1}{2} \text{grad } \rho^e$ ist ein zu berücksichtigendes London'scher

Effekt. Klar.

Es besteht also 1.) zur Energie 2.) zu den
Strömungen und Strömen von ρ^e führt. Klar.

Einzig: wie gerechnet man $E=0$ für den
Fall von $\lambda \rho^e$?



Bemerkung: eA , eV sind auf $\lambda \rho^e$ zu setzen.

Man setze nun also $\lambda A + V = 0$.



Becker:

$$m \frac{d\psi}{dt} = eE + e[\psi H] \quad | \quad J = Ne v$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + v_x \frac{\partial \psi}{\partial x} + v_y \frac{\partial \psi}{\partial y} + v_z \frac{\partial \psi}{\partial z}$$

$$- \rho^e \text{grad}(\lambda \rho^e) = \text{?}$$

$$\text{grad } \lambda \rho^e = \frac{\rho^e}{2} \text{grad} \lambda$$

$$\rho^e \frac{\partial}{\partial x} (\lambda \rho^e) = \rho^e \lambda \frac{\partial \rho^e}{\partial x} + \frac{\lambda}{2} \frac{\partial}{\partial x} \rho^e$$

$$= \frac{1}{2} \rho^e \lambda \frac{\partial \rho^e}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (\lambda \rho^e)$$

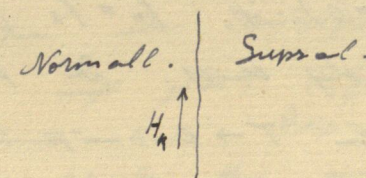
Thermodynamik

Will man die Thermodynamik verstehen, so ist die ganze
London'sche Theorie vor sich zu stellen. Es geht um von
folgenden Überlegungen aus.

1.) Das Innere eines (Drahtes) ist für die Magnetfeldlinien
durchlässig. Die Oberflächen sind für die Feldlinien
durchlässig. (Man denke an die Leitfähigkeit im
Vorgang.)

2.) Betrachtet man irgendeine Stelle der Oberfläche des
Drahtes, so ist die Magnetfeldlinien durchlässig. Das Magnetfeld
beginnt die Drahtoberfläche zu durchdringen, das Magnetfeld
dringt in das Innere ein (Magnetfeld mit
Bis-Drift). H_0 ist eine Temperaturfunktion.

Man bildet sich die Vorstellung, daß bei der



beobachteten Langzeit- H_0 und Supra. in der Drahtmitte
gleichgerichtet sind, wenn die Normalleitfähigkeit im Magnetfeld
von der Seite H_0 kommt.

3.) Zwischenbeziehung: bei einer Änderung der Länge des
Drahtes von H vergrößert. Man hat $H = E + J$ mit
in der Drahtmitte ist die Feldlinien durchlässig. Das
ist es auf, aber in der Drahtmitte. Nicht wirklich klar,
man aber in einer bestimmten Richtung.
Es ist. Man findet in einem Magnetfeld in der Drahtmitte

Lini. Spring für M $H_n = 0$,
 mäßig monoton bis $T = 0$.

$$dS = \frac{dU + p dv}{T}$$

$$dU - TdS = -pdv$$

$$d(\underbrace{U - TS}_F) = -SdT - p dv$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_v = -S \quad \left|\quad \left(\frac{\partial F}{\partial v}\right)_T = -p\right.$$

$$S_n - S_s = -V H_R \frac{dH_R}{dT} \quad \text{in allgem.} > 0$$

Es hilft man einen Drogen Kist. Müß man wirklich bei
Zinseszins der Monatszinsen den Zoffen und auf Wären zu
bilden, was das das Mengenfeld die zu Leistung der
beim Zins zu nötigen Arbeit kostet? Nun ja, als ich eben
sagte, daß, Entwerfer zu setzen bei so vielen Wären ist vornehmlich
zu geschehen. Wären durch T. In der:

$$Q = - V T H_n \frac{dH_n}{dT}$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} V H_n^2 - \frac{1}{2} V T \frac{d H_n^2}{d T}$$

$$= \frac{1}{2} V \left(H_k^2 - T \frac{dH_k^2}{dT} \right) = -\frac{1}{2} V T^2 \frac{d}{dT} \left(\frac{H_k^2}{T} \right) \quad \text{maxwell.}$$

Drift nicht gegen Wind $\rightarrow$ $T = T_s \approx 0$.
Nur bei kaltem Maximum verifiziert bei $T = T_s \approx 0$.

Ich ist alles sehr schön, aber könnte ich wohl sein.
 Die republikanische Bewegung will die Energie der Arbeiter & Bauern zu
 zu bekommen. Aber hoffentlich findet es sich in der Natur.

Wie steht es mit der gegenseitigen Abhängigkeit der Glgen:

$$(I) \quad \begin{aligned} \text{curl } E + \dot{H} &= 0 \\ \text{div } H &= 0 \end{aligned} \quad \begin{aligned} \frac{\partial(\lambda J_e)}{\partial t} &= E \\ \text{curl}(\lambda J_e) &= -H \end{aligned} \quad (II)$$

1.) Aus (II) folgt (I)

2.) Nimmt man (mit R. Becker) die rot (II) in Vkt $\nabla \times$ (I),

Dann

$$\frac{\partial}{\partial t} \text{curl}(\lambda J_e) + \frac{\partial}{\partial t} H = 0$$

$$\text{curl}(\lambda J_e) + H = \text{unabhängig von der Zeit} = H_0(x, y, z)$$

Es folgt aus die 2. (II).

3.) Nimmt man aus die 2. (II) in $\nabla \cdot$ (I):

Dann ist außerdem die 2. (I) überflüssig. Denn die rot:

$$\text{curl } E = \text{curl} \frac{\partial(\lambda J_e)}{\partial t} = 0$$

$$E = \frac{\partial(\lambda J_e)}{\partial t} + \text{grad } \psi \quad \text{Jung interpretiert.}$$

$$\text{div } E = \frac{\partial}{\partial t}(\text{div } \lambda J_e) + \Delta \psi$$



Nachher Rückwärts: erfordert die äußerliche Bedingung λ ?

$$1.) \quad \lambda \approx \frac{m}{e^2 N}$$

Wahrsch. m' , say.

$$2.) \quad \beta^2 = \frac{1}{c^2 \lambda} \quad \beta^{-1} = \text{Erdradius} = \frac{h}{m' c} \sqrt{\lambda}$$

$$\sim \text{Comptonlänge} = \frac{h}{m' c}$$

$$\beta^{-1} = c \sqrt{\frac{m}{e^2 N}} = \frac{c}{e} \sqrt{\frac{m}{N}} \quad \left. \begin{aligned} \frac{3 \cdot 10^{10}}{5 \cdot 10^{-10}} \sqrt{\frac{10^{-27}}{10^{24}}} \\ \frac{10^{-24}}{10^{-24}} \end{aligned} \right\} \text{keine Zahlenfehler.}$$

$$\frac{c}{e} \sqrt{\frac{m}{N}} = \frac{h}{m' c}$$

$$m' = \frac{e^2}{c^2} \sqrt{\frac{N}{m}}$$

$$m' c^2 = h c \sqrt{\frac{N}{m}}$$

Also für die Lösung ist?

$$\begin{aligned} c \sqrt{\frac{N}{m}} &= 5 \cdot 10^{-10} \sqrt{\frac{10^{21}}{10^{-27}}} \\ &= 10^{12} \end{aligned}$$

statische Grenzbedingung?

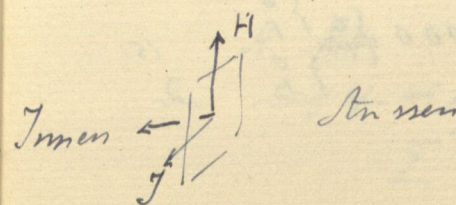
$$\frac{h \nu}{k T}$$

$$\frac{h \nu}{k} = 0.06 \quad 500 \cdot h$$

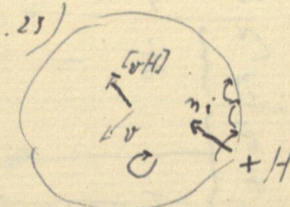
$$\nu = \frac{k}{h} 0.06 = \frac{10^{-13}}{6 \cdot 10^{-27}} \approx 10^{13}$$



J, H, minore Normale: Rechtsystem. (Lanc. p. 25)



2. $\text{curl } \psi = \text{grad } \psi \cdot \text{grad } \psi$
 $\sim \text{rot } \psi \cdot \text{grad } \psi$
 $\sim \text{grad } \psi \cdot \text{grad } \psi$



1. $\text{div } \psi$

also: $\text{div } \psi$

1. $\text{div } \psi$



$$\frac{\partial H}{\partial x} > 0$$

A	$\frac{1}{2}$	→ (I)
B	$\frac{1}{4}$	→ (II)
C	$\frac{1}{16}$	→ (IV)
D	$\frac{1}{16}$	→ (III)
E	$\frac{1}{32}$	→ (V)
F	$\frac{1}{32}$	→ (VI)
G	$\frac{1}{32}$	→ (VII)
H	$\frac{1}{32}$	→ (VIII)

A	0.1	(1)
B	0.01	(2)
C	0.001	(4)
D	0.001	(4)
E	0.0001	(16)
F	0.0001	(16)
G	0.0001	(16)
H	0.0001	(16)

$$\sum = \frac{1}{2}(-1) + \frac{1}{4}(-2) + 2 \cdot \frac{1}{16}(-4) + 4 \cdot \frac{1}{32}(-5)$$

$$= -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{5}{8} = -2\frac{1}{8}$$

Bei normaler Differenzierung

$$\sum = 8 \cdot \frac{1}{8}(-3) = -3$$

Unnötig!

Total number of possible messages of n signs, there being k signs in the language: k^n . But there are among them such as would hardly ever occur. Because $ABCD \dots$ is not to be used as a code, but it is a "language with grammar". Hence the informative value of such a sentence is less. How can I take care of this? Let $p_A, p_B, \dots$ be the "probabilities". A message with numbers $n_A, n_B, \dots$ has therefore only the "probability":

$$\frac{p_A^{n_A} p_B^{n_B} \dots}{n_A! n_B! \dots}$$

The sum being 1 from the binomial theorem. Must now figure out the value $p_A, p_B, \dots$ to it. In k^n . That is, we must find out how many possibilities there are. This is not a problem.

Der Summe der k^n Überlegen ist: ist notwendig in der Sprache mit weniger Zeichen sein. Differenzierung mit k .

Kommen, das ist eine sehr wichtige Sache. Die Sprache mit k Zeichen ist nicht so, sondern von kunden. Die Sprache mit k Zeichen ist nicht so, sondern von kunden. Die Sprache mit k Zeichen ist nicht so, sondern von kunden.

"Principle of cheapest coding"

A, B, C, etc.

Der Durchschnittspreis einer n -Nachricht ist:

$$\sum n_A C_A = n \sum C_A p_A$$

$$\sum p_A \delta C_A = 0$$

Das ist die Bedingung für die Minimierung der Kosten. Die Kosten sind $C_A = 1, 2, 3, 4, \dots$ und 2^{C_A} ist die Anzahl der Nachrichten.

Es ist also ganz einfach, man muss nur die Kosten minimieren.

Man kann es leichter machen:

A	$\frac{1}{2}$	0
B	$\frac{1}{4}$	1
C	$\frac{1}{16}$	00
D	$\frac{1}{16}$	01
E	$\frac{1}{32}$	010
F	$\frac{1}{32}$	011
G	$\frac{1}{32}$	0000
H	$\frac{1}{32}$	0001

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)(-1) + \frac{3}{16}(-2) + \frac{1}{16}(-3)$$

$$= -\frac{3}{4} - \frac{3}{8} - \frac{3}{16}$$

$$= -\frac{12}{16} - \frac{6}{16} - \frac{3}{16} = -\frac{21}{16} = -1\frac{5}{16}$$

Offenbar:

$$2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots = k$$

$$2(1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{s-1}) = k$$

$$2 \frac{2^{s+1} - 1}{2 - 1} = k$$

$$2^{s+2} - 2 = k$$

$$s+2 = \lg_2(k+2)$$

Proble:

$$2(p_1 + p_2) + 2^2(p_3 + p_4 + p_5 + p_6) + 3^4(p_7 + \dots) + \dots$$

Also

$$\sum p_k = 1$$

$$P = P_{\text{Preis}} = p_1 + p_2 + 2(p_3 + p_4 + p_5 + p_6) + 3(p_7 + \dots) + \dots$$

2x 4x 8x

Summe geben wir

$$2^0 \rightarrow 2^1, \quad 2^1+1 \dots 2+2^2, \quad 2+2^2+1 \dots 2+2^2+2^3, \dots$$

(1)

(2)

(3)

$$2 + 2^2 + \dots + 2^m = 2^{m+2} - 2$$

Es ist in ziemlich guter Näherung
Der $\log_2$ der Anzahl gegeben, $-\log_2$.

Dann für fallender (m) gilt die Anzahl gegeben in

$$2^{m+1} - 1 \quad \text{bis} \quad 2^{m+2} - 2$$

Preis also p_k proportional $\frac{1}{k}$

$$p_k = \frac{C'}{k}$$

$$\log p_k = \log C' - \log k$$

Formel:

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{k} = \log k + C \quad (2) \text{ Stolz.}$$

$$C' = \frac{1}{\log k + C}$$

$$C' = \frac{1}{\log k + C}$$

Dann muss also der Preis angegeben $= \sum p_k \log p_k$

↔

Wird ist, wenn alle p_k gleich sind $\frac{1}{k}$ sind

Nun dann ist

$$P = \frac{1}{k} (2 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2^4 + \dots + 5 \cdot 2^5)$$

was 5 noch zu bestimmen ist.

$$() = 2 (1 + 2 \cdot 2^1 + 3 \cdot 2^2 + \dots + 4 \cdot 2^3 + \dots + 5 \cdot 2^{s-1})$$

Nun

$$f(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^s = \frac{x^{s+1} - 1}{x - 1}$$

$$f'(x) = 1 + 2x + 3x^2 + \dots + s \cdot x^{s-1}$$

in einem x ist also $f'(2)$

$$f'(x) = \frac{(s+1)x^s}{x-1} - \frac{x^{s+1}-1}{(x-1)^2}$$

$$f'(2) = (s+1)2^s - 2^{s+1} + 1 = 2^s(s+1-2) + 1 = (s-1)2^s + 1$$

$$\text{Also } P = \frac{1}{k} [(s-1)2^{s+1} + 2]$$

Andererseits soll aber auch

$$k = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^s = 2 \cdot (1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{s-1})$$

$$= 2 \frac{2^s - 1}{2 - 1} = 2^{s+1} - 2$$

$$s+1 = \log_2(k+2)$$

Also

$$P = \frac{1}{k} [(\log_2(k+2) - 2)(k+2) + 2]$$

$$= \frac{k+2}{k} \log_2(k+2) - 2 \frac{k+2}{k} + \frac{2}{k}$$

$$= \frac{k+2}{k} \log_2(k+2) - 2 \frac{k+1}{k}$$

→

Also muss jetzt in ziemlich guter Näherung:

$$P = \sum_k p_k \log_2 k$$

Das könnte man ∇ mit Hilfe von Differentialquotient in Integral umwandeln. $l \dots x$.

$p(x)$, $\int p(x) \log x \, dx$, monoton f ist $p(x)$.

$$\int_0^x p(x) \, dx = y \quad p(x) = \frac{dy}{dx}$$

$$\int p(x) \log(x) \, dx = \int \frac{dy}{dx} \log(x) \, dx = y \log x - \int y \frac{dx}{x} = 1 - \int \frac{y}{x} \, dx$$

$$\int \frac{y}{x} \, dx = \int \frac{1}{x} \frac{dy}{dy} \, dy = \int \frac{1}{x p(x)} \, dy \quad \text{mit } \text{Anderes:}$$

$$P = \sum_{k=1}^k p_k + \sum_{k=3}^k p_k + \sum_{k=7}^k p_k + \sum_{k=15}^k p_k + \dots$$

$$= \sum_{k=1}^k p_k + \sum_{2^1+1}^k p_k + \sum_{2^1+2^2+1}^k p_k + \sum_{2^1+2^2+2^3+1}^k p_k + \dots \quad (5)$$

Andere Formel: $2^s - 1$

$$P = \sum_s \sum_{k=2^{s-1}}^k p_k \quad \text{bis zu mir zu einem anderen Formel.}$$

Man muss aber noch zeigen, dass die $\sum p_k$ wirklich < 1 ist.

$$p_k = \frac{1}{e} e^{-\frac{1}{e}}$$

$$\sum \frac{1}{e} e^{-\frac{1}{e}}$$

$$e^{-1} + \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{3} e^{-\frac{1}{3}} + \frac{1}{4} e^{-\frac{1}{4}} + \dots$$

schätzend:

$$e^{-1} \left(1 + \frac{1}{2} e^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{3} e^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{4} e^{\frac{3}{4}} + \dots \right)$$

Man. Die Ableitung ist zu large.

$$P - P' = \sum p_k \log_2(l p_k) \quad \sum p_k = 1$$

$$\sum \delta p_k = 0$$

$$\sum \left(\frac{1}{e} + \log(l p_k) \right) \delta p_k = \lambda \sum \delta p_k = 0$$

$$\frac{1}{e} + \log(l p_k) = \lambda = 0 \quad \lambda \text{ ist festgelegt.}$$

$$\log(l p_k) = -\frac{1}{e} = \lambda$$

$$l p_k = e^{-\frac{1}{e} - \lambda}$$

$$\sum p_k = \sum \frac{1}{e} e^{-\frac{1}{e} - \lambda} = 1$$

$$e^\lambda = \sum \frac{1}{e} e^{-\frac{1}{e}}$$

$$\lambda = \log \sum \frac{1}{e} e^{-\frac{1}{e}} \quad \text{genau so.}$$

$$\underbrace{\frac{1}{e} e^{-\frac{1}{e} - \lambda}}_{p_k} \left(\frac{1}{e} + \lambda \right)$$

oder

$$P - P' = \sum p_k \log_2(l p_k) = 1.45 \sum p_k \left(-\frac{1}{e} - \lambda \right)$$

$$\text{Ergebnis} = -1.45 - 1.45 \lambda = -1.45(\lambda + 1)$$

$$\lambda = \log \left(e^{-1} + \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{3} e^{-\frac{1}{3}} + \dots + \frac{1}{n} e^{-\frac{1}{n}} \right) < \log(k + 1)$$

$$= -1 + \log \left(1 + \frac{1}{2} e^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{3} e^{\frac{2}{3}} + \dots + \frac{1}{n} e^{\frac{n-1}{n}} \right) > \log(k + 1) - 1$$

Man ist in diesem Fall

$$P = \sum p_k \log_2 l = \sum \frac{1}{e} e^{-\frac{1}{e} - \lambda} \log_2 l$$

das kann man auch mit

$$\sum \frac{1}{e} \log l = \sum \log l e^{\frac{1}{e}}$$

$$1 \quad 2^{\frac{1}{2}} \quad 3^{\frac{1}{3}} \quad 4^{\frac{1}{4}} \quad 5^{\frac{1}{5}} \dots \quad 1000^{\frac{1}{1000}}$$

$$\frac{3}{0.003}$$

$$ds^2 = -e^{\varphi}(dx^2 + dy^2 + dz^2) + e^{\chi} dt^2$$

Wir setzen nun das ob. Metrikbedingung an/so, dass die
Linienelemente zweifachartig $\oint g^{ik} R_{ik} d^4x = 0$. Allgemein:

$$\int (S y^{ik} R_{ik} + y^{ik} \oint R_{ik}) d^4x - (\oint T^{ik})_{;k} + (\oint T^{ik})_{;i} \quad \text{verschwinden wegen partieller (i) Integration, weil}$$

Erleicht

$$\oint S y^{ik} R_{ik} d^4x = 0$$

Die y^{ik} hängen nur von x ab, also $\frac{\partial y^{ik}}{\partial x^j} = 0$.

$$R_{11} + R_{22} + R_{33} = 0 \quad R_{44} = 0$$

Spezifische Wärme der "Sommerfeld"-Electronen.
(p. 53 ff meines Buches)

$$\frac{2}{3} \frac{U}{nkT} = \frac{p}{nkT} = \frac{2}{3} \frac{\int_0^\infty \frac{x^4 dx}{\frac{1}{\xi} e^{x^2} + 1}}{\int_0^\infty \frac{x^2 dx}{\frac{1}{\xi} e^{x^2} + 1}} = \frac{2}{3} \frac{I_4}{I_2} \quad \xi \gg 1$$

ferner

$$1 = \frac{4\pi (2mk)^{\frac{3}{2}}}{h^3} \frac{V}{n} T^{\frac{3}{2}} \int_0^\infty \frac{x^2 dx}{\frac{1}{\xi} e^{x^2} + 1} \quad \text{mit } \xi = \frac{2\pi m k T}{h^2} \quad \text{und } x = \sqrt{\frac{2\pi m k T}{h^2}} \cdot \frac{1}{\xi}$$

1. Näherung:

$$I_2 = \frac{1}{3} (\lg \xi)^{\frac{3}{2}} \quad I_4 = \frac{1}{5} (\lg \xi)^{\frac{5}{2}} \quad \text{resp}$$

$$1 = \frac{4\pi (2mk)^{\frac{3}{2}}}{h^3} \frac{V}{n} T^{\frac{3}{2}} \frac{1}{3} (\lg \xi)^{\frac{3}{2}}$$

$$\frac{2}{3} \frac{U}{nkT} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} \lg \xi$$

mit der oben Glt.

$$1 = \left(\frac{4\pi V}{3n} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{2mkT}{h^2} \lg \xi; \quad \lg \xi = \left(\frac{3n}{4\pi V} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{h^2}{2mkT}$$

U wird unabhängig von T. Wir benutzen also die

2. Näherung $\xi \rightarrow \infty$ $\lg \xi \rightarrow \infty$. $\lg \xi \rightarrow \infty$.

In erster Näherung ist $I_2 = \frac{1}{3} (\lg \xi)^{\frac{3}{2}}$. Die nächstnächste Korrektur
spricht aber in der nächsten Näherung von $x = \sqrt{\lg \xi}$. Im
folgenden Integral wird nun dieser Ausdruck für x benutzt
dieser. Die Korrektur wird also benutzt auf die Integral

$$C = \sqrt{\lg \xi} \int \frac{x dx}{\frac{1}{\xi} e^{x^2} + 1} = \frac{1}{2} \sqrt{\lg \xi} \int \frac{dz}{\frac{1}{\xi} e^{z^2} + 1} \quad \left\{ \begin{array}{l} x^2 = z = \lg y \\ dz = \frac{dy}{y} \end{array} \right.$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\lg \xi} \int \frac{dy}{y(\frac{1}{\xi} y + 1)}$$

$$\frac{\alpha}{y} + \frac{\beta}{\frac{1}{\xi} y + 1} = \frac{\alpha(\frac{1}{\xi} y + 1) + \beta y}{y(\frac{1}{\xi} y + 1)}$$

$$\alpha = 1 \quad \beta = -\frac{1}{\xi}$$

$$C = \frac{1}{2} \sqrt{\lg \xi} \left[\lg y - \frac{1}{\xi} \lg \left(\frac{1}{\xi} y + 1 \right) \right]_b^a \quad \text{zweite Glt.}$$

Die Glt. sind in y gültig, wenn $y \ll \xi$ bis $y \gg \xi$.
Nun, man soll gleich richtig vorgehen und das oben benutzte
 $\int_0^{\sqrt{\lg \xi}} x^2 dx$ verbessern. Die Korrektur ist also

$$C = \int_0^{\sqrt{\lg \xi}} \left(\frac{x^2}{\frac{1}{\xi} e^{x^2} + 1} - x^2 \right) dx + \int_{\sqrt{\lg \xi}}^\infty \frac{x^2 dx}{\frac{1}{\xi} e^{x^2} + 1}$$

$$\text{also verbessern} \quad \frac{x^3}{3} \sqrt{\lg \xi} \quad y\text{-Glt.}$$

$$\frac{1}{3} (\lg \xi)^{\frac{3}{2}} - (\lg b)^{\frac{3}{2}} \quad \text{mit:}$$

$$C = \frac{1}{2} \sqrt{\lg \xi} \left[\lg y - \frac{1}{\xi} \lg \left(\frac{1}{\xi} y + 1 \right) \right]_b^a - \frac{1}{3} (\lg \xi)^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{3} (\lg b)^{\frac{3}{2}}$$

Nach Lane p. 91 in für Sn

$$C_S = 4645 \left(\frac{T}{\Theta_S} \right)^3 \quad \Theta_S = 140^\circ$$

$$C_N = 4645 \left(\frac{T}{\Theta_N} \right)^3 + 4 \cdot 10^{-4} T \quad \Theta_N = 185$$

Da wir nun 1 Sprung für die Wärmeübergangswärme in
folgenden aufweist die Energie in sich, zumal die Entropien
gleich sein. Schreiben wir

$$C_S = A \left(\frac{T}{\Theta_S} \right)^3$$

$$C_N = A \left(\frac{T}{\Theta_N} \right)^3 + \alpha T$$

so ist:

$$\text{folgt} \left\{ \begin{aligned} \int_0^{T_c} C_S dT &= \frac{A}{4} \frac{T_c^4}{\Theta_S^3} \\ \int_0^{T_c} C_N dT &= \frac{A}{4} \frac{T_c^4}{\Theta_N^3} + \frac{\alpha}{2} T_c^2 \end{aligned} \right. \quad (1)$$

ferner

$$\text{wichtig} \left\{ \begin{aligned} \int_0^{T_c} \frac{C_S}{T} dT &= \frac{A}{3} \left(\frac{T_c}{\Theta_S} \right)^3 \\ \int_0^{T_c} \frac{C_N}{T} dT &= \frac{A}{3} \left(\frac{T_c}{\Theta_N} \right)^3 + \alpha T_c \end{aligned} \right. \quad (2)$$

Es muss so:

$$\text{folgt: } \alpha = \frac{A}{2} T_c^2 \left(\frac{1}{\Theta_S^3} - \frac{1}{\Theta_N^3} \right) \quad \left. \vphantom{\alpha = \frac{A}{2} T_c^2 \left(\frac{1}{\Theta_S^3} - \frac{1}{\Theta_N^3} \right)} \right\} \text{unmöglich.}$$

$$\text{wichtig: } \alpha = \frac{A}{3} T_c^2 \left(\frac{1}{\Theta_S^3} - \frac{1}{\Theta_N^3} \right)$$

Nun. Am Müllerschen Rand ist die Arbeit der
Morgens folgend fügen! Nachprüfen ob die 2. Legung richtig ist.

$$\frac{A}{3} T_c^2 = \frac{4645}{3} \cdot 3.7^2 = 2120$$

$$\Theta_S^{-3} = \frac{1}{(140)^3} = 0.367 \cdot 10^{-6}$$

$$\Theta_N^{-3} = \frac{1}{(185)^3} = 0.158 \cdot 10^{-6}$$

$$\alpha = 2120 \times 0.209 \times 10^{-2} = 0.0442 \times 10^{-2} = 4.42 \cdot 10^{-4}$$

Nicht genügend. Er
gibt: $4 \cdot 10^{-4}$

Man sieht sofort die Leichtigkeit, dass die Entropie der
beiden Phasen die Gleichheit haben soll? Ja.

Man stellt sich mit der Energie der beiden Phasen?

$$\int_0^{T_c} C_S dT = \frac{A}{4} \frac{T_c^4}{\Theta_S^3} = U_S^c$$

$$K + \int_0^{T_c} C_N dT = K + \frac{A}{4} \frac{T_c^4}{\Theta_N^3} + \frac{\alpha}{2} T_c^2 = U_N^c$$

$$\begin{aligned} U_N^c - U_S^c &= K + \frac{A}{4} \left(\frac{T_c^4}{\Theta_N^3} - \frac{T_c^4}{\Theta_S^3} \right) + \frac{\alpha}{2} T_c^2 \\ &= K - \frac{3}{4} \alpha T_c^2 + \frac{\alpha}{2} T_c^2 = K - \frac{\alpha}{4} T_c^2 \stackrel{\text{muss}}{=} 0 \end{aligned}$$

$$\text{also: } K = \frac{\alpha}{4} T_c^2$$

K ist der Überschuß an Energie der Normalphase bei $T \rightarrow 0$,
(also auch ihr Überschuß an freier Energie). Es muss
auch $K = \frac{\alpha}{4} T_c^2 = \frac{V}{2} H_0^2$

Probe, nur numerische Fehler haben sollen. Übergangscurve aus
dem Atomwärmen?

$$S_S = \frac{A}{3} \frac{T^3}{\Theta_S^3}$$

$$U_S = \frac{A}{4} \frac{T^4}{\Theta_S^3}$$

$$S_N = \frac{A}{3} \frac{T^3}{\Theta_N^3} + \alpha T$$

$$U_N = K + \frac{A}{4} \frac{T^4}{\Theta_N^3} + \frac{\alpha}{2} T^2$$

$$F_S = U_S - T S_S = - \frac{A}{12} \frac{T^4}{\Theta_S^3} \quad F_N = K - \frac{A}{12} \frac{T^4}{\Theta_N^3} - \frac{\alpha}{2} T^2$$

$$F_N - F_S = V \frac{H_0^2}{2} = K + \frac{A}{12} T^4 \left(\frac{1}{\Theta_S^3} - \frac{1}{\Theta_N^3} \right) - \frac{\alpha}{2} T^2$$

$$3 \text{ Dinge: } 1.) K = \frac{V}{2} H_0^2 \quad 2.) \alpha = \frac{A}{3} T_c^2 \left(\frac{1}{\Theta_S^3} - \frac{1}{\Theta_N^3} \right) \quad S_S = S_N$$

$$3.) H_0 = 0 \text{ bei } T_c$$

$$\text{Mit 2.) } V \frac{H_0^2}{2} = K + \frac{\alpha}{4} \frac{T^4}{T_c^2} - \frac{\alpha}{2} T^2 \quad \text{mit 3.) } K = \frac{\alpha}{4} T_c^2 = \frac{V}{2} H_0^2$$

Also Überg. Kurve:

$$\begin{aligned} \frac{V}{2} H_0^2 &= \frac{\alpha}{4} T_c^2 + \frac{\alpha}{4} \frac{T^4}{T_c^2} - \frac{\alpha}{2} T^2 \\ &= \frac{\alpha}{4 T_c^2} (T_c^4 + T^4 - 2 T^2 T_c^2) = \frac{\alpha}{4 T_c^2} (T_c^2 - T^2)^2 \\ &= \frac{V}{2} H_0^2 T_c^{-4} (T_c^2 - T^2)^2 \end{aligned}$$

$$\frac{V}{2} H_0^2 = \frac{V}{2} H_0^2 T_c^{-4} (T_c^2 - T^2)^2 \quad H_0 = H_0 \left(1 - \frac{T^2}{T_c^2} \right) \quad \text{nicht mit Landau p. 22.}$$

Nie steht es um die Energiedifferenz allgemein?

$$U_N - U_S = K - \frac{\beta}{4} T^4 \left(\frac{1}{\Theta_S^3} - \frac{1}{\Theta_N^3} \right) + \frac{\alpha}{2} T^2$$

$$= \frac{\alpha}{4} T_c^2 - \frac{3}{4} \alpha \frac{T^4}{T_c^2} + \frac{\alpha}{2} T^2$$

Es ist $= 0$ für $T = T_c$, $= \frac{\alpha}{4} T_c^2 (= K)$ für $T \rightarrow 0$.

Ist ab Inziffer mit Extremum? $T^2 = y$

$$\frac{\alpha}{4} T_c^2 - \frac{3}{4} \alpha \frac{y^2}{T_c^2} + \frac{\alpha}{2} y \quad ; \quad - \frac{3}{2} \frac{y}{T_c^2} + \frac{1}{2} = 0$$

$$y = \frac{T_c^2}{3} = T_{ext.}^2$$

Der Extremwert ist:

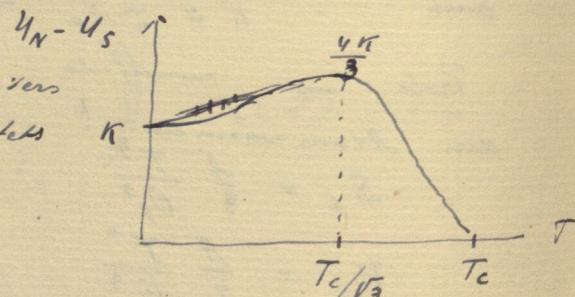
$$(U_N - U_S)_{ext.} = \frac{\alpha}{4} T_c^2 - \frac{3}{4} \alpha \frac{T_c^2}{9} + \frac{\alpha}{2} \cdot \frac{T_c^2}{3}$$

$$= \alpha T_c^2 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{12} + \frac{1}{6} \right) = \alpha T_c^2 \frac{3 - 1 + 2}{12}$$

$$= \alpha \frac{T_c^2}{3} = \alpha T_{ext.}^2 = \frac{4}{3} K$$

Die 2te Ableitung ist negativ, also: Maximum.

Ergebnis: die Energie des Normalleiters liegt unterhalb des Sprungpunktes stets K unter der des Supraleiters, der Überschuß ist am größten bei $0.577 T_c$, u. zw. nur $\frac{1}{3}$ größer als der Grenzwert des Überschlusses bei $T \rightarrow 0$, wo der Überschuß gerade die Hälfte der Sommerfeld-Fermi-Energie bei T_c beträgt.



Langsam bei $T = T_c$

$$\frac{d(U_N - U_S)}{dT} = -3\alpha \frac{T^3}{T_c^2} + \alpha T \quad \text{für } T = T_c$$

$$= -2\alpha T_c$$

Wenn man $U_N - U_S$ in der Einheit K misst, ist T in der Einheit T_c die Langsamkeit

$$-2\alpha \frac{T_c^2}{K} = -8 \quad \text{für } T_c$$

Wenn man aber vom diesen Überschuß die jeweilige Sommerfeld-Energie abzieht:

$$U_N - U_S - \frac{\alpha}{2} T^2 = \frac{\alpha}{4} T_c^2 - \frac{3}{4} \alpha \frac{T^4}{T_c^2} = G \quad (\text{say})$$

also etwa die reine Joneffekt-Energie bildet (ohne! Nullpunktsenergie, natürlich) so findet man folgendes

$$G(T_c) = -\frac{\alpha}{2} T_c^2 \quad (\text{selbstverständlich})$$

$$G(0) = +\frac{\alpha}{4} T_c^2$$

Bei der Ableitung nimmt dieses G monoton zu von Elektronenenergie bei T_c bis $+\frac{1}{2}$ El. en. bei T_c . Er geht durch 0 bei: $T^4 = \frac{T_c^4}{3}$ (nicht bei $T^2 = \frac{T_c^2}{3}$)

↳ Rolle spielt α -Glieder.

$$\text{Extremum } \alpha = \frac{A}{3} T_c^2 \left(\frac{1}{\Theta_S^3} - \frac{1}{\Theta_N^3} \right)$$

Wäre $\alpha = 0$ (und das $\Theta_S \neq \Theta_N$, z. B. $\Theta_S < \Theta_N$) so wäre $T_c = 0$, d. h. der Körper würde nicht supraleitend.

Insbesondere: Der Sprung bei $T \rightarrow 0$, H_0 , ist

$$H_0^2 = \frac{1}{V} \frac{\alpha}{2} T_c^2$$

Das würde, für $\alpha = 0$ (d. h. $T_c = 0$) mit $H_0 = 0$ stimmen, in der Supraleitfähigkeit nicht aufpassen zu lassen.

Was ist mit α ? Sommerfeld p. 264 ff.

Melwärmee der Elektronen: (p. 267)

$$C_{\text{Elektr.}} = \frac{\pi^2}{6} \frac{kT}{\xi_0} \cdot 3R \quad (\text{unter } \alpha T), \quad R = 2 \text{ cal/}^\circ\text{C}$$

$$\text{für } \xi_0 = \frac{P_0^2}{2m} \quad (\text{ab } \frac{1}{2} \text{ der Energie in der oberen Zone der Fermi-Verteilung})$$

$$N = 2 \frac{V}{h^3} \frac{4\pi}{3} P_0^3 \quad U = 2 \frac{V}{h^3} \frac{4\pi}{5} \frac{P_0^5}{2m}$$

$$\frac{U}{N} = \frac{3}{5} \frac{P_0^2}{2m} = \frac{3}{5} \xi_0$$

$\frac{3}{5}$ wegen Integration!

4.6 April $c^{\frac{2}{3}}(1 - \frac{f}{3}) = 1$ für $f = 2.8$

$$1 - \frac{2.8}{3} = \frac{0.2}{3} = 0.0666...$$

$c^{2.8}$

$$\log c = \frac{0.434294 \cdot 2.8}{0.868588}$$

$$\frac{3974352}{12160232}$$

mm = 16.45

$$\frac{1.645 \times \frac{2}{3}}{0.515}$$

1.030 μ ist gemessen.

$f = 2.8$

$v = 2.8 \frac{\Theta}{T} v_m$ nach Kipp Wellenlänge?

min in $v_m = \bar{c} \sqrt{\frac{3N}{4\pi V}}$

$$\frac{1}{\bar{c}^3} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{c_e^3} + \frac{2}{c_t^3} \right)$$

$$\lambda_m = \frac{\bar{c}}{v_m} = \sqrt{\frac{4\pi V}{3N}}$$

für Sn-normal: $\Theta = 185^\circ$ $T_c = 3.7$

$$2.8 \frac{\Theta}{T} = 2.8 \frac{3.7}{185} \approx 0.056$$

$$\frac{\lambda}{\lambda_m} = \frac{T}{2.8 \cdot \Theta} = \frac{185}{2.8 \times 3.7} = 17.9$$

say
no
18 x 2 x A
36 A

Cube - Law of Gallup - Poll.

Letzen Jahr mit Nixon oder für die $N_1: N_2$ angegeben.
Das Ergebnis ist ein "sample". Nach H. der n. J. zu
 n_1 Nixon 1. St. n_2 dem 2. St. der für die ist:

$$\binom{n}{n_1} p^{n_1} (1-p)^{n_2} \quad p = \frac{N_1}{N_1 + N_2}$$

für $N_1 > N_2$, d.h. $p > 0.5$. Wir wollen die W. dafür, daß
 $n_1 > n_2$ sei. Jetzt müßte man die folgende binomische Reihe
betrachten! Wir müßte man das? Es ist natürlich mit der

Gauss' Hyp. Prüfung, für Klein Abweichung.

Supraleitung. $\rightarrow$ Gorter, Physica 19, 745, 1953
E. Maxwell, Phys. Rev. 89, 1126, 1952

Letzteres: x normaler Längsdruck

$$F_n = -\frac{1}{2} x^{\alpha} g T^2 \quad F_s = -\beta(1-x) \text{ mit } \beta$$

$$S_n = g T x^{\alpha} \quad S_s = 0$$

$$\alpha x^{\alpha-1} g T + \Delta U_0 = 0$$

bei Maxwell falsch? $\beta = \frac{H_0^2}{8\pi} v_m$

$$\frac{d}{dx} (F_n + F_s) = -\frac{\alpha}{2} x^{\alpha-1} g T^2 + \beta = 0$$

$$x^{\alpha-1} = -\frac{2\beta}{\alpha g T^2}$$

$$x = \left(\frac{2\beta}{\alpha g} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} T^{-\frac{2}{\alpha-1}}$$

$$x=1 \text{ für } T_c^2 = \frac{2\beta}{\alpha g} \quad T_c = \sqrt{\frac{2\beta}{\alpha g}}$$

Maxwell $\Delta U_0 = \beta$

Gorter:

$$F = x \Delta U_0 - \frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}} g T^2$$

$$F_g = -\frac{1}{2} g \left(\frac{2\beta}{\alpha g} \right)^{-1} T^4$$

$$= -\frac{1}{8} \frac{g^2}{\beta} T^4$$

$$F_c = -\beta + \beta \left(\frac{2\beta}{\alpha g} \right)^{-2}$$

$$= -\beta + \frac{1}{16} \beta \frac{g^2}{\beta^2} T^4$$

1. Speziell relativ. 2. H. S.

Entropieform, 2. ... Entropieform. $\rho = \text{Entropiedichte}$.

$$S^{\mu} = \int \frac{dx^{\mu}}{dx_4} \quad \mu = 1, 2, 3, 4.$$

D. h. die 4. Dim. ist die Dichte der Entropie, die anderen Dichten mit den physikalischen Eigenschaften zusammenhängend. Entropie ist ein Invariant, für Dichte als dem Volumen ^{im 4. R.} proportional. D. h. $\rho = \rho_0 \frac{dx_0}{ds}$ (hier mit g_{44} wegen der Lorentzkonvention. Der Entropiefluß bleibt

$$S^{\mu}_{;\mu} dx_1 dx_2 dx_3 dx_4 \geq \frac{\delta Q}{T}$$

$$\text{Nun } \rho \frac{dx^{\mu}}{dx_4} = \rho \frac{ds}{dx_4} \frac{dx^{\mu}}{ds} = \rho_0 \frac{dx^{\mu}}{ds}; \quad \frac{\delta Q}{T} = \frac{\delta Q_0}{T_0} \quad (\text{hier gezeigt})$$

$$\text{also } dx_1 \dots dx_4 \left(\rho_0 \frac{dx^{\mu}}{ds} \right)_{;\mu} \geq \frac{\delta Q_0}{T_0}$$

Nb.: Das 4-Dim. Volumen δV physikalisch invariant.

2. Relat. relativ.

$$\left(\rho_0 \frac{dx^{\mu}}{ds} \right)_{;\mu} \sqrt{-g} dx_1 \dots dx_4 \geq \frac{\delta Q_0}{T_0} \quad \text{kon.}$$

$$\text{oder } \left(\rho_0 \frac{dx^{\mu}}{ds} \sqrt{-g} \right)_{;\mu} dx_1 \dots dx_4 \geq \frac{\delta Q_0}{T_0}$$

Am einfachsten: g. L. $g_{44} = 1 - \frac{2m}{r}$

$$\frac{d^2 x_4}{dx_4^2} = -\frac{1}{2} \frac{\partial g_{44}}{\partial x_4}$$

ρ Konstante des 4. Dim.
 ρ Dichte = ρp

$$-\frac{1}{2} \rho \text{ grad } g_{44} = \text{grad } p = 0$$

$$g_{44} = 1 + f_{44}$$

$$-\frac{a}{2} \rho \text{ grad } g_{44} - \text{grad } p = 0$$

$$f_{44} \approx \ln g_{44}$$

$$\frac{a}{2} \text{ grad } g_{44} + \text{grad } \ln p = 0$$

$$\text{grad } g_{44} = \text{grad } \ln p =$$

$$g_{44}^{\frac{a}{2}} p = \text{const}$$

$$= \text{grad } \ln p$$

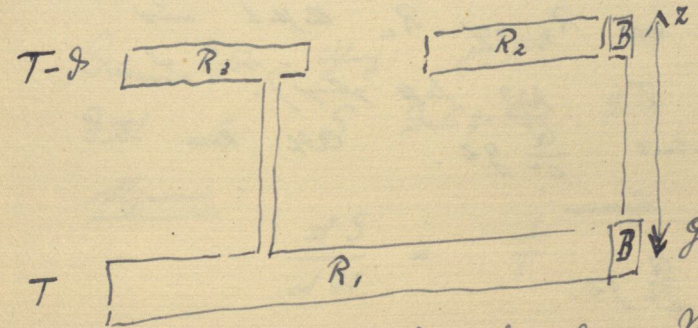
$$p \approx T^4$$

$$\begin{aligned} g_{44}^{\frac{a}{2}} T^4 &= \text{const} & a &= 4 & \frac{a}{2} &= 2 \\ \sqrt{g_{44}} \cdot T &= \text{const} & \text{ist. ist.} & & & \end{aligned}$$

Also Maßzahl ist $\sqrt{g_{44}}$, sondern $\rho + p$. Wie? $= 4p$.

Wenn Licht sich bewegt, ist es ein variabler Lorentzfaktor.
 $-ds^2 + g_{44} dt^2$ $\frac{ds}{dt} \approx \sqrt{g_{44}}$ $n \approx \frac{1}{\sqrt{g_{44}}}$

Einfache thermodynamische Überlegung unter der Annahme dass bei Transport keine Temperaturänderung eintritt.



Es ist für die Rotverschiebung die Tolman-Messung - d. h. es ist R_1 tiefer als R_2 . Die Boxen sind durch einen Rohr verbunden. Ein Beobachter B befindet sich in R_2 auf T. Man sieht durch R_2 und R_1 einen direkten Kontakt. Das Licht für $\frac{\delta Q}{T}$ ist für $\frac{\delta Q}{T}$ groß. Der für die Rotverschiebung $\frac{\delta Q}{T}$ ist für $\frac{\delta Q}{T}$ groß. Der für die Rotverschiebung $\frac{\delta Q}{T}$ ist für $\frac{\delta Q}{T}$ groß.

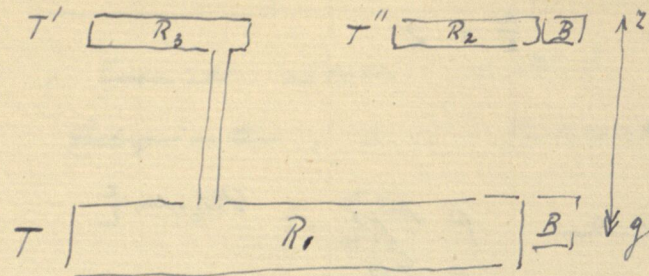
Das ist die Rotverschiebung $\frac{\delta Q}{T}$ ist für $\frac{\delta Q}{T}$ groß. Der für die Rotverschiebung $\frac{\delta Q}{T}$ ist für $\frac{\delta Q}{T}$ groß. Der für die Rotverschiebung $\frac{\delta Q}{T}$ ist für $\frac{\delta Q}{T}$ groß.

Die g_{44} unter = 1, dann ist es oben größer, d. h. $1 + \frac{2gz}{c^2}$

$$1 + \frac{g}{T} \leq 1 + \frac{gz}{c^2} = \sqrt{\frac{g_{44} \text{ oben}}{g_{44} \text{ unten}}}$$

$$\frac{T + \delta}{T} = \frac{T}{T - \delta} \leq \sqrt{\frac{g_{44} \text{ oben}}{g_{44} \text{ unten}}} \quad \text{oder} \quad \frac{T \sqrt{g_{44} \text{ unten}}}{(T - \delta) \sqrt{g_{44} \text{ oben}}} \leq 1$$

D. h. die Tolman-Messung $T \sqrt{g_{44}}$ kann man oben mit ablesen. Die Tolman-Messung kann $\sqrt{g_{44}}$ ablesen. Die Tolman-Messung kann $\sqrt{g_{44}}$ ablesen.



Leben wir mit einem reversiblen Carnot-Prozess zwischen $R_2 \rightarrow R_3$, damit das Minimum R_2 gefüllt wird. (Man nehme $T'' < T'$, kann man bei dem Minimum beibehalten, gleich machen und den auf zu Carnoten bringen). Sobald T'' nur ein wenig größer geworden ist als T kann man die in R_2 gefüllte Wärme durch einen $\rightarrow$ Punkt an B nach R_1 übertragen. Die Carnot-Heizung Q von R_2 nach R_1 liefert nur die Arbeit $Q \frac{T'' - T'}{T'}$ (alle T 's sind fast gleich). Beim B -Prozess liefert die Arbeit $\frac{Q}{c^2} g z$. Alle T'' nicht größer als T werden, bevor

$$Q \frac{T'' - T'}{T'} \geq \frac{Q}{c^2} g z$$

mit anderen Worten, das es nicht sein

$$Q \frac{T - T'}{T} \geq \frac{Q}{c^2} g z$$

$$\frac{T - T'}{T} \geq \frac{g z}{c^2}$$

Das ist die Ungleichung von Kelvin, aber in umgekehrter Richtung. Damit ist der Beweis abgeschlossen.

Anders dargestellt:

— U, T

$$U = U_0 + \frac{U}{c^2} g z$$

$$U \left(1 - \frac{g z}{c^2}\right) = U_0 \quad \text{für}$$

— U, T_0

S ändert sich um z ab.

Vorher: in Gleichgewicht bei $U - TS$ konstant sein.

$$U \left(1 - \frac{g z}{c^2}\right) - TS = U - TS - U \frac{g z}{c^2} = U_0 - T_0 S - U \frac{g z}{c^2} = U_0 - TS$$

$$-TS = -T_0 S - U \frac{g z}{c^2}$$

$$T_0 - T = -\frac{U}{S} \frac{g z}{c^2}$$

Vorgehen hilft, in 9. Abschnitt.

$$\frac{U}{\sqrt{g_{44}}} = \text{const.}$$

Die Diferenzial ist et. par. if $\frac{U}{\sqrt{g_{44}}} = \text{const.}$ (nicht die U ändern) soll man S desgleichen sein!

allgemein:

$$\frac{dS}{dU} = \frac{1}{T}$$

$\frac{U}{\sqrt{g_{44}}} = \text{const.}$ gilt für ein in Feld eingebettetes Objekt.

Typoscript

Note on Superconductivity

Note on Superconductivity.

by

E. Schrödinger

As is well known, at the normal transition-temperature (i.e. in the absence of a magnetic field) no heat of transition occurs; but the specific heat exhibits an appreciable discontinuity. A very carefully studied case is that of Sn.¹⁾ The measurements of the atomic heats in the superconducting (C_S) and in the normally conducting (C_N) phases are satisfactorily represented, as follows

$$(1) \quad \begin{aligned} C_S &= A \left(\frac{T}{\Theta_S} \right)^3; \quad A = 464.5, \quad \Theta_S = 140^\circ \\ C_N &= A \left(\frac{T}{\Theta_N} \right)^3 + \alpha T; \quad \alpha = 4 \cdot 10^{-4}, \quad \Theta_N = 185^\circ \end{aligned}$$

On transition to the S-phase at $T_C = 3.7^\circ\text{K}$, there is a sudden rise of about 50%; the measurements are in the interval $1^\circ - 4^\circ\text{K}$. The α -term is by no means small compared with the Debye-term, and is decidedly absent in C_S . Around and above T_C the measured C_N lies slightly but systematically above the given formula. The formulae are stated to be in excellent agreement with the measured transition curve (threshold magnetic field v. temperature), for which they demand a parabola, and also with the measured heat of transition below the normal transition point.

They present us with two extremely astonishing features. One is the

1) W. H. Keesom and P. H. van Laer, Physica 5, 193, 1938. I am taking the data from M. von Laue, Theorie der Supraleitung, 2nd edition, Springer 1949, pp. 91 f.

α -term (whose dominant rôle will appear presently) and particularly its disappearance in the S-phase. The other is the jump in the Debye-temperature Θ .

The said linear term is well accounted for by Sommerfeld's theory of the normally conducting electrons, based on their forming a nearly Fermi-degenerate gas. At the upper boundary of a tightly packed Fermi-distribution there is a region of slight excitation with an energy content proportional to T^2 , contributing a linear term to C_N . The order of magnitude of α fully agrees with this interpretation. This contribution, while obliterated at higher temperature, becomes comparatively substantial in this low region. Its entire disappearance in the S-phase is very difficult to account for. Do the electrons all of a sudden settle down to complete Fermi-degeneration?

This seems difficult to reconcile with several known facts. We are compelled to attribute to the superconductor also normal Ohmic resistance, which it displays in high-frequency alternating potentials, while only in static or quasi-stationary conditions the Ohmic resistance is short-circuited by superconductivity. Moreover the latter does not appear to be established abruptly at the normal transition point. The characteristic behaviour of a superconductor resides on the minuteness of the London-penetration-depth, the very thin surface layer into which current and magnetic field can at all penetrate. But there is experimental evidence to show that this penetration depth does not set in with a very small value at the transition point, but only decreases continuously, though rapidly, from a macroscopic value, or, as the theoretician prefers to think, from an infinite value. This has induced us to consider the fraction of superconducting electrons to increase gradually from zero to one, when the temperature is lowered from the transition point

T_C to the absolute zero. This does not fit in well with the view that the Fermi-Sommerfeld conducting electrons settle down abruptly to complete Fermi-degeneration at the transition point.

But beyond this the above experimental data on C_S and C_N seem to point to a dominant rôle of the α -term in determining the transition temperature T_C . Since at T_C there is no heat of transition (and no external work on transition) the energies of the two phases must be equal. Taking for the moment the possibility of two distinct Debye-temperatures Θ_N and Θ_S as a given fact (to be discussed later) we would conclude that on cooling a sample down the transition sets in, whenever the quenching of the Fermi-excitation makes available just the amount of energy required for the establishment of the state with the lower Debye- Θ . For indeed, though both amounts decrease on cooling, the former decreases least rapidly viz. only $\sim T^2$. But in implementing this condition one must be careful not to judge the energies of the two phases just by the integrals of their atomic heats from absolute zero (where their energy-difference remains finite, even though the heat of transition must tend to zero according to the Nernst-theorem). The correct relation is obtained by observing that the entropy-difference is zero both for $T = 0$ and for $T = T_C$, thus

$$\int_0^{T_C} \frac{C_S}{T} dT = \int_0^{T_C} \frac{C_N}{T} dT. \quad (2)$$

From (1) and (2) we obtain

$$\alpha = \frac{A}{3} T_C^2 \left(\frac{1}{\Theta_S^3} - \frac{1}{\Theta_N^3} \right) \quad (3)$$

With the numerical data given above the right hand side works out to $4.4 \cdot 10^{-4}$, in sufficient agreement with the experimental α -value. In fact we may be sure that the experienced authors would not have published the results summarized in (1) without submitting them to this obvious check (the deviation 4.4 against 4 may be due to the slight failure of the C_N -formula alluded to above).

Now A is universal, a numerical multiple $(12 \pi^4/5)$ of the gas constant. From Sommerfeld's theory α depends, except for universal constants, only on the density of conduction electrons in the metal. Thus indeed the normal transition temperature T_C seems to be determined by the latter and by the two Θ -values in the way indicated above. We venture a generalizing application of this view to the so-called isotope-effect. If the ions forming the lattice are replaced by those of an isotope of different mass M , we should expect the whole electrical interplay to be unaffected, but the Θ -values to change proportional to $M^{-1/2}$. From (3) this would make T_C change $\sim M^{-3/4}$. The sign is correct, the heavier isotope being found the "better" superconductor, but the theory indicates a stronger dependence; experiments, so I am told,¹⁾ point to $T_C \sim M^{-1/2}$.

Not only the normal transition temperature T_C , but the whole character of the transition phenomenon that we observe - the parabolic or nearly parabolic form of the transition curve (threshold magnetic field v. temperature) - depends entirely on the Fermi-Sommerfeld electron energy

$$\frac{\alpha}{2} T^2, \quad (4)$$

which at high temperature, though much larger, is calorically quite insignificant. If the α -term were missing in (1) - or if it were not missing in C_S - this would upset the whole phenomenon, make it thermodynamically impossible. It is

¹⁾ See a report by E. Maxwell, *Physics Today*, December 1952

easy to show that with the value which this energy reaches at $T = T_C$, viz.

$$\frac{\alpha}{2} T_C^2, \quad (5)$$

is also intimately connected the limiting excess of energy of the normal phase over the super-phase for $T \rightarrow 0$. This excess, which is, of course, one of free energy (connected with the energy density of the limiting threshold field), is namely

$$\frac{\alpha}{4} T_C^2, \quad (6)$$

just half of the above. Actually, on multiplying (3) by $\frac{3}{4} T_C^2$, one avers, that the energy required for establishing the new régime of lattice-vibrations, with the smaller Θ , is not just (5) but the sum (5) + (6).

The possibility of two different states of lattice-vibrations (as evidenced by the two ~~smooth/transition/different~~ substantially different Debye-temperatures) and the smooth transition from one to the other, is the most puzzling feature. In itself a discontinuous change, indeed a weakening, of the interaction between the ionic lattice and the electric field (I mean the de Broglie field) might seem a welcome guide to our understanding of the break-down of electric resistance. The strange thing is that it should occur without any change of volume and without any change of lattice structure. We are at a loss to understand this. We are disinclined to believe in a change of the elastic constants, but equally hesitant to regard typical Debye- T^3 -behaviour as only feigned in a region of temperature, where Debye's theory is safest in its rights and least exposed to objections. Indeed in this limiting case the energy is distributed over the elastic waves in much the same way as in black-body radiation, with a very marked maximum that lies far below the limiting frequency. The bulk of the heat energy is carried by long

waves of, say, 15 or 20 times the lattice spacing, so that the elastic dispersion (which Debye's theory has to neglect) actually plays no rôle.

While this suggests no explanation, the fact mentioned just now is, so I believe, worth being kept in mind: superconductivity never occurs before the energy of the lattice vibrations has withdrawn to long waves, long compared with the spacing of the lattice. This seems to make it easier to admit electronic states, not exchanging energy with the heat-motion, only sort of "adiabatically breathing" along with it.

Anhang

Sie müssen trachten, mehr in ganzen Gebilden zu denken statt mit einzelnen Gleichungen herum zu werfeln; da verliert man die Übersicht. — Zum Beispiel:

Man vermutet eine longitudinale Eigenschw. der Form:

$$\left. \begin{aligned} E_x &= A \cos lx \sin my \sin nz \sin vt \\ E_y &= B \sin lx \cos my \sin nz \sin vt \\ E_z &= C \sin lx \sin my \cos nz \sin vt \\ H &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} l, m, n &\text{ ganze Zahlen.} \\ \text{Da jede Komp. d. Wellengl.} \\ \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \mu^2 &= 0 \text{ genügt:} \\ \underline{l^2 + m^2 + n^2} &= \underline{v^2 - \mu^2} \end{aligned}$$

Da $H = \text{curl } A$, muss $\text{curl } A = 0$. Da $E = -\dot{A} - \text{grad } V$, muss auch $\text{curl } E = 0$. Letzteres heißt, wie man sofort sieht (ohne was hin zu schreiben), das Vektorprodukt von (A, B, C) und (l, m, n) verschwindet. Also ist (A, B, C) parallel (l, m, n) .

Dasselbe muss für den Amplitudenvektor von A gelten, welcher mit ja (da $\dot{A}$ in E vorkommt) von E ~~hervor~~ ^{wesentlich}

nur dadurch unterscheiden muss, dass es $\cos vt$ statt $\sin vt$ hat. Das V hingegen (damit $\text{grad } V$ in E dieselbe Raumzeit-funktion ergebe) muss, statt der drei cosinusse in E , sinusse haben. Dann wird sein Gradient auch zu (l, m, n) parallel, was in Ordnung ist. Man normiert $A^2 + B^2 + C^2 = 1$, so dass $A = \frac{l}{\sqrt{l^2 + m^2 + n^2}} = \frac{l}{\sqrt{v^2 - \mu^2}}$ etc. wird, und setzt

$$\left. \begin{aligned} A_x &= p A \cos lx \sin my \sin nz \cos vt \\ A_y &= p B \sin lx \cos my \sin nz \cos vt \\ A_z &= p C \sin lx \sin my \cos nz \cos vt \\ V &= q \sin lx \sin my \sin nz \sin vt \end{aligned} \right\} p, q \text{ Konstante.}$$

Aus $\text{div } A + \dot{V} = 0$ kommt $-p(A l + B m + C n) + v q = 0$ oder $-p \sqrt{v^2 - \mu^2} + v q = 0$. Das wesentlich interessierende p erhält man aus irgendeiner Komponente von $E = -\dot{A} - \text{grad } V$, z. B. der zweiten:

$$B = v p B - m q \quad \text{oder}$$

$$\frac{m}{\sqrt{v^2 - \mu^2}} = \frac{v p m}{\sqrt{v^2 - \mu^2}} - \frac{m p}{v} \sqrt{v^2 - \mu^2} = \frac{m p}{v} \frac{\mu^2}{\sqrt{v^2 - \mu^2}}, \text{ also}$$

$$\underline{\underline{p = \frac{v}{\mu^2}}}$$

~~~~~



p. t. s.



Mathematikers. Die Formeln sind eigentlich nur  
steno-graphische Sprache. Ohne Text hat man schon  
nach ein paar Wochen Schwierigkeit sich den Gedan-  
gang, die genaue Schlusskette, zu rekonstruieren.  
Und manchmal nicht man das in einem alten Heft  
noch nach 20 Jahren!



In a Proca-field all the following 15 equations hold  
( $E, H$  is a six-vector,  $A, V$  a four-vector):

$$\begin{array}{ll} \text{curl } E + \dot{H} = 0 & \text{curl } H - \dot{E} = -\mu A \\ \text{div } H = 0 & \text{div } E = -\mu V \\ \text{curl } A = \mu H & \text{div } A + \dot{V} = 0 \\ \text{grad } V + \dot{A} = -\mu E & \end{array}$$

If the so-called rest-mass  $\mu$  is zero, this set divides up into two independent sets viz. Maxwell's empty space equations for  $(E, H)$  and a very simple ~~same~~ set for the four-vector  $(A, V)$ . [This is the reason why I consider, for small  $\mu$ , the  $\mu$ -terms to constitute just a weak coupling between two independent fields —  $(A, V)$  having nothing to do with the electromagnetic 4-potential; but in the following I am speaking of the case  $\mu = 0$ , or, if you like, I neglect the weak coupling.]

The field-law for  $(A, V)$  is very simple. Of the 7 colored in spins the 6 on the left say that the 4-curl of this 4-vector vanishes, therefore it must be a 4-gradient ~~say~~ of a 4-scalar, say

$$A = -\text{grad } \varphi \quad V = \dot{\varphi}$$

~~Then the equation on the right hand side demands~~ Then the equation on the right hand side demands

$$\Delta \varphi - \ddot{\varphi} = 0$$

Thus the general solution for  $(A, V)$  is, to be the 4-curl of any d'Alembertian wave-scalar.



My questions are these. 1.) Has the set of field equations

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{A} = -\text{grad } V \\ \dot{V} = -\text{div } A \end{array} \right\} \quad \text{with the injunction on the initial values} \\ \text{curl } A = 0, \text{ which is preserved in time} \\ \text{in virtue of the first field equation,}$$

obtained a name in current literature? 2.) If so, what spin-number is ascribed to this "particle"?

From the utter simplicity of the case (there is obviously only one type of plane waves) one might think that the spin-number must be zero ( $2S+1 = 2 \cdot 0 + 1 = 1$ ). But I find something else. Calling  $\psi$  the column  $\begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \\ V \end{pmatrix}$ , the field-equations  $\{ \}$  may be written

$$i\dot{\psi} = (\beta_1 p_x + \beta_2 p_y + \beta_3 p_z)\psi = \mathcal{H}\psi$$

The (real, Hermitian)  $\beta$ 's can be read from the  $\mathcal{H}$ -matrix, written hereby. They obey the

$$\mathcal{H} = \begin{array}{c|cccc} & A_x & A_y & A_z & V \\ \hline A_x & 0 & 0 & 0 & p_x \\ A_y & 0 & 0 & 0 & p_y \\ A_z & 0 & 0 & 0 & p_z \\ V & p_x & p_y & p_z & 0 \end{array}$$

Kemmer's commutation rules. As an example of the three spin-matrices I write out the one for the  $x$ -component of the spin

$$J_{23} = -i(\beta_2 \beta_3 - \beta_3 \beta_2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

I have abbreviated the other two by putting a dot  $\odot$  and two dots  $\odot\odot$  <sup>respectively</sup> into the zeros at the places where they have their  $\pm i$ . Now

$$J_{23}^2 = \begin{pmatrix} 0 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

Thus  $J_{23}$  must<sup>\*)</sup> have eigenvalues  $0, 1, -1$ . Since it has spin zero (formally, for it is a commutator) its 4 eigenvalues must be  $1, -1, 0, 0$ . This points to a "mixture" of spin-number zero and one.

<sup>\*)</sup> it must have 0, and at least one of the two:  $+1, -1$ .



(3)

Indeed one finds:

$$J_{23}^2 + J_{31}^2 + J_{12}^2 = \begin{pmatrix} 2 & & & \\ & 2 & & \\ & & 2 & \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

NB.:

$$2 = 1 \cdot (1 + 1)$$

which confirms it. Investigating a plane wave in the  $x$ -direction

$$\varphi = a e^{i\nu(t-x)}$$

$$\psi = \begin{pmatrix} i\nu \\ 0 \\ 0 \\ i\nu \end{pmatrix} \cdot \varphi$$

one finds, that it is an eigenfunction, eigenvalue 0, of  $J_{23}$ , but it is not an e.f. of either  $J_{31}$  or  $J_{12}$ .

It is also not an e.f. of the sum of squares.

Hence neither the total spin nor any other component is sharp. It has certainly not spin-number zero.

To yield a solution with a sharp spin-number  $S$ ,  $\varphi$  would have to be either independent of time (then  $S=1$ ), or independent of the space-coordinates (then  $S=0$ ). But since  $\varphi$  must also be a D'Alembertian wave-potential, no singularity-free  $\varphi$  except the constant is available in either case, <sup>v)</sup> and that yields only a vanishing  $\psi$ . (Over-statement, see below.)

The above plane-wave- $\psi$  may be formally decomposed into  $\psi_1 + \psi_0$ , the first having  $S=1$ , the second  $S=0$ .

$$\psi_1 = \begin{pmatrix} i\nu \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \varphi \quad \psi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ i\nu \end{pmatrix} \varphi$$

Since  $\psi_1^* \psi_1 = \psi_0^* \psi_0 = \nu^2 a^2$ , one may, I think, say that  $\psi$  is a 50:50 "mixture" of the two spin-numbers, 1 and 0.

I wonder could such an entity do the job of the neutrino in the spin-balance of the  $\beta$ -decay?  
Hardly.

<sup>v)</sup> In the second case a linear function of the time is admissible for  $\varphi$ , giving  $A=0$ ,  $V=\text{const.}$  Not very interesting. In  
n.t.o.



the first case a linear function of the coordinates is  
admissible for  $\mathcal{G}$ , giving  $\mathcal{H} = \text{const.}$ ,  $V = 0$ . The constants  
 $A$ -vector can be adjusted so as to give <sup>to</sup> one spin-  
component sharply any one of its e.o. 0, 1, -1. This  
removes the discomfort of no e.o.'s being available.

What is strange about these otherwise trivial solutions  
is, that the spin-number is not a Lorentz-invariant.



Suggestion.

Take the field equations for "photon with rest-mass" rather in the form (1) of my last R.S. paper. I shall call this for brevity the "homogeneous" form because all 10 components ( $E, H, A, V$ ) have the same physical dimension.

Then it is seen that for  $\mu = 0$ , the set separates into two sets, one for  $(E, H)$  and one for  $(A, V)$ . The former ~~is~~ Maxwell's empty space equations, the latter is pretty simple. There is no mutual influence between the two fields. The set for  $(A, V)$  demands, as far as I can see, simply that the four-vector  $(A, -V)$  be the four-gradient of a wave-potential (i.e. of a four-scalar satisfying D'Alembert's equation). The two fields satisfy independent conservation theorems, with e.g. energy-density  $\frac{1}{8\pi} (E^2 + H^2)$  for the Maxwellian field and  $\frac{1}{8\pi} (A^2 + V^2)$  for the  $(A, V)$ -field.

With  $\mu \neq 0$ , but small (compared with the relative space-time-changes of the fields), the natural attitude is to regard the  $\mu$ -terms as constituting a weak interaction between the two fields - a perturbation. The fact that this perturbation problem happens to be so simple as to ~~allow~~ make exact solutions thereof



accessible without recourse to perturbation methods, ought not to divert one from this attitude. In particular the conventional letters one has chosen for the  $(A, V)$ -field ought not to reduce one to ~~mix~~ mix it up with the ~~4-potential of the~~  $(E, H)$ -field's 4-potential (the mathematical aid of old standing for solving Maxwell's empty space equations). The  $(A, V)$ -field ought to be regarded as describing an independent physical reality (that is why it does not allow of gauge-transformations!). The energy exchange between the two fields remains small of the order of  $\mu$ , as can, of course, be anticipated and is easily proved. Apart from this weak exchange, the conservation laws hold separately for the two fields, i.e. they hold approximately.

With  $(E, H)$  finite,  $(A, V)$  is up to quantities of the order  $\mu$  the 4-gradient of a scalar wave-potential. This part may be finite, but (according to the first two eqns. in the second column of (1)) causes only small deviations (of the order of  $\mu$ ) from Maxwellian behaviour in  $(E, H)$ .

The interaction of the  $(E, H)$ -field with matter, and the interaction of the  $(A, V)$ -field with matter are two entirely different affairs. In particular  $(A, V)$ -matter interaction must not be judged from the way in which in some theories (e.g. Dirac's wave-equation) the  $(E, H)$ -matter interaction



is expressed by the  $(E, H)$ -field's 4-potential, because, as was stated above, the  $(A, V)$ -field ~~is~~ has nothing to do with the latter.

It is my opinion that the  $(A, V)$ -matter interaction is such, that the  $(A, V)$ -field plays no part in the measurements of black body radiation, e.g. in the <sup>bolometric</sup> determination of the solar radiation, and also no part in the experimental determination of the radiation pressure.



From

$$\text{curl } A = \mu H$$

$$\text{div } A + \dot{V} = 0$$

$$\text{grad } V + \dot{A} = -\mu E$$

Bass

3. I. 55.

The  $(A, V)$ -field consists of a field of the order  $\mu E$  and the 4-gradient of a d'Alembert-potential. This second part may be of order  $E$ . We have agreed that they have very small influence in the Dirac-equation, the first part because it is small, the second because it is a gradient. But the second one (so you believe) might have an indirect influence on matter ~~via~~ via a perturbation  $-(E, H)$ , because it plays the rôle of a source according to

$$\text{curl } H - \dot{E} = -\mu A$$

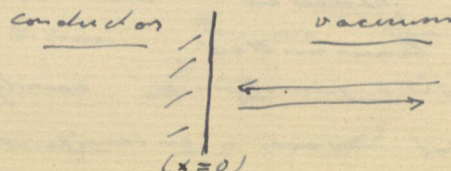
$$\text{div } E = -\mu \dot{V}.$$

Now the perturbation  $-(E, H)$  is of the order  $\frac{\mu}{v} E$ , where  $v$  is the frequency or wave number (we have  $c=1$ ). Its potentials are of the order  $\frac{\mu}{v^2} E$ , while those of the main  $(E, H)$ -field are of order  $\frac{1}{v} E$ . Thus the influence of the perturbation-field in the Dirac-equation is  $\frac{\mu}{v}$  times that of the main field. It is negligible for the frequencies we are concerned with. It would have to be heeded perhaps for wavelengths of 1000 mds of km.



(9. I. 1955) Bass

I believe all the boundary conditions can be fulfilled exactly, if one assumes that for the  $(A, V)$ -field the perfect conductor "behaves as vacuum", while  $E = H = 0$  inside. I take the case of a plane wave, orthogonal incidence.



$$V = 0;$$

On the right: a transversal standing wave; at the boundary  $E$  is orthogonal, thus  $A$  orthogonal (and very small); on the left we envisage a standing longitudinal  $(A, V)$ -wave.  $(A, V)$  is the four-gradient of, say,

$$\frac{1}{2} [\cos(\nu t + kx) + \cos(\nu t - kx)] = \cos \nu t \cos kx,$$

thus

$$A_x = -k \sin \nu t \cos kx \quad V = \nu \cos \nu t \sin kx.$$

They have a  $\frac{\pi}{2}$ -phase-difference, both in time and in space. For  $x = 0$ ,  $V = 0$ ;  $A_x$  can be adjusted so as to make it continuous at the boundary. Adjusted means multiplied by a constant and, possibly,  $\nu t$  replaced by  $(\nu t + \text{const.})$

Since inside  $E = H = 0$ , we shall have  $\nu = k$ . Thus the expression "behaves as vacuum" is to be taken cum grano salis. -

On this solution any longitudinal  $(A, V)$ -waves can be "nearly superposed". ~~They~~ <sup>It</sup> does suffer a very slight refraction at the boundary, since in vacuum ~~it is~~ linked with a very weak  $(E, H)$ -field and obeys a Klein-Gordon equation, inside the conductor the d'Alembert equation. The conductor acts as the "optically thinner" medium. ~~It is therefore~~ With this it is in keeping, that in order to fulfil the boundary condition also for the very weak  $(E, H)$ -field, <sup>longitudinal</sup> one will have to add a very weak reflected wave.



"In keeping" means that this reflected wave would be needed anyhow in order to ~~fulfil~~ produce exact continuity of  $(A, V)$  at the boundary.

Summarizing: both for a ~~pure~~ transversal and for a longitudinal wave in vacuum the boundary conditions can be fulfilled exactly. The transversal wave is totally reflected, the longitudinal wave almost totally transmitted.

No energy is lost to the cavity, since there are also longitudinal waves entering it.



Man braucht keine andere Annahme zu machen als die, dass im Einfall des vollkommenen Leiters  $E = H = 0$  ist <sup>\*)</sup>, daher  $(A, V)$  ein 4-Gradient; dann hat es aus diesem Grunde keine Wechselwirkung und pflanzt sich mit Lichtgesch. fort. einer L-Welle

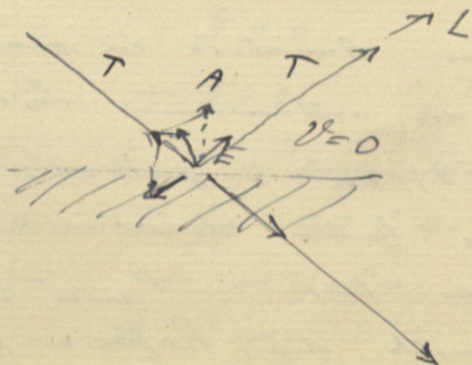
|| Zu untersuchen ist noch die Reflexion, bei schiefem Einfall. Bitte tun Sie das sorgfältig. Gebrochen wird, ein ganz klein wenig vom Lot, eine  $(A, V)$ -Welle mit Geschw. 1. Reflektiert wird eine sehr schwache T-Welle, unter dem Reflexionswinkel = Einfallsw.,  $E$  schwingt in der Einfallsebene, ist so gross, dass es die Komponente // Trennfläche gerade kompensiert. Die beiden  $A$ 's zusammen müssen sich stetig fortsetzen in dem  $A$  der gebrochenen Welle, ebenso das  $V$  der einfallenden Welle (die reflektierte hat ja keines). Die Richtung der gebrochenen Welle ist nicht frei wählbar, sie ist durch das Verhältnis der Phasengeschwindigkeiten nach dem Snell-schen Gesetz bestimmt.

Ich wiederhole die Grenzbedingungen:

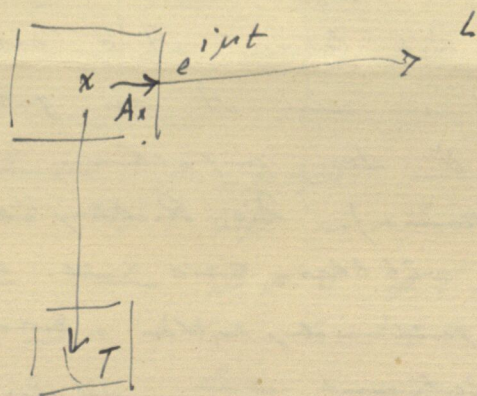
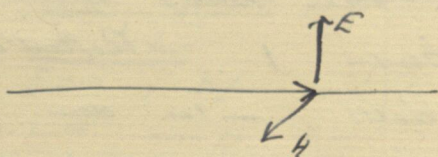
$$\text{rücken} \left\{ \begin{array}{l} E_{\parallel} = \text{stetig} \\ H_{\perp} = 0 \end{array} \right. \quad A, V \text{ stetig.} \quad \text{z. S.}$$

\*)  $H = 0$  ist inkompatibel mit der Bedingung der Grenzbedingungen.





- 1.)  $L$  von unten
  - 2.)  $L$  von oben
  - 3.)  $T$  von unten
- Innerer Energiefluss  
prüfen!





# Die Grenzbedingungen der Maxwell'schen Theorie

Feldgleichungen im Medium:

$$(1) \quad \text{curl } \vec{E} + \dot{\vec{B}} = 0$$

$$(3) \quad \text{curl } \vec{H} - \dot{\vec{D}} = \vec{I} = 0$$

$$(2) \quad \text{div } \vec{B} = 0$$

$$(4) \quad \text{div } \vec{D} = 0$$

Für  $\vec{C} = \dot{\vec{D}} + \vec{I}$  ("totaler Strom", d.h. Verschiebungs- + Leitungsstrom),

aus dem einzig der "phys. Übergang" folgt man bekanntlich, dass es eine Lösung gibt:

$\vec{B}_\perp, \vec{C}_\perp, E_\parallel, H_\parallel$  stetig sein müssen, wo  $\perp, \parallel$  ist mit der Trennungsebene begriffen. Wenn:

Wider Leiter, bestimmt durch  $\vec{I} = \sigma \vec{E}$ ,  $\sigma \rightarrow \infty$ .

Als im Leiter

$\vec{E} = 0$ , daher nach (1)  $\dot{\vec{B}} = 0$ , und ein period. Vorg.  $\vec{B} = 0$ .

Andererseits muss man, dass man z. B. bei Reflexion einer ebenen Welle nur genau  $E_\parallel = 0$  messen kann und muss, aber  $E_\perp \neq 0$ ,  $H_\parallel \neq 0$ . Als im Leiter

$\vec{C}_\perp \neq 0$ ,  $H_\parallel \neq 0$  sein. Erstens notwendig: es muss die periodisch veränderliche Oberflächenladung der Leiterfläche mit dem Inneren fortgeführt werden, und dem ist man nach (3), dass im Inneren nicht  $H = 0$  sein kann!

Es muss aber  $\vec{B} = 0$  ist (wie oben) kann im Inneren nicht  $\vec{B} = \lambda \vec{H}$  mit  $\lambda \neq 0$  gelten. Man muss also dem idealen Leiter nicht bloß Leitfähigkeit  $\infty$ , sondern nicht Permeabilität  $\infty$  zu geben.

Größenbeziehung: im idealen Leiter ist  $\vec{E} = \vec{B} = 0$  (nicht  $H = 0$ ), - das ist aber für unseren Fall genug in Ordnung. Wir müssen nämlich im Leiter für die (A, V) - Feld setzen:

$$\begin{aligned} \text{curl } \vec{A} &= \mu \vec{B} \\ \vec{A} + \text{grad } V &= -\mu \vec{E} \\ \text{div } \vec{A} + \Delta V &= 0 \end{aligned}$$

Da nun (1), (2) ist ab im Leiter  $(\vec{E}, \vec{B})$ , nicht  $(\vec{E}, \vec{H})$ , der Fortpflanzung 0 ist. In der Tat folgen (1), (2) mit den oben stehenden Annahmen. Überhaupt ist nicht

nicht  $\vec{B}$  (nicht  $\vec{H}$ ) das Problem im idealen Magnetfeld!   
 6. v.



Man misste nun konsequent die Gleichungen (3) und (4) in die  
Gleichungen, ~~die~~ von Dirac (4) mit  $D = \epsilon E = 0$  in  
Ebenheit zu setzen. Prinzip? Natürlich, man muss  
vermuten

$$\text{curl } H - \dot{D} - I = -\mu A$$

$$\text{div } D = -\mu V$$

Es würde in ~~der~~  $D = \epsilon E = 0$  laßfallen, aber  
die 2<sup>te</sup> Gleich. verworfen; wir beschränken:

$$\text{curl } H - I = -\mu A$$

$$\text{div } I = -\mu V.$$

Das Prinzip ist konsequent. Ziemlich ist dann nicht mehr,  
wie bei Maxwell das totale Strom  $C$  (das heißt  
einfach  $I$ ) wirksam zu sein, sondern  $\mu$  ist  
gleich dem Strom:

$$\text{div } (I - \mu A) = 0$$

Aber das trifft zu auf den für die Vakuum-Prozess-  
gleichungen zu. - Also das <sup>nicht dieser Tests</sup> ~~Prinzip~~ ist nicht  
belegbar, das Prinzip bestätigt.

Lösen Sie nur allem das Resonanzproblem der  
Hilf einfallenden L-Mole!

E. S.

das vorher  
Tacet für ~~alles~~ (hier Resonanz nur etwa: These  
difficulties can be avoided, if (in the limiting case  
of an ideal conductor) we consider the  $(A, V)$ -field  
to be governed by the equations

$$\text{curl } A = 0 \quad A + \text{grad } V = 0 \quad \text{div } A + V = 0;$$

(where they are obtained from (...)) <sup>obviously had to replace</sup> by ~~replacing~~ in the first we  
~~we~~ the magnetic field  $H$  <sup>through</sup> the magnetic displacement  
 $B$ ) by the usual assumption  $B = \epsilon E = 0$ . Let us  
consider how a plane L-wave ~~where~~ then behaves  
when it falls on the surface of such a conductor etc.