cp. 20.

F. Hasenöhrl Überreicht vom Verfasser.

Zur
Theorie der Strahlung in bewegten Körpern.
Berichtigung.

Von

Fritz Hasenöhrl.

Separat-Abdruck aus den

Annalen der Physik.

Vierte Folge. Band 16.

905.

Leipzig,
Johann Ambrosius Barth.

11. *Zur Theorie der Strahlung in bewegten Körpern. Berichtigung;* *von Fritz Hasenöhrl.*

Ich habe in einer kürzlich erschienenen Arbeit gleichen Titels[1]) den Begriff einer scheinbaren Masse der Hohlraumstrahlung aufgestellt und als Wert derselben die Größe

$$\frac{8}{3}\,\frac{h\,\varepsilon_0}{c^2}$$

angegeben[2]), worin $h\,\varepsilon_0$ der Betrag der im ruhenden Hohlraum enthaltenen Strahlungsenergie, c die Lichtgeschwindigkeit ist. Und zwar war dieser Wert nur bei Vernachlässigung von Größen von der Ordnung β^4 an gültig.

Nun hat Hr. M. Abraham die Liebenswürdigkeit gehabt, mir brieflich eine neue Methode zur Berechnung dieser Masse mitzuteilen, welche jedoch ein anderes Resultat liefert.

Ich gebe die einfache Methode des Hrn. Abraham hier, mit dessen Erlaubnis, an, wobei ich die Bezeichungsweise meiner zitierten Arbeit verwende. Die totale relative Strahlung ist im bewegten Hohlraum durch

$$2\,\pi\,i\,\sin\psi\,d\,\psi = 2\,\pi\,i_0\,\frac{c}{c'\cos\alpha}\sin\psi\,d\,\psi$$

gegeben.[3]) Es entspricht derselben eine absolute Strahlung

$$2\,\pi\,i_0\left(\frac{c}{c'}\right)^4 \sin\varphi\,d\,\varphi.\text{[4])} \tag{1}$$

Nun ist nach Hrn. Abraham die Dichte der elektromagnetischen *Bewegungsgröße* gleich der absoluten Strahlung dividiert durch c^2.[5]) Wollen wir daher die gesamte in die

1) F. Hasenöhrl, Ann. d. Phys. 15. p. 344. 1904.
2) l. c. p. 363. Gleichung (32).
3) l. c. p. 355. Gleichung (25).
4) l. c. p. 350. Gleichung (10).
5) M. Abraham, Ann. d. Phys. 14. p. 244. 1904.

Bewegungsrichtung des Systems fallende, im Hohlraum enthaltene elektromagnetische Bewegungsgröße berechnen, haben wir den Ausdruck (1) mit $\cos\varphi$ zu multiplizieren, bezüglich φ von 0 bis π zu integrieren und das Resultat mit dem Volumen des Hohlraumes h zu multiplizieren. Setzen wir noch für c' seinen Wert[1] ein, so wird die Bewegungsgröße

$$G = \frac{2\pi i_0}{c^2} h \int\limits_0^\pi \frac{\sin\varphi\cos\varphi\, d\varphi}{(1+\beta^2-\beta\cos\varphi)^2}$$

$$= \frac{\varepsilon_0 h}{c}\left(\frac{1}{2\beta}\frac{1+\beta^2}{(1-\beta^2)^2} - \frac{1}{4\beta^2}\log\frac{1+\beta}{1-\beta}\right).$$

Nun ist die longitudinale elektromagnetische Masse durch $\frac{1}{c}\frac{dG}{d\beta}$ gegeben[2]; also wird dieselbe, bei Vernachlässigung der höheren Glieder, gleich

$$\frac{4}{3}\frac{h\varepsilon_0}{c^2}.$$

Es ist dies genau die Hälfte des von mir angegebenen Wertes.

Nachdem vergebens nach einem prinzipiellen Unterschied gesucht worden war, fand ich, daß diese Differenz von einem Rechenfehler herrührt, den ich leider in meiner Arbeit begangen habe. Auf p. 362, Zeile 6 von oben soll nicht

$$\frac{2\beta_1}{c^2(1-\beta_1^2)^2}\int\limits_0^{\pi/2}\ldots \quad \text{stehen, sondern} \quad \frac{4\beta_1}{c^2(1-\beta_1^2)^2}\int\limits_0^{\pi/2}\ldots,$$

daher ist die bei Beschleunigung des Systems um δ_τ von den Wänden des Hohlraumes aufgenommene Wärme

$$Q = h\,\varepsilon_0\left(\varkappa_1 - 2\,\delta\beta\frac{\partial\varkappa_1}{\partial\beta}\right);$$

da ferner die Wände indessen die Wärme $h\,\varepsilon_0\,\varkappa_1$ abgegeben haben, können wir sagen, daß die Wände des Hohlraums bei der Beschleunigung um δ_τ in Summe die Wärme

$$2\,h\,\varepsilon_0\,\delta\beta\frac{\partial\varkappa}{\partial\beta} = 2\,h\,\varepsilon_0\,\delta\varkappa$$

abgegeben haben.

---

1) F. Hasenöhrl, l. c. p. 347. Gleichung (1).

2) M. Abraham, Ann. d. Phys. 10. p. 150. (Gl. 16a) 1903.

Daher stammt von der gesamten strahlenden Energie im bewegten Hohlraume:

$$h\,\varepsilon_0 (1-\beta^2)^{-2} \qquad (= h\varepsilon_0 (\varkappa + \tau))$$

der Betrag $(2\varkappa - 1)$, also

$$h\,\varepsilon_0 \left(\frac{\beta^2}{1-\beta^2} + \frac{1}{2\beta}\log\frac{1+\beta}{1-\beta}\right) = \varkappa' h\,\varepsilon_0$$

aus dem Wärmevorrat der Wände, während der Betrag

$$h\,\varepsilon_0 \left((1-\beta)^{-2} - \varkappa'\right) = h\,\varepsilon_0 \left(\frac{1-\beta^2+\beta^4}{(1-\beta^2)^2} - \frac{1}{2\beta}\log\frac{1+\beta}{1-\beta}\right) = \tau' h\,\varepsilon_0$$

aus Arbeit gewonnen ist.

Dieses Resultat stimmt nun vollkommen mit dem des Hrn. Abraham überein. Denn die Arbeit, die aufgebraucht wurde, um das System auf eine bestimmte Geschwindigkeit zu bringen, berechnet sich aus der Bewegungsgröße durch

$$\int w\,dt\,\frac{d\,G}{d\,t} = \int_0^\beta w\,d\beta\,\frac{d\,G}{d\,\beta};$$

setzt man hierin für G seinen Wert ein, so liefert die Integration in der Tat den Wert $h\,\varepsilon_0\,\tau'$.

Vernachlässigt man Größen von der Ordnung β^4 an, so ist

$$\varkappa' = 1 + \frac{4}{3}\beta^2,$$

$$\tau' = \frac{2}{3}\beta^2.$$

(Diese Werte beziehen sich auf quasistationäre, reversible Geschwindigkeitsänderungen; bei plötzlicher Beschleunigung des Systems muß die doppelte Arbeit geleistet werden. In letzterem Falle erhält man also für die scheinbare Masse $\frac{8}{3}\frac{\varepsilon_0}{c^2}$; die diesbezügliche Berechnung, die ich in einer früheren Arbeit[1]) durchgeführt habe, ist vom erwähnten Rechenfehler frei. Doch ist der Begriff einer scheinbaren Masse wohl auf quasistationäre Bewegungen zu beschränken).

Die folgenden thermodynamischen Überlegungen bleiben prinzipiell unverändert; nur muß eben jetzt unter $\varkappa$ der be-

1) F. Hasenöhrl, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Wien, IIa. 113. p. 1039. 1904.

richtigte Wert $\varkappa'$ verstanden werden. Man kommt aber jetzt zur Lösung des sich ergebenden Widerspruches mit dem zweiten Hauptsatze nicht allein mit der Kontraktionshypothese von Lorentz und Fitzgerald aus, sondern man müßte etwa noch die Hypothese hinzufügen, daß das wahre Emissionsvermögen eines schwarzen Körpers explizit von der Bewegung, und zwar durch den Faktor $1 - \frac{2}{3}\beta^2$ abhängt, eine Hypothese, deren Möglichkeit ich bereits in der erwähnten Arbeit ins Auge gefaßt hatte.

Nimmt man allgemein an, daß infolge der Bewegung die Dimensionen der Materie (in der Bewegungsrichtung) mit λ, das wahre Emissionsvermögen mit σ zu multiplizieren ist, so muß

$-\frac{4}{3}$

$$\lambda^{-\,\text{[illegible]}} \cdot \sigma^{-1} = 1 + \frac{4}{3}\beta^2$$

sein.

Wien, im Jänner 1905.

(Eingegangen 26. Januar 1905.)

$$\left(1-\frac{1}{2}\beta^2\right)^{-\frac{4}{3}}\overline{\left(1-\frac{2}{3}\beta^2\right)^{-1}} = 1+\frac{4}{3}\beta^2$$

Die [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] 369 [illegible] [illegible]

$$v = v_0 \cdot \mu^{-\frac{3}{4}}$$; [illegible] $\mu = \sigma\left(1+\frac{4}{3}\beta^2\right)$

[illegible] $\lambda = \sigma^{-\frac{3}{4}}\left(1+\frac{4}{3}\beta^2\right)^{-\frac{3}{4}}$ $\qquad \frac{v}{v_0} = \lambda$

$$\lambda^{-\frac{4}{3}}\sigma^{-1} = \left(1+\frac{4}{3}\beta^2\right)$$

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.