Herrn Spectralrath Aeschell I. V.

Sonderabdruck aus den „Vierteljahrsberichten des Wiener Vereines zur Förderung des physikalischen und chemischen Unterrichtes".

X. 3.

Über die thermodynamischen Gesetze der Wärmestrahlung.

Referat, erstattet in der Sitzung der chemisch-physikalischen Gesellschaft vom 6. Juni 1905

von

Privatdozent **Dr. Fritz Hasenöhrl.**

Die thermodynamische Theorie der Wärmestrahlung basiert auf dem Kirchhoff'schen Gesetze, daß der Quotient aus dem Emissionsvermögen eines beliebigen Körpers durch das Absorptionsvermögen eine von der Natur des Körpers unabhängige Größe ist. Diese Größe, welche man das Emissionsvermögen eines schwarzen Körpers nennt, als Funktion von Temperatur und Wellenlänge zu bestimmen, mit anderen Worten, die Energieverteilung im Spektrum des schwarzen Körpers bei jeder Temperatur kennen zu lernen, ist eine der vornehmsten Aufgaben der theoretischen Physik.

Ein idealer schwarzer Körper existiert natürlich nicht. Doch hat schon Kirchhoff gezeigt,[1] „daß, wenn ein Raum von Körpern gleicher Temperatur umschlossen ist, und durch diese Körper keine Strahlen hindurchdringen können, ein jedes Strahlenbündel im Innern des Raumes seiner Qualität und Intensität nach gerade so beschaffen ist, als ob es von einem schwarzen Körper derselben Temperatur herkäme". Es ist also die Hohlraumstrahlung von der Gestalt und Oberflächenbeschaffenheit der Begrenzung des Hohlraumes unabhängig; die Zusammensetzung derselben ist also nur durch die Temperatur bedingt. Da wir uns nun die Begrenzung des Hohlraumes natürlich auch von schwarzen Körpern gebildet denken können, erkennt man, daß das Emissionsvermögen des idealen schwarzen Körpers mit der Intensität und Beschaffenheit der Hohlraumstrahlung in direktem Zusammenhange stehen muß.

1.

Diesen Zusammenhang lernen wir an einem möglichst einfachen Falle kennen. Wir betrachten einen zylindrischen Hohlraum, dessen Basisflächen schwarz und dessen Mantel vollkommen reflektierend sei. Der Flächeninhalt der Basisflächen sei f; die Höhe des Zylinders gleich h. Wir betrachten nun ein Element df einer der beiden Basisflächen; dasselbe emittiert in Richtungen, welche im Element des räumlichen Öffnungswinkels $d\omega$ enthalten sind, nach dem Lambert'schen Gesetze die Energiemenge $df\,.\,i\,d\omega\cos\vartheta$ per Zeiteinheit, wo ϑ der Winkel zwischen Lot- und Strahlenrichtung ist. Wir können $d\omega = \sin\vartheta\, d\vartheta\, dl$ setzen, wenn l der Winkel ist, der das Azimut des Strahles bezüglich des Lots bestimmt. Im ganzen emittiert dann das Element df die Energiemenge.

$$df\, i \int_0^{2\pi} dl \int_0^{\pi/2} \sin\vartheta \cos\vartheta\, d\vartheta = df\,.\, i\pi = df\, e.$$

Es ist also $i\pi = e$ das Emissionsvermögen des schwarzen Körpers bei der betrachteten Temperatur.

[1]) Ein sehr anschaulicher Beweis dieses Satzes ist von Pringsheim (Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft, 1901, Seite 81) gegeben worden.

Da nun die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Strahlung eine endliche ist, ist stets im Hohlraume ein gewisses Quantum strahlender Energie enthalten, welches wir jetzt bestimmen wollen. Die betrachtete Strahlung $i\,d\omega \cos\vartheta$ legt im Hohlraume den Weg $h/\cos\vartheta$ zurück, ehe sie an der gegenüberliegenden Basisfläche wieder absorbiert wird; sie bedarf dazu der Zeit $h/c\cos\vartheta$, wo c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Strahlung ist, und man erkennt leicht, daß die betrachtete Strahlung zum Energieinhalt des Hohlraumes den Beitrag

$$d\,f\,i\,d\omega\cos\vartheta\;.\;h/c\cos\vartheta = h\,d\,f\,i\,d\,\omega/c$$

liefert. Die gesamte Ausstrahlung von $d\,f$ liefert die Energiemenge

$$h\,d\,f\frac{i}{c}\int_0^{2\pi} d\,l \int_0^{\pi/2} \sin\vartheta\,d\,\vartheta = \frac{2\,\pi\,i}{c}\;.\;h\,d\,f.$$

Ziehen wir nun statt des Elements $d\,f$ beide Basisflächen in Rechnung, so ist $d\,f$ durch $2\,f$ zu ersetzen und wir erhalten für den gesamten Energieinhalt des Hohlraumes den Ausdruck

$$\frac{4\,\pi\,i}{c}\;.\;h\,f = U.$$

Da $h\,f$ das Volumen des Hohlraumes ist, ist die Energiedichte in demselben:

$$u = \frac{4\,\pi\,i}{c} = \frac{4\,e}{c}.$$

Diese Beziehung zwischen der Energiedichte der Hohlraumstrahlung und dem Emissionsvermögen eines schwarzen Körpers gleicher Temperatur gilt nach dem obigen ganz allgemein. Da e eine Funktion der Temperatur ist, liefert uns daher die obige Beziehung auch eine Definition der Temperatur der Hohlraumstrahlung. Da dieselbe nach allen Richtungen gleichmäßig verteilt ist, ist sie ja durch die Dichte definiert.

Wir wollen nun den Druck berechnen, den die Hohlraumstrahlung auf ein vollkommen reflektierendes Element der Begrenzungsfläche des Hohlraumes ausübt. Nach Maxwell[1]) ist der Druck der Strahlung auf eine reflektierende Ebene gleich dem doppelten Betrag der in der Zeiteinheit auffallenden Strahlung dividiert durch die Lichtgeschwindigkeit c. Unter dem Einfallswinkel ϑ fällt auf die Flächeneinheit der Begrenzung in der Zeiteinheit die Energiemenge $i\cos\vartheta\,d\omega$ auf. ($d\omega$ ist wieder der unendlich kleine räumliche Öffnungswinkel, der die Richtungen der einfallenden Strahlen enthält.) Der Druck dieser Strahlung ist also gleich $\frac{2}{c}\,i\cos\vartheta\,d\,\omega$, u. zw. wirkt dieser Druck in der Fortpflanzungsrichtung des einfallenden Lichtes. Die senkrechte Komponente desselben ist daher gleich

$$\frac{2}{c}\,i\cos^2\vartheta\,d\,\omega.$$

Den gesamten Druck der Hohlraumstrahlung erhalten wir daher, wenn wir diesen Ausdruck über $d\omega$ integrieren; also wird

$$p = \frac{2\,i}{c}\int_0^{2\pi} d\,l \int_0^{\pi/2} \cos^2\vartheta\sin\vartheta\,d\,\vartheta$$

$$= \frac{4\,\pi\,i}{3\,c} = \frac{4\,e}{3\,c} = \frac{u}{3}.$$

[1]) Lehrbuch II. 792. 1873. — Vergl. auch diese Berichte, Sitzung vom 23. Februar 1904.

Der gesamte Druck der Hohlraumstrahlung ist daher gleich einem Drittel der Energiedichte. Und zwar ist dies ein normaler Druck. (Die tangentiellen Druckkomponenten heben sich offenbar auf.)

Definieren wir nun das Emissionsvermögen eines schwarzen Körpers als Funktion der Temperatur durch die Gleichung

$$e = \varphi(T),$$

so ist Energiedichte und Druck der Hohlraumstrahlung durch die Gleichungen

$$u = \frac{4\,e}{c} = \frac{4}{c}\,\varphi(T)$$

und

$$p = \frac{1}{3}\,u = \frac{4}{3\,c}\,\varphi(T)$$

gegeben. Ist das Volumen des Hohlraumes gleich v, so ist der gesamte Energieinhalt desselben

$$U = u\,v.$$

Bilden wir jetzt das Differential der Entropie:

$$d\,S = \frac{d\,U + p\,d\,v}{T} = \frac{1}{T}\left[v\,d\,u + d\,v\,(u+p)\right]$$

$$= \frac{4}{c}\,\frac{1}{T}\left[v\,\varphi'(T)\,d\,T + \frac{4}{3}\,\varphi(T)\,d\,v\right].$$

Es muß dies ein vollständiges Differential sein, also muß

$$\frac{d}{d\,v}\left[\frac{v\,\varphi'(T)}{T}\right] = \frac{d}{d\,T}\left[\frac{4}{3}\,\frac{\varphi(T)}{T}\right]$$

sein. Die Ausführung der Differentiationen ergibt:

$$T\,.\,\varphi'(T) = 4\,\varphi(T)$$

woraus

$$\varphi(T) = \Sigma\,.\,T^4$$

folgt, worin Σ eine Naturkonstante ist.

Es ist dies das bekannte Gesetz, das zuerst von Stefan empirisch aufgestellt — und dann durch Boltzmann theoretisch begründet wurde.

Dieses Gesetz ist innerhalb weiter Grenzen geprüft worden. Zwischen — 180° und 0° C von Lummer[1]); zwischen 0° und 100° C von Kurlbaum[2]), endlich zwischen 373° A und 1535° A von Lummer und Pringsheim[3]). Die Übereinstimmung mit der Erfahrung war stets sehr befriedigend. Als Beispiel dafür geben wir hier das Resultat der Versuche von Lummer und Pringsheim an. Hier wurde die Intensität der Strahlung auf ein Bolometer, das auf der Temperatur von 290° A gehalten wurde, gemessen und daraus die Temperatur des Strahlers nach dem Stefan-Boltzmann'schen Gesetze berechnet. Die so gewonnenen Temperaturen finden sich in der Kolonne „ber.“, während die direkt gemessene Temperatur des Strahlers in der Kolonne „beob.“ angegeben ist:

beob.	ber.	Δ	beob.	ber.	Δ
373·1	374·6	— 1·5	(1092)	(1074)	(18)
492·5	492·0	0·5	(1112)	(1095)	(17)
723·0	724·3	— 1·3	1378	1379	— 1
745	749·1	— 4·1	1470	1468	2
(789)	(778)	(11)	1497	1488	9
810	806·5	3·5	1535	1531	4
868	867·1	0·9			

1) Rapports des congrès de Physique, Paris 1900.
2) Wied. Ann. 65. 754. 1898.
3) Drude Ann. 3. 159. 1900.

Da die großen Werte der Differenz $\Delta = 11, 18, 17$ von den Beobachtern durch bestimmte Versuchsfehler erklärt werden können, muß die Übereinstimmung der Theorie mit der Erfahrung als sehr gut bezeichnet werden.

Für die Konstante Σ ergibt sich der Wert

$$\Sigma = 5{\cdot}32 \,.\, 10^{-5} \frac{\text{Erg}}{cm^2 \,.\, \text{sec} \,\, (1^0\,\text{C})^4},$$

2.

Während wir uns im vorhergehenden nur mit dem Gesamtbetrage der von einem schwarzen Körper ausgestrahlten Energie beschäftigt haben, wollen wir jetzt der Frage näher treten, wie sich diese Energie auf die verschiedenen Bereiche des Spektrums verteilt. Wir bezeichnen zu diesem Zwecke mit $f(\lambda, T)\,d\lambda$ die von einem schwarzen Körper von der Temperatur T ausgestrahlte Energie, deren Wellenlänge zwischen λ und $\lambda + d\lambda$ liegt. Das Stefan-Boltzmann'sche Gesetz besagt dann, daß

$$e = \int_0^\infty f(\lambda, T)\,d\lambda = \Sigma \,.\, T^4$$

ist.

Indem W. Wien[1]) die bei Veränderung des Volumens auftretende Veränderung von Temperatur und Wellenlänge untersuchte, gelang es ihm, eine äußerst wichtige Eigenschaft der Funktion $f(\lambda, T)$ zu entdecken.

Die Änderung der Wellenlänge wird durch das Doppler'sche Prinzip bestimmt. Betrachten wir eine ebene Lichtwelle von der Schwingungsdauer τ. Ein Beobachter, der sich mit der Geschwindigkeit w in derselben Richtung und im selben Sinne bewegt, wie die Lichtwelle, nimmt eine größere Schwingungsdauer $\tau' = \tau \dfrac{c}{c - w}$ wahr. Haben wir umgekehrt einen ruhenden Beobachter und eine mit der Schwingungsdauer τ' schwingende Lichtquelle, welche sich vom Beobachter mit der Geschwindigkeit w entfernt, so nimmt der ruhende Beobachter gleichfalls eine vergrößerte Schwingungsdauer $\tau'' = \tau' \,.\, \dfrac{c + w}{w}$ wahr. Die Reflexion an einem bewegten Spiegel ist offenbar die Superposition der beiden eben betrachteten Fälle; denn die einfallende und reflektierte Welle müssen am Spiegel (für einen mit dem bewegten Spiegel verbundenen Beobachter) dieselbe Periode (τ') haben. Es wird also durch senkrechte Reflexion an einem bewegten Spiegel die Schwingungsdauer τ auf $\tau'' = \tau \dfrac{c + w}{c - w}$ geändert. Und zwar ist w positiv zu nehmen, wenn der Spiegel vor der einfallenden Strahlung gleichsam flieht, negativ, wenn der Spiegel der einfallenden Strahlung entgegenkommt.

Setzen wir $w = \beta c$, und vernachlässigen wir die höheren Potenzen der in allen realisierbaren Fällen sehr kleinen Größe β, so ist

$$\tau'' = \tau(1 + 2\beta),$$

und ebenso wird die veränderte Wellenlänge

$$\lambda'' = \lambda(1 + 2\beta).$$

Bei der senkrechten Reflexion an einem bewegten Spiegel wird demnach die Wellenlänge um

$$\delta\lambda = \lambda \,.\, 2\beta$$

geändert.

---

[1]) Berl. Ber. 1893. S. 55.

Wir betrachten nun einen allseitig von vollkommenen Spiegeln begrenzten, zylindrischen Raum, in dem sich Strahlung von bestimmter Energiedichte u und demnach auch von bestimmter Temperatur T befinde. Der Querschnitt des Zylinders sei gleich 1. Es werde nun die eine Basisfläche des Zylinders mit der Geschwindigkeit w bewegt, u. zw. so, daß sich das Volumen desselben vergrößert. Wir fragen uns zuerst nach der dabei eintretenden Veränderung der Energiedichte der Hohlraumstrahlung. Wird das Volumen um δv vergrößert, so leistet die Strahlung dabei die Arbeit $\frac{1}{3} u \, \delta v$; der Energieinhalt des Hohlraumes $u v$ wird daher um diesen Betrag vermindert und die Energiedichte hat jetzt den Wert:

$$u + \delta u = \frac{u v - \frac{1}{3} u \, \delta v}{v + \delta v} = u \left(1 - \frac{4}{3} \frac{\delta v}{v}\right),$$

woraus sich

$$\frac{\delta u}{u} = -\frac{4}{3} \frac{\delta v}{v}$$

ergibt. Da ferner nach dem Stefan-Boltzmann'schen Gesetz

$$\frac{\delta u}{u} = \frac{4 \, \delta T}{T}$$

ist, erhalten wir die weitere Beziehung:

$$\frac{\delta T}{T} = -\frac{1}{3} \frac{\delta v}{v}.$$

Die eben angestellten Betrachtungen können für jede einzelne Strahlungsart gesondert durchgeführt werden, daher gilt die obige Gleichung auch für die einzelnen Bereiche des Spektrums. Bezeichnen wir etwa für den Augenblick mit u_λ die Energiedichte einer Strahlungsart von bestimmter Wellenlänge (etwa zwischen λ und $\lambda + d\lambda$), so gilt auch die Gleichung

$$\frac{\delta u_\lambda}{u_\lambda} = \frac{4 \, \delta T}{T} = -\frac{4}{3} \frac{\delta v}{v}.$$

(Es wäre aber natürlich ganz unrichtig, aus dieser Gleichung etwa den Wert von $\left(\frac{d u_\lambda}{d T}\right)_\lambda$, bestimmen zu wollen, denn bei Veränderung des Volumens des Hohlraumes ändert sich ja auch die Wellenlänge jeder Strahlungsart.)

Um die mittlere Änderung der Wellenlänge einer bestimmten Strahlungsart zu berechnen, wenden wir der Kürze wegen ein Verfahren an, das zwar nicht exakt,[1]) aber sehr übersichtlich ist. Wir denken uns die gesamte Strahlung des Hohlraumes nach drei Richtungen zerlegt. Es bewegt sich dann $^1/_6$ des Energieinhaltes unseres zylindrischen Hohlraumes gegen die in Bewegung gedachte Basisfläche. In der Zeiteinheit fällt daher die Energiemenge

$$\frac{1}{6} u_\lambda (c - w) = \frac{1}{6} u_\lambda \, c \, (1 - \beta)$$

auf die bewegte Basisfläche. (Es ist $c - w$ die relative Geschwindigkeit der Strahlung in Bezug auf die bewegte Fläche.) Diese Energiemenge ändert ihre Wellenlänge um $\delta \lambda = \lambda \, . \, 2 \beta$; daher wird in der Zeiteinheit die Wellenlänge der Energie $u_\lambda v$ im Mittel um

$$\frac{1}{6} \frac{u_\lambda \, c \, (1 - \beta) \, 2 \beta \lambda}{u_\lambda \, v} = \overline{\delta \lambda}$$

[1]) Es ist ganz leicht, nur etwas umständlich, diese Berechnung exakt durchzuführen.

geändert. Vernachlässigen wir wieder die höheren Potenzen von β, so wird

$$\overline{\delta \lambda} = \frac{1}{3} \frac{w}{v} \cdot \lambda.$$

Da der Flächeninhalt der bewegten Basisfläche gleich 1 ist, ist w gleich der Änderung des Volumens in der Zeiteinheit. Wird das Volumen in beliebiger Weise, aber unendlich langsam um δv vergrößert, so ist die mittlere Änderung der Wellenlänge der Energieart u_λ gleich

$$\delta \lambda = \lambda \cdot \frac{1}{3} \frac{\delta v}{v} = -\lambda \frac{\delta T}{T}.$$

(Da wir von nun an unter $\delta \lambda$ stets mittlere Änderungen der Wellenlänge verstehen werden, können wir den Querstrich weglassen.)

Wir fassen die bisherigen Resultate folgendermaßen zusammen: Wird das Volumen des Hohlraumes um δv vergrößert, so nehmen die Größen T, λ, u_λ die Werte an:

$$T + \delta T,$$

$$\lambda + \delta \lambda = \lambda \left(1 - \frac{\delta T}{T}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad 1),$$

$$u_\lambda + \delta u_\lambda = u_\lambda \left(1 + \frac{4 \delta T}{T}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad 2).$$

Setzen wir nun im Einklang mit unserer früheren Bezeichnungsweise

$$u_\lambda = f(\lambda, T)\, d\lambda,$$

so ist

$$u_\lambda + \delta u_\lambda = f(\lambda + \delta\lambda, T + \delta T)(d\lambda + \delta d\lambda) \quad \ldots \ldots \quad 3)$$

zu setzen. Aus 1) folgt, daß

$$d\lambda + \delta d\lambda = d\lambda \left(1 - \frac{\delta T}{T}\right)$$

ist. Benützen wir dies, sowie die Gleichungen 1) und 3), so wird aus 2):

$$f\left[\lambda\left(1 - \frac{\delta T}{T}\right), T + \delta T\right] d\lambda \left(1 - \frac{\delta T}{T}\right) = \left(1 + 4\frac{\delta T}{T}\right) f(\lambda, T)\, d\lambda.$$

Entwickeln wir die linke Seite dieser Gleichung nach der Taylor'schen Reihe, so wird

$$\left(1 - \frac{\delta T}{T}\right)\left[f(\lambda, T) - \lambda \frac{\delta T}{T}\frac{df}{d\lambda} + \delta T \frac{df}{dT}\right] = \left(1 + 4\frac{\delta T}{T}\right) f(\lambda, T),$$

woraus sich

$$5 f = T \frac{df}{dT} - \lambda \frac{df}{d\lambda}$$

ergibt.

Man erkennt hieraus leicht, daß $f(\lambda, T)$ die Form haben muß:

$$f(\lambda, T) = \lambda^{-5} \cdot g(\lambda \cdot T) \quad \ldots \ldots \ldots \quad 4)$$

oder, was dasselbe ist

$$f(\lambda, T) = T^5 \cdot h(\lambda \cdot T) \quad \ldots \ldots \ldots \quad 5).$$

Die unbekannte Funktion f zweier Variabeln ist also auf eine unbekannte Funktion einer Variabeln, nämlich des Produktes $\lambda \cdot T$ zurückgeführt.

(In der obigen Gleichung ist das Stefan-Boltzmann'sche Gesetz bereits enthalten; denn es ist:

$$e = \int_0^\infty f(\lambda, T)\, d\lambda = T^5 \int_0^\infty d\lambda \cdot h(\lambda \cdot T) = T^4 \int_0^\infty dx \cdot h(x) = \text{const} \cdot T^4).$$

Verschiedene äußerst wichtige Folgerungen der Gleichung 4) oder 5) liegen auf der Hand:

1. **Ist $f(\lambda, T)$ für irgend eine Temperatur bekannt, so läßt sich daraus der Verlauf dieser Funktion für jede beliebige Temperatur bestimmen.** Sei etwa

$$f(\lambda, T_0) = T_0{}^5 h(\lambda \,.\, T_0)$$

bekannt, so ist

$$f(\lambda, T) = T^5 h(\lambda \,.\, T) = T_0{}^5 \left(\frac{T}{T_0}\right)^5 h\left(\lambda \frac{T}{T_0} \,.\, T_0\right) = \left(\frac{T}{T_0}\right)^5 f\left(\lambda \frac{T}{T_0}, T_0\right).$$

2. Das Strahlungsmaximum bezüglich der Wellenlänge bei einer bestimmten Temperatur ist durch

$$\frac{d f(\lambda, T)}{d\lambda} = o$$

gegeben. Wir können für diese Gleichung auch schreiben:

$$o = \frac{d h(\lambda T)}{d\lambda} = T \frac{d h(\lambda T)}{d(\lambda T)}.$$

Setzen wir die Wurzel der Gleichung

$$\frac{d h(x)}{d x} = o$$

gleich B, so ist

$$\lambda_m \,.\, T = B,$$

wo λ_m **die Wellenlänge des Strahlungsmaximums** bezeichnet. **Diese ist also der zugehörigen Temperatur umgekehrt proportional.**

3. Bezeichnen wir endlich mit f_m den Maximalwert der Funktion f bei einem bestimmten Wert von T, so ergibt sich:

$$f_m = f(\lambda_m, T) = T^5 \,.\, h(B) = C \,.\, T^5.$$

Der Betrag des Strahlungsmaximums ist der fünften Potenz der absoluten Temperatur proportional.

Diese wichtigen Folgerungen sind durch die Erfahrung vollkommen bestätigt. Wir wollen hier nur eine den Arbeiten von **Lummer** und **Pringsheim**[1]) entnommene Tabelle anführen, aus der man vor allem ersieht, daß die Größen B und C wirklich Konstante sind. In der ersten Kolonne ist die absolute Temperatur angegeben, in der zweiten und dritten die beobachteten Werte der Wellenlänge (in μ) und des Betrages des Strahlungsmaximums; die vierte und fünfte Kolonne enthält die daraus berechneten Werte der Konstanten B und C.

T	λ_m	$f_m \,.\, 10^{-7}$	$B = \lambda_m T$	$C = f_m T^{-5}$
836·5	3·5	220 5	2928	$5383 \cdot 10^{-9}$
1087	2·61	795	2837	$5227 \cdot 10^{-9}$
1377	2·10	2662	2892	$5377 \cdot 10^{-9}$
1416	2 02	3070	2860	$5393 \cdot 10^{-9}$

Wie man sieht, variieren die Größen B und C in der Tat sehr wenig Die Mittelwerte, die sich aus diesen Beobachtungen ergeben, sind:

$$B = 2879\,\mu \,.\, 1^0\,\mathrm{C}$$

und

$$C = 5345 \,.\, 10^{-9}\ \mathrm{Erg}\ cm^{-3}\ \mathrm{sec}^{-1} \,.\, (1^0\,\mathrm{C})^{-5}.$$

[1]) Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 1. 33. 1899.

3.

Weiteren Aufschluß über die Form der Funktion $f(\lambda, T)$ hat die Thermodynamik bisher nicht gegeben. Nur mit Hilfe spezieller Vorstellungen über den Mechanismus der Emission ist es gelungen, vollständige Strahlungsformeln aufzustellen. Da dies nicht zum Thema meines Referates gehört, will ich nur die wichtigsten derselben kurz anführen.

Die Wien'sche Formel:

$$f(\lambda, T) = C \,.\, \lambda^{-5} e^{-\frac{c}{\lambda T}};$$

die Formel von Planck:

$$f(\lambda, T) = C \,.\, \lambda^{-5} \frac{1}{e^{\frac{c}{\lambda T}} - 1};$$

und die von Lummer und Jahnke:

$$f(\lambda, T) = C \,.\, T^5 \,.\, (\lambda T)^{-\mu} e^{-\frac{c}{(\lambda T)^\nu}}$$

$$\mu = 4; \; 1{\cdot}2 < \nu < 1{\cdot}3.$$

Die zwei letztgenannten Formeln geben die bisherigen Beobachtungen sehr gut wieder.

Endlich wollen wir hier noch kurz eine Anwendung der Strahlungsgesetze auf die kosmische Physik besprechen. Wir wollen nämlich aus der Solarkonstante die Temperatur der Sonne bestimmen. Ist S die Solarkonstante, e die Emission der Sonnenoberfläche per cm^2, r der Radius der Sonne, d die Distanz der Erde von der Sonne, so ist

$$4\pi e r^2 = 4\pi S d^2,$$

also

$$e = \left(\frac{d}{r}\right)^2 . \, S = 46000\, S.$$

Es ist nach Langley:

$$S = 0{\cdot}21 \,.\, 10^7 \text{ Erg sec}^{-1}\, cm^{-2},$$

also

$$e = 0.97 \,.\, 10^{11} \,.\, \text{Erg sec}^{-1}\, cm^{-2}.$$

Nun ist aber nach dem früheren $e = \Sigma \,.\, T^4$; benützen wir den angegebenen Wert von Σ, so wird

$$T^4 = \frac{0{\cdot}97 \,.\, 10^{11}}{5{\cdot}32 \,.\, 10^{-5}} \,.\, (1^0\ \text{C})^4,$$

woraus sich etwa

$$T = 6500^0\ \text{A}$$

ergibt. (Dieser Wert ist zu klein, wenn die Sonne kein schwarzer Körper ist; zu groß, wenn die Strahlung der Sonne keine reine Temperaturstrahlung ist.)

Eine andere Methode ist folgende:

Nach Langley liegt das Maximum der Sonnenstrahlung bei $\lambda_m = 0{\cdot}5\,\mu$. Nach dem früheren ist aber

$$\lambda_m \,.\, T = B = 2879\,\mu \,.\, 1^0\ \text{C};$$

also

$$T = 5758^0\ \text{A}.$$

Da es sich ja hier bloß um die Größenordnung handeln kann, ist die Übereinstimmung der beiden Zahlen als genügend zu betrachten.