Hasenöhrl F.

Herrn Prof. F. Exner
in grösster Verehrung

Überreicht vom Verfasser.

Über den Widerstand, welchen die Bewegung kleiner Körperchen in einem mit Hohlraumstrahlung erfüllten Raume erleidet,

von

F. Hasenöhrl,
k. M. k. A.

(Vorgelegt in der Sitzung am 6. Mai 1910.)

Aus den Sitzungsberichten der kaiserl. Akademie der Wissenschaften in Wien.
Mathem.-naturw. Klasse; Bd. CXIX. Abt. IIa. Juli 1910.

WIEN, 1910.
AUS DER KAISERLICH-KÖNIGLICHEN HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN KOMMISSION BEI ALFRED HÖLDER,
K. U. K. HOF- UND UNIVERSITÄTSBUCHHÄNDLER,
BUCHHÄNDLER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

Druckschriften

der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien

(Mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse).

Periodische Publikationen.

[Physik.]

Aus den Sitzungsberichten, 116. Bd. (1907).

Ehrenhaft F., Über eine der Brown'schen Molekularbewegung in den Flüssigkeiten gleichartige Molekularbewegung in den Gasen und deren molekularkinetischer Erklärungsversuch . . . . . K 0·40 — M 0·40
Exner Fr. und **Haschek Ed.**, Über die Verschiebung der Spektrallinien . K 0·60 — M 0·60
Hasenöhrl F., Zur Thermodynamik bewegter Systeme . . . . . K 0·50 — M 0·50
Jaumann G., Strahlungen in starken elektromagnetischen Feldern . . . K 3·10 — M 3·10
Lampa A., Über eine einfache Anordnung zur Herstellung eines elektrostatischen Drehfeldes. (Mit 2 Textfiguren.) . . . . . K 0·35 — M 0·35
Lang V., v., Versuche im elektrostatischen Wechselfelde (Mit 1 Tafel.) . K 0·50 — M 0·50
Lecher E., Über das Ohm'sche Gesetz und die Elektronentheorie. (Mit 2 Textfiguren.) K 0·45 — M 0·45
Mach E., Die Phasenverschiebung durch Reflexion an den Jamin'schen Platten. (Mit 1 Textfigur.) . . . . . K 0·25 — M 0·25
Meyer St. und **Schweidler E., v.**, Untersuchungen über radioaktive Substanzen. (VIII. Mitteilung.) Über ein radioaktives Produkt aus dem Aktinium. (Mit 2 Textfiguren.) K 0·40 — M 0·40
— und **Schweidler E., v.**, Untersuchungen über radioaktive Substanzen. (X. Mitteilung.) Über die Zerfallskonstante von Radium *D* . . . . . K 0·50 — M 0·50
Obermayer A., v., Gewitterbeobachtungen und Gewitterhäufigkeit an einigen meteorologischen Beobachtungsstationen der Alpen, insbesondere an Gipfelstationen. (Mit 2 Textfiguren.) . . . . . K 1·10 — M 1·10
Pernter J. M., Zur Theorie der »schönsten der Haloerscheinungen« . . . K 0·90 — M 0·90
Scheimpflug Th., Die Herstellung von Karten und Plänen auf photographischem Wege. (Mit 6 Textfiguren.) . . . . . K 1·20 — M 1·20
Schweidler E., v., Studien über die Anomalien im Verhalten der Dielektrika. (Mit 7 Tafeln und 6 Textfiguren.) . . . . . K 2·55 — M 2·55
Waßmuth A., Über die Bestimmung der thermischen Änderung des Torsionsmoduls aus den Temperaturänderungen bei der Torsion von Stäben. (Mit 1 Textfigur.) K 0·70 — M 0·70

Aus den Denkschriften 81. Bd. (1908).

Ficker H., v., Meteorologie von West-Turkestan. (Mit 1 Karte.) . . . . K 1·95 — M 1·95
Hann J., Der tägliche Gang der Temperatur in der äußeren Tropenzone *B*. K 6·60 — M 6·60
Trabert W., Innsbrucker Föhnstudien III . . . . . K 2·20 — M 2·20

Aus den Sitzungsberichten 117. Bd. (1908).

Bamberger M., Beiträge zur Kenntnis der Radioaktivität einiger Quellen Oberösterreichs. (I. Mitteilung.) . . . . . K 0·35 — M 0·35
— Beiträge zur Kenntnis der Radioaktivität einiger Quellen des Semmeringgebietes. K 0·20 — M 0·20
Conrad V., Beiträge zur Kenntnis der atmosphärischen Elektrizität. XXIX. Untersuchung über die Existenz einer 26tägigen Periode der luftelektrischen Zerstreuung. K 0·55 — M 0·55
Defant A., Über die stehenden Seespiegelschwankungen (Seiches) in Riva am Gardasee. (Mit 7 Textfiguren.) . . . . . K 2·85 — M 2·85
— Schneedichtebestimmungen auf dem Hohen Sonnblick (3106 *m*). (Mit 4 Textfiguren.) K 0·70 — M 0·70
Dimmer G., Über die Polarisation des Lichtes bei der inneren Diffusion. (I. Mitteilung.) (Mit 2 Textfiguren.) . . . . . K 0·50 — M 0·50
Doležal E., Über die graphische Bestimmung der Intensität und Quantität der solaren Bestrahlung. (Mit 5 Textfiguren und 3 Tafeln.) . . . . . K 1·50 — M 1·50
Exner F. M., Über eigentümliche Temperaturschwankungen von eintägiger Periode im Wolfgangsee. (Mit 3 Textfiguren.) . . . . . K 0·65 — M 0·65
— Ergebnisse einiger Temperaturregistrierungen im Wolfgangsee. (Mit 6 Textfiguren.) . . . . . K 0·90 — M 0·90
Forchheimer Ph., Über einige Grundwasserspiegel. (Mit 10 Textfiguren.) K 0·95 — M 0·95
Frank Ph., Die Integralgleichungen in der Theorie der kleinen Schwingungen von Fäden und das Rayleigh'sche Prinzip. . . . . K 0·60 — M 0·60
Girtler R., Über die Beziehung der Schmelz- und Sublimationswärme zur Theorie der Kapillarität (Mit 1 Textfigur.) . . . . . K 0·50 — M 0·50

Aus den Sitzungsberichten der kaiserl. Akademie der Wissenschaften in Wien.
Mathem.-naturw. Klasse; Bd. CXIX. Abt. IIa. Juli 1910.

Über den Widerstand, welchen die Bewegung kleiner Körperchen in einem mit Hohlraumstrahlung erfüllten Raume erleidet,

von

F. Hasenöhrl.
k. M. k. A.

(Vorgelegt in der Sitzung am 6. Mai 1910.)

Befindet sich ein ruhender Körper von gleichförmiger Oberflächenbeschaffenheit in einem mit (nach allen Richtungen gleichförmig verteilter) Strahlung erfüllten Raume, so halten sich die Druckkräfte der Strahlung das Gleichgewicht und der Körper erfährt keine Kraft. Wenn sich dagegen der Körper bewegt, so fällt auf seine Vorderseite mehr Energie auf als auf seine Rückseite; der Druck auf der Vorderseite ist im allgemeinen größer und die Bewegung des Körpers erleidet eine Verzögerung. Auf diese Folgerung der Theorie des Strahlungsdruckes hat bereits M. Thiesen[1] hingewiesen und die Rechnung für den Fall einer beiderseitig spiegelnden Platte, deren Dimensionen groß gegen die Wellenlänge sind, durchgeführt. Thiesen bemerkt, daß der gefundene Widerstand so klein ist, daß sein Einfluß auf die Bewegung eines Körpers von irgendwie erheblicher Masse ganz vernachlässigt werden kann, daß jedoch die Bewegung eines Moleküls dadurch wesentlich modifiziert werden müßte.

Es schien dem Verfasser von Interesse, diese Frage eingehender zu studieren. Es handelt sich ja hier um eine Verwandlung kinetischer Energie der Molekularbewegung, um sich kurz auszudrücken, in strahlende Energie. Findet diese Umwandlung stets statt, so ist ein Gleichgewicht zwischen der

[1] M. Thiesen, Verh. d. D. Phys. Ges., 3, 177—180 (1901).

kinetischen Energie der Molekularbewegung und der Strahlung nicht möglich und man wird zu Folgerungen ähnlich denen der Jeans'schen Theorie geführt.

Wir sind nun nicht imstande, uns ein anschauliches Bild eines Gasmoleküls etwa, hinsichtlich seiner elektromagnetischen Eigenschaften, zu bilden. Die unten behandelten Fälle können demnach nur ein ganz rohes Bild tatsächlicher Vorgänge sein. Doch schien es mir von Interesse, wenigstens die Frage zu beantworten, ob für solche fingierte Körperchen ein Gleichgewichtszustand zwischen ihrer Bewegung und der Strahlung bestehen kann; inwieweit diese Frage im Sinne der Jeans'schen Auffassung zu beantworten ist; ob man also neue Hypothesen einführen muß, um die so fruchtbare Auffassung der Strahlung als thermodynamisches Gleichgewicht zu retten.

Ich habe, wie gesagt, den Widerstand berechnet, den verschiedene Körper infolge der Strahlung erfahren, und habe dabei Körper gewählt, die mir noch am ehesten ein Bild der Moleküle zu liefern geeignet schienen und für welche die Rechnung durchführbar war.

In § 1 ist die Methode der Berechnung, welche auf alle Fälle anwendbar ist, auseinandergesetzt; § 2 behandelt eine beiderseitig spiegelnde Platte und eine spiegelnde Kugel, deren Dimensionen groß gegen die Wellenlänge sind; § 3 eine gleichbeschaffene Kugel, deren Radius klein gegen die Wellenlänge ist; § 4 ein freies Elektron. In § 5 werden die erhaltenen Resultate diskutiert. Endlich behandelt § 6 noch einen bewegten Planck'schen Resonator.[1]

§ 1.

Wir betrachten ein beliebiges System, das sich durch einen mit Hohlraumstrahlung erfüllten Raum bewegt. Es ist zweckmäßig, ein Koordinatensystem einzuführen, das die Bewegung des Systems mitmacht; in bezug auf dieses Koordinatensystem ist dann der Vorgang stationär.

---

[1] Einen Teil der Resultate dieser Arbeit habe ich gelegentlich der 81. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte in Salzburg 1909 mitgeteilt, ohne jedoch auf ihre Ableitung einzugehen (Verh. d. D. Phys. Ges., 11, p. 501; Phys. Z. S., 10, p. 829 [1909]).

Die Berechnung der ponderomotorischen Kraft, die ein bewegtes System erfährt, geschieht am einfachsten mit Hilfe der Transformationen des Relativitätsprinzips. Da uns in den Resultaten vor allem das Glied mit der ersten Potenz der Geschwindigkeit interessiert, ist jedoch die Anwendung des Relativitätsprinzips nicht von wesentlicher Bedeutung.

Wir führen in den Ausdruck für die ponderomotorische Kraft, die auf die Volumseinheit wirkt,

$$\mathfrak{F} = \rho\left(\mathfrak{E} + \frac{1}{c}[\mathfrak{v}\mathfrak{H}]\right)$$

die gestrichenen Größen, die sich auf das »bewegte« System beziehen, durch die bekannten Transformationsgleichungen:[1]

$$x' = \frac{1}{\varkappa}(x - \beta c t) \quad \text{oder} \quad x = \frac{1}{\varkappa}(x' + \beta c t')$$

$$y' = y \qquad\qquad y = y'$$

$$z' = z \qquad\qquad z = z'$$

$$t' = \frac{1}{\varkappa}\left(t - \frac{\beta x}{c}\right) \qquad t = \frac{1}{\varkappa}\left(t' + \frac{\beta x'}{c}\right);$$

$$\mathfrak{v}_x = \frac{\mathfrak{v}'_x + \beta c}{1 + \frac{\beta \mathfrak{v}'_x}{c}}, \quad \mathfrak{v}_y = \frac{\varkappa \mathfrak{v}'_y}{1 + \frac{\beta \mathfrak{v}'_x}{c}}, \quad \mathfrak{v}_z = \frac{\varkappa \mathfrak{v}'_z}{1 + \frac{\beta \mathfrak{v}'_x}{c}}; \tag{1}$$

$$\mathfrak{E}_x = \mathfrak{E}'_x \qquad\qquad \mathfrak{H}_x = \mathfrak{H}'_x$$

$$\mathfrak{E}_y = \frac{1}{\varkappa}(\mathfrak{E}'_y + \beta \mathfrak{H}'_z) \qquad \mathfrak{H}_y = \frac{1}{\varkappa}(\mathfrak{H}'_y - \beta \mathfrak{E}'_z)$$

$$\mathfrak{E}_z = \frac{1}{\varkappa}(\mathfrak{E}'_z - \beta \mathfrak{H}'_y) \qquad \mathfrak{H}_z = \frac{1}{\varkappa}(\mathfrak{H}'_z + \beta \mathfrak{E}'_y)$$

$$\rho = \frac{1}{\varkappa}\left(1 + \frac{\beta \mathfrak{v}'_x}{c}\right)\rho'$$

ein. (Hierin ist βc die Geschwindigkeit des gestrichenen Systems bezüglich des ungestrichenen in der positiven X-Richtung;

[1] Siehe etwa A. Einstein, Jahrbuch der Radioaktivität etc., 4, p. 420, resp. 428 (1907).

$\varkappa = \sqrt{1-\beta^2}$. Die übrigen Größen sind ebenso bezeichnet wie in der Enzykl. d. math. Wiss., V, 2, 13.)

Wir erhalten nun nach einfacher Transformation:

$$\mathfrak{F}_x = \rho\,\mathfrak{E}_x + \frac{\rho}{c}(\mathfrak{v}_y\mathfrak{H}_z - \mathfrak{v}_z\mathfrak{H}_y)$$

$$= \frac{\rho'}{\varkappa}\left\{\mathfrak{E}'_x + \frac{1}{c}(\mathfrak{v}'_y\mathfrak{H}'_z - \mathfrak{v}'_z\mathfrak{H}'_y)\right\} + \frac{\beta\rho'}{\varkappa c}(\mathfrak{v}'_x\mathfrak{E}'_x + \mathfrak{v}'_y\mathfrak{E}'_y + \mathfrak{v}'_z\mathfrak{E}'_z)$$

oder

$$\mathfrak{F}_x = \frac{1}{\varkappa}\mathfrak{F}'_x + \frac{\beta}{\varkappa c}\rho'(\mathfrak{v}'\mathfrak{E}') \tag{2}$$

und ferner

$$\mathfrak{F}_y = \mathfrak{F}'_y;\ \mathfrak{F}_z = \mathfrak{F}'_z. \tag{2a}$$

Nun wollen wir aber die gesamte Kraft auf ein gegebenes System berechnen; wir bezeichnen dieselbe mit

$$\mathfrak{P}_x = \int \mathfrak{F}_x\,d\tau;\quad \mathfrak{P}_y = \int \mathfrak{F}_y\,d\tau;\quad \mathfrak{P}_z = \int \mathfrak{F}_z\,d\tau,$$

wobei das Integral über das gesamte betrachtete System zu erstrecken ist. Auch von dieser Größe interessiert uns nur der zeitliche Mittelwert über eine genügend lange Zeit:

$$\overline{\mathfrak{P}}_x = \frac{1}{t_2-t_1}\int_{t_1}^{t_2} dt \int d\tau\,\mathfrak{F}_x \quad \text{usw.}$$

Nun ist aber die Funktionaldeterminante:

$$\frac{\partial(x', y', z', t')}{\partial(x, y, z, t)} = 1.$$

Es kann demnach auch gesetzt werden:

$$\overline{\mathfrak{P}}_x = \frac{1}{t_2-t_1}\int_{t'_1}^{t'_2} dt' \int d\tau'\,\mathfrak{F}_x$$

oder nach (2)

$$\overline{\mathfrak{P}}_x = \frac{1}{t_2-t_1}\int_{t'_1}^{t'_2} dt' \int d\tau'\left\{\frac{1}{\varkappa}\mathfrak{F}'_x + \frac{\beta\rho'}{\varkappa c}(\mathfrak{v}'\mathfrak{E}')\right\}.$$

In vielen Fällen verschwindet nun das zweite Glied des Integranden. Es ist ja nach dem Energiesatze:

$$-\int d\tau' \rho'(\mathfrak{v}'\mathfrak{E}') = \int d\tau' \left(\operatorname{div} \mathfrak{S}' + \frac{\partial w'}{\partial t'}\right) =$$

$$= \int d\sigma' \mathfrak{S}'_n + \int d\tau' \frac{\partial w'}{\partial t'},$$

wo $\mathfrak{S}'$ der Poynting'sche Vektor, w' die Energiedichte bezüglich des gestrichenen Systems, $d\sigma'$ ein Flächenelement ist. Nun ist der von uns betrachtete Vorgang bezüglich des gestrichenen Systems stationär; demnach verschwindet $\frac{\partial w'}{\partial t'}$ im (Zeit-) Mittel. $\int d\sigma' \mathfrak{S}'_n$ verschwindet, wenn außerdem keine elektromagnetische Energie als solche verloren geht, gleichfalls im Mittel.[1] Es wird demnach die obige Gleichung einfach:

$$\overline{\mathfrak{P}}_x = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t'_1}^{t'_2} dt' \int d\tau' \frac{1}{\varkappa} \mathfrak{F}'_x$$

oder in leicht verständlicher Bezeichnungsweise:

$$\overline{\mathfrak{P}}_x = \frac{1}{t_2 - t_1} (t'_2 - t'_1) \frac{1}{\varkappa} \overline{\mathfrak{P}'_x}.$$

Hierin ist $\overline{\mathfrak{P}'_x}$ der Mittelwert der gesamten ponderomotorischen Kraft, berechnet im bewegten System. Die Integration nach t' ist so zu verstehen, daß dabei die gestrichenen Koordinaten konstant sind; dann ist nach (1) $t_2 - t_1 = \frac{1}{\varkappa}(t'_2 - t'_1)$ und wir erhalten:

$$\overline{\mathfrak{P}}_x = \overline{\mathfrak{P}'_x}.$$

Ganz analog erhalten wir aus (2*a*) die Beziehungen: $\overline{\mathfrak{P}}_y = \varkappa \overline{\mathfrak{P}'_y}$; $\overline{\mathfrak{P}}_z = \varkappa \overline{\mathfrak{P}'_z}$. Lassen wir den Querstrich weg, verstehen

[1] Dies ist etwa bei der Reflexion an einem bewegten Spiegel der Fall; Gleichung (3) führt dann sehr einfach zu dem bekannten Werte für den Druck des Lichtes auf einen bewegten Spiegel; will man dagegen den Druck auf eine bewegte schwarze Fläche berechnen, muß das Glied $\int \mathfrak{S}'_n d\sigma'$ mit in Rechnung gezogen werden.

wir also unter $\mathfrak{P}$ gleich den zeitlichen Mittelwert der gesamten ponderomotorischen Kraft auf unser System, so erhalten wir:

$$\mathfrak{P}_x = \mathfrak{P}'_x;\ \mathfrak{P}_y = \varkappa \mathfrak{P}'_y;\ \mathfrak{P}_z = \varkappa \mathfrak{P}'_z.^{1} \tag{3}$$

Wir werden im folgenden stets mit Strahlung zu tun haben, die in bezug auf das ruhende System nach allen Richtungen gleichmäßig verteilt ist. Ist $i \sin\vartheta\, d\vartheta\, d\varphi$ die Energiemenge, welche in einer Richtung innerhalb des räumlichen Winkels $\sin\vartheta\, d\vartheta\, d\varphi$ in der Zeiteinheit die Flächeneinheit durchsetzt, so ist i konstant. Entspricht dieser hervorgehobenen Strahlung im bewegten System die Strahlung $i' \sin\vartheta'\, d\vartheta'\, d\varphi'$, so ergibt sich[2]

$$i' = i\left(\frac{1-\beta\cos\vartheta}{\varkappa}\right)^4 = i\left(\frac{\varkappa}{1+\beta\cos\vartheta'}\right)^4. \tag{4}$$

(Die Winkel ϑ und ϑ' werden von der X-Richtung ab gemessen.)

Im gestrichenen System ist die Strahlung natürlich nicht mehr nach allen Richtungen gleichförmig verteilt.

Hat die betrachtete Strahlung im ruhenden System die Schwingungszahl ν, so hat sie im bewegten System die Schwingungszahl[3]

$$\nu' = \nu\,\frac{1-\beta\cos\vartheta}{\varkappa} = \nu\,\frac{\varkappa}{1+\beta\cos\vartheta'}. \tag{4a}$$

§ 2.

Wir wollen zuerst den Widerstand einer Platte und einer Kugel berechnen, deren Dimensionen groß gegen die Wellenlänge der Strahlung sind. In diesen Fällen ist der Widerstand von der Schwingungszahl unabhängig. Wir können nach obigem das Problem auf folgendes zurückführen: Wie groß ist die Kraft, die der ruhende Körper erfährt, wenn die Strahlung nicht nach allen Richtungen gleichmäßig verteilt ist, sondern ihre Intensität durch (4) gegeben ist?

---

[1] Für ein elektrostatisches System sind diese Gleichungen schon oft aufgestellt worden.

[2] Vgl. K. v. Mosengeil, Ann. d. Phys., 22, p. 896 (1907); oder auch Jahrbuch der Radioaktivität, 6, p. 489 (1909).

[3] A. Einstein, Jahrbuch der Radioaktivität etc., 4, p. 425 (1907).

Betrachten wir zuerst eine senkrecht zu ihrer Bewegungsrichtung orientierte, beiderseitig spiegelnde Platte. Die Strahlung $i' \sin \vartheta' \, d\vartheta' \, d\varphi'$ übt auf sie die Kraft

$$d\mathfrak{P}'_x = \frac{2}{c} i' \sin \vartheta' \, d\vartheta' \, d\varphi' . \cos^2 \vartheta'$$

$$d\mathfrak{P}'_y = \frac{2}{c} i' \sin \vartheta' \, d\vartheta' \, d\varphi' . \cos \vartheta' \sin \vartheta' \cos \varphi'$$

$$d\mathfrak{P}'_z = \frac{2}{c} i' \sin \vartheta' \, d\vartheta' \, d\varphi' . \cos \vartheta' \sin \vartheta' \sin \varphi'$$

per Flächeneinheit aus. Die gesamte Kraft $\mathfrak{P}'$ erhalten wir durch Integration bezüglich ϑ' und φ'; offenbar wird $\mathfrak{P}'_y = \mathfrak{P}'_z = 0$; bei der Integration des Ausdruckes $d\mathfrak{P}'_x$ müssen wir über beide Seiten der Platte getrennt integrieren. Wir erhalten:

$$\mathfrak{P}'_x = \frac{2}{c} \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^{\pi/2} i' \sin \vartheta' \cos^2 \vartheta' \, d\vartheta' - \\ - \frac{2}{c} \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_{\pi/2}^{\pi} i' \sin \vartheta' \cos^2 \vartheta' \, d\vartheta'$$

$$= \frac{4\pi i \varkappa^4}{c} \int_0^{\pi/2} \frac{\sin \vartheta' \cos^2 \vartheta' \, d\vartheta'}{(1+\beta \cos \vartheta')^4} - \\ - \frac{4\pi i \varkappa^4}{c} \int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\sin \vartheta' \cos^2 \vartheta' \, d\vartheta'}{(1+\beta \cos \vartheta')^4} = - \frac{4\pi i}{c} \cdot \frac{2\beta\left(1+\frac{\beta^2}{3}\right)}{\varkappa^2} .$$

Statt $\mathfrak{P}'_x$ können wir nach (3) auch $\mathfrak{P}_x$ setzen. Wir wollen den Widerstand $R = -\mathfrak{P}_x$ einführen; ferner die Raumdichte der Energie $4\pi i/c = u$ setzen. Hat die Platte den Flächeninhalt f, so wird demnach:

$$R = uf \frac{2\beta\left(1+\frac{\beta^2}{3}\right)}{1-\beta^2} \tag{5}$$

oder angenähert:

$$R = 2uf\beta.^1 \tag{5a}$$

---

[1] Die Gleichung (5) wurde zuerst von M. Abraham, Ann. d. Phys., 14, p. 258 (1904), die Gleichung (5a) von M. Thiesen, l. c., abgeleitet.

Berechnen wir nun die Wirkung der Strahlung auf eine reflektierende Kugel vom Radius a, der groß gegen die Wellenlänge sei. Die Kraft auf die ruhende Kugel ist

$$\mathfrak{P} = \pi a^2 w_0, \tag{6}$$

wenn w_0 die Energiedichte der auffallenden Strahlung ist; ihre Richtung fällt mit der Fortpflanzungsrichtung der Strahlen überein. Die hervorgehobene Strahlung $i' \sin\vartheta' \, d\vartheta' \, d\varphi'$ hat also die Wirkung:

$$d\mathfrak{P}'_x = \frac{1}{c} \pi a^2 i' \sin\vartheta' \, d\vartheta' \, d\varphi' \cos\vartheta'$$

$$d\mathfrak{P}'_y = \frac{1}{c} \pi a^2 i' \sin\vartheta' \, d\vartheta' \, d\varphi' \sin\vartheta' \cos\varphi'$$

$$d\mathfrak{P}'_z = \frac{1}{c} \pi a^2 i' \sin\vartheta' \, d\vartheta' \, d\varphi' \sin\vartheta' \sin\varphi'.$$

Um die gesamte Wirkung zu erhalten, haben wir wieder für i' seinen Wert aus (4) einzusetzen und über ϑ' und φ' zu integrieren; es wird natürlich wieder $\mathfrak{P}'_y = \mathfrak{P}'_z = 0$ und

$$\mathfrak{P}'_x = \frac{1}{c} \pi a^2 i \varkappa^4 \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^{\pi} d\vartheta' \frac{\sin\vartheta' \cos\vartheta'}{(1+\beta\cos\vartheta')^4}$$

$$= -\frac{4}{3} u \pi a^2 \frac{\beta}{\varkappa^2}.$$

Also wird der Widerstand:

$$R = -\mathfrak{P}_x = -\mathfrak{P}'_x = \frac{4}{3} u \pi a^2 \frac{\beta}{\varkappa^2} \tag{6a}$$

oder angenähert:

$$R = \frac{4}{3} u \pi a^2 \beta.$$

Setzt man hierin nach dem Stefan-Boltzmann'schen Gesetze:[1]

$$u = 7{\cdot}06 . 10^{-15} T^4 \text{ Erg } cm^{-3} \text{ grad}^{-4},$$

[1] Siehe M. Planck, Wärmestrahlung, p. 63.

so wird:

$$R = Aa^2 T^4 \beta$$
$$A = 2 \cdot 96 . 10^{-14} \text{ Erg } cm^{-3} \text{ grad}^{-4}. \tag{7}$$

Die beiden hier berechneten Fälle können auch nicht ein angenähertes Bild tatsächlicher Vorgänge liefern, da die Dimensionen der Moleküle nicht groß, sondern im Gegenteil klein gegen die Wellenlänge der Strahlung (bei normaler Temperatur) sind.

§ 3.

Wir wollen demnach jetzt den Fall betrachten, daß der Radius der Kugel klein gegen die Wellenlänge ist. Nach Schwarzschild[1] ist der Druck paralleler Strahlung von der Energiedichte w auf eine solche Kugel:

$$\frac{14}{3} \pi a^2 w \left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right)^4 = A w \nu^4,$$

wenn wir zur Kürze:

$$A = \frac{14}{3} \pi a^2 \left(\frac{2\pi a}{c}\right)^4 \tag{8}$$

setzen. Wir erhalten, da die Richtung dieser Kraft wieder mit der Fortpflanzungsrichtung der Strahlen zusammenfällt, als Wirkung der hervorgehobenen Strahlung $i' \sin \vartheta' \, d\vartheta' \, d\varphi'$:

$$d\mathfrak{P}'_x = \frac{1}{c} A i' \sin \vartheta' \, d\vartheta' \, d\varphi' \, \nu'^4 \cos \vartheta'$$

$$d\mathfrak{P}'_y = \frac{1}{c} A i' \sin \vartheta' \, d\vartheta' \, d\varphi' \, \nu'^4 \sin \vartheta' \cos \varphi'$$

$$d\mathfrak{P}'_z = \frac{1}{c} A i' \sin \vartheta' \, d\vartheta' \, d\varphi' \, \nu'^4 \sin \vartheta' \sin \varphi'.$$

In diesen Ausdrücken, welche im Gegensatz zu den früher behandelten Aufgaben eine Abhängigkeit von der Schwingungszahl zeigen, sind für i' und ν' ihre Werte aus (4) und (4a) einzusetzen. Es wird wieder $\mathfrak{P}'_y = \mathfrak{P}'_z = 0$ und

$$\mathfrak{P}'_x = \frac{1}{c} A i \varkappa^8 \nu^4 \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^{\pi} \sin \vartheta' \, d\vartheta' \, \frac{\cos \vartheta'}{(1 + \beta \cos \vartheta')^8}.$$

---

[1] K. Schwarzschild, Münch. Ber., 31, p. 329 (1901).

Nach Ausführung der Integration:

$$R = -\mathfrak{P}_x = -\mathfrak{P}'_x = \frac{8}{3}\mathfrak{u}_\nu d\nu A\nu^4\beta\frac{1+2\beta^2+\frac{3}{7}\beta^4}{\varkappa^6},$$

worin $4\pi i/c = \mathfrak{u}_\nu d\nu$ gesetzt ist.

Angenähert ist

$$R = \frac{8}{3}\mathfrak{u}_\nu d\nu A\nu^4\beta. \tag{9}$$

Will man den Einfluß der gesamten Hohlraumstrahlung finden, so muß noch das Integral $\int_0^\infty \mathfrak{u}_\nu \nu^4 d\nu$ gebildet werden; man muß also die spektrale Verteilung der Energie der Hohlraumstrahlung kennen. Wir wollen dies noch unter Annahme des Planck'schen Verteilungsgesetzes berechnen. Wir setzen also[1]

$$\mathfrak{u} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1},$$

daher

$$\int_0^\infty \mathfrak{u}_\nu \nu^4 d\nu = \frac{8\pi h}{c^3}\int_0^\infty \frac{\nu^7 d\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1} = \frac{8\pi h}{c^3}\left(\frac{kT}{h}\right)^8\int_0^\infty \frac{x^7 dx}{e^x-1}$$

$$= \frac{8\pi h}{c^3}\left(\frac{kT}{h}\right)^8\int_0^\infty x^7 dx(e^{-x}+e^{-2x}+e^{-3x}+\ldots)$$

$$= \frac{8\pi h}{c^3}\left(\frac{kT}{h}\right)^8 . 7!\left(1+\frac{1}{2^8}+\frac{1}{3^8}+\ldots\right) =$$

$$= \frac{8\pi h}{c^3}\left(\frac{kT}{h}\right)^8 7!\,.\,1{\cdot}0041.$$

Wir wollen noch in diesen Ausdruck lieber statt k und h die Konstanten des Stefan-Boltzmann'schen σ und die des Wien'schen Gesetzes b einführen[2] [$u = \sigma T^4$; $\lambda_{\text{Max}} T = b$].

---

[1] Planck, Wärmestrahlung, p. 157.

[2] Ebendort, p. 161.

Es ist

$$\sigma = \frac{48\pi k^4}{c^3 h^3} \cdot 1{\cdot}0823; \quad b = \frac{ch}{k} \cdot \frac{1}{4{\cdot}9651},$$

und wir erhalten:

$$\int_0^\infty \nu^4 \mathfrak{u}_\nu \, d\nu = \sigma \frac{c^4}{b^4} T^8 . 1{\cdot}2823$$

$$= u . \nu_{\text{Max}}^4 . 1{\cdot}2823,$$

worin wieder u die gesamte Energiedichte, ν_{Max} die Schwingungszahl ist, der das Energiemaximum entspricht.

Setzt man in die vorletzte Gleichung

$$\sigma = 7{\cdot}061 . 10^{-15} \frac{\text{Erg}}{cm^3 \, \text{grad}^4}$$

$$b = 0{\cdot}294 \, cm \, \text{grad},$$ [1]

so wird

$$\int_0^\infty \nu^4 \mathfrak{u}_\nu \, d\nu = 9{\cdot}8162 . 10^{29} \frac{\text{Erg}}{cm^3 \, \text{sec}^4 \, \text{grad}^8} T^8 .$$ [2]

Setzen wir diesen Wert in (9) ein, so erhalten wir mit Berücksichtigung von (8)

$$R = C . a^6 T^8 . \beta, \tag{10}$$

worin

$$C = \frac{8}{3} \frac{14}{3} 16 \pi^5 \frac{1}{c^4} \cdot 9{\cdot}8162 . 10^{29} \frac{\text{Erg}}{\text{sec}^4 \, cm^3 \, \text{grad}^8}$$

$$= 7{\cdot}3842 . 10^{-8} \frac{\text{Erg}}{cm^7 \, \text{grad}^8}. \tag{11}$$

---

[1] Vgl. etwa Planck, Wärmestrahlung, p. 63, respektive 85.

[2] Daß das berechnete Integral proportional T^8 sein muß, folgt schon aus dem Wien'schen Gesetz; setzt man nämlich $\mathfrak{u}_\nu = \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right)$, so wird

$$\int_0^\infty \nu^4 \mathfrak{u}_\nu \, d\nu = T^8 \int_0^\infty x^7 f(x) \, dx.$$

§ 4.

Im folgenden Abschnitte wollen wir den Einfluß der Strahlung auf ein freies, bewegtes Elektron berechnen. Dazu müssen wir zuerst die Einwirkung paralleler Strahlung auf ein ruhendes Elektron feststellen.

Fällt Strahlung auf ein Elektron, so wird dasselbe zum Mitschwingen angeregt; infolge der Strahlungsdämpfung findet jedoch dieses Mitschwingen mit einer Phasenverzögerung statt, und es resultiert ein von Null verschiedenes Zeitmittel der ponderomotorischen Kraft.

Wir nehmen zuerst an, daß sich das Elektron nur in der Richtung der Z-Achse bewegen kann.

Die einfallende Welle sei durch:

$$\mathfrak{E}_x^0 = \mathfrak{E}_y^0 = 0; \quad \mathfrak{E}_z^0 = \quad C\cos\theta$$
$$\mathfrak{H}_x^0 = \mathfrak{H}_z^0 = 0; \quad \mathfrak{H}_y^0 = -C\cos\theta$$

gegeben, wo

$$\theta = 2\pi\nu\left(t - \frac{x}{c}\right)$$

ist. Wir führen die nachträglich zu prüfenden Annahmen ein, daß die periodische Exkursion des Elektrons klein gegen die Wellenlänge der einfallenden Strahlen sei, und daß die Geschwindigkeit des Elektrons stets klein gegen die des Lichtes sei. Dann können wir für θ einfach $2\pi\nu t$ setzen und die Formel von M. Abraham für die gedämpfte Schwingung eines Elektrons[1]

$$m\frac{d\mathfrak{v}}{dt} = -\frac{m}{e}k^2\mathfrak{p} + \frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}\frac{d^2\mathfrak{v}}{dt^2} \tag{12}$$

[1] M. Abraham, Theorie der Elektrizität, 2. Auflage, II, p. 70, Gleichung 58*a*. — Die Ableitung dieser Gleichung bezieht sich allerdings auf einen Dipol, der etwa aus dem schwingenden Elektron und einem ruhenden, positiv geladenen Punkte besteht. Die obige Gleichung wurde jedoch aus der gesamten Energieausstrahlung abgeleitet, welche vom schwingenden Elektron ausgeht. Diese letztere wird aber durch das Feld des ruhenden, positiv geladenen Punktes im Zeitmittel nicht beeinflußt. Daher gilt die Gleichung (12) auch für ein einzelnes Elektron. — Man kann natürlich auch direkt das Resultat dieses Paragraphen ableiten, ohne Gleichung (12) zu benutzen. Der Gedankengang ist ähnlich dem bei der Ableitung von (12) verwendeten; man muß das Augenmerk auf die ausgestrahlte Bewegungsgröße richten.

verwenden. Da wir jedoch ein freies Elektron annehmen, setzen wir den Koeffizienten der »quasielastischen« Kraft k^2 gleich Null; wir müssen jedoch auf der rechten Seite dieser Gleichung den Ausdruck $e\mathfrak{E}$, der die Wirkung der erregenden Schwingung darstellt, hinzufügen. Nehmen wir ferner für den Augenblick an, daß das Elektron nur in der Z-Richtung beweglich ist, so gilt die Differentialgleichung

$$m\frac{d\mathfrak{v}_z}{dt} = \frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}\frac{d^2\mathfrak{v}_z}{dt^2} + e\mathfrak{E}_z^0$$

$$= \frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}\frac{d^2\mathfrak{v}_z}{dt^2} + eC\cos 2\pi\nu t.$$

Die Integration liefert:

$$\frac{d\mathfrak{v}_z}{dt} = A\cos(2\pi\nu t+\delta); \quad \mathfrak{v}_z = \frac{A}{2\pi\nu}\sin(2\pi\nu t+\delta), \quad (13)$$

wobei:

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{2}{3}\frac{e^2}{mc^3}\cdot 2\pi\nu; \quad A = C\frac{e}{m}\cos\delta.$$

Nun berechnen wir die ponderomotorischen Kräfte, die das Elektron erfährt, wobei wir in erster Annäherung von der Wirkung des Eigenfeldes absehen können.

Wir setzen also

$$\mathfrak{P} = e\mathfrak{E} + \frac{e}{c}[\mathfrak{v}\mathfrak{H}],$$

daher

$$\begin{aligned} \mathfrak{P}_x &= -\frac{e}{c}\mathfrak{v}_z\mathfrak{H}_y^0 \\ \mathfrak{P}_y &= 0 \\ \mathfrak{P}_z &= e\mathfrak{E}_z^0. \end{aligned} \quad (14)$$

Es kommt natürlich bloß auf den zeitlichen Mittelwert dieser Kräfte an; es ist dann

$$\overline{\mathfrak{P}_y} = \overline{\mathfrak{P}_z} = 0;$$

dagegen

$$\overline{\mathfrak{P}_x} = \frac{e}{c}\,\frac{A}{2\pi\nu}\,C\,\overline{\sin(2\pi\nu t+\delta)\cos 2\pi\nu t} =$$

$$= \frac{1}{2}AC\frac{e}{2\pi\nu c}\sin\delta =$$

$$= \frac{1}{4\pi\nu}C^2\frac{e^2}{mc}\sin\delta\cos\delta =$$

$$= \frac{1}{4\pi\nu}C^2\frac{e^2}{mc}\,\frac{\frac{2}{3}\frac{e^2}{mc^3}2\pi\nu}{1+\frac{2}{3}\frac{e^2}{mc^3}2\pi\nu}.$$

Nun setzen wir etwa[1]

$$\frac{e}{cm} = 1\cdot 9.10^7\,cm^{\frac{1}{2}}g^{-\frac{1}{2}};\quad e = 3.10^{-10}g^{\frac{1}{2}}cm^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1},$$

so wird

$$\frac{e^2}{mc^3} = 0\cdot 6.10^{-23}\,\mathrm{sec}.$$

Es kann demnach $\frac{2}{3}\frac{e^2}{mc^3}2\pi\nu$ gegen 1 vernachlässigt werden, auch wenn ν der Frequenz ultravioletten Lichtes entspricht. Wir erhalten dann einfacher

$$\overline{\mathfrak{P}_z} = \frac{1}{3}C^2\cdot\frac{e^4}{m^2c^4} = \frac{8\pi}{3}w_0\cdot\frac{e^4}{m^2c^4}, \tag{15}$$

wenn w_0 die Energiedichte der einfallenden Strahlung ist.

Wir wollen uns eine Vorstellung von der Größenordnung dieser Kraft bilden, welche von der Strahlung in der Richtung ihrer Fortpflanzung auf das Elektron ausgeübt wird. Es ergibt sich unter Benutzung der eben angegebenen Zahlen

$$\frac{8\pi}{3}\frac{e^4}{m^2c^4} = 3.10^{-25}\,cm^2.$$

Für w_0 wollen wir beispielsweise die Energie der Sonnenstrahlung einsetzen; nehmen wir für die Solarkonstante den

---

[1] Siehe etwa M. Abraham, l. c., p. 4 und p. 11 (es kommt hier natürlich bloß auf die Größenordnung des Resultates an).

Wert 2.10^6 Erg/cm^2 sec an,[1] so wird $w_0 = 7.10^{-5}$ Erg/cm^3; in diesem Falle wird also etwa:

$$\overline{\mathfrak{P}_z} = 2.10^{-29} \text{ dyn.}$$

Nimmt man für das Elektron eine Masse von $\frac{1}{2000} 10^{-24} g$ an, so wird dasselbe infolge der Sonnenstrahlung eine Beschleunigung von

$$4.10^{-2} \, cm \, \text{sec}^{-2}$$

erfahren. Diese Beschleunigung ist so gering, daß sie in den Bereich der quasistationären Bewegungen fällt; sie ist andrerseits so groß, daß das Elektron immerhin in nicht allzu langer Zeit eine beträchtliche Geschwindigkeit erhalten müßte.

Wir wollen nun nachträglich sehen, ob die Annahme, daß die Größe $\mathfrak{v}_z$ stets klein gegen die Lichtgeschwindigkeit sei, berechtigt ist. Nach (13) ist der Maximalwert von $\mathfrak{v}_z$ gleich $\mathfrak{v}_{\text{Max}} = A/2\pi\nu = \frac{1}{2\pi\nu} C \frac{e}{m}$, da ja $\cos\delta$ nahe gleich 1 ist. Setzen wir etwa wieder die Energie der einfallenden Welle gleich der des Sonnenlichtes, also $w_0 = 7.10^{-5}$ Erg cm^{-3}; daher $C = \sqrt{8\pi w_0} = 4 \cdot 2.10^{-3} g^{\frac{1}{2}} cm^{-\frac{1}{2}} \text{sec}^{-1}$. Also:

$$\mathfrak{v}_{\text{Max}} = \frac{1}{\nu} 4.10^{14} \, cm \, \text{sec}^{-2}.$$

Man erkennt also, daß, auch wenn ν relativ klein ist, man also langwellige Strahlen hat, $\mathfrak{v}_{\text{Max}}$ immer noch sehr klein gegen die Lichtgeschwindigkeit bleibt.

Man überzeugt sich ferner noch leicht davon, daß die periodische Exkursion stets klein gegen die Wellenlänge bleibt, und daß sich die Bewegung in der Zeit, die das Licht braucht, um über das Elektron hinwegzustreichen, nur wenig ändert.

Wir haben vorausgesetzt, daß das Elektron gezwungen ist, in der Z-Achse zu bleiben. Wir können uns jedoch davon überzeugen, daß diese Voraussetzung das Resultat nur unmerkbar beeinflußt. Man sieht ja aus (14), daß die Kraft, welche

---

[1] Das ist 3 cal cm^{-2} min^{-1}.

das Elektron aus der Z-Achse herauszubringen strebt, sich gegenüber der Kraft, welche die Schwingung anregt, verhält wie $\mathfrak{v}_z : c$; dieses Verhältnis ist in dem eben betrachteten Falle klein gegen 1.

Wenn unsere Vernachlässigungen auch bei einer so außerordentlich großen Energie der einfallenden Welle, wie es die des Sonnenlichtes ist, berechtigt sind, sind sie es um so mehr in den weiter unten betrachteten Fällen. (Wir haben ja vorausgesetzt, daß die einfallende Welle die Energie des Sonnenlichtes habe und dabei natürlich exakt monochromatisch und kohärent sei; eine so intensive Welle wird wohl in der Natur nicht vorkommen.)

Berechnen wir nun den Widerstand, den ein bewegtes Elektron in einem von Strahlung erfüllten Raum erfährt, so beachten wir, daß der Ausdruck (15) ebenso wie (6) von ν unabhängig ist. Wir haben demnach bloß in Formel (6a) an Stelle von πa^2 die Größe $\frac{8\pi}{3}\frac{e^4}{m^2c^4}$ einzusetzen; wir erhalten also für den Widerstand des bewegten Elektrons:

$$R = \frac{32\pi}{9}\frac{e^4}{m^2c^4}\,u\,\frac{\beta}{\varkappa^2}.$$

Setzen wir hierin für e, m, c die eben benutzten Werte, für u seinen Wert nach dem gleichfalls schon mehrfach verwendeten Stefan-Boltzmann'schen Gesetz ein, so erhalten wir mit Vernachlässigung der höheren Potenzen von β:

$$R = DT^4\beta; \quad D = 2\cdot 85.10^{-39}\ \text{dyn grad}^{-4}. \tag{16}$$

§ 5.

Wir wollen uns nun ein Bild von der Größenordnung des gefundenen Widerstandes in den drei von uns behandelten Beispielen machen. Wir erhielten für den Widerstand R einer gegen die Wellenlänge großen (I), kleinen (II) Kugel und eines Elektrons (III) die Größe:

I. $R = A.a^2T^4\beta; \quad A = 2\cdot 96.10^{-14}$ Erg cm^{-3} grad^{-4}
II. $R = C.a^6T^8\beta; \quad C = 7\cdot 38.10^{-8}$ Erg cm^{-7} grad^{-8}
III. $R = D.T^4\beta; \quad D = 2\cdot 85.10^{-39}$ Erg cm^{-1} grad^{-4}

Diese Werte ergeben sich aus den Gleichungen (7), (11) und (16); die höheren Potenzen von β haben wir weggelassen. Wir wollen nun für die hier vorkommenden Größen Zahlenwerte einsetzen. Für a wählen wir einen Wert, der dem Radius eines Moleküls entspricht; etwa $a = \frac{1}{2} 10^{-7}\, cm.$[1] Dann erhalten wir in den drei Fällen:

$$\text{I.}\quad R = 7 \cdot 4 . 10^{-29}\, T^4 \beta \text{ dyn grad}^{-4}$$
$$\text{II.}\quad R = 1 \cdot 2 . 10^{-51}\, T^8 \beta \text{ dyn grad}^{-8}$$
$$\text{III.}\quad R = 2 \cdot 9 . 10^{-39}\, T^4 \beta \text{ dyn grad}^{-4}$$

Wir können nun leicht die prozentuelle Abnahme der lebendigen Kraft berechnen. Ist $q = \beta c$ die Geschwindigkeit, so gilt:

$$m \frac{dq}{dt} = -R$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m}{2} q^2\right) = -Rq$$

oder, wenn wir die lebendige Kraft $L = \frac{m}{2} q^2$ anführen:

$$\frac{1}{L} \frac{dL}{dt} = -\frac{2R}{mq} = -\frac{2}{mc} \cdot \frac{R}{\beta}.$$

Wir wollen nun für m in den Fällen (I) und (II) $2 . 10^{-24}\, g$ setzen, was etwa der Masse des Wasserstoffmoleküls entspricht. Im Falle (III) wollen wir als Masse das Elektron $\frac{1}{2} \cdot 10^{-27}$ einsetzen. Wir erhalten dann für die drei Fälle

$$\text{(I)}\qquad \frac{1}{L} \frac{dL}{dt} = -2 \cdot 5 . 10^{-15}\, T^4 \text{ sec}^{-1} \text{ grad}^{-4}$$

$$\text{(II)}\qquad \frac{1}{L} \frac{dL}{dt} = -4 \cdot 0 . 10^{-38}\, T^8 \text{ sec}^{-1} \text{ grad}^{-8}$$

$$\text{(III)}\qquad \frac{1}{L} \frac{dL}{dt} = -3 \cdot 8 . 10^{-22}\, T^4 \text{ sec}^{-1} \text{ grad}^{-4}$$

[1] Siehe etwa Boltzmann, Gastheorie, I, p. 83.

Endlich wollen wir noch für T spezielle Werte einsetzen; etwa $T = 273° A$ und $T = 4.273 = 1092° A$; so erhalten wir wieder für unsere drei Fälle:

$$\text{(I)} \quad \frac{1}{L}\frac{dL}{dt} = -1{\cdot}4.10^{-5}\ \text{sec}^{-1}, \text{ resp. } = -3{\cdot}6.10^{-3}\ \text{sec}^{-1}$$

$$\text{(II)} \quad \frac{1}{L}\frac{dL}{dt} = -1{\cdot}2.10^{-18}\ \text{sec}^{-1}, \text{ resp. } = -7{\cdot}9.10^{-14}\ \text{sec}^{-1}$$

$$\text{(III)} \quad \frac{1}{L}\frac{dL}{dt} = -2{\cdot}1.10^{-12}\ \text{sec}^{-1}, \text{ resp. } = -5{\cdot}4.10^{-10}\ \text{sec}^{-1}$$

Der Fall (I) ist hier nur seiner Einfachheit wegen mitbehandelt, die Annahme, daß der Kugelradius groß gegen die Wellenlänge bei 273° oder gar bei 1092° sein soll, ist ja unzutreffend.

Die Fälle (II) und (III) zeigen jedoch, daß die Abnahme der lebendigen Kraft eine ganz außerordentlich langsame ist. Ist nämlich $\frac{1}{L}\frac{dL}{dt} = 10^{-10}$ sec, so bedeutet dies, daß die lebendige Kraft in ungefähr drei Jahren um 1% abnimmt. Da nun die meisten der oben berechneten Zahlen noch bedeutend kleiner sind als 10^{-10}, ist die Abnahme der lebendigen Kraft in beobachtbaren Zeiten ganz unmerklich.

Stellen wir uns nun einen nach außen völlig abgeschlossenen Raum vor, in dem sich Strahlungsenergie und bewegte Körperchen von der Art der eben betrachteten befinden. Die lebendige Kraft der letzteren wird sich mit der Zeit ganz in Strahlung umsetzen; diese Verwandlung wird aber so langsam vor sich gehen, daß sie zu keinerlei beobachtbaren Erscheinungen führen kann. Wenngleich ein solches System nicht im eigentlichen thermodynamischen Gleichgewichte befindlich ist, dürfte es wohl in bezug auf Veränderungen, die verhältnismäßig rasch vor sich gehen, so zu behandeln sein, als ob es im Gleichgewichte wäre. Das Maxwell'sche Verteilungsgesetz der Geschwindigkeiten etwa oder das Verhältnis der spezifischen Wärmen kann nicht merklich verändert werden.

Es scheint demnach dem Verfasser auch nicht nötig, aus diesem Grunde allein neue Hypothesen einzuführen, um der Verwandlung lebendiger Kraft in Strahlung zu entgehen.

Eine andere Frage ist natürlich die nach den Veränderungen, welche die Strahlung selbst erfährt; die prozentuelle Änderung der Strahlungsintensität ist bedeutend rascher als die der lebendigen Kraft der Molekularbewegung. Die betreffenden Berechnungen sind aber schwieriger durchführbar.

§ 6.

Wir wollen uns endlich noch mit der Wirkung der Strahlung auf einen bewegten Planck'schen Resonator beschäftigen. Wir berechnen zuerst die Kraft, welche parallele Strahlung auf einen ruhenden Resonator ausübt.

Sei der einfallende Strahl durch

$$\mathfrak{E}_x = \mathfrak{E}_y = 0; \quad \mathfrak{E}_z = \quad C\cos\theta$$
$$\mathfrak{H}_x = \mathfrak{H}_z = 0; \quad \mathfrak{H}_y = -C\cos\theta$$

gegeben, wo

$$\theta = 2\pi\nu\left(t - \frac{x}{c}\right)$$

ist. Wir könnten ohne Schwierigkeit die Kraft berechnen, welche ein beliebig orientierter Resonator von dem betrachteten Strahl erfährt. Doch ist es wohl mehr am Platze, anzunehmen, daß der Resonator eben nur in der Richtung von $\mathfrak{E}$ zum Schwingen angeregt wird. Wir setzen ferner die Dimensionen des Oszillators klein gegen die Wellenlänge voraus, so daß $\theta = 2\pi\nu t$ gesetzt werden kann. Dann ist das Moment des Resonators:

$$f(t) = \frac{3c^3 C \sin\gamma}{16\pi^3\nu^3}\cos(2\pi\nu t - \gamma)$$

$$\operatorname{ctg}\gamma = \frac{\pi\nu_0(\nu_0^2 - \nu^2)}{\sigma\nu^3}.$$ [1]

Darin ist ν_0 die Frequenz der Eigenschwingung, σ die Dämpfungskonstante, von der vorausgesetzt wird, daß sie eine kleine Zahl ist.

[1] Siehe M. Planck, Wärmestrahlung, p. 114.

Die Kraft auf den Resonator ist durch das Vektorprodukt aus $\mathfrak{H}$ und der Stromstärke gegeben; es ist also in leicht verständlicher Bezeichnungsweise:

$$\mathfrak{P} = \frac{1}{c}[i\,d\mathfrak{l}.\mathfrak{H}] = \frac{1}{c}[\dot{f}.\mathfrak{H}],$$

wobei f als Vektor zu verstehen ist. Wir erhalten also:

$$\mathfrak{P}_x = -\frac{1}{c}\dot{f}\mathfrak{H}_y; \quad \mathfrak{P}_y = \mathfrak{P}_z = 0.$$

Oder:

$$\mathfrak{P}_x = -\frac{3c^2C^2\sin\gamma}{8\pi^2\nu^2}\sin(2\pi\nu t-\gamma)\cos 2\pi\nu t.$$

Der zeitliche Mittelwert dieses Ausdruckes ist:

$$\overline{\mathfrak{P}_x} = \frac{3c^2C^2\sin^2\gamma}{16\pi^2\nu^2} = \frac{3c^2C^2}{16\pi^2\nu^2}\,\frac{1}{1+\dfrac{\pi^2\nu_0^2(\nu_0^2-\nu^2)^2}{\sigma^2\nu^6}}.\,^{1} \tag{17}$$

Es wirkt demnach auf den Resonator eine Kraft in der Richtung der Strahlen im angegebenen Betrage.

Nun benutzen wir wieder das gestrichene System; die hervorgehobene Strahlung $i'\sin\vartheta'\,d\vartheta'\,d\varphi'$ erzeugt die Kraftkomponenten:

$$d\mathfrak{P}_x' = \frac{3c}{2\pi\nu'^2}\,\frac{1}{1+\dfrac{\pi^2\nu_0^2(\nu_0^2-\nu'^2)^2}{\sigma^2\nu'^6}}\,i'\sin\vartheta'\,d\vartheta'\,d\varphi'\cos\vartheta'$$

$$d\mathfrak{P}_y' = \frac{3c}{2\pi\nu'^2}\,\frac{1}{1+\dfrac{\pi^2\nu_0^2(\nu_0^2-\nu'^2)^2}{\sigma^2\nu'^6}}\,i'\sin\vartheta'\,d\vartheta'\,d\varphi'\sin\vartheta'\cos\varphi'$$

$$d\mathfrak{P}_z' = \frac{3c}{2\pi\nu'^2}\,\frac{1}{1+\dfrac{\pi^2\nu_0^2(\nu_0^2-\nu'^2)^2}{\sigma^2\nu'^6}}\,i'\sin\vartheta'\,d\vartheta'\,d\varphi'\sin\vartheta'\sin\varphi',$$

---

[1] Diese Formel wurde bereits von Debye (Ann. d. Phys., 30, p. 100, 1909) abgeleitet. — Ohne Rechnung folgt sie aus der Überlegung, daß $\overline{\mathfrak{P}_x}$ gleich der absorbierten Bewegungsgröße, also $\frac{1}{c}$ mal der absorbierten Energie sein muß (vgl. Planck, l. c., Gleichung 177).

denn es ist ja in (17) für die Energiedichte $\frac{C^2}{8\pi}$ die Größe $\frac{1}{c}\, i' \sin\vartheta'\, d\vartheta'\, d\varphi'$ einzusetzen. ν_0 ist jetzt die Eigenfrequenz des Resonators im gestrichenen System.

In diesen Ausdrücken sind i' und ν' durch ihre Werte (4) und (4 a) zu ersetzen. Integrieren wir ferner wieder über $d\vartheta'$ und $d\varphi'$, so wird $\mathfrak{P}'_y = \mathfrak{P}'_z = 0$, und wir erhalten, wenn die Integration nach φ' gleich ausgeführt wird:

$$\mathfrak{P}'_x = 3c \int_0^\pi \sin\vartheta' \cos\vartheta'\, d\vartheta' \frac{i'}{\nu'^2 \left[1 + \frac{\pi^2 \nu_0^2 (\nu_0^2 - \nu'^2)^2}{\sigma^2 \nu'^6}\right]}.$$

Wir wollen auch ferner für i einsetzen:

$$i = f(\nu)\, d\nu$$

und gleich über alle Werte des ν integrieren. Lassen wir im Klammerausdruck im Nenner zur Kürze ν' stehen, setzen jedoch im übrigen für i' und ν' ihre Werte ein, so erhalten wir:

$$\mathfrak{P}'_x = 3c\varkappa^2 \int_0^\infty f(\nu)\, d\nu \int_0^\pi \sin\vartheta' \cos\vartheta'\, d\vartheta' \frac{1}{\nu^2} \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{(1+\beta\cos\vartheta')^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \nu_0^2 (\nu_0^2 - \nu'^2)^2}{\sigma^2 \nu'^6}}$$

$$= 3c\varkappa^2 \int_0^\pi \frac{\sin\vartheta' \cos\vartheta'\, d\vartheta'}{(1+\beta\cos\vartheta')^2} \int_0^\infty d\nu \frac{f(\nu)}{\nu^2} \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \nu_0^2 (\nu_0^2 - \nu'^2)^2}{\sigma^2 \nu'^6}}.$$

Wir wollen das Integral nach ν zur Kürze mit J bezeichnen und darin als neue Variable

$$\xi = \frac{(1+\beta\cos\vartheta')\nu_0}{\varkappa\nu} = \frac{\nu_0}{\nu'}$$

einführen. Dann wird:

$$J = \frac{\varkappa}{\nu_0 (1+\beta\cos\vartheta')} \int_0^\infty d\xi\, f\left[\frac{(1+\beta\cos\vartheta')\nu_0}{\varkappa\xi}\right] \frac{1}{1 + \frac{\pi^2}{\sigma^2} \xi^2 (\xi^2 - 1)^2}.$$

Nun soll σ sehr klein gegen 1 sein; dann ist der Integrand stets von der Ordnung σ^2 außer in der Umgebung des Punktes $\xi = 1$;[1] wir können demnach das Integral statt von 0 bis ∞ bloß von $1-g$ bis $1+g$ erstrecken, wobei g groß gegen σ, klein gegen 1 sein soll. Wir begehen dann nur einen Fehler von der Ordnung (σ^2/g). Da wir f als stetig, d. h. also im Intervall $2g$ als konstant ansehen können, wird:

$$J = \frac{\varkappa}{\nu_0(1+\beta\cos\vartheta')} f\left[\frac{(1+\beta\cos\vartheta')\nu_0}{\varkappa}\right] \int_{1-g}^{1+g} \frac{d\xi}{1+\frac{\pi^2}{\sigma^2}\xi^2(\xi^2-1)^2}.$$

In dem letzten Integral führen wir als Integrationsvariable $x = \xi - 1$ ein; dann wird:

$$\int_{1-g}^{1+g} \frac{d\xi}{1+\frac{\pi^2}{\sigma^2}\xi^2(\xi^2-1)^2} = \int_{-g}^{+g} \frac{dx}{1+\frac{\pi^2}{\sigma^2}(x+1)^2(x+2)^2x^2}.$$

Wir begehen nun bloß einen Fehler höherer Ordnung, wenn wir im Integranden an Stelle von $(x+1)^2(x+2)^2$ einfach 4 setzen; dann wird unser Integral gleich

$$\int_{-g}^{+g} \frac{dx}{1+\frac{4\pi^2}{\sigma^2}x^2} = \frac{\sigma}{2\pi}\left|\operatorname{arctg}\frac{2\pi x}{\sigma}\right|_{-g}^{+g} = \frac{\sigma}{\pi}\operatorname{arctg}\frac{2\pi g}{\sigma}.$$

Da σ klein gegen g sein soll, ist der arctg gleich $\pi/2$, und unser Integral erhält den Wert $\sigma/2$. Daher wird

$$J = \frac{\varkappa}{\nu_0(1+\beta\cos\vartheta')} f\left(\frac{(1+\beta\cos\vartheta')\nu_0}{\varkappa}\right)\cdot\frac{\sigma}{2}$$

und ferner:

$$\mathfrak{P}'_x = \mathfrak{P}_x = \frac{3c\varkappa^3\sigma}{2\nu_0}\int_0^\pi \frac{\sin\vartheta'\cos\vartheta'\,d\vartheta'}{(1+\beta\cos\vartheta')^3} f\left(\frac{(1+\beta\cos\vartheta')\nu_0}{\varkappa}\right). \quad (18)$$

Wir wollen diesen Ausdruck für kleine Werte von β diskutieren. Wir behalten also nur die Glieder bei, welche β in der ersten Potenz enthalten. Wir setzen demnach $\varkappa$ gleich 1 und

$$f[(1+\beta\cos\vartheta')\nu_0] = f(\nu_0) + \beta\nu_0 f'(\nu_0)\cos\vartheta'.$$

[1] Für $\xi = 0$ verschwindet die Funktion f. (Es ist wohl unnötig die hieher gehörigen Betrachtungen, die sich leicht streng durchführen lassen, mitzuteilen.)

Dann wird:

$$-R = \mathfrak{P}_x =$$

$$= \frac{3c\sigma}{2\nu_0}\int_0^\pi \sin\vartheta' \cos\vartheta' \, d\vartheta' (1 - 3\beta\cos\vartheta')[f(\nu_0) + \beta\nu_0 \cos\vartheta' f'(\nu_0)].$$

Hierin führen wir die Integration nach ϑ' aus und erhalten:

$$-R = \mathfrak{P}_x = \frac{c\sigma}{\nu_0}\beta[-3f(\nu_0) + \nu_0 f'(\nu_0)].$$

Man erkennt, daß dieser Ausdruck für jeden Wert von ν_0 verschwindet, wenn f proportional ν^3 ist. Ein solches Strahlungsgesetz ist wohl ausgeschlossen.

Setzen wir dem Planck'schen Gesetz entsprechend:

$$f(\nu) = \frac{2h\nu^3}{c^2}\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{\varkappa T}} - 1},$$

so sehen wir, daß der Ausdruck $\nu f' - 3f$ stets negativ ist; wo immer also die Eigenfrequenz des Resonators liegt, stets ist die Wirkung der Strahlung eine hemmende. Man könnte sich natürlich auch ein Strahlungsgesetz vorstellen, wo der Ausdruck $\nu f' - 3f$ sein Vorzeichen wechselt. Hätte man dann Resonatoren von verschiedener Schwingungszahl, die entsprechend gewählt würden, so könnte in Summe die lebendige Kraft der Bewegung erhalten bleiben.

Es hat keinen Zweck, in die obige Formel Zahlenwerte einzusetzen, da wir über die Größe von σ nichts Näheres wissen; jedenfalls muß σ klein angenommen werden und man erhält für den Widerstand gleichfalls eine sehr kleine Größe.

Grau A. und **Russ F.**, Experimentaluntersuchungen über die Luftverbrennung im elektrischen Flammenbogen. (II. Teil.) (Mit 1 Tafel, 1 Doppeltafel und 2 Textfiguren.) K 1·50 — M 1·50

— und **Russ F.**, Experimentaluntersuchung über die Luftverbrennung im elektrischen Flammenbogen. (III. Teil.) Das Verhalten des elektrischen Flammenbogens in Sauerstoff. (Mit 2 Doppeltafeln.) . . . . . K 0·85 — M 0·85

— und **Russ F.**, Experimentaluntersuchungen über die Luftverbrennung im elektrischen Flammenbogen. (IV. Teil.) Das Verhalten des elektrischen Flammenbogens in Stickstoff. (Mit 1 Doppeltafel.) . . . . . K 0·65 — M 0·65

Haitinger L. und **Ulrich K.**, Mitteilungen der Radium-Kommission der kaiserl. Akademie der Wissenschaften. I. Bericht über die Verarbeitung von Uranpecherzrückständen. . . . . K 0·40 — M 0·40

Hann J., Die tägliche Variation der Windstärke auf den Berggipfeln in Südindien in ihrer Beziehung zu der täglichen Luftdruckschwankung. . . . . K 1·70 — M 1·70

— Zur Meteorologie der Adria. . . . . K 1·— — M 1·—

Hasenöhrl F., Zur Thermodynamik bewegter Systeme. (Fortsetzung.) K 0·35 — M 0·35

— Zur Berechnung der elektromagnetischen Masse des Elektrons. K 0·30 — M 0·30

Hattwich J., Über Dielektrizitätskonstanten beim Schmelzpunkt. . . . K 0·30 — M 0·30

Hauser F., XIV. Bericht der Phonogramm-Archivs-Kommission der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien. Eine Methode zur Aufzeichnung phonographischer Wellen. (Mit 3 Textfiguren.) . . . . . K 0·35 — M 0·35

Hess V. F., Über eine allgemeine Beziehung zwischen Volumkontraktion und den drei üblichen Formen des Refraktionsvermögens bei Flüssigkeitsgemischen. (Mit 1 Tafel und 1 Textfigur.) . . . . . K 1·50 — M 1·50

Jäger G., Zur Elektronik in Metallen. (Mit 2 Textfiguren.) . . . . . K 0·80 — M 0·80

— Zur Theorie des Wiedemann-Franz'schen Gesetzes. (Mit 1 Textfigur.) K 0·40 — M 0·40

Jaumann G., Elektromagnetische Theorie. . . . . K 3·80 — M 3·80

Lampa A., Über das Verhalten von Isolatoren im elektrostatischen Drehfeld. K 0·35 — M 0·35

Lecher E., Bestimmung spezifischer Wärmen von Leitern bei verschiedenen Temperaturen. (Mit 9 Textfiguren.) . . . . . K 1·25 — M 1·25

— Konstanz der Thermoelemente bei langem Gebrauch. . . . . K 0·20 — M 0·20

Lederer E. L., Über den elektrischen Widerstand von Legierungen. (Mit 2 Textfiguren.) K 0·35 — M 0·35

Lohr E., Stehende Lichtwellen und Beugungsgitter. (Mit 5 Textfiguren.) K 0·50 — M 0·50

Meyer St., Zur Kenntnis der Magnetisierungszahlen seltener Erden. . K 0·30 — M 0·30

Nabl J., Über die Störung der Wirkung eines radioaktiven Gases in einem geschlossenen Raume durch einen für die Wirkung undurchlässigen, hineinragenden zylindrischen Stab. (Mit 4 Textfiguren.) . . . . . K 1·05 — M 1·05

Obermayer A., v., Die Häufigkeitszahlen der Bewölkung. . . . . K 0·45 — M 0·45

Przibram K., Über die Beweglichkeit der Ionen in Dämpfen und ihre Beziehung zur Kondensation. (Mit 4 Textfiguren.) . . . . . K 0·85 — M 0·85

Ramsay W., Mitteilungen der Radium-Kommission der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften. IV. Beobachtungen über die Unbeständigkeit des Radiumbromids. K 0·20 — M 0·20

Rožič J., Über eine Methode der gleichzeitigen Messung von elektromotorischen Kräften und inneren Widerständen bei gleichzeitigen beliebigen kontinuierlichen Änderungen derselben. (Mit 3 Textfiguren.) . . . . . K 0·35 — M 0·35

Rutherford E., Mitteilungen der Radium-Kommission der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften. III. Untersuchungen über die Radiumemanation. I. Volumen der Emanation. (Mit 1 Tafel.) . . . . . K 0·65 — M 0·65

Schmidt W., Über die Reflexion der Sonnenstrahlung an Wasserflächen. (Mit 2 Textfiguren.) . . . . . K 0·60 — M 0·60

— Stehende Schwingungen in der Grenzschicht zweier Flüssigkeiten. K 0·40 — M 0·40

— Absorption der Sonnenstrahlung in Wasser. (Mit 1 Textfigur.) K 0·60 — M 0·60

Schweidler E., v., Beiträge zur Kenntnis der atmosphärischen Elektrizität. XXVIII. Über die Ionenverteilung in den untersten Schichten der Atmosphäre. (Mit 2 Tafeln.) K 0·60 — M 0·60

— und **Hess V. F.**, Mitteilungen der Radium-Kommission der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften. II. Über die Wärmeentwicklung des Radiums. (Mit 1 Tafel.) K 0·55 — M 0·55

Sirk H., Über die Beziehung zwischen mittlerer freier molekularer Weglänge und dem Brechungsexponenten eines Gases. . . . . K 0·30 — M 0·30

Sterneck R., v., Das Fortschreiten der Flutwelle im Adriatischen Meere. (Mit 1 Tafel und 1 Karte.) . . . . . K 1·95 — M 1·95

Tumlirz O., Ein neuer physikalischer Beweis für die Achsendrehung der Erde. (Mit 10 Textfiguren.) . . . . . K 0·90 — M 0·90

Wagner A., Untersuchung der Wolkenelemente auf dem Hohen Sonnblick (3106 *m*). (Mit 2 Textfiguren.) . . . . . K 0·60 — M 0·60

Waßmuth A., Über die Wahl der »kanonischen Verteilung« von Systemen in der statistischen Mechanik. . . . . K 0·30 — M 0·30

Wellik A., Über das radioaktive Verhalten des Wassers von Graz und seiner Umgebung. K 1·— — M 1·—

Aus den Denkschriften 84. Bd. (1909).

Hanzlik St., Die räumliche Verteilung der meteorologischen Elemente in den Antizyklonen. (Mit 4 Tafeln und 8 Textfiguren.) . . . . . K 8·40 — M 8·40

Kerner v. Marilaun F., Untersuchungen über die Veränderlichkeit der jährlichen Niederschlagsperiode im Gebiete zwischen der Donau und nördlichen Adria. K 4·30 — M 4·30

Aus den Sitzungsberichten, 118. Bd. (1909).

Benndorf H., Beiträge zur Kenntnis der atmosphärischen Elektrizität XXXIII. Zur Theorie luftelektrischer Registrierungen I. . . . . K 0·95 — M 0·95

Brommer A., Beiträge zur Kenntnis der atmosphärischen Elektrizität XXXII. Das atmosphärische Potentialgefälle in Triest nach den Beobachtungen von November 1902 bis März 1905. (Mit 4 Textfiguren.) . . . . . K 2·15 — M 2·15

Defant A., Berg- und Talwinde in Südtirol. (Mit 9 Textfiguren.) . . . . K 1·80 — M 1·80

Eder J. M. und **Valenta E.**, Wellenlängenmessungen im roten Bezirke der Funkenspektren. K 0·50 — M 0·50

— — Wellenlängenmessungen im sichtbaren Bezirke der Funkenspektren. (Zweiter Teil.) . . . . . K 0·70 — M 0·70

Ehrenhaft F., Eine Methode zur Bestimmung des elektrischen Elementarquantums. (I. Mitteilung.) . . . . . K 0·35 — M 0·35

Exner F. M., Zur Theorie der Tageshelle. . . . . K 0·70 — M 0·70

Federhofer K., Zur Festigkeit radial belasteter Kreisbogen. (Mit 8 Textfiguren.) K 1·— — M 1·—

Frank Ph., Die Stellung des Relativitätsprinzips im System der Mechanik und der Elektrodynamik. . . . . K 1·95 — M 1·95

Geitler J., v., Über die Erzeugung von Gleichstrom durch rein periodische elektromotorische Kräfte. (Mit 11 Textfiguren.) . . . . . K 0·90 — M 0·90

Gold E., Der tägliche Gang der Temperatur in 1 und 2 *km* Höhe in der freien Atmosphäre. K 0·90 — M 0·90

Hann J., Zur Meteorologie von Peru. . . . . K 2·45 — M 2·45

Jäger G., Über eine elektrische Spannungsreihe im Lichtbogen. . . . . K 0·30 — M 0·30

Kohlrausch K. W. F., Beiträge zur Kenntnis der atmosphärischen Elektrizität XXX. Luftelektrische Messungen auf hoher See und in subtropischem Klima. (Mit 5 Textfiguren.) . . . . . K 1·50 — M 1·50

Lampa A., Über Absorption und Brechung des Lichtes in kolloidalen Metallösungen, speziell in kolloidalen Goldlösungen . . . . . K 0·55 — M 0·55

Lechner A., Über Schallgeschwindigkeit in Gasen und Dämpfen . . . . K 0·40 — M 0·40

Lerch F., v. und **Wartburg E., v.**, Über das Thorium *D*. (Mit 2 Textfiguren.) K 0·60 — M 0·60

Meißner F., Über die Abhängigkeit der Torsionselastizität einiger Metalle von der Temperatur. (Mit 7 Textfiguren.) . . . . . K 1·— — M 1·—

Przibram K., Über die Beeinflussung der Ionenbeweglichkeit in Luft durch Dämpfe. (Mit 2 Textfiguren.) . . . . . K 1·05 — M 1·05

— Über die Beweglichkeit der Ionen in Dämpfen und ihre Beziehung zur Kondensation. (II. Mitteilung.) (Mit 5 Textfiguren.) . . . . . K 1·10 — M 1·10

Salpeter J., Beiträge zur Kenntnis der atmosphärischen Elektrizität XXXIV. Über den Einfluß des Erdfeldes auf die Verteilung der Radiuminduktion in der Atmosphäre und auf der Erdoberfläche. . . . . K 0·35 — M 0·35

Schillinger R., Die Funkenspektren des Kaliums und Natriums. . . . . K 0·70 — M 0·70

Schmidt W., Eine unmittelbare Bestimmung der Fallgeschwindigkeit von Regentropfen. (Mit 2 Textfiguren.) . . . . . K 0·35 — M 0·35

— Studien zum nächtlichen Temperaturgang. (Mit 2 Textfiguren.) . K 0·90 — M 0·90

— Zur Beobachtung und Analyse rascher Luftdruckschwankungen. I. Der Variograph, ein Instrument zur Registrierung der Änderungsgeschwindigkeit des Luftdruckes. (Mit 2 Textfiguren.) . . . . . K 0·55 — M 0·55

Schweidler E., v., Beiträge zur Kenntnis der atmosphärischen Elektrizität XXXI. Luftelektrische Messungen an Alpenseen in den Sommern 1907 und 1908. K 0·30 — M 0·30

Sirk H., Versuche über die kathodische Ausfällung der Thoriuminduktion aus ihren salzsauren Lösungen. . . . . K 0·35 — M 0·35

Trabert W., Der Zusammenhang zwischen den Temperaturverhältnissen der Atmosphäre und dem Druck an der Erdoberfläche. (Mit 1 Textfigur.) . . . . . K 0·45 — M 0·45

— Die Ursache der vertikalen Bewegungen in der Atmosphäre. (Mit 4 Textfiguren.) K 0·70 — M 0·70

— Versuch einer Bestimmung der Geschwindigkeit der absteigenden Luftbewegungen. (Mit 2 Textfiguren.) . . . . . K 0·70 — M 0·70

Tumlirz O., Die Zustandsgleichung der Flüssigkeiten bei hohem Drucke. K 1·10 — M 1·10

Vujević P., Die Temperaturverhältnisse der untersten Luftschichten. (Mit 9 Textfiguren.) K 1·40 — M 1·40

Wagner A., Beiträge zur Kenntnis der atmosphärischen Elektrizität XXXV. Luftelektrische Beobachtungen zu Kalocsa. (Mit 8 Textfiguren.) . . . . . K 1·35 — M 1·35