Informationsblätter zur Fortbildung von Lehrern an Höheren Schulen

Wissenschaftliche Nachrichten

Gewidmet von der ZENTRALSPARKASSE DER GEMEINDE WIEN

Nr. 3 - September 1963

Inhalt:

Die Entwicklungsphasen der Geometrie

Der Lehrer wird mitunter von seiten der Schüler mit der Frage nach der Art der Weiterführung des eben durchgenommenen Teilgebietes der Mathematik konfrontiert. Die vom Fragesteller erwartete Antwort wird in der Richtung größerer Schwierigkeit und komplizierterer Problematik gesucht. Da dem jedoch keineswegs so ist, tut man gut daran, in einer Überschau das Gebiet der Geometrie, das sich hiefür besonders eignet, unter diesem Gesichtspunkt zu untersuchen, wobei jedoch der Hauptakzent auf die jüngere Vergangenheit gelegt werden soll.

Zur Illustration des Gesagten betrachte man die analytische Geometrie und die Algebra. In der Analytik der Ebene folgt auf die Besprechung von Punkt, Gerade und Kegelschnitten nicht in erster Linie die Behandlung der Kurven 3., 4. und höheren Grades, es werden vielmehr dieselben Grundgebilde unter Berücksichtigung neuer Gesichtspunkte behandelt. Die neuen Aspekte sind: Projektivität, Dualitätsprinzip usf. Auch in der Theorie der algebraischen Gleichungen schreitet man nicht mit dem Grade unbegrenzt fort — dieser Weg ist aus bekannten inneren Gründen verbaut —, sondern es wird in die Struktur der Gleichungen durch Verwendung des Gruppenbegriffes, der algebraischen Zahlkörper u. a. eingedrungen.

Die Entwicklung der Mathematik vollzieht sich eben vorwiegend in Form unerwarteter Vorstöße der Spitzentrupps der Forschung in ganz neue, von ihnen geschaffene oder entdeckte Begriffsbezirke, ungeachtet der von früheren Vorstößen noch verbliebenen ungelösten Probleme. Die Bewältigung der letzteren bleibt den Epigonen vorbehalten, deren selbstredend ebenfalls äußerst wertvolle Arbeit mehr in die Breite statt in die Tiefe geht.

In der Geometrie lassen sich die auf die Hauptschübe der Entwicklung folgenden Perioden etwa so kennzeichnen:

1. Konstruktive Geometrie
2. Einführung algebraischer Methoden
3. Axiomatik und variierte Axionsysteme
4. Aufhebung der Dimensionseinschränkungen
5. Verallgemeinerung der geometrischen Objekte in der mengentheoretischen Geometrie
6. Der abstrakte Raum.

1. Die konstruktive Geometrie. Viele Jahrhunderte lang beherrschte die Konstruktion das Feld. Sie durchdrang die gesamte Mathematik und wurde auch zur geometrischen Lösung arithmetischer Probleme wie z. B. zur Lösung von quadratischen Gleichungen herangezogen. Die Arithmetik befand sich im Hintertreffen, solange das Positionssystem und die formalen Methoden der Algebra nicht bekannt waren.

Die konstruktive Geometrie stieß gar bald auf Fragen, denen sie nicht gewachsen war. Schon Euklid sah sich gezwungen, die Parallelenaussage als Axiom seinem System einzufügen, weil kein Beweis des vermeintlichen Satzes gefunden werden konnte. Er tat dies als ehrlicher Wissenschaftler, obwohl er (und mit ihm die bedeutendsten Mathematiker bis zum Beginn des 19. Jahrhunderts) von der Beweisbarkeit der Aussage überzeugt war. Die nächsten Schwierigkeiten betrafen die klassischen Probleme der Trisektion des Winkels, der Quadratur und Rektifikation des Kreises, der Würfelverdopplung. Den verbissenen Anstrengungen zur Lösung dieser Fragen blieb der Erfolg versagt. Andererseits wird schon in der Antike eine reiche Fülle von Sätzen in unermüdlicher Forscherarbeit zusammengetragen, welche die Grundlage der weiteren Fortschritte bildet. Höchst bedeutsam ist auch die Entdeckung, daß es inkommensurable Strecken gibt, da sich hier die erste Begegnung mit dem Irrationalen ereignet.

2. Algebraische Methoden in der Geometrie. Hatte früher die Arithmetik zahlreiche Impulse von der Geometrie empfangen, so sollte sich dies im 17. Jahrhundert grundlegend ändern. Die Einführung der Koordinatengeometrie durch P. Fermat und R. Descartes kehrte die Situation um, da auf algebraischem Gebiet bereits ein namhaftes Wissen zur Verfügung stand. Man war nunmehr in der Lage, Kurven zu untersuchen, an die man vorher nicht zu denken gewagt hatte oder die überhaupt unbekannt gewesen waren. Die Erfindung der Infinitesimalrechnung steigerte die Reichweite der neuen Methode enorm, aus dem Grenzbegriff erwuchs die Differentialgeometrie. Einer ihrer größten Triumphe war der Gaußsche Satz von der Biegungsinvarianz des Krümmungsmaßes, was schon in der Benennung als „Theorema egregium" durch seinen Entdecker zum Ausdruck kommt. Durch den Satz war außerdem das Problem der längentreuen Abbildung einer Fläche auf eine Ebene geklärt und zur Theorie der Kartenprojektionen ein fundamentaler Beitrag geleistet worden.

Neue Einsichten vermittelte auch der Übergang zu projektiven und homogenen Koordinaten, die Ausnahmestellung der Fernelemente wurde beseitigt. Das Dualitätsprinzip lieferte mehr als eine willkommene Beweishilfe, weil in ihm die strukturelle Symmetrie gewisser Gebilde ihren Ausdruck findet. Obwohl der konstruktive Zugang zur projektiven Geometrie sehr gangbar ist (man denke etwa an die konstruktive Behandlung komplexer Punkte und Geraden als Doppelelemente elliptischer Involutionen!), hat die algebraische Behandlung derselben ebenfalls ihre großen Vorteile. Plückers baryzentrischer Kalkül findet in Form baryzentrischer Koordinaten noch heute verbreitete Anwendung in der kombinatorischen Topologie.

Daß bei manchen Untersuchungen der Analytik das ursprünglich im Vordergrund stehende Interesse an der Kurve völlig zurücktritt, zeigt die Lehre von den Transformationen, bei der sich dieses den Invarianten der Abbildung zuwendet. Die Auffassung der metrischen, affinen, projektiven und anderen Geometrien als Invariantentheorien der betreffenden Substitutionsgruppen wurde ausdrücklich durch Felix Klein im Erlanger Programm festgelegt. Damit war ein hohes Ordnungsprinzip gewonnen, das eine wesensgemäße Klassifikation der geometrischen Teildisziplinen gestattet und deren gemeinsame Züge von einem übergeordneten Standpunkt aus erkennbar macht.

Die wachsende Einsicht in den Bau der Gleichungen in Verbindung mit der analytischen Geometrie führte zur Erklärung des Mißlingens der Konstruktionsversuche (mit Zirkel und Lineal), welche seit über 2000 Jahren im Zusammenhang mit den in 1) angeführten Problemen angestellt wurden. Die neuen Begriffe des Zahlkörpers und der Gruppe lieferten die Bedingungen, welche über die Konstruierbarkeit mit vorgegebenen Hilfsmitteln entscheiden. Der Nachweis der Transzendenz von e und π bildete einen gewissen Abschluß in dieser Richtung, die schon C. F. Gauß mit der Konstruktion des regelmäßigen 17-Eckes eingeschlagen hatte.

Die Einführung von Vektoren und Tensoren ermöglichte die Wahl einer Schreibweise, in der der invariante Charakter bestimmter Sachverhalte unmittelbar zum Ausdruck kam, welche aber auch durch die verkürzte Darstellungsart außerordentlich an Handlichkeit gewann.

3. Axiomatik und variierte Axiomensysteme. Neben dem Ausbau der Geometrie durch Heranziehung algebraischer Methoden beschäftigte man sich auch intensiv mit ihren Wurzeln. Seitdem Euklid in moderner Weise die Reduktion aller geometrischen Theoreme auf ein Minimalsystem unbeweisbarer Grundaussagen in Angriff genommen hatte, bildeten die Untersuchungen über das Parallelenaxiom den Gegenstand verbissener Bemühungen. Obwohl ihnen jeglicher Erfolg versagt blieb, vertieften sie das Wissen um die logischen Beziehungen zwischen verschiedenen Lehrsätzen ungemein. Man erkannte u. a. die Äquivalenz des Parallelenaxioms mit dem Satz von der Winkelsumme im Dreieck, Legendre zeigte, daß die Winkelsumme in jedem Dreieck 180° sein muß, wenn sie in einem einzigen so groß ist usw. Die konstruktive Geometrie war auf ein Problem gestoßen, bei dessen Behandlung die konstruktive Betätigung nur mehr Zubringerdienste leistete, die Zielsetzung hingegen in der Erforschung der logischen Grundlagen bestand. Der „Ernst des Lebens" hatte sozusagen die spielerische Freude am Konstruieren abgelöst und die Geometrie in engste Verbindung mit den erkenntnistheoretischen Fragen über den Raum gebracht, auf welche so bedeutende Philosophen wie I. Kant ihren Scharfsinn verwendeten.

Eine der ganz großen Stunden der Geistesgeschichte der Menschheit war angebrochen, als zum ersten Male ernstlich in Erwägung gezogen wurde, daß es sich beim Parallelenaxiom wirklich um ein Axiom und nicht um einen ableitbaren Satz — wovon man bis dahin felsenfest überzeugt war — handeln könnte. Bolyai, Lobatschewski und Gauß teilen den Ruhm, sich von einer alteingewurzelten Voreingenommenheit befreit und damit einen Schritt getan zu haben, dessen Bedeutung der der Kopernikanischen Wende gleichzuhalten ist. Freilich bedurfte es noch einiger Jahrzehnte, ehe dem hypothetischen Lehrgebäude einer hyperbolischen, also Nichteuklidischen Geometrie durch die Modelle von F. Klein oder H. Poincaré ein Platz in der Welt des Realen zugewiesen wurde. Seither ist die Axiomatik der Geometrie zu einem ausgedehnten Wissenszweig angewachsen, zu dessen Ausbau vor allem D. Hilbert in unvergleichlicher Weise beitrug.

Selbstredend blieb es nicht bei der Abänderung des Parallelenaxioms, man variierte auch die übrigen Grundaussagen und fand eine Fülle von Geometrien, deren Bezeichnung zumeist die Art der Abänderung verrät. Neben den hyperbolischen und elliptischen Geometrien untersuchte man auch Nichtpascalsche, Nichtdesarguessche, Nichtarchimedische, Nichtpythagoräische Geometrien und grenzte die Reichweite der einzelnen Axiome gegeneinander ab, indem man feststellte, welche Sätze mit dem Ausfall dieses oder jenes Axioms ihre Gültigkeit verloren. Hilberts „Grundlagen der Geometrie" geben über die axiomatischen Fragen umfassend Auskunft.

Nicht unerwähnt soll die Wahrscheinlichkeitsgeometrie bleiben, über welche vor 2 Jahren durch K. Menger in der Wiener mathematischen Gesellschaft referiert wurde. Es handelt sich nämlich dabei um eine Geometrie, die im Kleinen Nichteuklidisch ist!

4. n-dimensionale Geometrie. Der Schritt zu höheren Dimensionszahlen ging ziemlich geräuschlos vonstatten und lag deshalb sehr nahe, weil nicht einzusehen ist, weshalb Gleichungen mit mehr als 3 Variablen keine Interpretation im Sinne einer analytischen Geometrie analog der ebenen und räumlichen finden sollten. Wie so oft erstand auch hier in der Person B. Riemanns ein Genie, das in der mit seinem Namen verbundenen Geometrie vom Besonderen zum Allgemeinen fortschritt und die theoretischen Voraussetzungen schuf, die der allgemeinen Relativitätstheorie mathematisch den Weg ebneten. In seinem Habilitationsvortrag „Über die Hypothesen, die der Geometrie zugrunde liegen" stellte er ahnungsvoll die Frage, wodurch eigentlich die Art der tatsächlich geltenden Geometrie festgelegt würde. Er vermutete, daß „bindende Kräfte", also die physikalische Beschaffenheit der Welt für die metrischen Verhältnisse maßgebend seien. Einige Jahrzehnte später findet sich in A. Einstein der Mann, welcher die großartige Brücke zwischen physikalischer und geometrischer Wirklichkeit schlägt.

Der Fortschritt, der durch Zulassung beliebiger endlicher Dimensionszahlen erzielt wurde, beschränkte sich aber nicht auf amüsante qualitative Schilderungen der geometrischen Verhältnisse im R_4, sondern zwang zur sinngemäßen Fortsetzung der im R_2 und R_3 verwendeten Begriffe. So war zur Kennzeichnung der Krümmungseigenschaften die Einführung des Riemann-Christoffelschen Krümmungstensors nötig, während man bei Flächen mit zwei Größen, der mittleren Krümmung H und dem Gaußschen Krümmungsmaß K das Auslangen findet.

Bei der Untersuchung mehrdimensionaler Polyeder, d. i. in der kombinatorischen Topologie, erwies sich die analytische Methode als weniger wirksam. Man ging daher zu einer anderen Betrachtungsweise über, welche kräftigen Gebrauch von Gruppentheorie und Mengenlehre, den mächtig aufblühenden neuen Zweigen der Mathematik, machte. Wenn man homöomorphe geometrische Gebilde (d. s. Gebilde, welche durch eine stetige und eineindeutige Abbildung — man sagt kürzer: durch eine topologische Abbildung — in einander übergeführt werden können) zu einer Klasse zusammenfaßt, können die topologischen Invarianten ermittelt werden. Dies sind die Invarianten der allgemeinsten Transformationsgruppe im Sinne des Erlanger Programms und umfassen alles, was sich bei willkürlichen stetigen Deformationen eines bestimmten Gebildes nicht ändert. Zu ihnen gehört vor allem die Dimensionszahl des Gebildes, wie man in langwierigen und mühevollen Untersuchungen festgestellt hatte. Um diesen Beweis zu führen, mußte vorher der Dimensionsbegriff vollständig geklärt werden. Diese Aufgabe fiel einem umfangreichen Teilgebiet der Mengenlehre zu: der Dimensionstheorie.

Die Theorie der n-dimensionalen Polyeder erfuhr durch die Einführung der Homologieklassen und der damit eng zusammenhängenden Bettischen Gruppen weiteren Auftrieb. Leider lassen sich diese Begriffe nicht in wenigen Sätzen erklären. Die Bettische Gruppe eines Polyeders ist seine wichtigste topologische Invariante, denn homöomorphe Polyeder besitzen isomorphe Bettische Gruppen. Mit ihrer Hilfe gelang beispielsweise die Verallgemeinerung der Eulerschen Polyederformel für beliebige Dimensionszahlen.

Die Entwicklung blieb nicht bei endlichdimensionalen Räumen stehen, sondern bemächtigte sich auch solcher mit — zunächst abzählbar — unendlich vielen Dimensionen. Dies geschah nicht nur aus dem aller Mathematik eigenen Streben nach Verallgemeinerung sondern entsprang ebenso dem dringenden Bedürfnis völlig andersartiger Aufgaben. Die Fredholmsche Methode zur Lösung von Integralgleichungen reduzierte das Problem auf die Behandlung von unendlich vielen linearen Gleichungen. Bei der Darstellung einer Funktion durch die Funktionen eines Orthogonalsystems benützt man die einfache Deutung der darstellbaren Funktionen als Punkte in einem Hilbertschen Raum. Am gebieterischsten erforderte jedoch die Quantenmechanik eine umfassende Theorie des Hilbertschen Raumes. Und zwar war es das Problem der Hauptachsentransformation, das gelöst werden mußte, wenn man die aus unendlich vielen Reihen aufgebaute Matrix einer bestimmten physikalischen Größe in einem bestimmten Zustand auf Diagonalform transformieren will. Außerordentlich scharfsinnige Überlegungen haben Klarheit geschaffen und die Geometrie des Hilbertschen Raumes weitgehend erforscht.

5. Die mengentheoretische Geometrie. Die Mengenlehre ist aus der modernen Mathematik nicht mehr wegzudenken und hat besonders der Geometrie ihre Züge aufgedrückt. Dem Bedürfnis nach logischer Strenge, das sich nach der stürmischen Entfaltung der Infinitesimalrechnung immer drängender geltend machte, wurde durch die Arbeiten, welche mit den Namen Cauchy, Bolzano, Dedekind, Weierstraß verknüpft sind, in hervorragender Weise Rechnung getragen. Das Ergebnis war die präzise Fassung des Grenzbegriffes, die Elimination der Anschauung als Beweismethode und das Mißtrauen gegen alles, was sich unter dem Deckmantel der Selbstverständlichkeit verbirgt. Dadurch war der von G. Cantor begründeten Mengenlehre der Weg geebnet. In der Geometrie bewirkte sie eine noch stärkere Erweiterung des Bereichs der einer Untersuchung fähigen und würdigen Objekte, als dies 250 Jahre früher beim Aufkommen der analytischen Geometrie der Fall gewesen war. Die Erweiterung war sogar eine vollständige, weil keine geometrischen Gebilde mehr denkbar waren, die von der Mengenlehre nicht erfaßt werden könnten.

Man fand die von Kochsche Kurve, die sich trotz ihrer Stetigkeit der zeichnerischen Darstellung entzieht; die Peanosche „Kurve“, die alle Punkte eines Quadrates enthält und die Dimensionsfrage durch diese Eigenschaft in eine kritische Lage brachte; das Cantorsche Diskontinuum, mit dessen Hilfe der Sierpinskische Teppich konstruiert wird, der eine Kurve ist, welche als Teilmengen die topologischen Bilder sämtlicher denkbaren Kurven enthält! Brouwer entdeckte, daß drei und mehr einfach zusammenhängende Gebiete einen gemeinsamen Rand besitzen können, d. h. daß jeder Punkt der Berandung gleichzeitig dem Rand jedes einzelnen Gebietes angehört. Der Japaner Yoneyama konstruierte diese Gebiete, indem er in Gedanken in eine Meeresinsel mit einem kalten und einem warmen Süßwassersee ein immer dichteres Netz von 3 getrennten Kanälen stechen ließ, welche Salzwasser bzw. kaltes und warmes Süßwasser führen. Bei unbegrenzter Verfeinerung des Kanalsystems bilden die verbleibenden Inselpunkte die gemeinsame Randmenge der drei von verschiedenartigem Wasser erfüllten Gebiete.

Natürlich versuchte man auch die Begriffe Maß und Inhalt auf beliebige Punktmengen auszudehnen, stieß aber bald auf recht merkwürdige Tatsachen. Die Erweiterung des Integralbegriffes vom Riemannschen zum Stieltjesschen und Lebesgueschen Integral erforderte eigehende maßtheoretische Studien. Man entdeckte Mengen, bei denen inneres und äußeres Maß verschieden sind und einer der verblüffendsten Sätze der Mathematik wurde von Banach und Hausdorff bewiesen. Es handelt sich um die Behauptung, daß eine Kugel derart in drei paarweise punktfremde und kongruente Teilmengen A, B, C zerlegt werden kann, so daß außerdem auch A mit der Vereinigungsmenge von B und C kongruent ist. Damit wurde die Einführung einer strengen Maßbestimmung schon bei zweidimensionalen Bereichen nicht mehr unbeschränkt durchführbar, weil bei der angedeuteten Zerlegung die Additivität des Maßes verletzt wird. Es ist eine wichtige Aufgabe der mathematischen Erziehung zu erreichen, daß solche Aussagen vom Hörer nicht mehr als Teile einer „pathologischen“ Mathematik empfunden werden. Die Zumutung zu glauben, der Mond könne durch geeignetes Zerschneiden und nachheriges verkantetes Zusammensetzen in einem Tennisball untergebracht werden, bedarf tatsächlich einiger psychologischer Vorbereitung.

Die Dimensionstheorie klärte allmählich die brennendsten Fragen und war schließlich in der Lage, die Dimensionszahl einer Punktmenge befriedigend — sogar auf mehrere Arten — zu definieren. Eine vielverwendete dieser Definitionen ist die sogenannte „Pflasterdimension“, die mit der Überdeckungsordnung zusammenhängt. Damit ist folgendes gemeint. Überdeckt man eine gegebene Menge M vollständig durch offene (oder abgeschlossene) Mengen, so werden etliche Punkte von M mehreren der abdeckenden Mengen angehören, etliche nur einer einzigen. Die Maximalzahl von abdeckenden Mengen einer bestimmten Überdeckung Ü, denen ein Punkt angehört, sei $N_{ü}$. Bei günstiger Wahl der Abdeckmengen (z. B. lückenlos nebeneinander gelegte Dreiecke falls M 2-dimensional ist) und unbegrenzter Verfeinerung der Überdeckung wird $N_{ü}$ auf einen kleinsten Wert N hinuntergedrückt, der durch keine weitere Maßnahme gesenkt werden kann. N-1 ist dann die Dimension von M. In der Ebene ist $N=3$.

Die Dimensionstheorie zeitigte noch andere interessante Ergebnisse von weitreichender Bedeutung, unter denen der Einbettungssatz eine besondere Erwähnung verdient. Danach besitzt jede n-dimensionale Menge ein topologisches Bild im $(2n+1)$-dimensionalen Euklidischen Raum. Für $n=1$ bedeutet dies, daß alle topologisch interessannten Eigenschaften von Kurven durch Untersuchung der Raumkurven des Euklidischen R_3 offenbar werden. Die Zulässigkeit stetiger Deformationen gestattet diese außerordentliche Einschränkung der Forschungsobjekte. Fragen ähnlicher Art gehören zur mengentheoretischen Topologie im Gegensatz zur kombinatorischen Topologie, welche lediglich Polyeder (auch mit gekrümmten Seiten!) behandelt.

Obwohl das Maß einer mehrdimensionalen Menge nicht immer existiert, gestatten spezielle Mengen wie Polyeder die Anwendung dieses Begriffes. Erst im Hilbertschen Raum stößt die Volumsbestimmung sogar bei Polyedern auf Schwierigkeiten. Es zeigt sich nämlich, daß jeder Körper von endlichem Durchmesser das Volumen Null besitzt. Es hat unter diesen Umständen wenig Zweck, vom Volumen im üblichen Sinne zu sprechen. Führt man jedoch Nichtarchimedische Zahlen ein, so erlangt der Volumsbegriff eines unendlichdimensionalen Körpers wieder mathematische Bedeutung. Von nichtarchimedischen Zahlen wird gesprochen, wenn unter ihnen zwei Zahlen a, b existieren, von denen die eine — etwa a — beliebig oft zu sich selbst addiert werden kann, ohne daß jemals eines dieser Vielfachen die andere Zahl b überträfe. Die Ungleichung $n \cdot a > b$ besitzt also keine Lösung, bei der n eine natürliche Zahl ist. Zur quantitativen Festlegung der Ordnung des Unendlichwerdens eines Polynoms ist beispielsweise die Benützung Nichtarchimedischer Zahlen unumgänglich.

Nach all dem Gesagten muß zugegeben werden, daß die Mengenlehre in der Geometrie eine Periode großartigen Wachstums einleitete.

6. Die Abstraktion in der Geometrie. Eines der hervorstechendsten Merkmale der modernen Mathematik ist der Zug zur Abstraktion. Diese Entwicklungstendenz setzte ein, als sich herausstellte, daß mitunter verschiedenartige Gebiete eine identische logische Struktur besitzen. So sind Funktionentheorie, ebene Potentialtheorie und konforme Abbildung Übersetzungen desselben logischen Sachverhaltes in die Sprachen unterschiedlicher Interpretationen. Ebenso lassen sich die Verhaltensweisen von linearen Gleichungen, Vektoren, linearen Abbildungen usw. einheitlich durch Matrizen beschreiben, in deren Beziehungen der den erstgenannten Gebieten gemeinsame logische Wesenskern seinen Ausdruck findet. Mit der Einführung der Gruppentheorie hatte sich die abstrakte Methode endgültig in der Mathematik eingebürgert.

Die Behandlung der abstrakten mathematischen Strukturen an Stelle der konkreten Realisierungen derselben, bietet den großen Vorteil, daß die Herleitung einer Relation im abstrakten System genügt, um sie — in der Ausdrucksweise des speziellen Falles — auf jedes isomorphe Modell ohne weiteres zu übertragen. Ein abstrakter Kalkül erfaßt die gesamte Klasse der ihm logisch äquivalenten Modelle. Das ist von großem Vorteil und reduziert die Beweisnotwendigkeiten erheblich. In diesem Zusammenhang darf die von E. Schrödinger nachgewiesene mathematische Äquivalenz der Quanten- und Wellenmechanik nicht unerwähnt bleiben.

Diese Entwicklungstendenz erfaßte auch die Geometrie und machte die Frage, unter welchen Bedingungen eine Menge R als „Raum" anzusprechen sei, aktuell. Da dem Abstand von Punkten in der Geometrie des Anschauungsraumes eine fundamentale Rolle zufällt, bezeichnet man die Menge R als metrischen Raum, wenn für ihre Elemente eine Abstandsdefinition vorliegt, welche den drei metrischen Axiomen genügt. D. h. es muß eine Funktion d (x, y) existieren, welche je zwei Elementen x, y von R eine positive reelle Zahl d zuordnet und folgende Eigenschaften aufweist:

1) $d(x, y)=0$ genau dann, wenn $x=y$, sonst $d(x, y)>0$;
2) $d(x, y)=d(y, x)$;
3) $d(x, y)+d(y, z)\geqslant d(x, z)$ (Dreiecksungleichung).

Nebenbei sei bemerkt, daß sich jeder Menge auf triviale Weise eine metrische Struktur aufprägen läßt. Dazu genügt es d (x, y) gleich eins oder Null zu wählen, je nachdem x und y verschieden oder gleich sind. Diese Metrik besitzt aber keinerlei mathematische Bedeutung.

Von höchstem Interesse sind hingegen die zahllosen „Räume" mit nichttrivialer Metrik, die durch die abstrakte Betrachtungsweise mit einem Schlage zum Gegenstand geometrischer Untersuchungen werden. Zu ihnen gehören vor allem die sogenannten Funktionenräume, deren Elemente (=Punkte) Funktionen einer bestimmten Art sind — etwa die im Intervall [0,1] stetigen oder beschränkten Funktionen. Die Abstandsdefinition ist vielfältig, z. B.

$d(f, g)=\sup|f(x)-g(x)|$ für $0\leqslant x\leqslant 1$,

worin die Funktionen f (x), g (x) als „Punkte" f, g des betrachteten Funktionenraumes aufzufassen sind. Häufig handelt es sich dabei um Räume mit überabzählbar unendlich vielen Dimensionen.

Man darf nicht in den Fehler verfallen, derartige Konstruktionen für Ausgeburten einer überspitzten Phantasie zu halten, weil die praktische Anwendung bis in die technische Mechanik reicht und in der Quantenmechanik unentbehrlich ist. Ganz abgesehen davon ist ihr Wert für die Erbringung von Existenzbeweisen auf vielen weit auseinanderliegenden Gebieten, z. B. dem der Differentialgleichungen, unschätzbar.

Die metrischen Räume sind aber noch nicht die allgemeinsten Räume, denen die Wissenschaft ihre Aufmerksamkeit widmet. Es besteht nämlich die Möglichkeit, durch Einführung eines Umgebungsbegriffes auf die Metrik zu verzichten. Zu diesem Zweck müssen zunächst gewisse ausgezeichnete Teilmengen von R als Umgebungen der Punkte von R erklärt werden. Diese Teilmengen müssen ferner die Hausdorffschen Umgebungsaxiome erfüllen:

1) Jeder Punkt gehört jeder eigenen Umgebung an;
2) wenn eine Teilmenge V von R eine Umgebung des Punktes p enthält, so liegt V auch ganz in einer (anderen) Umgebung von p;
3) der Durchschnitt zweier Umgebungen von p ist wieder Umgebung von p;
4) zu jeder Umgebung U existiert eine andere Umgebung V, so daß U gleichzeitig für alle Punkte von V Umgebung ist.

Ist dieses Programm durchgeführt, so hat man über der Menge R eine topologische Struktur erklärt, R heißt dann ein topologischer Raum. Jeder metrische Raum ist ein topologischer Raum, denn die offenen „Kugeln" um die Punkte von R erfüllen alle Umgebungsaxiome und dürfen daher als Umgebungen eingeführt werden. (Als offene Kugel um den Punkt p gilt die Menge aller Punkte von R, deren Abstand von p kleiner [nicht gleich!] als eine gegebene positive reelle Zahl ist.)

Die umgekehrte Behauptung wäre falsch. Es zeigt sich nämlich, daß nicht jeder topologische Raum metrisierbar ist. Ein topologischer Raum heißt metrisierbar, wenn man eine Abstandsdefinition so einführen kann, daß jede Umgebung eines Punktes p eine offene Kugel um p enthält.

Die Suche nach einem Kriterium zur Entscheidung über die Metrisierbarkeit war nicht vergeblich. 1950/51 fanden Y. Smirnov, J. Nagata und R. H. Bing unabhängig voneinander den Metrisationssatz, der die notwendigen und hinreichenden Bedingungen für die Metrisierbarkeit nennt.

Die Klasse der metrischen Räume ist nicht die einzige abstrakte Spezialisierung der topologischen Räume. Je nach dem Umfang der geltenden Trennungsaxiome unterscheidet man Hausdorffsche, reguläre und normale Räume. In den ersteren besitzen zwei verschiedene Punkte stets punktfremde Umgebungen. Bei den regulären Räumen existieren disjunkte Umgebungen auch für eine beliebige abgeschlossene Menge und einen nicht in ihr liegenden Punkt. In den normalen Räumen gilt dies sogar für je zwei abgeschlossene punktfremde Teilmengen von R.

Andere zusätzliche abstrakte Eigenschaften eines Raumes sind Kompaktheit und Separabilität. In kompakten Räumen hat jede unendliche Teilmenge mindestens einen Häufungspunkt. Separable Räume enthalten eine abzählbare dichte Teilmenge.

Man sieht: Nicht mehr die Gleichungen und Eigenschaften spezieller Kurven oder Flächen sind die primären Objekte der abstrakten Geometrie, sondern die Räume selbst und ihre wechselseitigen Beziehungen. Besonders eingehend sind die linearen Abbildungen untersucht, die selbst wieder als Raum aufgefaßt werden können. Wird jedem Element eines Raumes eine reelle Zahl zugeordnet, so spricht man von einem Funktional.

Obwohl die Liste der neuartigen Begriffe der abstrakten Geometrie noch keineswegs erschöpft ist und manche geometrischen Aspekte überhaupt unerwähnt blieben (z. B. die Querverbindung zur Zahlentheorie in der derzeit in Wien in höchster Blüte stehenden Geometrie der Zahlen), dürften die gegebenen Hinweise ausreichen, um die Art zu kennzeichnen, in der die Geometrie zu immer tieferliegenden Einsichten vordringt. Da dieses Vordringen gelegentlich sogar fundamentale erkenntnistheoretische Probleme berührt, dürfte der philosophische und damit allgemeine Bildungswert dieser Wissenschaft und der gesamten mathematischen Naturwissenschaften eigentlich von niemand mehr bezweifelt werden und müßte auch in den eben in unserem Lande entstehenden neuen Lehrplänen angemessene Berücksichtigung finden.

Erzeugung und Messung niedrigster Drucke

Wer die mit der Physikertagung im Herbst 1961 verbundene Ausstellung physikalischer Geräte im Wiener Konzerthaus besuchte, konnte feststellen, daß Luftpumpen für die Erzeugung eines Druckes von 10^{-7} Torr und weniger bereits in Serienproduktion hergestellt werden. Die Anforderung an diese Geräte sind aber heute schon derart hoch (z. B. beim Studium von Adsorptionserscheinungen), daß man solche, an sich äußerst kleine Werte noch um etliche Größenordnungen zu unterbieten trachtet, was mit Hilfe von Diffusions- und Ionengetterpumpen, unterstützt durch Kühlung mit flüssigem H oder He wirklich gelingt. Alle diesbezüglichen Angaben besitzen aber nur dann Wert, wenn die Messung des Druckes mit der Evakuierungstechnik Schritt hält.

1. Evakuierung. Sie wurde am Anfang der Entwicklung von Kolbenluftpumpen besorgt, die aber infolge des schädlichen Raumes nur bis zu 1 Torr verdünnen. Etwas wirkungsvoller sind Kapselluftpumpen. Die Quecksilberluftpumpe, bei der das Quecksilber eine nahezu vollständige Abdichtung ermöglicht, ist die beste mechanische Pumpe. Mit ihr erreicht man 10^{-4} Torr und weniger. In der Gaedeschen Ausführung gelangt man sogar bis zu 10^{-6} Torr.

Gaede hat auch eine Molekularluftpumpe konstruiert. Ein rotierender Zylinder wird ziemlich eng von einer Hülse umschlossen, welche auf einer kurzen Strecke durchbrochen ist. Dieser Spalt stellt die Verbindung mit dem Rezipienten her. Bei rascher Drehung reißt der Zylinder Luft aus dem Spalt mit sich und entzieht sie dem Rezipienten. Die untere Druckgrenze für die Molekularluftpumpe ist 10^{-7} Torr.

Diffusionspumpen haben die Aufgabe, den Druck (nach ausreichender Vorverdünnung) mit Hilfe eines Gasstrahls von Hg oder hochsiedenden Ölen weiter zu vermindern. Der Dampf strömt von der siedenden Flüssigkeit zu einer Stelle der Vorrichtung, an der er unter Einwirkung von Kühlwasser wieder kondensiert und danach zum Flüssigkeitsdepot zurückfließt. Der Dampfstrahl passiert einen Diffusionsspalt, durch den das Gas aus dem Rezipienten in den Dampfstrahl diffundiert und bis zum Ort der Kondensation mitgerissen wird. Diffusionspumpen halten z. B. das Hochvakuum im Ringkanal eines Synchrotrons aufrecht und besitzen Saugleistungen von mehreren Litern/sek. Der erzielte Druck liegt unter 10^{-6} Torr.

Geringerer Druck wird von den Ionengetterpumpen erzeugt. In dem zu evakuierenden Gefäß befindet sich eine winzige Metallmenge — etwa Ba —, welche durch induktives Erhitzen zum Verdampfen gebracht wird. Bei der nachfolgenden Kondensation werden die Gasreste gebunden. Diese Art von Gettern gestattet leider nur eine einmalige Verwendung. Man hat daher eine wirksamere Modifikation derselben entwickelt. Zwischen einer Titankathode und einer Anode aus Edelstahl liegt eine Spannung von etwa 1000 Volt. Ein Magnetfeld, dessen Stärke bei einigen 100 Örsted liegt, bewirkt eine Glimmentladung. Sobald Ionen auf die Ti-Elektrode fallen, verdampft Ti und bindet Teile des Gases im Rezipienten. Der Ti-Verbrauch hält sich in bescheidenen Grenzen und gestattet oftmaligen Gebrauch zur Beseitigung fallweise eingedrungenen Gases. Gleichzeitig mißt der Ionenstrom den jeweils herrschenden Druck, da beide Größen proportional sind. Durch das Zusammenwirken von Diffusions- und Getterpumpen mit Kühlfallen, die flüssiges He oder flüssigen H benützen, kann der Druck bis zu 10^{-14} Torr gesenkt werden. Handelt es sich um die Partialdrucke der Komponenten von Gasgemischen, dann sinken die in Frage stehenden Drucke — so unglaublich das klingt — bis zu 10^{-16} Torr ab!

2. Druckmessung. Das große Problem ist die Messung derartiger minimaler Drucke. Es bedarf keiner Erläuterung, daß konventionelle Manometer bei solchen Aufgaben keine Chancen mehr haben. Wie so oft mußte auch hier die Elektronik in die Bresche springen und die Schwierigkeiten meistern.

Die Druckmessung im Gebiet von 10^{-7} Torr erfolgt seit langer Zeit mit Hilfe von Ionisationsmanometern. In diesen Geräten ist eine Glühkathode eingebaut, welche Elektronen emittiert. Während dem Flug zur Anode ionisieren sie jene Gasmoleküle, mit denen sie kollidieren. Die Gasionen fallen auf eine dritte Elektrode mit negativem Potential. Der Ionenstrom wird gemessen. Seine Stärke sinkt mit dem Gasdruck, weil die Kollisionswahrscheinlichkeit ihm proportional ist.

Bedauerlicherweise entstehen beim Auftreffen der Elektronen auf die Anode weiche Röntgenstrahlen, die ihrerseits im Ionenkollektor einen Photoeffekt auslösen, der zusätzlich Ionen produziert und bei sehr tiefem Druck zur Überdeckung der Meßanzeige führt und diese entwertet.

Seit über einem Jahrzehnt bemühte man sich mit Erfolg um die Verbesserung des Gerätes in folgenden Richtungen:

1. Die ursprünglich große Fläche der Elektroden wurde systematisch verkleinert, indem man sie allmählich zu einem Drahtstück reduzierte. Diese Verkleinerung der Flächen senkte die Wahrscheinlichkeit für die Bildung von Photoelektronen beträchtlich. Der Meßbereich erweiterte sich bis zu 10^{-11} Torr.
2. Durch Einschalten eines Magnetfeldes in Richtung der Gerätachse werden die Elektronenbahnen zu Schraubenlinien, die viel länger sind als die geradlinige Bahn bei fehlendem Magnetfeld. Dem längeren Weg im Gas entspricht eine größere Kollisionswahrscheinlichkeit, also ein stärkerer Ionenstrom. Statt jedoch den Ionenstrom ansteigen zu lassen, wird die Elektronenemission aus dem Glühdraht gedrosselt und die störende Röntgenbremsstrahlung geschwächt. Auf diese Weise erreichte J. M. Lafferty einigermaßen verläßliche Meßwerte bis zu 10^{-14} Torr.
3. Ausgezeichnet eignet sich namentlich für die Messung von Partialdrucken das Massenspektrometer. Mit ihm konnte jüngst von Th. A. Vanderslich ein Partialdruck von 10^{-16} Torr registriert werden. Die mittlere freie Weglänge der Molekeln bei diesem winzigen Druck und Zimmertemperatur ist von der Größenordnung des Durchmessers des Sonnensystems, zwischen aufeinanderfolgenden Zusammenstößen liegt eine Zeit von einigen Jahrzehnten.

Literatur: „Umschau i. W. u. T.", 15. 5. 63, Heft 10, S. 317.

Eine zweite Art Neutrinos

In der Wissenschaft geht es mitunter ähnlich zu wie beim Bergsteigen. Jahrzehntelang wird verbissen aber vergeblich um einen Berg gekämpft — der Mount Everest ist dafür ein Schulbeispiel —, kaum ist jedoch die erste Besteigung geglückt, folgen weitere auf dem Fuße.

Auch der Existenzbeweis für das Neutrino ließ mehr als 25 Jahre auf sich warten. Nur durch den Einsatz modernster und ausgeklügelter experimenteller Mittel gelang im Jahre 1956 Cowan und Reines das Kunststück. Damit war der Bann gebrochen, das Neutrino begann in der Fachliteratur einen immer breiteren Raum einzunehmen. Das ist keine Kleinigkeit, wenn man bedenkt, daß erst eine Bleiplatte, die etwa 100 Lichtjahre (!) dick ist, die Hälfte eines Neutrinostromes absorbieren würde.

Wir befinden uns also hinsichtlich dieses Teilchens im Zustande einer ersten Kontaktaufnahme. Dennoch erreicht uns die aufregende Nachricht, daß G. Danby eine zweite Neutrinoart entdeckt hat, über die er in Bd. 9, 1962, S. 36 der „Physical Review Letters" unter dem Titel „Observation of High Energy Neutrino Reactions and the Existence of 2 Kinds of Neutrinos" berichtet. Um Mißverständnisse zu vermeiden: Gemeint ist nicht das Antineutrino, sondern eine bis dahin unbekannte Partikel dieser Kategorie.

Wie der Versuch von Cowan und Reines (Siehe „Wiss. Nachr.", Nr. 2, Neutrinonachweis) zweifelsfrei ergab, lösen die beim Zerfall eines Neutrons $n \to p + e^- + \bar{\nu}$ gebildeten Antineutrinos bei Kollisionen mit Protonen den inversen Prozeß $\bar{\nu} + p \to n + e^+$ aus.

Nun entstehen nicht nur beim β-Zerfall Neutrinos, sondern auch bei anderen Gelegenheiten wie z. B. beim Zerfall von Mesonen. Pionen (Kurzausdruck für π-Mesonen) haben eine sehr geringe Lebensdauer. Sie wandeln sich um in Myonen (Kurzausdruck für μ-Mesonen) und Neutrinos gemäß $\pi^\pm \to \mu^\pm + \nu$. Lenkt man die aus diesem Prozeß gewonnen Neutrinos auf Protonen, dann ereignet sich zur allgemeinen Überraschung nicht mehr die oben angegebene Reaktion $\bar{\nu} + p \to n + e^+$, sondern $\bar{\nu} + p \to n + \mu^+$. Das wäre völlig unverständlich, wenn die Neutrinos von derselben Art wären wie beim β-Zerfall. Es muß sich daher um eine neue Sorte von neutrinoähnlichen Teilchen handeln. Diesem Umstande wird durch Anhängen des Index e bzw. μ Rechnung getragen. Die erwähnten Reaktionen schreiben sich daher

$$\nu_e + n \to p + e^- \qquad \nu_\mu + n \to p + \mu^-$$
$$\bar{\nu}_e + p \to n + e^+ \qquad \bar{\nu}_\mu + p \to n + \mu^+.$$

μ^+, μ^- ist das Zeichen für das positive und das negative Myon.

G. Danby beschoß eine Be-Folie mit 15 GeV-Protonen (bei dieser hohen Energie besitzen die Protonen die 16fache Ruhmasse, ihre Geschwindigkeit steht der Lichtgeschwindigkeit nur um 0,2% nach), um einen kräftigen Pionenstrahl zu erzeugen. Der Zerfall der Pionen liefert eine für die Ausführung des Versuches ausreichende Neutrinoanzahl.

Im März 1963 erschien ein neuer Brief (Phys. Rev. Lett., Bd. 10, 1963, S. 260) zu dem Thema, in welchem Danby gewisse Einwände entkräftet.

Masse, Impuls, de-Broglie-Wellenlänge im relativistischen Bereich

Hohe Teilchenenergien, die zumeist in MeV angegeben werden, lassen es manchmal erwünscht erscheinen, die Massenzunahme, den Grad der Annäherung an die Lichtgeschwindigkeit c und die de-Broglie-Wellenlänge rasch im Kopf zu überschlagen. Im folgenden werden zu diesem Zweck handliche Formeln hergeleitet. In ihnen bedeutet

m_0 die Ruhmasse des Teilchens,

$E_0 = m_0c^2$ seine Ruhenergie,

E die Teilchenenergie ohne E_0, z. B. seine kinetische Energie,

v die Teilchengeschwindigkeit,

$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$ die Teilchenmasse bei der Geschwindigkeit v,

$E^* = E + E_0 = mc^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$ die Gesamtenergie,

$p = mv$ den Impuls des Teilchens,

$n = \frac{m}{m_0}$ den Massenvervielfachungsfaktor,

$\Delta v = c - v$,

$\delta v = \frac{100 \cdot \Delta v}{c}$ den prozentuellen Unterschied von v gegen c,

$\lambda = \frac{h}{p}$ die de-Broglie-Wellenlänge des Teilchens.

Der Übersichtlichkeit halber sind die in Betracht kommenden Formeln en bloc an die Spitze gestellt, danach erst werden sie einzeln hergeleitet.

Herleitung:

Glg. (1) erhält man unmittelbar durch Erweitern von $n = \frac{m}{m_0}$ mit c^2. Die im nächsten Aufsatz über Streuversuche erwähnten 1,3 GeV-Elektronen haben nach (1) die mehr als 2360fache, die 31 GeV-Protonen des Synchrotrons in Brookhaven gut die 33fache Ruhmasse. Die Ruhmassen von Elektronen bzw. Protonen sind nämlich

$m_e = 0{,}511$ MeV, $\quad m_p = 931$ MeV.

Zu Glg. (2): Wegen $E_0 = m_0 \cdot c^2$, $E^* = E + E_0 = m \cdot c^2$,

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

ist

$$\frac{E_0}{E^*} = \frac{E_0}{E+E_0} = \sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}, \quad \frac{v}{c} = \frac{\sqrt{E \cdot (E+2E_0)}}{E+E_0}.$$

Daraus folgt weiter

$$p = mv = \frac{E^*}{c^2} \cdot v = \frac{E+E_0}{c^2} \cdot c\,\frac{\sqrt{(E+2E_0)E}}{E+E_0} = \frac{1}{c} \cdot \sqrt{E(E+2E_0)}.$$

Bei sehr kleinen Energien $E \ll E_0$ darf der erste Summand in der Klammer vernachlässigt werden. Ersetzt man noch in $p = \frac{1}{c}\sqrt{2EE_0}$ den Faktor $\frac{E_0}{c^2}$ durch m_0, so erhält man (2a). Bei großen Energien spielt E_0 keine Rolle und (2) reduziert sich zu (2b). Der Impuls wird häufig in Mev/c angegeben.

Zu Glg. (3): Aus $p = \frac{1}{c}\sqrt{(E+2E_0)E}$ und $m = \frac{E+E_0}{c^2}$ erhält man $v = \frac{p}{m}$ gemäß (3). Im Falle kleiner Energien darf wieder der Summand E weggelassen werden, (3) nimmt die Form (3a) an. Für $E \gg E_0$ entwickelt man die

---

(1) $\boxed{n = \frac{E^*}{E_0} = \frac{E}{E_0} + 1}$

(2) $\boxed{p = mv = \frac{1}{c} \cdot \sqrt{E(E+2E_0)}}$

a) Für $E \ll E_0$ ist … $p = m_0v = \sqrt{2E \cdot m_0}$

b) Für $E \gg E_0$ ist … $p = \frac{E}{c}$

(3) $\boxed{v = \frac{c}{E+E_0} \cdot \sqrt{E(E+2E_0)}}$

a) Für $E \ll E_0$ ist … $v \doteq c \cdot \sqrt{\frac{2E}{E_0}}$

b) Für $E \gg E_0$ ist … $v = c\left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{E_0^2}{E^2}\right)$

(4a) $\boxed{\delta v = \frac{50}{n^2}\ \%\ \text{der Lichtgeschwindigkeit}}$

(4b) $\boxed{n = \frac{10}{\sqrt{2 \cdot \delta v}}}$

(5) $\boxed{\lambda = \frac{hc}{\sqrt{E(E+2E_0)}}}$

a) Für $E \ll E_0$ ist … $\lambda = \frac{h}{m_0v}$

b) Für $E \gg E_0$ ist … $\lambda = \frac{hc}{E}$

(6) $\boxed{\lambda = \frac{1{,}242}{V}\ f}$

(V ist in GeV einzusetzen, $1f = 10^{-13}$ cm) rechte Seite von (3) in eine Potenzreihe und bricht nach dem quadratischen Glied ab:

$$v = \frac{c}{1 + E_0/E}\left(1 + \frac{2E_0}{E}\right)^{1/2} = c \cdot \left(1 - \frac{E_0}{E} + \frac{E_0^2}{E^2}\right) \times$$
$$\times \left(1 + \frac{E_0}{E} - \frac{4E_0^2}{8E^2}\right) \doteq c \cdot \left(1 - \frac{E_0^2}{2E^2}\right).$$

Zu Glg. (4a):

$$\Delta v = c - v = \frac{1}{2} \cdot \frac{E_0^2}{E^2} \cdot c,$$

$$\delta v = \left(\frac{E_0}{E}\right)^2 \cdot 50\,\%.$$

Substituiert man für $\frac{E_0}{E}$ den Vervielfachungsfaktor $\frac{1}{n}$, so geht die letzte Gleichung in (4a) über.

Zu Glg. (4b): (4a) wird nach n aufgelöst.

Zu Glg. (5): Wie wir wissen, besitzen bei bestimmten Versuchen Teilchen einen undulatorischen, bei anderen Versuchen Wellen einen korpuskularen Charakter. Einem Photon der Energie $E = h\nu$ kommt die Masse $\mu = \frac{h\nu}{c^2}$ und der Impuls $p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$ zu. Auf Grund der Dualität Welle — Teilchen lassen sich die letzten Gleichungen auf Partikeln übertragen. Auf diese Weise erhält für ein Teilchen vom Impuls $p = mv$ die Wellenlänge der zugehörigen Materiewelle — sie wird als „de-Broglie-Wellenlänge" bezeichnet — den Wert

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}.$$

Diese Gleichung in Verbindung mit (2) liefert (5). Nach Vornahme der Vernachlässigungen der Summanden E bzw. E_0 in (5) spezialisiert sich (5) bei niedrigen bzw. hohen Energien zu (5a) und (5b).

Zu Glg. (6): Beträgt die Teilchenenergie $E = 1$ GeV $= 10^9 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-12}$ erg, so wird

$$\lambda = \frac{6{,}623 \cdot 10^{-27} \cdot 3 \cdot 10^{10}}{1{,}6 \cdot 10^{-3}} = \frac{19{,}869}{1{,}6} \cdot 10^{-14}\,\text{cm} = 1{,}242\,\text{f}.$$

Daher ist die de-Broglie-Wellenlänge von Teilchen, deren Energie in GeV gemessen ist, durch (6) gegeben.

Die 550 MeV-Elektronen der im nächsten Aufsatz geschilderten Streuversuche haben nach (6) $\lambda = 2{,}26$ f.

Unter der „reduzierten" de-Broglie-Wellenlänge ist der Wert $\frac{\lambda}{2\pi}$ zu verstehen. Er wird mit einem horizontal durchstrichenen λ bezeichnet.

Die Streuung von Elektronen an Nukleonen

Die erste Nummer der „Wissenschaftlichen Nachrichten" enthielt eine Meldung über die Struktur des Protons und des Neutrons, welcher sogar eine graphische Darstellung der Abhängigkeit der Ladungsdichte im Nukleon vom Radius angefügt werden konnte. Unwillkürlich legt man sich die Frage vor, wie denn detaillierte Aussagen über Bereiche an der Grenze des Nichts zustande kommen und wie ernst sie genommen werden dürfen. In der Tat handelt es sich um Glanzleistungen der Experimentalphysik, die 1961 mit dem Nobelpreis bedacht wurden.

Seit E. Rutherford berichteten und berichten die physikalischen Zeitschriften laufend über Streuversuche. Offenbar liefern sie noch immer eine Fülle von Informationen über Verhaltungsweisen, die einen Rückschluß auf tieferliegende Zusammenhänge erlauben. Der Erfolg der Streuversuche ist eng mit dem Wellenaspekt der Mikropartikeln verknüpft. Nach den Grundanschauungen der Quantenmechanik verhält sich eine Partikel der Masse M, die sich mit der Geschwindigkeit v bewegt, unter geeigneten Bedingungen wie eine Welle der Länge $\lambda = \frac{h}{Mv}$. λ, die „de-Broglie-Wellenlänge" des Teilchens, wird um so kleiner, je höher seine Energie wächst. Wünscht man daher nähere Auskünfte über die Struktur eines Nukleons, so muß die Energie der auf die Streusubstanz treffenden Elektronen Werte erreichen, bei denen $\frac{\lambda}{2\pi}$ den Nukleonendurchmesser nicht mehr übersteigt. Dies ist erst bei einigen Hundert MeV der Fall. Die Berechnung von λ erfolgt rasch mit Hilfe der letzten Formel des vorangehenden Aufsatzes.

Nach diesen Vorbemerkungen wenden wir uns dem Streuversuch selbst zu. Er gliedert sich in 3 Abschnitte.

a) Erzeugung hochenergetischer Elektronen;
b) Messung des Wirkungsquerschnittes und seiner Abhängigkeit von Einfallsenergie und Streuwinkel;
c) Vergleich mit den theoretischen Werten, die sich unter Zugrundelegung bestimmter Modelle für die Ladungsverteilung ergeben.

a) Die Elektronen stammten zuerst aus Linearbeschleunigern. 1956 hatten sie eine Energie von 188 MeV und 236 MeV. 1960 verlängerte man den Linearbeschleuniger der Stanforduniversität (USA) und erzielte Energien von 650 bis 900 MeV. 1961 benützte man das Elektronensynchrotron der Cornelluniversität (USA). Dieses lieferte Energien bis zu 1,3 GeV.

b) Die Vorrichtung zur Messung des Wirkungsquerschnittes. Der Elektronenstrahl passiert das starke Feld eines Ablenkmagneten und wird darin aufgefächert, weil seine Teilchen keine einheitliche Energie besitzen. Hinter dem Magnet befindet sich ein quer zur Strahlrichtung verschiebbarer Pb-Spalt, der ein enges Bündel Elektronen gleicher Energie ausblendet und durch seine Stellung deren Energie definiert. Im Abstand von einigen Metern ist ein zweiter Magnet angebracht, der die Elektronenbahn in entgegengesetzter Richtung krümmt und gleichzeitig den Strahl fokussiert. Nach dem Durchlaufen einer Luftabsaugröhre — bis zum Ziel bewegen sich die Elektronen im Vakuum — treffen sie auf das Ziel (=Target), an dem die Streuung erfolgt. Die Streusubstanzen waren $(CH_2)_n$ = Polyäthylen, $(CD_2)_n$ und Graphit. Durch Subtraktion der Streuwerte an Graphit von denen an $(CH_2)_n$ bzw. $(CD_2)_n$ erhielt man die Streuung an Protonen bzw. Deuteronen und durch weitere Rechnung auch die Streuwerte an Neutronen.

Der wichtigste Teil der Anordnung war das Magnetspektrometer hinter dem Ziel. Mit seiner Hilfe konnte die Energie der Streuelektronen als Funktion des Streuwinkels ϑ festgestellt werden, weil es um das Streuzentrum als Mittelpunkt drehbar montiert war. 1961 wurden 2 voneinander unabhängige Magnetspektrometer, eines für die schnellsten, eines für langsamere Partikeln gleichzeitig benützt.

Im Spektrometer liefen die Elektronen durch einen halbkreisförmigen Vakuumkanal, der eine Richtungsänderung um 180° herbeiführt. Der Radius der Kanalmittellinie war beim kleineren Gerät 36 Zoll (es erfaßte Elektronen bis zu 550 MeV), beim größeren 72 Zoll (Energiebereich bis über 1 GeV).

Die Betriebsdaten des 36-Zoll-Instruments. Das Gewicht der Magnetwicklungen betrug 30 t, die maximale magnetische Feldstärke war 20000 Örsted. Durch Verjüngung der Polschuhfläche erreichte man doppelte Fokussierung in 2 Dimensionen. Die Wicklung bestand aus Röhren vom Querschnitt 0,467 Quadratzoll, in denen Kühlwasser strömte. 3 Öffnungen von je 3 Zoll Weite ermöglichten die Einbringung von Sonden zur Feldstärkemessung. In der Wicklung floß ein Strom von 800—1000 A bei einer Betriebsspannung von 250 V. Die Betonabschirmung wog 10 t, der Čerenkow-Zähler wurde zusätzlich durch Pb geschützt. Zwischen Target und dem Eintrittsspalt des Spektrometers ging der Elektronenstrahl auf einer Strecke von 10 Zoll durch Luft. Die Registrierung der gestreuten Teilchen besorgte ein Čerenkow-Zähler.

Die Zielfolie stand senkrecht zum einfallenden Strahl, in dessen Verlängerung hinter dem Target ein Faradaybecher alle Elektronen auffing, wenn die Zielsubstanz entfernt wurde.

c) Die Auswertung der Meßresultate. Aus dem Verhältnis der Anzahlen von einfallenden und gestreuten Elektronen erhält man den Wirkungsquerschnitt σ als Funktion des Streuwinkels ϑ und der Energie E (siehe den Artikel über Wirkungsquerschnitte in Nr. 2 der „Wiss. Nachr."). Bedeutet Ω den Raumwinkel, so ist $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ der sogenannte differentielle Wirkungsquerschnitt, d. i. die Änderungsgeschwindigkeit von σ mit Ω. Der Rückschluß von $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ auf die Ladungsverteilung im Nukleon beinhaltet den theoretischen Teil der Versuchsauswertung.

Um ihn zu verstehen, müssen wir auf die Streuformel von E. Rutherford zurückgreifen, die dieser bei seinen bedeutsamen Versuchen vor über 50 Jahren gefunden hatte. Er betrachtete den einfachsten Fall, nämlich die Coulombstreuung eines punktförmigen Teilchens der Masse m, der Geschwindigkeit v und der Ladung Ze an einem gleichfalls punktförmigen Kern der Ladung Z_1e. Er fand die Gleichung

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z^2 \cdot Z_1{}^2 \cdot e^4}{4m^2 v^4 \sin^4 \frac{\vartheta}{2}}$$

Für die Streuung von Elektronen hoher Energie $E = mc^2$ an Protonen ($Z = Z_1 = 1$, $v \div c$) vereinfacht sich die Formel

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{e^4}{4E^2 \sin^4 \frac{\vartheta}{2}}.$$

Die quantenmechanische Störungsrechnung brachte eine erste Verfeinerung der Formel. Nimmt man nämlich eine ausgedehnte an Stelle einer Punktladung an, wobei $\rho(r)$ die Ladungsdichte als Funktion der Entfernung r vom Ladungszentrum ist, dann tritt zum Coulombpotential $\frac{ee_1}{r}$ noch ein Korrekturglied hinzu, in dem die räumliche Ausbreitung der Ladungswolke zur Geltung kommt. Das Potential der Ladung e im Atomfeld modifiziert sich in diesem Fall ($Z = Z_1 = 1$) zum Ausdruck

$$U(r) = \frac{e^2}{r} - e^2 \cdot \int \frac{\rho(\mathfrak{r}')\, d\tau'}{|\mathfrak{r}' - \mathfrak{r}|}.$$

Es ist zweckmäßig, die Größe $q = \frac{4p\pi}{h} \cdot \sin \frac{\vartheta}{2}$ ($p = mv =$ = Impuls des Elektrons), welche die Dimension cm^{-1} hat (in der Atomphysik drückt man besser q in f^{-1} aus. $1f =$ = 1 Fermi = 10^{-13} cm), einzuführen. Das Ergebnis der quantenmachanischen Störrechnung ist die verbesserte Formel

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{e^4}{4m^2v^4}[1 - F(q)^2] \cdot \frac{1}{\cos^4 \frac{\vartheta}{2}}.$$

F(q) ist der sogenannte „Formfaktor" des streuenden Atoms und hängt von der Ladungsdichte $\rho(r)$ ab. Im Falle des Exponentialansatzes $\rho(r) = \rho_0 \cdot e^{-r/a}$ (a = Halbmesser der Kernwirkungssphäre) hat der Formfaktor die Gestalt

$$F(q) = \frac{1}{(1 + a^2 q^2)^2}.$$

Der Vergleich zwischem dem experimentellen und dem theoretischen Streuprofil entscheidet über die Richtigkeit des Ansatzes für $\rho(r)$.

Nun besitzt das Nukleon nicht nur elektrische, sondern auch magnetische Eigenschaften. Dementsprechend müssen 2 Formfaktoren eingeführt werden, $F_1(q)$ für die Ladungsverteilung, $F_2(q)$ für die Verteilung des magnetischen Moments. Im statischen Fall ist $q = 0$ und $F_1 = F_2 = 1$. $F_{1,2} = 1$ bedeutet ausgebreitete Ladung bzw. magnetisches Moment.

Die diesbezügliche Streuformel wurde von Rosenbluth angegeben und ist ziemlich kompliziert. Sie hat die Form

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = (a_{11}F_1{}^2 + a_{12}F_1F_2 + a_{22}F_2{}^2) \cdot \sigma_{NS}.$$

Die Koeffizienten a_{ik} hängen von q, m, ϑ, E ab, sind also ebenso wie diese 4 Parameter bekannt. σ_{NS} ist der Streuquerschnitt für das Punktladungsmodell ohne Spin (nospin-Wirkungsquerschnitt). Kennt man einen Formfaktor, so liefert die Formel den anderen.

Man hat neben dem Punktladungs- und dem Exponentialmodell eine Reihe anderer Ansätze gemacht und mit dem Experiment verglichen:

$$\rho_a = \rho_1 \cdot e^{-r^2} \quad \text{Gauß-Modell} \qquad \rho_d = \rho_4\, r\, e^{-r}$$

$$\rho_b = \frac{\rho_2}{r} \cdot e^{-r^2} \quad \text{1. Yukawa-M.} \qquad \rho_e = \rho_5 \cdot r^2 \cdot e^{r}$$

$$\rho_c = \frac{\rho_2}{r^2} \cdot e^{-r^2} \quad \text{2. Yukawa-M.} \qquad \rho_f = \rho_6 \cdot r^2 \cdot e^{-r^2}.$$

ρ_{exp}, ρ_a, ρ_d und ρ_c ergaben gute Übereinstimmung mit den Versuchen, die übrigen Ansätze schieden aus. Beim Punktladungsmodell hätte sich z. B. für Energien um 200 MeV der Streuquerschnitt zwischen spitzen und stumpfen Streuwinkeln höchstens um den Faktor 2 unterscheiden dürfen, beim Versuch lag der Faktor jedoch bei 200!

Es ist von Haus aus keineswegs selbstverständlich, daß der Radius r_c der Ladungsverteilung mit dem Radius r_m der Magnetmomentverteilung übereinstimmt. Unter der Annahme $r_c = r_m$ ergaben die einzelnen Modelle Werte des Radius zwischen 0,75 f und 0,8 f. Die Diskussion über den Fall $r_c \neq r_m$ ist noch offen. Zur Entscheidung wäre eine Einfallsenergie von einigen GeV erforderlich. Dann würde es sich auch erweisen, ob im Bereich $r < 1$ f der Coulombansatz aufgegeben werden muß.

Wie die Versuche zeigen, geht beim Proton mit wachsender Energie F_1 gegen 0,4, F_2 gegen 0. Das bedeutet, die Ladungswolke besitzt ein „core", in dem 40% der Gesamtladung konzentriert sind. Die Magnetmomentwolke hingegen ist „weich", d. h. überall ziemlich locker verteilt.

Die Ausdehnung der Untersuchung auf 1,3 GeV-Elektronen brachte neue Details ans Licht und diese zwangen zu einer weiteren Differenzierung der Formfaktoren. Durch Anhängen des Index n oder p möge vorerst die Zugehörigkeit zum Neutron oder Proton charakterisiert werden: F_{1n}, F_{2n}, F_{1p}, F_{2p}.

Die einfachste Annahme, daß die Ladung des core bei jedem der 2 Nukleonen $+\frac{e}{2}$, die Ladung der Mesonenwolke beim Proton $+\frac{e}{2}$, beim Neutron $-\frac{e}{2}$ wäre, führt leider zum Widerspruch mit den Fakten. Denn auf Grund dieser Hypothese müßte F_{1p} gegen 0,5 statt gegen 0,4 streben. Ebenso nimmt F_{1n} stärker ab, als modellmäßig zu erwarten wäre.

Um den beobachteten Tatsachen Rechnung zu tragen, zerlegte man die Formfaktoren in die Summanden

$$F_{1p} = F_{1s} + F_{1v} \qquad F_{1n} = F_{1s} - F_{1v}$$

$$F_{2p} = F_{2s} + F_{2v} \qquad F_{2n} = F_{2s} - F_{2v}.$$

Da F_{1s} überall das gleiche Vorzeichen hat, wird er als skalarer Formfaktor bezeichnet. Er gehört zur „skalaren Wolke". F_{1v} hat bei Proton und Neutron entgegengesetztes Vorzeichen und heißt vektorieller Formfaktor. Ihm entspricht die „vektorielle Wolke".

F_{1s} setzt sich wieder aus 2 Termen zusammen: F^c_{1s}, F^μ_{1s}. Der obere Index bezieht sich einmal auf das core, einmal auf die Mesonen. Für $q = 0$ nimmt jeder Formfaktor denselben Zahlenwert an, der dem Ladungsanteil des zugehörigen Nukleonenbereiches zukommt. F^c_{1s} ist z. B. für $q = 0$ die Ladung des core.

Die theoretische Diskussion der angedeuteten Ansätze, deren Eröterung den Umfang dieses Berichtes ungebührlich ausdehnen würde, führte zu folgenden Ergebnissen für Ladung und Radius von core (Index c), Mesonenwolke (Index μ) und Vektorwolke (Index v):

$$e_c = (0{,}35 \pm 0{,}1)\cdot e \qquad r_c = (0{,}2 \pm 0{,}1)\ f$$

$$e_\mu = (0{,}15 \pm 0{,}1)\cdot e \qquad r_\mu = (1{,}4 \pm 0{,}4)\ f$$

$$e_v = \begin{cases} +0{,}5\cdot e \text{ beim Proton} \\ -0{,}5\cdot e \text{ beim Neutron} \end{cases} \qquad r_v = 0{,}8\ f.$$

e ist die elektrische Elementarladung, f bedeutet wieder Fermi. In den angegebenen Werten stecken bedauerlicherweise noch willkürliche Parameter.

Zusammenfassend kann man daher sagen: Beide Nukleonen besitzen ein positives core und einen äußeren positiven Saum. Dazwischen liegt beim Proton eine positive, beim Neutron eine negative Ladungswolke. Jetzt ist das Zustandekommen des in Nr. 1 der „Wiss. Nachr." abgedruckten Diagramms der Ladungsverteilung plausibel gemacht.

Die letzte Publikation des Jahres 1961 von R. Hofstadter und C. de Vries (Phys. Review Letters, 1961, S. 290—293) enthält bereits die Formfaktoren als Funktionen von q.

Eine noch weitergehende Strukturanalyse des Nukleons kann nur mit Hilfe von Elektronen wesentlich höherer Energie als 1,3 GeV gelingen. Deshalb wurden an der Stanford-Universität 1961 Planungen für einen Elektronen-Linearbeschleuniger in Angriff genommen, der nach Beendigung der ersten Ausbaustufe bis zu 20 GeV, nach voller Fertigstellung sogar auf 45 GeV beschleunigen soll. Der Elektronenlaufkanal wird 3048 m lang sein! Kosten: 114 Millionen Dollar, Bauzeit: 6 Jahre. Die de-Broglie-Wellenlänge solcher Elektronen beträgt dann lediglich wenige % des Nukleonendurchmessers. (Scientific American, Bd. 205, Nr. 5, S. 49, 1961.)

Ein Bericht über die Strukturanalyse des Nukleons wäre jedoch unvollständig, wollte man nicht diese gigantische Tat durch ein augenfälliges Bild ins rechte Licht setzen. Vergleichen wir das Nukleon mit einer Kirsche. Auch sie besitzt ein core — den Kern —, umgeben vom Fleische — entsprechend der mittleren Ladungswolke —, das durch die Haut — den positiven Saum — nach außen abgegrenzt ist. Ihr Durchmesser ist etwa 10^{13} mal größer als der Nukleonendurchmesser. Multiplizieren wir die Größe eines Menschen, der das Nukleon erforscht, mit demselben Faktor 10^{13}, so erhalten wir den Wert von 17 Milliarden km. Das übersteigt den Plutobahndurchmesser beträchtlich.

Und nun gewähren wir unserer Phantasie Raum: Ein Übergigant vom Ausmaß des Sonnensystems schickt sich an, eine winzige Kirsche zu untersuchen. Mit den Kräften seines Geistes verfeinert er die unsagbar klobige Hand zum empfindsamen Werkzeug seines Wissensdranges bis der Erfolg sein vermessenes Bemühen krönt. Die Macht des Gedankens hat eine schier unermeßliche Kluft überbrückt. Welch ehrfurchtgebietende Leistung!

Literatur:

1. Phys. Review, 1956, S. 1454—1463. E. E. Chambers, R. Hofstadter: Structure of the Proton.
2. Phys. Rev. Letters, 1960 ,S. 261—263. Bumiller, Croissiaux, Hofstadter: Electron Scattering from the Proton (Ebenso der darauf folgende Brief).
3. Phys. Rev. Letters, 1961, S. 293—296. R. Hofstadter, R. Herman: Electric and Magnetic structure of the Proton and Neutron. Ferner S. 286—290. Olson, Schopper, R. R. Wilson: Electromagnetic Properties of the Proton and the Neutron.

Zeittafel zur Atomphysik

1808 J. DALTON führt die Atomvorstellung in die Chemie ein und findet als Folgerung derselben das Gesetz der konstanten und multiplen Proportionen.

1811 A. AVOGADRO entdeckt das nach ihm benannte Gesetz.

1815 W. PROUT behauptet den Aufbau der Atome aus Wasserstoffatomen.

1819 Gesetz von DULONG und PETIT.

1824 L. A. SEEBER vermutet bei Kristallen einen Raumgitteraufbau aus Atomen.

1827 B. BROWN entdeckt die Brownsche Bewegung.

1834 M. FARADAY findet das Äquivalenzgesetz der Elektrolyse.

1856/57 C. KRÖNIG und R. CLAUSIUS begründen die kinetische Gastheorie.

1859 J. PLÜCKER entdeckt die Kathodenstrahlen, die aber erst 1876 von E. Goldstein so genannt werden.

1860 C. MAXWELL findet das Geschwindigkeitsverteilungsgesetz für Gasmolekeln.

1865 J. LOSCHMIDT berechnet die Anzahl der Moleküle in einem cm^3 Normalgas mit $2{,}69\cdot 10^{19}$.

1869 a) J. W. HITTORF findet die magnetische Ablenkbarkeit der Kathodenstrahlen.

b) D. I. MENDELEJEW und L. MEYER stellen das Periodensystem der Elemente auf.

1871 JOHNSTONE STONEY bemerkt, daß die Verhältnisse der Frequenzen der Wasserstofflinien H_α, H_β, H_γ ganzzahlig sind: $\nu_{H_\alpha}:\nu_{H_\beta}:\nu_{H_\gamma} = 20:27:32$.

1877 L. BOLTZMANN findet den Zusammenhang zwischen Entropie und Wahrscheinlichkeit.

1881 H. HELMHOLTZ nimmt auf Grund der Faradayschen Gesetze der Elektrolyse eine Teilchenstruktur der Elektrizität an.

1882 S. ARRHENIUS stellt die Theorie der elektrolytischen Dissoziation auf.

1885 Der Baseler Mittelschullehrer BALMER entdeckt die Balmerserie des Wasserstoffs und die Balmerformel für ihre Linien.

1886 E. GOLDSTEIN beschreibt die Kanalstrahlen.

1887 Erste Ausführung des Michelsonschen Versuches durch MICHELSON und MORLEY.

1891 JOHNSTONE STONEY bezeichnet die kleinsten Elektrizitätsteilchen als Elektronen.

1893 P. LENARD läßt Elektronen durch das Lenardsche Fenster aus der Kathodenstrahlröhre treten.

1895 a) K. RÖNTGEN entdeckt die Röntgenstrahlen.

b) J. PERRIN und 1897 J. J. THOMSON entscheiden die Frage nach der seit 1871 behaupteten Ablenkbarkeit der Kathodenstrahlen im elektrischen Feld durch einwandfreie Versuche positiv.

1896 a) H. BECQUEREL entdeckt die Radioaktivität.

b) P. ZEEMANN entdeckt die Aufspaltung der Spektrallinien im Magnetfeld.

1897 J. J. THOMSON mißt die Geschwindigkeit der Kathodenstrahlteilchen und schließt aus ihr auf die spezifische Ladung derselben.

1898 a) Entdeckung der Aktivität von Thorium.

b) MARIE und PIERRE CURIE finden Radium und Polonium.

c) W. WIEN leitet mit der Bestimmung der spezifischen Ladung der Kanalstrahlteilchen die Massenspektroskopie ein.

1899 a) J. ELSTER und H. F. GEITEL stellen die erste Hypothese üder den radioaktiven Zerfall auf.

b) J. ELSTER und H. F. GEITEL finden das Exponentialgesetz für den radioaktiven Zerfall.

1900 a) M. PLANCK gibt am 14. 12. bei einem Vortrag über die Strahlung des schwarzen Körpers in der Deutschen Physikalischen Gesellschaft in Berlin die Theorie der Energiequanten bekannt.

b) Entdeckung des Aktiniums.

c) Entdeckung der Ra-Emanation.

1902 a) PH. LENARD weist nach, daß die Energie der Photoelektronen nur von der Frequenz aber nicht von der Intensität der auslösenden Strahlung abhängt.

b) E. RUTHERFORD klassifiziert die von radioaktiven Stoffen emittierten Teilchen.

1903 PH. LENARD bestimmt in Streuversuchen mit β-Strahlen an Folien den Radius der β-Teilchen mit ca. 10^{-12} cm, ferner das Verhältnis des undurchdringlichen Raumteiles im Atom zu dessen Gesamtvolumen mit $1:10^9$.

1904 a) M. v. SMOLUCHOWSKI und A. EINSTEIN entwickeln die statistische Theorie der Brownschen Molekularbewegung.

b) J. J. THOMSON stellt ein Atommodell auf, das aber bald unhaltbar wird. Danach bestehen die Atome aus Elektronen, die durch eine positive Ladungswolke zusammengehalten werden.

1905 a) A. EINSTEIN gibt der Theorie der Brownschen Bewegung die endgültige Form.

b) A. EINSTEIN veröffentlicht die spezielle Relativitätstheorie.

c) A. EINSTEIN gibt in der Arbeit „Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt" eine quantentheoretische Erklärung des Photoeffektes. Licht verhält sich bei gewissen Versuchen wie Teilchen (Nadelstrahlung).

d) E. SCHWEIDLER deutet das Gesetz des radioaktiven Zerfalls als Wahrscheinlichkeitsaussage.

1906 a) J. J. THOMSON streut Röntgenstrahlen an Atomen und findet, daß die Zahl der Elektronen im Atom etwa die Hälfte des Atomgewichtes beträgt, falls die Kernladungszahl den Wert 40 nicht übersteigt.

b) M. PLANCK erkennt die Bedeutung des Wirkungsquantums.

c) TH. LYMAN entdeckt die Lymanserie des Wasserstoffs.

1908 a) W. RITZ formuliert das Kombinationsprinzip für Spektrallinien.

b) F. PASCHEN entdeckt die Paschenserie des Wasserstoffs.

1909 a) H. GEIGER und E. MARSDEN bemerken bei der Streuung von α-Teilchen das Auftreten von Streuwinkeln über 90°.

b) J. PERRIN bestimmt die Loschmidtsche Zahl aus dem Dichteabfall fein suspendierter Teilchen in Flüssigkeiten.

c) E. RUTHERFORD und T. ROYDS zeigen, daß aus α-Teilchen He entsteht.

1910 a) J. J. THOMSON führt die erste Massenspektroskopie durch, indem er einen Ionenstrahl im elektrischen und magnetischen Feld aufspaltet.

b) F. SODDY entdeckt die Isotopie.

1911 a) E. RUTHERFORD und H. GEIGER streuen α-Teilchen und stellen danach das Rutherfordsche Atommodell auf.

b) V. HESS und KOHLHÖRSTER entdecken die Höhenstrahlung.

c) C. G. BARKLA zeigt durch Streuung von γ-Strahlen an verschiedenen Stoffen, daß die Zahl der Elektronen im Atom etwa die Hälfte der Atomgewichtszahl ist.

d) GEIGER und NUTALL finden experimentell einen Zusammenhang zwischen Zerfallsenergie und Halbwertzeit.

e) L. DUNOYER erzeugt Molekularstrahlen.

1912 DEBYE prägt den Begriff der „Debye-Temperatur": $h \cdot \nu_g = k \cdot \Theta$. ($\nu_g$ = höchste innere Schwingungsfrequenz eines Festkörpers, Θ = Debye-Temperatur.)

1913 a) H. GEIGER und E. MARSDEN prüfen die Rutherfordsche Streuformel mit positivem Ergebnis.

b) J. STARK entdeckt die Aufspaltung der Spektrallinien im elektrischen Feld.

c) N. BOHR stellt die erste Quantenbedingung auf: $2\pi r m v = nh$, und erklärt die Spektrallinien aus dem Lichtquantengesetz $h\nu = E_2 - E_1$.

d) J. J. THOMSON und ASTON weisen die Isotopie auch bei stabilen Elementen nach u. zw. bei Ne^{20} und Ne^{22}.

e) Hypothese von VAN DEN BROEK: Ordnungszahl der Elemente = Kernladungszahl.

f) H. MOSELEY entdeckt das nach ihm benannte Gesetz. Es bestätigt die Hypothese von van den Broek (Siehe e).

g) Abschluß der seit 1911 laufenden Untersuchungen über den Elementenzerfall durch das Verschiebungsgesetz von K. FAJANS und FR. SODDY.

h) C. T. R. WILSON konstruiert die Nebelkammer.

i) R. A. MILLIKAN mißt an Öltröpfchen zwischen Kondensatorplatten direkt die elektrische Elementarladung.

1914 a) J. FRANCK und G. HERTZ beweisen durch Stoßanregung von Hg-Dampf die Bohrsche These der Quantenbahnen (Anregungsspannung = 4,9 V, angeregte Wellenlänge $\lambda = 2537$ Å).

b) H. MOSELEY findet für die K-Linie der Atome die Formel $Z - 1 = \sqrt{\frac{4\nu}{3R}}$.

c) KOSSEL deutet das Fehlen von Röntgenabsorptionslinien als Folge von abgeschlossenen Elektronenschalen.

d) A. FOWLER weist durch Präzisionsmessungen nach, daß die Linien von H und He nicht genau die aus der verschiedenen Massenzahl entspringende Analogie aufweisen.

1915 a) A. SOMMERFELD errechnet die Feinstrukturkonstante unter Berücksichtigung der relativistischen Mechanik.

b) A. SOMMERFELD vermutet die Existenz von Nebenquantenzahlen, zu denen Unterschalen gehören.

c) A. EINSTEIN publiziert die „Grundgedanken der allgemeinen Relativitätstheorie".

d) F. PASCHEN untersucht 1915/16 die Feinstruktur der He-Linien.

1916 a) R. A. MILLIKAN zeigt, daß die Gegenspannung, welche den Photoeffekt gerade unterdrückt, proportional zur Frequenz des einfallenden Lichtes ist.

b) R. A. MILLIKAN mißt das Elementarquantum der Elektrizität.

c) KOSSEL erklärt die chemische Bindung heteropolarer Moleküle wie NaCl elektrostatisch.

d) A. SOMMERFELD beginnt mit der quantentheoretischen Deutung der Spektren.

1918 O. HAHN und L. MEITNER bzw. F. SODDY und J. CRANSTON entdecken das Protaktinium.

1919 a) E. RUTHERFORD zertrümmert künstlich durch Beschuß mit α-Strahlen den Stickstoff: $N^{14}(\alpha, p)O^{17}$. Nachweis durch die auftretenden H-Strahlen.

b) F. W. ASTON konstruiert den Massenspektrograph.

1920 a) J. CHADWICK berechnet aus α-Streuversuchen direkt einige Kernladungen.

b) A. SOMMERFELD führt die innere Quantenzahl ein, um die Verdopplung der P-, D-, F- . . . -Terme zu berücksichtigen.

c) J. FRANCK und F. REICHE entdecken bei He metastabile Zustände.

d) C. FÜCHTBAUER weist die endliche Lebensdauer der angeregten Zustände nach.

e) E. RUTHERFORD und W. HARKINS vermuten die Existenz eines Neutrons.

f) O. STERN mißt direkt die Molekülgeschwindigkeiten bei der Wärmebewegung.

1922 a) F. S. BRACKETT entdeckt die Brackett-Serie des Wasserstoffs.

b) Entdeckung des Landéschen Aufspaltungsfaktors mit Hilfe des Korrespondenzprinzips.

c) O. HAHN entdeckt isomere Kerne bei UX_2 (mittl. Lebensdauer 68 sek) und bei UZ (mittl. Lebensdauer $6{,}7^h$).

1923 A. H. COMPTON entdeckt den Comptoneffekt.

1924 a) L. de BROGLIE vermutet den Wellencharakter der Materie.

b) A. H. PFUND entdeckt die Pfundserie des Wasserstoffs.

c) W. PAULI erklärt die Hyperfeinstruktur durch Annahme eines Kernspins.

1925 a) A. H. COMPTON und SIMON verifizieren experimentell die Beziehung zwischen den Richtungen von Streuelektron, Streuphoton und Rückstoßelektron beim Comptoneffekt.

b) BOTHE und GEIGER zeigen experimentell das gleichzeitige Auftreten von Elektron und Photon beim Comptoneffekt.

c) Formulierung des Pauliprinzips.

d) GOUDSMIT und UHLENBECK weisen experimentell den Elektronenspin $\frac{1}{2} \cdot \frac{h}{2\pi}$ nach.

e) W. HEISENBERG entwickelt die Quantenmechanik.

1926 a) A. SCHRÖDINGER entwickelt die Wellenmechanik.

b) Deutung der Norm der wellenmechanischen Ψ-Funktion als Wahrscheinlichkeitsdichte durch M. BORN.

1927 a) Heisenbergsche Unschärferelation.

b) DAVISSON, GERMER und G. P. THOMSON beugen Elektronenstrahlen an Kristallen.

c) Quantenmechanische Erklärung der chemischen Bindung von homöopolaren Molekülen.

1928 a) P. A. DIRAC entwickelt die relativistische Quantenmechanik.

b) G. GAMOW entwickelt eine Theorie des α-Zerfalls.

c) P. DIRAC fordert aus theoretischen Gründen die Existenz von Positronen.

1929 H. POSE findet die erste Resonanzerscheinung bei Kernprozessen u. zw. bei der Reaktion $Al^{27} + He^4 \rightarrow P^{31} \rightarrow Si^{30} + H^1$.

1930 a) BOTHE und BECKER entdecken die Elektronenstoßanregung von Kernen analog dem Versuch von Franck und Hertz 1914.

b) EDLÉN und ERICSON beobachten die Linien von Li^{++}, Be^{+++} und B^{++++}.

c) R. FRERICHS und I. S. CAMPBELL entdecken die Quadrupolstrahlung.

d) ROSENBLUM entdeckt die Feinstruktur der α-Strahlen.

1931 a) W. PAULI vermutet die Existenz von Neutrinos.

b) Konstruktion des van de GRAAFF-Generators.

1932 a) H. C. UREY findet den schweren Wasserstoff als Erklärung für die Verdopplung der roten Balmerlinie im H-Spektrum.

b) J. CHADWICK entdeckt das Neutron bei der Kernreaktion $Be^9(\alpha, n)C^{12}$.

c) COCKCROFT und WALTON führen mit künstlich beschleunigten H-Strahlen die erste vollständig künstliche Kernreaktion herbei.

d) Entdeckung der Positronen in der kosmischen Höhenstrahlung.

e) W. HEISENBERG versucht, die Coulombschen Kräfte durch Photonenaustausch, die Kernkräfte zwischen Protonen und Neutronen durch Positronenaustausch zu erklären (Analog zu den Austauschkräften bei der homöopolaren Molekülbindung).

f) W. HEISENBERG postuliert den Aufbau der Atomkerne aus Protonen und Neutronen.

1933 a) J. BLATON und H. NIEWODNICZANSKI entdecken die magnetische Dipolstrahlung.

b) P. M. S. BLACKETT und G. P. OCCHIALINI beobachten die erste Paarerzeugung beim Durchgang der Höhenstrahlung durch eine Pb-Platte.

1934 a) ČERENKOV entdeckt den nach ihm benannten Effekt.

b) I. CURIE und J. F. JOLIOT finden die künstliche Radioaktivität bei den Prozessen: $B^{10}(\alpha, n)N^{13}$, $Mg^{24}(\alpha, n)Si^{27}$, $Al^{27}(\alpha, n)P^{30}$.

c) Erste Nebelkammeraufnahme einer Paarerzeugung.

d) CHADWICK und GOLDHABER bestimmen die Neutronenmasse aus der Deuteronenmasse mit Hilfe des ersten Kernphotoeffekts.

e) LAWRENCE und LIVINGSTONE haben die Konstruktion des ersten Zyklotrons abgeschlossen.

1935 a) C. F. WEIZSÄCKER stellt das Tröpfchenmodell des Atomkerns auf.

b) Durch Neutronenbeschußversuche von E. FERMI wird der Resonanzeinfang von Neutronen entdeckt.

c) H. YUKAWA sagt die Existenz von Mesonen voraus und erklärt die Kernkräfte durch Mesonenaustausch.

1936 a) Beugung von Neutronenstrahlen.

b) C. D. ANDERSON und NEDDERMEYER weisen die μ-Mesonen nach. Sie besitzen die 207fache Elektronenmasse.

1937 a) ALVAREZ entdeckt einen neuen Kernprozeß: den β-Einfang.

b) E. P. WIGNER führt den Begriff des Isospins ein.

1938 RABI entwickelt die Molekularstrahlmethode zur Messung von magnetischen Kernmomenten.

1939 a) O. HAHN und F. STRASSMANN führen die Uranspaltung durch Neutronenbeschuß herbei.

b) RABI und Mitarbeiter weisen den Einfluß von magnetischer Dipolstrahlung auf Kernmomente in Molekularstrahlen nach.

c) F. JOLIOT-CURIE, L. KOWARSKI, H. v. HALBAN weisen die Vermehrung der Neutronenzahl bei Kernspaltung nach.

1940 a) ALVAREZ und BLOCH bestimmen als erste das magnetische Moment des Neutrons.

b) E. Mc. MILLAN und P. H. ABELSON weisen endgültig $_{93}Np$ nach.

c) Erzeugung des letzten noch unbekannten Elements $_{85}At$ im Zyklotron.

d) Erzeugung von $_{93}Np^{239}$ und $_{94}Pu^{238}$.

1942 E. FERMI baut den ersten Uranbrenner in Chicago, der am 2. 12. 1942 anläuft.

1944 Erzeugung von $_{95}Am^{241}$ und $_{96}Cm^{242}$.

1947 a) MUIRHEAD, LATTÈS, OCCHIALINI und POWELL entdecken die π-μ-Umwandlung von Mesonen.

b) POWELL und OCCHIALINI finden $\pi^{\pm}$-Mesonen. $m_\pi = 273\ m_e$.

1948 GARDENER und LATTÈS stellen künstlich π-Mesonen in Berkeley her.

1949 a) POWELL und Mitarbeiter entdecken schwere Mesonen (K-Mesonen).

b) Erzeugung von $_{97}Bk^{243}$.

1950 a) Entdeckung des π^0-Mesons.

b) DEHMELT und KRÜGER messen die ersten reinen Kernquadrupolresonanzen in diamagnetischen Kristallen.

c) Erzeugung von $_{98}Cf^{244}$.

1952 a) C. J. HUMPHREYS entdeckt die erste Linie der Humphrey-Serie des Wasserstoffs (Hauptquantenzahl $n = 6$).

b) R. ARMENTEROS findet das Ξ-Hyperon.

1953 a) T. HUUS und Č. ZUPANČIČ regen Kerne durch die Wechselwirkung mit nahe an ihnen vorbeifliegenden geladenen Teilchen an (Coulombanregung).

b) A. BONETTI findet das Σ^--Hyperon.

1954 Erzeugung von $_{99}Es^{246}$, $_{99}Es^{247}$ und $_{100}Fm^{256}$.

1955 SEGRÈ und Mitarbeiter erzeugen mit dem Bevatron in Berkeley Antiprotonen.

1956 a) F. REINES und C. L. COWAN führen Kernreaktionen mit Antineutrinos herbei und weisen die Existenz derselben einwandfrei nach.

b) Erzeugung von $_{101}Mv^{256}$.

1957 LEE und YANG zeigen beim Austritt von Elektronen aus einem Co^{60}-Kern, daß die Spinverteilung asymmetrisch ist, daß also Rechts- und Linksschraube nicht gleichberechtigt sind (Verletzung der Parität).

1958 a) Entdeckung von $_{102}No^{254}$.

b) R. MÖSSBAUER entdeckt und erklärt den Mössbauereffekt.

1961 In Berkeley wird das ω^0-Meson gefunden, das schon 1957 von Y. NAMBU aus dem Hofstadterschen Formfaktoren vorausgesagt wurde. ω^0 ist ein neutrales Vektormeson.

1962 a) G. DANBY findet beim Zerfall von Pionen eine zweite Neutrinoart.

b) Entdeckung des f^0-Mesons.

Für den Inhalt verantwortlich: Dr. Walter Kranzer, Wien I, Stubenbastei 6—8. Als Manuskript gedruckt. — Druck: P. Strohal, Wien XVI.
Eigentümer, Herausgeber und Verleger: Arbeitsgemeinschaft der Physiklehrer an Höheren Schulen in Wien. Wien I, Dr.-Karl-Renner-Ring 1.